



UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

RICARDO ARAUJO DA SILVA

**O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL E O USO DO EXCEL: Um olhar
para a Gênese Instrumental**

Campina Grande
2019

RICARDO ARAUJO DA SILVA

**O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL E O USO DO EXCEL: Um olhar
para a Gênese Instrumental**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentado
ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática, do Centro e
Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual
da Paraíba.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cibele de Fátima Castro
de Assis

Área de Concentração: Educação Matemática

Campina Grande
2019

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586r Silva, Ricardo Araújo da.
O raciocínio proporcional e o uso do excel [manuscrito] :
um olhar para a Gênese instrumental / Ricardo Araújo da
Silva. - 2020.
193 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de
Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da
Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2020.
"Orientação : Profa. Dra. Cibele de Fátima Castro de Assis
, UFPB - Universidade Federal da Paraíba ."
1. Excel. 2. Raciocínio proporcional. 3. Proporcionalidade.
4. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação - TDIC.
I. Título

21. ed. CDD 519.5

RICARDO ARAUJO DA SILVA

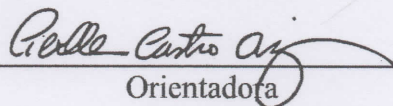
**O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL E O USO DO EXCEL: Um olhar
para a Gênese Instrumental**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentado
ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática, do Centro e
Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual
da Paraíba.

Área de Concentração: Educação Matemática

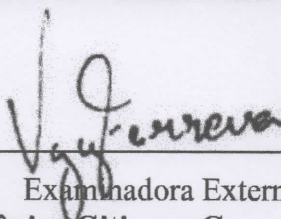
Aprovada em 17/12/2019.

BANCA EXAMINADORA



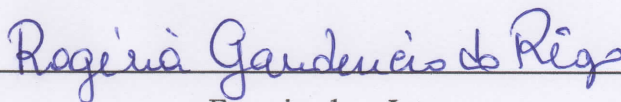
Orientadora

Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro de Assis (UFPB)



Examinadora Externa

Prof.^a Dr.^a Verônica Gitirana Gomes Ferreira (UFPE)



Examinadora Interna

Prof.^a Dr.^a Rogéria Gaudêncio do Rêgo (UFPB)

Dedico minha vida primeiramente a Deus, posteriormente este trabalho a minha família, em especial minha mãe Cleonice e meu pai Inácio e a todos aqueles que me deram incentivos para superar as dificuldades enfrentadas ao longo de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por mais esse sonho concretizado. Por ter me possibilitado estar firme durante toda essa trajetória, caminho esse que irá me levar a realização do meu Projeto de vida!

Mãe, Pai, Família, sem vocês nada disso seria possível. Obrigado pelo apoio, carinho e compreensão. Essa vitória não é só minha, é nossa!

Agradecer também a dupla de alunos que participaram ativamente durante o decorrer desta pesquisa.

Gostaria também de agradecer a Prof.^a Dr.^a Cibele de Fátima Castro de Assis, Orientadora desta dissertação, amiga, acima de tudo, durante toda esta trajetória, pela sua responsabilidade, ética, ajuda e empenho em suas orientações.

Quero ainda agradecer a todos os professores que de alguma forma contribuíram em minha formação acadêmica, em especial a Prof.^a Dr.^a Verônica Gitirana Gomes Ferreira e a Prof.^a Dr.^a Rogéria Gaudêncio do Rêgo, no qual fizeram parte da banca desta dissertação.

Aos colegas pelos momentos de amizade e apoio, tanto da pós graduação quanto do meu ambiente de trabalho.

"Se alguém tem uma maneira de abordar certos problemas e recebe uma orientação que não acompanha esse esquema, fica com duas formas de pensar. Ou seja, tem grandes chances de se perder. Mas, se aprender com base no raciocínio que já possui, enriquece o conhecimento, ganha instrumentos para a vida. O aluno toma consciência do próprio pensamento e começa a utilizá-lo de maneira mais apurada, mais generalizada."

(Terezinha Nunes, 2003)

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo investigar a gênese instrumental de uma dupla de alunos do 9º ano considerando o Excel em situações que envolvem o raciocínio proporcional. Como suporte teórico, utilizamos a Teoria da Instrumentação, especialmente nos escritos de Pierre Rabardel (1995a) para investigar sujeitos em atividades mediadas por instrumentos. Como este último possui um aspecto psicológico na forma dos esquemas dos alunos, a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud (1996, 2009) nos fornece os subsídios necessários para sua compreensão. Os procedimentos metodológicos adotam a natureza da pesquisa de intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008), numa abordagem de uma investigação quanti-qualitativa (BOGDAN, BIKLEN, 1994). Dividiu-se a pesquisa em quatro etapas: a Avaliação Diagnóstica, na obtenção dos conhecimentos prévios dos alunos por meio de questionários; a Atividade Introdutória, sendo uma etapa introdutória dos alunos com as ferramentas da planilha eletrônica Excel; as Atividades de Intervenção envolveram quatro objetos matemáticos (Partilha, Variável, Covariância e Invariância) referindo-se ao raciocínio proporcional e escolhido a partir de uma análise de documentos educacionais (BNCC, 2017; NCTM, 2000; ME, 2007); e uma Avaliação Final com uma entrevista semiestruturada com os alunos. As etapas foram vivenciadas por 02 alunos do 9º Ano de uma escola pública estadual situada no Agreste do estado da Paraíba. Os dados foram analisados considerando o *Esquema de Organização de Dados* pela dupla, que nos guiou na descrição do processo da gênese do instrumento. Este esquema foi escolhido mediante a comparação da Avaliação Diagnóstica e a Avaliação Final, e foi apresentado um estudo sobre suas componentes (antecipações da meta; regras de ação; controle, inferências e invariantes operatórios). Nos baseamos no modelo S.A.I (RABARDEL, 1995a), para interpretar os processos de instrumentação (S-I) e (O-S); instrumentalização [S-(I)-O], (I-O) e (S-O); e das relações (I-S) e (O-I). A discussão da gênese ocorreu durante as quatro atividades de intervenção, e para tanto, apresentamos ao final das análises uma síntese elaborando o percurso instrumental da dupla, para melhor compreensão das componentes do esquema em análise e os momentos na pesquisa. As conclusões revelam a certeza nas potencialidades do Excel para o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos a partir das expectativas da adaptação e mobilização dos esquemas de utilização. Ocorreu a evolução dos alunos no uso do Excel quanto ao esquema de Organização e Disposição dos Dados. Alunos conseguem obter as razões, taxas e proporções das situações problemas, com uso de fórmulas e comparativos no Excel; analisam a variação conjunta das variáveis e grandezas; respondem as atividades tanto de forma quantitativa, com os resultados apresentando a formatação condicional que realizaram entre as tabelas, quanto qualitativamente dando sentido aos objetos de conhecimento. As perspectivas são a continuidade das pesquisas na compreensão dos esquemas dos alunos, quanto a outros objetos matemáticos relacionados ao raciocínio proporcional, analisando as gêneses, de acordo com os novos instrumentos a ser instituídos. O estudo da gênese instrumental colaborou para a investigação do Excel no tratamento dos conceitos de Partilha, Variável, Covariância e Invariância a partir do processo vivenciado.

ABSTRACT

The present study aims to investigate the instrumental genesis of a pair of 9th grade students considering Excel in situations that involve proportional reasoning. As theoretical support, we use Instrumentation Theory, especially in the writings of Pierre Rabardel (1995a) to investigate subjects in activities mediated by instruments. As the latter has a psychological aspect in the form of the student's schemes, the Theory of Conceptual Fields, developed by Gérard Vergnaud (1996, 2009) provides us with the necessary inputs for your understanding. The methodological procedures adopt the nature of intervention research (SPINILLO; LAUTERT, 2008), in an approach of a quantitative-qualitative investigation (BOGDAN, BIKLEN, 1994). The research was divided into four stages: Diagnostic Evaluation, obtaining student's prior knowledge through questionnaires; the Introductory Activity, being an introductory step for students with the tools of the Excel spreadsheet; Intervention Activities involved four mathematical objects (Sharing, Variable, Covariance and Invariance) referring to proportional reasoning and chosen from an analysis of educational documents (BNCC, 2017; NCTM, 2000; ME, 2007); and a Final Assessment with a semi-structured interview with the students. The stages were experienced by 02 9th grade students from a state public school located in the Agreste of the state of Paraíba. The data were analyzed considering the Data Organization Scheme by the double, that guided us in describing the process of the genesis of the instrument. This scheme was chosen by comparing the Diagnostic Assessment and the Final Assessment, and a study was presented on its components (anticipations of the goal; rules of action; control, inferences and operative invariants). We are based on the S.A.I model (RABARDEL, 1995a), interpret instrumentation processes (S-I) and (O-S); instrumentalization [S- (I) -O], (I-O) e (S-O); and (I-S) and (O-I) relations. The discussion of genesis occurred during the four intervention activities, and for that, we present at the end of the analysis a synthesis elaborating the instrumental route of the pair, for a better understanding of the components of the scheme under analysis and the moments in the research. The conclusions reveal the certainty in the potential of Excel for the development of the students' proportional reasoning from the expectations of the adaptation and mobilization of the usage schemes. There was an evolution of students in the use of Excel regarding the Organization and Data Layout scheme. Students get the reasons, rates and proportions of problem situations, using formulas and comparisons in Excel; analyze the joint variation of variables and quantities; respond to activities both quantitatively, with the results showing the conditional formatting they performed between the tables, qualitatively giving meaning to knowledge objects. The perspectives are the continuity of research in understanding students' schemes, as to other mathematical objects related to proportional reasoning, analyzing the genesis, according to the new instruments to be instituted. The study of instrumental genesis contributed to the investigation of Excel in the treatment of the concepts of Sharing, Variable, Covariance and Invariance from the experienced process.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O processo de Instrumentação	67
Figura 2 – O processo de Instrumentação	68
Figura 3 – Modelo S.A.I	69
Figura 4 – Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa.....	70
Figura 5 – Apresentação de um exemplo em uso da planilha eletrônica Excel	89
Figura 6 – Guia Página Inicial com seus respectivos grupos e comandos	90
Figura 7 – Guia Inserir com seus respectivos grupos e comandos.....	91
Figura 8 – Guia Layout da Página com seus respectivos grupos e comandos	91
Figura 9 – Guia Fórmulas com seus respectivos grupos e comandos	92
Figura 10 – Guia Dados com seus respectivos grupos e comandos	92
Figura 11 – Guia Revisão com seus respectivos grupos e comandos	93
Figura 12 – Guia Exibição com seus respectivos grupos e comandos.....	93
Figura 13 – Captação do monitor no momento do início da gravação com o software Loilo Game Recorder	106
Figura 14 – Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa.....	113
Figura 15 - Registro de A1 – Pergunta 1.....	115
Figura 16 - Registro de A2 – Pergunta 1.....	115
Figura 17 - Registro de A2 – Pergunta 2.....	116
Figura 18 - Registro de A1 – Pergunta 2.....	116
Figura 19 - Registro de A1 – Pergunta 4.....	117
Figura 20 - Registro de A2 – Pergunta 4.....	117
Figura 21 - Registro de A1 – Pergunta 5.....	117
Figura 22 - Registro de A2 – Pergunta 5.....	118
Figura 23 - Registro de A1 – Pergunta 6.....	118
Figura 24 - Registro de A2 – Pergunta 6.....	118
Figura 25 - Registro de A1 – Pergunta 7.....	119
Figura 26 - Registro de A2 – Pergunta 7.....	119
Figura 27 - Registro de A1 – Perguntas 8 e 9	119
Figura 28 - Registro de A2 – Perguntas 8 e 9	120
Figura 29 – Construção da tabela e imagem do aluno A1 captado pela vídeo Gravação	128
Figura 30 – Construção da tabela e imagem do aluno A2 captado pela vídeo Gravação	128
Figura 31 – Construção de tabela pela dupla A1A2.....	129
Figura 32 – Construção de gráfico captado pela vídeo Gravação	129
Figura 33 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 1 sobre Invariância	130
Figura 34 – Produto Final dos Alunos na Atividade 1 sobre Invariância	131
Figura 35 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 2 sobre Variáveis.....	131
Figura 36 – Produto Final dos Alunos na Atividade 2 sobre Variáveis	132
Figura 37 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 3 sobre Partilha.....	132
Figura 38 – Produto Final dos Alunos na Atividade 3 sobre Partilha.....	133
Figura 39 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 4 sobre Covariância.....	133
Figura 40 – Produto Final dos Alunos na Atividade 4 sobre Covariância	134
Figura 41 - Produção dos Alunos na Atividade Introdutória	135
Figura 42 – Expectativa do Pesquisador na Atividade Introdutória.....	135
Figura 43 – Tentativa de Inserção de Fórmula.....	141
Figura 44 – Compreensão dos alunos quanto ao conceito de Variáveis	141
Figura 45 – Análise do Erro de uma fórmula.....	143
Figura 46 – Organização Coletiva própria da dupla	144
Figura 47 – Mudança dos valores das variáveis e movimentação do modelo.....	146
Figura 48 – Momento em que as grandezas representavam a “velocidade” para a dupla.....	149
Figura 49 – Momento em que as grandezas são corrigidas “distância e tempo”	149
Figura 50 – Erro na fórmula devido a unidade de medida nas células.....	150
Figura 51 – Correção na inserção das variáveis e consequência as fórmulas	150

Figura 52 – Inserção de fórmula condicionando as tabelas para os dados de Enzo.....	152
Figura 53 – Comparativo entre os dados de Enzo e os de Marcos.....	152
Figura 54 – Inclusão de nova tabela para organizar os dados da Razão	152
Figura 55 – Duplicata, ferramenta Copiar e Colar, auxílio na agilidade.....	154
Figura 56 – Representação das Jarras e Copos de Água e Sucos.....	155
Figura 57 – Comparativo entre as representações por meio da Organização dos Dados.....	155
Figura 58 – Tutorial Inserir Gráficos, aba Gráficos Recomendados.....	157
Figura 59 – Tutorial Inserir Gráficos, aba Todos os Gráficos com tabela à esquerda	157
Figura 60 – Tutorial Gráficos Recomendados, aba tipos de Gráficos.....	158
Figura 61 – Construção dos Gráficos a partir das tabelas	159
Figura 62 – Aspecto Visual – Análise da proporcionalidade.....	160
Figura 63 – Fluxograma representativo da síntese da dupla	162
Figura 64 - Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa	164

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conceituações sobre o Raciocínio proporcional	32
Quadro 2 – As Fases e seus respectivos Objetivos	48
Quadro 3 – Os quatro objetos de conhecimento selecionados para a pesquisa	53
Quadro 4 – Exemplo de sequências de ações de uma atividade	73
Quadro 5 – Exemplo de sequências de ações de uma atividade	74
Quadro 6 – Exemplo das análises de atividade com o modelo S.A.I.....	76
Quadro 7 – Exemplo do detalhamento de uma atividade	77
Quadro 8 – Exemplo do detalhamento de uma atividade	78
Quadro 9 – Etapas no Campo de Pesquisa.....	104
Quadro 10 – Os quatro objetos de conhecimento selecionados para a pesquisa.....	107
Quadro 11 – Invariantes Operatórios	165
Quadro 12 – Invariantes Operatórios	166

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	A CONSTRUÇÃO DA PESQUISA.....	15
1.2	APRESENTANDO O TEMA DA PESQUISA	17
1.3	OBJETIVOS DA PESQUISA	19
1.3.1	<i>Objetivo Geral</i>	19
1.3.2	<i>Objetivos Específicos</i>	19
1.3.3	<i>Objetivos Procedimentais</i>	20
1.4	APRESENTANDO OS CAPÍTULOS DA DISSERTAÇÃO	20
2	PROPORCIONALIDADE E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL	22
2.1	A NOÇÃO DE PROPORCIONALIDADE	22
2.1.1	<i>A relação de proporcionalidade e as estratégias do campo multiplicativo</i>	26
2.2	O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL.....	28
2.3	A PROPORCIONALIDADE NOS DOCUMENTOS EDUCACIONAIS	33
2.3.1	<i>Proporcionalidade na Base Nacional Comum Curricular – Brasil</i>	33
2.3.2	<i>Proporcionalidade nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar- EUA</i>	38
2.3.3	<i>Proporcionalidade no Programa de Matemática do Ensino Básico - Portugal</i> ..	42
2.4	O OBJETO EM ESTUDO NA PESQUISA	45
2.5	REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL	49
2.6	SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL	52
3	A TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO.....	54
3.1	O PERCURSO CONCEITUAL ATÉ A NOÇÃO DE ARTEFATOS	55
3.2	O CONCEITO DE ESQUEMAS NA TEORIA INSTRUMENTAL	57
3.3	INSTRUMENTOS E O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL	65
3.3.1	<i>O modelo S.A.I</i>	69
3.4	REVISÃO DA LITERATURA SOBRE A TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO	72
3.5	SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE A TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO.....	81
4	O ARTEFATO EXCEL: POSSIBILIDADES DE INSTRUMENTO	83
4.1	A RELAÇÃO ENTRE AS TDIC E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	83
4.2	AS PLANILHAS ELETRÔNICAS E O MS-EXCEL 2013	88
4.3	REVISÃO DA LITERATURA SOBRE ARTEFATOS TECNOLÓGICOS	96
4.4	SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS	101

5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	102
5.1	PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS	102
5.2	O CAMPO DA PESQUISA	103
5.2.1	<i>Os Sujeitos da Pesquisa</i>	103
5.3	ETAPAS NO CAMPO DE PESQUISA E OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	104
5.4	PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS	112
6	O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E A GÊNESE INSTRUMENTAL	114
6.1	A INTERVENÇÃO NA ESCOLA	114
6.2	ETAPA 1 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	114
6.3	ETAPA 4 - AVALIAÇÃO FINAL.....	121
6.4	A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA E A AVALIAÇÃO FINAL	128
6.5	ESQUEMA DE ORGANIZAÇÃO DE DADOS E A GÊNESE INSTRUMENTAL.....	137
6.6	SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE A GÊNESES INSTRUMENTAL	161
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	171
	REFERÊNCIAS	176
	APÊNDICES	181
	ANEXOS	185

1 INTRODUÇÃO

Apresentaremos a pesquisa considerando o Raciocínio Proporcional e o uso do Excel no contexto educativo considerando ainda as experiências, as motivações e o embasamento teórico relacionados ao tema que nos levou a construção da pesquisa. Em seguida, apresentaremos nossa questão de pesquisa, os objetivos geral, específicos e procedimentais. Por fim, uma introdução de cada capítulo desta dissertação.

1.1 A CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

Desde o início da formação matemática, enquanto aluno da Educação Básica o ensino recebido foi confuso e insuficiente, no que diz respeito à aprendizagem dos conceitos relacionados ao raciocínio proporcional. Estes conceitos eram muitos, e proporcionaram dúvidas como à diferença dos termos ‘Proporção e Razão’ e, com o tempo, passaram para questionamentos do tipo: O que é proporcionalidade? Qual a diferença entre taxa e razão? Proporção e proporcionalidade? E entre Grandezas e Variáveis?

Ainda na Educação Básica, apesar do ensino deixar a desejar em alguns aspectos, a disciplina de Matemática sempre motivou os estudos, e de modo geral, despertou a curiosidade, até hoje, quando o assunto é compreender como os alunos raciocinam matematicamente. Este viés ligado a Psicologia Cognitiva sempre chamou atenção, e se combinava com outros anseios, como os significados das conexões entre Aritmética e a Álgebra, a Geometria e os Números, entre outros.

A necessidade de compreensão do que de fato significa o conceito de proporcionalidade e o ato de raciocinar matematicamente foi mantida até os tempos de graduação. Durante este período, foram surgindo outros questionamentos pessoais, agora com respeito das ações pedagógicas que o professor necessitaria modificar em sua prática letiva.

Ainda na graduação, o ingresso no projeto OBEDUC¹, contribuiu para a visão em relação à Educação Matemática. Como participante do projeto, ocorreu a experiência com o uso de diferentes recursos didáticos, desde textos no sentido bakhtiniano² até materiais manipuláveis e tecnológicos, em diversas pesquisas de campo, iniciando assim, uma prática letiva no ensino de Matemática.

Ao término da graduação, no Trabalho de Conclusão do Curso³, a formulação e resolução de problemas matemáticos foram investigadas como uma alternativa para compreender os processos de raciocínios (dedutivo, indutivo, abduutivo, transformativo, plausível, crítico, analítico e dialético) e interpretações, das estratégias utilizadas por alunos em suas resoluções. A motivação existiu por poder aliar essa metodologia, com uma investigação sobre tudo que envolve a capacidade do raciocínio matemático dos alunos.

A questão do raciocínio matemático foi se intensificando após o descobrimento da relevância de pesquisas sobre a temática (REVISTA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA, 2008; ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013), considerando que ele compõe uma das três capacidades transversais de Matemática em Portugal (ME, 2007). Logo, percebemos a possibilidade de unir a curiosidade e dúvidas da Educação Básica referentes ao conhecimento de proporcionalidade com o estado de sua ação operatória, ou seja, refletindo seu processo de raciocínio proporcional.

Assim, buscamos, inicialmente, compor uma proposta pedagógica dentro de um projeto de pesquisa para o PPGECEM⁴ da UEPB. Para efetivar essa proposta, refletimos a importância de integrarmos recursos didáticos ao nosso processo de investigação, como um elo entre a aprendizagem dos alunos e os conceitos relacionados ao raciocínio proporcional.

Como aporte teórico para esta pesquisa nos apoiamos na *Teoria da Instrumentação* de Pierre Rabardel (1995a) com o intuito de investigar a atividade de alunos mediada por instrumentos. Escolhemos a planilha *Excel* como a tecnologia para mediar nossas atividades, devido à revisão da literatura revelar ele com uma das poucas opções de artefatos para auxiliar na aprendizagem dos conceitos relacionados ao raciocínio proporcional. Pensamos ser um

¹ Projeto intitulado *Investigando a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, pertencente ao Programa Observatório da Educação – CAPES. Edital 049/2012/CAPES/INEP.

²Textos no sentido bakhtiniano surgem a partir da obra de Bakhtin (2003), para quem um texto é um todo coerente e com significado. Pode ser uma palavra, um quadro, um filme, um problema matemático, entre outros exemplos e não apenas textos em língua materna.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

³ SILVA, R. A. **Investigando processos de raciocínios através da formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de textos no sentido Bakhtiniano**. Trabalho de Conclusão de Curso. UEPB. 2015.

⁴ Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM).

ponto de partida para pesquisas sobre a instituição de novos instrumentos de ensino para conceitos relacionados ao raciocínio proporcional.

Segundo Rabardel (1995a), durante o manuseio do artefato ocorre a inicialização da *gênese instrumental*, ou seja, durante as relações entre os polos: alunos do 9º ano, Excel e os conceitos matemáticos relacionados com o raciocínio proporcional, em uma sala de aula informática, análises serão feitas refletindo a prática dos sujeitos com e sobre o artefato e, em conjunto com a valorização dos seus esquemas de utilização. Assimilar as situações e os objetos mediados por instrumentos só ocorre com auxílio dos esquemas. Para fundamentar o componente dos esquemas dos alunos, utilizamos como apoio a *Teoria dos Campos Conceituais* (TCC), de Gérard Vergnaud (1986, 1996, 2009).

1.2 APRESENTANDO O TEMA DA PESQUISA

A proporcionalidade não é considerada um conteúdo matemático. Ela pode ser entendida como um dos princípios da Matemática (BRASIL, 1998), uma noção (ME, 2007) ou uma ideia fundamental (BRASIL, 2017) que permite a origem da compreensão de vários objetos matemáticos. A proporcionalidade que entendemos possui nos conteúdos de *Razão*, *Proporção* e *Taxa* a base de sua estrutura. Além destes iremos mostrar a importância de outros conceitos secundários a compreensão da noção de proporcionalidade, como o estudo das grandezas, das variáveis, das propriedades lineares e as diversas estratégias para resolução de problemas. Pensamos que a noção de proporcionalidade mobiliza diversos conceitos matemáticos, principalmente aqueles de ligação estreita com o campo conceitual multiplicativo (GITIRANA, et al. 2014).

Para compreender a noção de proporcionalidade é necessário, inicialmente, compreender o *raciocínio proporcional*, este estando no cerne de nossas estruturas cognitivas. Logo, escolhemos o caminho de compreender como se dá o desenvolvimento desse raciocínio proporcional nos alunos. A compreensão desse raciocínio perpassa pelo entendimento de diversos fatores, como: suas conceituações, que é feita pelo entendimento das relações matemáticas com os conceitos envolvidos (pensamentos qualitativos e quantitativos entre expressões racionais, grandezas, entre outros.); seus componentes ou descritores; e de suas características e aplicabilidades em vários domínios matemáticos e outras ciências.

Adotamos em nossa pesquisa a noção de proporcionalidade e o raciocínio proporcional a partir dos estudos de Lhes, Post e Behr (1988), Ávila (1986a, 1986b); Lima (1988, 1991, 1999); Spinillo (1994); Lamon (2005) apud Silvestre (2012); Silvestre e Ponte (2006), Chaim, Ilany e Keret, (2008); Van de Walle (2009), Maranhão e Machado (2011), Silvestre (2012), Costa e Alevanto (2015), Gitirana et al. (2014); entre outros. Apresentaremos também uma visão através de três documentos educacionais, sendo a *Base Nacional comum Curricular - BNCC* (BRASIL, 2017); os *Principles and Standars for School Mathematics - NCTM* (2000) e o *Programa de Matemática do Ensino Básico de Portugal* (ME, 2007).

Nos documentos educacionais estudados, a noção de proporcionalidade se inicia nas últimas séries dos Anos Iniciais (4º e 5º ano), por exemplo, no estudo de problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão com a proporcionalidade; porcentagens e representação fracionária; grandezas diretamente proporcionais; problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais; dentre outros. O raciocínio proporcional é intensificado ao longo dos Anos Finais (6º ao 9º ano) com a predominância no uso de estratégias de resolução e uma maior variabilidade de conceitos matemáticos.

O raciocínio proporcional dos alunos será observado através de atividades. Estas além de identificarem os conhecimentos prévios dos alunos irão focar nos objetos matemáticos de *Partilha, Variável, Covariância e Invariância*, como uma proposta de ensino e aprendizagem. Cada um destes conceitos foi escolhido por contemplar o ensino esperado em cada uma das séries nos Anos Finais do Ensino Fundamental, proporcionando aos alunos, diferentes momentos para raciocinar proporcionalmente. Nesta pesquisa investigaremos uma dupla de alunos do 9º ano, pois pensamos que neste nível escolar, os alunos já tenham estudado tais conceitos.

Escolhemos o editor de planilha *Excel* ou *Folha de Cálculo*, como tecnologia para mediar nossas atividades. Pensamos que o Excel pode ser uma ferramenta de ensino muito além de só compreensão de fórmulas matemáticas, mas um instrumento como qual os alunos poderão reconhecer as regularidades entre os dados de uma tabela ou outra forma de registro (gráfico, por exemplo), principalmente em situações de proporcionalidade.

Consideramos as tecnologias meios para condução dos processos de ensino e aprendizagem atuais. Por isso, adotamos em nossa pesquisa o uso da tecnologia a partir dos estudos de Ponte (1995); Ponte, Oliveira e Varandas (2001); Bittar, Guimarães e Vasconcelos (2008); Bittar (2011); Valente (2013). Apresentaremos a visão das tecnologias também através da BNCC (BRASIL, 2017); o NCTM (2000) e o (ME, 2007).

A união entre atividades relacionadas ao raciocínio proporcional e o uso do Excel pode ser importante para os alunos da Educação Básica. De acordo com Bittar (2011), a tecnologia constitui uma ferramenta de auxílio à compreensão do raciocínio do aluno e de suas dificuldades, favorecendo sua autonomia e aprendizagem. Apesar do reconhecimento da folha de cálculo, no âmbito educacional, principalmente em pesquisas em Portugal, a mesma não tem o mesmo tratamento no Brasil e inexistem pesquisas que relacionam a abordagem instrumental com o instrumento Excel e o objeto em estudo do raciocínio proporcional.

Assim definimos como questão norteadora desta pesquisa: **Como ocorre a apropriação do Excel e sua utilização como instrumento para o desenvolvimento da noção de proporcionalidade?**

Temos algumas questões que auxiliam na construção desta pesquisa:

- Quais aspectos deste raciocínio proporcional são mobilizados nas atividades propostas?
- Como são os componentes dos esquemas dos alunos?
- O que é potencializado no Excel? E com o Excel? E quando o seu uso é desnecessário? De que forma estão relacionadas com as interações do modelo SAI?
- Até que ponto o Excel possibilita a compreensão das atividades propostas?

1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.3.1 *Objetivo Geral*

- Investigar a gênese instrumental de uma dupla de alunos do 9º ano considerando o Excel em situações que envolvem o raciocínio proporcional.

1.3.2 *Objetivos Específicos*

- Identificar a construção e/ou mobilização dos esquemas de utilização no uso da planilha Excel;
- Descrever e analisar os processos de instrumentalização e instrumentação da gênese instrumental da dupla de alunos do 9º ano.
- Propor atividades no uso do Excel para o tratamento dos conceitos de Partilha, Variável, Covariância e Invariância a partir do processo vivenciado.

1.3.3 *Objetivos Procedimentais*

- Diagnosticar experiências dos alunos com o Excel e conhecimentos matemáticos referentes ao raciocínio proporcional no início da pesquisa;
- Proporcionar aos alunos atividades com Excel envolvendo os conceitos de Invariância, Variáveis, Partilha e Covariância;
- Comparar os resultados da Avaliação diagnóstica com a Avaliação Final para a obtenção do Esquema de ação principal da dupla de alunos;
- Esboçar as componentes do esquema escolhido e compreender sua evolução em todo o processo.

1.4 APRESENTANDO OS CAPÍTULOS DA DISSERTAÇÃO

Estruturamos esta dissertação em sete Capítulos. O primeiro dedicado à Introdução, apresenta de forma geral a problemática da pesquisa. Os capítulos 2, 3 e 4 representam a Fundamentação Teórica e a Revisão da Literatura, de acordo com cada um dos principais pontos da pesquisa: o Raciocínio Proporcional, a Gênese Instrumental e o Excel. O capítulo 5 exhibe os Procedimentos Metodológicos. O capítulo 6 expõe a Análise dos Dados. Por fim, o último capítulo traz as Considerações Finais da pesquisa.

No Capítulo 2, intitulado **Proporcionalidade e o Raciocínio Proporcional**, organizado em cinco subcapítulos, tem como objetivo mostrar os significados da noção de proporcionalidade e do raciocínio proporcional na Matemática. Para isto, discutiremos algumas definições para o raciocínio proporcional e os conceitos matemáticos relacionados ao estudo da proporcionalidade. Apresentaremos a visão da noção de proporcionalidade através dos documentos educacionais, BNCC (BRASIL, 2017), NCTM (2000) e o ME (2007). Justificaremos nosso objeto de estudo na pesquisa de campo, focando em quatro objetos matemáticos, *Partilha*, *Variável*, *Covariância* e *Invariância* para observar o raciocínio proporcional através de atividades. Por fim, uma revisão da literatura com pesquisas com investigações relacionadas ao raciocínio proporcional e uma síntese final.

No Capítulo 3 intitulado **A Teoria da Instrumentação**, baseado principalmente em Rabardel (1995a), organizamos em cinco subcapítulos: o percurso conceitual até a noção de Artefatos; o conceito de esquemas na Teoria Instrumental; Instrumentos e o processo da Gênese

Instrumental; uma revisão da literatura e uma síntese do capítulo. O objetivo do capítulo é dar subsídios teóricos para compreendermos, posteriormente, as interações e atividades dos alunos com o Excel no campo de pesquisa. Destacamos o processo da gênese instrumental e o *modelo S.A.I* para auxílio nas análises dos dados.

No Capítulo 4, intitulado **O Artefato Excel: Possibilidades de instrumento**, referimo-nos a escolha do Excel para mediar nossas atividades instrumentadas. Possui quatro subcapítulos: A relação entre as TDIC e a Educação Matemática; as planilhas eletrônicas e o Ms-Excel 2013; a revisão da literatura e uma síntese do capítulo. Possui o objetivo de descrever o artefato escolhido, enaltecendo características que se adequam ao desenvolvimento do raciocínio proporcional em alunos, confirmados pelas pesquisas já existentes. Mostraremos a relação entre as tecnologias e a Educação Matemática, a historicidade do Excel, suas ferramentas matemáticas e os comandos que os alunos possam atribuir as suas ações em forma de esquemas de uso e ação instrumentada.

No Capítulo 5 dedicado aos **Procedimentos Metodológicos**, situamos a pesquisa justificando nossas escolhas, adotando a natureza da *pesquisa de intervenção* (SPINILLO; LAUTERT, 2008) e a *abordagem quanti-qualitativa* (BORBA; ARAÚJO, 2012) com moldes de uma *investigação qualitativa em educação* (BOGDAN, BIKLEN, 1994). Descrevem-se em seguida a escolha do campo de pesquisa e dos sujeitos envolvidos, na qual os alunos responderão a um conjunto de tarefas relacionado a quatro objetos matemáticos (*Partilha, Variável, Covariância e Invariância*). Posteriormente, o espaço, o tempo e a organização do campo de pesquisa, enaltecem a divisão da coleta de dados em quatro etapas: *Avaliação Diagnóstica, Atividades Introdutória, Atividades de Intervenção e Avaliação Final*

No Capítulo 6, **O Desenvolvimento da Pesquisa e a Gênese Instrumental**, apresentamos os dados e resultados da avaliação diagnóstica (*Etapa I*) e da avaliação final (*Etapa IV*). Em seguida fazemos uma análise comparativa entre essas etapas, com o intuito de identificar e escolher um esquema de apropriação representativo da gênese instrumental. A partir desta análise, retomaremos as demais etapas Introdutória e Atividades de Intervenção (*Etapas II e III*) para discutir a gênese instrumental a partir de seus elementos. Na *triangulação dos dados* (BOGDAN, BIKLEN, 1994), usaremos extratos das respostas escritas dos alunos, figuras representativas das tarefas dos alunos e descrições das observações.

Por fim, no Capítulo 7 apresentaremos nossas **Considerações Finais** nas quais discutimos os resultados da pesquisa, apontando algumas limitações e indicando questões abertas para futuros estudos.

2 PROPORCIONALIDADE E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O objetivo desse capítulo é mostrar os significados que envolvem o princípio ou a noção de proporcionalidade e um caminho para seu ensino e aprendizagem na escola através do estudo do raciocínio proporcional.

No primeiro subcapítulo, apresentaremos a noção de proporcionalidade que adotamos. Em seguida, os principais objetos matemáticos que compõem a sua estrutura: os conceitos de *Razão*, *Proporção* e *Taxa*. Surgiram outros conceitos secundários atrelados, como o estudo das grandezas, variáveis e relações com o campo multiplicativo, principalmente no uso de estratégias de resolução de problemas.

No subcapítulo seguinte, apresentaremos o raciocínio proporcional. Através das diferentes conceituações que a literatura nos apresenta, uma vez compreendido os objetos matemáticos interligados, os componentes ou descritores, características e indicadores, estes formarão uma base para o alcance do ensino e aprendizagem da proporcionalidade.

No terceiro subcapítulo, apresentaremos a noção de proporcionalidade por três documentos educacionais, complementando os diversos pontos que apresentamos em relação a sua estrutura, reforçando nossa opção pelo estudo do raciocínio proporcional.

No subcapítulo seguinte, definimos os objetos matemático em estudo na pesquisa de campo com alunos, priorizando o entendimento que construímos sobre a estrutura do raciocínio proporcional. A escolha foram pelos objetos matemáticos de *Partilha*, *Variável*, *Covariância* e *Invariância*, para compor as atividades mediadas pelo Excel.

Por fim, temos um subcapítulo com a revisão da literatura, considerando pesquisas que investigaram alguns objetos matemáticos relacionados com a noção de proporcionalidade ou que priorizaram o raciocínio proporcional; e um subcapítulo com uma síntese final, reafirmando nossos objetivos do capítulo.

2.1 A NOÇÃO DE PROPORCIONALIDADE

Estruturar o que seja a noção ou princípio de proporcionalidade na Matemática é uma tarefa complexa, devido a não consensualidade entre os documentos educacionais, pesquisas e livros didáticos. Encontramos muitas pesquisas que exploram conteúdos matemáticos relacionados com esta temática, mas que generalizam estes objetos matemáticos como se a proporcionalidade se limitasse apenas ao seu estudo. Por exemplo, em livros didáticos, a unidade de ensino ‘Razões e Proporções’, aparece como um conteúdo matemático ensinado nos 7º e 8º Anos como representante do ensino de proporcionalidade na Educação Básica. Para o aluno, a proporcionalidade acaba se limitando a estes únicos termos matemáticos, negligenciando as diferentes formas de pensar o raciocínio proporcional no âmbito da Matemática.

Por isso, iremos conceituar tais objetos em um primeiro momento e, em seguida, o ato de raciocinar proporcionalmente. Mostraremos que a noção de proporcionalidade envolve muitos outros conceitos matemáticos, como o estudo das grandezas, das variáveis, das propriedades lineares e as diversas estratégias para resolução de problemas. Tomamos em nossa pesquisa os conceitos que envolvem a noção de proporcionalidade a partir dos estudos de Ávila (1986a, 1986b); Lima (1988, 1991, 1999); Spinillo (1994); Lamon (2005) apud Silvestre (2012); Diana Silva (2012) e Gitirana et al. (2014).

Iniciamos nossas reflexões considerando a proporcionalidade não como um conteúdo matemático, mas como um princípio da Matemática ou conjunto de noções da mesma. O termo *princípio*, segundo o dicionário Aurélio, está relacionado com “2. Causa primária; origem. 3. Preceito, regra.” (FERREIRA, 2010, p. 611). Já o termo *noções* são “1. Conhecimentos elementares.” (FERREIRA, 2010, p. 533).

Assim, a proporcionalidade não é apenas um conteúdo matemático, mas um formador de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos matemáticos, tanto nas questões numéricas, como naquelas que envolvem Medidas e Geometria. (Costa; Allevato, 2015, p. 5).

Temos a consciência que os conceitos de *Razão*, *Proporção* e *Taxa de proporcionalidade* são os objetos matemáticos principais que envolvem a noção de proporcionalidade, na qual possuem “uma multiplicidade de definições, de representações e de resultados que não são, ao aprendiz, apresentados de forma coerente.” (SILVA, D. 2012, p. 16). De Nicómaco de Gerasa⁵, um neopitagórico (séc. I d. C.), podemos extrair as ideias que se tinha

⁵Em Diana Silva (2012) foi apresentado que Nicómaco de Gerasa teria vivido no final do séc. I d.C., ou seja, cerca de seis séculos depois de Pitágoras. Segundo os historiadores, foi o primeiro a escrever sobre o pensamento e os ensinamentos matemáticos dos Pitagóricos, o que torna este neopitagórico os seus manuscritos porventura mais dignos de referência e de estudo. Um de seus manuscritos é a *Introdução à Aritmética*.

de tais conceitos pelos pitagóricos. A proporção possui mais características do que a razão, sendo conceituada da seguinte forma:

No seu sentido próprio, proporção é a combinação de duas ou mais razões. Na sua definição geral, "proporção é a combinação de duas ou mais relações, mesmo que não estejam sob a mesma razão, mas sob uma diferença ou outra qualquer." (SILVA, D. 2012, p. 44).

A definição trazida por Nicómaco entende a proporção como um sistema de relações, sendo de razões ou não. Lembremos que a notação mais usada para proporção esconde muitas vezes significados atrelados a este conceito e a capacidade conectiva das relações de proporcionalidade com vários conteúdos matemáticos.

As notações que atualmente usamos para razão " $\frac{a}{b}$ " e proporção " $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ " sofreram uma enorme e longa evolução ao longo dos tempos. "Nem os pitagóricos nem Euclides usavam qualquer sinal para identificar uma divisão, uma razão ou uma proporção." (SILVA, D. 2012, p. 43).

Outra conceituação para a proporção, a considera ora como média em uma progressão geométrica ora como uma relação parte-todo em uma fração. Já para o termo razão, Nicómaco o traduz como uma "relação que dois termos têm um com o outro e uma combinação de razões é uma proporção." (SILVA, D. 2012, p. 44). Analisando esta definição, sem considerar os exemplos, percebe-se o universo que abrange essa relação e as inúmeras interpretações que podemos ter só com dois termos e a relação entre si. Não há especificações sobre a diferenciação do termo taxa do termo razão.

É devido a essa falta de conexão entre as relações de proporcionalidade, que autores como Ávila (1986a, 1986b) e Lima (1988, 1991, 1999), rompem com os objetos matemáticos razão e proporção para estudar a *proporcionalidade*. Segundo Ávila (1986a), a apresentação do tópico 'Razões e Proporções' não tem sido modernizada, aqui no Brasil, mostrando proporções ainda como igualdade de duas razões, como uma teoria autônoma. Em Ávila (1986b), um estudo com os livros didáticos de Matemática usados nos Estados Unidos revelaram que já não mais incorrem no mesmo arcaísmo de abordagem ainda presente nos livros brasileiros, em contraste, os livros americanos modernos não usam nem mesmo a expressão "regra de três".

Portanto, Ávila (1986a) indo ao encontro com os livros didáticos americanos, sugere que o essencial sobre razões, proporções e regra de três pode muito bem ser ensinado no estudo dos números reais, das igualdades e equações, com ênfase nos conceitos de *variações proporcionais* (grandezas proporcionais) e *medidas* (variáveis).

O termo *grandeza*, segundo o dicionário Aurélio, significa “2. Entidade suscetível de medida.” (FERREIRA, 2010, p. 385) e Ávila (1986a) valoriza o presente termo, mas denominando-o como variáveis proporcionais. Já os termos variáveis são “3. Símbolos dos elementos dum conjunto. 4. Termo que, numa função ou numa relação, pode ser alternadamente substituído por outros.” (FERREIRA, 2010, p. 773) estes termos, Ávila (1986a) os trata como medidas, afirmando que podemos medir todas as grandezas e, em consequência, podemos sempre definir a razão de duas delas como o quociente de suas medidas. Em nossa pesquisa, adotamos a nomenclatura de *grandezas* e *variáveis*, indo ao encontro da sugestão de Lima (1988, 1991).

Considerar os números reais é romper com o rigor grego que não admitia os números irracionais, dificultando a medição de grandezas. Ávila (1986a) refere-se a variações proporcionais como grandezas que possuem entre si uma relação de proporcionalidade (taxa). Compreende a noção de proporcionalidade a partir dos conceitos, de proporcionalidade direta e inversa, conforme definições abaixo:

Definição 1. Diz-se que duas variáveis (ou grandezas) x e y são proporcionais – mais especificamente, diretamente proporcionais – se estiverem assim relacionadas: $y = kx$ ou $y/x = k$, onde k é uma constante positiva, chamada constante de proporcionalidade.
Definição 2. Diz-se que as variáveis (ou grandezas) x e y são inversamente proporcionais se $y = k/x$ ou $xy = k$, onde k é uma constante positiva (constante de proporcionalidade). (ÁVILA, 1986a, p. 3).

Lima (1988) também não utiliza o termo *proporção* isolado, fazendo uso de uma abordagem formal da noção de proporcionalidade, definindo-a como função. As definições de proporcionalidade direta e inversa são utilizadas como heurísticas para tratamento de resoluções de problemas. Justifica sua técnica, primeiramente, verificando se ocorre a proporcionalidade. Para isto é analisado as condições da função, se ocorre crescimento ou decrescimento, e outras relações de $f(x)$.

Suponhamos que a grandeza y seja função da grandeza x , isto é, $y = f(x)$. Diremos que y é diretamente proporcional a x quando as seguintes condições forem satisfeitas:
1a) y é uma função crescente de x ;
2a) se multiplicarmos x por um número natural n , o valor correspondente de y também fica multiplicado por n . Em termos matemáticos: $f(n \cdot x) = n f(x)$ para todo o valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$.
Analogamente, diz-se que y é *inversamente proporcional* a x quando $y = f(x)$ é uma função decrescente de x e, além disso, ao se multiplicar x por um número natural n , o valor correspondente de y fica dividido por n , $f(n \cdot x) = \frac{1}{n} \cdot f(x)$, para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$. (LIMA, 1991, p.127).

Sobre o conceito de *taxa* (constante de proporcionalidade), adotamos além de Ávila (1986a, 1986b) e Lima (1988, 1991)) a conceituação recente discutida por Gitirana et al. (2014). Para as autoras, a taxa de proporcionalidade é como uma relação de proporcionalidade do tipo $f(x) = a \cdot x$, em que a representa a taxa, ou o valor da unidade, ou coeficiente de dimensão. Sua importância para o ensino significa que:

Atividades sobre taxa enfatizam a criação de novas unidades pela comparação de magnitudes de diferentes quantidades que sejam interessantes, como ‘quilômetros por litro’, ‘pessoas por quilometro quadrado’, ‘quilos por metro cúbico’ ou ‘preço unitário’”. (CHAIM; ILANY; KERET, 2008, p. 135).

A relação de proporcionalidade do tipo $f(x) = a \cdot x$ é considerada uma das estratégias de resolução dos problemas de proporção simples na literatura (GITIRANA, et al. 2014), uma propriedade linear (propriedade multiplicativa do isomorfismo) que auxilia na compreensão da noção de proporcionalidade. Ao mesmo tempo, representa uma propriedade da função linear, indo ao encontro dos estudos de Lima (1999), que considera a proporcionalidade uma função, definida por uma relação entre dois conjuntos de números reais, tal que, para quaisquer números reais c , x tem-se $f(cx) = c \cdot f(x)$ (proporcionalidade direta) ou $f(x) = f(cx)/c$, se $c \neq 0$ (proporcionalidade inversa).

Percebemos desde o surgimento dos escritos pitagóricos até os atuais livros didáticos, resquícios da maneira antiga de se entender e definir os termos razão e proporção. Concluímos que matematicamente, Ávila (1986a, 1986b); Lima (1988, 1991, 1999) e Gitirana et al. (2014) melhor introduzem termos ligados à compreensão da noção de proporcionalidade, porque resgatam a importância das grandezas, variáveis, taxas e relações com funções, dando um novo sentido a noção de proporcionalidade.

2.1.1 A relação de proporcionalidade e as estratégias do campo multiplicativo

A noção de proporcionalidade mobiliza diversos conceitos matemáticos, principalmente aqueles de ligação estreita com o campo conceitual multiplicativo (GITIRANA, et al. 2014). Os conceitos que definimos anteriormente, como razão, proporção, grandeza, variáveis e taxa, fazem parte do campo conceitual multiplicativo, fazendo com que a noção de proporcionalidade

seja um alicerce na Matemática e presente neste campo, independente do bloco⁶ de conteúdos a se trabalhar.

Nas relações entre os conceitos do campo multiplicativo em situações de proporcionalidade, Gitirana et al. (2014) alertam que não podemos inviabilizar as estratégias mais facilmente compreendidas pela criança. Existem as estratégias denominadas propriedades lineares, que muito auxiliam no processo de resolução dos problemas e são um caminho para compreensão do princípio de proporcionalidade.

Por exemplo, a *propriedade multiplicativa do isomorfismo* entre duas grandezas, comum no campo conceitual multiplicativo, propõe a identificação da razão entre as duas quantidades conhecidas de uma mesma grandeza, para depois utilizar este escalar (valor numérico sem unidade de grandeza, sem dimensão) com a única quantidade conhecida da outra grandeza para obtenção da solução. Tal propriedade pode ser concebida como uma relação de proporcionalidade, uma *estratégia escalar*, refletida como a seguinte função linear: $f(kA) = k f(A)$, com k sendo um escalar, e A sendo uma das variáveis de uma certa grandeza (conjunto de números reais).

Esta propriedade mencionada é defendida exaustivamente em Gitirana et al. (2014), devido à complexidade para os alunos iniciantes com a *estratégia funcional* que relaciona uma taxa de proporcionalidade ao invés de uma razão (sem dimensão). Esta estratégia também é um caso particular de função linear: $f(x) = a \cdot x$, na qual a é o coeficiente de proporcionalidade ou simplesmente taxa, e x uma variável qualquer de uma dada grandeza e $f(x)$ sua correspondente variável na outra grandeza em análise.

Tanto o fator escalar quanto o fator funcional são considerados operadores de Vergnaud (1983), ou seja, relações matemáticas entre variáveis ou entre grandezas. São estratégias multiplicativas mais usadas pelos alunos nas pesquisas. Em Lamon (2005⁷ apud SILVESTRE, 2012), ocorre à associação do fator escalar para o estudo da *covariação* entre grandezas e o fator funcional para a *invariância* das mesmas relações.

Outras propriedades de proporcionalidade apresentadas em Gitirana et al. (2014), são: a *manutenção da adição*, como segunda propriedade das relações de proporcionalidade [dados A e B dois números, $f(A + B) = f(A) + f(B)$]; a propriedade das proporcionalidades, na qual o *produto dos meios é igual ao produto dos extremos*, refletida consensualmente como estratégia

⁶ Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) dividem os conteúdos matemáticos em blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação. Mas adiante, em nossa escolhas de objetos matemáticos, consideraremos a nova divisão feita pela BNCC (BRASIL, 2017).

⁷ Lamon, S. (2005). Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Lawrence Erlbaum

da regra de três $[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc]$; e as *propriedades das funções bilineares*, refletida consensualmente como estratégia da regra de três composta $[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \Leftrightarrow ade = bcf]$.

Finalizando as conceituações das estratégias de proporcionalidade na literatura, encontramos na pesquisa de Spinillo (1994), três estratégias principais: *parte-parte* (razão), que consiste na comparação entre as quantidades (variáveis) de um mesmo par de um conjunto (exemplo, a proporção entre bolinhas azuis e amarelas de um mesmo conjunto de bolinhas coloridas); *parte-todo* (fração), que consiste na comparação de uma das quantidades com o todo de seu conjunto (exemplo, a proporção entre bolinhas azuis e o conjunto de bolinhas coloridas); e o *referencial de metade*, análise da equivalência ou não das razões representadas pelas quantidades de várias grandezas a partir de um ponto de referência (exemplo, a partir da taxa de bolinhas azuis e um conjunto de bolinhas coloridos, realiza-se comparações em diversos outros conjuntos de bolinhas coloridos buscando equivalências).

Como vimos, o estudo da proporcionalidade é complexa devido os inúmeros saberes necessários para sua mobilização. Para se alcançar o êxito nas relações proporcionais, mostramos a importância das diversas formas de estratégias existentes, que requerem necessariamente a valorização da capacidade intuitiva dos alunos. “Em psicologia, o conceito de proporcionalidade está relacionado ao desenvolvimento cognitivo, consistindo em um dos esquemas do pensamento formal”. (SPINILLO, 1993, p. 350). No próximo subcapítulo, apresentaremos um caminho de estudo do princípio de proporcionalidade por meio do ato de raciocinar proporcionalmente.

2.2 O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

No contexto escolar, o raciocínio proporcional é importante para a aprendizagem da Matemática, especificamente, a Álgebra, Geometria e Trigonometria, além da Física e Química. (SILVESTRE; PONTE, 2006, p. 1, tradução nossa). O raciocínio proporcional representa o ato consciente de raciocinar proporcionalmente, formando estruturas cognitivas.

Na busca do entendimento do que seja esse *raciocínio*, vários teóricos (LESH; POST; BEHR, 1988; SPINILLO, 1993; LAMON, 2005 apud SILVESTRE, 2012; CHAIM; ILANY; KERET, 2008; VAN DE WALLE, 2009; MARANHÃO; MACHADO, 2011) pesquisam sobre e convergem na visão da necessidade de sua conceituação, interligando os conteúdos

matemáticos, envolvidos. Uma vez compreendido os objetos matemáticos interligados, os componentes ou descritores, características e indicadores, estes formarão uma base para o alcance do ensino e aprendizagem.

Iniciemos pelos autores de maior consenso no âmbito académico no assunto, a saber, Lesh, Post e Behr (1988, p. 93), que em seus estudos afirmam que “o raciocínio proporcional envolve pensamento sobre relações de natureza holística entre duas expressões racionais, tais como, taxa, razão, quociente e fração.” Matematicamente, surgem os primeiros objetos conectados a partir da representação em forma de números racionais. Alguns deles já definidos anteriormente só reforçam os significados que nos indicam um estudo de algo vasto.

Sobre pensar relações como um todo, o raciocínio proporcional se mostra com aspectos tanto matemáticos como psicológicos. Segundo os autores, o desenvolvimento deste raciocínio constitui um dos principais objetivos do ensino da Matemática elementar. E mais, o raciocínio proporcional envolve sentido de covariação, múltiplas comparações, aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação, relação com a inferência e predição e envolve pensamento qualitativo e quantitativo.

Outra importante conceituação é apresentada pela autora Lamon (2005 apud SILVESTRE, 2012), a qual afirma que o raciocínio proporcional está associado à capacidade de analisar relações entre grandezas, o que implica compreensão da relação constante entre estas e a noção de que ambas variam em conjunto. Segundo a autora, essa compreensão pressupõe a capacidade de perceber que, na equivalência entre razões, há algo que muda na mesma proporção e que, ao mesmo tempo, há algo que se mantém constante. “O raciocínio proporcional envolve, então, o estudo da estrutura e da invariância, e equivalência e da não equivalência, segundo uma variedade de transformações diferentes, o sentido de covariância e de comparações múltiplas [...]” (CABRITA⁸, 1998, p. 170-171 apud CASTRO, 2016).

Expandindo nossa compreensão, o autor Van de Walle (2009, p. 384) conceitua raciocínio proporcional como “uma declaração de igualdade entre duas relações, ou seja, a relação entre duas variáveis (grandezas) proporcionais.” Temos agora o surgimento do conectivo igual, que nos remete para equações matemáticas. Outro ponto em destaque é a permanência do raciocínio proporcional como relação matemática. Assim, surgem as vinculações entre os pesquisadores da temática.

⁸CABRITA, I. Resolução de problemas: aquisição do modelo de Proporcionalidade Directa apoiada num documento hipermedia. 1998. Tese (Doutorado) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 1998.

Voltando a Lesh, Post e Behr (1988), os mesmos relacionam o tema da proporcionalidade às ideias algébricas, e eles voltam sua atenção especificamente aos seguintes pontos do raciocínio proporcional, sendo elas: *a ideia de covariação; comparações numéricas; comparações não numéricas; e distinção entre o que é proporcional ou não.*

A partir destas componentes e de um estudo fazendo uso da meta-análise em pesquisas sobre raciocínio proporcional, as autoras Maranhão e Machado (2011) chegaram a cinco descritores que caracterizam esta forma de pensamento, sendo eles: *distinguir situações proporcionais e não proporcionais; diferenciar variáveis diretamente proporcionais das inversamente proporcionais; usar multiplicação e divisão para resolver problemas envolvendo proporcionalidade; fazer comparações numéricas envolvendo os racionais e também não numéricas, ao trabalhar com proporcionalidade; e usar ideia de covariação.*

Segundo Lamon (1999⁹, apud VAN DE WALLE, 2009, p.384), os pensadores proporcionais possuem características como:

- possuem senso de covariação, ou seja, eles têm compreensão da relação em que duas quantidades variam juntas, tendo consciência da concordância entre suas variações;
- são capazes de identificar relações proporcionais ainda que caracterizadas por relações não-proporcionais em situação do mundo real;
- estão capacitados para usar uma grande variedade de estratégias para resolver situações que envolvem proporções ou a comparação de razões;
- entendem as razões estabelecidas como tendo identidade própria, ou seja, como representantes de relações que diferem das quantidades que por elas são representadas.

Segundo Silvestre (2012, p. 56), os alunos desenvolvem a capacidade do raciocínio proporcional, quando:

- exploram a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta, reforçando o seu conhecimento sobre a covariação de grandezas e invariância de relações em certas condições. Ou seja, relata o reconhecimento e distinção que o aprendiz deve fazer junto às relações nas situações;
- trabalham na resolução de problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta (de valor omissis e de comparação), problemas pseudoproporcionais e outros em que se averigua a existência de proporcionalidade direta. Portanto, uma vez retirado apenas relações proporcionais, percebesse a ligação estrita com a multiplicação, além de

⁹Lamon, S. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Lawrence Erlbaum Associates.

assumir a característica auxiliadora do tópico anterior, no sentido de ajudar na compreensão de relações não – proporcionais, em muitos casos, com operações aditivas em seu meio.

- trabalham em simultâneo com diferentes representações (tabelas; gráficos; razão na forma de fração; razão com dois pontos). Ou seja, trata da expansibilidade e aplicabilidade com vários conceitos matemáticos e em situações do cotidiano.

Pensamos que a autora contribuiu para uma configuração de indicadores capazes de orientar o ensino e a aprendizagem, de modo a favorecer o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos. A proporcionalidade se constitui de relações matemáticas específicas e o seu raciocínio emerge do pensar sobre essas relações. Preocupados com os saberes da criança, seu comportamento e modo de pensar, historicamente, através da Psicologia Cognitiva e de Educação, a atenção se voltou para todas as ciências.

Outra forma de pensar o raciocínio proporcional, anterior as ideias de Lesh, Post e Behr (1988), são as ideias difundidas por Piaget, refletidas nos estudos de Spinillo (1993), na qual o raciocínio proporcional diz respeito à capacidade de estabelecer relações de primeira e segunda ordem, indicando que estas estão presentes na resolução de problemas que envolvem uma proporção.

Em Spinillo (1993) encontramos não um conjunto de situações ou problemas, como os anteriores, mas uma distinção quanto a 02 (dois) tipos de relações no estudo das proporções: as *relações de primeira-ordem* e as *relações de segunda-ordem*. O primeiro diz respeito a relações parte-parte (razão) e parte-todo (fração) nas variáveis de uma grandeza em uma proporção. O segundo seria a comparação dessas grandezas entre si, com ênfase na relação entre as relações de primeira-ordem de cada grandeza.

Em relação as estratégias de proporcionalidade na literatura, encontramos na pesquisa de Spinillo (1994), a autora acrescentou as estratégias parte-parte (razão), parte-todo (fração) e o referencial de metade, este auxiliando na compreensão da equivalência ou não das proporções. Outra reflexão é a valorização da capacidade intuitiva posta em prática por alunos antes de qualquer ensino de estratégias, para de certa forma agir como a base do alunado para sua aprendizagem.

Por meio dos estudos de Spinillo (1994), podemos refletir como é o ensino de proporção há algumas décadas e, a incompletude do que se pensa ser suficiente pra ensinar, aprender e

raciocinar proporcionalmente. Falta uma compreensão conceitual mais completa, valorizando as relações em detrimento de cálculos.

[...] De modo geral a quantificação numérica (cálculos) e o uso do algoritmo da regra de três são a base do ensino de proporção. É comum também verificar que os conceitos matemáticos são reduzidos de forma simplista à sua representação simbólica (expressões do tipo $y/a = x/b$; ou $a:b::c:d$) e o raciocínio proporcional é entendido como a utilização de um algoritmo de resolução. Tanto a representação simbólica como o uso do algoritmo não garantem uma compreensão do significado das relações envolvidas no conceito. (SPINILLO, 1994, p. 110).

A autora tem como proposta a de introduzir/ensinar, por exemplo, o conceito de proporção em quatro etapas: enfatizar menos a quantificação numérica e privilegiar formas qualitativas de raciocínio; considerar todas as estratégias possíveis, principalmente aquelas que os alunos inicialmente demonstram em seus conhecimentos espontâneos; foco nas relações, como o principal da natureza do conceito; e por fim, considerar a comunicação dos alunos por meio das justificativas e critérios de escolhas.

Temos na multiplicação e divisão uma característica da proporcionalidade, no qual todas as suas relações utilizam-se de seus atributos, compartilhadas as particularidades dos domínios nos elementos. “O raciocínio proporcional envolve relações matemáticas multiplicativas.” (BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2008, p. 130).

O agrupamento dos conceitos matemáticos apresentados neste subcapítulo (relações proporcionais em expressões racionais, comparações numéricas, proporcionalidade direta, relações de primeira e segunda ordem, entre outros) nos revelam propriedades em comum, assim como operações essenciais. No Quadro 1, resumimos todas as conceituações que adotamos em nossa pesquisa.

Quadro 1 – Conceituações sobre o Raciocínio proporcional

Principais Teóricos	Conceituações para o Raciocínio Proporcional
Lesh, Post e Behr (1988) Van de Walle (2009)	Relações entre duas expressões racionais, envolvendo pensamento qualitativo e quantitativo
Lamon (2005) apud Silvestre (2012) Spinillo (1993)	Relações de Covariância e Invariância entre grandezas Relações de primeira e segunda ordem
Chaim, Ilany; Keret (2008) Gitirana et al. (2014)	Relações multiplicativas com dois espaços de medida

Fonte: Elaboração própria

O raciocínio proporcional envolve quantas relações possíveis for capaz o ser humano de conseguir relacionar nas teorias matemáticas, nas outras ciências e nos vários contextos de sua experiência. A atenção que nos parece pertinente pontuar é que não deixa de ser mais uma forma de pensamento matemático e mostrar todas estas noções envolvidas nos auxiliam a

delimitar as particularidades dos conceitos relacionados com a proporcionalidade visando à construção das propostas de ensino.

2.3 A PROPORCIONALIDADE NOS DOCUMENTOS EDUCACIONAIS

Apresentaremos a noção de proporcionalidade em três documentos educacionais: a *Base Nacional Comum Curricular* - BNCC (BRASIL, 2017), os *Principles and Standards for School Mathematics* - NCTM (2000) e o *Programa de Matemática do Ensino Básico de Portugal* (ME, 2007).

Esses documentos foram escolhidos por serem atuais e por apresentarem discussões interessantes sobre a noção de proporcionalidade, orientando o ensino de matemática em três diferentes países (Brasil, Estados Unidos e Portugal). Esta parte complementa os diversos pontos que apresentamos em relação à estrutura e o conceito de proporcionalidade e, reforça nossa opção pelo estudo do raciocínio proporcional.

Nossa proposta é uma descrição dos documentos no que diz respeito aos principais elementos associados com o ato de raciocinar proporcionalmente. Estes documentos formalizam os objetos matemáticos a serem ensinados na Educação Básica e a partir deles focaremos na escolha de alguns, para que possam compor a atividade instrumentada a ser desenvolvida e aplicada nesta pesquisa como objeto de estudo do raciocínio proporcional.

2.3.1 Proporcionalidade na Base Nacional Comum Curricular – Brasil

O primeiro documento de nossa análise é o mais recente escrito educacional de nosso país, a *Base Nacional Comum Curricular* – BNCC, “um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.” (BRASIL, 2017, p. 7). O documento vem sendo debatido há anos e com expectativa elevada pelo âmbito acadêmico, devido ao fato dos documentos oficiais anteriores¹⁰ possuírem finalidade diferentes.

¹⁰ Por exemplo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998, 2002), as Diretrizes Curriculares Nacionais - DCN (BRASIL, 2013) e o Plano Nacional de Educação – PNE (BRASIL, 2014). Ambos há anos são utilizados em pesquisas acadêmicas devido à falta de um documento-base normativo como proposto na BNCC, por isso sua relevância.

Sem haver um rompimento com as ideias dos documentos anteriores, a BNCC surge como indicativo dos conhecimentos e competências que se espera dos estudantes na Educação Básica. Além dos aspectos de ensino e conceitos, o documento defende uma formação humana integral e valores para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, preconizadas desde a constituição¹¹ de 1988.

O documento apresenta dez competências gerais, em forma de objetivos norteadores, que se inter-relacionam e perpassam todos os componentes curriculares ao longo da Educação Básica.

No âmbito da BNCC, a noção de competência é utilizada no sentido da mobilização e aplicação dos conhecimentos escolares, entendidos de forma ampla (conceitos, procedimentos, valores e atitudes). Assim, ser competente significa ser capaz de, ao se defrontar com um problema, ativar e utilizar o conhecimento construído. (BRASIL, 2017, p. 16).

A BNCC também está estruturada explicitando as competências em cada etapa da escolaridade organizada pelos indicadores: Áreas do conhecimento; Competências específicas de área; Componentes curriculares e Competências específicas de componente.

As áreas do conhecimento se dividem em quatro: Linguagens; Ciências da Natureza; Ciências Humanas e a Matemática, nossa área em estudo. A partir dela chegamos nas “competências específicas de área, cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo dos nove anos. Essas competências explicitam como as dez competências gerais se expressam nessas áreas.” (BRASIL, 2017, p. 27). Estas competências específicas de área exclusivamente no caso da Matemática também já formam as competências específicas de componente, devido à área possuir apenas um componente curricular a própria Matemática.

Uma vez feito uma panorama geral da estrutura e surgimento da BNCC, nos atemos agora à parte específica da Matemática. A grande visão desta área é o desenvolvimento do letramento matemático pelos alunos, este “definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar” (BRASIL, 2017, p. 222). Estas competências fundamentais serão importantes no cruzamento de informações com outros documentos a analisar. A importância do letramento matemático está relacionada com as competências gerais, pois dá sentido ao aluno para a compreensão e atuação no mundo, além de seu desenvolvimento cognitivo, crítico e humano.

¹¹ BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil (1988). Promulgada em 05 de Outubro de 1988. Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivel_03/constituicao>

Para articular os saberes matemáticos com o letramento matemático o documento apresenta a importância dos processos matemáticos como organizadores da aprendizagem: resolução de problemas, a investigação, projetos, modelagem, ou seja, metodologias de ensino diversas.

O documento apresenta ainda as chamadas *ideias fundamentais*, conceitos como o de equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. São elementos que compõem a Matemática e permeiam vários domínios da mesma. Encontramos a proporcionalidade e, assim como descrevemos nos subcapítulos anteriores, estamos trabalhando com uma ideia de uso vasto no âmbito da Matemática.

A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo das operações com os números naturais, da representação fracionária dos números racionais, de áreas, de funções, probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2017, p. 224).

Iremos nos concentrar em apresentar a ideia de proporcionalidade articulada com os saberes matemáticos. Estes, se encontram divididos em cinco unidades temáticas: *Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; Probabilidade e estatística*. Em *Números* encontramos a proporcionalidade como uma das ideias para o desenvolvimento numérico. Por exemplo, nas tarefas com medições, os números naturais são insuficientes, indicando a necessidade dos números racionais, suas diversas relações e representações. Outro exemplo é o domínio do cálculo de porcentagem, incluindo o uso de tecnologias, as relações e os outros campos numéricos.

Na *Álgebra* as principais ideias fundamentais que ocorrem são: a noção de equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Todas refletem um campo fértil para um trabalho com relações quantitativas e interdependência de grandezas, sequências, regularidades e padrões.

Neste documento, com a divisão do Ensino Fundamental em Anos Iniciais e Anos Finais, são dispostos tanto as habilidades quanto os objetos de conhecimentos que devem nortear o desenvolvimento de competências. De fato,

Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de **habilidades**. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes **objetos de conhecimento** – aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em **unidades temáticas**. (BRASIL, 2017, p. 27, grifo do autor).

Assim a apresentação ocorre para cada ano de ensino, totalizando nove anos. Mesmo não sendo o nosso foco de estudo tratar do ensino dos Anos Iniciais, descreveremos o que os

documentos tratam com a finalidade da compreensão dos conceitos prévios do raciocínio proporcional envolvido.

Na parte dos Anos Iniciais encontramos quatro objetos de conhecimento que estão relacionados diretamente com o raciocínio proporcional. Curiosamente eles aparecem apenas a partir do quarto ano, sendo eles:

- problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida (EF04MA06);
- cálculo de porcentagens e representação fracionária (EF05MA06);
- grandezas diretamente proporcionais (EF05MA12);
- problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais (EF05MA13).

Os dois primeiros estão relacionados à unidade temática de Números e outros dois de Álgebra. Os primeiros versam sobre ideias do campo multiplicativo, na qual propõe como habilidade a resolução de problemas explorando estratégias, sabendo que nesta fase de ensino se cobram mais o cálculo mental e intuitivo. A proposta da porcentagem mostra o uso de um conceito matemático versátil, que, em suas habilidades esperadas, ocorre à associação de diferentes representações e estratégias.

Os últimos são objetos de conhecimento que envolvem o pensamento algébrico, uma iniciação de uma proposta de trabalho com relações proporcionais. Grandezas diretamente proporcionais possuem a habilidade de um trabalho com variação entre duas grandezas. Já a partilha, assim como a porcentagem, se mostra ser um conceito matemático interligado com muitos outros e de ligação estreita com o campo multiplicativo. A proposta de habilidade é a resolução de problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais e a compreensão da ideia de razão entre as partes e a parte e todo, como as ideias de Spinillo (1993).

Para os Anos Finais a proposta da BNCC (BRASIL, 2017) é uma intensificação do uso de estratégias diversas para mostrar os diferentes significados dos problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais. Também a compreensão dos processos matemáticos, visando o desenvolvimento das competências gerais propostas no documento. Os objetos de conhecimento relacionados com o raciocínio proporcional, em relação à proposta dos Anos Iniciais, se expandem e mostram uma maior variabilidade de conceitos matemáticos:

- frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração (EF06MA06);
- cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (EF06MA12);
- problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo (EF06MA14);
- linguagem algébrica: variável e incógnita (EF07MA10);
- problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais (EF07MA13);
- variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (EF08MA10);
- razão entre grandezas de espécies diferentes (EF09MA08).

Surgem as frações, relacionadas com a ideia de parte/todo, mas contribuindo para a compreensão das relações de equivalência e, por isso sua habilidade preterida é a compreensão, comparação e ordenação das mesmas. A porcentagem age como um objeto de conhecimento diferente daquele exposto nos Anos Iniciais, preocupados agora com as diversas estratégias possíveis, com base na ideia de proporcionalidade, sem ênfase no uso da regra de três. Ambos os objetos se encontram atrelados a temática dos Números.

Os demais objetos de conhecimento selecionados representam bem a hierarquia proposta pela temática da Álgebra para o raciocínio proporcional. Primeiro um ensino da distinção dos termos primordiais da linguagem algébrica, depois a habilidade de compreender que a variável é um termo para expressar a relação entre duas grandezas e, por fim, que a incógnita age como um termo desconhecido das equações.

Posteriormente temos o ensino das grandezas diretamente e inversamente proporcionais, representando a variação de proporcionalidade. Em seguida, temos a inclusão das situações não-proporcionais, para apreciação juntamente com as anteriores, sendo sua habilidade a compreensão da natureza variacional entre grandezas nas situações algébricas. Neste momento o sentido de covariação pode ser trabalhado. Por último, um trabalho com a invariância estabelecida nas relações entre grandezas diferentes, separando os termos taxa e razão, assim como os operadores escalar e funcional.

O documento da BNCC, apesar de quase duas décadas de diferença dos escritos que apresentaremos a seguir, observamos uma base ainda ‘tímida’, que precisa propor ações entre

os temas das unidade temáticas com as competências, processos e ideias fundamentais, que tornam os saberes ensináveis.

2.3.2 *Proporcionalidade nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar - EUA*

O segundo documento que analisamos são os *Principles and Standards for School Mathematics* ou Princípios e Normas para a Matemática Escolar do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM¹² (2000/2007). Um documento considerado um manual para a construção dos currículos de vários países, escrito por uma organização de profissionais internacionais, liderado por pesquisadores e professores americanos.

A escrita deste documento se iniciou em 1995 com o propósito de atualizar as versões anteriores¹³ sobre currículo, ensino e avaliação. A ideia foi trazer uma nova orientação (desenvolvimento curricular, das avaliações e dos materiais educativos).

Este documento apresenta em sua estrutura seis Princípios (características) e dez Normas (conteúdos e procedimentos) para a Matemática Escolar (Educação Básica). Os temas de conteúdo matemático são disposto em forma de ‘expectativas’, sendo incluso um conjunto de normas em forma de objetivos gerais. O documento em si é organizado em quatro partes, representantes da divisão das séries da Educação Básica americana (do pré-escolar até ao 2.º ano; do 3.º ao 5.º ano; do 6.º ao 8.º ano; e do 9.º ao 12.º ano).

O conjunto dos seis princípios são: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia. “Os princípios constituem afirmações que refletem os pressupostos básicos essenciais a uma educação matemática de elevada qualidade.” (NCTM, 2007, p. 7).

São apresentadas as seguintes dez Normas: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medida; Análise de Dados e Probabilidade; Resolução de Problemas; Raciocínio e Demonstração; Comunicação; Conexões e Representação. As cinco primeiras dizem respeito a temas de conteúdos matemáticos e as cinco últimas aos processos matemáticos. “As normas consistem em descrições daquilo que o ensino da matemática deverá tornar-se os alunos capazes de saber e fazer – afirmações do que é valorizado na educação matemática escolar.” (NCTM, 2007, p. 7).

¹² Segue a referência da versão original em inglês: NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM. Mas em nossa pesquisa utilizaremos as citações da versão traduzida pelos portugueses: NCTM (2007). *Princípios e Norma's para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

¹³ *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989). *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM, 1991). *Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995).

O objetivo do documento é propor uma perspectiva de uma Matemática para todos com aprendizagem de conceitos e processos matemáticos. “Todos os alunos devem ter a oportunidade e o apoio necessário para aprender matemática, com significado, com profundidade e compreensão.” (NCTM, 2007, p. 5). Este foco em detalhar *Princípios e Normas* está associado a um ensino visando à compreensão dos alunos, pois:

A matemática não é um conjunto de temas ou normas soltas, muito embora seja frequentemente dividida e apresentada dessa forma. Pelo contrário, a matemática é um campo de estudo integrado. Ver a matemática como um todo realça a necessidade de estudar e pensar nas conexões existentes no seio desta disciplina, tal como é refletido quer no currículo de um determinado ano de escolaridade quer entre diferentes níveis de ensino. [...] Como o Princípio do Ensino sublinha, a compreensão envolve o estabelecimento de conexões. Os professores deverão basear-se nas experiências prévias dos alunos e não repeti-las. (NCTM, 2007, p. 71).

Na tabela com as Normas e Expectativas, ao termos um olhar para as manifestações do raciocínio proporcional, buscaremos encontrar e analisar elementos que possamos confrontar com os demais documentos, para que possamos escolher os saberes matemáticos que irão compor nossas tarefas na atividade instrumentada.

Em relação às Normas em Números e Operações, selecionamos três expectativas (NCTM, 2007, p. 457) relacionadas ao raciocínio proporcional para turma do 6.º ao 8.º ano, sendo elas:

- trabalhar de forma flexível com frações, decimais e percentagens para resolver problemas;
- compreender e utilizar razões e proporções para representar relações quantitativas;
- desenvolver, analisar e explicar métodos de resolução de problemas que envolvam proporções, tais como razões equivalentes.

A primeira expectativa mostra a importância de um trabalho com diversos objetos matemáticos e que neles é possível não somente a manifestação do raciocínio proporcional como o desenvolvimento de estratégias matemáticas perante o aluno. “Do 6.º ao 8.º ano, é importante que os alunos adquiram flexibilidade na conversão de frações em decimais e percentagens, e vice-versa, e na ordenação e comparação de números racionais, utilizando uma diversidade de estratégias.” (NCTM, 2007, p. 36).

Frações, números decimais e porcentagens são um caminho para o ensino dos números racionais e, conseqüentemente, a oportunidade de um trabalho com as relações proporcionais. Por exemplo, as frações ganham destaque no documento devido suas potencialidades e

articulação dos Anos Iniciais para os Anos Finais da Educação Básica, de fato, como mostra a passagem a seguir:

Nestes anos, os alunos deverão ampliar o seu repertório de significados, representações e utilizações de números racionais negativos. Deverão reconhecer e usar frações não só como as usaram em anos anteriores – enquanto medidas, quantidades, partes da unidade, pontos numa reta numérica e divisões – mas, também, de novas maneiras. Por exemplo, deverão resolver problemas envolvendo razões (3 adultos para cada 8 alunos), taxas (marcar 3 golos em 8 remates à baliza) e operadores (multiplicar por $\frac{3}{8}$ significa obter um número que é $\frac{3}{8}$ do número inicial). (NCTM, 2007, p. 254).

Uma vez trabalhada a concepção de razão e taxa, assim como os operadores escalar e funcional, a segunda expectativa ganha não só aspectos quantitativos, mas qualitativos, de compreensão do raciocínio proporcional. “O trabalho com proporções constitui um ponto importante proposto nas Normas para os 2º e 3º ciclos. Os alunos deverão ser capazes de criar razões que lhes permitam comparar situações que envolvam pares de números [...]” (NCTM, 2007, p. 37).

Percebe-se na segunda e terceira expectativas um trabalho diferenciado com o conceito de razões, que enriquece os significados dos números racionais, culminando em uma aptidão voltada a compreensão da proporcionalidade. Conforme o documento:

A atenção dada ao desenvolvimento de flexibilidade no trabalho com números racionais contribui para a compreensão e destreza para lidar com a proporcionalidade. Esta destreza envolve muito mais do que a apresentação de uma igualdade entre duas razões e o cálculo do termo desconhecido. Envolve a identificação das quantidades que estão proporcionalmente relacionadas, e a utilização de números, tabelas, gráficos e equações como forma de raciocinar sobre as quantidades e suas relações. (NCTM, 2007, p. 255).

Ainda em Números e Operações, chamou nossa atenção duas expectativas programadas para os primeiros ciclos de ensino. Para o pré-escolar ao 2.º ano existe uma expectativa para que os alunos compreendam situações de multiplicação e divisão relacionadas com agrupamento e partilha. Este último objeto matemático também foi identificado na BNCC e sua relação com o campo multiplicativo reforça a proposta de um ensino intuitivo do raciocínio proporcional nos Anos Iniciais. “Ao resolverem problemas que exijam comparações multiplicativas os alunos adquirem prática no trabalho com razões, taxas e percentagens, o que contribui para a consolidação dos conhecimentos e para a familiarização com a proporcionalidade.” (NCTM, 2007, p. 253).

Já para o 3.º ao 5.º ano a expectativa é o reconhecimento pelo aluno de equivalências de números em formas de fração, decimais e percentagens. Este fato introduz a primeira expectativa que levantamos para turmas do 6.º ao 8.º ano, confirmando que “[...] nos 2º e 3º

ciclos, em parte como base para o seu trabalho com a proporcionalidade, os alunos deverão consolidar a sua compreensão das frações como representações de números.” (NCTM, 2007, p. 35). Por fim, não há menções claras de expectativas do 9.º ao 12.º ano.

Partindo para a Norma da Álgebra, selecionamos duas expectativas (NCTM, 2007, p. 459) para turmas do 6.º ao 8.º ano, sendo elas:

- desenvolver uma primeira compreensão conceptual das diferentes utilizações das variáveis;
- usar gráficos para analisar a natureza das variações de quantidades em relações lineares.

As escolhas foram devidas à concepção de que o estudo de variáveis e grandezas constitui um caminho propício para a compreensão do raciocínio proporcional. Além disso, a oportunidade de inclusão de diferentes representações, como o gráfico, novamente explora o quantitativo e o qualitativo das relações lineares. Todos estes conceitos são ressaltados no documento, como mostra a passagem a seguir:

A maioria dos alunos irá necessitar de prática na interpretação de relações entre quantidades, numa diversidade de problemas e contextos, antes de avançar para o trabalho com variáveis e expressões algébricas. A compreensão dos significados e das utilizações das variáveis desenvolvem-se gradualmente, à medida que os alunos criam e usam expressões simbólicas e as relacionam com representações verbais, em tabela e gráficas. (NCTM, 2007, p. 266).

Para que os alunos possuam conhecimentos prévios sobre a natureza das variações ao chegar no 3.º ciclo de ensino, os mesmos deverão ter uma base nos primeiros anos de estudo. Por isso, encontramos expectativas nas turmas de 3.º ao 5.º ano que dizem respeito à representação da noção de variável, o trabalho com simbolismo, incógnita, investigações entre variáveis e o estudo de taxas de variação. E as expectativas relacionadas à Álgebra só aumentam em outros níveis de ensino, sendo que:

A Norma da Álgebra dá ênfase às relações entre quantidades, incluindo funções; às formas de representar relações matemáticas; e à análise da variação. As relações funcionais podem ser expressas através de notação simbólica, o que permite que as ideias matemáticas complexas possam ser expressas sucintamente e as variações possam ser analisadas eficazmente. [...] Do 6º ao 8º ano, os alunos deverão ver a matemática como uma disciplina de ideias inter-relacionadas. No 2º e 3º ciclos, as principais ideias matemáticas encontram-se fortemente relacionadas e as ideias sobre números racionais, proporcionalidade e relações lineares irão preencher a maior parte de suas atividades matemática e do dia a dia. (NCTM, 2007, p. 39, 72).

Entre as demais Normas chamou nossa atenção duas expectativas referentes à Medida para turmas do 6.º ao 8.º ano. Elas incluem um trabalho com escalas usando razões/proporções e a resolução de problemas com grandezas derivadas (tais como velocidade e a densidade). Já

em Análise de Dados e Probabilidade há uma expectativa que inclui o uso da proporcionalidade juntamente com a probabilidade para formular e testar conjecturas de experimentos e simulações. Tais expectativas mostram a noção de proporcionalidade em conexões com as Normas, significando que nos Anos finais:

Os principais conteúdos matemáticos para estes anos de escolaridade – números racionais, proporcionalidade e relações lineares – estão, todos, intimamente ligados, de modo que, à medida que os alunos se vão deparando com conteúdos matemáticos novos e diversificados, vão encontrando muitas oportunidades de utilizarem e estabelecerem conexões. (NCTM, 2007, p. 324).

Concluimos colocando que os Princípios e Normas para a Matemática Escolar surgem com uma proposta que norteia a construção de inúmeros currículos e um período cronológico de muitas incertezas, devido à mudança de século.

2.3.3 *Proporcionalidade no Programa de Matemática do Ensino Básico - Portugal*

O terceiro e último documento que analisamos foi o *Programa de Matemática do Ensino Básico* de Portugal (ME, 2007), que surge dá necessidade de um reajustamento dos documentos educacionais anteriores deste país, em especial, o documento do Currículo Nacional do Ensino Básico, analisado na pesquisa de Silvestre e Ponte (2006). O ensino básico deste país é dividido em três ciclos e doze anos de escolaridade.

O documento apresenta as Finalidades e Objetivos gerais do ensino da Matemática, que definem as principais metas para este ensino e que são comuns aos três ciclos do ensino básico. Posteriormente são apresentados os Temas Matemáticos e as Capacidades Transversais. Por último as orientações metodológicas, indicações para a Gestão curricular e para a avaliação, além de indicações programáticas relativas a cada um dos ciclos, com os objetivos de aprendizagem. O ensino-aprendizagem se desenvolve em torno de quatro eixos temáticos fundamentais: o trabalho com os *Números e Operações, Álgebra, Geometria; Organização e Tratamento de dados*.

A proposta articula os temas matemáticos e as capacidades transversais, estas divididas em três: a *Resolução de problemas*, o *Raciocínio matemático* e a *Comunicação matemática*. Segundo o próprio documento, “[...] este programa não deve, assim, ser lido como um guia direto para o trabalho do professor em cada tema, mas sim como uma especificação dos assuntos que devem ser trabalhados e dos objetivos gerais e específicos a atingir.” (ME, 2007, p. 2). Os

objetivos gerais estão relacionados com as metas de aprendizagem para os alunos, as indicações metodológicas relacionadas com as tarefas e recursos visando os temas ou capacidades.

Os temas matemáticos são apresentados na tabela com Tópicos, Objetivos Específicos e Notas. O primeiro diz respeito aos os conceitos matemáticos a se trabalhar; o segundo seriam equivalentes aos objetos de conhecimento apresentado na BNCC ou as expectativas do NCTM; o terceiro equivalente as Habilidades da BNCC, ou seja, um detalhamento dos objetivos com sugestões metodológicas.

Uma vez exibido um panorama estrutural deste documento partimos para um olhar das manifestações do raciocínio proporcional. A intencionalidade é a descrição, análise, comparação e escolha para nossas articulações metodológicas. Deste documento descreveremos as análises dos eixos temáticos ‘Números e Operações’ e a ‘Álgebra’, pois os demais não apresentam relações claras com a proporcionalidade.

Para o 1º Ciclo, as primeiras manifestações surgem nos tópicos de multiplicação e divisão, no objetivo específico de compreensão dos conceitos de medida, partilha e razão. A sugestão metodológica é propor a resolução de problemas para cada situação. Percebe-se no final deste ciclo, ou seja, no 3.º e 4.º anos um preparo para as apreciações que virão no 2º Ciclo em relação ao campo multiplicativo.

Ainda no 1º Ciclo chama-nos atenção os tópicos das ‘sequências’ e os ‘números racionais não negativos’. O primeiro envolve problemas com o raciocínio proporcional com notas sugerindo trabalho com tabelas. O segundo leva em consideração apenas a exploração de frações com os significados de parte-todo e quociente. Assim temos uma oportunidade da continuação com tarefas de partilha discretas e contínuas. Para o 1º e 2º ciclos, o documento propõe que:

No 1.º ciclo trabalha-se com as estruturas multiplicativas e com os números racionais, o que constitui uma base para o desenvolvimento da noção de proporcionalidade. No 2.º ciclo, este assunto é aprofundado e sistematizado através da exploração de múltiplas situações que envolvem os conceitos de proporcionalidade direta, razão e proporção. (ME, 2007, p. 47).

Para o 2.º Ciclo um dos objetivos gerais de aprendizagem é a compreensão da noção de proporcionalidade e uso do raciocínio proporcional. Dentre os tópicos destacamos a porcentagem, com a compreensão de sua noção e relações com as diversas representações que podem estimular o raciocínio proporcional. “Um caso particular do pensamento algébrico, com grande presença em problemas do cotidiano dos alunos, é o pensamento proporcional (por exemplo, em percentagens e escalas).” (ME, 2007, p. 49).

Outro tópico é o ensino de expressões numéricas, mas especificamente as relações matemáticas através de equações. A proposta neste momento é a inserção da linguagem algébrica por meio dos diferentes usos da incógnita, constante e variável. A Álgebra praticamente domina as ações frente à aritmética do 1.º ciclo.

Posteriormente temos o tópico da variação, ou seja, um trabalho com a variação entre duas variáveis. Com o conceito de variação é possível fazer análises qualitativas e quantitativas das situações. Um exemplo sugerido pelo documento é um trabalho com crescimento aritmético e geométrico.

Por fim, o último tópico do 2.º Ciclo é a própria proporcionalidade. Dentre os objetivos específicos destacamos:

As noções de relação e variação associadas a sequências, padrões numéricos e não numéricos, e à proporcionalidade direta. A relação de proporcionalidade direta é um conceito importante no desenvolvimento do pensamento algébrico tanto mais que está presente em muitas situações do cotidiano dos alunos, envolvendo, por exemplo, problemas de natureza multiplicativa (nas compras, nas receitas culinárias), percentagens e escalas. Os alunos devem distinguir a relação de proporcionalidade direta de outros tipos de relações, usando umas e outras para fazer previsões. (ME, 2007, p. 46)

Dentre as orientações metodológicas destacamos do documento, a distinção de situações que envolve estes objetivos, como as situações não proporcionais das proporcionais, por meio das taxas, além do uso de recursos com tabelas e gráficos.

Chegamos ao 3.º Ciclo e a relação com o raciocínio proporcional está em torno da compreensão do conceito de função como objetivo geral de aprendizagem e a capacidade de usar situações de proporcionalidade direta e inversa. De fato, o documento expressa que “no 3.º ciclo, alarga-se e aprofunda-se o estudo da variação e das relações, nomeadamente da proporcionalidade direta – [...] e introduz-se a proporcionalidade inversa, ambas trabalhadas como funções.” (ME, 2007, p. 61).

Logo o tópico de conceito predominante é a proporcionalidade direta e inversa como funções, sendo desmembrado em análises de funções como $y = k.x$ e $y = k/x$ ou as relações de função linear com a proporcionalidade direta. As notas de orientação do Programa norteiam o estudo do conceito de função com relação entre variáveis e propõe a análise de gráficos com situações do cotidiano dos alunos relacionado à proporcionalidade direta e inversa.

Resumidamente, o tema Números e Operações surge em todos os ciclos. O seu estudo tem por base as mesmas Normas do NCTM (2000), além do desenvolvimento do sentido de número. Já na Álgebra o estudo foca no 1.º Ciclo as sequências, relações entre números, operações e propriedades geométricas; no 2.º Ciclo começa as especificidades, como o estudo

de padrões, regularidades e da proporcionalidade direta como igualdade entre duas razões. Por fim, no 3.º Ciclo o foco é a linguagem algébrica perspectivando o estudo dos diversos tipos de relações matemáticas e situações de variação.

Os três documentos analisados mesmo com termos diferentes trazem visões similares da noção de proporcionalidade e possuem objetivos centrais visando à formação cidadã do aluno, escritos sob a forma de *competências gerais* (BRASIL, 2017), *princípios* (NCTM 2000) ou *finalidades* (ME, 2007). Pensando nos objetos matemáticos, temos as temáticas da Matemática divididas em *unidades* (BRASIL, 2017), *normas de conteúdos* (NCTM 2000) ou *eixos* (ME, 2007). Por fim, as manifestações desses objetos interagem com outros objetos rotulados como estratégias, tanto metodológicas quanto processuais, que merecem atenção nos documentos sob a forma de *processos matemáticos* (BRASIL, 2017), *capacidades transversais* (ME, 2007) ou *normas de procedimentos* (NCTM 2000).

2.4 O OBJETO EM ESTUDO NA PESQUISA

Por intermédio dos três subcapítulos anteriores, buscávamos desvendar o que está em jogo ao se investigar o tema de proporcionalidade e chegamos à conclusão que o princípio de proporcionalidade pode ser entendido como um campo conceitual próprio. Este, possui conceitos primários (razão, proporção e taxa), secundários (equações com números reais com ênfase em grandezas e variáveis, funções lineares, frações, entre outros) e de ligações matemáticas (comparações numéricas, relações de primeira e segunda ordem, propriedades lineares, representações, entre outros), nas quais seu ensino mobiliza vários conceitos, representações e situações involuntariamente.

Considerando-se que para adquirir um conceito é preciso interagir com várias situações (problemas, tarefas, atividades, jogos, ...), e se também se levar em conta que em uma situação há vários conceitos envolvidos, não faz sentido a referência à formação de um conceito isolado, mas sim a um campo composto por diversos conceitos, representações e situações que se articulam, formando-se o que se denomina de um campo conceitual. (GITIRANA, et al. 2014, p.10).

Por isso, ao investigar o princípio de proporcionalidade o raciocínio proporcional deve ser o objeto em estudo em atividades com alunos, porque representa conceitos cognitivos e operatórios deste princípio. Assim, decidimos por uma proposta de ensino e aprendizagem, escolhendo alguns objetos matemáticos, que melhor contemplam os conceitos do campo

conceitual de proporcionalidade, que irão permear nossas tarefas mediadas pelo instrumento Excel.

Para esta escolha, a BNCC (BRASIL, 2017) foi o guia, pois representa o documento educacional de nosso país e descreve objetos matemáticos em forma de objetos de conhecimento. Caso considerássemos só o que foi descrito no subcapítulo dos documentos educacionais, não seria suficiente nosso entendimento do objeto em estudo, pois os mesmos não são claros quanto a importância do aspectos cognitivos e das relações existentes entre os conceitos primários e secundários. Portanto, essa escolha é baseada na análise dos componentes e características do raciocínio proporcional e num olhar em suas conceituações Quadro 1, p. 30, refletido nos objetos de conhecimento no documento da BNCC (BRASIL, 2017).

Os objetos matemáticos para compor nossa proposta pedagógica, são: os conceitos de *Partilha*, *Variável*, *Covariância* e *Invariância*. Cada um destes objetos de conhecimento se encontra na orientação de ensino para todos os Anos Finais do Ensino Fundamental. Ao reuni-las, buscamos consolidar o raciocínio proporcional de alunos deste nível escolar. Alguns alunos podem ter estudado ou mesmo compreendido alguns conceitos e outros não, por isso trabalhamos com o raciocínio proporcional.

Para o conceito de *Partilha*, pensamos em um resgate do ensino programado para os Anos Iniciais que é apresentado com unanimidade pelos documentos. Neles é explicada a importância da compreensão de seu sentido por meio de situações e problemas no campo multiplicativo. É possível o ensino de partilha equitativa; significados parte-parte e parte-todo; sua relação com números racionais, frações e razões; e o trabalho com quantidades desiguais e em múltiplos. Como nosso trabalho foi realizado nos Anos Finais do Ensino Fundamental, materializamos nossa proposta considerando o seguinte objeto de conhecimento e habilidade expressos na BNCC (BRASIL, 2017):

Objeto de Conhecimento: Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre partes e o todo.
Habilidade (EF06MA14): Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. (BRASIL, 2017, p. 256-257).

Quanto ao conceito de *Variável*, este surge da possibilidade de inserção da linguagem algébrica no contexto da proporcionalidade. Só há menções de ensino para esta temática nos Anos Iniciais no documento do NCTM (2007), no qual trata de três expectativas. A primeira o aluno precisa começar a representar a noção de variável, enquanto quantidade desconhecida, através de letra ou símbolo; a segunda trata de um trabalho de investigação das variáveis em

uma variação de grandezas; a terceira um trabalho específico com taxas de variação, na distinção dos casos constantes ou variáveis. Nesta pesquisa não assumimos a posição da primeira expectativa.

Considerando estas prerrogativas, vislumbramos um caminho para o ensino da proporcionalidade intuitivamente, por meio dos simbolismos, das variáveis, grandezas, taxas e distinção até mesmo de incógnitas. Para os Anos Finais, todos os documentos enfatizam a linguagem algébrica com o raciocínio proporcional, incluindo o ensino de relações matemáticas através de equações e os diferentes usos do simbolismo (incógnita, constante e variável). Logo materializamos nossa proposta considerando o seguinte objeto de conhecimento e habilidade expressos na BNCC (BRASIL, 2017):

Objeto de Conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita. Habilidade (EF07MA10): Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (BRASIL, 2017, p. 260-261).

Chegamos ao conceito de *Covariância*, o qual pode ser despontado nas diferentes relações trabalhadas em uma atividade. Em nosso caso, priorizaremos os conceitos de Razão e Proporção em situações de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, além das não proporcionais em forma de contraexemplos. Tal conceito se situa tanto na temática de Números quanto na Álgebra propostos na BNCC.

As principais expectativas são que os alunos compreendam as razões e proporções para representar as relações quantitativas. Para tanto é importante que se faça análises das situações de variação, observando também os aspectos qualitativos. Neste momento surgem os métodos de resolução que envolvem proporções por meio de razões equivalentes. Adiante o objeto de conhecimento e habilidades escolhidos da BNCC (BRASIL, 2017):

Objeto de Conhecimento: Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Habilidade (EF08MA10): Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. Habilidade (EF08MA11): Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (BRASIL, 2017, p. 264-265).

Por fim o conceito de *Invariância* emergente no ensino ao distinguir razão da constante de proporcionalidade (taxa), ou o uso da estratégia escalar perante a funcional. Transcende os limites de Números e Álgebra, ocupando espaço na temática de Grandezas e Medidas, ao incluir diversos problemas com grandezas derivadas. Vislumbramos a possibilidade de um ensino intuitivo de funções, devido ao trabalho com as relações entre variáveis e as fórmulas das

relações lineares diretas e inversas. Consideramos o seguinte objeto de conhecimento e habilidade expressos na BNCC (BRASIL, 2017):

Objeto de Conhecimento: Razão entre grandezas de espécies diferentes. Habilidade (EF09MA07): Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. (BRASIL, 2017, p. 268-269).

Assim, finalizamos os objetos de conhecimento e habilidades que escolhemos junto a BNCC (BRASIL, 2017) que irão nortear nosso trabalho mediado pelo Instrumento Excel. Uma sugestão dos documentos é a exploração de tabelas e gráficos, para auxiliar o raciocínio proporcional, sendo um ponto positivo para o instrumento, devido as suas ferramentas. A forma como estes objetos e habilidades serão planejadas ficarão a cargo dos procedimentos metodológicos que serão explicitados mais adiante neste texto.

Assim, nossa proposta dá condições de mobilizações numéricas e não numéricas, tão importante para o trabalho dos significados das variáveis e grandezas envolvidas. Os sentidos de covariação e invariância podem ser explorados por todos os objetos matemáticos.

Os autores Baroody e Coslick¹⁴ (1998 apud SILVESTRE; PONTE, 2006), indicam três fases no ensino das Proporções, que podem servir de parâmetro para a construção das atividades, sendo elas: a *conceitual*, a *conectiva* e a *simbólica*, Quadro 2.

Quadro 2 – As Fases e seus respectivos Objetivos

Conceitual	Conectiva	Simbólica
<ul style="list-style-type: none"> - Fomentar o raciocínio qualitativo nas questões sobre proporcionalidade nos alunos; - Introduzir e desenvolver o raciocínio proporcional utilizando problemas contextualizados; - Propor uma variedade de problemas; - Encorajar os alunos a desenvolver estratégias próprias para resolver os problemas com situações proporcionais. 	<ul style="list-style-type: none"> - Encorajar os alunos a sintetizar as situações problemáticas com símbolos, a desenhar figuras e esquemas que ajudem a problemas; - Desenvolver uma compreensão explícita sobre proporções, que poderá ser conseguido ao enfatizar as características matemáticas das situações que envolvem relações proporcionais. 	<ul style="list-style-type: none"> - Discutir os formatos de representação; - A etiquetar as suas soluções simbólicas para se certificarem que as proporções estão corretas.

Fonte: Adaptado de Baroody e Coslick (1998 apud SILVESTRE; PONTE, 2006)

Nas reflexões feitas sobre elas, as caracterizamos do seguinte modo: a fase conceitual espera-se o uso de estratégias informais, numa grande variedade de situações didáticas, explicitando raciocínios que sustentem o raciocínio proporcional; a fase conectiva avança nas estratégias visando um simbolismo matemático mais formal, continuando a compreensão

¹⁴Baroody, A.J., & Coslick, R.T. (1998). Fostering children's mathematical power: Aninvestigative approach in K-8 mathematics instruction. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

subjetiva das relações proporcionais; e pôr fim a fase simbólica nada mais é do que a autonomia por parte dos alunos em conjecturar e usar suas representações e soluções.

No processo de aprendizagem, segundo Gitirana et al. (2014), é preciso considerar duas ferramentas: a competência e a concepção, perpassadas pela ideia de situação. Ambas serão consideradas nas análises das relações entre os polos do processo da nossa gênese instrumental. “A competência refere-se à capacidade de mobilizar concepções para se obter êxito em certas situações.” (GITIRANA, et al. 2014, p. 16). São as ações de forma que a partir delas são medidas a interação do sujeito com a situação. Já as concepções são formadas pelas reflexões das informações absorvidas da ação de decodificação, sendo estas apresentadas em rótulos nas situações. “As concepções surgem das ações realizadas pelo estudante ao interagir com as situações.” (GITIRANA, et al. 2014, p. 38). Ambas justificam a presença de inúmeras situações para o discernimento do que sejam os conceitos estudados.

A competência, segundo Gitirana et al. (2014, p. 18), pode ser avaliada em tarefas de Matemática por três aspectos:

- análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta;
- análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante;
- análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema em uma situação particular.

É nas palavras de Gitirana et al. (2014) que nos espelhamos para realizar uma proposta pedagógica, que em sua totalidade, reflita um campo conceitual, não especificamente multiplicativo, mas de conceitos e relações que representam o ato de raciocinar proporcionalmente. Pensando nas ‘situações’, o uso do Excel é visto como instrumento mediador das atividades com os alunos.

2.5 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

Neste momento apresentaremos pesquisas que investigaram alguns objetos matemáticos relacionados com a noção de proporcionalidade ou que priorizaram o raciocínio proporcional (NUNES, 2003; SILVESTRE; PONTE, 2006; SILVESTRE, 2012; COSTA; ALLEVATO,

2015; CASTRO, 2016). Também buscamos confirmar a relevância em investigar a tríade: Teoria da Instrumentação, Excel e o raciocínio proporcional proposto nesta pesquisa.

Em Portugal encontramos nas *Atas do XVI Encontro de Investigação em Educação Matemática*, um artigo dos portugueses Silvestre e Ponte (2006), que articularam uma experiência de ensino com a proporcionalidade no Ensino Básico. O objetivo do pesquisadores no referido estudo era compreender como se desenvolve a aprendizagem do conceito de proporcionalidade nos alunos do 6º Ano. Para tanto foram utilizadas tarefas contextualizadas com ênfase na resolução de problemas, exercícios e investigações. Temos um bom modelo de ensino sobre a temática, mas que difere da nossa pesquisa por este possuir um foco exclusivo nas estratégias e sistemas de representação dos alunos, além dos mesmos serem de uma série inferior à nossa.

Os objetos matemáticos que foram considerados no campo de proporcionalidade da citada pesquisa versam sobre as relações de proporcionalidade direta; constante de proporcionalidade, refletindo as operações envolvidas e as características da representação gráfica; razão e proporção; porcentagens; escalas e relações não-proporcionais. Considera-se o conceito de proporcionalidade um paradigma básico em todos os domínios da matemática.

Na análise dos resultados, as representações (tabelas) e as estratégias (método da fração, fator escalar e produto cruzado) utilizadas pelos alunos foram o foco. Estes dois aspectos tornaram a experiência de ensino um ponto positivo para os alunos ao tentarem dar significados aos seus trabalhos. Logo, a nossa intencionalidade parte das ideias destes autores portugueses, acrescidos de uma proposta com a Teoria da Instrumentação, a consideração também de nossas bases documentais e o foco no instrumento com as relações instrumentais para caracterização dos processos da gênese instrumental.

No periódico brasileiro da *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - Em Teia*, encontramos o artigo dos autores Costa e Allevato (2015) que desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de apresentar a proporcionalidade como eixo de conexão entre os conteúdos matemáticos. Isto representa bem a complexidade que estamos buscando clarificar, além da importância das conexões matemáticas tão preconizadas nos documentos educacionais.

Temos um trabalho com formação inicial de professores, mas com foco em diferentes objetos matemáticos do campo da proporcionalidade: relações no Teorema de Tales; função

afim e conceitos da Trigonometria. A metodologia é baseada no ensino-aprendizagem-avaliação¹⁵ através da resolução de problemas pelos futuros professores.

Os resultados mostram uma carência de conhecimentos em relação aos conteúdos por parte dos licenciandos e dúvidas em relação a ‘quando’ (ano escolar) e ‘como’ deveriam ensinar tal conteúdo; os pesquisadores observaram que o conceito de proporcionalidade ainda é marcado por um ensino ‘mecanicista’, tendo, na maioria das vezes, o algoritmo da regra de três como ‘única’ estratégia de resolução de problemas. Apesar desta predominância, os (futuros) professores foram mobilizando novas estratégias de resolução de problemas a partir da pesquisa.

Na Psicologia da Educação Matemática, tivemos acesso a uma entrevista com a psicóloga Terezinha Nunes (2003) para a *Revista Nova Escola*, na qual a entrevistada revelou que a proporcionalidade é condição essencial para a aprendizagem da Matemática. No Departamento de Psicologia da *Oxford Brookes University*, a pesquisadora estuda como nasce nas pessoas o pensamento matemático, revelando que o segredo é o estudo dos esquemas dos sujeitos (VERGNAUD, 1986) que independem da escolarização.

Quando era pesquisadora na Universidade Federal de Pernambuco, trabalhou com operários que mal sabiam escrever, mas entendiam muito de escala. Sua filosofia de trabalho é buscar os esquemas que crianças, vendedores, trabalhadores rurais e da cidade, de diferentes seguimentos possuem da proporcionalidade com relação ao seu ambiente de trabalho. A proporcionalidade é vista como conceito central da Matemática, possui origem em relações entre duas variáveis. Envolve tanto frações como multiplicação, está presente em todas as ciências e faz parte do dia-a-dia. Sua origem é o raciocínio multiplicativo usando o raciocínio de correspondência que estimula na mente do aluno uma representação da relação entre duas variáveis.

Dando seqüências aos estudos de João Pedro da Ponte, em sua tese Silvestre (2012) elaborou um trabalho similar àquele de 2006, mas com maior ênfase nos objetos matemáticos de Covariância e Invariância. Vale salientar que são dois conceitos que iremos abordar em nossas mediações. Inicialmente foi aplicado um teste diagnóstico com alunos do 6º Ano, seguido de um trabalho com atividades investigativas, exploratórias e problemas matemáticos. A análise dos dados foca nas estratégias Escalar e Funcional. Os resultados mostram que, antes da unidade de ensino, os alunos tendem a usar estratégias não-proporcionais e pré-proporcionais

¹⁵ ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através de resolução de Problemas. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>. Acesso em: 11 maio 2011.

na resolução dos problemas de valor omissivo e de comparação, nem sempre com sucesso. Ao final da unidade de ensino, revelam tendência para usar estratégias proporcionais, nomeadamente a estratégia escalar na resolução de problemas de valor omissivo e a estratégia funcional.

Pensando em elucidar melhor os conceitos de Covariância e Invariância, apresentamos a tese de Castro (2016). O objetivo da pesquisa era analisar as contribuições de uma metodologia de intervenção, com grupo controle e grupo experimental, e suporte em tecnologias digitais para o desenvolvimento do conceito de covariação presente nas estruturas multiplicativas.

A pesquisa foi fundamentada nas contribuições das múltiplas representações para a aprendizagem. Os dados foram analisados de modo a conhecer e compreender o desempenho dos alunos antes e após as atividades; os teoremas-em-ação (elementos constituintes do conceito de esquema introduzido por Piaget e Vergnaud) mobilizados durante a intervenção e suas evoluções; e as contribuições das tecnologias usadas para a compreensão do conceito de covariação.

Os estudantes submetidos à intervenção apresentaram, estatisticamente, um desempenho superior ao grupo controle. Constatou-se, ainda, a modificação de esquemas por meio de estratégias mais elaboradas. As tecnologias digitais utilizadas contribuíram para a compreensão da invariância e covariação, ao relacionar múltiplas representações de forma dinâmica, possibilitando a produção de conhecimento e a significação de contextos sociais e matemáticos.

2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

A noção de proporcionalidade foi revelada como um dos princípios gerais da Matemática, no mesmo patamar do estudo das noções de equivalências, ordenações e representações. Logo possui um sentido amplo e complexo, composto de inúmeros objetos matemáticos, situações e relações.

Ficou clara a diferença entre algumas concepções que o tratam como conteúdo isolado (igualmente ensinado na Educação Básica) desprovido das conexões matemáticas. Por isso apresentamos elementos que caracterizam o raciocínio proporcional em todos os blocos de

conteúdos da Matemática. “No contexto escolar, o raciocínio proporcional é importante para a aprendizagem da Álgebra, Geometria e Trigonometria e de outras disciplinas como a Física e a Química.” (SILVESTRE; PONTE, 2006, p. 1).

Na literatura sobre a temática, encontramos relações íntimas com o campo multiplicativo; estruturamos objetos matemáticos, as estratégias; apresentamos um olhar em documentos educacionais; realizamos a revisão da literatura e; por fim concluímos que sua compreensão perpassa pelo entendimento do ato de raciocinar proporcionalmente, como defende alguns pesquisadores (LESH; POST; BEHR, 1988; SPINILLO, 1993; LAMON, 2005 apud SILVESTRE, 2012; CHAIM; ILANY; KERET, 2008; VAN DE WALLE, 2009; MARANHÃO; MACHADO, 2011).

Através da *Base Nacional Comum Curricular - BNCC* (BRASIL, 2017), dos *Principles and Standards for School Mathematics - NCTM* (2000) e do *Programa de Matemática do Ensino Básico* de Portugal (ME, 2007), confrontamos os diferentes modos que atualmente se articulam a noção de proporcionalidade em documentos-base para pesquisas.

Realizamos uma análise das manifestações do raciocínio proporcional entre os documentos, no qual culminou na escolha de quatro objetos matemáticos para investigarmos mais afundo, conforme o Quadro 3. Cada um deles foi justificado neste capítulo

Quadro 3 – Os quatro objetos de conhecimento selecionados para a pesquisa

Conceito Matemático	Objetos do Conhecimento	Escolha de Habilidades envolvidas
Partilha	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre partes e o todo.	(EF06MA14): Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
Variável	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA10): Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Covariância	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA10): Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA11): Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
Invariância	Razão entre grandezas de espécies diferentes. Habilidade	(EF09MA07): Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica

Fonte: Elaboração própria

A Teoria da Instrumentação analisa e conceitua as atividades de seres humanos com instrumentos, sendo “[...] sua característica definidora, precisamente, a presença de seres humanos e suas atividades”. (RABARDEL, 1995a, p. 9). Ela assume um ponto de vista psicológico, o instrumento como uma entidade mista, de artefatos e esquemas. Pretende esclarecer, do ponto de vista instrumental, os conceitos de artefatos e esquemas dos sujeitos, além dos processos que moldam os instrumentos pelo sujeito, a gênese instrumental. “Isso significa que a constituição da entidade instrumental é o produto da atividade do sujeito”. (RABARDEL, 1995a, p. 95).

Ao estudar tal teoria, descobrimos sua abrangência em campos sociais que envolvem trabalho, educação e vida cotidiana; e campos científicos, como a psicologia, a didática e a ergonomia. A partir do estudo exaustivo das diferentes concepções da noção de instrumento ao longo da ciência, apresentados por Pierre Rabardel¹⁶ (1995a, 1995b), a abordagem instrumental atualmente se encontra relevante nas pesquisas brasileiras (SALAZAR, 2009; VITA, 2012; ALENCAR, 2012; PADILHA, 2013; ROCHA, K., 2014; MATEUS, 2014; ARAUJO, 2014; RICIOLLI, 2015; NETO, 2015; ASSIS, 2017).

A Teoria da Instrumentação desenvolvida por Rabardel (1995a, 1995b) é composta por elementos teóricos direcionados a compreensão das ações do sujeito mediados por instrumentos. Neste cenário as atenções são voltadas para as manifestações desse (s) sujeito (s), que irão se centralizar em seus esquemas; da compreensão dos instrumentos em si e para a coletividade da situação; da existência e aprendizagem de um objeto em estudo e as diversas interações entre estes polos: sujeito, instrumento e objeto.

Neste capítulo discutimos a Teoria da Instrumentação considerando a perspectiva assumida da abordagem antropocêntrica, partindo do conceito de Ergonomia; a noção de artefato, esquemas e instrumento; o processo de gênese instrumental; os tipos de mediações; o modelo S.A.I; a revisão da literatura relacionada com a teoria e uma síntese final.

¹⁶ Sua principal obra estudada para esta dissertação foi a **Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains**, publicada em 1995a. Devido à nossa dificuldade em traduzir certos trechos, foi utilizado, em alguns momentos, o mesmo livro traduzido em inglês, **People and Technology a cognitive approach to contemporary instruments** (Traduzido por Heidi Wood), de 2002. Mas as citações foram todas nomeadas e paginadas segundo a obra original em francês de 1995a.

3.1 O PERCURSO CONCEITUAL ATÉ A NOÇÃO DE ARTEFATOS

A Teoria da Instrumentação, proposta por Rabardel (1995a) surge ao ser pensada e construída com bases no campo da Ergonomia Cognitiva. Sobre ela a autora Vita (2012, p. 51), considera uma “área do conhecimento que investiga os processos mentais, a percepção, a memória, o raciocínio, as respostas motoras, as interações entre as pessoas e outros componentes de um sistema.”

A partir das contribuições deste campo e dos estudos difundidos por Vygotsky, o autor Pierre Rabardel (1995a) formula a Teoria da Instrumentação, com ênfase em três polos: o sujeito, o instrumento e o objeto. Estes são envolvidos na forma de utilização dos instrumentos como mediadores para o alcance do objeto em estudo pelos sujeitos.

Mas o campo da Ergonomia Cognitiva é amplo, sendo utilizado em várias ciências, e na teoria em estudo, “[...] inscreve-se como uma contribuição para a reflexão teórica e a análise empírica das relações homem – sistema técnico, centradas no homem e observadas do ponto de vista de seu engajamento nas atividades e ações reais; de seu contexto de trabalho; ou no cotidiano.” (RABARDEL, 1995a, p. 23).

Pelas palavras iniciais do capítulo, observamos que os termos ‘sujeito’ e ‘instrumento’ são polos principais da teoria e, portanto, situá-los no ambiente de interações nos faz assumir uma posição de dominante e dominado, entre um e o outro. Rabardel (1995a) apresenta a existência de duas abordagens nas quais o homem e os instrumentos ocupam posições diferentes: a tecnocêntrica e a antropocêntrica. Na abordagem tecnocêntrica, “o homem ocupa uma posição secundária frente à técnica” e na antropocêntrica “o homem ocupa uma posição central a partir da qual são pensadas as relações com as técnicas, com as máquinas e os sistemas.” (RABARDEL, 1995a, p. 12).

A técnica mencionada, nada mais é do que o conjunto de ferramentas, objetos técnicos concretos, dispositivos e outros termos que são propícios a serem usados, como mediadores, auxiliando o sujeito em seus objetivos. As ferramentas e recursos auxiliam nas estratégias do sujeito em determinadas funções na atividade. Estes sistemas técnicos representam a coletividade das tecnologias em uso, e na presente teoria são consideradas todas como artefatos. A ideia é a evolução dos artefatos, criado por seus construtores com um status social, para agora possuir um status de instrumento da atividade.

É na predominância das concepções do sujeito e de seu desenvolvimento cognitivo, que foi feita a escolha pela abordagem antropocêntrica na atividade pela teoria, sem ignorar a importância dos sistemas técnicos envolvidos e do objeto em estudo, representante de um saber. “Uma problemática instrumental é necessariamente centrada em humanos e baseada em uma opção antropocêntrica”. (RABARDEL, 1995a, p. 9). O importante é o meio criado para a atividade, que em nosso caso, constitui uma situação de aprendizagem em um ambiente de sala de aula.

Como estamos falando do estudo das relações instrumentais que os indivíduos mantêm, na ação, com os artefatos, nos faz necessário, conceituar agora os termos específicos da Teoria da Instrumentação. A proposta é a compreensão dos papéis e relações existentes entre os polos na atividade.

Inicialmente temos o artefato, concebido, criado e indicado para o uso de usuários/sujeitos com a finalidade de responder objetivos pré-estabelecidos por seus criadores. De acordo com Rabardel (1995a), os artefatos se constituem na forma tanto material quanto simbólica. Em nossa pesquisa o Excel representa um artefato simbólico, munido de várias ferramentas, atuante em um computador, este representante de um artefato material, com seus periféricos (também artefatos materiais).

Com o tempo e no decorrer de várias situações de aprendizagem, este artefato assume novas funções, novas ferramentas, constituindo um instrumento em cada contexto, devido às subjetividades dos sujeitos, no ato de apropriação. Funções, ferramentas e concepções são reformuladas de acordo com os objetivos e experiências dos sujeitos. Logo o artefato “[...] é instituído como instrumento pelo sujeito que lhe atribui o status de meio de sua ação orientada para o que, neste momento, tem para ele o status de objeto.” (RABARDEL, 1995a, p. 173).

O mesmo autor ainda considera o artefato um termo neutro, para que possa designar um amplo conjunto de objetos que podem vir a se tornar instrumentos pela atividade humana. O termo neutro é adequado, pois o sujeito faz do mesmo como meio de suas ações, adquirindo sentido específico em cada ação. “Os artefatos são considerados como ferramentas que auxiliam o agir do professor, desde os mais simples, como o quadro-negro e o giz, aos mais sofisticados mecanismos tecnológicos, como computador, internet, entre outros.” (RICIOLLI, 2015, p. 69).

O termo artefato apenas se enquadra na concepção de objeto técnico, ao pensarmos diferentes tipos de relação do sujeito com esse objeto. Ao envolver em uma dada situação de atividade, aspectos cognitivos, psicológicos e sociais, emergem, em vias de constituição,

formando na situação de aprendizagem uma modelização de um instrumento, único do contexto.

Conforme Rabardel (1995a), o uso dos objetos permite a realização de novas atividades. A cada atividade e um mesmo objeto, temos cenários novos, funções novas para o artefato, desenvolvimentos diferentes nas atividades, pensadas no uso de um novo instrumento. Ao mesmo tempo, pensamos que descrever um destes cenários em uma pesquisa científica, serve como incentivo para que o mesmo artefato continue a ser explorado e instituído como um possível instrumento.

O artefato é visto na abordagem instrumental com um meio social e cultural, único do sujeito, que faz parte também dos seus anseios. O ato de apropriação gera novas propriedades ao artefato, transformando-o. A utilidade do artefato depende da situação de atividade, composta por suas tarefas e o modo em uso (RABARDEL, 1995a).

Os artefatos em uma atividade humana podem assumir uma função mediadora, transformando-a em uma atividade instrumental. Em Béguin e Rabardel (2000, p. 175, tradução nossa) “uma atividade consiste em agir sobre um objeto a fim de atingir um objetivo e dar forma concreta a um motivo”. A atividade instrumental, portanto, se constitui, pela relação do instrumento, sujeito e objeto em estudo, sendo passível de análise, como proposto nesta dissertação.

A escolha do Excel como artefato a ser usado nessa pesquisa, está associada a possibilidade de os sujeitos trabalharem em uma abordagem antropocêntrica, considerando suas competências e desenvolvimento cognitivo. “O professor, ao criar condições de uso dos artefatos digitais na escola pública e apropriar-se deles, mostra que isso não é apenas um modismo, mas uma necessidade.” (RICIOLLI, 2015, p. 66). A intenção é incorporar ao contexto o ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos relacionados ao raciocínio proporcional, por meio de um artefato, explicitando suas potencialidades e discutindo novas possibilidades de uso.

3.2 O CONCEITO DE ESQUEMAS NA TEORIA INSTRUMENTAL

Uma vez que apresentamos o conceito de artefato, precisamos agora ter um olhar para a parte psicológica do instrumento, com isto, examinaremos o conceito de esquema com base

principalmente em Vergnaud (1986, 1996, 2009). Ressaltaremos a abordagem psicológica estrutural inicial de Piaget, e em seguida, situaremos o conceito na perspectiva da abordagem instrumental de Pierre Rabardel.

Antes mesmo de discorrermos a noção de esquema em Vergnaud, o psicólogo Piaget, já conceituava o termo ao analisar o nascimento da inteligência dos sujeitos em sua dimensão sensório-motora. “Os esquemas constituem meios que permitem ao sujeito assimilar as situações e objetos com os quais se confronta”. (PIAGET, 1936¹⁷ apud RABARDEL, 1995a, p. 79). Sendo, em si próprio, o produto da atividade de assimilação.

Os estudos de Piaget impulsionaram as ideias de Gerard Vergnaud (1996) que, de modo geral, define esquema como uma organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações. Este comportamento assume diferentes funções, devido às características e particularidades das situações. Por isso seus estudos sobre a *Teoria dos Campos Conceituais - TCC*¹⁸, não objetiva apenas o desenvolvimento de conceitos matemáticos, conceptualização do real, mas propicia uma estrutura para as pesquisas sobre atividades cognitivas, em especial, aprendizagens científicas.

Os esquemas são, em geral, eficazes (efeito desejado, eficiente), mas nem sempre permanentes (efetivos, fixos), logo, estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas. “Com Piaget, podemos dizer que os esquemas se encontram no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação.” (VERGNAUD, 1996, p. 159).

O processo de assimilação significa a evolução dos esquemas, quando eles incorporam as coisas ao sujeito. “Embora eles originalmente constituam conjuntos isolados, os esquemas se coordenam pela assimilação recíproca em novos, originais e mais amplos que também compartilham propriedades”. (RABARDEL, 1995a, p. 80). Após um processo de acomodação, a nova constituição forma um esquema de ação principal, com os demais esquemas subordinados. Já quando a criança usa um esquema já constituído, em uma dada situação, caso tenha insucesso, ele será adaptado, formando um novo esquema, um domínio renovado e reproduzível, podendo este ainda ser estendido.

“Para Piaget, os esquemas também estão na origem da formação de conceitos [...]”. (RABARDEL, 1995a, p. 80). A ação é a fonte do conhecimento conceituado e, esta ação, para

¹⁷ Piaget, J. (1936). - La naissance de l'intelligence chez l'enfant, Delachaux et Niestlè.

¹⁸A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) parte da relação entre a Psicologia Cognitiva e a Didática da Matemática para compreender como se dá o desenvolvimento das estruturas aditivas, multiplicativas e outros campos conceituais (VERGNAUD, 2009). A teoria trata dos conteúdos conceituais da atividade, focando no conhecimento das dificuldades relativa das tarefas cognitivas.

Piaget, evolui em três estágios: inicialmente é só uma ação material, buscando ser constituído em comportamento instrumental; depois a ação sofre uma conceituação, tornando-se seus elementos conscientes e interiorizando-os; por último ocorre as abstrações. Chegamos aos aspectos que auxiliam na instituição do instrumento.

Rabardel (1995a), ao incorporar os esquemas à ação instrumentada, explica que Vergnaud percebe o conhecimento científico sustentado pelos esquemas e estes revelam os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operacional. Para Vergnaud (1986), o aspecto operatório tem relação com as competências do sujeito e estas estão sempre ligadas a certas concepções, mobilizando-as, revelando a importância das relações entre as representações e os procedimentos dos alunos, em uma dada situação. As competências são, portanto, “uma forma operatória do conhecimento que permite ao sujeito agir e atingir determinado objetivo, ser bem sucedido, em uma dada situação”. (SAMURÇAY; VERGNAUD, 2000¹⁹ apud GITIRANA, et al., 2014).

Conhecimentos são tanto o aspecto do saber fazer, habilidades, quanto os saberes expressos, as informações. Nas ideias de Vergnaud (1996), o esquema revela o conhecimento que o aluno possui, explícito ou implícito, em relações específicas dos algoritmos e as características do problema a resolver. Para esta revelação é preciso o bom funcionamento do esquema, sua organização invariante.

Por exemplo, os registros escritos dos alunos mostram claramente uma organização invariante, apoiada em hábitos adquiridos e em teoremas, os quais contribuem para a solução e o problema, representando a passagem entre eles, e vice-versa. Outro objeto da organização invariante são as decisões conscientes. Por fim, “a automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação”. (VERGNAUD, 1996, p. 158). O funcionamento cognitivo do aluno compreende operações que se tornam progressivamente automáticas e passíveis de serem analisadas.

O mesmo autor pontua que em uma dada situação, definido em termos característicos, existem determinados esquemas. Estes podem ao longo da atividade se estender, deslocar, generalizar, transferir ou descontextualizar, dependendo da descoberta de novos aspectos na situação, caso ocorra, surgem novos esquemas. Alguns deles serão apenas aparentados, mas outros surgirão pertinentes, revolvedores do problema, decisórios, mais operatórios. “Para Vergnaud, um esquema não é, portanto, um estereótipo, mas sim uma função argumentativa

¹⁹ SAMURÇAY, R.; VERGNAUD, G. Que peut apporter l'analyse de l'activité à la formation des enseignants et des formateurs? Carrefours de l'éducation, v.10, pp. 48-63, 2000.

temporalizada que permite ao sujeito gerar diferentes sequenciamentos de ações e coleta de informações de acordo com os valores e variáveis em situação”. (RABARDEL, 1995a, p. 88).

Rabardel (1995a) conclui que é a assimilação reprodutiva que constitui os esquemas, por meio de comportamentos repetitivos, que os esquematiza. Logo é uma organização ativa de experiência, que integra o passado e se adapta a uma ampla gama de situações, generalizando-se de acordo com o conteúdo ao qual é aplicado. “Esquemas, uma vez constituídos, servem como instrumentos para a atividade organizadora. Eles permitem que o sujeito atribua metas às ações, seja o meio delas e atribua uma significação às experiências”. (RABARDEL, 1995a, p. 79).

Os artefatos, em seus diferentes momentos de utilização, se relacionam com diferentes transformações provocadas pela atividade. O conjunto dessas transformações, condições, técnicas e representações constitui parte dos chamados esquemas. Além dos artefatos, a própria atividade tem um outro viés, o lado operativo dos esquemas, no qual se manifestam sob a forma de ações elementares, procedimentos, organização, gestão entre outros. São seus aspectos dinâmico e funcionais.

Vergnaud (1996, p. 180) afirma que para um esquema ser uma totalidade organizada, ele só é possível devido seus quatro componentes:

- *antecipações da meta*, do objetivo a atingir, dos efeitos que são de esperar e das eventuais etapas intermediárias;
- *regras-de-ação* do tipo ‘se... então’, que permitem gerar a sequências das ações do sujeito;
- *inferências* (ou raciocínios) que permitem ‘calcular’ as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatórias de que o sujeito dispõe;
- *invariantes operatórios* (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação, e a recolha de informação sobre a situação a tratar.

As antecipações da meta e as regras de ação organizam o comportamento do sujeito. As inferências são um dos exemplos de operações do pensamento, assim como aceitação ou recusa das consequências. Por fim, os invariantes operatórios merecem um destaque maior. Estes existem dentro dos esquemas e Vergnaud (1996) os define como elementos cognitivos que permitem a ação do indivíduo seja operatória. Retirando o aspecto operatório, temos simplesmente um invariante, da forma como os professores de matemática conhecem, “[...] uma

propriedade ou uma relação que é conservada sobre um certo conjunto de transformação.” (VERGNAUD, 1986, p. 81).

Mas, como o esquema está relacionado a uma conceptualização implícita, já que se associa com a ação, isto é, com a forma de uma pessoa organizar seus invariantes, se faz necessário valorizarmos sua função operatória, seus conhecimentos utilizáveis. Portanto, Vergnaud (1996) conclui que os invariantes operatórios representam atitudes, escolhas estratégicas que o sujeito utiliza diante de uma situação e variam de acordo com os conhecimentos prévios que o sujeito possui. Invariantes operatórios constituem uma expressão mais global para os conhecimentos contidos nos esquemas: os *teoremas-em-ação* e os *conceitos-em-ação*.

“Os teoremas-em-ação não são teoremas no sentido convencional do termo, porque a maioria deles não é explícita e muitos não têm validade matemática.” (GITIRANA, et al., 2014, p. 22). Mas se torna interessante serem rotulados assim, pois são representações de conjecturas que mobilizam vários raciocínios matemáticos, além de configurar-se como estratégias de resoluções, contendo registros de representações.

Para Vergnaud (1986), a criança encontra, ou detém, um grande número destes teoremas assim que atua sobre o real e resolve problemas. Por não serem expressos sob uma forma matemática, possuem, na maioria das vezes, uma validade local. Sua identificação é a finalidade de uma análise cognitiva das tarefas. São nas estratégias de resolução dos alunos que os teoremas-em-ação representam uma forma intuitiva de raciocínio e, por isso, o professor precisa identificá-los para que possam refletir sobre o desenvolvimento de seus esquemas, conforme explicam Gitirana et al. (2014, p. 22):

[...] é ele que identifica o teorema ou as relações por trás da ação do aluno e, a partir daí, pode propor novas situações-problema que promovam a expansão do conhecimento do estudante. [...] A análise dos teoremas-em-ação é um caminho para o professor poder entender melhor as estratégias intuitivas dos alunos e ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo em conhecimento explícito. Eles também orientam nos diagnósticos do que estudantes sabem, ou não.

A identificação das invariantes depende muito da função de representação nas estratégias dos alunos. De acordo com Vergnaud (1996), os invariantes operatórios são representações implícitas ou explícitas do real analisável. Organizam a busca das *informações pertinentes* em função do objeto a atingir, além de determinar as inferências. As informações pertinentes são a divisão dos três tipos lógicos dos invariantes operatórios: as *proposições*, as *funções proposicionais* e os *argumentos*.

As proposições podem ser verdadeiras ou falsas, exemplos são os teoremas-em-ação. Ao identificá-los nas tarefas dos alunos, surge a possibilidade de descrever os teoremas matemáticos que eles podem constituir. O segundo reflete os conceitos-em-ação (categorias-em-ação, para alguns). Tais conceitos são raramente explicitados pelos alunos, são as razões e suas propriedades. Possui uma relação dialética com os teoremas-em-ação. Por fim, o terceiro tipo lógico é o conjunto dos outros dois, podendo ser objetos materiais (o barco está à direita do farol), personagens (Paulo é mais alto que João), números ($4 + 3 = 7$), entre outros (VERGNAUD, 1996).

Estes três tipos lógicos são categorias do conhecimento explícito, os quais servem para dar sentido aos invariantes operatórios integrados aos esquemas. Assim, o raciocínio proporcional pode ser analisado perante os comportamentos e esquemas dos sujeitos. Por isso Vergnaud (1986) conclui que, para compreender o desenvolvimento dos conhecimentos em estudo, é preciso estudar conjuntos bastante vastos de situações e conceitos, ou seja, *campos conceituais*. Um conceito pode ser definido, segundo Vergnaud (1996, p. 166), como uma trinca de três conjuntos (**S, I, R**):

- **S**: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
- **I**: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);
- **R**: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

De acordo com as ideias do autor, um campo conceitual é um conjunto de situação que permite a produção de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos. Os esquemas evocados pelo sujeito dão sentido a sua relação com as situações e os significantes. A função dos significantes são a identificação dos invariantes (objetos, propriedades, relações e teoremas); ajudar o raciocínio (inferências) e antecipar efeitos e metas. Quando identificamos o significado dos significantes, transformamo-los em objetos do pensamento. Antes, por si só, são instrumentos do pensamento.

Na abordagem instrumental, os esquemas estão relacionados as atitudes que os sujeitos manifestam ao utilizarem os artefatos. Segundo Rabardel (1995a, p. 115), “o artefato é, primeiro, elaborado de acordo com as ações e esquemas do sujeito para ser, então, gradualmente adaptado as características dos objetos e as restrições da situação.” Portanto há uma passagem do objeto técnico para ser um artefato e, depois para formação de um instrumento. É nesse

percurso que surge o termo esquema na constituição do artefato, representante inicialmente das intenções dos designers ao elaborar os artefatos, mas principalmente, alusivo à todas manifestações dos sujeitos que pensam e agem sobre a atividade.

“Para Piaget, um esquema de ação é o grupo estruturado de características generalizáveis da ação que permite que a mesma ação seja repetida ou aplicada a novos conteúdos.” (RABARDEL, 1995a, p. 74). A apropriação do artefato busca atingir o potencial de desenvolvimento, instituindo-se instrumento, desenvolvido este com auxílio dos esquemas de ação, que na perspectiva da abordagem instrumental, Rabardel (1995a) os denomina *esquemas de utilização*. Béguin e Rabardel (2000) chamam de esquema de utilização uma organização ativa da experiência vivida, que integra o passado e que constitui uma referência para interpretar novos dados.

Segundo Rabardel (1995a), estes esquemas possuem elementos relativamente estáveis e estruturados nas atividades e ações de seu usuário. Em uma dada situação, ocorre o ativamento de um esquema pré-existente. O usuário assimila os aspectos do artefato a este esquema imediatamente, ocorrendo um processo de adaptação. Os esquemas de utilização “são organizadores da ação, utilização, implementação e uso do artefato”. (RABARDEL, 1995a, p. 93).

Ao buscar caracterizar os esquemas de utilização dos alunos, a Teoria dos Campos Conceituais serve de apoio à Teoria da Instrumentação de Rabardel, pelo entendimento que fornece dos termos invariantes operatórios, significantes e significados. Além de ser uma teoria verdadeiramente operatória no âmbito do ensino. “Para determinar como o aluno raciocina, é preciso ter acesso a pesquisas que mostrem os esquemas possíveis. Com base na teoria, é hora de identificar o raciocínio dos alunos e escolher as estratégias para trabalhar.” (NUNES, 2003, p. 3).

Os esquemas de utilização pertencem a duas dimensões da atividade (RABARDEL, 1995a, p. 91):

- atividades *primárias*, ou atividades principais, orientadas para o objeto da atividade, e para as quais o artefato é um meio de desempenho;
- atividades relacionadas a tarefas *secundárias*, ou seja, relacionadas ao gerenciamento de características e propriedades específicas do artefato.

Na temática dos esquemas, encontramos uma distinção de alguns níveis destes dentro dos esquemas de utilização, que nos escritos de Rabardel (1995a), estão ligados a utilização dos

artefatos e as duas dimensões da atividade: *os esquemas de uso*; *os esquemas de ação instrumentada* e *os esquemas de ação coletiva instrumentada*. O primeiro é representante das relações entre o sujeito e o artefato, tarefas relacionadas as características e propriedades específicas dos artefatos, orientados a tarefas secundárias. Por exemplo, “são relativos a tarefas ligadas ao artefato, tais como, ligar o computador, localizar os aplicativos, e colocar atalhos na tela.” (BITTAR, 2011, p. 161). Este ato de assimilação mostra o estado funcional dos esquemas de utilização.

O segundo diz respeito ao objeto em estudo, ou seja, esquemas relacionados tanto aos conhecimentos prévios quanto os necessários para contemplação dos objetivos associados a atividade instrumentada, relacionado com as tarefas primárias: “[...] aprender a usar as ferramentas do aplicativo para realizar a tarefa [...]” (BITTAR, 2011, p. 161). Esses esquemas incorporam os esquemas de uso como constituintes, que coordenados entre si e também com outros esquemas mutuamente, geram estes outros esquemas, representando o seu significado da ação global.

Por fim, a última distinção tem a ver com a inclusão de mais atores, no papel de sujeito na atividade, interagindo com o artefato, ora individualmente ora coletivamente. Conforme Rabardel (1995a), a natureza coletiva da atividade é uma constatação que a análise de esquemas envolvidos em atividades mediadas por instrumentos não pode ser limitada a um único indivíduo, e este nível de esquema, ocorre quando o grupo compartilha um mesmo instrumento ou trabalha com uma mesma classe de instrumentos.

Da união de todos estes níveis de esquemas de utilização, ainda podemos fazer uma nova separação, os relacionando com duas dimensões dos esquemas. De acordo com Rabardel (1995a), os *esquemas individuais*, representantes de uma maturação única de cada sujeito, e os esquemas dito *sociais*, que são elaborados em conjunto, que com o tempo são o trampolim para a formação dos próprios esquemas individuais dos sujeitos.

“Esquemas são objetos de transmissões e transferências mais ou menos formalizadas: informações repassadas de um usuário para outro; formação estruturada em torno de sistemas técnicos complexos; vários tipos de suporte a usuários”. (RABARDEL, 1995a, p. 93). Os esquemas individuais, uma vez compartilhados e disseminados, começam a atuar como esquemas de utilização social, e estes possuem características comuns, ligado às suas multifuncionalidades: *funções epistêmicas* (compreender situações); *funções pragmáticas* (transformar a situação visando o resultado) e *funções heurísticas* (orientar e controlar a atividade).

Os esquemas de utilização nascem do propósito de seus idealizadores e das articulações propostas pela coletividade, ou seja, de um resultado de uma construção pessoal ou da utilização de outros disseminados no senso comum. Pensar sobre os esquemas e considerá-los em uma pesquisa, acaba se tornando uma variável complexa a se demonstrar, devido a existência de tantos componentes e por ser um trabalho com diferentes seres humanos.

Por outro lado, se o intuito é a aprendizagem dos alunos, nada melhor do que compreender as competências explícitas e implícitas dos sujeitos. Nos esquemas de utilização a assimilação de novos objetos e artefatos desenvolvem os significados para o sujeito. O ponto chave é a atividade instrumental a ser pensada e executada especificamente. Pensamos estar contribuindo teoricamente para a compreensão da reformulação dos aspectos psicológicos dos sujeitos, mediante o uso de instrumentos.

3.3 INSTRUMENTOS E O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL

A partir da compreensão dos conceitos de artefatos e esquemas, consideraremos a definição de instrumento como “[...] uma entidade mista que compreende duas dimensões: uma relativa ao artefato (material concreto ou simbólico) e outra, aos esquemas mentais de utilização associados ao uso concreto desse objeto, construídos e desenvolvidos pelos sujeitos.” (RABARDEL, 1995a, p. 94).

A aceitação do instrumento em parte tem o seu sentido material, ou seja, seu objeto físico, palpável, manipulável, não-simbólico, necessariamente mediando as atividades pelas potencialidades e ferramentas dos artefatos. Este fato também se encaixa no artefato simbólico, representação de uma entidade abstrata, que da mesma forma contribui sendo o artefato a ser explorado, no qual o sujeito se apoia na construção do conhecimento.

A distinção entre artefato e instrumento reside em concepções associadas. Se o artefato é primeiramente concebido e utilizado por uma pessoa ou uma equipe de pessoas para responder a um objetivo preciso, o instrumento é construído pelo sujeito a partir deste artefato, ao longo de seu uso, no decorrer de uma atividade. Logo, as funções inicialmente concebidas e previstas na concepção de uma ferramenta (as funções constituintes) são modificadas e outras funções novas (as funções constituídas) são criadas no decorrer de seu uso. (ARAUJO, 2014, p. 66).

Por outro lado, existe o ponto de vista do homem, com seus esquemas de utilização, que exerce uma ação com e sobre os artefatos, buscando os objetivos pré-estabelecidos na situação

de aprendizagem, por exemplo, nos indicativos que o artefato fornece; no planejamento do professor com as atividades, quando os sujeitos são seus alunos; e até mesmo nas expectativas do pesquisador perante o seu projeto de pesquisa. Logo a abordagem instrumental, em aspectos metodológicos, analisa esses fatos técnicos e psicológicos, devido esse olhar constante tanto no artefato quanto nos esquemas dos sujeitos no momento da formação desse instrumento.

Uma vez concebendo o instrumento, ele assume o papel mediador em função das propriedades do artefato, com suas potencialidades, limitações e funções nas atividades. Nas subjetividades do sujeito, dos esquemas que ora surgem e ora se reconstróem. Em uma perspectiva antropocêntrica, suas impressões e escolhas se manifestam na situação de aprendizagem e o status de instrumento é resultado da relação do sujeito sobre/com o artefato, em uma dada atividade.

Cada sujeito possui seu papel na situação didática²⁰ e os instrumentos têm que refletir as concepções de cada um. Os professores pensam nas suas concepções pedagógicas, no quanto o instrumento precisa ser útil ao processo de ensino e conduzido para o mesmo; aos alunos, nas suas concepções de aprendizagem, da apropriação do instrumento como recurso para “enxergar” o saber, como se apenas existisse com sua presença; e do objeto de conhecimento em estudo, que nas suas particularidades encontra no instrumento um meio de manifestação e entendimento.

Os instrumentos têm uma dupla utilização nas atividades educacionais. Entre os estudantes, eles influenciam profundamente a construção do conhecimento e o processo de conceituação. Para os professores, eles podem ser considerados como variáveis sobre o que se age para a concepção e o controle das situações pedagógicas. (RABARDEL, 1995b, p. 1).

O sujeito constrói o instrumento a partir dos artefatos. Sendo um processo longo, de idas e vindas, de reconstrução e formulação de esquemas, sempre com o uso do artefato no decorrer de uma atividade. Este processo é composto por alguns elementos, que, no geral, moldam a chamada gênese instrumental, foco de nossa pesquisa, a transformação progressiva do artefato em instrumento. Pensar esta transformação é refletir todo o percurso planejado e considerar até variáveis esquecidas, como a relevância pessoal desse instrumento para o sujeito.

Durante o manuseio do artefato ocorre a inicialização da gênese instrumental, ou seja, durante as relações entre os polos, análises são feitas refletindo o comportamento na prática do

²⁰ De acordo com o estudo da Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau (2008) são o conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implícita entre alunos, um determinado meio (que abrange instrumentos e objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir apropriar-se de um saber constituído ou em vias de constituição.

sujeito com e sobre o artefato e, em conjunto com a valorização dos esquemas de utilização. De acordo com Béguin e Rabardel (2000), compreender este processo é considerar a evolução dos artefatos e a emergência dos esquemas de utilização.

O caminho da evolução dos artefatos para instrumentos, considerando os aspectos subjetivos dos sujeitos na atividade, caracterizam o processo da gênese instrumental. Falamos anteriormente, em pormenores, sobre o instrumento e, de certa forma, já estávamos a falar sobre o presente processo, pois a constituição do instrumento acaba se tornando o produto gerado pelo sujeito no decorrer da atividade instrumental. Este processo, para uma melhor compreensão dos estudos de Rabardel (1995a), ocorre na junção de duas dimensões: a instrumentação e a instrumentalização.

[...] os *processos de instrumentação* são relativos à emergência e à evolução dos esquemas de utilização e de ação instrumentada: constituição, funcionamento, evolução por acomodação, coordenação, combinação (sic), inclusão e assimilação recíproca, assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos, etc. [...] Os *processos de instrumentalização* se referem à emergência e à evolução das componentes do artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, [...] atribuição de propriedades, transformação do artefato (estrutura, funcionamento etc.). (RABARDEL, 1995b, p. 5).

A instrumentação é orientada para o sujeito e valoriza as entidades instrumentais dos esquemas de utilização. É o momento que os esquemas surgem ou se reformulam, sempre a partir de outros já concebidos. A assimilação das particularidades dos artefatos aos esquemas já pré estabelecidos, gerando um estado de adaptação dos esquemas.

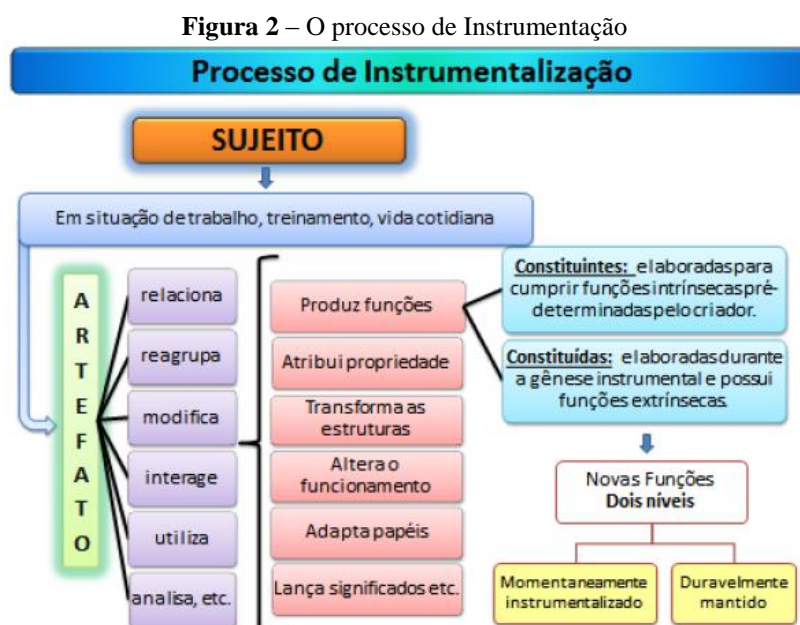
Figura 1 – O processo de Instrumentação



Fonte: Adaptado de Riciolli (2015, p. 81)

Este fluxograma mostrado na tese de Riciolli (2015), sintetiza bem todas as ações atitudinais relacionadas com o ente esquema. Em nossas análises, referentes ao processo de instrumentação, buscamos descrever os esquemas de ação instrumentada das tarefas dos alunos com o objeto em estudo do raciocínio proporcional e o meio sendo o Excel.

Já o processo de instrumentalização é orientado para a entidade instrumental do artefato. São as manifestações que os sujeitos operam ao agir no processo de apropriação do artefato. Está relacionada aos aspectos multifuncionais dos artefatos, como a atribuições de novas funções. Novamente é pertinente um dos fluxogramas, Figura 2, mostrados na tese de Riciolli (2015), no qual as ações relacionadas com o artefato nascem das menções primárias de Rabardel (1995a).



Fonte: Riciolli, 2015, p. 81

Ambos os processos se relacionam com o sujeito, por isso a prevalência pela posição antropocêntrica, pelo estudo da experiência do sujeito relacionada com os demais polos. “Os dois processos juntamente contribuem para o surgimento e evolução dos instrumentos, ainda que dependam das situações, um deles pode ser mais desenvolvido, dominante ou até um único implementado.” (RABARDEL, 1995a, p. 103-104). Os sujeitos desenvolvem nas tarefas novos usos para o artefato, com auxílio dos esquemas de utilização de cada um. O conjunto desses esquemas e funcionalidades do artefato podem compor vários instrumentos, se considerarmos um trabalho isolado de cada sujeito/alunos. Logo, a nossa pesquisa vem a contribuir em várias frentes, tomadas pelas análises das diferentes práticas de uso dos instrumentos.

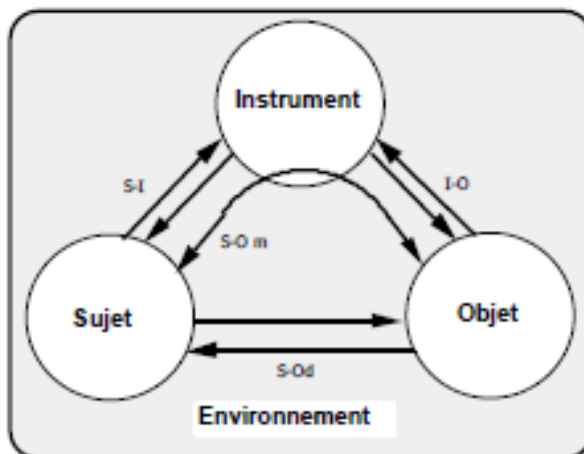
Todo o processo de gênese instrumental ocorre no ambiente em que a atividade foi programada. A este campo instrumental que consideraremos como todo ambiente onde se situa o artefato com suas ferramentas e funcionalidades, leva em conta as subjetividades dos sujeitos em um contexto particular da situação.

3.3.1 O modelo S.A.I

O objeto de estudo de Rabardel (1995a) é a transformação do uso do artefato em um instrumento, por isso ele propôs um modelo de situação com a utilização de instrumentos. Vale ressaltar que essa transformação ocorre de forma única, pois a cada nova situação, o contexto e seus sujeitos modelam o artefato, de forma que ele constitua um instrumento novo, pensado para uma situação específica.

Rabardel (1995a), esquematiza um modelo de situação para análise de atividades, em pesquisas com a abordagem instrumental: o *Modelo das Situações de Atividades mediadas pelo Instrumento* - S.A.I, Figura 3.

Figura 3 – Modelo S.A.I



Fonte: Rabardel (1995a, p. 53)

O modelo é formado pela tríade de polos: *sujeito*, *instrumento* e *objeto*. De acordo com Rabardel (1995a), em seu modelo o polo sujeito representa todos usuários, operadores, trabalhadores, agentes, entre outros; já o polo instrumento, composto pelo artefato, máquina, sistema, utensílio, produto etc.; e por último o objeto, seja ele material, real, objeto de atividade, de trabalho ou outros sujeitos.

No polo sujeito, o ato de pensar e agir do mesmo com seus esquemas ocorre sobre os objetos, apoiados pelos instrumentos, que fornecem suas ferramentas e potencialidades. O polo instrumento é instituído do artefato e das subjetividades de seus criadores (designers), que ao

se depararem com novos objetivos, sujeitos mobilizam seus esquemas de utilização sobre o objeto em estudo. O polo objeto, aqui em nossa pesquisa denominado objeto em estudo, representa a finalidade que a ação é exercida, para isto a necessidade do instrumento como meio para o sujeito.

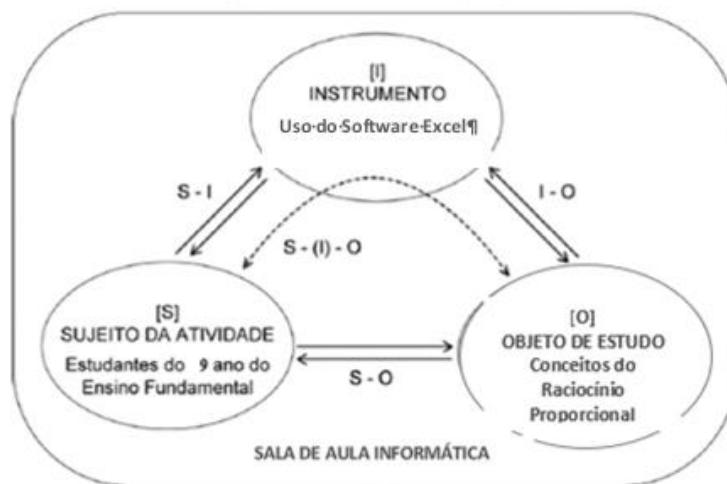
“Além disso, tudo isso é jogado em um ambiente composto de todas as condições que o sujeito deve levar em consideração em sua atividade finalizada. Cada um dos polos e cada uma das interações que acabamos de examinar são capazes de interagir com o ambiente assim definido.” (RABARDEL, 1995a, p. 52). Portanto, nosso campo instrumental, se constitui em uma sala de aula de informática.

Conforme Rabardel (1995a, p. 53), o “modelo S.A.I. é uma ferramenta para análise de tarefas e atividades”, por isso, vislumbramos ser coerente utilizar tal modelo para caracterizar nosso instrumento constituído do artefato Excel. Por outro lado, o modelo exprime as interações que se estabelecem entre o sujeito, o instrumento e o objeto de estudo. Podemos perceber melhor estas relações através das setas, Figura 4, onde são demonstradas todas as relações possíveis: [S-I], [I-S], [S-O], [O-S], [I-O], [O-I], [O-(I)-S] e [S-(I)-O].

Organizamos o nosso modelo S.A.I, Figura 4, com os três polos definidos da seguinte maneira:

- Sujeito da atividade (S): alunos do 9º ano do Ensino Fundamental;
- Instrumento (I): uso do software Excel;
- Objeto de Estudo (O): conceitos matemáticos relacionados com o raciocínio proporcional;
- Campo Instrumental: Sala de aula Informática.

Figura 4 – Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa



Fonte: Elaboração dos próprios autores

Pensando na sala de aula de informática, ambiente de nossa pesquisa, pensemos no processo de mediação possível. A partir da Figura 4, podemos visualizar que o aluno (ocupando o polo sujeito) está se relacionando com o objeto em estudo por meio do instrumento e as mediações visam a evolução dos esquemas. Em um segundo momento, o mesmo sujeito se relaciona com o professor (imaginando estar na posição dos outros sujeitos, podendo ser outros alunos) constituindo um trabalho coletivo ou individual, influenciando a própria ação do sujeito. Por último, o aluno se relaciona consigo mesmo, refletindo seus esquemas de utilização por meio das ações que realizou com o instrumento, são mediações reflexivas, com aspectos semelhantes ao de um trabalho metacognitivo²¹.

Segundo Rabardel (1995a), a gênese instrumental possui uma duração relativa, que muitas vezes é finalizada pelos próprios sujeitos. Mas tudo depende da atividade, dos sujeitos, dos artefatos e os objetivos pré-estabelecidos. Este percurso da gênese instrumental nos faz pensar a importância de refletir as mediações para execução das dimensões dos processos. As mediações, surgem desde os escritos de Vygotsky (1988), com seus estudos sobre a dependência do desenvolvimento cognitivo ao contexto social, histórico e cultural do sujeito, além da compreensão dos instrumentos e signos para entender os processos mentais.

Para Vygotsky (1988), as funções mentais são convertidas das relações sociais praticadas, ou seja, por meio da mediação que se dá a internalização de comportamentos e significados. Também a uma valorização da interação social em seus escritos. Fazendo uma analogia ao trabalho de Rabardel, a internalização seria o ato de apropriação do instrumento. Em Rabardel, a apropriação é o estado de transformação peculiar do sujeito frente ao artefato. Assim nos processos (instrumentação e instrumentalização) que moldam o instrumento, o artefato passa de status de objeto, para meio de uso junto as subjetividades que o sujeito adaptará, transformando-o em novos usos, status agora de instrumento, meio social e cultural.

Fizemos a visualização a partir do polo sujeito, já o polo instrumento assume uma função colaborativa em cada interação do processo de mediação. Por isso sua posição central (intermediária) entre os demais polos, com características de adaptação tanto ao sujeito quanto

²¹“Etimologicamente, a palavra metacognição significa para além da cognição, isto é, a faculdade de conhecer o próprio ato de conhecer.” (FLAVELL, 1987 apud RIBEIRO 2003, p. 109). RIBEIRO, C. (2003). Metacognição: Um apoio ao processo de aprendizagem. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 16(1), 109-116. De acordo com Silva e Assis (2017), suas finalidades são as de planejar (ações que estimule a consciência); consciencializar, analisar e avaliar (como se conhece); refletir, conscientizar, controlar, monitorar, observar, corrigir, reconhecer (dificuldade na compreensão de uma tarefa), autorregular, no geral elaborar estratégias (mecanismos executivos do sistema cognitivo para aprendizagem), decidir quando e que estratégias utilizar. SILVA, R. A.; ASSIS, C. F. C.; reflexões sobre a metacognição no raciocínio matemático. III SEACEM. 2017.

ao objeto em estudo. Assim, com base em Araujo (2014), podemos diferenciar dois tipos de mediações:

- a mediação epistêmica, do objeto ao sujeito, na qual o instrumento é o elo para a adaptação do objeto em estudo pelo sujeito;
- a mediação pragmática, do sujeito ao objeto, na qual o instrumento é o elo para uma ação transformadora, dirigida para o objeto.

Ao falarmos sobre esquemas de utilização social, já tínhamos mencionado suas multifuncionalidades em forma das funções epistêmicas, funções pragmáticas e funções heurísticas. Logo, estas funções se materializam por meio das mediações.

3.4 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE A TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO

Neste momento, apresentaremos algumas pesquisas que estão relacionadas com a Teoria da Instrumentação. Ao fazer tal revisão, pudemos confirmar a relevância em explorar o artefato Excel, visto que não há trabalhos no Brasil com uso deste artefato, cujo referencial teórico baseia-se na Teoria Instrumental. Também não encontramos pesquisas interligando o raciocínio proporcional à Teoria Instrumental.

As teses e dissertações foram todas selecionadas a partir dos indexadores do Banco de Teses e Dissertações da Capes²², considerando o filtro de pesquisas com o termo da teoria da instrumentação. As teses se dividiram em pesquisas no campo da Educação Matemática (SALAZAR, 2009; VITA, 2012; MATEUS, 2014) e na Educação (ARAUJO, 2014). As dissertações foram consideradas todas no campo da Educação Matemática (ALENCAR, 2012; PADILHA, 2013; ROCHA, K., 2014; NETO, 2015; SILVA, A., 2016).

Começaremos pelas pesquisas que ocorreram elaboração de quadros, pelos autores, para análise dos esquemas de utilização dos sujeitos. Na tese de Salazar (2009) o objetivo era observar como os estudantes do 2º Ano do Ensino Médio apropriam-se das transformações geométricas no espaço, quando interagem com o software Cabri 3D, bem como qual raciocínio mobilizam quando desenvolvem atividades que abrangem estes conteúdo. Resumindo, um

²² <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>

olhar na gênese instrumental, valorizando o Cabri 3D a instituir-se como instrumento para cada sujeito e a explicitação de suas diversas formas de esquemas de utilização.

Em um primeira etapa, foram elaboradas atividades introdutórias em dois momentos: o primeiro com tarefas propondo a manipulação de ferramentas específicas do Cabri 3D, e depois atividades de exploração com estas mesmas ferramentas, visando captar conhecimentos matemáticos prévios e se as ferramentas já estavam incorporadas como instrumentos. Nesta etapa, as análises descrevem os processos de instrumentação realizados pelo alunos.

Na segunda etapa, as atividades visavam a aplicação das ferramentas anteriores em tarefas de construções de figuras dinâmicas. Nesta etapa, as análises continuaram confirmando os processos de instrumentação, mas agora surgindo os processos de instrumentalização. Antes das duas etapas, foi realizado um questionário diagnóstico com o intuito de conhecer os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria dinâmica e as transformações espaciais.

A teoria serviu para compreender como os alunos interagem com o instrumento. Na apresentação dos resultados, a autora, em uma análise a priori, indicava ações esperadas para cada atividade pelos estudantes, conforme o Quadro 4; e na análise posteriori, descrevia os esquemas de utilização dos alunos, comparava-os com os do quadro a priori, e concluía se ocorria ou não os processos da gênese instrumental, independente dos esquemas utilizados.

Quadro 4– Exemplo de sequências de ações de uma atividade

Terceira atividade: simetria central			
	Ações	Instrumento	Objeto
1	Seleciona/clica	Mouse/botão esquerdo do mouse	Caixa poliedros regulares
2	Aciona	Botão esquerdo do mouse	Ferramenta dodecaedro regular
3	Clica/manipula	Mouse/ferramenta dodecaedro regular	Dodecaedro regular no plano de base
4	Clica	Botão esquerdo do mouse	Dodecaedro regular (validar)
5	Clica	Teclado/funções	Função F1 (ajuda)
6	Seleciona/clica	Mouse/botão esquerdo do mouse	Caixa de ferramentas ponto
7	Aciona	Botão esquerdo do mouse	Ferramenta ponto
8	Clica/manipula	Mouse/ferramenta ponto	Ponto no plano de base (criar)
9	Seleciona/clica	Mouse/botão esquerdo do mouse	Caixa de ferramentas transformações
10	Aciona	Botão esquerdo do mouse	Ferramenta simetria central
11	Clica	Ferramenta simetria central	Ponto (simetria em relação ao ponto)
12	Clica	Ferramenta simetria central	Dodecaedro regular (validar dodecaedro simétrico)
13	Manipula	Botão direito do mouse	Visualiza a simetria central

Fonte: Salazar (2009, p. 195)

No Quadro 4, temos um exemplo de uma sequências de ações que a autora esperava como um suposto caminho que os esquemas dos alunos poderiam refletir. Os elementos do quadro, são: Ações – sequências de esquemas de uso associado a ação operatória do aluno com

o artefato; Instrumento – ferramenta ou recursos do artefato que se torna um instrumento para o aluno; Objeto – o significado matemático da combinação dos dois anteriores.

Na citada pesquisa foi utilizado o modelo S.A.I para diferenciar as sequências de ações, propriedades e características essenciais das atividades com instrumentos que os alunos executavam nas tarefas. Por exemplo, nas relações [S-I] o sujeito constrói esquemas para a utilização do artefato (instrumentação), observando as limitações e potencialidades do artefato; já a instrumentalização era manifestada nas relações [S-I-O] e [I-O].

O uso do Cabri 3D facilitou a apreensão das ferramentas do artefato e gerou como resultado algumas potencialidades do mesmo. Propiciou também o registro figural dinâmico, a modificação posicional e as outras modificações das figuras. Foram preestabelecidos alguns esquemas de utilização e eles foram confirmados aparecendo nas análises, assim como novos esquemas. Logo, são exemplos da ocorrência do processo de gênese instrumental nesta pesquisa.

O nosso trabalho é considerado similar a este, visto que o alvo principal é o mesmo, o processo de gênese instrumental. A diferença acaba sendo os três polos. Como nota de observação, a importância da exploração das ferramentas do software Cabri 3D, antes da aplicação de atividades voltado ao objeto matemático, que em nosso caso, seria a apresentação das ferramentas do Excel, em aula introdutória.

Na dissertação de Padilha (2013) o objetivo da pesquisa foi investigar o processo de apropriação do Computador por professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, que atuam em sala de tecnologia, para o ensino de Matemática. Agora temos uma pesquisa na qual os sujeitos deixaram de ser alunos para serem os próprios professores. A ideia era investigar como os professores se apropriavam do computador.

Quadro 5– Exemplo de sequências de ações de uma atividade

Transcrição do vídeo da atividade presencial do projeto de extensão							
Professor(a): Paula		Tarefa: Utilizar o software GrafEq para desenhar um "Smile"				Data: 18/10/12	
Atividade	Ação	Classificação		início	fim	duração	Observações
		Gênese Instrumental	Objeto matemático				
	Menu iniciar do windows abre o word registra a atividade que será realizada no encontro	Ac	-	00:00:00	00:02:55	00:02:55	
	Abre o navegador Mozilla acessa caixa postal de e-mail	Ac	-	00:02:55	00:05:03	00:02:08	
	Falha na comunicação com internet, tenta conectar novamente	Ac	-	00:05:03	00:05:10	00:00:07	
	Minimiza o navegador da internet e retorna ao documento do word	Ac	-	00:05:10	00:05:13	00:00:03	
	Minimiza documento do Word e na área de trabalho localiza o ícone do GrafEq	It	-	00:05:13	00:05:50	00:00:37	
	Maximiza o navegador de internet e tenta abrir e-mail	Ac	-	00:05:50	00:06:11	00:00:21	
	Minimiza navegador de internet retorna para área de trabalho	Ac	-	00:06:11	00:06:14	00:00:03	
Abrir o GrafEq	Clicar sobre o ícone do GrafEq na área de trabalho	It	-	00:06:14	00:06:16	00:00:02	
	Selecionar o idioma do software	It	-	00:06:16	00:06:18	00:00:02	
	Concordar com os termos de uso	It	-	00:06:18	00:06:26	00:00:08	00:06:26
	Abre área de trabalho do GrafEq	It	-	00:06:26	00:06:31	00:00:05	
Rosto do Smile	Digita $(x-c-2)^n$	It	Omi	00:06:31	00:06:38	00:00:07	
	Edita $(x-c-2)^n \Rightarrow (x-4)^2$	It	Omi	00:06:38	00:07:05	00:00:27	
	Aviso de erro do software "Relación #1 es inválido"	Itz	-	00:07:05	00:07:08	00:00:03	
	Navega pelo menu "Easy Buttons" seleciona o menu "relation"	Itz	-	00:07:08	00:07:14	00:00:06	
	No menu "Easy Buttons" seleciona o menu "Algebra"	Itz	-	00:07:14	00:07:18	00:00:04	

Fonte: Padilha (2013, p. 139)

O autor elaborou quadros, como descrito no Quadro 5, para registrar os tipos de ações dos professores, codificando as unidades de registro quanto à gênese instrumental, do seguinte modo: *Itz* – ações que caracterizam a instrumentalização do sujeito; *It* – ações que caracterizam a instrumentação do sujeito; *Ac* – ações que não caracterizam instrumentação e nem instrumentalização. E unidades de registro quanto ao objeto matemático: *OMA* – objeto matemático adequado e *OMI* – objeto matemático inadequado.

A teoria serviu para analisar o processo de gênese instrumental da tecnologia para fins pedagógicos no estudo de caso de três professores e forneceu subsídios para analisar como ocorre o processo de apropriação do computador e ainda, identificar e analisar dificuldades quanto à utilização. Apropriação, entendida na pesquisa como um processo cognitivo de desenvolvimento de esquemas que possibilitam a transformação de um artefato em um instrumento. As observações possibilitaram inferir que as professoras estão em processo de instrumentalização (ações de investigação e apreensão do software) e instrumentação (ações de execução da tarefa proposta).

Na tese de Mateus (2014) o objetivo foi estudar as praxeologias didático-matemáticas existentes em alguns materiais de ensino, como o Geogebra. Mais uma vez, temos um instrumento instituído de um artefato tecnológico. A Teoria da Instrumentação é usada para refletir sobre as interações nas sessões experimentais, reflexão esta sobre a relação que o pesquisador e os estudantes vão construindo na interação com as tarefas e com o computador durante as discussões nas sessões.

Os objetos em estudo foram os conceitos de derivada de funções reais de uma variável real e de integral de Riemann, escolha justificada pelas dificuldades didático-pedagógicas apresentada nos currículos atuais. Por isso, o autor elaborou sua pergunta norteadora para um olhar na efetividade ou não da mediação didática para aprendizado do objeto em estudo por mídias e práticas usuais.

Na pesquisa citada, foi realizada uma análise das relações institucionais moçambicanas (pesquisa realizada neste país), das praxeologias nos livros didáticos, das relações institucionais entre os estudantes, do experimento de uma modalidade nova de ensino, incorporando no processo o software Geogebra. A conclusão foi apresentada em três etapas: sobre a análise das relações institucionais; sobre o estudo experimental na análise das respostas dos estudantes ao teste diagnóstico, com lápis e papel; e sobre o estudo experimental, em relação aos resultados e análises das sessões experimentais de introdução das ferramentas do artefato e teste final, repetindo as mesmas tarefas do teste diagnóstico, agora com o Geogebra.

As unidades de análise foram os resultados dos recortes de sequências de diálogos, em cada sessão, captando as questões levantadas nas discussões; as produções e comportamentos dos estudantes. A apresentação das ações dos alunos ocorreu de modo descritivo, contrário ao Quadro 6, indicado na fundamentação teórica como possibilidade de ilustrar melhor as ações dos alunos nas atividades por meio da observação das relações do modelo S.A.I.

O Quadro 6 apresenta a articulação entre *Tarefa*, *Atividade do estudante*, *Instrumentos* e *Objeto*, como elementos do modelo S.A.I em um exemplo de tarefa sobre derivada de funções. Com o computador, temos interações sujeito-objeto mediadas pelo instrumento (S-I-O), pois o sujeito age sobre o teclado, o software reconhece esse comando e fornece a resposta na tela. Com esta disposição as ações dos alunos em forma de quadro, é possível identificar algumas etapas em termos de finalidades do uso de instrumento, as condições e restrições existentes entre a ferramenta computacional e as ferramentas usuais como papel e lápis, e seu impacto na aprendizagem. O modelo S.A.I é uma ferramenta para análise das atividades.

Quadro 6– Exemplo das análises de atividade com o modelo S.A.I

Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Com recurso ao <i>Geogebra</i> :			
Tarefa	Atividade do estudante	Instrumento	Objeto
a) i) Esboce o gráfico de f .	Introduz no <i>input</i> do <i>Geogebra</i> a expressão $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ e confirma; ou, com régua e esquadro, constrói no papel o gráfico de f . Ou ainda, no quadro negro (branco), com régua e esquadro, constrói o gráfico de f .	<i>Mouse</i> , teclado e tela do computador; ou lápis, papel, esquadro e régua; ou quadro negro (branco), régua e esquadro, giz (pincel).	Representação gráfica da função f .
ii) Determine o ponto $A = (3,16; f(3,16))$ sobre o gráfico de f .	Introduz no <i>input</i> do <i>Geogebra</i> a expressão $A = (3,16; f(3,16))$ e confirma; ou, com régua e esquadro, constrói no papel o ponto A . Ou ainda, no quadro negro (branco), com régua e esquadro, constrói o ponto A .	<i>Mouse</i> , teclado e tela do computador; ou lápis, papel, esquadro e régua; ou quadro negro (branco), régua e esquadro, giz (pincel).	O ponto $A = (3,16; f(3,16))$ sobre o gráfico de f .

Fonte: Mateus (2014, p. 104)

No teste diagnóstico, foi identificado as concepções dos estudantes em relação ao objeto em estudo e a mediação didática permitiu uma discussão multiforme. Sobre as sessões experimentais, para aproveitar as potencialidades do recurso computacional, o estudante precisou aprender como o recurso funcionava. A mediação didática articulada com o recurso computacional, oportunizou mudanças notáveis nas praxeologias didático-matemáticas. A conduta do professor é diferente daquela que ele assume no contexto do ensino tradicional ao longo das sessões, sendo um ponto positivo para o instrumento tecnológico.

Na dissertação de Neto (2015) o objetivo era estudar por meio da gênese instrumental da função de uma variável real com várias sentenças quanto ao processo de desenvolvimento cognitivo de um grupo de alunos do 2.º e 3.º ano do Ensino Médio. Ou seja, de que maneira ocorria a gênese instrumental, focando nos aspectos dos esquemas. Neste trabalho havia um artefato simbólico, a própria função.

Para isto, foram propostas duas atividades. A primeira em forma de exercícios, com o objetivo dos alunos se apropriarem do artefato, construindo esquemas de utilização. A segunda, um problema do cotidiano, com o intuito do estudo da gênese dos alunos. A metodologia tinha o objetivo de confrontar as análises a priori das atividades com a resolução das atividades pelos alunos. Foram utilizada gravação em vídeo e áudio, sendo os dados dos alunos representados nas transcrições.

O Quadro 7, contém exemplos de resultados esperados na resolução das atividades pelos alunos. Estes quadros foram apresentados na análise a priori e auxiliou o pesquisador no confronto com a análise posteriori das produções dos alunos. No Quadro 7, podemos perceber os possíveis esquemas esperados pelo pesquisador, assim como a possibilidade de ocorrerem conversões ou tratamentos, ambas expectativas associadas ao exercício e conteúdo matemático a serem mobilizados.

Quadro 7– Exemplo do detalhamento de uma atividade

Atividade 2: Encontros 1 e 2			
Exercícios 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10	Conteúdo matemático existente na atividade	Possíveis esquemas de utilização mobilizados	Conversões e/ou Tratamentos de Registros Semióticos
	Função, Domínio, Imagem, Intervalo e construção de gráfico.	Função, Domínio, Imagem, Intervalo e construção de gráfico de uma função, estruturas aditivas e multiplicativas.	Conversões entre o registro de língua natural e algébrico e do algébrico para o gráfico. Conversões no registro algébrico.

Fonte: Neto (2015, p. 95)

Os resultados mostram que o processo de gênese instrumental é uma ferramenta adequada para estudar o processo de desenvolvimento cognitivo dos alunos relacionados ao conceito de função estudado. Foi identificada a construção e/ou mobilização dos esquemas de utilização no ato de resolução da atividade. O relato das ações ocorreu por meio dos diálogos e soluções dos exercícios. A única ressalva que fazemos é que o autor não utilizou o uso do modelo S.A.I para ajudá-lo em suas análises.

Finalizando as pesquisas que ocorreram elaboração própria de quadros para análise dos esquemas dos sujeitos em pesquisa, temos a dissertação de Anderson Silva (2016), a qual tinha o objetivo de investigar o tratamento dado por alunos do 6º Ano do ensino fundamental às situações que dão sentido a área como grandeza, em ambientes com características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e no software de geometria Apprenti Géomètre 2.

Esta pesquisa não fez uso da Teoria da Instrumentação, mas concentrou suas atenções nos invariantes operatórios dos alunos, por meio da Teoria dos Campos Conceituais, por isso seu aparecimento nos indexadores do banco da Capes. Foram elaborados critérios para análise das produções dos alunos em relação às determinadas atividades também criadas pelo autor.

A análise dos dados ocorreu, primeiro, pela etapa introdutória, na qual se destaca os procedimentos, estratégias e hipóteses explicativas das resoluções. Depois, a etapa experimental, com a explicitação dos teoremas-em-ação, através das falas. Assim, foram caracterizados os procedimentos identificados em teoremas-em-ação, verdadeiros ou falsos, que podem surgir das resoluções, conforme o Quadro 8:

Quadro 8– Exemplo do detalhamento de uma atividade

Teorema em ação verdadeiro	Duplas	Estratégias	Duplas
A decomposição e recomposição sem perda nem sobreposição conserva a área.	Dpn°2AAG2T5	Desenhar uma figura no interior de Y.	Dpn°1AMMT5 Dpn°2AMMT5
Teorema em ação verdadeiro	Duplas	Desenhar uma figura no exterior de Y.	Dpn°1APLT5, Dpn°1AMMT5, Dpn°2AMMT5
A quantidade de lados determinam as áreas das figuras.	Dpn°1APLT5 e Dpn°1AAG2T5	Desenhar uma figura de área menor e depois incluir em Y.	Dpn°2AAG2T5
Duas figuras que têm mesma forma têm mesma área.	Dpn°1APLT5	Medir os lados da figura Y para desenhar uma figura menor, maior e iguala ela/ Medir os lados da figura Y para desenhar uma figura semelhante a ela.	Dpn°1APLT5, Dpn°2APLT5
Procedimentos		Materiais/Ferramentas	
Decalcar e sobrepor	Dpn°2AMMT5	Lápis grafite	Dpn°1APLT5, Dpn°2APLT5
Sobrepor à malha quadriculada a figura Y	Dpn°1AMMT5	Malha quadriculada	Dpn°1AMMT5, Dpn°2AMMT5
Decomposição, recomposição e sobreposição	Dpn°2AAG2T5	Mover	Dpn°1AAG2T5 Dpn°2AAG2T5
		Decompor	Dpn°2AAG2T5
		Menu Figuras Padrão	Dpn°1AAG2T5
		Menu Figuras a mão livre	Dpn°1AAG2T5 Dpn°2AAG2T5

Fonte: Silva, A. (2015, p. 221-222)

Os resultados mostram que os alunos dominam parcialmente ou plenamente a comparação das áreas, procedimentos de inclusão e sobreposição, como também decomposição

e recomposição de figuras. Os recursos favoreceram os procedimentos de Áreas e os alunos superaram suas concepções iniciais. Os mesmos conseguiram mobilizar teoremas-em-ação verdadeiros, como área é um invariante por isometrias.

Outras pesquisas não especificaram o componente esquema dos alunos, mas contribuíram para compreensão da abrangência da Teoria da Instrumentação. Por exemplo, a tese de Vita (2012) tinha o objetivo de identificar a potencialidade de um material didático, este, constituindo um artefato em forma de maquete tátil para alunos cegos, para o ensino dos conceitos básicos de probabilidade. Um dos pontos que chamou nossa atenção foi o fato de ser um trabalho com valorização da inclusão social, em crescente no campo da Educação Matemática.

A autora investigou as concepções, construção e avaliação de cinco protótipos de maquete tátil, até chegar ao protótipo ideal. Cada um foi concebido em meio a uma análise instrumental das relações entre os polos até a validação do produto final. Posteriormente, tomou as atividades ou ações de manuseio dos alunos, sobre a maquete, na resolução de tarefas que abordam os conceitos básicos da probabilidade, como sendo um trabalho voltado para a construção de conhecimentos destes conteúdos matemáticos.

Para ajudar na análise desse material, o trabalho tinha como objetivo específico conhecer as relações entre os alunos e os conceitos básicos da probabilidade (polo objeto), e o mesmo com a maquete tátil. Este fato explicita a importância do modelo de análise S.A.I, que permite analisar as interações existentes. A atividade mediada pelos artefatos foi respaldada no conceito de mediação.

Além das interações e foco nas potencialidades de um material, também se buscou conhecer os esquemas de uso, devido o foco na instituição da maquete como instrumento, visto que esse último se caracteriza por ser uma entidade mista, mas não houve menções claras em forma de quadros como nas pesquisas anteriores. Logo, a pesquisa da autora não investigou o surgimento das dimensões da gênese durante o manuseio do instrumento. Os resultados mostram que o Material Didático não permitiu aos alunos agirem com autonomia, mas mostrou ser um material didático coerente com as características físicas dos alunos que utilizam o tato.

Na dissertação de Alencar (2016) o objetivo era o desenvolvimento de uma oficina com o uso do Geogebra para professores que lecionam Matemática no Ensino Básico, de tal forma que pudessem elaborar estratégias próprias de ensino e aprendizagem com o uso do desse software. A oficina foi estruturada de acordo com o processo de gênese instrumental e, assim,

a teoria serve para buscar esclarecer a interação entre sujeito e artefato, visando a transformação do último em um instrumento, para essa dada situação.

O autor descreve as atividades, juntamente com seus objetivos; as conclusões que os alunos têm que demonstrar e as ferramentas que são propensas a utilizarem. Já na análise das mesmas atividades, utiliza as interações dos polos do modelo S.A.I para descrever os resultados em forma de categorias. No decorrer do percurso metodológico, o autor vai refinando sua proposta de oficina.

Na dissertação de Katiane Rocha (2014) o objetivo foi investigar o processo de construção de conhecimentos pedagógicos tecnológicos do conteúdo por acadêmicos de um Curso de Pedagogia para o ensino de Geometria plana com o SuperLogo. A teoria da instrumentação permitiu a autora compreender como os conhecimentos são construídos nas situações em que a ação do sujeito é mediado por instrumentos.

Na descrição de cada atividade, informou o objeto da ação, os conceitos explorados, os esquemas de ação instrumentado a serem mobilizados e uma sequência de passos possíveis. Na descrição das tarefas das duplas, a autora foi explicando em texto corrido cada ação das acadêmicas, associando os tipos de esquemas de utilização e as relações dos polos.

Para ilustrar a abrangência da Teoria da Instrumentação buscamos pesquisas em outras áreas além do campo da Educação Matemática e encontramos relevantes trabalhos. Por exemplo, na tese de Araújo (2014), no campo da Educação de modo geral, o objetivo foi caracterizar e analisar os elementos que se configuram como constitutivos do trabalho pedagógico na EAD com recurso à mediação de tecnologias digitais.

A abordagem instrumental é vista como possibilidade para a compreensão dos conceitos e métodos do processo de ensino e aprendizagem online. Aqui encontramos um objeto em estudo diferente dos apresentados em trabalhos anteriores, que eram compostos por objetos matemáticos, à docência online, a partir dos elementos constitutivos do trabalho pedagógico – objetivos, conteúdos, métodos e formas de organização do ensino.

Posteriormente, ocorreu uma investigação acerca de como o AVA se constitui como instrumento para construção dos esquemas de utilização. Para tanto, foram analisados os processos de instrumentalização e instrumentação. O foco das análises foi nas dimensões orientadas para o sujeito e para o artefato, de forma breve e descritiva. Resumindo, tratou-se de um trabalho que considera o uso dos artefatos em função da mediação dos conteúdos; mediação pedagógico-didática mediada por tecnologias e o saber-fazer e à concepção do professor em situação de utilização dos artefatos. Os dados da pesquisa empírica mostram que

os elementos constitutivos do trabalho pedagógico na docência online não se distinguem daqueles que caracterizam a docência presencial.

3.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE A TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO

Pierre Rabardel em seus escritos formula a Teoria da Instrumentação com ênfase em três polos: o sujeito, o instrumento e o objeto. Estes polos surgem de uma reflexão sistemática de estudos sobre Vygotsky e das reflexões teóricas e empíricas do campo da Ergonomia Cognitiva. Toda a teoria é assumida em uma abordagem antropocêntrica, pois a concepção de instrumento, nada mais é do que uma construção formada pelas ações dos sujeitos sobre os artefatos. Estas ações se manifestam em um cenário de inúmeras relações, pensadas sempre no homem frente aos sistemas técnicos, mediado por instrumentos, visando um objeto em estudo.

Ao escolhermos um artefato, temos que ter consciência que ele em sua origem foi criado e concebido com certa finalidade, comum ou não aos nossos interesses. Ao incorporá-lo em nossas atividades, este artefato ganha novos status: sociais, culturais, mediadores, culminado em um instrumento particular de cada sujeito que opera sobre ele. De acordo com Rabardel (1995a), os artefatos se constituem na forma tanto materiais quanto simbólicas. A ideia da teoria é a elaboração de uma proposta de instrumentos partindo do uso de artefatos.

Na passagem dos artefatos a condição de instrumentos, emergem os chamados esquemas de utilização. Estes são considerados elementos chave para a transformação da situação em uma atividade instrumental. Eles acompanham os sujeitos desde as concepções iniciais sobre o artefato e a partir das relações com este último, agregam novas funcionalidades, atitudes e características generalizáveis, que se associam com a ação, isto é, com a forma de uma pessoa organizar seus invariantes operatórios.

Assimilar as situações e os objetos mediados por instrumentos só ocorre com auxílio dos esquemas. Segundo Gitirana et al. (2014), é a combinação de diferentes tipos de elementos, como objetivos e expectativas, regras para selecionar a informação relevante, invariantes operatórios e, possibilidades de inferência, que ligam as representações e os procedimentos dos alunos. Logo, se encontra na passagem do artefato a ser instituído instrumento na atividade.

Uma vez conceituados os artefatos e os esquemas, a Teoria da Instrumentação apresenta como produto final a instituição de um dado instrumento, este formado a partir de um processo

composto por duas dimensões, os processos de instrumentação e instrumentalização, que caracterizam a chamada gênese instrumental. Nem todos os trabalhos com a Teoria da Instrumentação focam no processo da gênese, pois alguns se preocupam em apenas analisar as interações entre os polos, mas as pesquisas que buscam compreender o instrumento, necessariamente analisam as dimensões formadoras da gênese instrumental.

De acordo com Béguin e Rabardel (2000), compreender a gênese instrumental é considerar a evolução dos artefatos em novas funções (processo de instrumentalização) e a emergência dos esquemas de utilização em seu estado de adaptação (processo de instrumentação). Ambos os processos se relacionam com o sujeito, por isso a prevalência pela posição antropocêntrica, pelo estudo da experiência do sujeito relacionada com os demais polos. Os sujeitos desenvolvem nas tarefas novos usos para o artefato, com auxílio dos esquemas de utilização de cada um.

Durante a gênese instrumental ocorre processos de mediação, que em nossa pesquisa se encontra com características de uma mediação didática. Nas relações entre os polos ocorrem diversas mediações, como a mediação epistêmica (O-S) e a mediação pragmática (S-O). A proposta de utilização da mediação didática, articulada com o Excel deve-se ao fato deste último possuir ferramentas que introduzem os alunos nas tarefas com conceitos que abordam o raciocínio proporcional. Pensando em apresentar os três polos, Rabardel (1995a) esquematiza um Modelo das Situações de Atividades mediadas pelo Instrumento - S.A.I. Ela serve para análise das relações entre os polos e a compreensão das dimensões da gênese instrumental.

Por fim, a revisão da literatura nos mostrou uma diversidade de artefatos instituídos como instrumentos e principalmente artefatos tecnológicos (computador, Geogebra, Cabri 3D, entre outros) que nos dão respaldo para estudar o artefato Excel. Outra relevância é não ter encontrado pesquisas baseadas na gênese instrumental referente ao aprendizado de objetos matemáticos relacionados ao ato de raciocinar proporcionalmente. Portanto, com este cenário buscamos investigar e compreender o instrumento formado pelo artefato Excel e os esquemas de utilização dos alunos, em uma turma de 9º Ano, por meio do modelo S.A.I proposto em Rabardel (1995a).

4 O ARTEFATO EXCEL: POSSIBILIDADES DE INSTRUMENTO

Neste capítulo da dissertação enfatizaremos nossa escolha do artefato *planilha eletrônica Excel* (ou folha de cálculo) para mediar as atividades instrumentadas dos alunos. Nosso objetivo é descrever o artefato escolhido em termos de sua relação com as TDIC, sua trajetória e ferramentas, enaltecendo características que se adequam ao desenvolvimento do raciocínio proporcional em alunos, confirmados pelas pesquisas já existentes.

No primeiro subcapítulo situamos as *Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação* – TDIC, como meios de auxílio aos processos de ensino e aprendizagem em sala de aula. No segundo subcapítulo, apresentamos, brevemente, a historicidade das planilhas eletrônicas, passando do VisiCalc para o Lotus 123 e culminando no Excel da Microsoft. São ilustrados e comentados sua faixa de opções, enaltecendo as ferramentas matemáticas e os comandos que os alunos possam atribuir a suas ações como esquemas de uso e ação instrumentada. Expomos as expectativas quanto ao uso do Excel, assim como o objetivo do artefato na atividade e sua adequação. Destacamos as estratégias, representações, características e relações matemáticas que estão relacionadas a sua mediação.

No terceiro subcapítulo, descrevemos a revisão da literatura apresentando pesquisas que utilizaram alguns recursos digitais para auxiliar na apreensão dos conceitos relacionados com a noção de proporcionalidade (BITTAR, 2011; DIAS, 2016; CASTRO, 2016; MELO, 2013; LEITE, 2016). Posteriormente delimitamos as pesquisas que exploraram a planilha eletrônica, para compreendermos de que forma está sendo utilizada em pesquisas na Educação Matemática (FIOREZE, 2010; SILVESTRE; PONTE, 2006; SILVESTRE 2012; MARCHI, 2014; ROCHA, J., 2015). Buscamos enaltecer as potencialidades e limitações do nosso artefato Excel; como são tratados os esquemas dos alunos e as diversas formas de análise dos dados. É feita uma síntese ao término do subcapítulo.

4.1 A RELAÇÃO ENTRE AS TDIC E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação– TDIC são uma realidade no contexto social do ser humano atualmente. Logo nos parece um processo irreversível para o ato de cidadania, devido suas inúmeras criações constantes e seu uso maciço pela sociedade. No âmbito educacional, percebemos um avanço se comparado ao século passado, mas ainda com resistência na prática pedagógica do professor, por não existir unanimidade de como inserir, interagir e integrar as tecnologias.

As razões da divergência são muitas, porém as que mais impactam são: a falta de compreensão da própria atividade curricular; o fato das TDIC ainda não estarem totalmente acessíveis nas escolas e nos lares; o rápido avanço das tecnologias, tornando o processo de apropriação tecnológica por parte do professor complicado; a formação inadequada do professor para fazer esta integração e a falta de preparo dos gestores educacionais para dar suporte às inovações pedagógicas e administrativas necessárias para mudar certas práticas pedagógicas; a falta de apoio ao professor para auxiliá-lo nas mudanças de crenças pessoais, de concepções e, mais concretamente de postura diante de novo; e finalmente, a rigidez da estrutura e funcionamento dos sistemas de ensino que dificultam novas formas de organização do tempo e espaço das aulas. (VALENTE, 2013, p. 3).

Como podemos perceber, são inúmeras as razões que ainda precisamos solucionar, no conjunto sociedade, para que nossa educação melhore qualitativamente. Na Base Nacional Comum Curricular (2017), temos entre as competências gerais, uma específica que propõe a utilização de “tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas.” (BRASIL, 2017, p. 18). No contexto da Matemática, o documento apresenta uma competência específica para esta área do conhecimento, na qual propõe que se “utilize processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.” (BRASIL, 2017, p. 223).

Analisando estas competências, encontramos um discurso de tentativa, se por acaso lembrarmos-nos daquelas divergências apontadas anteriormente por Valente (2013), sendo que o documento-base prioriza as potencialidades que as tecnologias oferecem para o tratamento das informações e problemas do cotidiano. Ao usá-las na resolução dos problemas, oportunidades de aprendizado através de suas ferramentas contribuem para a aquisição dos conhecimentos, seja matemáticos ou não.

Segundo Almeida e Valente (2011, p. 29), “há quem considere as tecnologias como recursos neutros e sua integração ao currículo como transposição do conteúdo que faz parte do currículo oficial para uma nova mídia.” Tal pensamento é tão divergente quanto o anterior, pois

menospreza as potencialidades dos recursos digitais. Transpor o conteúdo é uma simples ação na complexidade de meios que os recursos podem oferecer.

Aliás, “ainda hoje, o papel do professor, em muitas situações, é visto sobretudo como o de fornecer informação aos alunos, controlar o discurso e o desenvolvimento da aula, procurando que todos os alunos atinjam os mesmos objetivos no mais curto espaço de tempo.” (PONTE; OLIVEIRA; VARANDAS, 2001, p. 5). Por isso pensamos nas finalidades das TDIC à sua importância para o contexto em questão.

Pensar no uso de tecnologias na sala de aula vai além das próprias funcionalidades dos recursos digitais e converge para o currículo, a instituição escola e a formação de professores e educadores (coordenadores, gestores, entre outros). Ponte (1995) defende que as novas tecnologias exigem uma reformulação do trinômio matemática-aluno-professor, de modo a que:

- na aprendizagem se contate com uma matemática mais viva, muito mais próxima do espírito investigativo que caracteriza a atividade dos matemáticos;
- o aluno passe a desempenhar um papel muito mais ativo e autônomo, definindo e aprofundando os seus domínios de interesse, e usando com desembaraço uma variedade de ferramentas para o seu estudo;
- o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e contínuo aperfeiçoamento de situações de aprendizagem.

Em relação à aprendizagem, a compreensão dos conceitos matemáticos perpassa pela proposta pedagógica que o professor propõe ao aluno. Seguindo neste viés, “as TDIC estruturam os modos de pensar, comunicar, lidar com a informação e construir conhecimento.” (VALENTE, 2013, p. 5). Assim, tarefas de investigação, exploração e resolução de problemas surgem como elo entre a aprendizagem e as tecnologias.

As Novas Tecnologias “podem servir para apoiar aprendizagem de tópicos matemáticos específicos, para a execução de algoritmos e processos rotineiros, como meios auxiliares para o arquivo, análise e apresentação de informação e como ferramentas para a realização de exploração e investigações.” (PONTE, 1995, p.2). Lembremos que nosso tópico matemático específico a propor nas tarefas, consiste dos quatro objetos de conhecimento, juntamente com suas habilidades, que escolhemos no subcapítulo anterior.

De acordo com Bittar (2011), a tecnologia constitui uma ferramenta de auxílio à compreensão do raciocínio do aluno, de suas dificuldades e compreensões; ferramenta de

elaboração de atividades e favorece a individualização da aprendizagem do aluno. Portanto as ferramentas são subsídios na criação de tarefas, meios para os alunos conjecturar as abstrações matemáticas e fonte de análise do ato de raciocinar matematicamente dos mesmos. Todas esses critérios positivos representam que “[...] esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos.” (BRASIL, 2017, p. 254).

Em relação aos alunos, a reformulação sugerida por Ponte (1995) os concebe com papéis de protagonismo, nos quais são levados em consideração seus anseios e sua realidade contextual. É necessário ocorrer um equilíbrio entre os interesses pessoais e os saberes matemáticos a dominar, pois ambos precisam ser motivadores e gerar satisfação aos alunos. Por isso, pensamos que as tecnologias possuem esse lado motivacional, fazendo com que haja “desenvolvimento nos alunos de importantes competências, bem como de atitudes mais positivas em relação à matemática e estimular uma visão mais completa sobre a natureza desta ciência.” (PONTE; OLIVEIRA; VARANDAS, 2001, p. 1).

Em Valente (2013) uma característica das TDIC é o fato delas ampliarem o repertório de possibilidades para o aluno, significando manifestações de seus conhecimentos. “Atualmente, as ferramentas tecnológicas proporcionam aos alunos oportunidades de terem mais e diferentes experiências com a utilização de múltiplas representações.” (NCTM, 2007, p. 78). Estas possibilidades passam muito pelo domínio dos esquemas de uso e de ação instrumentada do instrumento.

Em relação aos professores, teoricamente detentor dos saberes matemáticos, estes precisam também ampliar seus conhecimentos em relação aos recursos digitais a utilizar. “Se o professor não consegue se apropriar das facilidades tecnológicas disponíveis ele certamente terá muita dificuldade para integrá-las às atividades pedagógicas que acontecem em sua sala de aula.” (VALENTE, 2013, p. 4). Ainda com as ideias deste autor, ele reconhece que o professor possui conhecimentos técnicos e pedagógicos, mas são necessários entenderas reais potencialidades das tecnologias.

A palavra chave para a ligação entre as TDIC e o trinômio matemática-aluno-professor é integração. O fato consiste que “a verdadeira integração da tecnologia somente acontecerá quando o professor vivenciar o processo e quando a tecnologia representar um meio importante para a aprendizagem.” (BITTAR; GUIMARAES; VASCONCELOS, 2008, p. 3). O próximo passo do professor será em torno dos aspectos metodológicos. “Os professores devem, por si próprios, experimentar a forma como a tecnologia pode melhorar a aprendizagem significativa

da matemática, e explorar modelos para a integrar nas suas práticas de sala de aula.” (NCTM, 2007, p. 436).

Na formação inicial de professores, os formandos devem tomar contato com aplicações como o processamento de texto, sistemas de gestão de bases de dados, programas de tratamento de imagem, folhas de cálculo, programas de estatística, programas de apresentação (como o PowerPoint), correio eletrônico bem como software educativo orientado para a aprendizagem de disciplinas específicas bem como a Internet, tanto na vertente de consulta como na vertente de produção. (PONTE; OLIVEIRA; VARANDAS, 2001, p. 4).

Segundo Bittar (2011), quando o professor decide, por exemplo, pelo uso do computador em sua prática pedagógica, ele precisa compreender dois termos: o ato de inserir e o de integrar. Inserir um novo instrumento, nem sempre ocorre aprendizagem. Já o ato de integrar o professor visa o alcance de seus objetivos de ensino, contribuições para o processo de aprendizagem do aluno.

[...] a tecnologia deve ser usada com fins de permitir ao aluno ter acesso a propriedades ou a aspectos de um conceito; ou ainda a atividades matemáticas diferentes daquelas habitualmente tratadas no ambiente papel e lápis. Por exemplo, o Cabri-Géomètre permite que o aluno explore uma construção geométrica elaborando conjecturas, a partir da manipulação da figura construída, atividade possibilitada justamente pela característica de dinamismo do software. (BITTAR, 2011, p. 159).

Gostaríamos de pontuar a importância do ambiente com papel e lápis, da familiaridade que o aluno possui desse recurso desde os tempos do pré-escolar. “A proposta não é a substituição das atividades realizadas com o lápis e do papel, mas que as TDIC compartilhem com o lápis e o papel o mesmo espaço da carteira do aluno [...]” (VALENTE, 2013, p. 7). Assim nos sentimos mais confortáveis em integrar o universos das tecnologias em sala de aula.

Parece-nos consenso na literatura que as principais manifestações de recursos digitais, perpassam pelo uso dos computadores. Neles é possível o uso de diferentes softwares educativos, processadores de texto e dados, e até mesmo da calculadora incluída em suas ferramentas. Além destes e de suas próprias funcionalidades, percebemos inúmeros artefatos em jogo, sejam materiais como o teclado e o mouse, ou simbólicos, como uma linguagem de programação, por exemplo. Relacionando com a abordagem instrumental, “[...] o computador deve ser usado e avaliado como um instrumento, como qualquer outro, seja o giz, um material concreto ou outro.” (BITTAR; GUIMARAES; VASCONCELOS, 2008, p. 3).

Apesar de reconhecimento da folha de cálculo, no âmbito educacional, principalmente em pesquisas em Portugal, a mesma não tem o mesmo tratamento no Brasil e inexistem pesquisas que relacionam a abordagem instrumental com o instrumento Excel e o objeto em

estudo do raciocínio proporcional. Neste sentido que escolhemos o *Excel* ou folha de cálculo, como o artefato a ser instituído como instrumento pelos alunos.

Embora estes softwares ofereçam inúmeras facilidades para o estudo de muitos fenômenos, para que estas atividades possam ser desenvolvidas e realmente contribuam para o processo de construção de conhecimento do aluno, é necessário que os aprendizes e professores entendam as características e potencialidades que as TDIC oferecem, de modo a desenvolver um olhar crítico com relação ao uso destas tecnologias e de como elas são integradas ao currículo. (VALENTE, 2013, p. 12).

Finalizamos os apontamentos das relações das TDIC com a Educação Matemática ressaltando o componente ensino, no qual as “tecnologias permitem perspectivar o ensino da matemática de modo profundamente inovador, reforçando o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação e relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica.” (PONTE; OLIVEIRA; VARANDAS, 2001, p. 1). Muito se foi falado sobre a aprendizagem mediada pelas tecnologias, os papéis tanto dos alunos quanto dos professores e da ação de integração das tecnologias no contexto educacional. São vários elementos que corroboram com a proposta da abordagem instrumental e potencializam vários caminhos de aprendizagem.

4.2 AS PLANILHAS ELETRÔNICAS E O MS-EXCEL 2013

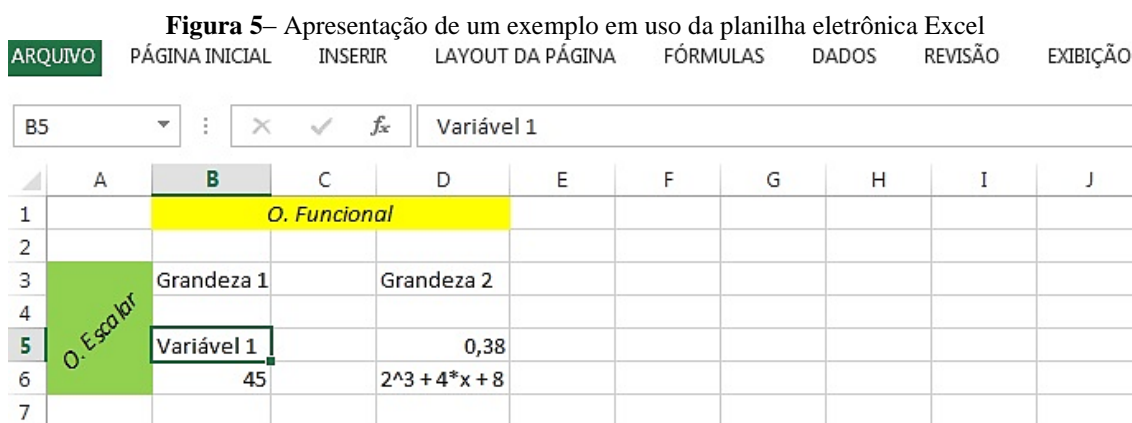
Neste subcapítulo buscaremos trazer a trajetória da planilha Excel, suas características e como pensamos integrá-las a nossa proposta pedagógica. Confiamos nas potencialidades da mesma e de sua capacidade de auxiliar em tarefas relacionadas ao ensino da noção de proporcionalidade. Na revisão da literatura, pesquisas são mostradas com o uso da planilha Excel (SILVESTRE; PONTE, 2006; FIOREZE, 2010; SILVESTRE, 2012; MARCHI, 2014, ROCHA, J., 2015).

O primeiro programa de planilha eletrônica (ou folha de cálculo) foi criado nas últimas décadas do século XX, denominado de *VisiCalc*, conforme histórico das planilhas eletrônicas retratado no estudo de Rocha (2015). O aplicativo foi difundido principalmente para o Apple II, sendo eficiente para a maioria dos computadores da época, realizando quase todas as atividades principais e se elevando a categoria das ferramentas de negócios, características das planilhas eletrônicas.

Pensando na evolução, o VisiCalc influenciou o programa *Lotus 123* (que unificava uma planilha, um banco de dados e um programa de dados) e nos tempos atuais a planilha eletrônica *Excel*. Jesiel Rocha (2015) afirma que a planilha eletrônica Lotus 123 foi criada para o sistema MS-DOS (Microsoft Disk Operating System, em português Sistema Operacional de Disco Microsoft), e seu sucesso de mercado levou a *Microsoft* a desenvolver um novo aplicativo chamado Excel, que revolucionou as vendas dos microcomputadores (PCs), surgindo com o objetivo de ser melhor que a Lotus 123.

O *Microsoft Office Excel* é um editor de planilhas para o sistema operacional Microsoft Windows, além de computadores Macintosh da Apple Inc. e dispositivos móveis como o Windows Phone, Android ou iOS (iPhone Operating System). A versão atual para a plataforma Windows é o Excel 15, também chamado de Microsoft Excel 2013, na qual será a versão que iremos utilizar em nossa pesquisa.

Definimos planilha eletrônica como uma tabela composta por linhas e colunas, identificadas por números e letras, respectivamente. A interseção entre uma linha e uma coluna é chamada *célula*. Na Figura 5, a célula B5 encontra-se selecionada e nela está escrita o termo ‘variável 1’. A célula sempre indica primeiro a letra da coluna e, em seguida, o número da linha, conforme descrito na barra de endereço, no canto superior esquerdo da Figura 5. Ao seu lado temos a barra de fórmulas, que exibe o conteúdo da célula e atua como recurso para digitação dos comandos automáticos.

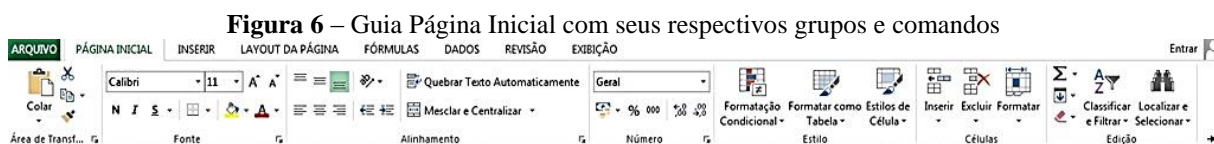


Fonte: Microsoft Excel 2013

Depois de comentados os conceitos básicos do Excel, apresentaremos agora as principais ferramentas, através da faixa de opções, localizada na parte superior da Planilha. Esta faixa é o local onde estão os principais comandos do Excel, separados por *guias*: Arquivo, Página Inicial, Inserir, Layout da Página, Fórmulas, Dados, Revisão e Exibição. Cada uma representa uma área de atividade e apresenta os comandos reunidos por *grupos*, que mostram

os itens relacionados em conjunto. Já os comandos se configuram como botões, caixas para inserir informações ou um menu.

Apresentaremos cada uma das guias através de suas respectivas figuras e comentaremos seus grupos e comandos de forma básica, pois pretendemos que os alunos explorem estas ferramentas e nos surpreendam através da mediação pelo instrumento.



Fonte: Microsoft Excel 2013

A guia *Página Inicial* contém todos os comandos que teoricamente o usuário utiliza com mais frequência. Tem acesso à Área de transferência, Fonte, Alinhamento, Número, Estilo, Células e Edição. Os botões Recortar, Copiar e Colar estão no grupo área de transferência. Os grupos Fonte, Alinhamento e Células possuem comandos de formatação das células. Em número, encontramos comandos que alteram os sentidos dos números, como formato moeda, contábeis, datas, horas, porcentagens, fração, científico e texto, além de comandos específicos de casas decimais. No grupo estilo, o comando formatação condicional realça visualmente valores que possuem tendências e padrões nas células selecionadas; já formatar como tabela, converte um intervalo de células em uma tabela. Por fim em Edição, temos os comandos de somatório, média, máximo, mínimo e a classificação e filtro de dados para facilitar a análise.

Ao lado da guia Página Inicial temos a guia Arquivo Figura 6, que uma vez selecionada o usuário tem acesso à área de gerenciamento de arquivos chamada Backstage. Nela temos as opções: Informações, Novo, Abrir, Salvar, Salvar Como, Imprimir, Compartilhar, Exportar, Fechar, Conta e Opções. Estas opções são as mesmas que se encontram em todos os programas do pacote Office²³ da Microsoft.

A guia *Inserir* contém os grupos Tabelas, Ilustrações, Aplicativos, Gráficos, Relatórios, Minigráficos, Filtros, Links e Símbolos. As Ilustrações fornecem a inclusão de imagens e formas a planilha, assim como em Símbolos é possível inserir equações matemáticas e seus conectivos. Em Aplicativos e Links são prováveis a inclusão de hiperlinks e recursos fora dos domínios do Excel. O grupo relatório possui comandos empresariais, gerando relatórios interativos. Já Filtros, possui comandos que segmentam dado e buscam trabalhos em uma linha temporal.

²³ O pacote Office 2013 da Microsoft possui além da planilha eletrônica Excel, o Word (processador de texto) e o PowerPoint (apresentação de slides) como principais programas, além de mais 10 programas.

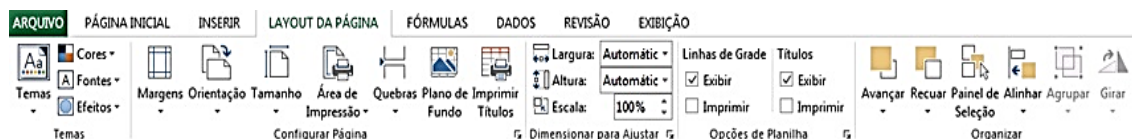
Em destaque na Figura 7, enaltecemos as guias Tabelas, Minigráficos e Gráficos. A primeira, além de sua inserção básica, também é possível utilizar tabelas interativas para resumir grandes quantidades de dados. É possível a comparação totais relacionados quando você tiver uma longa lista de valores a serem resumidos e desejar comparar vários fatos sobre cada valor. O segundo propõe gráficos pequenos posicionados em uma única célula, representando uma linha de dados, podendo ser na modalidade linha, coluna ou ganhos/perdas. O terceiro expressa visualmente dados e valores por meio de imagens em formas gráficas, sendo possível entender o que os dados significam.



Fonte: Microsoft Excel 2013

O Excel oferece uma ampla variedade de tipos de gráficos e métodos simples para selecioná-los e visualizá-los, evidenciando comparações, padrões e tendências. Por exemplo, o gráfico do tipo Colunas ilustra comparações entre itens; do tipo Linhas exhibe dados contínuos, sendo ideais para mostrar tendências a intervalos iguais; o tipo Pizza esboça o quanto cada valor representa sobre o valor total; o tipo Barras faz comparações entre itens individuais; o tipo Dispersão (XY) expõe e compara valores numéricos, como dados científicos, estatísticos e de engenharia; o tipo Superfície são úteis quando você deseja encontrar combinações vantajosas entre dois conjuntos de dados; o tipo Rosca mostram a relação das partes com o todo, possíveis em mais de uma série de dados.

Figura 8 – Guia Layout da Página com seus respectivos grupos e comandos



Fonte: Microsoft Excel 2013

Na Figura 8 temos a guia *Layout da Página* com os grupos Temas, Configurar Página, Dimensionar para Ajustar, Opções de Planilha e Organizar. Todos possuem características de formatação das células, nos chamando atenção os comandos de impressão da página reduzidos a uma certa escala e a possibilidade de inserção de temáticas como plano de fundo, podendo emergir a criatividade do usuário.

A próxima guia são as *Fórmulas* Figura 9, que contém os grupos Biblioteca de Funções, Nomes Definidos, Auditoria de Fórmulas e Cálculo. Este último oferece a opção de cálculo nas

células manualmente ou automática, como inicialmente estabelecido. Em Nomes Definidos e Auditoria de fórmulas temos comandos de formatação das células e de opções de filtro. Destaca-se o rastreamento de células com relações entre elas por meio de setas.



Fonte: Microsoft Excel 2013

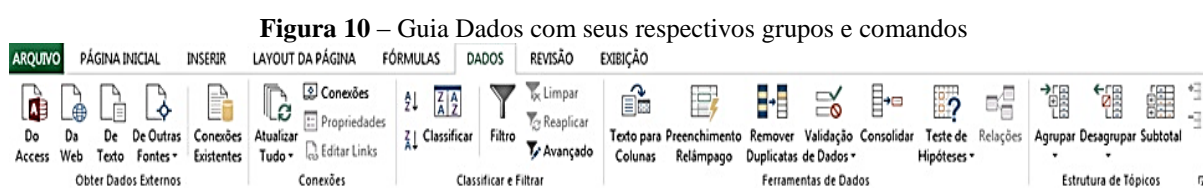
Em biblioteca de Funções, temos talvez o coração das planilhas eletrônicas, devido ao manejo e controle das fórmulas. Estas são equações que executam cálculos sobre valores em uma planilha. As fórmulas são inseridas em uma célula e devem iniciar-se com o sinal de igual (=), podendo conter um ou todos os seguintes elementos: funções, operadores (matemáticos, de comparação, de concatenação e de referência), referências (coordenadas de células) e constantes.

De acordo com a Figura 9, as Funções são apresentadas em blocos matemáticos, como Financeiro, Lógica, matemática e Trigonometria e entre outras. São Fórmulas pré-desenvolvidas que assumem um valor ou vários valores, executam uma operação e retornam um valor ou vários valores. Já os operadores são matemáticos, de comparação, de concatenação e de referência. Todas as funções têm uma sintaxe a ser obedecida, ou seja, a forma como devem ser digitadas ou inseridas, por exemplo:

=FUNÇÃO(ARGUMENTO1;ARGUMENTO...;ARGUMENTOFINAL)

Na sintaxe o termo (=FUNÇÃO) representa o nome da função a ser utilizada. Os argumentos indicam os dados a serem utilizados no cálculo da função, separados cada um por ponto e vírgula. Todas as funções devem iniciar-se e finalizar-se com parênteses. Assim, as regras para construção de uma planilha giram em torno de: para melhor visualizar o conteúdo de uma célula utilize a barra de fórmulas; nunca utilizar a tecla espaço para efetuar um cálculo; e utilize sempre a tecla “=” antes de um cálculo.

Na Figura 10 temos a guia *Dados* com os grupos Obter Dados Externos, Conexões, Classificar e Filtrar, Ferramentas de Dados e Estrutura de Tópicos.



Fonte: Microsoft Excel 2013

Os dois primeiros atuam conectando recursos de outros programas do pacote Office da Microsoft, além da inclusão de hiperlinks e recursos fora dos domínios do Excel. Os demais grupos possuem comandos sobre filtragens e formatações das células, como em guias anteriores.

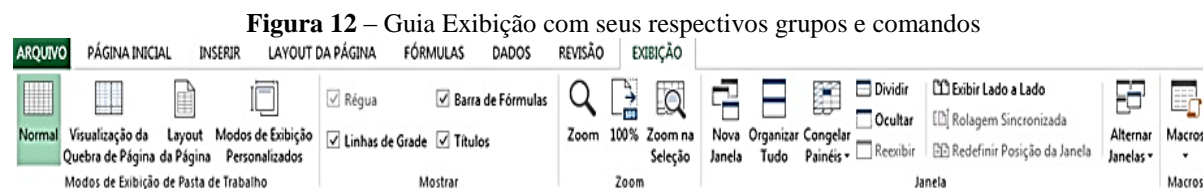
Na Figura 11 temos a guia *Revisão* com os grupos Revisão de Texto, Idioma, Comentários e Alterações.



Fonte: Microsoft Excel 2013

Todos os grupos não possuem comandos específicos matemáticas, como em algum dos anteriores. Entre os comandos de destaque temos a opção Pesquisar, interagindo com o recurso digital da Internet; a possibilidade da inserção de comentários explicativos pelos usuários de suas atividades; e comandos de proteção com senhas e compartilhamento de planilha.

Por fim, na Figura 12 temos a guia *Exibição* com os grupos Modo de Exibição de Pasta de Trabalho, Mostrar/Ocultar, Zoom, Janela e Macros.



Fonte: Microsoft Excel 2013

Estes grupos são os mesmos da guia Exibição em todos os programas do pacote Office da Microsoft, como Word e PowerPoint. Atuam como ferramentas relacionados a impressão, leitura e organização das páginas do documento em uso.

Portanto, o Excel oferece muitos ajustes na interface ao usuário, em relação às mais primitivas planilhas eletrônicas. Entretanto, a essência continua a mesma da planilha eletrônica original, o VisiCalc, isto é, as células são organizadas em linhas e colunas, e contêm dados ou fórmulas com referências relativas ou absolutas às outras células. Seus recursos incluem uma interface intuitiva, capacitadas ferramentas de cálculo e de construção de gráficos, que juntamente com um marketing agressivo, tornaram o Excel um dos mais populares aplicativos de computador até hoje.

Segundo Jesiel Rocha (2015), desde 1993, o Excel tem incluído o *Visual Basic for Applications* (VBA), uma linguagem de programação baseada no Visual Basic que adiciona a capacidade de automatizar tarefas no Excel e prover funções definidas pelo usuário (UDF, *user defined functions*), para uso em pastas de trabalho. Atualmente as planilhas eletrônicas Microsoft Excel e BrOffice.calc são as mais conhecidas, no entanto a segunda não é tanta difundida quanto a primeira, apesar do aplicativo ser um software livre (gratuito, na plataforma Linux).

Pensamos que o Excel pode ser uma ferramenta de ensino muito além de só compreensão de fórmulas matemáticas, mas um instrumento que poderá ajudar os estudantes a reconhecer as regularidades entre os dados de uma tabela ou outra forma de registro (gráfico, por exemplo), principalmente em situações de proporcionalidade. Por exemplo, a utilização do Excel permitiu na pesquisa de Silvestre e Ponte (2006) a realização rápida de cálculos complexos e repetitivos, apoiando a formulação e o teste de conjecturas, além da visualização dos dados em diferentes modos, facilitando a realização de inferências sobre as suas relações e a explicitação de estratégias oriundas do raciocínio proporcional.

Ao usar qualquer recurso tecnológico, no âmbito da Educação Matemática, devemos segundo Borba e Penteado (2003), levar em consideração qual o objetivo da atividade que se pretende realizar e analisar a adequação da tecnologia para a realização da mesma. Sob esse olhar, percebemos que investigar o processo da gênese, nos remete ao processo de instrumentalização, e assim a necessidade de artefatos que possam ser instituídos como instrumentos, dá a possibilidade da mediação por mídias informáticas.

O uso das Planilha Eletrônica Excel surge como um artefato não explorado com esta finalidade, em pesquisas com a abordagem instrumental, e se torna adequada para esta atividade por envolver o raciocínio proporcional, também sem menções na literatura. “Pesquisas nos mais diferentes campos do conhecimento escolar evidenciam que a tecnologia pode constituir um instrumento capaz de contribuir de modo importante com a aquisição do conhecimento pelos alunos.” (BITTAR; GUIMARAES; VASCONCELOS, 2008, p. 2).

A polêmica ainda remanescente sobre o uso ou não de tecnologias na educação vem perdendo espaço no meio acadêmico à medida que se desenvolvem estudos, práticas, investigações e novos conhecimentos sobre suas contribuições aos processos de ensinar e aprender, advindas das novas relações que se estabelecem com o conhecimento ao usá-las como instrumentos mediáticos. (ALMEIDA, 2006, p. 3).

Sobre o uso ou não das tecnologias, já discutimos apontamentos relevantes no subcapítulo anterior, que indicou a obrigação de realmente integrarmos as TDIC no contexto

da sala de aula. “Os propósitos da atividade, as necessidades contextuais, os temas dos estudos e as estratégias a desenvolver são os indicadores de quais tecnologias devem ser integradas ou se é apropriado utilizar tecnologias em determinada situação educacional.” (ALMEIDA, 2006, p. 5).

Para finalizar as conceituações referentes às planilhas eletrônicas, destaquemos as estratégias, representações, característica se relações matemáticas do Excel. Sobre as estratégias, na pesquisa de Marchi (2014, p. 130) foram comprovadas algumas:

- *organização dos dados e busca por resultados*: esta estratégia foi a mais comum utilizada nas primeiras tarefas investigativas possibilitando aos estudantes organizar os dados, envolvidos nos problemas, e articulá-los na busca de resultados tornando esse processo dinâmico e confiante;
- *análise e validação de conjectura*: destaca-se pelas possibilidades que as Planilhas Eletrônicas propiciam de alteração dos dados e respostas imediatas, possibilitando aos estudantes uma análise para validação ou não de suas conjecturas;
- *exploração e reorganização de abordagem*: permite ao aluno revistar suas abordagens com outro olhar, à medida que adquiriu conteúdo matemático e desenvolveu experimentações com as Planilhas Eletrônicas, fazendo com que o mesmo tenha outra visão sobre as abordagens e dando-lhe a possibilidade de explorá-las e reorganizá-las.

Nossas expectativas giram em torno do fato de que os alunos fizessem uso dessas estratégias intuitivamente e de outras não previstas *a priori*. Em relação as representações, segundo Valente (2013), as TDIC podem constituir uma ferramenta eficaz e uma linguagem de representação do conhecimento e comunicação, mas para isto são necessários inicialmente que as crenças dos professores atuem numa abordagem construtivista de aprendizagem. Conseqüentemente, uma vez assumindo tal postura como pesquisadores enxergamos nos alunos a utilização das estratégias de resolução dos problemas por meio das ferramentas do Excel e a oportunidade de demonstrarem diferentes tipos de representação nas tarefas.

Para que a tecnologia se torne uma parte essencial das aulas, as ferramentas tecnológicas deverão ser selecionadas e utilizadas de forma compatível com os objetivos do ensino. Quando as ferramentas tecnológicas são consideradas materiais de ensino essenciais a todos os alunos, então as decisões sobre os recursos devem refletir esse ponto de vista, apesar dos custos inerentes à sua compra e atualização. (NCTM, 2007, p. 435).

Ao pensar na dinâmica encontrada no uso de Planilhas Eletrônicas, Beare²⁴ (1993 apud MARCHI, 2014, p. 18) apresenta as seguintes características para as mesmas: interatividade, feedback instantâneo na alteração de dados e fórmulas, articulação dos dados de saída e fórmulas simultaneamente, resolução de problemas complexos e com grande quantidade de dados. Essas características, juntamente com as estratégias e ferramentas, complementam as potencialidades do Excel.

Os computadores e as calculadoras vêm mudar o que os alunos podem realizar com representações convencionais e ampliar o conjunto de representações com as quais podem trabalhar. Por exemplo, usando programas de geometria dinâmica ou de gráficos, os alunos podem rodar, inverter, esticar e ampliar os seus gráficos. Podem recorrer aos sistemas algébricos computacionais para manipular expressões e podem investigar conjuntos complexos de dados, recorrendo a folhas de cálculo. À medida que os alunos aprendem a usar estas novas e versáteis ferramentas, poderão também refletir sobre os pontos em que algumas representações utilizadas nas tecnologias diferem das representações convencionais. (NCTM, 2007, p. 77).

Por último, as relações matemáticas são possíveis no uso de planilhas eletrônicas. Elas vão além da visualização de tabelas e gráficos, representantes do tratamento de dados e informação, mas com possibilidades de relações em todos os blocos dos conteúdos.

Deve usar-se o computador (por exemplo, a folha de cálculo) para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem e os métodos gráficos, e a linguagem e os métodos algébricos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas. Estabelecer conexões entre Álgebra, Geometria e Números contribui para evitar a abordagem aos métodos algébricos como um conjunto de regras e procedimentos a memorizar sem significado para os alunos. (ME, 2007, p. 62).

Logo, a expectativa é que o raciocínio proporcional dos alunos possa ser beneficiado com este recurso digital e que as noções de variáveis, razões, relações e outros conceitos, se tornem possíveis por meio do processo da gênese instrumental. “A folha de cálculo é um recurso tecnológico importante no desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que permite realizar com rapidez experiências com números e pôr em evidência relações numéricas.” (ME, 2007, p. 45).

4.3 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE ARTEFATOS TECNOLÓGICOS

²⁴ BEARE, R. How spreadsheets can aid a variety of mathematical learning activities from primary to tertiary level. In: Jaworski, B. (Ed.). *Technology in Mathematics Teaching: a Bridge between Teaching and Learning*. Bromley (UK): Chartwell-Bratt, p. 117 à 124, 1993.

Neste item apresentamos pesquisas que utilizaram recursos didáticos para auxiliar na apreensão dos conceitos relacionadas a noção de proporcionalidade. Posteriormente delimitamos as pesquisas que só exploraram a planilha eletrônica, para compreendermos de que forma está sendo explorado seu uso em pesquisas na Educação Matemática. Ao fazer tal revisão, buscamos enaltecer as potencialidades e limitações do artefato Excel, para podermos ter subsídios suficientes para sua análise ao longo do processo da gênese instrumental.

Começamos por uma das principais pesquisadoras brasileira na temática da Teoria da Instrumentação com o uso de tecnologias, a professora doutora Marilena Bittar. Em um de seus trabalhos, Bittar (2011) relata sua atuação no campo da formação de professores, com um grupo de pesquisa, com pesquisadores, orientandos, professores de matemática e pedagogos, para investigar a integração da tecnologia na prática pedagógica do professor que ensina na Educação Básica.

Através desse projeto foi possível discutir em que o grupo pensava sobre o uso de tecnologia nas aulas de Matemática. Ao longo do mesmo, todos estudaram e analisaram softwares (Calculadora, Cabri-Géomètre e o SuperLogo) que poderiam contribuir para a aprendizagem de Matemática e realizaram intervenções na Educação Básica buscando integrar estes artefatos a prática pedagógica dos professores como instrumentos didáticos.

Bittar (2011) afirma que a abordagem instrumental permite compreender o uso de um software nas aulas de Matemática e contribui na investigação das mudanças que ocorrem na prática do professor e o desenvolvimento de seus esquemas de ação. “Para caracterizar um esquema é preciso analisar seu estatuto na atividade do sujeito”. (BITTAR, 2011, p. 161).

Investigar a incorporação da tecnologia na prática pedagógica do professor significa investigar o processo de gênese instrumental, ou seja, “[...] como o professor cria os esquemas para o uso da tecnologia e como essa tecnologia vai transformar sua prática pedagógica de forma a contribuir com a aprendizagem do aluno”. (BITTAR, 2011, p. 162). Portanto, foi uma pesquisa que mostrou como se dá a elaboração do instrumento pelo sujeito.

Na dissertação de Dias (2016) o objetivo foi avaliar o *Objeto de Aprendizagem* (OA) Equilibrando Proporções, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud. Nesta pesquisa foi feita uma investigação das contribuições que o OA pode proporcionar na exploração das situações sobre a compreensão do pensamento proporcional das grandezas diretamente proporcionais. A pesquisa foi realizada com alunos do 6º Ano, divididos na metodologia de grupo controle e grupo experimental, perpassando por momentos de pré-teste, intervenção e pós-teste, com e sem o uso do computador.

A ideia é o uso do recurso digital buscando suas contribuições para o ensino de proporção pautado no currículo escolar. Uma pesquisa relevante por utilizar-se de um processo semelhante ao de instrumentalização que iremos propor com o Excel. Para avaliar o recurso digital Equilibrando Proporções foi feita uma averiguação quantitativa do desempenho dos alunos na tarefas e a partir de uma análise qualitativa uma reformulação do OA. A autora considera OA como quaisquer materiais digitais para uso educacional disponíveis na internet que podem ser acessados e utilizados por qualquer número de pessoas simultaneamente. Atualmente, existe um grande número de OA disponível na web, sobre diferentes temáticas da Matemática.

Os resultados mostram que o OA Equilibrando Proporções proporciona um estudo intuitivo do conteúdo promovendo mais significado; viabilizou uma sequência didática ao ensino da proporcionalidade; apresentou representações (variação e desenho das grandezas) como um ponto forte a auxiliar na compreensão do pensamento proporcional.

Na tese de Castro (2016), já mencionada, as tecnologias digitais utilizadas foram o *Software Geogebra*, o recurso digital Equilibrando Proporções, um *blog* e os aplicativos online *Cacoo* *WhatsApp*. A intencionalidade era o desenvolvimento do conceito de covariação presente nas estruturas multiplicativas e quais as contribuições das tecnologias. No nosso caso, a ideia era privilegiar um único instrumento para melhor análise quanto às suas potencialidades e limitações.

Na busca de trabalhos mediados por recursos didáticos encontramos a dissertação de Melo (2013) que analisou a atividade docente com o uso da *Lousa Digital* em aulas de Matemática, especificamente as interações docentes em aula de Razões e Proporções. O foco foi um estudo de caso com um professor, sendo a atividade docente analisada a partir da literatura em Interação, a Teoria da Atividade e da revisão de literatura em Razão e Proporção. A atividade docente foi investigada a partir da identificação das interações docentes com a Lousa, aluno e com a turma, em um movimento de vice-versa, com e sem o uso da lousa. Nesta parte vislumbramos analogias com as relações entre os polos [S-I], [I-S], [O-S] e [S-O], caso fosse utilizada a abordagem instrumental de Rabardel.

O uso da Lousa permitiu ao professor propor uma boa variedade de exercícios sobre Razões e Proporções. No referido estudo de caso, foi identificada cada interação, a partir dos atores, seus objetivos, compondo o total das interações que foram classificadas em mediação didática, mediação pedagógica, gestão de recursos e outras. Foram analisados ainda os meios usados, identificados em fala e gestos; recursos digitais; recursos da Lousa Digital; e outros.

Particularmente, quando o meio usado foi a Lousa Digital, foram identificados recursos como: acesso a sites de compartilhamento; uso de apresentações prontas; uso de apresentações com gestos sobre as próprias apresentações; uso de lápis sobre a apresentação; zoom e outros.

Na dissertação de Leite (2016), a autora se propôs a descrever e classificar resoluções e estratégias desenvolvidas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental II ao resolverem duas atividades, com e sem o uso do *Computador*, que envolviam situações-problema de proporção dupla e proporção múltipla em relações diretamente proporcionais. O aporte teórico é baseado à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud, e na classificação dos problemas multiplicativos em Gitirana et al. (2014). Os resultados encontrados foram analisados quanto ao número de acertos e as estratégias elaboradas para realização das duas atividades.

Quanto às estratégias elaboradas, tanto na atividade computacional quanto na atividade não-computacional, os dados apontam o uso massivo do operador escalar entre as grandezas nas situações de proporção dupla. Já nas situações de proporção múltipla, identificou-se elevado índice de estratégia mista, que se refere ao uso de relação escalar e funcional entre os conjuntos de grandezas. Situações computacionais de proporção dupla e múltipla apresentam o mesmo grau de dificuldade, independente do grau de escolaridade; a compreensão das relações na situação de proporção múltipla, sem o registro escrito, apresentou-se como mais difícil para amostra.

Na tese de Fioreze (2010) ocorreu a investigação do processo de construção de conceitos que envolvem a proporcionalidade, utilizando *Atividades Digitais* de aprendizagem com uso de diferentes recursos tecnológicos para garantir uma maior abrangência de situações. Os recursos utilizados foram: os *Softwares Régua e Compasso*, a *Planilha Eletrônica* e o *Geoplano*; dois *OAs* criado no grupo de pesquisa; um *Vídeo* e *Objetos Materiais* como maquetes, molas, moedas e folhas de papel. Todos esses artefatos poderiam ser estudados a fundo com a Teoria da Instrumentação, como nos propomos a fazer com a planilha eletrônica (Excel).

Os sujeitos da pesquisa foram alunos da 8ª Série. O aporte teórico foi a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud. A metodologia foi a Engenharia Didática. Os resultados mostram potencialidades nas atividades digitais propostas; os conceitos espontâneos evoluíram para conceitos científicos; e os teoremas em ação e os conceitos em ação se tornaram mais claros. Percebe-se também uma valorização quanto aos esquemas dos alunos, igualmente em nossa pesquisa, como caminho para compreensão dos processos de conceitualização.

Voltando à pesquisa de Silvestre e Ponte (2006), estes pesquisadores utilizaram a *Folha de Cálculo* como mediadora das tarefas propostas com a noção de proporcionalidade. Mas esta pesquisa não ocorre menções de utilização da Teoria da Instrumentação, nem menções a Vygotsky ou foco na análise deste material tecnológico. Ao estudar este artigo, em nenhum momento imaginaríamos que mais à frente iríamos retornar a ele para aprofundamento devido a nossa escolha do artefato Excel.

Na tese de Silvestre (2012), a autora deu sequência aos seus estudos e de João Pedro da Ponte e elaborou um trabalho similar àquele de 2006, com uso discreto da Folha de Cálculo (Excel), e auxílio da *calculadora* e computadores. O artefato em destaque desta pesquisa foi a *Unidade de Ensino* proposta. Wittmann²⁵ (1998 apud SILVESTRE, 2012). Afirma que a Educação Matemática tem como cerne a construção de artefatos e a investigação dos seus efeitos em diferentes ecologias educativas. Estes artefatos incluem unidades de ensino, conjuntos coerentes de unidades de ensino e o próprio currículo.

O estudo tem por base uma experiência de ensino que pretende conhecer a influência de uma unidade de ensino especialmente concebida na capacidade de raciocínio proporcional dos alunos. A unidade de ensino foi proposta tendo por base uma teoria sobre o modo como os alunos aprendem (uma conjectura de ensino-aprendizagem), sendo constituída por uma sequência de tarefas organizadas de modo coerente e apelando ao uso de diversos recursos didáticos.

Na dissertação de Marchi (2014) o objetivo era identificar e analisar as estratégias adotadas pelos alunos ao realizarem tarefas investigativas acerca de conceitos de Matemática Financeira com o uso da Planilha Eletrônica Excel. A pesquisa em campo foi realizada por meio de um curso de extensão com licenciandos de matemática. Os estudantes estavam organizados em duplas e instrumentos de coleta de dados foram: as filmagens do ambiente, a captura das imagens dos computadores por meio de um software específico e a exposição das atividades na lousa digital.

Como o foco eram as estratégias dos alunos foram criadas como resultado três grupos de estratégias com a planilha eletrônica: estratégias por meio da organização de dados e busca por resultados; análise e validação de conjecturas e, a exploração na reorganização de abordagens. Ambas podem constituir indícios importantes para nossa pesquisa, no que diz respeito as possíveis potencialidades do Excel para o ensino de conceitos de proporcionalidade.

²⁵ Wittmann, E. C. (1998) Mathematics education as a 'design science'. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), Mathematics education as a research domain: A search for identity (pp. 87-103). Dordrecht: Kluwer.

O pesquisador concluiu com maior ênfase pesquisa que os alunos produziram conceitos sobre acréscimos e descontos, juros simples e juros compostos. Vale ressaltar que existiram atividades com porcentagem, que de certa forma é passível de se ensinar relações proporcionais e de ligação estreita com nossa pesquisa, mostrando que as planilhas eletrônicas vão além do ensino da matemática financeira e a estatística.

No artigo de Jesiel Rocha (2015) o objetivo foi apresentar uma maneira de ensino e aprendizagem de matrizes, sistemas lineares e determinantes, de forma que o aluno se sinta motivado e desafiado a aprender matemática, por meio do software Microsoft Excel 2013. O autor propôs alguns problemas, através de uma oficina com alunos do 2º ano do Ensino Médio. O autor chegou à conclusão que muitos recursos na planilha Excel podem ser desenvolvidos de forma multidisciplinar, nos animando quanto às possibilidade de uso do Excel como instrumento para mobilização de esquemas relacionados ao raciocínio proporcional.

4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS

O Microsoft Excel é um programa desenvolvido para trabalhar com cálculos feitos em planilhas eletrônicas, desenvolvimento de gráficos e controlador de banco de dados. Este artefato se situa no campo das TDIC, assim como computadores, calculadoras e softwares educacionais. Possui muitas ferramentas através de sua faixa de opções, contendo guias e grupos de comandos. Por meio de suas funcionalidades, são reais as expectativas quanto à possibilidade de seu uso para o desenvolvimento do raciocínio proporcional pelos alunos.

Na literatura sobre a temática, encontramos divergências do tipo: a formação inadequada do professor para fazer a integração e apropriação da tecnologia; a rigidez dos sistemas de ensino e as TDIC ainda não estarem totalmente acessíveis nas escolas; mas também convergências, do tipo: as tecnologias são ferramentas de compreensão do raciocínio, elaboração de atividades e execução de processos rotineiros. Além da importância do termo integrar em detrimento do termo inserir; a historicidade das planilhas eletrônicas.

Concluimos que o recurso mais usado e útil do Excel, em pesquisas, são as suas fórmulas, pois através delas podemos fazer cálculos matemáticos em seu banco de dados. Nossas expectativas giram em torno da apropriação dos esquemas de uso e ação instrumentada possíveis pelos alunos.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos a natureza e a abordagem da pesquisa. Descrevemos a escolha do campo de pesquisa e dos sujeitos envolvidos; o espaço, o tempo e a organização do campo de pesquisa além dos instrumentos de coleta de dados. Por fim, apresentamos os procedimentos para a análise dos dados.

5.1 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

De acordo com os objetivos propostos nesta dissertação essa pesquisa possui uma abordagem metodológica caracterizada como uma *pesquisa de intervenção*. Uma intervenção é uma abordagem de pesquisa marcada “[...] por uma relação assimétrica em que um dos participantes desta relação é aquele que assiste, propõe e encaminha atividades a serem realizadas” (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p.299).

Pesquisas dessa natureza objetivam gerar mudanças, propiciando o desenvolvimento cognitivo e favorecendo explicações sobre sua formulação, podendo proporcionar implicações educacionais (SPINILLO; LAUTERT, 2008). Nas pesquisas de intervenção, o pesquisador pode assumir uma posição que provoque a autodescoberta dos estudantes ou ainda uma posição de instrução tutorada em que apresenta explicações e feedbacks, estabelece o diálogo e incentiva a colaboração. Spinillo e Lautert (2008) esclarecem que em ambientes como uma sala de aula as duas formas de assistência podem aparecer de maneira combinada.

O presente estudo desenvolveu-se através de uma *abordagem quanti-qualitativa*. Neste tipo de pesquisa o foco é analisar o aspecto subjetivo no conhecimento produzido, além de entender e interpretar dados e discursos, pois ela depende da relação ‘observador-observado’ (BORBA; ARAÚJO, 2012). Para vivenciar o processo de intervenção precisamos descrevê-lo e interpretá-lo, com moldes de uma *investigação qualitativa em educação* (BOGDAN, BIKLEN, 1994).

Nesse tipo de investigação “o significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p.50), ou seja, preocupamo-nos com o modo que as

pessoas dão sentido às coisas, a compreensão de diferentes perspectivas, entre outros. Assim, esse tipo de investigação busca a compreensão mais profunda do seu objeto. Investigações “valorizam as ideias poderosas e processos característicos da atividade dos matemáticos e constituem um contexto privilegiado para a construção de conceitos através de uma abordagem intuitiva.” (SILVESTRE; PONTE, 2006, p. 5).

5.2 O CAMPO DA PESQUISA

Para realizar nosso estudo escolhemos uma escola da rede pública estadual localizada no Agreste do Estado da Paraíba, na cidade de Ingá. A escola foi escolhida por diversos fatores e condições que favoreceram a aplicação das tarefas propostas aos sujeitos da pesquisa, a saber: o fato de o pesquisador ter possuído um vínculo empregatício nesta unidade de ensino, e conseqüentemente, ter facilidade para dialogar com a gestão escolar e com o professor titular da turma; a viabilização do espaço físico, recursos e materiais necessários para aplicação da pesquisa; o pesquisador residir no município em questão; a escola escolhida possuir um laboratório de informática ativo e com os computadores funcionando perfeitamente.

5.2.1 *Os Sujeitos da Pesquisa*

Decidimos desenvolver a pesquisa com dois alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental. Optamos pela participação de apenas dois alunos, devido à complexidade para analisar os esquemas dos mesmos, e assim, facilitar a observação do pesquisador e a condução das atividades. Esta etapa escolar foi escolhida por ser uma das etapas da Educação Básica na qual se espera que os alunos tenham sistematizado competências básicas do raciocínio proporcional.

Chamaremos a dupla de alunos de “A1A2”, e quando necessário, individualmente, o aluno “A1” e o aluno “A2”. Entregamos o termo de consentimento (ver Apêndice A) aos alunos, logo no primeiro dia de apresentação. Neste mesmo momento, houve uma conversa em particular com os alunos sobre o objetivo da pesquisa, o procedimento da coleta de dados e o comprometimento do pesquisador com cada um deles durante todo período da aplicação. No dia seguinte, foi recolhido o termo de autorização, devidamente assinado pelos pais e/ou responsáveis, permitindo a participação desses alunos.

O convite à única turma do 9º Ano da escola, turno matutino, ocorreu pelo pesquisador na data de 06/12/2018. No encontro, o pesquisador comentou detalhes de como seria a contribuição dos mesmos na realização da pesquisa. A escolha dos alunos foi por indicação do professor titular da turma, considerando como critérios: interesse demonstrado pelos alunos ao convite feito do pesquisador; pontualidade no horário de chegada nas aulas, comportamento, frequência, participação nas discussões das aulas, iniciativa de estudo coletivo com os demais colegas de turma e aceitação da participação pelos pais e/ou responsáveis dos alunos.

5.3 ETAPAS NO CAMPO DE PESQUISA E OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para uma melhor sistematização e compreensão da investigação, dividimos a execução no campo de pesquisa em etapas: I) avaliação diagnóstica; II) atividade introdutória; III) atividades de intervenção; e IV) avaliação final, conforme Quadro 9.

Quadro 9– Etapas no Campo de Pesquisa

Nº	Etapas	Atividades	Carga Horária
I	Avaliação Diagnóstica	Aplicação do Questionário	1h/Aula
II	Atividade Introdutória	Introdução ao Excel (ferramentas e/ ou recursos)	2h/Aulas
III	Atividades de Intervenção	Atividade 1 - Invariância	2h/Aulas
		Atividade 2 - Variáveis	2h/Aulas
		Atividade 3 - Partilha	2h/Aulas
		Atividade 4 - Covariância	2h/Aulas
IV	Avaliação Final	Realização de entrevista Semiestruturada	1h/Aula

Fonte: Elaboração própria

A organização da pesquisa em quatro partes distintas atende o objetivo de investigar o processo de gênese instrumental nas situações que envolvem o raciocínio proporcional e considera o Excel. O conjunto de todas as etapas reforça o fato de que em uma investigação qualitativa não existe um único método ou instrumento de coleta de dados, pois cada estudo

tem sua singularidade que torna um método (ou instrumento) mais vantajoso que outro (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Realizamos nosso estudo, na Atividade Introdutória e nas Atividades de Intervenção, em dupla, coletivamente. Organizamos desse modo, para que em um primeiro momento ocorresse uma familiarização dos alunos com o Excel, e em seguida, a dupla, usufrísse de momentos de socialização no desenvolvimento das tarefas propostas na pesquisa, tanto para favorecer os esquemas de ação instrumentada quanto os esquemas coletivos de ações instrumentadas. Já o questionário diagnóstico e a entrevista semiestruturada, ocorreram individualmente, mas com ambos no mesmo ambiente de avaliação, a sala de informática.

Etapa I – Avaliação Diagnóstica. A primeira etapa teve como objetivo identificar conhecimentos dos alunos referentes ao raciocínio proporcional e o Excel. Trata-se da obtenção de dados sobre os conhecimentos prévios dos alunos pelo pesquisador por meio do instrumento de coleta de dados *Questionário*, (ver Apêndice B). Este possui 09 questões, sendo: 03 relacionadas às experiências dos alunos com o Excel; 04 relacionadas com as experiências dos alunos com objetos matemáticos referentes ao raciocínio proporcional; e por fim 02 problemas para uso de cálculos matemáticos com a temática.

O questionário foi aplicado individualmente, em uma folha de papel A4, em 1 aula, e recolhida ao término da escrita (ver Anexo A o questionário completo). Nele as questões relativas ao Excel buscavam conhecer se os alunos já utilizaram o Excel e o que conhecia dele, e em caso afirmativo na utilização, se sabiam criar tabelas e gráficos, em perguntas distintas. A intencionalidade era compreender se ao depararem com as tarefas no Excel se iriam ter uma base de esquemas de uso ou não.

As questões relativas ao raciocínio proporcional se dividiram em perguntas objetivas e problemas matemáticos. As primeiras buscavam respostas conceituais dos alunos quanto alguns termos matemáticos: variáveis; grandezas; grandezas diretamente proporcionais, inversamente e não proporcionais; razão e proporção. Já os problemas tinha a intenção de filtrar as estratégias de resolução que os alunos se sentem mais confortáveis a utilizar quando a temática envolve o raciocínio proporcional.

Etapa II – Atividade Introdutória. A segunda etapa consistem em oferecer aos alunos uma atividade introdutória com as ferramentas e recursos básicos da planilha eletrônica Excel, em forma de um conjunto de ações ditadas pelo pesquisador e de execução pelos alunos. A tarefa

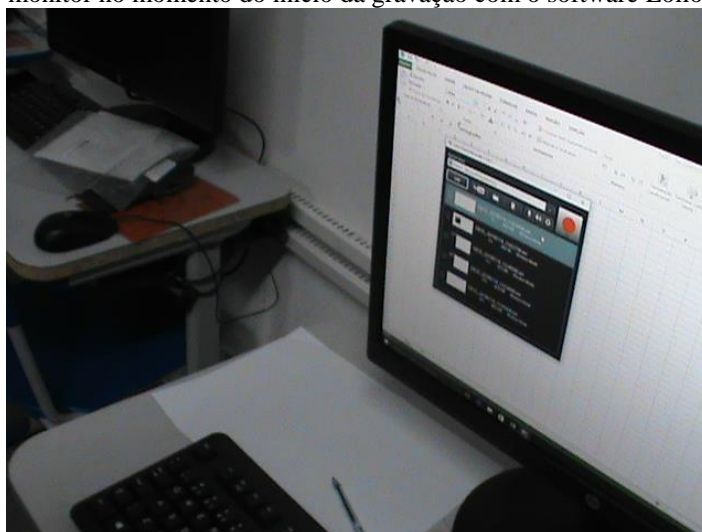
também esteve voltada para os conhecimentos e habilidades úteis na resolução das tarefas da próxima etapa.

No Apêndice C encontra-se o roteiro seguido na atividade introdutória, com 28 ações. Muitas delas além da ação prática no teclado do computador, também traziam uma pergunta relacionada ao significado daquela ação para o aluno. As ações indicavam em quais células os alunos iriam agir e quais ferramentas a combinar com elas. A maioria das instruções solicitava a escrita de texto em língua materna, a inserção de números e fórmulas. A intenção era que a cada nova construção, as informações visuais apresentada no monitor fossem explicadas pelos alunos.

A nossa expectativa para esta etapa era que a dupla, a cada comando sugerido pelo passo a passo da introdução da tarefa, base de esquemas de uso ou não de algumas ferramentas; explorassem o artefato além dos comandos sugeridos; dialogassem para captação das concepções e ideias; replicassem comandos nas tarefas posteriores; retomassem dúvidas deixadas pela avaliação diagnóstica correlacionando lembranças conceituais de objetos do raciocínio proporcional.

O pesquisador mostrou que, em paralelo ao manuseio da dupla, iria acontecer o procedimento da captação das imagens no monitor do computador, com o software *Loilo Game Recorder* que grava em vídeo todas as ações registradas na tela do computador, Figura 13. Além deste recurso, tivemos o instrumento da *Vídeo Gravação*, no ambiente da sala de aula informática, e a *Audiogravação* dos diálogos entre os alunos nas tarefas, para captação dos áudios. Tanto a atividade introdutória quanto as quatro atividades de intervenção tiveram uma execução prevista e executada em 90 minutos, 2 horas/aulas.

Figura 13–Captação do monitor no momento do início da gravação com o software Loilo Game Recorder



Fonte: Acervo do autor

Etapa III - Atividades de Intervenção. Nesta etapa, pretendemos que os alunos mobilizem tanto os recursos do Excel quanto os conhecimentos referentes ao raciocínio proporcional. De acordo com Rabardel (1995a), novas situações de ensino levam os alunos transformarem os esquemas já disponíveis, gerando novas composições de esquema, através das reorganizações, fragmentações e reestruturações.

O trabalho no ambiente natural é necessário para compreender como ocorre a aprendizagem com a tecnologia, por meio da construção do conhecimento pelo sujeito. Nesse ambiente pensamos que o sujeito exerce um papel operatório, assim, essa postura contribui para o processo da gênese instrumental. Portanto, com este cenário que buscamos compreender o instrumento formado pelo artefato Excel e os esquemas de utilização dos alunos, por meio do modelo S.A.I adaptado de Rabardel (1995a).

A terceira etapa foi programada e executada em oito aulas, 2 horas/aulas para cada objeto de conhecimento selecionado, conforme o Quadro 10.

Quadro 10 – Os quatro objetos de conhecimento selecionados para a pesquisa

Conceito Matemático	Objetos do Conhecimento	Escolha de Habilidades envolvidas
Invariância	Razão entre grandezas de espécies diferentes.	(EF09MA07): Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica
Variável	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA10): Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Partilha	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre partes e o todo.	(EF06MA14): Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
Covariância	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA10): Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA11): Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: Elaboração própria

A primeira atividade (Atividade 1 - Invariância) contém um enunciado e quatro questionamentos ao seu respeito. Para responder os alunos tinham que, a partir das ferramentas exploradas na atividade introdutória, podendo livremente usar outras, construir um modelo de resposta dinâmico para expressar o raciocínio proporcional. Esta atividade estava relacionada

ao conceito matemático de *Invariância*, com o objeto de conhecimento focado na razão entre grandezas e habilidade envolvida de resolver uma situação problema com o uso de taxas.

Atividade 1: Construa no Excel um modelo de raciocínio que você aprendeu na aula de “Introdução”, agora com as informações da história abaixo:

“Uma turma da escola resolveu fazer uma “vaquinha” para dar um presente ao professor. Todos os alunos vão colaborar. Se o presente custar R\$ 200,00 reais, cada aluno vai participar com R\$ 8,00. Outros valores possíveis para o presente são: R\$ 75; R\$ 350; R\$ 100 e R\$ 50 reais.”

a) Obtenha todas as **Razões e Taxas** possíveis. Utilize a ferramenta “Barra de fórmulas” para calcular os valores a pagar por um aluno em cada um dos demais possíveis preços do presente.

b) Realce com qualquer cor uma das grandezas e as células que representam suas variáveis. Com outra cor, destaque a segunda grandeza e variáveis. Essas grandezas são proporcionais?

Dica: Você pode criar uma célula só para escrever sua justificativa ou fazer um destaque em uma célula que represente sua resposta e apontá-la.

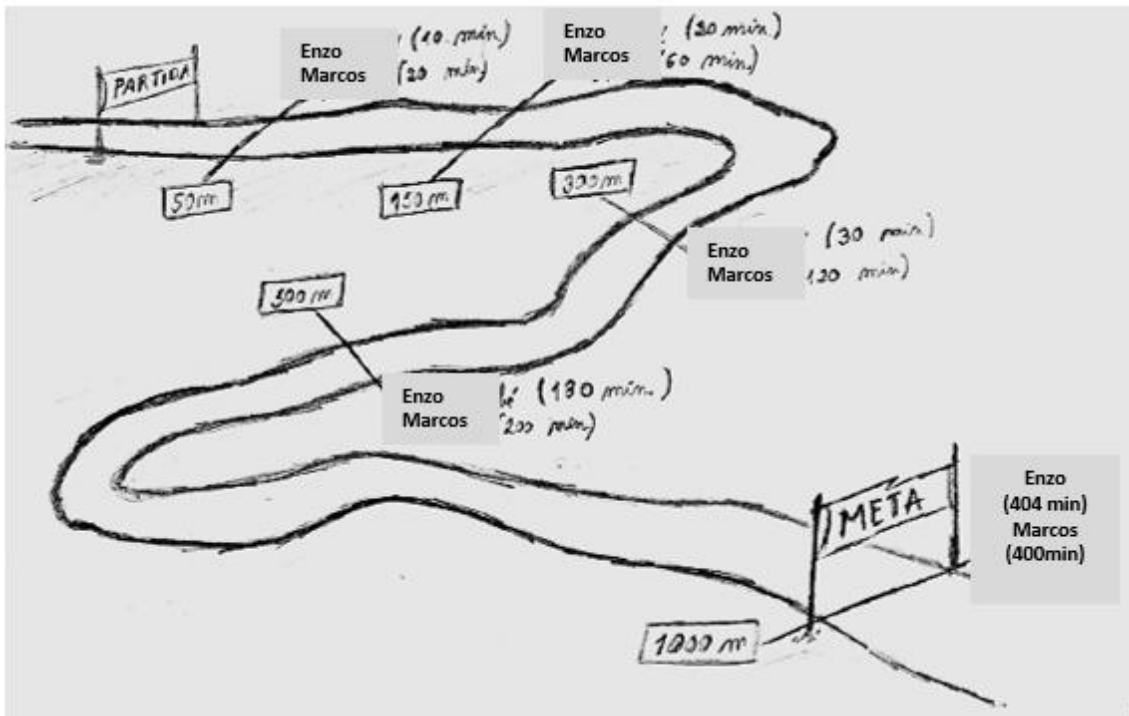
c) Altere os valores a pagar pelos alunos, o que acontece em sua planilha? Agora, altere os valores do presente, o que acontece?

d) Observe o modelo de raciocínio que você criou. Destaque a célula que representa um cálculo que o resultado não variou. O que esse número significa?

Dica: Justifique digitando sua resposta em uma nova célula.

A segunda atividade (Atividade 2 - Variáveis) continha uma situação problema, com os valores numéricos da problemática dispostos em uma imagem, além de cinco questionamentos. Para responder os alunos tinham que criar tabelas e usar fórmulas, de forma livre e organizar os dados, como justificativa para suas respostas. Esta atividade estava relacionada ao conceito matemático de *Variáveis*, com foco no objeto de conhecimento que trata da linguagem algébrica (variáveis e incógnitas), atrelado a habilidade de analisar a relação de sentido entre variáveis e grandezas.

Atividade 2 – Investigando uma Corrida: em uma certa escola, os alunos esperam ansiosos todos os anos a corrida dos concluintes. O aluno Enzo e o Marcos tinham sido os atletas escolhidos para a corrida deste ano. O desenho mostra a prova realizada pelo Marcos e o Enzo. Investigue o que terá acontecido durante a corrida, usando a Matemática e o Excel.



- Construa no Excel uma Tabela 7x2 para cada competidor da corrida. Utilize a ferramenta “Mesclar e Centralizar” para introduzir o nome dos competidores na primeira linha; abaixo coloque o nome das grandezas envolvidas no desenho e preencha o restante das células com informações numéricas da corrida.
- Crie novas tabelas abaixo com três colunas, nomeadas de “Distância * Tempo”; “Distância/Tempo” e “Tempo/Distância”. Preencha seus valores abaixo usando a ferramenta “Barra de fórmulas”, baseado no desempenho dos alunos.
- Dentre estas novas colunas, realce com a cor azul as variáveis que representam a taxa da velocidade para cada instante do competidor na corrida.
- Retornando às primeiras tabelas, calcule as Razões entre as variáveis das grandezas em cada competidor. Utilize a ferramenta “Barra de fórmulas”, em células fora da tabela. Qual a diferença entre as razões das tabelas? O que significa?
- Se o percurso da prova tivesse 2000 m, é possível prever o tempo que cada um dos atletas precisaria para concluir a prova? Crie uma última linha na tabela para responder.

A terceira atividade (Atividade 3 - Partilha) teve um viés de construção de ações parecido com a metodologia empregada na atividade de introdutória, sendo o foco desta vez a criação de formas, enaltecendo os aspectos visuais possíveis pelo Excel. Após a criação das formas, existem seis questionamentos comparando as formas criadas e os valores numéricos utilizados. Esta atividade estava relacionada ao conceito matemático de *Partilha*, com objeto de conhecimento a partição de um todo em partes desiguais e sua relação com o conceito de razão. Por fim a habilidade preterida, a análise das relações aditivas e multiplicativas ao realizar as partições.

Atividade 3: Utilize a ferramenta “Inserir Formas” no Excel e construa:

- Cinco copos de mesmo tamanho e capacidade (200 ml), onde três estão cheios de água e dois com suco concentrado de laranja. Perto, crie uma Jarra A para misturar depois estes copos.

- Nove copos de mesmo tamanho e capacidade (200 ml), onde seis estão cheios de água e três com suco concentrado de limão. Perto, crie uma Jarra B para misturar depois estes copos.

Observando as figuras que você criou, qual das jarras terá mais sabor de suco ao ser misturada? Dica: Responda em uma célula qualquer do Excel seu raciocínio.

Agora efetue alguns cálculos no Excel utilizando a ferramenta “Barra de Fórmulas”:

- a) Qual a razão entre os copos de água e de suco concentrado de laranja na Jarra A?
- b) Qual a razão entre os copos de água e o suco final na Jarra A?
- c) Qual a razão entre os copos de suco concentrado de laranja e o suco final na Jarra A?
- d) Qual a razão entre os copos de água e de suco concentrado de limão na Jarra B?
- e) Qual a razão entre os copos de água e o suco final na Jarra B?
- f) Qual a razão entre os copos de suco concentrado de limão e o suco final na Jarra B?

Qual destes cálculos justifica sua resposta para a jarra com mais sabor de suco?

A quarta e última atividade (Atividade 4 - Covariação) da etapa de intervenção propôs a criação de três gráficos a partir de três situações hipotéticas e ao término três questionamentos aos alunos. Como mencionado na descrição da atividade, o foco a criação de gráficos, como outro recurso possível no Excel, além de tabelas, formas, fórmulas e outras disposições dos

dados usado nas atividades anteriores. Esta atividade estava relacionada ao conceito de *Covariação*, com objeto de conhecimento em estudo a variação entre grandezas (três casos, diretamente, inversamente e não proporcional) com a habilidade em estudo a exploração de estratégias envolvendo essa variação e o estudo da natureza da variação das grandezas por meio da visualização.

Atividade 4: Construa 03 gráficos de Coluna no Excel, destacando grandezas e variáveis, para cada uma das seguintes situações:

- Hugo pinta um apartamento em 24 dias. Ele e mais três amigos pintam em 6 dias. Já ele e mais sete amigos pintam em 3 dias. Por fim, Hugo e Tomás pintam em 12 dias.

- Uma menina chega à escola em 10 minutos. Quando veio ela e uma amiga levam também 10 minutos, e assim, quatro amigas levam 10 minutos e até oito meninas levam 10 minutos.

- Quatro caixas de cereais custa R\$ 11,20 no supermercado A. Uma caixa no supermercado B custa R\$ 2,80. No supermercado C, existe uma promoção que oito caixas de cereais custam R\$22,40. Já o mercadinho da esquina, duas caixas de cereais custam R\$ 5,60 reais.

Depois, responda as próximas três perguntas no Excel, justificando com elementos destacados nos gráficos e explicações dos significados destes elementos em uma célula.

- a) Qual dos gráficos representam relações de grandezas diretamente proporcionais?
- b) Qual dos gráficos representam relações de grandezas inversamente proporcionais?
- c) Qual dos gráficos representam relações de grandezas não proporcionais

Para as atividades de intervenção o pesquisador construiu expectativas em forma de planilhas com uma possível solução das atividades pelos alunos. Este instrumento de observação acompanhou as ações dos alunos para cada atividade pelo pesquisador. Sua construção ocorreu sempre depois de um reflexão da observação e registro da atividade anterior e comportamento dos alunos. E estas planilhas foram entregues aos alunos na última etapa para fins de comparação com suas resoluções e apuração das diferenças entre de resolução com o Excel.

Etapa IV - Avaliação Final. Na quarta e última etapa realizamos uma *Entrevista Semiestruturada* com os alunos, em 1 hora/aula, de forma coletiva, dando a palavra ora ao aluno A1 ora ao aluno A2, para identificar novos aspectos ou confirmar outros já identificados que auxiliarão na compreensão do processo da gênese instrumental. Nesta etapa, novamente utilizamos a *Audiogravação*. Esta Avaliação seguiu o roteiro das mesmas questões da avaliação diagnóstica, mas em forma de comparativo, perguntando aos alunos se eles mantinham ou não aquelas concepções afirmadas anteriormente e a partir das novas respostas, outras perguntas foram feitas em cima das observações nas atividades realizadas pelo pesquisador. Passada as questões da avaliação diagnóstica foram entregues as resoluções das atividades tanto pela dupla quanto pelo pesquisador para um comparativo e novas perguntas assim executando a finalidade da entrevista semiestruturada.

5.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS

Como utilizamos diversos instrumentos de coleta dos dados, utilizaremos a técnica de *triangulação dos dados*. A forma de análise que empregamos nessa pesquisa é a indutiva, pois a partir dos dados coletados deduzimos conhecimentos que foram mobilizados e construídos. “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p.50), ou seja, por meio da análise dos dados, buscamos fazer inferências usando as informações e relacionando-as de forma fundamentada nos pressupostos teóricos. A análise de dados é um processo sistemático em que é necessário organizar os dados coletados, identificar padrões para separá-los em partes, examinar temas emergentes, para, enfim, interpretar as informações (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Assim, buscaremos elementos para responder a nossa pergunta norteadora: **Como ocorre a apropriação do Excel e sua utilização como instrumento para o desenvolvimento da noção de proporcionalidade?**

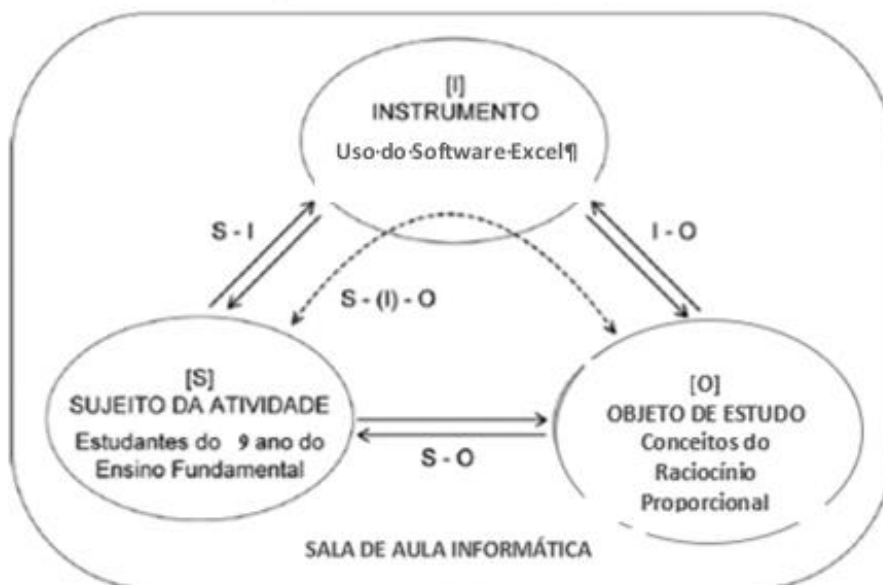
Inicialmente, apresentamos um comparativo entre os dados da primeira e quarta etapa da pesquisa, com o objetivo de identificarmos um possível esquema de apropriação do Excel, dentre vários demonstrados pela dupla ao longo da pesquisa, mas que nos forneça um melhor panorama desse processo de gênese dos alunos com o instrumento. E que, ao mesmo tempo,

permita uma identificação de conhecimentos mobilizados sobre proporcionalidade. Para isto analisamos as respostas por escrito dos alunos ao questionário diagnóstico e as transcrições das entrevistas, em forma de extratos e observações, mantendo integralmente as falas dos alunos ao apresentá-las, assim como foram ditas, sem correções gramaticais. A partir deste fato, extraímos um esquema a estudar para cada atividade da Etapa de Intervenção, ou seja, relacionadas aos objetos matemáticos: invariância, variáveis, partilha e covariação.

Uma vez apontado o esquema que focamos na análise, para inferir e interpretar o processo de gênese instrumental coletivo, utilizamos junto aos extratos a modelização dos processos de instrumentação (S-I) e instrumentalização [S-(I)-O], das relações (I-S) e (O-S) e da identificação dos componentes do esquema: antecipações da meta; regras de ação; inferências e invariantes operatórios. Estes associados às atividades de todas as etapas realizadas. Por fim, uma síntese analítica, enaltecendo as relações (O-I), (S-O), (O-S) e (I-O).

Conforme Rabardel (1995a, p. 53) o “modelo S.A.I. é uma ferramenta para análise de tarefas e atividades”, por isso, vislumbramos ser coerente utilizar tal modelo para caracterizar nosso instrumento constituído do artefato Excel. Lembrando que o mesmo foi apresentado na fundamentação teórica e explicado cada polo. Por outro lado, o modelo exprime as interações que se estabelecem entre o sujeito, o instrumento e o objeto de estudo. Podemos perceber melhor estas relações através das setas, Figura 14, onde são demonstradas todas as relações possíveis: [S-I], [I-S], [S-O], [O-S], [I-O], [O-I], [O-(I)-S] e [S-(I)-O].

Figura 14 – Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa



Fonte: Elaboração dos próprios autores

6 O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E A GÊNESE INSTRUMENTAL

Neste capítulo apresentamos os dados e resultados da avaliação diagnóstica (*Etapa I*) e da avaliação final (*Etapa IV*), mantendo integralmente as falas dos alunos assim como foram ditas, sem correções. Em seguida fazemos uma análise comparativa entre essas etapas, com o intuito de *identificar e escolher um esquema de apropriação representativo da gênese instrumental*. A partir desta análise, retomaremos as demais etapas Introdutória e Atividades de Intervenção (*Etapas II e III*) para discutir a gênese instrumental a partir de seus elementos.

6.1 A INTERVENÇÃO NA ESCOLA

Os alunos, uma vez escolhidos, compareceram no contra turno de seus estudos a escola (período da tarde) para realização das atividades durante uma semana. Na segunda-feira, dia 10/12/2018, no turno da manhã foi aplicado o questionário da avaliação diagnóstica. No período da tarde a atividade introdutória. Na terça, dia 11/12/2018, foi trabalhado a atividade de intervenção sobre Invariância. Na quarta, dia 12/12/2018, a atividade sobre Variáveis. Na quinta, dia 13/12/2019, a atividade sobre Partilha. E por fim na sexta, dia 14/12/2019, a atividade sobre Covariância.

Cada atividade foi executada em um período de 90 minutos, conforme a duração normal de duas aulas e a disponibilidade de horário do laboratório de informática. Não foi possível intercalar mais dias entre as atividades porque a escola só disponibilizou essa semana para realização da pesquisa, pois na semana seguinte foram realizados os exames finais em todas as turmas, provas estas que estes alunos já estavam dispensados.

6.2 ETAPA 1 - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Esta primeira etapa aconteceu no dia 10/12/2019, no turno da manhã, no laboratório de informática. Foram entregues aos alunos os questionários e foi feita uma leitura breve das questões pelo pesquisador. Após a leitura, os alunos começaram a responder o questionário. Lembrando que esta avaliação teve dois objetivos: 1) identificar experiências dos alunos com o Excel; 2) registrar a compreensão conceitual do raciocínio proporcional dos alunos na resolução de problemas com estratégias de cálculo numérico sobre a temática.

6.2.1 Experiências dos alunos com o Excel

As primeiras questões tinham o objetivo de investigar se os alunos conheciam o artefato em estudo, e em caso positivo, descobrir se conheciam as ferramentas, como tabelas e gráficos. A intencionalidade também versou sobre o surgimento de respostas além da solicitada, buscando concepções diversas sobre o artefato.

Dentre as primeiras respostas, ambos os alunos afirmaram já ter usado o Excel, conforme os registros dos alunos, Figuras 15 e 16. O aluno A1 foi econômico nas palavras e apenas afirmou que sabe fazer planilhas (na verdade tabelas). A palavra planilha para este aluno significa tabela, então na concepção deste aluno o próprio Excel é composto originalmente de uma grande tabela que pode ser destacada outras tabelas menores. Já o aluno A2 possui a percepção que existem inúmeras funcionalidades (ferramentas para este aluno) no artefato, mas seu uso e exploração se limitaram até o momento da pesquisa àquelas que lhe auxiliaram na construção de tabelas.

Figura 15 - Registro de A1 – Pergunta 1

<p>1. Você já conhece ou utilizou o Excel? <input checked="" type="checkbox"/> Sim () Não.</p> <p>Se sim, descreva o que sabe fazer nele: _____</p> <p>Planilhas e tabelas.</p>

Fonte: Questionário do aluno A1

Figura 16 - Registro de A2 – Pergunta 1

<p>1. Você já conhece ou utilizou o Excel? <input checked="" type="checkbox"/> Sim () Não.</p> <p>Se sim, descreva o que sabe fazer nele: _____</p> <p>eu acredito em varias funcionalidade do Programa no entanto eu ja utilizo Para fazer tabela</p>
--

Fonte: Questionário do aluno A2

A Ferramenta unânime entre ambos em suas experiências foi o uso de tabelas. O aluno A2 reconhece que para fazer uma tabela são necessários utilizar funcionalidades (ferramentas), e estas mesmas são as mais variadas possíveis no Excel. Para este aluno, conforme o registro a seguir, Figura 17, criar tabela é usufruir das linhas da própria tabela, inserindo assim os valores numéricos e recursos auxiliares dependendo da finalidade. No entanto, nada podemos afirmar se o aluno A2 sabe utilizar a ferramenta “Tabela” do Excel e suas propriedades.

Figura 17 - Registro de A2 – Pergunta 2

2. Você sabe criar uma tabela no Excel? Sim () Não

Se sim, descreva como faz: é só abrir o programa e dentro dele você cria nos espaços e depois e so digitar valores numéricos e utilizar outros recursos

Fonte: Questionário do aluno A2

O aluno A1 possui uma experiência mais rica quanto a tarefa de criação de tabelas, pois demonstra que na suas concepções são necessários preenchimentos obrigatórios em uma tabela, como o título da lista de nomes e números, conforme seu registro, Figura 18. Assim, demonstra uma noção intuitiva de grandezas e suas variáveis. Mas também não explora as propriedades da ferramenta Tabela no Excel, sendo seu preenchimento automático nas grades da própria planilha matriz.

Figura 18 - Registro de A1 – Pergunta 2

2. Você sabe criar uma tabela no Excel? Sim () Não

Se sim, descreva como faz: Primeiro coloco o nome referente a tal coisa, elaboro os nomes em cada quadradinho, e seus valores correspondentes.

Fonte: Questionário do aluno A1

Em relação à ferramenta “Gráficos”, terceira pergunta, nenhum dos alunos utilizou em suas experiências e não sabiam informar os tipos existentes.

6.2.2 Raciocínio proporcional

Quanto às perguntas referentes ao raciocínio proporcional, elas se concentraram nos conceitos matemáticos de: variáveis; grandezas e seus tipos; razões e proporções.

- **Variáveis** - Possui significados diferentes para a dupla. O aluno A1 iguala variável a uma incógnita e, conseqüentemente, a necessidade de sempre buscar uma solução,

Figura 19. Além de mostrar a linguagem algébrica comum aprendida. Já o aluno A2 associa o termo variáveis ao uso praticado do dia a dia, como no dizer “tudo aquilo que nos mostre variedades”, Figura 20. Esta intencionalidade da variedade do cotidiano foi expressa pelo aluno além do registro escrito, na conversa captada pela gravação. Em termos matemáticos, se aproxima melhor da compreensão em detrimento do significado de incógnita.

Figura 19 - Registro de A1 – Pergunta 4

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.
As Variáveis são Incógnitas que precisam ser descoberto os seus valores. Ex.: x, m, m e y .

Fonte: Questionário do aluno A1

Figura 20 - Registro de A2 – Pergunta 4

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.
Eu entendo por variáveis de sinais, números tudo aquilo que nos mostre variedades e uma determinada coisa.

Fonte: Questionário do aluno A2

- **Grandezas** - Sobre o termo grandezas a dupla A1A2 não sabe definir tal conceito, Figuras 21 e 22, sendo que o aluno A1 se aproxima da resposta correta ao exemplificar que grandezas são medidas matemáticas (razões, proporções, estatísticas). Ou seja, este aluno vivenciou dentro destes conteúdos matemáticos, momentos que foi feito o uso de grandezas para dar sentido ao aprendizado de medidas, Figura 21. A resposta do aluno A2 não deixa claro o que seja a grandeza como “algo grande de um número inferior”, mas demonstra uma hierarquia na concepção do termo grandeza.

Figura 21 - Registro de A1 – Pergunta 5

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.
São medidas matemáticas para facilitar questionamentos. Ex.: Proporção, Razão, estatísticas.

Fonte: Questionário do aluno A1

Figura 22 - Registro de A2 – Pergunta 5

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.
é algo grande relacionado a qualquer número inferior

Fonte: Questionário do aluno A2

Ao adentrar nos tipos de grandezas percebemos que o aluno A1 responde de forma incorreta, pois associa valores iguais, valores opostos e valores diferentes à grandezas diretamente proporcional, inversamente e não proporcional, respectivamente, Figura 23. O aluno A2, Figura 24, busca definir grandezas direta, inversa e não proporcional, da forma como aprendera na escola em forma de estratégias de resolução, ou seja, grandezas diretas no cálculo, mantém a direção; nas inversas, inverte a direção dos valores numéricos (proporção compostas, com mais de duas grandezas). Para as atividades de intervenção ao manipular o Excel em conjunto, ambos podem se ajudar na compreensão da natureza da variação, ao dialogarem no decorrer das atividades e na discussão ao construir as respostas no Excel.

Figura 23 - Registro de A1 – Pergunta 6

6. Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não-proporcionais? Você já estudou esse assunto da Matemática?
diretamente proporcional significa ser igual; inversamente proporcional é o valor oposto a um exato valor; e não-proporcional são os valores que não são iguais e nem são valores opostos.

Fonte: Questionário do aluno A1

Figura 24 - Registro de A2 – Pergunta 6

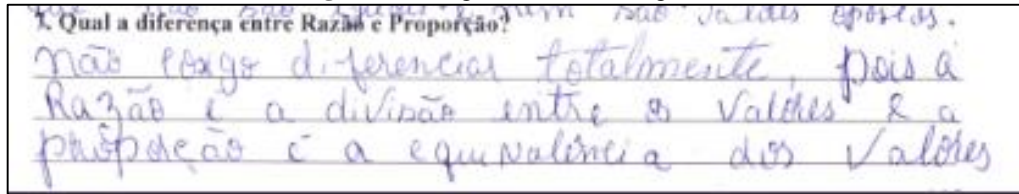
6. Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não-proporcionais? Você já estudou esse assunto da Matemática?
mas de menos, as grandezas proporcionais são a que um é proporcional a mesma quantidade com a mesma direção e a inversamente proporcional são a mesma quantidade com direção diferente.

Fonte: Questionário do aluno A2

- **Razões e Proporções** - A última pergunta conceitual versa sobre a diferença entre Razões e Proporções. O aluno A1 se aproxima da diferenciação e usa termos como divisão e equivalência para explicar as relações que existem no uso das razões e proporções; e o termo valores numéricos, na falta do vocabulário para “variáveis das grandezas”, Figura 25. O aluno A2 trata ambos os conceitos de forma igualitária,

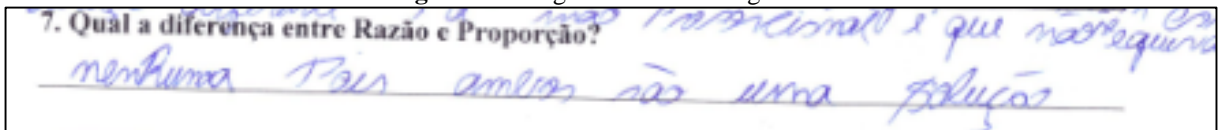
afirmando ser a solução numérica dos problemas matemáticos, demonstrando não ter aprendido estes conceitos ao estudá-los, Figura 26.

Figura 25 - Registro de A1 – Pergunta 7



Fonte: Questionário do aluno A1

Figura 26 - Registro de A2 – Pergunta 7

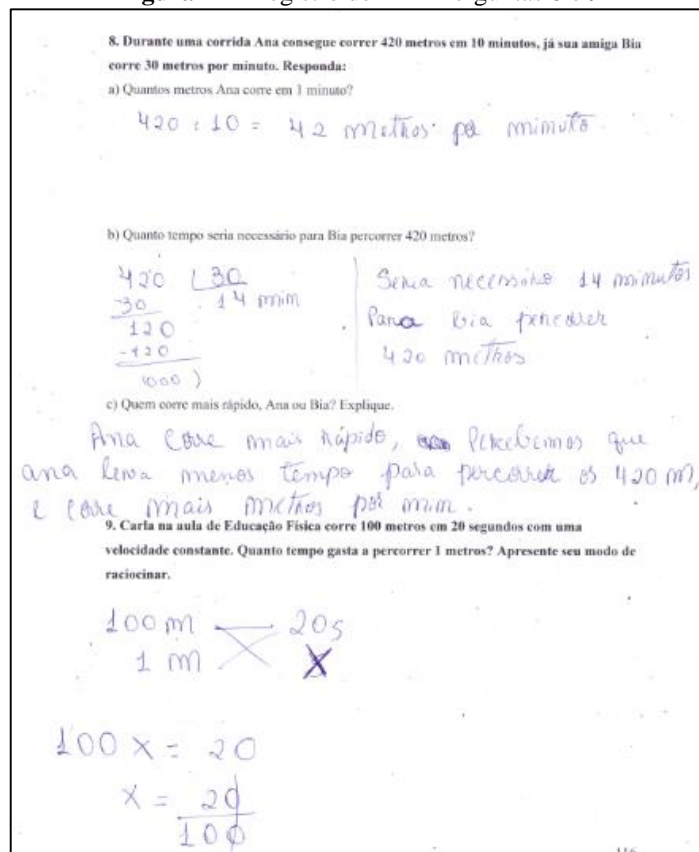


Fonte: Questionário do aluno A2

6.2.3 Problemas envolvendo o Raciocínio Proporcional

Nas duas últimas questões que envolvem cálculo (questões 8 e 9), ambos os alunos acertaram as respostas, conforme imagens de seus registros (Figuras 27 e 28).

Figura 27 - Registro de A1 – Perguntas 8 e 9



Fonte: Questionário do aluno A1

Em relação ao aluno A2, percebemos que ao responder as questões anteriores que variáveis são “tudo que nos mostre variedades” e grandezas “algo grande relacionado a qualquer número inferior” demonstra que não sabe defini-las, mas sabe utilizar-se do seu conhecimento para responder questões deste tipo. Ou seja o estado mecanizado com estratégias de resolução, conforme apresentado também na resposta da questão 6 foi predominante em sua experiência escolar, acertando assim a solução do problema com cálculos. Já o aluno A1 soluciona os problemas com uso do cálculo mental demonstrando uma reflexão conceitual que vai de encontro com suas respostas às questões objetivas.

O aluno A1 responde a maioria dos cálculos mentalmente. Através da captação em áudio, o aluno mencionou o passo a passo de sua estratégia de resolução, refletindo o que aprendeu conceitualmente evitando estratégias de cálculos específicas, utilizando poucos algoritmos para mostrar a solução. Já o aluno A2, em todas as duas respostas que envolvia os problemas matemáticos utilizou a estratégia da “regra de três”, demonstrando que seu aprendizado está pautado na operacionalidade desta estratégia e correlacionar termos envolvidos subjetivamente se torna algo muito difícil.

Figura 28 - Registro de A2 – Perguntas 8 e 9

8. Durante uma corrida Ana consegue correr 420 metros em 10 minutos, já sua amiga Bia corre 30 metros por minuto. Responda:

a) Quantos metros Ana corre em 1 minuto?

~~420~~ ~~10~~ $10x = 420$
~~x~~ ~~1~~ $x = \frac{420}{10}$
 $x \Rightarrow 42 \text{ Psn min}$

b) Quanto tempo seria necessário para Bia percorrer 420 metros?

~~30~~ ~~1~~ $30x = 420$
~~420~~ ~~x~~ $x = \frac{420}{30}$
 $x \Rightarrow 14 \text{ min}$

$\begin{array}{r} 42 \overline{) 420} \\ 36 \\ \hline 60 \\ 60 \\ \hline 0 \end{array}$

c) Quem corre mais rápido, Ana ou Bia? Explique.

ana corre mais rápido

9. Carla na aula de Educação Física corre 100 metros em 20 segundos com uma velocidade constante. Quanto tempo gasta a percorrer 1 metros? Apresente seu modo de raciocinar.

$100 \text{ — } 20$ $100x = 20$ $\frac{200 \cdot 100}{100}$
 $1 \text{ — } x$ $x = \frac{20}{100}$ $\frac{200 \cdot 2}{100}$
 $x \Rightarrow 0,2 \text{ s}$

Fonte: Questionário do aluno A2

Como afirmado na introdução deste trabalho, para alunos da Educação Básica o que acontece é que o ensino recebido está sendo confuso e insuficiente, quanto a diferenciação de alguns conceitos matemáticos relacionados ao raciocínio proporcional, como ‘Proporção e Razão’, aluno A2, em comum ao pesquisador no passado, ou “Variáveis e Incógnitas” trazidos pelo aluno A1 em uma de suas respostas.

6.3 ETAPA 4 - AVALIAÇÃO FINAL

Esta quarta etapa aconteceu no dia 14/12/2019, no turno da tarde, no laboratório de informática. Foram entregues aos alunos a impressão da planilha final das atividades dos mesmos, assim como foram entregues a planilha com a forma como o pesquisador pensou que os mesmos iriam construir, esta ação serve para que os alunos fizessem uma comparação visual *a priori*, para só então iniciar a entrevista semiestruturada com ambos na mesma sala, mas com perguntas direcionadas individualmente. Esta Avaliação Final teve três objetivos: 1) identificar a evolução dos alunos no uso do Excel; 2) identificar a evolução dos alunos na compreensão conceitual do raciocínio proporcional e 3) registrar a diferença dos alunos quanto ao comparativo das expectativas do pesquisador e a produção final de cada atividade da dupla.

6.3.1 *Compreensão do uso do Excel pelos alunos*

Nesta parte da pesquisa foram retomadas todas as questões da avaliação diagnóstica por meio da entrevista semiestruturada, com as respostas orais dos alunos. A primeira questão tinha o objetivo de investigar se os alunos conheciam o artefato em estudo, se fazia uso dele, de que forma e com quais ferramentas.

Destacamos as respostas do uso de gráficos com fórmulas pelo aluno A1, assim como explanação que enaltece o aspecto de organização e ordenamento dos dados (sublinhado). Já o aluno A2 cita gráficos, tabelas (planilhas) e muitos comandos, como ferramentas de formatação, ordenamento de dados e propriedades de tabelas (esta parte está sublinhado devido estar relacionado com a organização dos dados, esquema que nos chama atenção). Percebe-se neste aluno parte de sua resposta de forma ampla, “muitos comandos... e muito mais”, não com palavras específicas que respondam somente a pergunta feita. Em outros trechos da pesquisa

também ocorre respostas com este teor extenso, sem detalhes. Segue abaixo o extrato com as respostas dos alunos.

Entrevistador: Voltando ao questionário inicial, ambos disseram que utilizam o Excel, e o aluno A1 criar tabelas. Você aprendeu o que mais com o Excel?

Resposta do aluno A1: Gráficos com fórmulas, um jeito mais fácil de organizar, colocar em ordem, crescente e decrescente.

Entrevistador: Quais ferramentas você aprendeu? Utilizou?

Resposta do aluno A1: Fórmulas e gráficos.

Entrevistador: Aluno A2, você disse que utilizava Excel e acreditava que fazia muitas funções, no entanto só sabia fazer tabela.

Resposta do aluno A2: Assim à primeira vista ...

Entrevistador: O que você sabe fazer no Excel hoje?

Resposta do aluno A2: Eu consigo fazer muitas coisas.

Entrevistador: Que coisas?

Resposta do aluno A2: Gráficos, planilhas, tabelas, muitos comandos.

Entrevistador: Quais comandos?

Resposta: Por exemplo, mudar a ordem do maior para o menor, deixar em negrito, preencher colunas, adicionar colunas e muito mais.

A segunda questão tinha o objetivo de investigar se os alunos sabiam criar tabela no Excel e como faziam. Destacamos as respostas do uso de seleção de células, ferramenta inserir tabelas, preenchimento de bordas demonstrando a sequência de passos na construção de tabelas pelo aluno A2. Já o aluno A1 utiliza-se agora do preenchimento de borda; ferramentas de formatação (mesclar e centralizar), ferramenta de personalização (cores) e funções de cálculo. Segue abaixo o extrato com as respostas dos alunos.

Entrevistador: Antes você criava tabela, clicando nos espaços e digitando valores. Existe outro jeito de criar tabela, como?

Resposta do aluno A2: Você vai primeiro selecionar a área com linhas e clicar na ferramenta perto das letras, numa janela, com várias opções, como preencher bordas.

Entrevistador: Aluno A1, você antes coloca os nomes e depois os valores, você hoje seguiria esse passo a passo?

Resposta do aluno A1: Sim, mas no final mudaria o preenchimento de borda, sendo uma tabela mesmo, poderia usar a opção mesclar e centralizar para colocar o título da tabela e dentro da tabela usar funções de cálculo e dar uma personalizada nela com cores.

A terceira questão tinha o objetivo de investigar se os alunos sabiam criar gráficos no Excel e como faziam. Para o aluno A1 criar gráfico no Excel é possível, se condicionada a uma tabela. Assim, ele consegue criar gráficos do tipo pizza e barra normalmente. Já o aluno A2, novamente com resposta de âmbito geral, afirma saber criar gráfico e diz que existem diferentes modos de busca do gráfico no Excel. Entendemos *a priori*, que o modo de busca significa as

diversas sugestões de gráficos sugeridos pelo Excel, tutorial do própria planilha. Segue abaixo o extrato com as respostas dos alunos.

Entrevistador: Na questão 3, você disse que não sabia criar um gráfico. Hoje você consegue?

Resposta do aluno A1: Sim. Os tipos pizza e barras.

Entrevistador: Você saberia criar um gráfico sem tabela?

Resposta do aluno A1: Com a tabela, exclusivamente.

Entrevistador: Aluno A2, e você conseguiria criar um gráfico hoje?

Resposta do aluno A2: Hoje sim.

Entrevistador: É difícil?

Resposta do aluno A2: Depende do modo que você busca seu gráfico.

Entrevistador: Dá para utilizar o gráfico para diferenciar grandezas?

Resposta do aluno A2: Sim, com certeza.

Entrevistador: Razão e taxa?

Resposta do aluno A2: Com certeza.

6.3.2 *Compreensão do Raciocínio Proporcional dos alunos*

Nesta parte da entrevista o pesquisador traz as respostas da avaliação diagnóstica a cada aluno como parte dos questionamentos e refaz as perguntas buscando as novas concepções dos alunos. O aluno A2 não permanece com sua concepção inicial, mas também não consegue, em palavras, definir o que pensa sobre variáveis. O aluno A1 afirma que variáveis são valores, a serem descobertos (numéricos) ou não (incógnitas). Segue abaixo o extrato com o questionamento relacionado ao objeto matemático variáveis.

Entrevistador: Na questão 4, A2 você citou “eu entendo por variáveis de sinais números tudo aquilo que nos mostra variedade”. Depois de ter feito todas as atividades, o que é uma variável? Você utilizou variáveis nas suas atividades? Se sim, como eram?

Resposta do aluno A2: Seria ... Era a mudança ... esqueci.

Entrevistador: Por enquanto, aluno A1, você escreveu que “as variáveis são incógnitas que precisam ser descobertos”. Pra você o que são variáveis?

Resposta do aluno A1: Eu falei que era somente letras, mas são valores, tanto descoberto quanto que você quer descobrir, incógnita.

Entrevistador: Você utilizou variáveis nas atividades?

Resposta do aluno A1: Sim. Dados como de quantidade de pessoas, valores, caixa de biscoito.

Prosseguindo, temos agora o momento que o aluno A1 depois de todas as atividades permanece com sua concepção que grandeza representa uma medida matemática, mas acrescenta que mediante as atividades, as grandezas no sentido geral, são áreas da matemática, das mais diversas. Já ao afirmar que uma razão é uma grandeza, *a priori*, deduzimos que a forma como foram organizados os dados pela dupla, sinaliza que os alunos associam cada coluna na tabela a ser criada a uma grandeza, independente do arranjo de variáveis dispostos

nestas colunas, assim a razão, representante de um número escalar acaba sendo compreendido como uma grandeza.

O aluno A2 modifica sua concepção e afirma que grandezas representam unidades, por exemplo o tempo. Ao afirmar que tudo para ele representa grandeza, confirma a análise *a priori* da fala do aluno A1, na qual fica claro que *a organização dos dados pela dupla contribui para a mudança de concepção de alguns objetos matemáticos*. Segue abaixo o extrato com o questionamento sobre o objeto matemático grandezas.

Entrevistador: Você disse que grandezas “são medidas matemáticas para facilitar questionamentos”, por exemplo proporção, razão, estatísticas. Depois das atividades, o que são grandezas?

Resposta do aluno A1: Continua sendo uma medida matemática.

Entrevistador: Razão é uma grandeza?

Resposta do aluno A1: Sim, como se fosse uma área na matemática para especificar tal coisa, velocidade, quilo, tempo, proporção, são áreas na matemática que se tornam grandezas.

Entrevistador: Aluno A2, você disse que grandeza “é algo grande relacionado a qualquer número inferior”. Você continua afirmando isso?

Resposta do aluno A2: Eu diria que grandeza seria uma unidade, por exemplo, unidade de tempo, medida?

Entrevistador: Proporção é grandeza? Razão é grandeza? Taxa é grandeza?

Resposta do aluno A2: Sim.

Diferente do questionamento acerca do objeto matemático variáveis, dessa vez o aluno A2 conseguiu transmitir seu pensamento e explica com exemplos tanto o significado dos tipos de grandezas quanto define o conceito de razão através de sua explanação. Enquanto isso, o aluno A1, altera sua resposta e resgata a resposta anterior do seu colega a respeito das direções dos tipos de proporções, para justificar por meio de exemplos os significados dos mesmos e também em paralelo consegue definir outro conceito (proporção de modo geral). Segue abaixo o extrato sobre os objetos grandezas diretamente, inversamente e não proporcionais.

Entrevistador: Na questão 6 perguntei a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente e não proporcionais. E você disse que a diferença era “mais ou menos, as grandezas proporcionais seria o que é proporção (mesma quantia) com a mesma direção. Já a inversamente proporcional seria a mesma quantia porém com direção diferente e a não proporcional e que não se equivale”.

Resposta do aluno A2: Como você pode ver na minha resposta é quase igual a lógica, só que na lógica muda, porque assim as proporcionais seriam quando uma grandeza sobe a outra sobe, ali se tem a razão. Em todo caso as razões são única no caso da inversamente proporcional, podendo ser a grandeza 1 ou 2, quando uma sobe e a posterior desce.

Entrevistador: Aluno A1, você disse que “diretamente proporcional significa ser igual; inversamente proporcional é o valor oposto a um exato valor; e não proporcional são valores que não são iguais e nem valores opostos.” Se alguém te perguntasse hoje você diria com as mesmas palavras?

Resposta do aluno A1: Não. Diretamente proporcional tem sim uma direção, por exemplo você comprou um refrigerante de R\$2,00, dois refrigerantes R\$4,00, isso seria proporcional porque as grandezas aumentam ambas, numa proporção igual. Já inversamente, na atividade teve o exemplo das pessoas e a pintura, um homem gasta

8 dias; dois homens gastam 4 dias. Já não proporcional, são valores aleatórios, exemplo, promoção de cachorro quente, um é R\$ 3,00, dois é R\$ 5,00, não é proporcional, mesmo os valores aumentando, não são proporcionais.

Por fim temos o questionamento acerca da diferença entre os objetos matemáticos de razão e proporção. O aluno A1 mantém sua concepção inicial de que a razão significa uma divisão, e a partir deste fato demonstra o entendimento do conceito de taxa e ratifica a compreensão do conceito de grandeza. Ainda mais, ele associa o objeto matemático proporção estritamente às ações diretamente e inversamente proporcionais dos dados. Já o aluno A2 afirma que razão é a divisão entre grandezas, mas de forma semelhante a resposta do seu colega, afirma que a proporção se apresenta nas atividades sob a forma do comportamento de continuidades (não proporcional), elevado (diretamente) ou abaixado (inversamente). Segue o extrato adiante com as respostas dos alunos:

Entrevistador: Aluno A2, na outra pergunta você não conseguiu responder a diferença entre Razão e Proporção, hoje você conseguiria responder?

Resposta do aluno A2: Sim. A proporção seria ... só um minuto.

Entrevistador: Aluno A1 você disse que “não consegui diferenciar totalmente, pois a razão é a divisão entre os valores e a proporção é a equivalência dos valores”. Qual é a diferença depois das atividades?

Resposta do aluno A1: Eu diria que razão continua sendo a divisão, mas entre uma grandeza e não as duas.

Entrevistador: E o que é a divisão entre duas grandezas?

Resposta do aluno A1: Proporção.

Entrevistador: E a taxa?

Resposta do aluno A1: Essa seria a taxa, a razão seria eu pegar uma só grandeza. Já a proporção em relação a crescente ou decrescente.

Entrevistador: Aluno A2 voltando a pergunta?

Resposta do aluno A2: Bom, a razão seja a divisão entre duas grandezas.

Entrevistador: E Proporção?

Resposta do aluno A2: Eu acredito que ela só indica algo contínuo, algo elevado ou abaixado, mostra o comportamento das duas grandezas.

6.3.3 *Compreensão da resolução dos problemas envolvendo raciocínio proporcional*

Ainda em relação à avaliação diagnóstica, as últimas questões estavam relacionadas à compreensão do modo como os alunos resolviam problemas que envolvesse o raciocínio proporcional.

Obtivemos a resposta do aluno A1 que independente da resolução com lápis e papel ou com uso direto do Excel, este utiliza-se do seu cálculo mental, mantendo postura indicada pela avaliação diagnóstica. A diferença seria que o Excel será utilizado por meio de seus comandos com a finalidade de confirmação, para os casos que forem necessários uma regra de três. Já para os casos de resolução com o uso de razões e proporções, este utilizará do Excel.

Para o aluno A2 sua preferência parte do fato de querer uma resolução mais simples que demonstre o passo a passo realizado, assim não utilizaria mais a regra de três e sim a organização dos dados no Excel elaborada. Temos um extrato no qual os alunos explicam as diferenças entre responder um problema com lápis e papel e com o uso do Excel.

Entrevistador: Para finalizar, as últimas questões eram cálculos. Aluno A1, você utilizou a regra de três, já nas atividades não. Se você fosse responder de novo, como faria?

Resposta do aluno A1: Depende da questão, talvez continuaria com a regra de três, por exemplo a questão com três valores e descobri um, eu continuaria, mas para calcular razão e proporção utilizaria o método que aprendi nas atividades.

Entrevistador: Se fosse fazer essas questões no Excel, na qual o Excel não faz a regra de três, você como iria fazer? Ou o Excel faz a regra de três?

Resposta do aluno A1: Sim, utilizando os comandos, eu faria na mente e o cálculo no Excel.

Entrevistador: Não dá para fazer o “x” no Excel?

Resposta do aluno A1: Até agora não consegui.

Entrevistador: Aluno A2 você respondeu também com a regra de três as últimas questões de cálculos. Se você fosse responder de novo, como faria?

Resposta do aluno A2: Eu acho melhor o modelo, porque mostra uma simplicidade, porque a regra de três eu teria que fazer todo cálculo por fora, já no modelo eu usaria o Excel, para mostrar claramente os detalhes, passo a passo.

Continuando a entrevista semiestruturada, uma vez terminado os questionamentos acerca da avaliação diagnóstica, o pesquisador pergunta agora sobre as quatro atividades de intervenção, o que acharam de suas resoluções e se comparadas com a planilha feita pelo pesquisador se possuem muitas diferenças. Nesta parte da avaliação a resposta é conjunta entre a dupla.

Ao se depararem com a folha com sua planilha respondida e a planilha com a sugestão de resposta do pesquisador, a dupla chega ao consenso que a única diferença foi a organização dos dados, ou seja, a disposição dos valores e dizeres nas células, pois a compreensão do que se pedia a tarefa, os resultados e os objetos em estudo foram compreendidos, assim como todas ações foram executadas para alcançar a solução, apenas com escolha de células e formatação diferentes. No extrato percebemos que o cálculo de razão e taxa se torna viável pela organização de dados da dupla e eficaz. Segue o extrato da primeira atividade.

Entrevistador: Na atividade 1, vocês fizeram de um modo e a expectativa (nessa hora é mostrada a folha com a expectativa da tarefa) era outra. Qual a diferença?

Resposta: Organização dos dados (ambos respondem).

Entrevistador: O resultado foi igual?

Resposta: Igual (ambos respondem).

Entrevistador: Vocês compreenderam o que a tarefa pedia?

Resposta: Sim. Era para calcular as razões e taxas (ambos respondem).

Entrevistador: Vocês calcularam?

Resposta do aluno A2: Sim. Através dos métodos do Excel

Prosseguindo, temos a resposta relacionada à segunda atividade de intervenção: “Rapaz, bastante diversificada. Poderia ter um mais organização, muito longa, a maneira também como feita, normal, atividade de matemática”. Neste caso, a dupla enfatizou que atividade não trouxe nenhum elemento novo quanto ao uso do Excel, mas sim serviu como uma atividade normal (revisão) de tudo aquilo que já estavam colocando em prática (atividade introdutória e a primeira atividade de intervenção). Deixam claro que atividade foi longa, mas produtiva no aspecto da consolidação de conceitos e de ferramentas (diversificada). Foi um momento para evoluírem o esquema de organização de dados.

Em seguida temos as respostas ao questionamento da terceira atividade. Mais uma vez a dupla enfatiza a necessidade de organização dos dados da sua maneira, na qual o Excel possibilita que o aluno crie sua identidade e reflita aquilo que pensa ser um caminho para resolução do problema. Deixam claro também a eficiência dos cálculos que enaltece a característica da “agilidade” do Excel, favorecendo o raciocínio lógico.

Entrevistador: Já a Atividade 3, o que acharam da atividade?

Resposta: Só mudou a organização, cada pessoa organiza de um jeito.

Entrevistador: Dá para entender só com os desenhos?

Resposta: Sim, mas os cálculos são mais eficientes.

Entrevistador: Dá para entender só com os cálculos?

Resposta: Não. O conjunto melhora muito.

Entrevistador: Dá para fazer com papel e lápis?

Resposta: Sim, mas vai demorar muito. Tem comandos no Excel que nos facilita o raciocínio lógico.

Por fim temos a análise das respostas sobre a última atividade de intervenção. Para esta atividade a dupla mostra a ampliação de recursos ao responderem os problemas, pois agora enfatizam a importância do aspecto visual proporcionado pelo Excel, para diferenciação das regularidades nos gráficos e assim a conclusão das respostas de forma qualitativa.

Entrevistador: A Atividade 4, o que acharam da atividade?

Resposta: Com o uso do Excel a diferenciação dos gráficos e tipos se torna de maneira rápida.

Entrevistador: A atividade sugeriu que fosse feita do tipo coluna, e se fosse outro tipo dá para interpretar se é proporcional, não-proporcional ou inversamente proporcional?

Resposta: Não. Porque a coluna, justamente já mostra o nível acima das grandezas.

Entrevistador: Se eu escolhesse fazer um gráfico de barra, daria para fazer a comparação?

Resposta: Sim, mas a primeira vista ficaria complicada.

Entrevistador: E se fosse em formato de pizza?

Resposta: Não. Este mostra melhor as estatísticas. A pizza são para ocasiões mais simples.

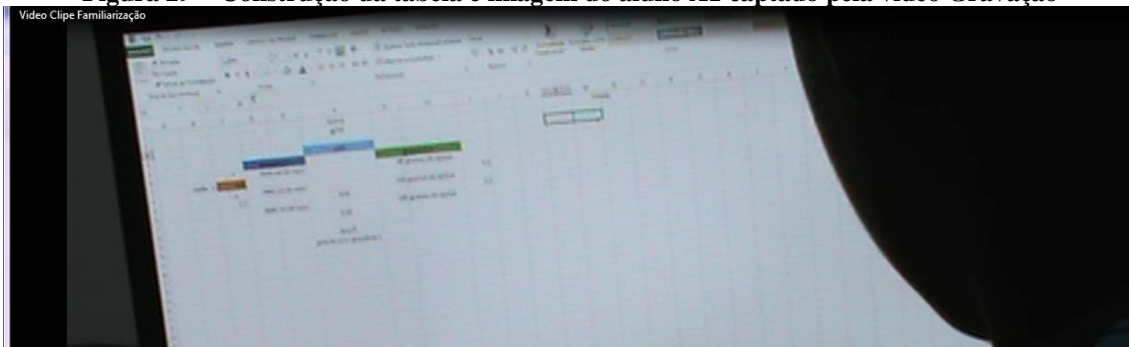
Os aspectos do Excel que mais chamam atenção para o pesquisador nos extratos das falas do alunos e nas planilhas com o resultado final de cada atividade se resumem em três

pontos: as diferentes organizações dos dados possíveis; a agilidade na execução dos cálculos e conclusões, dando mais sentido às fórmulas e às ações; e o aspecto visual apresentado pela planilha ao informar os dados, as ferramentas utilizadas e uma forma de estratégia de resolução.

6.4 A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA E A AVALIAÇÃO FINAL

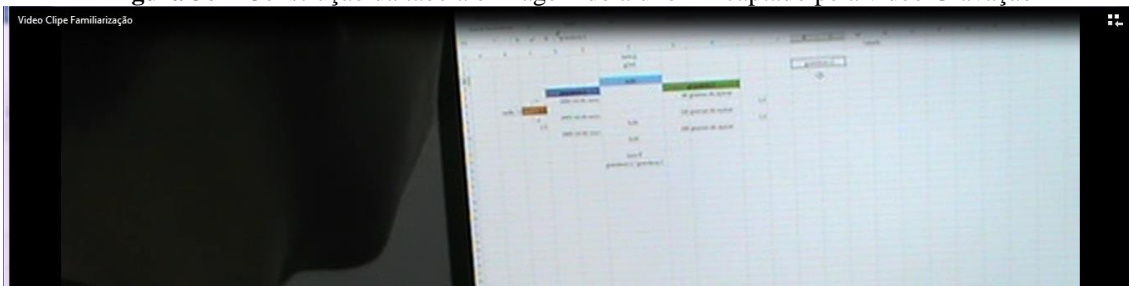
Ao observar a Avaliação Diagnóstica, a princípio, destacamos que ambos os alunos informaram que já utilizaram o uso de tabelas no Excel em sua trajetória de estudos, mas citaram poucos comandos ao seu respeito, logo desconhecem as ferramentas específicas de formatação de tabelas. Exemplo disso ocorreu na última parte da atividade introdutória, na qual tivemos a construção livre de tabelas, gráficos e formas geométricas. Neste momento, nossas atenções se voltaram exclusivamente para as ferramentas do Excel, pois os alunos demonstraram muita dificuldade em construir uma simples tabela, Figuras 29 e 30, mesmo na Avaliação Diagnóstica terem afirmado que sabiam construir.

Figura 29 – Construção da tabela e imagem do aluno A1 captado pela vídeo Gravação



Fonte: Videogravação do pesquisador

Figura 30 – Construção da tabela e imagem do aluno A2 captado pela vídeo Gravação

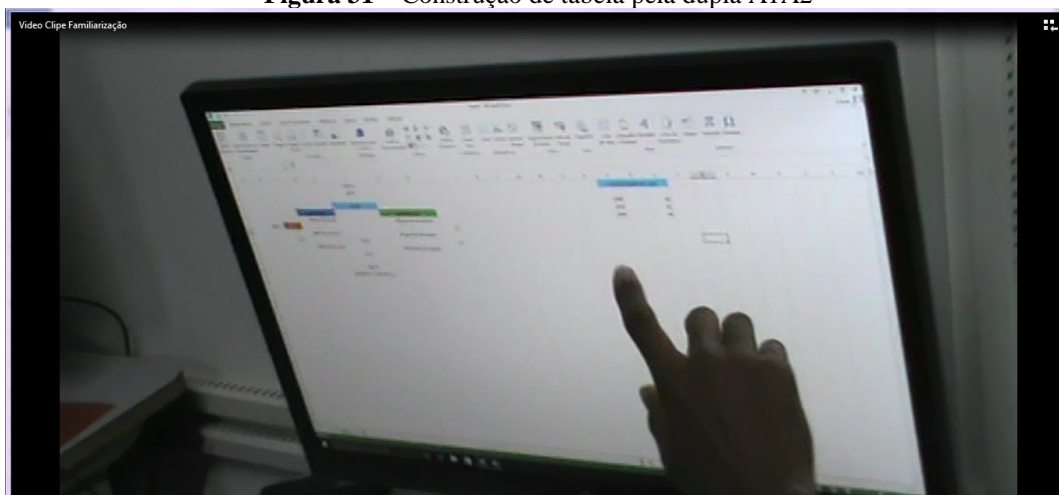


Fonte: Videogravação do pesquisador

Percebe-se que ao deixar com que os alunos nesta etapa manipulassem o Excel de maneira livre, os mesmos não conseguiram explorar as ferramentas de tabela, mostrando o

pouco conhecimento de tabela no Excel, contrário ao informado na Avaliação Diagnóstica. Suas construções de tabelas imitam a disposição feita com lápis em uma folha de papel, Figura 31. Isto é um exemplo de interação (S-O) que percebe o não envolvimento do artefato pelos alunos ao resolver a atividade e assim a não postura de um instrumento ainda.

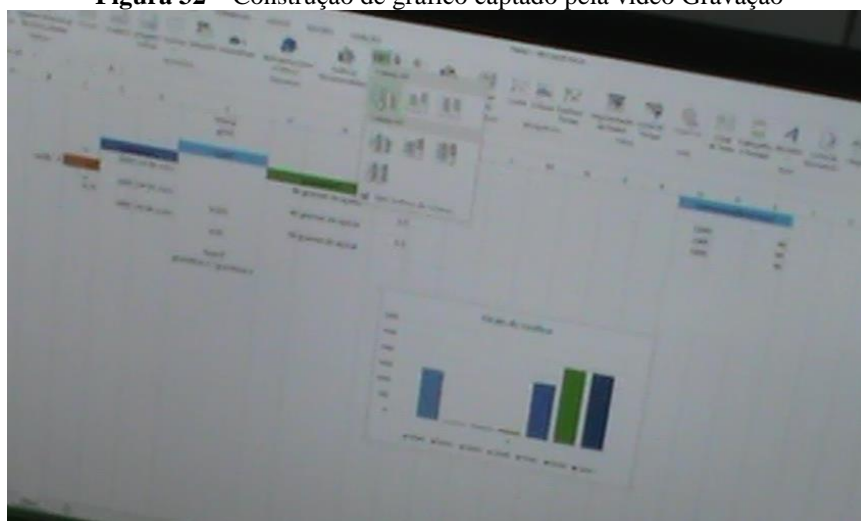
Figura 31 – Construção de tabela pela dupla A1A2



Fonte: Videogravação do pesquisador

Ainda sobre o Excel, na Avaliação Diagnóstica eles informaram não saber construir gráficos e não citam o uso de fórmulas na planilha. Novamente, voltando a etapa introdutória temos em relação ao gráfico evidências de dificuldades em sua construção, confirmando o previsto na Avaliação Diagnóstica. Buscaram utilizar ferramentas avançadas, Figura 32, sem conhecimento prévio, e não conseguiram associar o gráfico aos dados da tabela criada anteriormente.

Figura 32 – Construção de gráfico captado pela vídeo Gravação



Fonte: Videogravação do pesquisador

Ao analisar a Avaliação Final, a dupla, em consenso, afirma ter se apropriado da construção de gráficos e do uso de fórmulas ao longo da pesquisa, ponto este a considerar como resultado de evolução na escolha do esquema. Em particular, o aluno A1, informa que a construção dos gráficos está condicionada ao uso de tabelas, sendo a forma como desenvolveu no Excel. Agora temos uma demonstração da relação (O-S), na qual o uso de tabela potencializa o Excel na construção de gráficos. Portanto chegamos à conclusão que o esquema relacionado ao uso de tabela foi transformado durante a pesquisa a tal ponto que a dupla consegue relacioná-la na construção de gráficos, diferentemente das figuras anteriores, Figuras 31 e 32.

Nas falas ainda se faz uso de fórmulas neste percurso construtivo, prática esta inexistente anteriormente. São exemplos de elementos do processo de instrumentalização. Se incluirmos que o entendimento da construção dos gráficos está associado a situação problema que proporcionou sua construção e visualização na solução da atividade, percebemos o processo de instrumentação, no objeto de covariância e invariância das análises de sentido realizados pelos alunos no manuseio do Excel, especificamente tabelas e gráficos.

Outro ponto que merece destaque na comparação entre as avaliações, diz respeito à organização dos dados na planilha. Em relação às perguntas da Avaliação Final, os mesmos respondem que a organização dos dados é o principal elemento pessoal e diferencial da dupla. De acordo com o intervalo das Figuras 33 à 40, podemos perceber pelo aspecto visual da organização dos dados da dupla, a comparação com outras formas de organização possíveis.

Figura 33 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 1 sobre Invariância

				TAXA ↓					
				presente/aluno					
				25					
		Aluno				Presente			
		8	reais	25		200	reais		
RAZÃO →	0,375							0,375 ←	RAZÃO
		3	reais	25		75	reais		
RAZÃO →	4,666667							4,666667 ←	RAZÃO
		14	reais	25		350	reais		
RAZÃO →	0,285714							0,285714 ←	RAZÃO
		4	reais	25		100	reais		
RAZÃO →	0,5							0,5 ←	RAZÃO
		2	reais	25		50	reais		
				25					
				TAXA ↑					
				Grandeza 2/ Grandeza 1					

Fonte: Acervo do pesquisador

Na Figura 33 temos uma das possíveis formas de resolução que a dupla poderia demonstrar na atividade, fato este que demonstra bem a intencionalidade do pesquisador, enaltecendo cores entre grandezas e resultados das fórmulas; discriminação dos significados de cada valor numérico por meio de setas; separação das informações intercalando as células preenchidas de células vazias. Já na Figura 34 temos a resolução da dupla que opta por uma organização em forma de tabela (sem fechar a grade); utiliza-se de várias colunas ao invés das setas; visam a organização deste tipo para melhor aspecto visual de comparação.

Figura 34 – Produto Final dos Alunos na Atividade 1 sobre Invariância

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Vaquinha Escolar				
2								
3			Valor do presente	Quantidades de Alunos = TAXA	Valor a pagar	razão do presente	razão do valor a pagar	
4		R\$	200	25	8	0,375	0,375	
5		R\$	75	25	3	4,666666667	4,666666667	
6		R\$	350	25	14	0,285714286	0,285714286	
7		R\$	100	25	4	0,5	0,5	
8		R\$	50	25	2			
9								
10								
11				são proporcionais pois a razão do presente é igual a razão do valor a pagar				
12								

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 35 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 2 sobre Variáveis

	MARCOS					ENZO			
	Distância	Tempo			Distância	Tempo			
RAZÃO →	3	50	10	2 ← RAZÃO	RAZÃO →	3	50	20	3 ← RAZÃO
RAZÃO →	2	150	20	1,5 ← RAZÃO	RAZÃO →	2	150	60	2 ← RAZÃO
RAZÃO →	1,666666667	300	30	6 ← RAZÃO	RAZÃO →	1,666666667	300	120	1,666667 ← RAZÃO
RAZÃO →	2	500	180	2,244444444 ← RAZÃO	RAZÃO →	2	500	200	2 ← RAZÃO
RAZÃO →	2	1000	404				1000	400	
		2000	X				2000	x	
	Distância ÷ Tempo	Distância/Tempo	Tempo/Distância		Distância ÷ Tempo	Distância/Tempo	Tempo/Distância		
	500	5	0,2		1000	2,5	0,4		
	3000	7,5	0,133333333		9000	2,5	0,4		
	9000	10	0,1		36000	2,5	0,4		
	90000	2,777777778	0,36		100000	2,5	0,4		
	404000	2,475247525	0,404		400000	2,5	0,4		

Fonte: Acervo do pesquisador

Na Figura 35 temos outra possível forma de resolução que a dupla poderia demonstrar na atividade, o pesquisador enaltecendo a duplicidade da sua resposta anterior (Figura 33) em ajustes com os dois competidores; a inclusão de colunas abaixo organizando os dados do enunciado do problema e realçando cores para a solução compreendida por meio da comparação visual. Já na Figura 36 temos a resolução da dupla que opta por uma organização em forma de várias tabelas agora (na Figura 34 era uma única tabela); utiliza-se de várias cores para melhor destacar a diferenciação das tabelas; a apresentação das tabelas são em pares, uma para cada competidor, dispostas lado a lado, para demonstrar a organização evoluída e a forma precisa de comparação visual da resposta final.

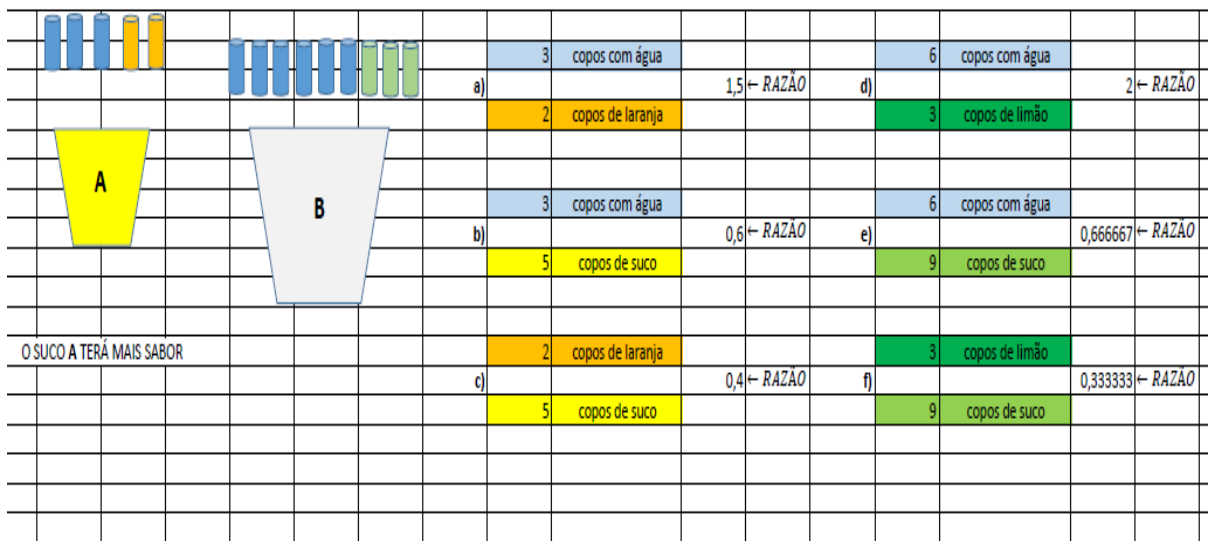
Figura 36 – Produto Final dos Alunos na Atividade 2 sobre Variáveis

enzo		marcos		ENZO			MARCOS		
distância (metros)	tempo (min)	distância (metro)	tempo (min)	distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância	distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância
50	20	50	10	1000	2,5	0,4	500	5	0,2
150	60	150	20	9000	2,5	0,4	3000	7,5	0,133333333
300	120	300	30	36000	2,5	0,4	9000	10	0,1
500	200	500	180	100000	2,5	0,4	90000	2,777777778	0,36
1000	400	1000	404	400000	2,5	0,4	404000	2,475247525	0,404
razão		razão							
3	3	3	2						
2	2	2	1,5						
1,666666667	1,666666667	1,666666667	6						
2	2	2	2,244444444						
SIM, BASTARIA APENAS DOBRAR O TEMPO DE CADA COMPETIDOR .									
				ENZO=800 MIN		MARCOS 906,755556 MIN			

Fonte: Acervo do pesquisador

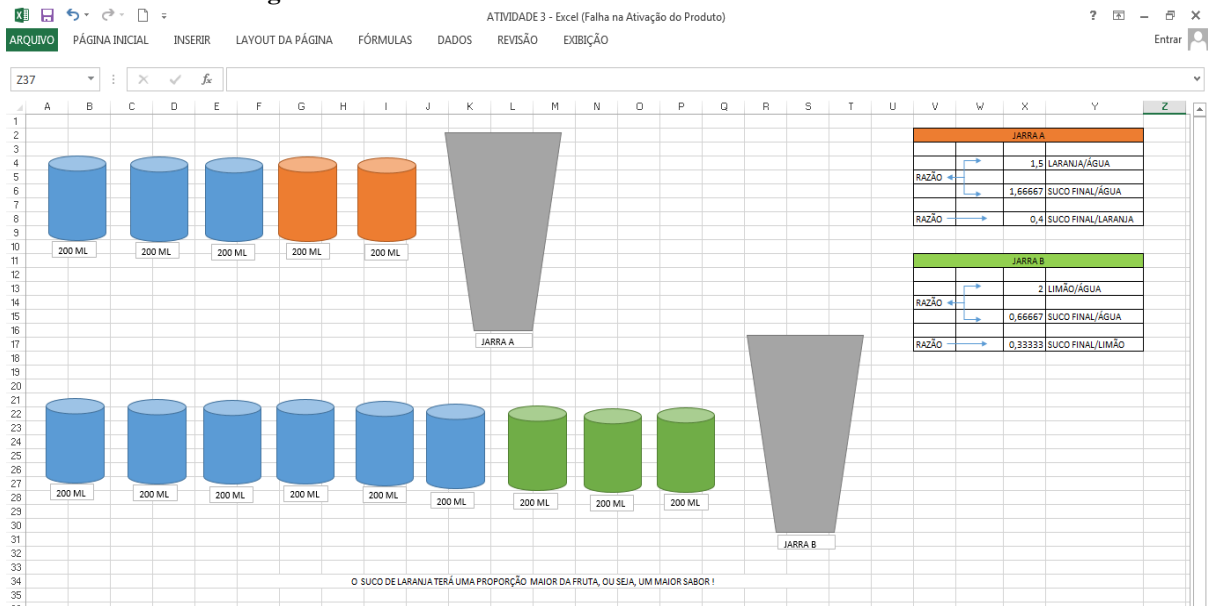
Na Figura 37 temos outra expectativa de resolução que a dupla poderia demonstrar na atividade formulada pelo pesquisador. Este agora inclui formas geométricas em tamanho de escala; diferenciação de cores conforme a predominância da fruta escolhida no problema; uma outra forma de dispor os dados (diferente da organização da Figura 33 do pesquisador e da Figura 36 da dupla). Já na Figura 38 temos a resolução da dupla que continua por uma organização em forma de tabela (agora com a grade), novamente comparando lado a lado as grandezas, mas com a inclusão do uso das setas dentro das tabelas para melhor detalhamento das informações; não houve a percepção na construção das formas geométricas da noção de escala das quantidades dos recipientes.

Figura 37 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 3 sobre Partilha



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 38 – Produto Final dos Alunos na Atividade 3 sobre Partilha



Fonte: Acervo do pesquisador

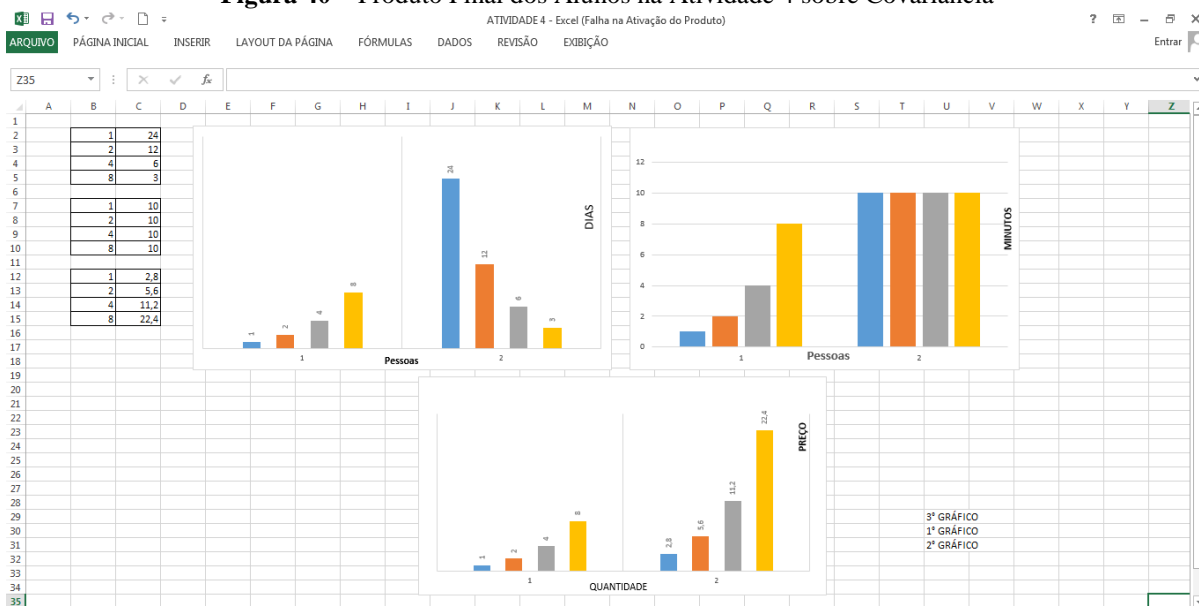
Na Figura 39 temos outra forma de resolução que a dupla poderia demonstrar na atividade, esta resolução mescla o uso de tabela (parte superior) que condicionada cria automaticamente os gráficos (parte central) com resposta em língua materna (parte inferior); em paralelo existe a disposição dos dados lado a lado, com uso de diferentes enaltecendo a comparação da variação conjunta das grandezas. Já na Figura 40 temos a resolução da dupla que opta por uma organização também em tabela, gráfico e resposta em língua materna, apenas com o diferencial da disposição na planilha, mas permanece a criação dos gráficos pela ferramenta automática do uso de tabelas.

Figura 39 – Expectativa do Pesquisador na Atividade 4 sobre Covariância



Fonte: Acervo do pesquisador

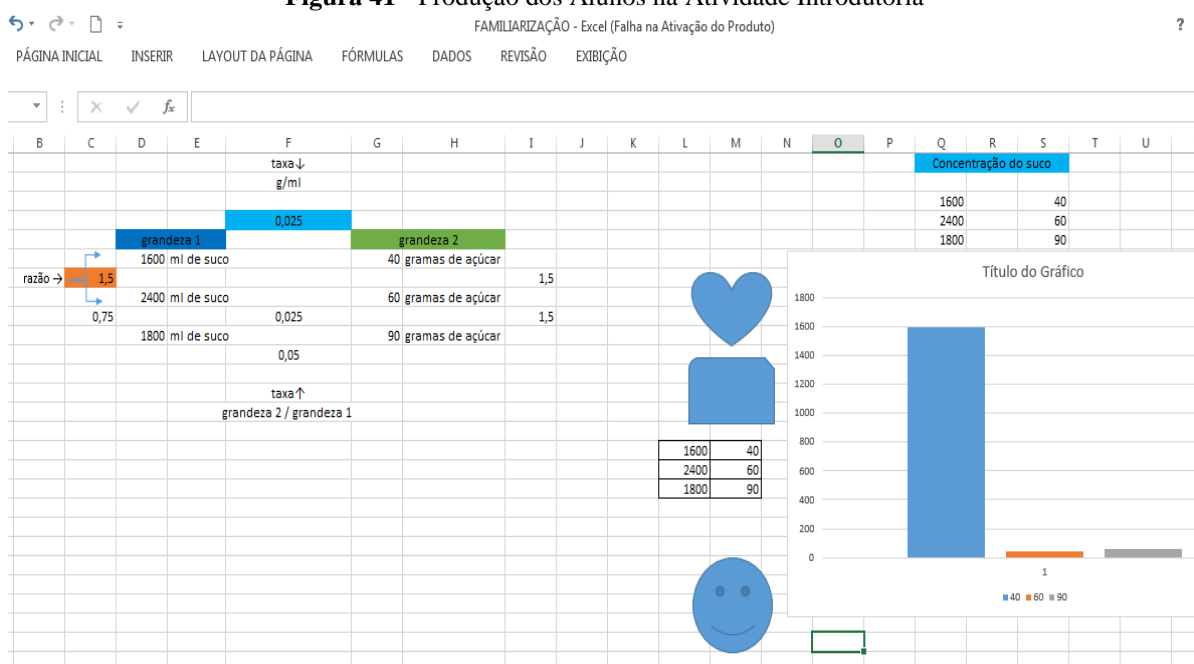
Figura 40 – Produto Final dos Alunos na Atividade 4 sobre Covariância



Fonte: Acervo do pesquisador

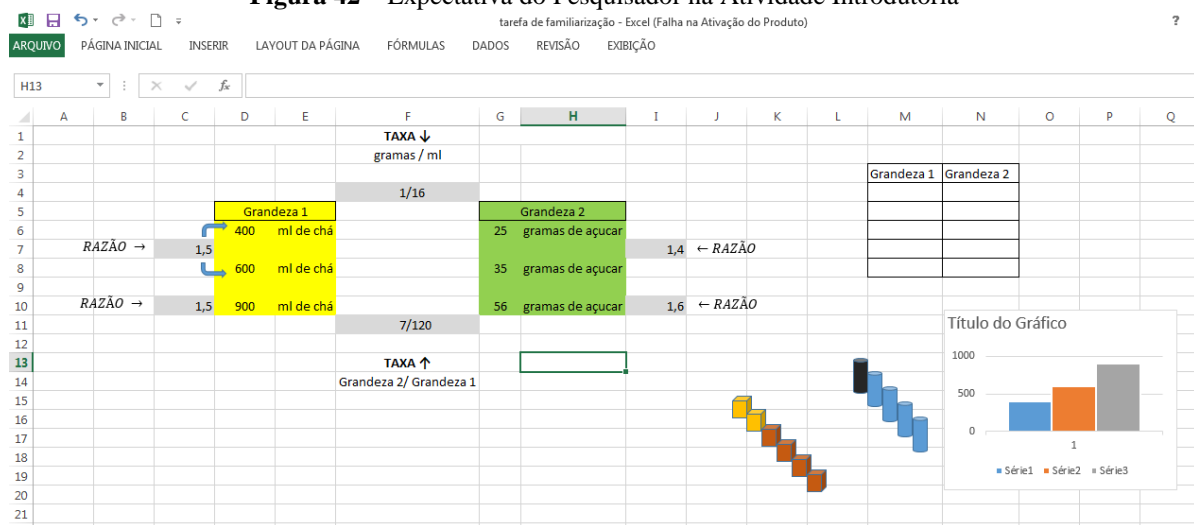
Uma vez que na etapa introdutória as ações foram dirigidas pelo pesquisador, informando em quais células atuar e quais ferramentas utilizar, a expectativa do pesquisador era que nas atividades de intervenção os alunos replicassem a organização de dados dirigida na etapa introdutória, fato este que não aconteceu, conforme visto nas figuras anteriores. Já na etapa introdutória, apenas a parte esquerda das Figuras 41 e 42 permaneceram as mesmas, quanto à organização (mudança apenas de cores), pois representam as ações direcionadas. Já a parte direita das Figuras, relacionadas a criação livre, a organização mudou.

Figura 41 - Produção dos Alunos na Atividade Introdutória



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 42 – Expectativa do Pesquisador na Atividade Introdutória



Fonte: Acervo do pesquisador

A organização proposta pelo pesquisador na etapa introdutória, denominada “modelo dinâmico de raciocínio” apresentava as razões e taxas ao redor das grandezas. Já a organização dos alunos, nas atividades de intervenção se encontram em forma de várias tabelas, com uma formatação condicionada entre elas e não seguindo o modelo dinâmico do pesquisador. Ou seja, os alunos formularam seu esquema relacionado a organização dos dados, para o entendimento do objeto matemático em estudo, de modo particular. Então, a partir da situação da primeira atividade de intervenção (Atividade 1 – Variáveis), chegamos ao *Esquema de Organização de Dados*, como a melhor opção de análise da gênese instrumental da dupla, nesse momento.

Continuando a comparação entre a Avaliação Diagnóstica e Avaliação Final buscamos compreender o envolvimento da dupla com o objeto em estudo. O aluno A1 demonstrou que desde o princípio da pesquisa possuía uma noção intuitiva dos conceitos de grandezas, variáveis, razão e proporção, mas não conseguia defini-los. Já na avaliação Final, demonstrasse ter ampliado suas concepções em relação a todos os objetos de conhecimento. Vale destacar que os conceitos de razões e proporções foram favorecidos pelo aspecto dinâmico da covariância e estratégias escalar e funcional construídos no Excel, sendo uma forma de interação (O-S), na qual, ao olhar o Excel, percebemos sua contribuição na compreensão do raciocínio proporcional.

Já o aluno A2 não possuía base conceitual em relação aos conceitos de variáveis, grandezas, razões e proporções, mas demonstrou na Avaliação Diagnóstica que sabia utilizar estratégias de resolução para solucionar os problemas, como regra de três e a diferenciação dos conceitos de grandezas diretamente, inversamente e não proporcionais mediante análise das direções e sentidos dos valores. Ao compararmos com a Avaliação Final, percebemos que o Excel contribuiu para enriquecer as estratégias de cálculo deste aluno e a sua compreensão de todos os objetos de conhecimento, mas defini-los matematicamente é algo ainda não realizado.

Pensando no esquema a analisar, os alunos já se encontram instrumentados quanto algumas ferramentas ditas básicas do Excel, propostas na pesquisa (Seleção e localização de células; ferramentas de formatação; inserção de números, textos e símbolos; copiar, colar, expandir células, caixa de texto, formas linhas anguladas e cor de preenchimento), confirmando assim a resposta dos alunos ao questionário na qual já afirmaram usarem o Excel.

Os pontos para os quais os alunos não possuem ainda esquemas bem definidos, no início da pesquisa, dizem respeito a manipulação de tabelas (mesmo já criado tabelas em algum momento, desconhecem ferramentas específicas), criação de gráficos (confirmado pelo questionário) e o uso de fórmulas. Portanto todos estes pontos estão relacionados nesta pesquisa ao *Esquema de Organização de dados* na qual os alunos exploraram o artefato com a finalidade de assimilação e acomodação de seus conceitos-em-ação relacionados aos objetos da ação. Alguns dos pontos são resultados da evolução do esquema, assim como outros são meios para assimilação e acomodação do esquema.

6.5 ESQUEMA DE ORGANIZAÇÃO DE DADOS E A GÊNESE INSTRUMENTAL

Denominaremos *Esquema de Organização de Dados* ao esquema de apropriação do Excel pela dupla e que nos guiará na descrição do processo de gênese do instrumento. Este esquema foi escolhido mediante a comparação da Avaliação Diagnóstica e a Avaliação Final, na qual identificamos a evolução dos alunos no uso do Excel quanto a organização e disposição dos dados e a evolução das ações do sujeito voltado a compreensão do objeto matemático em estudo.

Uma vez apontado o esquema sobre o qual iremos focar a análise, apresentamos um estudo sobre suas componentes (*antecipações da meta; regras de ação; controle, inferências e invariantes operatórios*), assim, inferir e interpretar o processo de gênese instrumental coletivo. Nos basearemos no modelo S.A.I, onde faremos interpretações dos processos de instrumentação (S-I) e (O-S); instrumentalização [S-(I-O), (I-O) e (S-O)]; e das relações (I-S) e (O-I).

6.5.1 O Esquema de Organização de Dados

6.5.1.1 Expectativas do pesquisador para o Esquema

A observação do esquema foi percebida na primeira atividade de Intervenção, Atividade 1 sobre Invariância. Esta atividade tinha como objetivo propor que os alunos reproduzissem o “modelo dinâmico” construído na etapa introdutória. Sendo dessa vez, sem ações direcionadas pelo pesquisador, apenas algumas perguntas objetivas intercaladas na situação problema.

Para esta atividade de intervenção, o pesquisador tinha expectativas das ações seguintes que poderiam ser mobilizados nessa atividade: construir um modelo de raciocínio dinâmico que possibilitasse a resolução da situação problema mobilizando os objetos matemáticos de taxa, razão, grandezas proporcionais e variáveis; explorar as ferramentas barra de fórmulas; mesclar e centralizar; caixa de texto; inserir números, formas e símbolos; cor de preenchimento; copiar e colar. O pesquisador esperava quanto ao esquema da dupla, que eles pudessem:

- Calcular as fórmulas que resultam nos valores das taxas e razões das atividades;
- Comparar os resultados obtidos, mesmos quando se alteram os valores aleatoriamente;
- Classificar por cores diferentes as grandezas e significados de linhas e colunas;

- Reconhecer a existência dos objetos de conhecimento taxa, razão, grandezas proporcionais, variáveis e seus significado;
- Identificar a existência de proporcionalidade na variação mútua entre grandezas;
- Realizar comparações visuais e numéricas para obtenção da solução do problema.

Os alunos poderiam demonstrar também conceitos e teoremas-em-ação matemáticos de: grandezas distintas e variáveis; relações multiplicativas e aditivas; conceito de taxa (constante); covariância e invariância; relações entre razão (estratégia escalar) e taxa (estratégia funcional); variação mútua de duas grandezas (existência de proporcionalidade, estratégia de alternância); relações entre quantidades quanti e qualitativas. “Para Piaget, os esquemas também estão na origem da formação de conceitos [...]”. (RABARDEL, 1995a, p. 80).

De antemão, já observamos a proposta e o desafio que os alunos tiveram na necessidade do uso de fórmulas, uma vez não sendo instrumentados quanto a esta ferramenta em suas experiências passadas, de acordo com avaliação diagnóstica.

6.5.1.2 As componentes do Esquema

Para apresentar as componentes do esquema, escolhemos algumas passagens que transcrevemos em forma de diálogo. Além disso, nos valem de algumas imagens para ilustrar, obtidas no Excel durante a atividade, retiradas da vídeo gravação do software Loilo Recorder. O objetivo do esquema da dupla era construir, a partir da interpretação dos dados do enunciado, um conjunto de tabelas condicionadas entre si para solucionar a situação apresentada. Cada atividade proporcionou momentos na qual a mobilização do esquema ficou evidente permitindo investigar o surgimento da gênese pela análise das relações do modelo. Béguin e Rabardel (2000), afirmam que compreender este processo é considerar a evolução dos artefatos e a emergência dos esquemas de utilização.

6.5.1.2.1 Atividade 1 - Invariância

Inicialmente, para resolver a Atividade 1 - Invariância, o aluno A2 fez a leitura do enunciado, e após a mesma, afirmou “A gente temos que fazer o mesmo esquema que o pesquisador fez da outra vez”. Percebemos que o aluno lembra da estratégia de resolução que

o pesquisador realizou na etapa anterior e chama o esquema do pesquisador de “modelo dinâmico”.

Neste momento identificamos algumas *antecipações* do esquema da dupla: seria necessário atender à expectativa do pesquisador neste momento e construir uma estratégia para responder esta e as outras atividades; os alunos pensam e citam ser necessário separar os dados antes de qualquer resposta numérica aos itens “a” “b” “c” e “d” da questão; existe a lembrança de cada fórmula e palavra digitada na etapa introdutória que possa ser repetida, agora em forma de tabela.

Os alunos iniciam a situação buscando entender se a atividade apenas muda os valores se comparada com a atividade introdutória ou se é uma nova situação que requer outros cálculos e o uso de outros conceitos matemáticos. Para Béguin e Rabardel (2000, p. 175, tradução nossa) “uma atividade consiste em agir sobre um objeto a fim de atingir um objetivo e dar forma concreta a um motivo”. Em seguida, a leitura da atividade é continuada pelo aluno A1, para só depois iniciar o uso no Excel pela dupla. A princípio, o aluno A1 assume o teclado do computador. Apresentamos um extrato de diálogo que permite identificar as primeiras componentes do esquema nesta atividade:

Resposta do aluno A2: É para fazer todas as razões, no caso o presente vai custar R\$ 200 reais, isso é a grandeza 1.

Pesquisador: Façam por etapas a atividade, tem a letra *a, b, c e d*.

Resposta do aluno A1: Primeiro a gente temos que saber quantos alunos tem na sala. Se dividirmos 200 por 8, saberemos quantos alunos pagaram 8 reais.

As *regras de ação* dos alunos seguem a ordem: o aluno A2 inicia a leitura da atividade, enquanto o aluno A1 concentra-se na escuta. O aluno A2 ao término da leitura já consegue separar os elementos da situação problema, grandeza 1, e quais as prioridades, encontro das razões, mobilizando os *conceitos-em-ação*: Razões (CAM1) e Grandezas - o presente a custar (CAM2). Esta ação diz respeito à identificação do significado da pergunta do enunciado. Já o aluno A1, antes de qualquer associação que comece a organizar os dados, em forma de grandezas e razões, se vê na necessidade de encontrar novos elementos, neste caso a quantidade de alunos (taxa); por isso continua a ler o enunciado.

Depois que o pesquisador auxilia para que eles resolvam a atividade com calma, o aluno A1 faz a leitura do item “a” e a dupla começa a manusear o Excel. O aluno A2, uma vez que já entendeu o significado da atividade questiona seu colega a fim de que possa acompanhar seu raciocínio. O aluno A1 neste momento inicial da atividade assume o teclado do computador e ao término do extrato demonstra o alinhamento da dupla quanto à compreensão da atividade.

Pensando na construção do esquema, a partir do extrato a seguir, identificamos novos elementos:

Resposta do aluno A2: Pesquisador, essa atividade é igual a anterior, sendo que são outros valores. A taxa ninguém usa agora.

Resposta do aluno A1: Porque juntar se podemos esticar.

Pesquisador: Façam do jeito que acharem correto.

Resposta do aluno A1: O Excel vai ajudar agora. Primeiro a gente temos que achar a quantidade de alunos e a quantidade a pagar por unidade. Fórmula “=C4/E4”. [...] Deu errado. Temos que tirar o nome “reais”, e deixar nas variáveis só os números e colocamos as palavras ao lado. Através da taxa descobrimos que são 25 alunos.

As *regras de ação* dos alunos continuam da seguinte forma: uma vez que a dupla já pensa de forma alinhada sobre o que precisam solucionar na atividade começa a se questionar de que forma vão apresentar esta solução. Daí recorrem ao pesquisador, para retirar algumas dúvidas para iniciar a organização dos dados, por exemplo, se são os mesmos valores da etapa anterior ou uso de fórmulas idênticas. Neste momento o pesquisador esclarece a autonomia que a dupla possui para resolver da forma que estão compreendendo a situação.

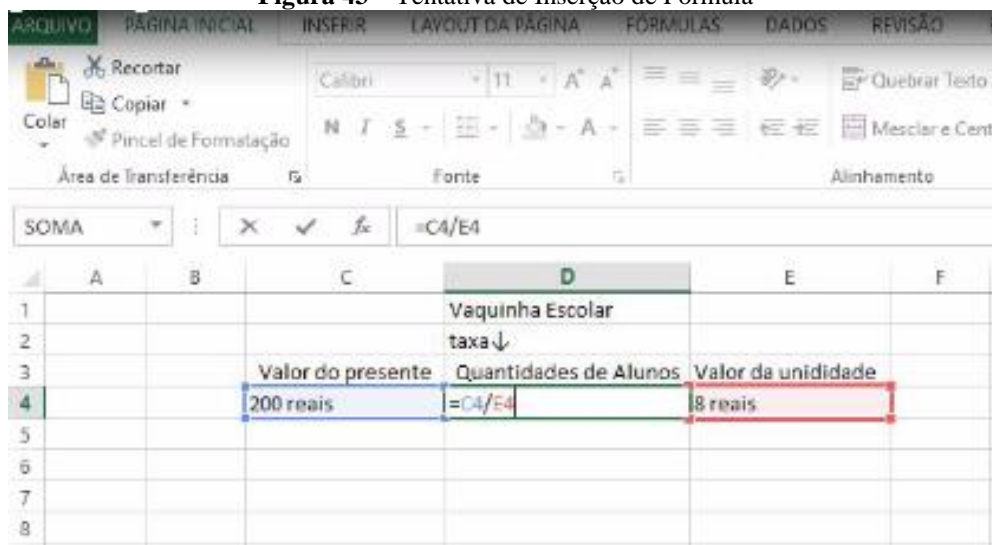
O aluno A2, em um processo de reflexão e comparação com atividade introdutória, até o momento sua base de ação material, percebe a mudança de valores e o desnecessário uso da taxa para iniciar a solução da situação problema. Percebe-se que o aluno A2 já sabe o que significa uma grandeza e consegue identificá-la em uma dada situação, diferentemente da sua concepção na avaliação diagnóstica, ou seja o processo de assimilação e acomodação está ocorrendo de forma mediada. O aluno A1 analisa rapidamente o que se pede na atividade e já aponta o processo de resolução, mobilizando uma interação do tipo (I-O). Tudo isso “[...] inscreve-se como uma contribuição para a reflexão teórica e a análise empírica das relações homem – sistema técnico, centradas no homem e observadas do ponto de vista de seu engajamento nas atividades e ações reais.” (RABARDEL, 1995a, p. 23).

Ao pensarmos no esquema em estudo nesta atividade, o aluno A1 troca a ferramenta “mesclar e centralizar” para reaproveitar a mesma célula fazendo uso da expansão da célula, ação esta não orientada pelo pesquisador e explorada pelo aluno no uso do Excel. A utilidade do artefato depende da situação de atividade, composta por suas tarefas e o modo em uso (RABARDEL, 1995a). Assim temos os *conceitos em ação*: Fórmulas no Excel (CAI1) e Formatação de células (CAI2); os objetos matemáticos de Variáveis (CAM3) e Taxa (CAM4); associados aos *teoremas em ação*: A manipulação da célula de forma a “esticá-la” é mais útil que a ferramenta “mesclar e centralizar” utilizada na etapa introdutória (TAI1); e o *Controle 1*

- Se a execução da fórmula não foi bem elaborada, a dupla corrige identificando o erro e calcula novamente.

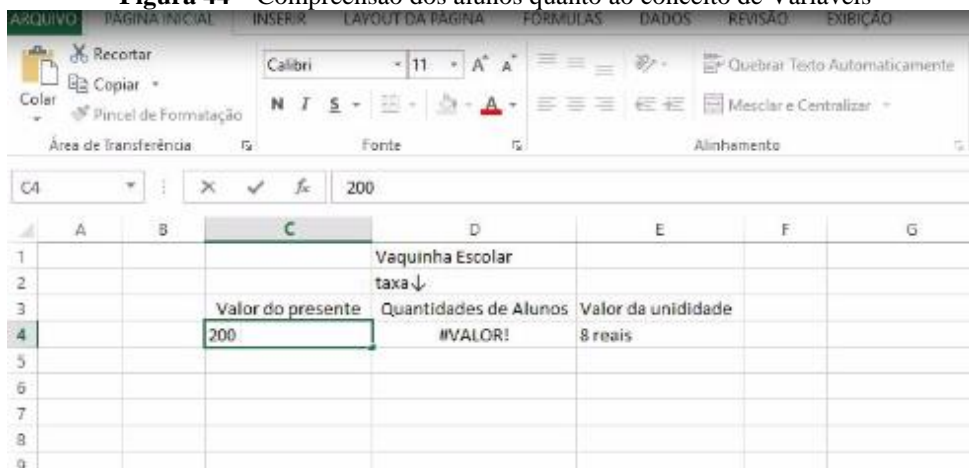
Outro uso eficaz do Excel diz respeito ao conceito de variáveis (CAM3), pois a partir de um procedimento incorreto de inserção de uma fórmula (*Controle 1*), a dupla pode observar regularidades, alteração de pensamento junto ao artefato, interação (I-O), e concluir que para o uso de fórmulas é necessário o preenchimento das variáveis apenas com valores numéricos, conforme Figuras 43 e 44.

Figura 43 – Tentativa de Inserção de Fórmula



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 44 – Compreensão dos alunos quanto ao conceito de Variáveis



Fonte: Acervo do pesquisador

Quanto ao *controle* da manifestação do esquema, a dupla ao manipular o Excel e o conceitos-em-ação de fórmulas, a dupla realiza tentativas de construção das fórmulas e por meio delas descobre regularidades e propriedades da ferramenta, principalmente depois a compreensão do significado dos erros ocorridos. Ao mesmo tempo, o uso dessas tentativas

auxiliam na compreensão dos objetos matemáticos de Variáveis (CAM3) e Taxa (CAM4), e em comum organização proposta, por colunas separando os dados, encontram as soluções da atividade. Esta compreensão resulta numa mediação epistêmica realizada pela dupla, em forma de abstrações conceituais, típico da interação (O-S). Rabardel (1995a) conclui que é a assimilação reprodutiva que constitui os esquemas, por meio de comportamentos repetitivos, que os esquematiza.

Observamos que as regras de ações da dupla encontram-se diretamente associadas à evolução do esquema, pois decidiram organizar a resolução da atividade por meio de tabelas e a organização dos dados em forma de colunas, na qual os valores numéricos (variáveis) foram dispostos em uma coluna e sua descrição (significado) em uma coluna ao lado. Os esquemas de utilização “são organizadores da ação, utilização, implementação e uso do artefato”. (RABARDEL, 1995a, p. 93).

Prosseguindo, temos outro extrato de diálogo na qual a dupla continua refletindo de forma operatória na atividade:

Resposta do aluno A1: A razão é isso. A razão é a divisão, o valor ... ou isso é a taxa? A taxa é essa. Vamos para o segundo valor do presente.

Resposta do aluno A2: “=C5/D5”.

Resposta do aluno A1: R\$ 3,00 reais. Vamos para o terceiro presente. Vamos agora colar a fórmula para deixar mais ágil.

Pesquisador: Por que deu essa “div/0”?

Resposta do aluno A2: Porque a gente não tinha números e agora tem. Estamos fazendo em modelo de tabela, finalmente aprendendo.

Pesquisador: Tudo deu 25?

Resposta do aluno A2: Descobrimos pelo método da divisão, na primeira resposta.

Resposta do aluno A1: Se cada aluno vai pagar R\$ 8,00, a divisão de 200 por 8, automaticamente. [...].

Temos agora regras-de-ações da dupla demonstradas em suas falas na qual começam a tirar conclusões ao organizarem os dados e significados dos objetos matemáticos em estudo. O aluno A1 demonstra aceitação na associação entre o objeto matemático de razão e a operação de divisão. *Conceitos em ação:* Modelo de tabelas para organização dos dados (CAI3) e os objetos matemáticos: Razão (CAM1), Taxa (CAM4) e Divisão (CAM5). E mais, utiliza-se de um possível esquema de uso de ferramentas básicas no Excel, através da ferramenta “Colar” que identificamos como *teorema em ação:* Existe uma eficácia no procedimento automático do uso de fórmulas repetitivas nas células por meio da ferramenta “Copiar e Colar” (TAI2), para evoluir o esquema em estudo, relacionando ao uso de fórmulas (CAI2), desenvolvendo uma

forma de agilizar suas ações. A automatização das ações caracterizam uma interação (S-O), na qual temos uma mediação pragmática.

Em Vergnaud (1996, p. 158) temos que “a automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação”. Na medida em que a dupla avança na manipulação do Excel e faz usos repetitivos de fórmulas e seleção de células, o extrato anterior mostra relatos quanto à distinção que a dupla opera entre os objetos matemáticos Taxa e Razão (CAM4 e CAM1, respectivamente). Consideramos este momento um estado de acomodação, que por instantes gera inversões de sentidos, como na primeira fala do aluno A1.

Cada número disposto na organização dos dados são indícios de uma representação do alinhamento dos mesmos por uma divisão (proporção), e depois por uma relação (por exemplo, números múltiplos). Iniciam-se as associações, alterações de seu pensamento, interações do tipo [S-(I)-O], além de novos aspectos do raciocínio proporcional (relação, proporção), interação (S-I). Isso tudo culmina em comportamento instrumental.

Figura 45 – Análise do Erro de uma fórmula

	A	B	C	D	E	F	G
1				Vaquinha Escolar			
2							
3			Valor do presente	Quantidades de Alunos	Taxa ↓		
4		R\$	200	25	8		
5			75	25	3		
6			350	25	14		
7			100		#DIV/0!		
8					#DIV/0!		
9							
10							
11							
12							
13							

Fonte: Acervo do pesquisador

Na parte em que surge um erro na execução de uma fórmula, conforme Figura 45 a seguir, a dupla já assimilou que a ausência de números causa este efeito ou texto em língua materna, e esta especificidade do Excel em revelar o erro, interação (I-O), mostra-se a relação entre as representações da dupla e os procedimentos executados. Seu esquema se fortalece

quanto a compreensão da variação das grandezas e suas consequências no sistema ao corrigi-las (*Controle I*). A fala do aluno A2 ao dizer “Estamos fazendo em modelo de tabela, finalmente aprendendo”, demonstra a forma de raciocínio empregado pela dupla, a escolha na apresentação das informações e a aceitação que o saber sobre tabelas (CAI3) era insuficiente para a resolução de atividades como as propostas nesta pesquisa.

Outro fator sobre a compreensão dos alunos, parte do fato que os mesmos não estão copiando o modelo fielmente ensinado pelo pesquisador, e sim construindo a organização dos dados, principalmente em forma de tabela, cada grandeza, conforme Figura 46. Logo, temos decisões conscientes da dupla que refletem que justificam a reconstrução na maneira de resolver a atividade, uma interação do tipo (S-I). Isto representa uma nova forma de organização dos dados e até sendo uma base para que nas próximas atividades, ao explorarem as ferramentas de construção de tabelas, continuem evoluindo este esquema, a ponto de ser considerado apropriado e bem definido. Esta “ajuda” do Excel mostra uma especificidade da planilha que caracteriza uma interação (O-S) que representa uma relação na qual a atividade potencializa-se com e no Excel.

Figura 46 – Organização Coletiva própria da dupla

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Vaquinha Escolar				
2								
3			Valor do presente	Quantidades de Alunos = TAXA	Valor a pagar	razão do presente	razão do valor a pagar	
4		R\$	200	25	8	0,375	0,375	
5		R\$	75	25	3	4,666666667	=e6/e	
6		R\$	350	25	14	0,285714286		
7		R\$	100	25	4	0,5		
8		R\$	50	25	2			
9								
10								
11								
12								
13								
14								

Fonte: Acervo do pesquisador

Ainda com os extratos da primeira atividade de intervenção, os alunos evoluem seu estado quanto ao objeto em estudo, e agora, já conseguem distinguir o conceito de taxa em detrimento ao de razão, por meio do entendimento da invariância da taxa. Logo são conceitos-em-ação passando por um estado de assimilação e acomodação.

Pesquisador: No modelo de raciocínio, a taxa significa o que?

Resposta do aluno A2: A razão.

Resposta do aluno A1: A taxa é o valor do presente por isso aqui. A taxa era a divisão entre as grandezas.

Pesquisador: E quem são as grandezas aqui?

Resposta do aluno A2: A quantidade de alunos e a quantidade de alunos.

Resposta do aluno A1: O valor do presente e o valor que cada um vai pagar.

[...]

Pesquisador: Porque agora é e antes não era?

Resposta do aluno A2: Porque a gente acreditava que a quantidade de alunos significa outra coisa. Mas tudo vai dá 25. A gente pensava que era uma grandeza. A gente não errou, só não estávamos certos ainda. O cálculo que estávamos fazendo estava dando certo, por isso que o valor deu certo.

Temos agora regras-de-ações da dupla da seguinte ordem: respondem de imediato as perguntas do pesquisador, e estas fazem com que a dupla opere os *conceitos em ação*: objetos matemáticos de Razão (CAM1), Taxa (CAM4), Grandezas - o presente a custar (CAM2) e a Grandeza - o valor a pagar (CAM6), sendo este dois últimos o uso de fórmulas em duas colunas, razão do presente e razão ao valor a pagar. Da forma própria como os alunos estão organizando os dados, conforme Figura 46 anterior, identificamos o seguinte *teorema em ação*: Taxa como razão ou taxa como divisão entre grandezas; e grandezas são quantidades e valores (TAM1). Logo conseguem responder a atividade tanto de forma quantitativa, com os resultados apresentando a formatação condicional que realizaram entre as tabelas, quanto qualitativamente, dando sentido aos objetos de conhecimento. *Controle 2*: na medida em que os valores são apresentados automaticamente nas tabelas, estes auxiliam na compreensão dos conceitos-em-ação.

Primeiro temos uma relação de instrumentalização [S-(I)-O] e (I-O) na qual ocorre um enriquecimento das propriedades do artefato. Depois uma relação (O-S), na qual o instrumento é um meio que permite o conhecimento do objeto (mediação epistêmica). Temos a partir da inferência ocorrida uma relação (I-S), demonstrando a compreensão da atividade. Destacamos o *processo de instrumentação*, com a relação (S-I), pois o ocorre a justificação da alteração do seu pensamento. “Os dois processos juntamente contribuem para o surgimento e evolução dos instrumentos, ainda que dependam das situações, um deles pode ser mais desenvolvido, dominante ou até um único implementado.” (RABARDEL, 1995a, p. 103-104).

Para finalizar as evidências da primeira atividade de intervenção, trazemos um último extrato, onde o pesquisador finaliza a atividade com sucessivas perguntas para instigar a concretização das respostas pelo alunos a partir do esquema demonstrado por eles quanto ao uso de tabelas e de fórmulas.

Resposta do aluno A2: Vamos triplicar as variáveis.

Pesquisador: Por que mudou a taxa?

Resposta do aluno A2: Porque mudou a grandeza, além de se alterar, ela também altera o valor da razão.

[...].

Pesquisador: O que está acontecendo com estas respostas?

Resposta do aluno A2: Estão batendo umas com as outras.

Pesquisador: O que significa?

Resposta do aluno A2: Que elas são proporcionais.

Pesquisador: Por quê?

Resposta do aluno A2: Porque são iguais.

Pesquisador: O que são as variáveis?

Resposta do aluno A1: O valor do presente e o valor a pagar.

[...].

Pesquisador: Por que as razões não são as mesmas depois que se alterou os valores nas grandezas?

Resposta do aluno A1: Porque não alteramos proporcionalmente.

Pesquisador: Por que a taxa se repete?

Resposta do aluno A2: Independente do valor do presente e independentemente da quantidade a pagar, a quantidade de alunos sempre será a mesma. Sempre terá 25 alunos dispostos a dividir o valor do presente.

Nesta etapa do extrato, para as regras-de-ação, a atividade solicita que a dupla manipule algumas variáveis de forma a analisar o sistema (conjunto de tabelas) como um todo. A dupla altera apenas uma grandeza, triplicando seus valores e a outra grandeza, quadruplicando. O resultado encontra-se na Figura 47.

Figura 47 – Mudança dos valores das variáveis e movimentação do modelo

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Vaquinha Escolar				
2								
3			Valor do presente	Quantidades de Alunos = TAXA	Valor a pagar	razão do presente	razão do valor a pagar	
4		R\$	800	33,33333333	24	0,09375	0,125	
5		R\$	75	25	3	4,666666667	4,666666667	
6		R\$	350	25	14	0,285714286	0,285714286	
7		R\$	100	25	4	0,5	0,5	
8		R\$	50	25	2			
9								
10				são proporcionais pois a razão do presente é igual a razão do valor a pagar				
11				são proporcionais pois a razão do presente é igual a razão do valor a pagar				
12								

Fonte: Acervo do pesquisador

Toda a linha 4 foi alterada se comparada com a Figura 46, revelando o seguinte *teorema em ação*: Ao alterar o valor de uma célula da grandeza, altera-se uma célula da razão entre os valores da grandeza e este fato pode alterar a proporcionalidade (TAM2). A dupla percebe que

é necessário fazer alterações de forma proporcional para que o sistema não se altere. Isto representa uma regra de ação na qual a dupla altera as variáveis por uma multiplicidade qualquer para analisar a proporcionalidade das grandezas.

Já ao fazerem variações mútuas entre as grandezas nos deparamos com respostas do tipo “Estão batendo umas com as outras ... Que elas são proporcionais ...” que revelam outro *teorema em ação*: As grandezas são proporcionais quando são equivalentes (TAM3), por meio da estratégia de alternância, ligado ao *conceito em ação*: variação mútua no Excel entre as grandezas, covariação (CAI4). Por fim, novas mobilizações aconteceram, como o compreensão da linguagem algébrica (variáveis) e ações que manifestam a construção do conceito de invariância, pois a assimilação ocorre uma vez que o sistema como um todo faz sentido para a dupla, outra forma do *Controle 2*: na medida em que os valores são apresentados automaticamente nas tabelas, estes auxiliam na compreensão dos conceitos-em-ação.

6.5.1.2.2 Atividade 2 - Variáveis

A observação do esquema também foi percebida na segunda atividade de Intervenção, Atividade 2 - Variáveis. Esta atividade tinha como objetivo promover o reconhecimento pelos alunos da existência da proporcionalidade ao fazerem comparações visuais na medida em que fossem obtendo os resultados dos itens da atividade.

Lembremos que o objetivo do esquema em estudo é representar em forma de tabelas os dados do enunciado da atividade de forma que se tenha uma melhor possibilidade de análise quantitativa e qualitativa da situação que envolve o raciocínio proporcional. Este esquema foi usado para responder toda a atividade sobre Variáveis, conforme a Figura 36. Os objetos da ação dessa atividade são: construir tabelas que possibilitasse a resolução da situação problema mobilizando os objetos matemáticos de variáveis, grandezas, taxa, razão, covariância e invariância; explorar as ferramentas barra de fórmulas; inserir linhas, colunas e grade; mesclar e centralizar; caixa de texto; inserir números, cor de preenchimento; copiar e colar.

De acordo com o objetivo e os objetos da ação, os alunos poderiam demonstrar conceitos-em-ação relacionados às ferramentas propostas e aos conhecimentos matemáticos de: reconhecimento da existência de proporcionalidade direta; justificar afirmações sobre relações entre quatro quantidades; relações multiplicativas e aditivas; estudo de covariância e invariância; relações entre razão (estratégia escalar) e taxa (estratégia funcional); variação

mútua de duas grandezas (existência de proporcionalidade, estratégia de alternância); e análises das relações entre quantidades quanti e qualitativas.

O pesquisador considerou alguns aspectos na construção da atividade: contextualizar a situação; utilizar-se de perguntas objetivas já realizadas em etapas anteriores nos itens da situação problema; estas já executadas com a finalidade de consolidação do esquema em análise, demonstrando uma continuidade no processo de instrumentalização.

Inicialmente a dupla apresentou a seguinte introdução da atividade:

Resposta do aluno A1: Pesquisador, no lugar de colocar essas tabelas abaixo, pode colocar ao lado, porque fica mais organizado?

Pesquisador: Pode.

Resposta do aluno A2: Não é velocidade não. Vai ser metros e tempo as grandezas. Ao reler fala “abaixo” coloque o nome das grandezas, plural.

Pesquisador: Porque não é só uma grandeza?

Resposta do aluno A2: Porque estamos trabalhando com duas grandezas, tempo.

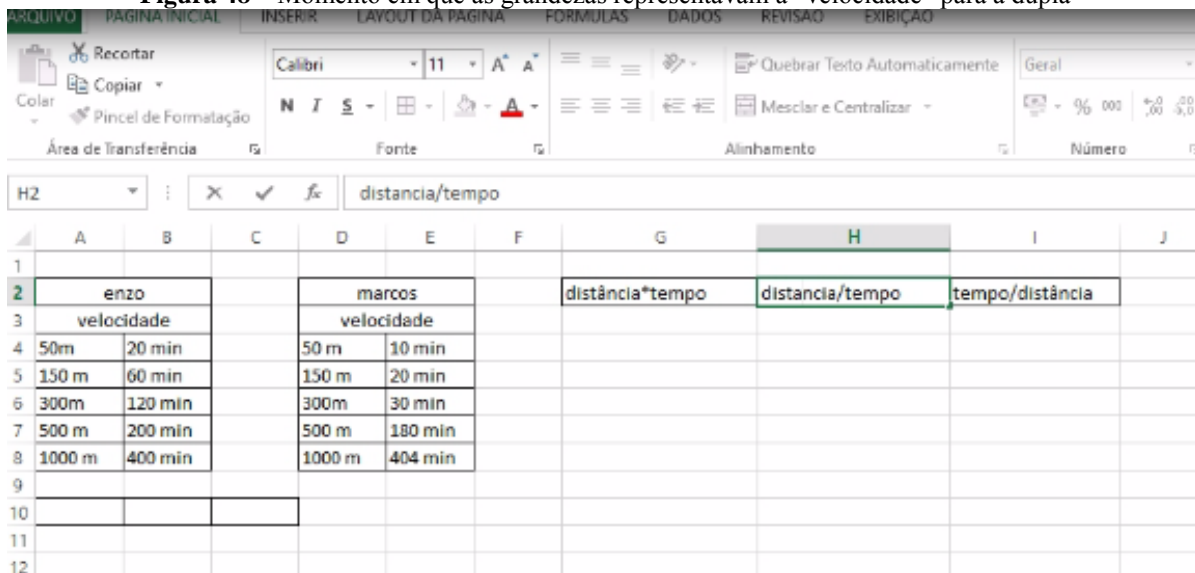
Neste momento identificamos algumas *antecipações* do esquema da dupla: manter a forma de resolução por meio da organização de dados em tabelas e ao ler o enunciado, eles buscam citar os significados das grandezas para organizar as tabelas.

As *regras de ação* dos alunos seguem a seguinte ordem: os dois alunos fazem a leitura compartilhada da atividade e do item “a”. O aluno A1, ao término da leitura, já sinaliza quais ações a dupla precisa executar na organização da resolução resgatando a forma como estão resolvendo as atividades, e mesmo sendo um dia e atividades diferentes, retomam a estratégia anterior. Já o aluno A2 se preocupa em compreender se a execução de fato significa a ação correta para se alcançar a solução.

Neste momento a dupla insere o pesquisador no diálogo e comunica a forma que irão organizar os dados, ressaltando o aspecto visual proporcionado pelo Excel (CAI3 - Modelo de tabelas para organização dos dados), não exclusivo do Excel, mas determinante no comportamento instrumental do esquema. Já o aluno A2, assim como na outra atividade, logo identifica as grandezas da situação, os *conceitos em ação*: Grandeza - metros (CAM8) e Grandeza – Tempo (CAM9). Um aspecto determinante na organização dos dados revelando o seguinte *teorema em ação*: a inserção de colunas depende da análise da quantidade de grandezas na atividade (TAI3). Durante o extrato percebemos a dupla executando o seguinte *Controle 3*: Releitura da atividade para compreensão dos conceitos-em-ação, estes intimamente ligado aos aspectos subjetivos da dupla e abrangência do objeto em estudo.

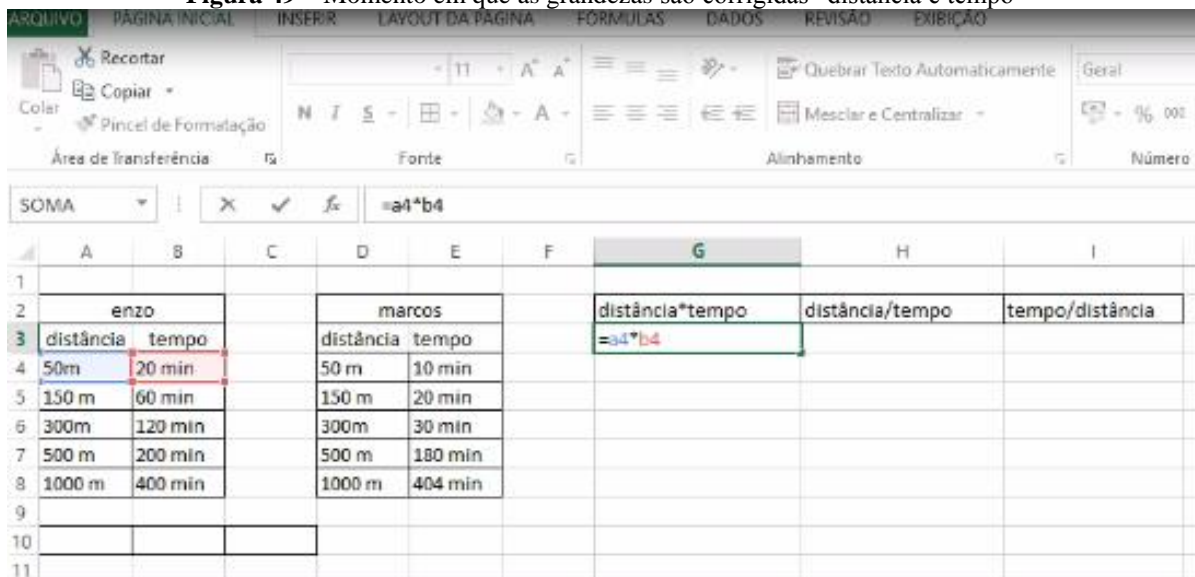
Para complementar o extrato anterior e as componentes do esquema, seguem as Figuras 48 e 49, mostrando as ações da dupla no momento em que eles corrigiram as grandezas da atividade.

Figura 48 – Momento em que as grandezas representavam a “velocidade” para a dupla



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 49 – Momento em que as grandezas são corrigidas “distância e tempo”



Fonte: Acervo do pesquisador

Dando sequência aos extratos desta atividade na busca de mais evidências da evolução do esquema, temos:

- Pesquisador:** Será que dá certo?
- Resposta do aluno A1:** Não. Porque tem que ser valores e não letra.
- Resposta do aluno A2:**Então temos que modificar tudo isso aqui.
- Resposta do aluno A1:** Da outra forma que estamos fazendo é muito rápido.
- Pesquisador:** Como é a outra forma?

Resposta do aluno A1: Colocar o valor da unidade em cima.

Pesquisador: Vocês acham que dessa forma os alunos podem aprender?

Resposta do aluno A2: Com certeza, muito mais simples e prático.

Resposta do aluno A1: Organizado.

As regras-de-ação agora mostram que a dupla, de forma operatória e autônoma, identifica possíveis procedimentos errados antes da execução das fórmulas, e mais, aproveita o ensejo e já organiza os dados de forma a ficar mais “simples e prático” para o leitor, dispondo as unidade de medida em uma linha acima dos valores numéricos na tabela.

Figura 50 – Erro na fórmula devido a unidade de medida nas células

	enzo		marcos						
	distância	tempo	distância	tempo		distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância	
3						#VALOR!			
4	50	20 min	50 m	10 min					
5		60 min	150 m	20 min					
6	300m	120 min	300m	30 min					
7	500 m	200 min	500 m	180 min					
8	1000 m	400 min	1000 m	404 min					

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 51 – Correção na inserção das variáveis e consequência as fórmulas

	enzo		marcos						
	distância (metros)	tempo (min)	distância (metros)	tempo (min)		distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância	
3						1000	0	0	
4	50	20	50	10					
5	150	60	150	20					
6	300	120	300	30					
7	500	200	500	180					
8	1000	400	1000	404					

Fonte: Acervo do pesquisador

Assim como ocorreu na primeira atividade de intervenção, a dupla conseguiu perceber os critérios para construção das fórmulas no Excel, principalmente a exclusão dos algoritmos em forma de palavras, sendo esta prática uma maneira de apresentar a solução, conforme as Figuras 50 e 51. Identificamos a preocupação em forma do *Controle 4*: antes da execução de uma fórmula, a dupla aponta os possíveis erros que não podem acontecer. Esta especificidade

do Excel em revelar o erro, interação (I-O), mostra a relação entre as representações da dupla e os procedimentos executados.

Para finalizar a análise desta atividade 2, temos o seguinte extrato:

Pesquisador: Por que deu esse zero?

Resposta do aluno A1: Estamos calculando errado. Fórmula distância por tempo. A4/B4

Pesquisador: Por que deu igual?

Resposta do aluno A2: Eu acredito porque é a razão.

Pesquisador: O que é a razão?

(...)

Resposta do aluno A1: =B4/A4.

Pesquisador: Por que deu igual?

Resposta do aluno A1: Pelo mesmo fator do primeiro.

Pesquisador: Por que o primeiro não deu igual?

Resposta do aluno A2: Porque o primeiro estava multiplicando e os demais dividindo.

Pesquisador: Então toda vez que eu dividir vai dá igual?

Resposta do aluno A2: Exatamente.

Pesquisador: E multiplicando vai dar diferente?

Resposta do aluno A2: Sim.

Resposta do aluno A1: Nessa proporção sim. O próprio Excel trabalha por nós.

Pesquisador: Deu diferente mesmo dividindo, porque agora?

Resposta do aluno A1: Porque os valores de Marcos não são proporcionais as distância e tempo. Porque a relação distância e tempo são proporcionais.

Pesquisador: Qual a conclusão que vocês tiveram entre Enzo e Marcos?

Resposta do aluno A1: Enzo estava correndo a uma velocidade e distância proporcional. Já Marcos tá alterada.

Resposta do aluno A2: Ele não estava com o mesmo desempenho de Enzo.

Pesquisador: Quer dizer que Enzo estava melhor?

Resposta do aluno A2: Em alguns momentos sim e outros não.

Pesquisador: Mas se um deles é proporcional porque tem momentos sim e não?

Resposta do aluno A2: Tem momento que Marcos está mais ágil e outros não.

As regras de ação dos alunos seguem a ordem: o aluno A1, a partir da pergunta feita pelo pesquisador, analisa novamente a planilha e percebe a inversão da fórmula utilizada. Ao se depararem com valores iguais em algumas células, demonstram o *conceito-em-ação*: Razão (CAM1). E mais, percebe que a obtenção deste conceito-em-ação estão associados pelos *conceitos-em-ação* das operações: Divisão (CAM5) e Multiplicação (CAM10). Estes valores iguais também permitem que a dupla cheguem a conclusões acerca das peculiaridades do objeto em estudo (relação entre grandezas, que inferem na existência ou não de proporcionalidade).

Este último extrato finaliza a conclusão pela dupla a respeito das inconsistências que aparecem nas fórmulas ao serem digitadas de forma errada. Esta dupla percebe no Excel sua dependência para revelar os cálculos que não estão corretos, e mais, utiliza-se do *Conceito-em-ação*: aspecto visual da variação mútua, exclusivo do Excel, para compreender os conceitos matemáticos (CAI4). A partir do aspecto operatório, em um *processo de instrumentalização*, a dupla evolui e acomoda o esquema.

Nas Figuras 52, 53 e 54, a dupla sinaliza como calcular as fórmulas e como organizar os dados condicionando as tabelas. Ao terminar os cálculos da tabela de Marcos percebemos que os alunos através da visualização e da regularidades, compara os dados de ambos corredores e começam a fazer inferências em cima deles e chegam às conclusões. “Embora eles originalmente constituam conjuntos isolados, os esquemas se coordenam pela assimilação recíproca em novos, originais e mais amplos que também compartilham propriedades”. (RABARDEL, 1995a, p. 80).

Figura 52 – Inserção de fórmula condicionando as tabelas para os dados de Enzo

enzo		marcos		distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância
distância (metros)	tempo (min)	distância (metros)	tempo (min)			
50	20	50	10	1000	=a4/b4	
150	60	150	20	9000		
300	120	300	30	36000		
500	200	500	180	100000		
1000	400	1000	404	400000		

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 53 – Comparativo entre os dados de Enzo e os de Marcos

enzo		marcos		enzo		marcos	
distância (metros)	tempo (min)	distância (metros)	tempo (min)	distância*tempo	distância/tempo	distância*tempo	distância/tempo
50	20	50	10	1000	2,5	500	0,2
150	60	150	20	9000	2,5	3000	0,133333333
300	120	300	30	36000	2,5	9000	0,1
500	200	500	180	100000	2,5	50000	2,777777778
1000	400	1000	404	400000	2,5	404000	2,475247525

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 54 – Inclusão de nova tabela para organizar os dados da Razão

enzo		marcos		razão	
distância (metros)	tempo (min)	distância (metros)	tempo (min)	razão	razão
50	20	50	10	3	2
150	60	150	20	2	1,5
300	120	300	30	1,666666667	6
500	200	500	180	2	2,244444444

SIM, BASTARIA APENAS DOBRAR O TEMPO DE CADA COMPETIDOR .

ENZO=800 MIN MARCOS 906,755356 MIN

Fonte: Acervo do pesquisador

Ao analisar o extrato percebemos os alunos fazendo *inferências* quanto ao esquema, aceitando as consequências da alteração do pensamento admitindo o *teorema em ação*: Ao alterar o valor de uma célula da grandeza, altera-se uma célula da razão entre os valores da grandeza e este fato pode alterar a proporcionalidade (TAM2). Isto tudo culmina em uma alteração de pensamento que define a relação em estudo de razão e não mais como uma

definição de proporção, decisão consciente (S-I). Mantém-se as mesmas interações [S-(I)-O] e (S-I) da atividade 1, dando continuidade ao comportamento instrumental.

6.5.1.2.3 Atividade 3–Partilha

A observação do esquema também foi percebida na terceira atividade de intervenção Atividade 3 - Partilha, mesmo de forma breve. Esta atividade tinha como objetivo propor que os alunos construíssem formas geométricas que servissem de representações de uma situação real e, a partir da visualização, encontrassem as razões e taxas, pois seria uma forma a mais para resolver as situações de proporcionalidade. A dupla uma vez que sabe inserir formas (apresentadas na avaliação diagnóstica) não demonstra dificuldade em representar a figura de um copo e uma jarra.

O esquema de organização de dados foi usado para responder essa atividade conforme a Figura 38, na parte de extração dos dados das formas geométricas e transportadas para a análise em tabelas. Os objetos da ação dessa atividade eram: construir formas que possibilitassem a resolução da situação problema mobilizando os objetos matemáticos de taxa, razão e a partilha; explorar do Excel as ferramentas barra de fórmulas, copiar e colar; formatação de formas e texto, e inserção de formas.

De acordo com o objetivo e os objetos da ação, os alunos poderiam demonstrar conceitos-em-ação relacionados às ferramentas propostas e aos conhecimentos matemáticos de: justificar afirmações sobre relações entre quantidades; relações entre razão (estratégia escalar) e taxa (estratégia funcional); múltiplas comparações visuais e numéricas; relações de primeira-ordem e segunda-ordem; estratégias intuitivas e análises das relações entre quantidades quanti e qualitativas. Segue o extrato do trecho que envolve o esquema em estudo.

Resposta do aluno A1: Isso é um copo.

Resposta do aluno A2: Faça duplicata exata.

Pesquisador: No caso essa jarra terá quantos ml?

Resposta do aluno A1: 1.000 ml.

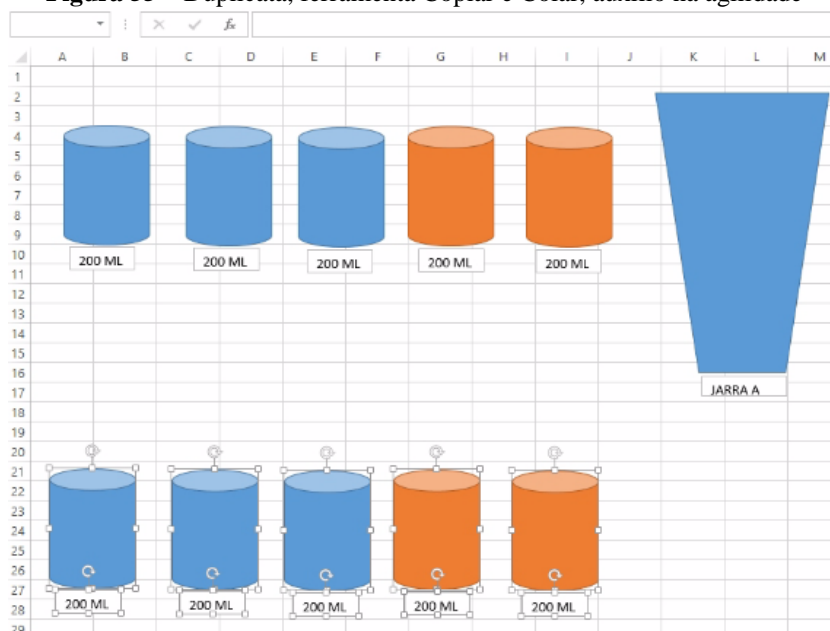
Resposta do aluno A2: O desenho da jarra tem que ser representativa, porque ela tem que ser maior que os copos.

Pesquisador: Vamos supor que vocês irão colocar o conteúdo dos copos na jarras olhando visualmente, qual jarra terá mais sabor de suco?

Resposta do aluno A1: Laranja. Porque a proporção do suco de laranja seria maior, tem mais concentração de Laranja do que Limão.

As regras de ação dos alunos foram observadas e ordenadas na seguinte forma: resolvem continuar a fazer uso da ferramenta “Copiar e Colar” a partir do momento que percebe que regularidades se mantêm em certas ocasiões, conforme a Figura 55.

Figura 55 – Duplicata, ferramenta Copiar e Colar, auxílio na agilidade



Fonte: Acervo do pesquisador

A partir do extrato identificamos os *conceitos em ação*: Jarra e Copos no Excel (CAI5); Proporção (CAM7), Escala (CAM11) e Unidade de Medida (CAM12). A dupla considera um copo como um cilindro e uma jarra como recipiente maior em forma de funil, na qual se possa imaginar um espaço para a colocação de uma grande quantidade de líquido.

A noção de escala entre a representação das formas e os valores a utilizar do problema são aspectos considerados pela dupla associados aos conceitos que revelam um *teorema em ação*: a altura da jarra é maior que a dos copos, pois sua capacidade em ml é maior (TAI4). Pensamos que os invariantes operatórios demonstram estar consolidados pela dupla e incorporados aos seus esquemas de utilização, justificativa para a relação existente [S-(I)-O].

O pesquisador questiona os alunos com a finalidade de compreender se eles estão conseguindo fazer as abstrações quanto ao solicitado na atividade e o representado na resolução, e a dupla demonstra que está conseguindo fazer essa associação entre o real e o imagético. Assim, demonstram que o aspecto visual, seja no uso de formas ou na disposição de dados em forma de tabela (atividades anteriores), com fórmulas condicionadas entre si servem como elo para a compreensão do objeto em estudo de uma dada atividade. Portanto o Excel possui uma especificidade, relação (I-O), processo de instrumentalização. Segundo Rabardel (1995a, p. 115), “o artefato é, primeiro, elaborado de acordo com as ações e esquemas do sujeito para ser, então, gradualmente adaptado às características dos objetos e às restrições da situação.”

Seguindo com as *regras de ação*, a dupla define as grandezas (neste caso quantidades de copos limão/laranja/água) para organização dos dados em forma de tabelas. A dupla faz

inferências a todo o conjunto de ações e em conjunto com os valores da tabela chega ao resultado dessa atividade, representado na Figura 56. Por fim respondem em língua materna a solução da atividade como uma conclusão mediante análise do sistema como um todo.

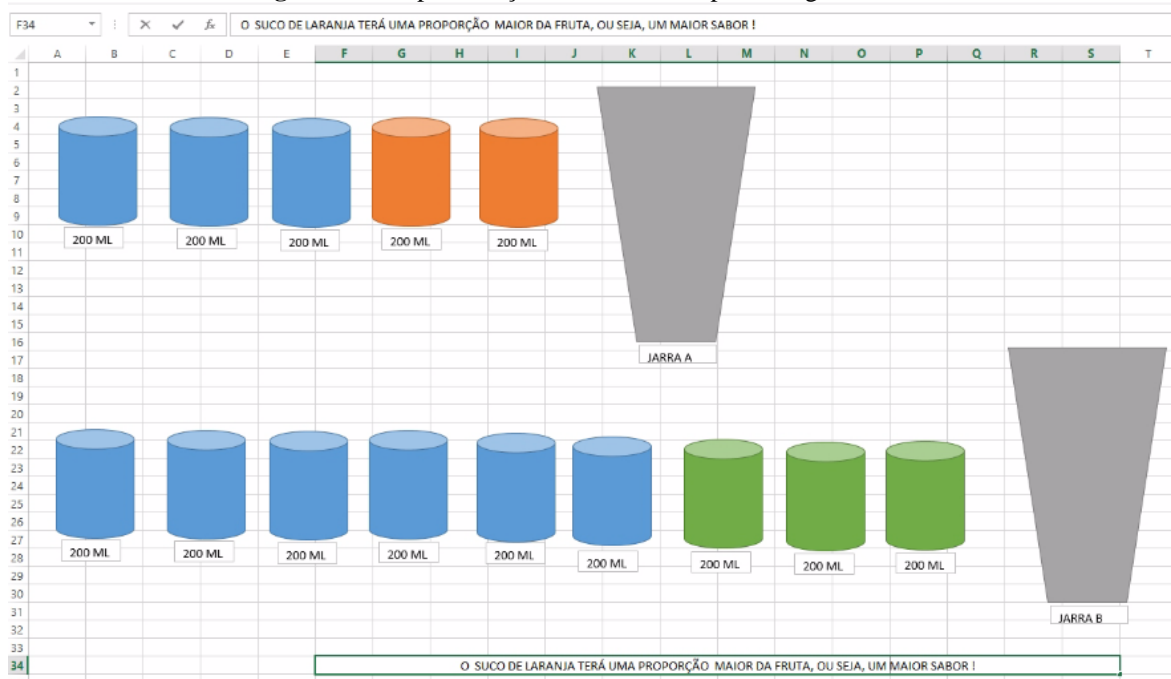
Figura 56 – Comparativo entre as representações por meio da Organização dos Dados

	U	V	W	X	Y	Z
	JARRA A					
				1,5	LARANJA/ÁGUA	
RAZÃO				1,666667	SUCO FINAL/ÁGUA	
RAZÃO				0,4	SUCO FINAL/LARANJA	
	JARRA B					
				2	LIMÃO/ÁGUA	
RAZÃO				0,666667	SUCO FINAL/ÁGUA	
RAZÃO				0,333333	SUCO FINAL/LIMÃO	

Fonte: Acervo do pesquisador

Observamos que por se tratar de um procedimento de resolução no Excel, esta evoluiu a cada atividade, ele permite que o aluno A1 explore esquemas com ferramentas de personalização (Inserir Cor de preenchimento; bordas; estilo 3D; gradiente) de acordo com a Figura 57.

Figura 57 – Representação das Jarras e Copos de Água e Sucos



Fonte: Acervo do pesquisador

6.5.1.2.4 Atividade 4–Covariância

Elementos do esquema também foram percebidos na quarta atividade de intervenção, *Atividade 4 - Covariância* finalizando as evidências do esquema. Esta atividade tinha como objetivo a construção de gráficos destacando grandezas e variáveis e, a partir de uma análise visual da planilha, obtivessem os gráficos de acordo com os tipos de proporção: diretamente, inversamente e não proporcional.

O esquema de organização de dados foi usado para responder a atividade sobre Covariância, conforme Figura 40, na parte de construção dos gráficos a partir de tabelas. Os objetos da ação dessa atividade eram: plotagem de gráficos e formatação de elementos de gráfico. De acordo com o objetivo e os objetos da ação, os alunos poderiam demonstrar conceitos-em-ação relacionados às ferramentas propostas e aos conhecimentos matemáticos de: justificar afirmações sobre relações entre grandezas e variáveis; múltiplas comparações visuais e numéricas; e análises das relações entre quantidades quanti e qualitativas.

Neste momento identificamos algumas *antecipações* do esquema da dupla: seria necessário explorar várias ferramentas do Excel para conseguir plotar os gráficos, uma vez que na avaliação diagnóstica informaram nunca terem criados gráficos; explorar tutoriais no próprio Excel fazendo as leituras das caixas de texto com as recomendações das ferramentas; os alunos pensam e citam ser necessário criar os gráficos a partir de algum recurso relacionado a uma tabela pré-definida, pois sem a tabela a organização dos dados da forma como está a acontecer iria se modificar, não ficando os dados condicionados entre si.

Para a descrição das componentes do esquema da dupla, mobilizados nesta atividades, apresentamos o extrato do trecho a seguir que envolve o esquema em estudo.

Resposta do aluno A1: Na primeira linha a gente só coloca a quantidade de pessoa. Melhor colocar em ordem.

Pesquisador: Como eu faço isso? Existe uma ferramenta, sem precisar apagar?

Resposta do aluno A1: Se existir não sabemos. Essa ferramenta eu desconheço.

Resposta do aluno A2:Primeiro você precisa fazer a tabela. Olha o tutorial. Vamos explorar os gráficos.

Pesquisador: O gráfico é onde vocês tem mais dificuldades?

Resposta do aluno A1: Ah porque estamos selecionando errado.

Resposta do aluno A2:Vai em gráficos recomendados. O Excel facilita a criação de gráficos.

Pesquisador: Mas vocês não já podem fazer o gráfico numa folha de papel?

Resposta do aluno A1: Mas sai torto.

Resposta do aluno A2: Com o Excel eu posso fazer por meio de tabela, porque é mais simples do que criar um gráfico do zero. Eu adiciono e fica fácil e explicativo.

Resposta do aluno A2: A resposta a gente podemos encontrar na tabela. O primeiro é proporcional, independente da classificação.

Resposta do aluno A1:O gráfico 2 não é proporcional.

Resposta do aluno A2: O primeiro é inversamente, porque começa do menor para o maior.

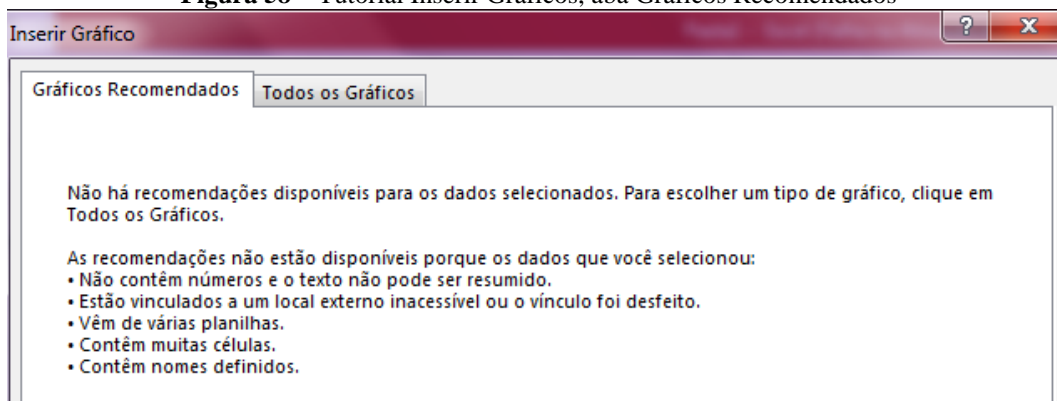
Pesquisador: Ambos, o gráfico 1 e 3 estão começando do menor, e agora?

Resposta do aluno A1: O primeiro é inversamente. Porque a menor quantidade de pessoas e o maior dias. Já no terceiro gráfico a maior quantidade de cereais tem o maior preço.

Resposta do aluno A2: Independente de classificar o gráfico, sempre o número 8 vai carregar 22,4. Mesmo que altere a sequência do gráfico.

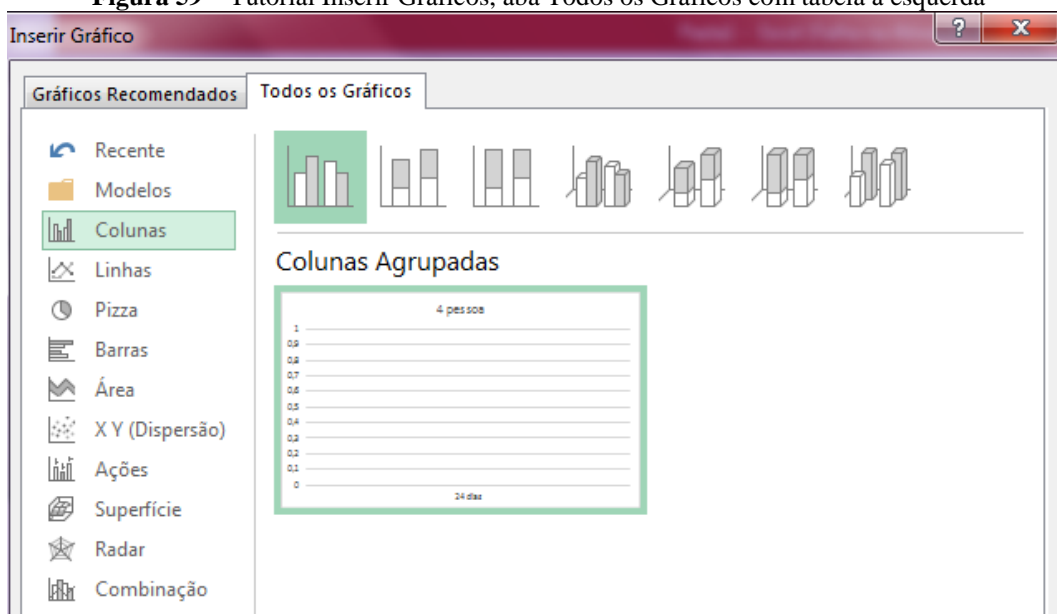
Observando o extrato, identificamos regras de ação que mobilizam conceitos e teoremas em ação. De fato, *as regras de ação* dos alunos continuam da seguinte forma: a dupla pensando na construção dos gráficos, vê a necessidade de ordenar os valores numéricos e esbarram na ferramenta que não sabem encontrar no Excel (ferramenta Classificar de A-Z). Por isso, começam a explorar as ferramentas, assim como o tutorial de criação dos gráficos. As Figuras 58, 59 e 60, são das telas dos tutoriais acessados pela dupla.

Figura 58 – Tutorial Inserir Gráficos, aba Gráficos Recomendados



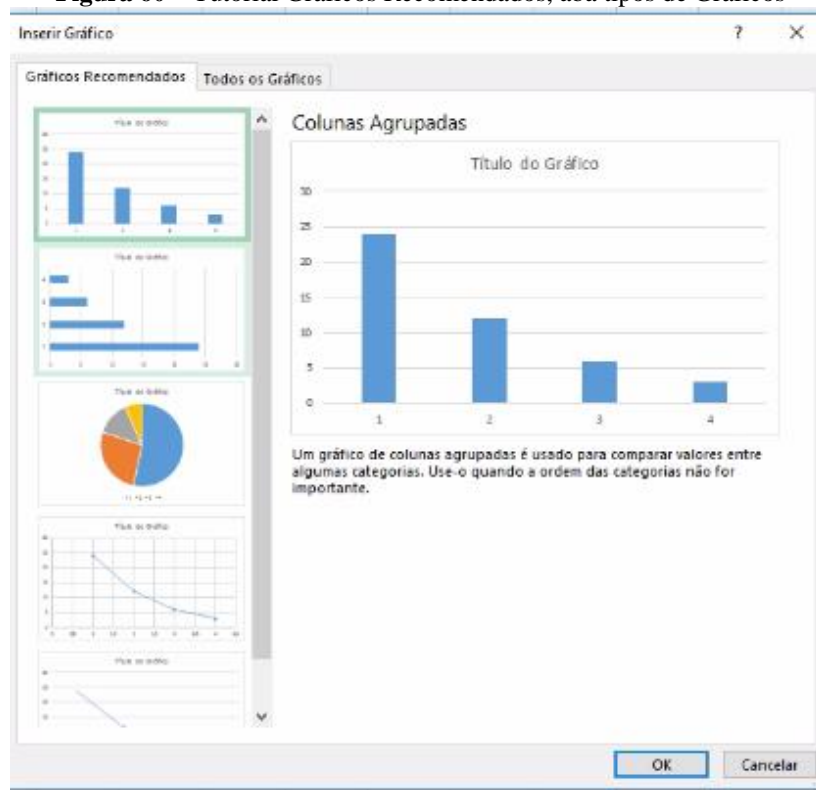
Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 59 – Tutorial Inserir Gráficos, aba Todos os Gráficos com tabela à esquerda



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 60 – Tutorial Gráficos Recomendados, aba tipos de Gráficos



Fonte: Acervo do pesquisador

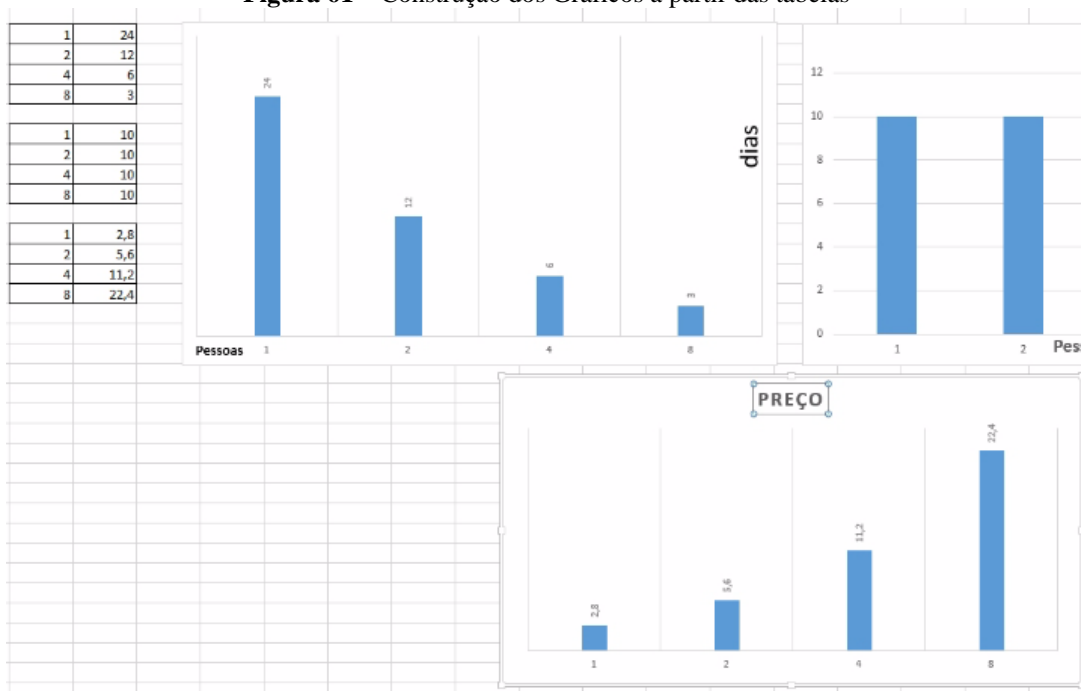
As regras de ação dos alunos continuam da seguinte forma: a dupla busca compreender o enunciado e já pensa de que forma vai organizar a tabela a ponto que a partir dela se construa um gráfico automaticamente. Na ausência de experiência com essa ação, eles recorrem ao tutorial fornecido pela planilha. Percebem depois de algumas tentativas que o seu erro é a forma como estão selecionando os dados da tabela para condicionar com a ferramenta de criação de gráficos. Demonstram ter dificuldade em criar um gráfico sem o uso de tabela; já este se mostra “simples e explicativo” a dupla. Já o passo da compreensão da atividade perpassa pelo fato de primeiro compreender o significado dos dados na tabela para depois analisarem os mesmo dados nos gráficos. A natureza da variação proporcional se torna de fácil compreensão pela dupla a partir do momento que encontram retângulos nos gráficos crescentes e decrescentes.

Na fala da dupla percebemos a compreensão na criação de gráficos ao fazerem várias tentativas e o procedimento condicionado a uma tabela revelando o *teorema em ação*: para construir um gráfico é necessário criar uma tabela (TAI5). Isto demonstra um amadurecimento da observação da dupla aos detalhes apresentados pela tela do computador, principalmente no *Controle 5*: Observar o tutorial de criação de gráficos para condicionar com a organização dos dados em forma de tabela. Resumindo, a dupla percebe a criação de gráficos, no Excel, como facilitador, recurso explicativo e que funciona de forma simples.

Novos objetos matemáticos são proferidos pelos alunos durante a atividade, em forma dos *conceitos em Ação*: Grandezas Diretamente Proporcionais (CAM13); Grandezas Inversamente Proporcionais (CAM14); e Grandezas não - proporcionais (CAM15). Por exemplo, o aluno A2 já cita o termo “inversamente”; já o aluno A1 o termo “equivalentes”, ambos enaltecendo aspectos do raciocínio proporcional, interações (S-I) de um *processo de instrumentação*. Outros *Conceitos em Ação*, agora instrumentais: representação de gráficos para comparação da proporcionalidade (CAI6) e tabela para organização dos dados (CAI3).

A seguir, temos na Figura 61, o momento no qual a dupla termina a construção dos gráficos e começa a analisar o sistema como um todo. O pesquisador começa uma série de questionamentos a fim de auxiliar a dupla nas abstrações conceituais e no aspecto operatório que precisam manipular para encontrar as regularidades que trazem a compreensão do objeto em estudo.

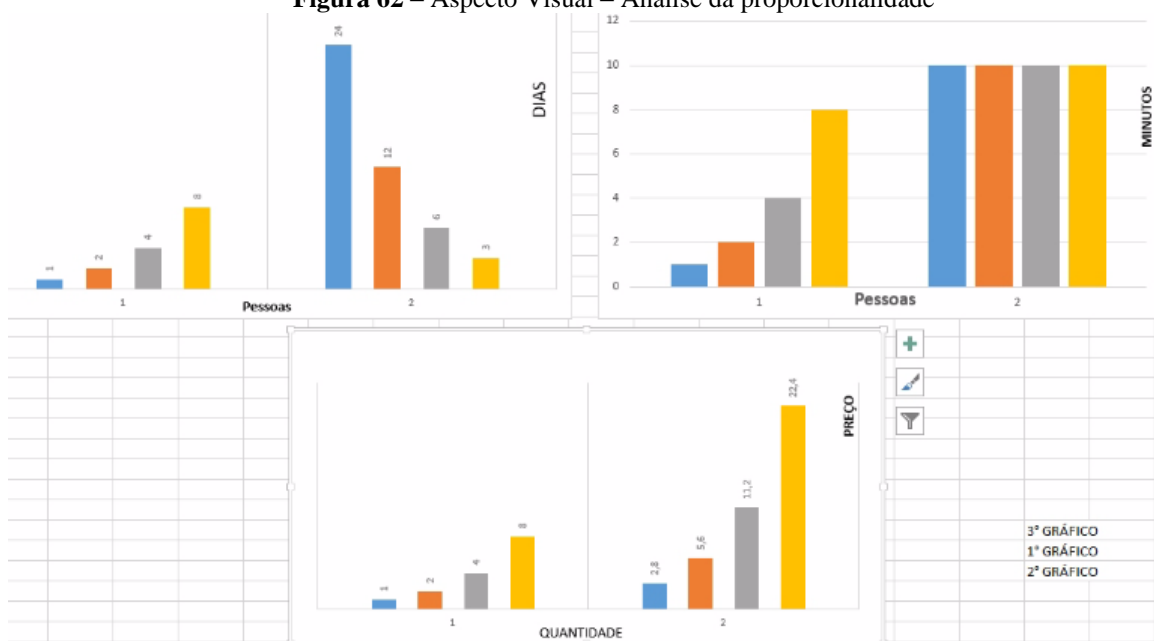
Figura 61 – Construção dos Gráficos a partir das tabelas



Fonte: Acervo do pesquisador

Uma vez dispostos os gráficos, o esquema em estudo ganha novas ações, no que diz respeito à análise visual dos tipos de proporção de cada situação. O ato de apropriação gera novas propriedades ao artefato, transformando-o. (RABARDEL, 1995a). A dupla vai alterando os valores nas tabelas e automaticamente os gráficos vão se modificando. Este dinamismo aliado a uma formatação própria da dupla, Figura 62, contribuem para a resposta final da atividade.

Figura 62 – Aspecto Visual – Análise da proporcionalidade



Fonte: Acervo do pesquisador

Na Figura 62 temos três gráficos que foram construídos por meio da inserção de valores numéricos em tabelas e sua criação se tornou automática. Para cada gráfico, a dupla percebeu que ao manipularem as células da tabela, sua composição se alterava, de forma a apresentar regularidades nos retângulos, ordem decrescente, crescente e constante, sendo com um mesmo espaçamento e multiplicidade. Logo, a dupla conseguiu, a partir de alguns tentativas, perceber a forma de representação das variações proporcionais por meio do uso da organização dos dados e apresentação em gráficos.

Muitas das respostas orais dos alunos demonstram um processo de amadurecimento do esquema em estudo, pois mesmo não perguntando diretamente já conseguem enxergar que daquela atividade é possível construir um gráfico e até quando são questionados sobre variáveis já assumem o seu erro conceitual no questionário diagnóstico, reconhecidos por meio do Excel e seus significados. Logo o artefato “[...]” é instituído como instrumento pelo sujeito que lhe atribui o status de meio de sua ação orientada para o que, neste momento, tem para ele o status de objeto.” (RABARDEL, 1995a, p. 173).

Resposta do aluno A2:Primeiro você precisa fazer a tabela. Olha o tutorial. Vamos explorar os gráficos.

Pesquisador: O gráfico é onde vocês tem mais dificuldades?

Resposta do aluno A1: A porque estamos selecionando errado.

Resposta do aluno A2:Vai em gráficos recomendados. O Excel facilita a criação de gráficos.

Pesquisador: Mas vocês não já pode fazer o gráfico numa folha de papel?

Resposta do aluno A1: Mais sai torto.

Resposta do aluno A2: Com o Excel eu posso fazer por meio de tabela, porque é mais simples do que criar um gráfico do zero. Eu adiciono e fica fácil e explicativo.

São sucessivas reflexões que caracterizam o *processo de instrumentalização* [S-(I)-O]. As perguntas objetivas foram cruciais na reflexão das ações anteriores que já estão executando. O aspecto dinâmico do esquema de organização do dados construído no Excel, ou seja a inserção de valores em uma célula e alteração das demais por correlação de fórmulas foi determinante neste desenvolvimento do raciocínio proporcional da dupla.

Ao manipularem as variáveis das tabelas, mostra-se a compreensão da dupla do conceito de grandezas, assim como do dinamismo ofertado pelo condicionamento da tabela/gráficos no Excel, exemplo característico de uma relação (I-S). As competências são, portanto, “uma forma operatória do conhecimento que permite ao sujeito agir e atingir determinado objetivo, ser bem sucedido, em uma dada situação”. (SAMURÇAY; VERGNAUD, 2000 apud GITIRANA, et al., 2014). As cores de preenchimento também ajudaram na distinção entre os conjuntos de números nas grandezas.

Ao fim desta atividade, nos parece que o Excel é um instrumento eficaz no aprendizado dos objetos matemáticos de Proporção (CAM7), Variáveis (CAM3), Grandezas diretamente (CAM13), inversamente (CAM14) e não-proporcionais (CAM15); e na Representação de Gráficos (CAI6), Formas (CAI5) e Tabelas (CA3). “Isso significa que a constituição da entidade instrumental é o produto da atividade do sujeito”. (RABARDEL, 1995a, p. 95).

6.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO SOBRE A GÊNESES INSTRUMENTAL

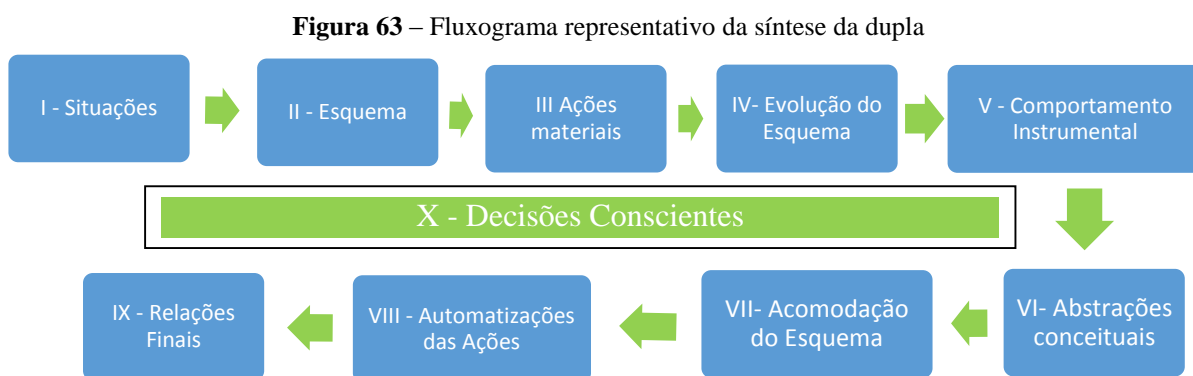
Neste capítulo nos dedicamos à apresentar os dados e resultados das etapas da pesquisa no campo, com a finalidade de discutir a gênese instrumental.

Para apresentar a gênese instrumental realizamos uma análise comparativa entre as etapas da avaliação diagnóstica e a avaliação final, com o intuito de identificar e escolher um esquema adequado para representar a gênese da dupla de alunos com o artefato Excel.

O esquema escolhido foi nomeado por *Esquema de organização dos dados no Excel* e refere-se à forma como a dupla passava da indicação das atividades através dos enunciados para a resolução no Excel. O esquema também foi escolhido por permitir uma leitura da evolução dos alunos no uso do Excel quanto a organização e disposição dos dados e a evolução das suas ações voltadas para a compreensão dos objetos matemáticos em estudo. Assim, a discussão da

gênese ocorreu em cima dos elementos mobilizados e identificados nas quatro atividades de intervenção, utilizando-se dos diálogos ou de capturas de imagens de telas do Excel, com foco nas componentes do esquema e nas relações do modelo S.A.I.

Esta síntese apresenta um resumo da discussão da gênese instrumental (o esquema e suas componentes) estudada na pesquisa e considerada como um percurso seguido pela dupla e, ao mesmo tempo, as relações entre: Sujeito da atividade (S): alunos do 9º ano do Ensino Fundamental; Instrumento (I): software Excel; Objeto de Estudo (O): conceitos matemáticos relacionados com o raciocínio proporcional.



Fonte: Acervo do pesquisador

I – As situações

As situações vivenciadas na pesquisa pela dupla que permitiram elaborar uma compreensão da gênese instrumental ocorreu através da realização das Atividades.

Na Atividade 1 sobre Invariância, seu objetivo era propor que os alunos reproduzissem o “modelo dinâmico” construído na etapa introdutória pelo pesquisador, mas a dupla de forma autônoma, decidiu por utilizar uma organização própria para os dados. Na atividade 2, o objetivo era promover o reconhecimento pelos alunos da existência da proporcionalidade ao fazerem comparações visuais na medida em que fossem obtendo os resultados dos itens da atividade, e neste ponto as expectativas do pesquisador foram todas atendidas e o condicionamento das tabelas enriqueceu e consolidou o esquema na dupla.

Na atividade 3, o objetivo era propor que os alunos construíssem formas geométricas que servissem de representações de uma situação real e a partir da visualização, encontrassem as razões e taxas. Ocorreu a extração dos dados numéricos nas formas geométricas e

transportadas para a análise em tabelas, pela dupla. Não houve dificuldades quanto às análises qualitativas e quantitativas em ambas representações.

Na atividade 4, o objetivo era que os alunos construíssem gráficos destacando grandezas e variáveis e, a partir de uma análise visual da planilha, associassem os gráficos de acordo com os tipos de proporção: diretamente, inversamente e não proporcional. Foi neste momento que os alunos mais exploraram o instrumento e fizeram uso de esquemas subordinados (ferramentas básicas e personalização) para auxiliar na solução da atividade.

Apesar das quatro atividades de intervenção terem mobilizado aspectos relacionados ao esquema em estudo, foi na Atividade 1 – Invariância, a identificação do esquema e, a partir deste fato seu sequenciamento de ações, como uma função argumentativa temporalizada. “Para Vergnaud, um esquema não é, portanto, um estereótipo, mas sim uma função argumentativa temporalizada que permite ao sujeito gerar diferentes sequenciamentos de ações e coleta de informações de acordo com os valores e variáveis em situação”. (RABARDEL, 1995a, p. 88).

As demais atividades também foram apresentadas e discutidas considerando elementos que mostram a evolução do esquema da dupla. Estas passagens tiveram o intuito de mostrar que o processo da gênese foi favorecido quando a dupla elabora novos esquemas de utilização a partir do esquema principal utilizado na Atividade 1.

O olhar para as atividades introdutória e de Avaliação, permitiu que através do instrumento a expectativa quanto à contemplação de alguns dos objetos matemáticos selecionados fosse atendida, além do fato que os alunos tivessem a oportunidade de se ambientar com as funcionalidades do Excel, e assim, usar a criatividade e personalizar/transformar estas funções, outro fato existente na pesquisa. Logo, tudo gerando contribuições para os processos da gênese instrumental.

II – Esquema

Uma vez escolhido o esquema em estudo, seu objetivo era a construção de soluções para as situações apresentadas, a partir da interpretação dos dados dos enunciados e de um conjunto de tabelas condicionadas entre si. Cada atividade proporcionou momentos na qual a mobilização do esquema ficou evidente permitindo investigar o surgimento da gênese pela análise das relações do modelo.

III – Ações materiais

Esta etapa indicou as ações observadas e realizadas pela dupla, na medida que iam ocorrendo os procedimentos de execução nas atividades e ajudou a estruturar o esquema de organização dos dados dos enunciados para a solução no Excel. O desempenho dos alunos perpassa pela execução dos esquemas de uso, ferramentas mobilizadas de acordo com as indicações do sequenciamento das ações nas atividades, que compõem a apropriação coletiva do esquema pela dupla. Estes esquemas de uso, ato de assimilação, mostra o estado funcional dos esquemas de utilização.

Foram das mais variadas as regras-de-ações, sendo na Atividade 1 – Invariância, partindo desde a leitura de cada enunciado; aos acordos entre os alunos nas conclusões do que se iam obtendo na execução das atividades e a compreensão se a execução de fato significava a ação correta para se alcançar a solução. Na Atividade 2 – Variáveis, a identificação dos significados das perguntas dos enunciados das questões; a organização da resolução por meio de tabelas e a organização dos dados em forma de colunas, na qual os valores numéricos (variáveis) foram dispostas em uma coluna e sua descrição (significado) em uma coluna ao lado. Na Atividade 3 – Partilha, as formas de apresentação das soluções e leituras compartilhadas. Por fim, na Atividade 4 – Covariância, ordenamento dos valores numéricos e a dupla alterando as variáveis por uma multiplicidade qualquer para analisar a proporcionalidade das grandezas.

IV- Evolução do Esquema

Uma vez estabelecido o esquema, apontados as antecipações da meta pela dupla e as regras de ação que formam o sequenciamento de ações da gênese, o próprio esquema foi sendo constituído com invariantes operatórios pela dupla, ao longo de toda pesquisa. Primeiramente iremos apresentar os invariantes relacionados ao instrumento e, posteriormente à matemática:

Quadro 11 – Invariantes Operatórias

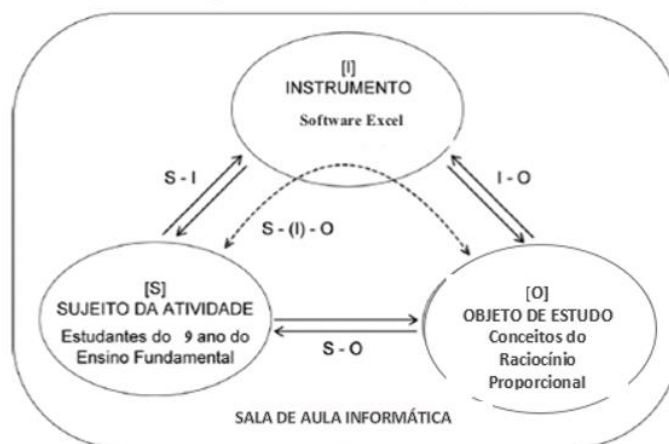
- TEOREMA EM AÇÃO INSTRUMENTAL (TAI1): A manipulação da célula de forma a “esticá-la” é mais útil que a ferramenta “mesclar e centralizar” utilizada na etapa introdutória.
- TEOREMA EM AÇÃO INSTRUMENTAL (TAI2): Existe uma eficácia no procedimento automático do uso de fórmulas repetitivas nas células por meio da ferramenta “Copiar e Colar”.
- TEOREMA EM AÇÃO INSTRUMENTAL (TAI3): A inserção de colunas depende da análise da quantidade de grandezas na atividade.
- TEOREMA EM AÇÃO INSTRUMENTAL (TAI4): A altura da jarra é maior que a dos copos, pois sua capacidade em ml é maior.
- TEOREMA EM AÇÃO INSTRUMENTAL (TAI5): Para construir um gráfico é necessário criar uma tabela.
-
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI1) relacionado (TAI2): Fórmulas no Excel.
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI2) relacionado (TAI1): Formatação de células.
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI3) relacionado (TAI3): Modelo de tabelas para organização dos dados.
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI4): variação mútua no Excel entre as grandezas.
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI5) relacionado (TAI4): Representação da jarra e copos para comparação entre quantidades.
- CONCEITO EM AÇÃO INSTRUMENTAL (CAI6) relacionado (TAI5): Representação de gráficos para comparação da proporcionalidade.

Quadro 12 – Invariantes Operatórios

- TEOREMA EM AÇÃO MATEMÁTICO (TAM1): Taxa como razão ou taxa como divisão entre grandezas; e grandezas são quantidades e valores.
- TEOREMA EM AÇÃO MATEMÁTICO (TAM2): Ao alterar o valor de uma célula da grandeza, altera-se uma célula da razão entre os valores da grandeza e este fato pode alterar a proporcionalidade.
- TEOREMA EM AÇÃO MATEMÁTICO (TAM3): As grandezas são proporcionais quando são equivalentes.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM1) relacionado (TAM1): Razões.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM2) relacionado (TAM1): Grandeza – o presente a custar.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM3) relacionado (TAM1): Variáveis.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM4) relacionado (TAM1): Taxa.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM5) relacionado (TAM1): Divisão.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM6) relacionado (TAM1): Grandeza - valor a pagar.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM7) relacionado (TAM2): Proporção.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM8) relacionado (TAM2): Grandeza Metro.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM9) relacionado (TAM2): Grandeza Tempo.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM10) relacionado (TAM2): Multiplicação.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM11) relacionado (TAM3): Escala.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM12) relacionado (TAM3): Unidade de Medida.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM13) relacionado (TAM3): Grandezas Diretamente Proporcionais.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM14) relacionado (TAM3): Grandezas Inversamente Proporcionais.
- CONCEITO EM AÇÃO MATEMÁTICO (CAM15) relacionado (TAM3): Grandezas não-Proporcionais.

V - Comportamento Instrumental

Figura 64 – Modelo S.A.I adaptado para nossa pesquisa



Fonte: Elaboração dos próprios

A dupla constantemente faz uso da ferramenta “Copiar e Colar” a partir do momento que percebe que regularidades se mantêm em certas ocasiões. A noção de escala entre a representação das formas e os valores a utilizar do problema são outros aspectos considerados pela dupla. Estes invariantes operatórios demonstram estar consolidados pela dupla e incorporados aos seus esquemas de utilização, justificativa para a relação existente [S-(I)-O].

Houve alteração de pensamento quanto ao uso do instrumento, processo de instrumentalização, quando o aluno A1 troca a ferramenta “mesclar e centralizar” para reaproveitar a mesma célula fazendo uso da expansão da célula, ação esta não orientada pelo pesquisador e explorada no uso do Excel, mobilizando uma interação do tipo (I-O).

Ocorreu o enriquecimento das propriedades do instrumento, por exemplo quando as cores de preenchimento também ajudaram na distinção entre os conjuntos de números nas grandezas. Ao olhar as atividades, algumas ações foram potencializadas no Excel, como na parte em que surge um erro na execução de uma fórmula, a dupla assimila que a ausência de números causa este efeito ou texto em língua materna, e esta especificidade do Excel em revelar o erro, interação (I-O), mostra-se a relação entre as representações da dupla e os procedimentos executados.

A dupla percebe no Excel sua dependência para revelar os cálculos que não estão corretos, por meio do aspecto visual da variação mútua, exclusivo do Excel. A partir do aspecto operatório, em um processo de instrumentalização, a dupla evolui e acomoda o esquema. A dupla insere o pesquisador no diálogo e comunica a forma como irá organizar os dados,

ressaltando o aspecto visual proporcionado pelo Excel, não exclusivo do Excel, mas determinante no comportamento instrumental do esquema.

Na pesquisa de Marchi (2014, p. 130) foram apontadas quais estratégias poderiam ser exploradas no uso do Excel e foram comprovadas nesta pesquisa: *organização dos dados e busca por resultados; análise e validação de conjectura; exploração e reorganização de abordagem*. “Isso significa que a constituição da entidade instrumental é o produto da atividade do sujeito”. (RABARDEL, 1995a, p. 95).

VI- Abstrações conceituais

O momento no qual ocorre a mediação epistêmica de abstração conceitual, corresponde ao processo que a dupla reflete e evolui seus esquemas quanto ao conhecimento científico em estudo, compreende as situações de aprendizagem. São as relações do tipo (O-S), como no uso de tentativas que auxiliaram na compreensão dos objetos matemáticos de variáveis e taxa; por colunas separando os dados, encontram as soluções da atividade. Rabardel (1995a) ao incorporar os esquemas à ação instrumentada, explica que Vergnaud percebe o conhecimento científico sustentado pelos esquemas e, estes revelam os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operacional.

O pesquisador em muitos momentos questiona os alunos com a finalidade de compreender se eles estão conseguindo fazer as abstrações quanto ao solicitado nas atividades e o representado na resolução, e a dupla demonstra que está conseguindo fazer essa associação entre o real e o imagético. Assim, demonstram que o aspecto visual, seja no uso de formas ou na disposição de dados em forma de tabela, com fórmulas condicionadas entre si, servem como elo para a compreensão do objeto em estudo de uma dada atividade, portanto, o Excel possui uma especificidade, relação (I-O), processo de instrumentalização.

VII- Acomodação do Esquema

Quanto ao estado de confirmação e aceitação dos esquemas. “Embora eles originalmente constituam conjuntos isolados, os esquemas se coordenam pela assimilação recíproca em novos, originais e mais amplos que também compartilham propriedades”. (RABARDEL, 1995a, p. 80). Depois do processo de assimilação, os esquemas são incorporados ao acervo da dupla, dando uma ressignificação às experiências já existentes. Por exemplo a

distinção do conceito de taxa em detrimento ao de razão, por meio do entendimento da Invariância. Logo são conceitos-em-ação passando por um estado de assimilação e acomodação.

A dupla sinaliza como calcular as fórmulas e como organizar os dados condicionando as tabelas. Por exemplo, ao terminar os cálculos através da visualização e das regularidades (Atividade 2), comparam os dados de ambos corredores e começam a fazer inferências em cima deles e chegam as conclusões relacionados ao objeto em estudo.

Utilizaram um possível esquema de ferramentas básicas no Excel, através da ferramenta “Colar”, para evoluir o esquema em estudo, relacionando ao uso de fórmulas, desenvolvendo uma forma de agilizar suas ações.

Na fala da dupla percebemos a compreensão na criação de gráficos ao fazerem várias tentativas e o procedimento condicionado a uma tabela. Isto demonstra um amadurecimento da observação da dupla aos detalhes apresentados pela tela do computador, principalmente na leitura dos tutoriais.

VIII - Automatizações da Ações

Sequenciamento de ações automáticas, típicas de relação (S-O), constitui uma forma de mediação pragmática, visando os resultados, enaltecendo as transformações do esquema. “A automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação”. (VERGNAUD, 1996, p. 158).

Uma vez dispostos os gráficos, o esquema em estudo ganhou novas ações, no que diz respeito a análise visual dos tipos de proporção de cada situação. A dupla vai alterando os valores nas tabelas e automaticamente os gráficos vão se modificando. Este dinamismo aliado a uma formatação própria da dupla, contribuem para a resposta final da atividade e um complemento de elementos ao esquema de organização dos dados.

X - Decisões Conscientes

As decisões conscientes são inferências que geram novas construções nos esquemas, sua evolução, justificadas por uma alteração de pensamento em um processo de instrumentação da dupla. A exemplo, sobre a compreensão dos alunos, os mesmos não estavam copiando o modelo fielmente ensinado pelo pesquisador, e sim construindo a organização dos dados, que

refletem a justificativa da reconstrução na maneira de resolver a atividade, uma interação do tipo (S-I).

IX - Relações Finais

Para fechar o ciclo da gênese da dupla na pesquisa existiu a relação (O-I), um comparativo entre o que não sabiam e agora sabem fazer com o instrumento. Através do esquema em estudo, a dupla obteve as razões e taxas da situação, com uso de fórmulas e comparativos no Excel entre os resultados. Foi possível também a variação conjunta das variáveis e assim uma análise dos sentidos da situação. Já a organização dos alunos, na atividade de intervenção se encontrou em forma de tabelas, com uma formatação condicionada entre elas e não seguindo o modelo dinâmico do pesquisador. A dupla percebeu a criação de gráficos, no Excel, como facilitador, explicativo e de forma simples.

Já a relação (I-S), retrata se de fato a dupla compreendeu os significados das atividades e do objeto em estudo. Da forma própria como os alunos organizaram os dados, os mesmos tiraram suas conclusões sobre os objetos matemáticos: taxa, grandezas e razões. Utilizaram fórmulas em duas colunas, ora com variáveis numéricas ora com algoritmos em língua materna. Logo conseguiam responder a atividade tanto de forma quantitativa, com os resultados apresentando a formatação condicional que realizaram entre as tabelas, quanto qualitativamente dando sentido aos objetos de conhecimento.

Já na análise da Avaliação final, a dupla respondeu que a organização dos dados era o principal elemento pessoal e diferencial das suas resoluções, enaltecendo o esquema em estudo. A dupla, em consenso, afirmou ter se apropriado da construção de gráficos e do uso de fórmulas ao longo da pesquisa, ponto este a considerar como resultado de evolução na escolha do esquema. Sendo outros diferenciais: construção de gráficos condicionados a tabelas; dinamismo; estratégia de acerto e erro apontados pelo software; fórmulas específicas em seu acervo e análises da variação conjunta das variáveis e grandezas por meio de suas ferramentas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Definimos como objetivo geral desta pesquisa: **Investigar a gênese instrumental de uma dupla de alunos do 9º ano considerando o Excel em situações que envolvem o raciocínio proporcional.**

Nosso processo pode ser retomado a partir da nossa hipótese inicial que os alunos podiam desenvolver o Excel para compreender a noção de proporcionalidade a partir das expectativas da adaptação e mobilização dos esquemas de utilização dos mesmos e das ferramentas do artefato. E obtivemos a confirmação que o Excel possui as ferramentas de tabelas, gráficos e fórmulas potencializadas na pesquisa e mostradas em detalhes através do *Esquema de Organização de Dados* que revelou a gênese da dupla, ou seja sua apropriação e utilização do instrumento.

Escolhemos o Excel devido a revisão da literatura revelar ele como uma das poucas opções de artefatos para auxiliar no desenvolvimento do raciocínio proporcional e, como já tinha outros artefatos tecnológicos explorados junto a teoria da instrumentação e a inexistência da tríade: Excel, Raciocínio Proporcional e Teoria da Instrumentação, optamos por sua escolha. Outros fatores: software de acesso fácil; tecnologia de auxílio a compreensão do raciocínio (BITTAR, 2011) e por acreditarmos em seu potencial e diferencial.

Através da organização dos dados com uso de tabelas, gráficos e fórmulas, a expectativa era a contemplação de alguns dos objetos matemáticos selecionados, além do fato que os alunos tivessem a oportunidade de se ambientar com as funcionalidades do Excel e, assim, usar a criatividade e personalizar/transformar estas funções. Logo, tudo gerando contribuições para os processos da gênese instrumental, descritos por meio dos processos de instrumentação e instrumentalização. Para tanto, apresentamos uma síntese elaborando um percurso instrumental da dupla, para melhor compreensão dos momentos na pesquisa, ao mesmo tempo que envolveram as *componentes do esquema* em análise.

A partir de uma reflexão sobre as intenções de nossa pesquisa e das possibilidades teóricas para subsidiar o nosso trabalho, a *Teoria da Instrumentação*, ou mais conhecida como a Abordagem Instrumental, proposta por Pierre Rabardel (1995a), se tornou ideal e adequada em nossa pesquisa. Ideal pelos significados apresentados de seus elementos e da possibilidade de analogia com nossas escolhas na pesquisa. Adequada devido o fator empírico de seu modelo

para análise dos dados replicados em nossos procedimentos metodológicos. Logo, a abordagem instrumental serviu nas análises tanto nos esquemas dos alunos quanto das potencialidades do artefato Excel, que em conjunto instituíram o instrumento.

A organização da pesquisa em quatro partes distintas e a discussão dos dados e resultados da avaliação diagnóstica (*Etapa I*) e da avaliação final (*Etapa IV*), na forma de uma análise comparativa entre essas etapas, permitiu identificar e escolher um esquema de apropriação representativo da gênese instrumental. A partir desta análise, retomamos as demais etapas Introdutória e Atividades de Intervenção (*Etapas II e III*) para discutir a gênese instrumental a partir de seus elementos. O conjunto de todas as etapas reforçou o fato de que em uma investigação qualitativa não existe um único método ou instrumento de coleta de dados, pois cada estudo tem sua singularidade que torna um método (ou instrumento) mais vantajoso que outro (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Uma vez apontado o *Esquema de Organização de Dados*, referente à forma como a dupla passava da indicação das atividades através dos enunciados para a resolução no Excel, e discutido na análise para inferir e interpretar o processo de gênese instrumental coletivo, utilizamos junto aos extratos a modelização dos processos de instrumentação (S-I) e instrumentalização [S-(I)-O], das relações (I-S) e (O-S) e da identificação das *componentes do esquema*: antecipações da meta; regras de ação; inferências e invariantes operatórios. Estes associados às atividades de todas as etapas realizadas. Por fim, as relações (O-I), (S-O), (O-S) e (I-O). Conforme Rabardel (1995a, p. 53) o “modelo S.A.I. é uma ferramenta para análise de tarefas e atividades”, exprime as interações que se estabelecem entre o sujeito, o instrumento e o objeto de estudo.

Sobre o esquema em estudo, a dupla não sabia fazer a manipulação de tabelas, relações do tipo (S-O); criação de gráficos, seja de forma isolada ou condicionada a uma tabela, outra possível relação da gênese do tipo (O-S); e o uso de fórmulas. Depois da pesquisa ocorreu a evolução dos alunos no uso do Excel quanto a organização e disposição dos dados, um dinamismo próprio, tornando-se um esquema social.

Houve um sequenciamento de ações, caracterizando o esquema como uma função argumentativa temporalizada, evoluindo com o condicionamento das tabelas e consolidado com a compreensão da existência de proporcionalidade nas atividades ao fazerem comparações visuais dentre as representações, típicas da relação (S-O), uma forma de *mediação pragmática*, visando os resultados, enaltecendo as transformações do esquema.

Os invariantes operatórios destacados na pesquisa (*conceitos-em-ação e teoremas-em-ação*) demonstram estarem consolidados pela dupla e incorporados aos seus esquemas de utilização, justificativa esta para a relação [S-(I)-O]. Os esquemas de utilização “são organizadores da ação, utilização, implementação e uso do artefato”. (RABARDEL, 1995a, p. 93). Estes invariantes foram repetidos separadamente algumas vezes.

As inferências que geraram novas construções nos esquemas, sua evolução, foram justificadas por uma alteração de pensamento, características de um *processo de instrumentação* da dupla, típica de uma interação do tipo (S-I). Lembrando que os mesmos não copiaram o modelo fielmente ensinado pelo pesquisador. “Os dois processos juntamente contribuem para o surgimento e evolução de instrumentos, ainda que dependam das situações, um deles pode ser mais desenvolvido, dominante ou até um único implementado.” (RABARDEL, 1995a, p. 103-104).

Na relação (O-I), agora os alunos conseguem obter as razões e taxas das situações problemas, com uso de fórmulas e comparativos no Excel entre os resultados; analisam a variação conjunta das variáveis e assim uma análise dos sentidos das atividades; e por fim, percebem a criação de gráficos, no Excel, como facilitador, explicativo e de forma simples. Neste ponto enxergamos recomendações ao uso do Excel para os mesmos conteúdos para professores. Além dos citados, temos o estudo das representações e estratégias; a construção do conhecimento e processo de conceitualização pelo aluno, além da concepção e controle das situações pedagógicas pelo professor.

O estudo da gênese instrumental pode ajudar os professores em sua prática letiva quanto a criar condições de uso de artefatos úteis e a apropriação deles por alunos. Este processo contribui para o entendimento dos esquemas pré-existentes dos alunos e a consequência formulação de situações potenciais (atividades instrumentais) por professores.

A expectativa quanto ao Excel versava sobre o fato de ser uma ferramenta de ensino muito além de só compreensão de fórmulas matemáticas, mas um instrumento que os alunos pudessem reconhecer as regularidades entre os dados de uma tabela ou outra forma de registro (gráfico, por exemplo), principalmente em situações de proporcionalidade. E esta expectativa foi atendida, a dupla demonstrou alteração de pensamento quanto ao uso do instrumento, *processo de instrumentalização*, mobilizando interações do tipo (I-O). Uma especificidade do Excel foi revelar o erro de alguns comandos, potencializadas no Excel.

Já o aspecto visual da variação mútua, exclusivo do Excel, permitiu a compreensão dos conceitos matemáticos. Utilizaram-se de fórmulas em duas colunas, ora com variáveis

numéricas ora com algoritmos em língua materna. O uso de formas ou disposição dos dados com fórmulas condicionadas entre si nas tabelas, serviram como elo para a compreensão do objeto em estudo da pesquisa. Portanto o Excel possui uma especificidade, relação (I-O).

São sucessivas reflexões com o instrumento que caracterizam o *processo de instrumentalização* [S-(I)-O], quando a atividade já é vista como oportunidade para construção de gráficos, reconhecidos por meio do Excel e seus significados. Já o uso de tabela potencializa o Excel na construção desses gráficos, uma demonstração da relação (O-S).

Na relação (I-S), que retrata se de fato a dupla compreendeu os significados das atividades e do objeto em estudo, por meio do *Esquema de Organização dos Dados*, os mesmos tiraram suas conclusões e mobilizaram aspectos deste raciocínio proporcional: taxa, grandezas e razões. Logo conseguem responder a atividade tanto de forma quantitativa, com os resultados apresentando a formatação condicional que realizaram entre as tabelas, quanto qualitativamente dando sentido aos objetos de conhecimento, *mediação epistêmica*, quanto ao conhecimento científico em estudo. São as relações do tipo (O-S).

Aspectos do raciocínio proporcional foram mobilizados nas atividades propostas. As relações matemáticas são possíveis no uso de planilhas eletrônicas. Elas vão além da visualização de tabelas e gráficos, representantes do tratamento de dados e informação, mas com possibilidades de relações em todos os blocos dos conteúdos. Ao analisarem as relações entre grandezas, a dupla começou a ter um senso de covariação, compreensão da relação em que duas quantidades variam juntas; separação entre relações proporcionais e não proporcionais; trabalham em simultâneo com diferentes representações (tabelas e gráficos).

O estudo da gênese colaborou para o desenvolvimento do raciocínio proporcional ao revelar as conceituações matemáticas da dupla; seus pensamentos qualitativos e quantitativos; senso de covariação; comparações numéricas e não numéricas; distinção do que é proporcional ou não, inverso ou direto.

As perspectivas para o futuro são a continuidade das pesquisas na compreensão dos esquemas dos alunos, quanto a outros objetos matemáticos relacionados ao raciocínio proporcional, analisando as gêneses, de acordo com os novos instrumentos a ser instituídos. Um ensino diferenciado, eficaz e que considere os conhecimentos prévios dos alunos foram uma das sugestões da pesquisa. A proposta do estudo das componentes dos esquemas nos incita a propor novas abordagens no campo da Educação Matemática, a partir das ações dos sujeitos.

As dificuldades surgiram principalmente na análise dos dados, na compreensão dos esquemas dos alunos ao analisar a gênese instrumental, sendo um aspecto subjetivo difícil de

ser analisado, mas considerado o caminho mais confiável para obtenção dos aspectos cognitivos e conceituais dos alunos sobre qualquer objeto em estudo. Sobre a metodologia, a pesquisa de intervenção não nos mostrou dificuldades em ser realizado junto ao aporte teórico da Teoria da Instrumentação. As etapas, assim como os instrumentos de coleta de dados, da forma como foram organizados contribuíram na descrição e análise do esquema. Em relação aos registros dos alunos, as dificuldades são vistas pela necessidade de ter a captação das imagens pelo software, a audiogravação e o diário de bordo com as observações do pesquisador sincronizados, podendo futuramente buscar um instrumento único que otimize o tempo na análise dos dados.

Assim sendo, o presente trabalho investigou tanto aspectos cognitivos, considerados fundamental na relação aluno/conhecimento, quanto explorou principalmente o princípio da proporcionalidade. Este último, estudado através do desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos, formado por vários conceitos matemáticos que necessitam também de apropriação e por ser base em muitos casos para outros conceitos avançados.

A gênese são ações que moldam os instrumentos durante o manuseio do artefato em atividades instrumentais. Estas ações visam duas frentes: adaptação/evolução dos esquemas e evolução/novas funções aos artefatos. A gênese concentra-se nas relações entre os polos, possuindo duração relativa e única. Seus elementos chaves são os esquemas de utilização dos sujeitos que se situam em todo o percurso instrumental.

O estudo da gênese instrumental colaborou em desenvolver o raciocínio proporcional nos alunos a partir da adaptação e mobilização dos esquemas de utilização; na obtenção das razões e taxas em situações problemas, com uso de fórmulas e comparativos no Excel; e no estudo da variação conjunta de variáveis e grandezas, tudo contribuindo para a investigação do Excel no tratamento dos conceitos de Partilha, Variável, Covariância e Invariância a partir do processo vivenciado.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, S. V. **A Gênese Instrumental na interação com o Geogebra: proposta de uma oficina para professores de Matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, 2012.
- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Tecnologias na educação, formação de educadores e recursividade entre teoria e prática: trajetória do Programa de Pós-Graduação em Educação e Currículo**. Revista E-Curriculum, São Paulo, v. 1, n. 1. 2005-2006.
- ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e Currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Editora Paulus, 2011.
- ARAÚJO, C. H. S. **Elementos constitutivos do trabalho pedagógico na docência online**. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Programa de Doutorado em Educação, 2014.
- ASSIS, C. F. C. **A Gênese Documental na formação de professores de Matemática: Interações entre o Livro Didático e a Geometria Dinâmica**. I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática. LADIMA, 2017.
- ÁVILA, G. **Razões, proporções e regra de três**. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n. 8, p 1-8, 1986a.
- ÁVILA, G. **Ainda sobre a regra de três**. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n. 9, p 1-8, 1986b.
- BITTAR, M.; GUIMARÃES, S. D.; VASCONCELLOS, M. A. **Integração da Tecnologia na Prática do Professor que Ensina Matemática na Educação Básica: uma proposta de pesquisa-ação**. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V. 3.8, UFSC, 2008. p. 84–94.
- BITTAR, M. **A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática**. Educar em Revista, Curitiba, v. 1/2011, p. 157-171, 2011. Editora UFPR.
- BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.
- BÉGUIN P.; RABARDEL P. **Designing for instrumented mediated activity**. In O. Bertelsen, S. Bodker (eds) Information technology in human activity, Scandinavian Journal of Information Systems, vol. 12, 173-190, 2000.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017.

CASTRO, J. B. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais.** Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2016.

CHAIM, D.; ILANY, B.; KERET, Y. “**Atividades Investigativas Autênticas**” para o ensino de Razão e Proporção na formação de professores de Matemática para os níveis elementar e médio. In: BOLEMA. Rio Claro, Ano 21, n. 31, p.129-159, 2008.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. **Proporcionalidade:** eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana, vol. 6, nº 1, 2015.

DIAS, A. C. A. M. **Avaliação de um objeto de aprendizagem para a compreensão do conceito de proporcionalidade por estudantes do 6º. ano do ensino fundamental.** Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, 2016.

FERREIRA, A. B. H. **Miniaurélio:** o minidicionário da língua portuguesa. 8ª Ed. rev. atualiz. Curitiba: Positivo, 2010.

FIGUEIREDO, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade:** uma análise a partir da Teoria dos Campos Conceituais. Tese de Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2010. p. 244.

GITIRANA, V.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. G.; CAMPOS, T. M. M. **Repensando multiplicação e divisão:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. In A. Domingos, I. Vale, M. J. Saraiva, M. Rodrigues, M. C. Costa & R. A. T. Ferreira (Orgs.), **Raciocínio Matemático.** Atas. Covilhã, 2013.

LEITE, A.B.B. **Resolução de problemas de proporção dupla e múltipla:** um olhar para as situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais 107 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco.2016.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. **Proportional reasoning.** In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) Number Concepts and Operations in the Middle Grades (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.1988.

LIMA, E. L. **Novamente a proporcionalidade.** Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n.12, p 8-12, 1988.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do ensino médio**. Coleção do professor de matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1999.

MARANHÃO, C.; MACHADO, S. **Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional**. Educar em Revistas, Curitiba, n. 1, p. 141-156, 2011.

MARCHI, V. M. **Atividades Investigativas no Ensino da Matemática Financeira**: as estratégias empregadas com uso de planilhas eletrônicas. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. São Paulo, 2014.

MATEUS, P. **Derivadas de Funções reais de uma variável real e integral de Riemann**: construção e aprendizagem de conceitos mediadas por mídias e práticas usuais. Tese (Doutorado de Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, 2014.

ME. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Educação. 2007.

MELO, P. C. O. **A lousa digital no ensino de Razão e Proporção**: uma análise das interações. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2013.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. USA: NCTM. 2000.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM. 2007. (Tradução portuguesa da edição original de 2000).

NETO, A. L. X. **Um estudo da gênese instrumental para função de uma variável real com várias sentenças**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

NUNES, T. **É hora de ensinar proporção**. Entrevista concedida a Revista Nova Escola, São Paulo, n. 161, abr. 2003. Acessado em: 8 de dezembro de 2017. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-nunes-428131.shtml>. Acesso: 20 de dez. 2017.

PADILHA, L. C. S. **Integração do computador na prática pedagógica de professores de matemática que atuam em sala de tecnologia**: uma abordagem instrumental. Dissertação (Educação matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2013.

PONTE, J. P. **Novas tecnologias na aula de matemática**. Educação e Matemática, 34, pp. 2-7.1995.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. **O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional**. 2001.

RABARDEL, R. **Les hommes ET les technologies**. Approche Cognitive des instruments contemporains. Armand Colin, Paris.1995a.

RABARDEL, P. **Qu'est-ce qu'un instrument? Appropriation, conceptualization, mises en situation.** In: Outils pour le calcul et le traçage de courbes CNDP-DIE-mar. 1995b. Disponível em: <http://www.cndp.fr/archivage/valid/13420-1126-1194.pdf>. Acesso em: 26 mai. 2018.

REVISTA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA. Portugal, nº 100. ISSN 0871-7222.APM, 2008.

RICIOLLI, A. M. B. V. **Artefatos ou Instrumentos no métier do professor de Língua Inglesa da rede pública:** recursos tecnológicos e o agir docente nos textos de instrução ao sócia. 234 f. Tese (Doutorado em Linguística e Língua Portuguesa) — Universidade Estadual Paulista. São Paulo, 2015.

ROCHA, J. S. **Ensino-Aprendizagem de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares através da planilha Excel.** Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática) - Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR. Porto Velho, 2015.

ROCHA, K. M. **Integração da tecnologia:** um estudo da mobilização e construção de conhecimentos por acadêmicos de um curso de pedagogia. Dissertação (Educação matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2014.

SALAZAR, J. V. F. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D:** um estudo de transformações geométricas no espaço. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, A. D. P. R. **Ensino e Aprendizagem de área como grandeza geométrica:** um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação matemática e Tecnológica, 2016.

SILVA, D. P. C. **Alguns marcos históricos relativos a um conceito matemático elementar:** um estudo sobre proporções. Dissertação (Universidade do Minho), Portugal, 2012.

SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. **Uma experiência de ensino da proporcionalidade no 2.º ciclo do ensino básico.** In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (Actas do XVI Encontro de Investigação em Educação Matemática, pp. 295-313). Caminha: SEM-SPCE.2006.

SILVESTRE, A. **O desenvolvimento do raciocínio proporcional:** percursos de aprendizagem de alunos do 6º no de escolaridade. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2012.

SILVESTRE, A. **Desenvolver o raciocínio proporcional – Contributo de uma abordagem de ensino exploratória.** In: Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIED da Universidade do Minho.2013.

SPINILLO, A. G. **As relações de primeira-ordem em tarefas de proporção:** uma outra explicação quanto às dificuldades das crianças. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, Brasília, vol. 9, nº 2, pp. 349-364, 1993.

SPINILLO, A. G. **Raciocínio Proporcional em crianças:** considerações acerca de alternativas educacionais. Pro-Posições, vol. 5, n° 1 [13], março de 1994.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. **Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo:** princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. Pesquisa-intervenção na infância e juventude. Rio de Janeiro: FAPERJ, 2008. p. 294-321.

VALENTE, J. A. **Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e Currículo:** trajetórias convergentes ou divergentes? PUC. São Paulo, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures.** In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 127-174). New York: Academic Press. 1983.

VERGANUD, G. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas.** Um exemplo: as estruturas aditivas. In: Análise Psicológica. p. 75-90. 1986.

VERGANUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais.** In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. **O que é aprender?** In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.) A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais – 1ª ed. – Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 13-35.

VITA, A.C. **Análise Instrumental de uma maquete tátil para aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos.** 2012. 239f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012.

VYGOSTKY, L. S. **A formação social da mente.** 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

APÊNDICES

APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezados Pai, Mãe ou Responsável,

Seu filho está sendo convidado a participar como voluntário(a) da pesquisa: **O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL E O USO DO EXCEL: Um olhar para a Gênese Instrumental**, realizada pelo mestrando Ricardo Araujo da Silva, aluno regular do PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA (UEPB), sendo orientado pela Prof.^a Dr.^a Cibele de Fátima Castro de Assis.

Essa pesquisa visa investigar as contribuições de uma abordagem com o uso de tecnologia no desenvolvimento de conceitos matemáticos, desenvolvendo o raciocínio proporcional dos alunos. As atividades serão desenvolvidas durante as aulas de matemática de seu filho, sendo utilizados para isso, a sala de aula informática.

Para isso, gostaríamos de sua permissão para que seu filho(a) possa ser acompanhado durante o projeto, entrevistado(a) e filmado(a) durante a realização de tais atividades. Estas entrevistas, vídeos e áudios serão utilizados apenas para efeito de pesquisa, sendo respeitada toda a integridade e anonimato de seu filho(a), ou seja, o seu nome não será revelado no decorrer da análise e na publicação do estudo. Não será cobrado nenhum valor para sua participação.

Este termo de consentimento é entregue em duas vias para sua assinatura, caso venha a concordar em participar da pesquisa, sendo destinada uma via para você e outra para a pesquisadora. Agradecemos sua disponibilidade e atenção!

Cibele de Fátima Castro de Assis (orientadora da pesquisa)

Sim, é de livre e espontânea vontade que autorizo meu filho(a) a participar do projeto.

Não, não autorizo meu filho(a) a participar do projeto.

Nome do aluno: _____

Nome do responsável pelo aluno(a): _____

Campina Grande, ____/____/____

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

1. Você já conhece ou utilizou o Excel? () Sim () Não.

Se sim, descreva o que sabe: _____

2. Você sabe criar uma tabela no Excel? () Sim () Não

Se sim, descreva como faz: _____

3. Você sabe criar um gráfico no Excel? () Sim () Não

Se sim, descreva o que sabe: _____

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.

6. Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não-proporcionais? Você já estudou esse assunto da Matemática?

7. Qual a diferença entre Razão e Proporção?

8. Durante uma corrida Ana consegue correr 420 metros em 10 minutos, já sua amiga Bia corre 30 metros por minuto. Responda:

- a) Quantos metros Ana corre em 1 minuto?
- b) Quanto tempo seria necessário para Bia percorrer 420 metros?
- c) Quem corre mais rápido, Ana ou Bia? Explique.

9. Carla na aula de Educação Física corre 100 metros em 20 segundos com uma velocidade constante. Quanto tempo gasta a percorrer 1 metros? Apresente seu modo de raciocinar.

APÊNDICE C - ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Nesta parte iremos proporcionar a familiarização dos alunos com as possíveis ferramentas que irão ser utilizadas na etapa de Intervenção. As Instruções seguem os seguintes passos no campo de pesquisa:

- Na célula F1 digite a palavra (Taxa); depois com a ferramenta “Símbolo” insira uma seta para baixo;
- Na célula F2 digite a expressão (gramas/ml). O que significa essa barra?
- Utilize a ferramenta “Mesclar e centralizar” nas células D5 com E5 e G5 com H5, e digite a palavra (grandeza 1) e (grandeza 2) respectivamente;
- Na célula D6 digite o número “400” e na célula G6 digite o número “20”
- Na célula D8 digite o número “600” e na célula G8 digite o número “28”
- Na célula D10 digite o número “900” e na célula G10 digite o número “56”
- Os números 400, 600 e 900 tratam de que? E os números 20, 28 e 56?
- Nas células E6, E8 e E10, digite a expressão “ml de suco”;
- Nas células H6, H8 e H10, digite a expressão “gramas de açúcar”;
- E agora? O que significa?
- Selecione as células abaixo da grandeza 1 e coloque um cor de preenchimento
- Selecione as células abaixo da grandeza 2 e coloque um cor de preenchimento
- Na célula C7 escreva a seguinte fórmula “D8/D6”;
- O que significa? O que vai acontecer ao apertar “enter”?
- Utilize a ferramenta “copiar” na célula C7 e clique na célula C9 “colar”. Porque obteve o mesmo valor da célula C7?
- Aperte “Inserir”, “Texto”, escreva “razão e Símbolo “seta direita” na célula B7;
- Aperte “Inserir”, “formas”, escolha duas “linhas anguladas” e coloque em cima e embaixo da célula C7;
- Na célula F4, insira uma fórmula. Qual? “=G6/D6”. O que significa?

- Selecione as células C7 e F4, coloque uma cor de preenchimento;
- Observando o modelo de raciocínio que você está criando, como ficará a célula “I7”? “I9”? e “F11”? Porque os resultados deram diferentes?
- Copie a célula F1 em F13 com a seta invertida;
- Na célula F14 digite “Grandeza 2/Grandeza1”
- Altere o valor da célula G8 para “30”. O que acontece?
- Altere o valor da célula G10 para “45”. O que acontece?
- Dobre todas as variáveis. O que acontece?
- Agora nas células M1 e N1 crie uma tabela com as variáveis do seu modelo;
- Agora crie um gráfico com dados da tabela. Escolha outro modelo para comparação dos variáveis.
- Por fim, insira algumas formas e acesse as ferramentas da planilha.

ANEXOS

ANEXO A – QUESTIONÁRIOS RESPONDIDOS

1. Você já conhece ou utilizou o Excel? Sim () Não.

Se sim, descreva o que sabe fazer nele: _____

Planilhas e tabelas.

2. Você sabe criar uma tabela no Excel? Sim () Não

Se sim, descreva como faz: _____

Primeiro coloco o nome referente a tal coisa, elaboro os nomes em cada Quadradoinho, e seus valores correspondentes.

3. Você sabe criar um gráfico no Excel? () Sim Não

Se sim, descreva o que sabe e quais tipos: _____

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.

As Variáveis são Incógnitas que precisam ser descoberto os seus valores. Ex.: x , m , n e y .

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.

São medidas matemáticas para facilitar questionamentos. Ex.: Proporção, Razão, estatísticas.

6. Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não-proporcionais? Você já estudou esse assunto da Matemática?

diretamente proporcional significa ser igual; Inversamente proporcional é o valor oposto a um exato valor; e não-proporcional são os valores que não são iguais e nem são valores opostos.

* Qual a diferença entre Razão e Proporção?
não exige diferenciais totalmente, pois a Razão é a divisão entre os valores e a proporção é a equivalência dos valores

8. Durante uma corrida Ana consegue correr 420 metros em 10 minutos, já sua amiga Bia corre 30 metros por minuto. Responda:

a) Quantos metros Ana corre em 1 minuto?

$$420 : 10 = 42 \text{ metros por minuto}$$

b) Quanto tempo seria necessário para Bia percorrer 420 metros?

$$\begin{array}{r} 420 \quad \overline{) 30} \\ -30 \\ \hline 120 \\ -120 \\ \hline 000 \end{array} \quad 14 \text{ min}$$

Seria necessário 14 minutos para Bia percorrer 420 metros.

c) Quem corre mais rápido, Ana ou Bia? Explique.

Ana corre mais rápido, percebemos que ana leva menos tempo para percorrer os 420 m, e corre mais metros por min.

9. Carla na aula de Educação Física corre 100 metros em 20 segundos com uma velocidade constante. Quanto tempo gasta a percorrer 1 metros? Apresente seu modo de raciocinar.

$$\begin{array}{r} 100 \text{ m} \quad \overline{) 20} \\ 1 \text{ m} \quad \overline{) 20} \\ \hline \end{array}$$

$$100x = 20$$

$$x = \frac{20}{100}$$

1. Você já conhece ou utilizou o Excel? Sim () Não.

Se sim, descreva o que sabe fazer nele: eu acredito em varias funcionalidade do Programa no entanto eu ja utilizo Para fazer tabela

2. Você sabe criar uma tabela no Excel? Sim () Não

Se sim, descreva como faz: é so abrir o Programa e dentro dele voce cria nos espaços e depois e so digitar valores numeros e utilizar outras coisas

3. Você sabe criar um gráfico no Excel? () Sim Não

Se sim, descreva o que sabe e quais tipos: _____

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.

eu entendo Por variáveis de sinais, numeros tudo aquilo que nos mostra variedades e uma determinada coisa

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.

é algo grande relacionado a qualquer numero inferior

6. Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não-proporcionais? Você já estudou esse assunto da Matemática?

mais ou menos, as grandezas proporcionais variam a que um é Proporcional a mesma quantos assim a mesma direção para a inversamente Proporcional variam a mesma quantos assim com direção diferente e a não proporcional é que não equivale

7. Qual a diferença entre Razão e Proporção?

nenhuma Pois ambas são uma solução

8. Durante uma corrida Ana consegue correr 420 metros em 10 minutos, já sua amiga Bia corre 30 metros por minuto. Responda:

a) Quantos metros Ana corre em 1 minuto?

$$\begin{array}{r} 420 \\ \times \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 10 \\ 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 10x = 420 \\ x = \frac{420}{10} \\ x \Rightarrow 42 \text{ Pgm min} \end{array}$$

b) Quanto tempo seria necessário para Bia percorrer 420 metros?

$$\begin{array}{r} 30 \cdot \frac{1}{x} \\ 420 \cdot \frac{1}{x} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 30x = 420 \\ x = \frac{420}{30} \\ x \Rightarrow 14 \text{ min} \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \overline{) 420} \\ \underline{36} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

c) Quem corre mais rápido, Ana ou Bia? Explique.

ana corre mais rápido

9. Carla na aula de Educação Física corre 100 metros em 20 segundos com uma velocidade constante. Quanto tempo gasta a percorrer 1 metros? Apresente seu modo de raciocinar.

$$\begin{array}{r} 100 \text{ — } 20 \\ 1 \text{ — } x \end{array} \quad \begin{array}{l} 100x = 20 \\ x = \frac{20}{100} \\ x \Rightarrow 0,2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 200 \overline{) 100} \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

ANEXO B – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

Entrevistador: Na atividade 1, vocês fizeram de um modo e a expectativa (nessa hora é mostrada a folha com a expectativa da tarefa) era outra. Qual a diferença?

Resposta: Organização dos dados (ambos respondem).

Entrevistador: O resultado foi igual?

Resposta: Igual (ambos respondem).

Entrevistador: Vocês compreenderam o que a tarefa pedia?

Resposta: Sim. Era para calcular as razões e taxas.

Entrevistador: Vocês calcularam?

Resposta do aluno A2: Sim. Através dos métodos do Excel.

Entrevistador: O que vocês acharam da atividade 2?

Resposta: Rapaz, bastante diversificada. Poderia ter um mais organização, muito longa, a maneira também como feita, normal, atividade de matemática.

Entrevistador: Já a Atividade 3, o que acharam da atividade?

Resposta: Só mudou a organização, cada pessoa organiza de um jeito.

Entrevistador: Dá para entender só com os desenhos?

Resposta: Sim, mas os cálculos são mais eficientes.

Entrevistador: Dá para entender só com os cálculos?

Resposta: Não. O conjunto melhora muito.

Entrevistador: Dá para fazer com papel e lápis?

Resposta: Sim, mas vai demorar muito. Tem comandos no Excel que nos facilita o raciocínio lógico.

Entrevistador: A Atividade 4, o que acharam da atividade?

Resposta: Com o uso do Excel a diferenciação dos gráficos e tipos se torna de maneira rápida.

Entrevistador: A atividade sugeriu que fosse feita do tipo coluna, e se fosse outro tipo da para interpretar se é proporcional, não-proporcional ou inversamente proporcional?

Resposta: Não. Porque a coluna, justamente já mostra o nível acima das grandezas.

Entrevistador: Se eu escolhesse fazer um gráfico de barra, daria para fazer a comparação?

Resposta: Sim, mas a primeira vista ficaria complicado.

Entrevistador: E se fosse em formato de pizza?

Resposta: Não. Este mostra melhor as estatísticas. A pizza são para ocasiões mais simples.

Entrevistador: Voltando ao questionário inicial, ambos disseram que utilizam o Excel, e o aluno A1 criar tabelas. Você aprendeu o que mais com o Excel?

Resposta do aluno A1: Gráficos com fórmulas, um jeito mais fácil de organizar, colocar em ordem, crescente e decrescente.

Entrevistador: Quais ferramentas você aprendeu? Utilizou?

Resposta do aluno A1: Fórmulas e gráficos.

Entrevistador: Aluno A2, você disse que utilizava Excel e acreditava que fazia muitas funções, no entanto só sabia fazer tabela.

Resposta do aluno A2: Assim a primeira vista ...

Entrevistador: O que você sabe fazer no Excel hoje?

Resposta do aluno A2: Eu consigo fazer muitas coisas.

Entrevistador: Que coisas?

Resposta do aluno A2: Gráficos, planilhas, tabelas, muitos comandos.

Entrevistador: Quais comandos?

Resposta: Por exemplo, mudar a ordem do maior para o menor, deixar em negrito, preencher colunas, adicionar colunas e muito mais.

Entrevistador: Antes de você criava tabela, clicando nos espaços e digitando valores. Existe outro jeito de criar tabela, como?

Resposta do aluno A2: Você vai primeiro selecionar a área com linhas e clicar na ferramenta perto das letras, numa janela, com várias opções, como preencher bordas.

Entrevistador: Aluno A1, você antes coloca os nomes e depois os valores, você hoje seguiria esse passo a passo?

Resposta do aluno A1: Sim, mas no final mudaria, preenchimento de borda, sendo uma tabela mesmo, poderia usar a opção mesclar e centralizar para colocar o título da tabela e dentro da tabela usar funções de cálculo e da uma personalizada nela com cores.

Entrevistador: Na questão 3, você disse que não sabia criar um gráfico. Hoje você consegue?

Resposta do aluno A1: Sim. Os tipos Pizza e barras.

Entrevistador: Você saberia criar um gráfico sem tabela?

Resposta do aluno A1: Com a tabela, exclusivamente.

Entrevistador: Aluno A2, e você conseguiria criar um gráfico hoje?

Resposta do aluno A2: Hoje sim.

Entrevistador: É difícil?

Resposta do aluno A2: Depende do modo que você busca seu gráfico.

Entrevistador: Dá para utilizar o gráfico para diferenciar grandezas?

Resposta do aluno A2: Sim, concerteza.

Entrevistador: Razão e taxa?

Resposta do aluno A2: Concerteza.

Entrevistador: Na questão 4, A2 você citou “eu entendo por variáveis de sinais números tudo aquilo que nos mostra variedade”. Depois de ter feito todas as atividades, o que é uma variável? Você utilizou variáveis nas suas atividades? Se sim, como eram?

Resposta do aluno A2: Seria ... Era a mudança ... esqueci.

Entrevistador: Por enquanto, aluno A1, você escreveu que “as variáveis são incógnitas que precisam ser descobertos”. Pra você o que são variáveis?

Resposta do aluno A1: Eu falei que era somente letras, mas são valores, tanto descoberto quanto que você quer descobrir, incógnita.

Entrevistador: Você utilizou variáveis nas atividades?

Resposta do aluno A1: Sim. Dados como de quantidade de pessoas, valores, caixa de biscoito.

Entrevistador: Você disse que grandezas “são medidas matemáticas para facilitar questionamentos”, por exemplo proporção, razão, estatísticas. Depois das atividades, o que são grandezas?

Resposta do aluno A1: Continua sendo uma medida matemática.

Entrevistador: Razão é uma grandeza?

Resposta do aluno A1: Sim, como se fosse uma área na matemática para especificar tal coisa, velocidade, quilo, tempo, proporção, são áreas na matemática que se tornam grandezas.

Entrevistador: Aluno A2, você disse que grandeza “é algo grande relacionado a qualquer número inferior”. Você continua afirmando isso?

Resposta do aluno A2: Eu diria que grandeza seria uma unidade, unidade de tempo, medida?

Entrevistador: Proporção é grandeza? Razão é grandeza? Taxa é grandeza?

Resposta do aluno A2: Sim.

Entrevistador: Na questão 6 perguntei a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente e não proporcionais. E você disse que a diferença era “mais ou menos, as grandezas proporcionais seria o que um é proporção (mesma quantia) com a mesma direção. Já a inversamente proporcional seria a mesma quantia porém com direção diferente e a não proporcional e que não se equivale”.

Resposta do aluno A2: Como você pode vê na minha resposta é quase igual a lógica, só que na lógica muda, porque assim as proporcionais seriam quando uma grandeza sobe a outra sobe, ali se tem a razão. Em todo caso as razões são única no caso da inversamente proporcional, podendo ser a grandeza 1 ou 2, quando uma sobe e a posterior desce.

Entrevistador: Você tinha falado em direção. O que seria?

Resposta do aluno A2: Na hora eu não estava tendo a noção correta, tomei mas o exemplo de equilíbrio da Química, as reações inversas e diretas. Eu estava querendo apenas diferenciar.

Entrevistador: Aluno A1, você disse que “diretamente proporcional significa ser igual; inversamente proporcional é o valor oposto a um exato valor; e não proporcional são valores que não são iguais e nem valores opostos.” Se alguém te perguntasse hoje você diria com as mesmas palavras?

Resposta do aluno A1: Não. Diretamente proporcional tem sim um direção, por exemplo você comprou um refrigerante de R\$2,00, dois refrigerantes R\$4,00, isso seria proporcional porque as grandezas aumentam ambas, numa proporção igual. Já inversamente, na atividade teve o exemplo das pessoas e a pintura, um homem gasta 8 dias; dois homens gastam 4 dias. Já não proporcional, são valores aleatórios, exemplo, promoção de cachorro quente, um é R\$ 3,00, dois é R\$ 5,00, não é proporcional, mesmo os valores aumentando, não são proporcionais.

Entrevistador: Aluno A2, na outra pergunta você não conseguiu responder a diferença entre Razão e Proporção, hoje você conseguiria responder?

Resposta do aluno A2: Sim. A proporção seria ... só um minuto.

Entrevistador: Aluno A1 você disse que “não consegui diferenciar totalmente, pois a razão é a divisão entre os valores e a proporção é a equivalência dos valores”. Qual é a diferença depois das atividades?

Resposta do aluno A1: Eu diria que razão continua sendo a divisão, mas entre uma grandeza e não as duas.

Entrevistador: E o que é a divisão entre duas grandezas?

Resposta do aluno A1: Proporção.

Entrevistador: E a taxa?

Resposta do aluno A1: Essa seria a taxa, a razão seria eu pegar uma só grandeza. Já a proporção em relação a crescente ou decrescente.

Entrevistador: Aluno A2 voltando a pergunta?

Resposta do aluno A2: Bom, a razão seja a divisão entre duas grandezas.

Entrevistador: E Proporção?

Resposta do aluno A2: Eu acredito que ela só indica algo contínuo, algo elevado ou abaixo, mostra o comportamento das duas grandezas.

Entrevistador: Para finalizar, as últimas questões eram cálculos. Aluno A1, você utilizou a regra de três, já nas atividades não. Se você fosse responder de novo, como faria?

Resposta do aluno A1: Depende da questão, talvez continuaria com a regra de três, por exemplo a questão com três valores e descobri um, eu continuaria, mas para calcular razão e proporção utilizaria o método que aprendi nas atividades.

Entrevistador: Se fosse fazer essas questões no Excel, na qual o Excel não faz a regra de três, você como iria fazer? Ou o Excel faz a regra de três?

Resposta do aluno A1: Sim, utilizando os comandos, eu faria na mente e o cálculo no Excel.

Entrevistador: Não dá para fazer o “x” no Excel?

Resposta do aluno A1: Até agora não consegui.

Entrevistador: Aluno A2 você respondeu também com a regra de três as últimas questões de cálculos. Se você fosse responder de novo, como faria?

Resposta do aluno A2: Eu acho melhor o modelo, porque mostra uma simplicidade, porque a regra de três eutéria que fazer todo cálculo por fora, já no modelo eu usaria O Excel, para mostrar claramente os detalhes, passo a passo.