UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARCOS ANTÔNIO PETRUCCI DE ASSIS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GRUPO DE ESTUDOS: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

CAMPINA GRANDE - PB
2018

MARCOS ANTÔNIO PETRUCCI DE ASSIS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GRUPO DE ESTUDOS: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

CAMPINA GRANDE
2018

A848r Assis, Marcos Antônio Petrucci de.
Resolução de problemas e grupo de estudos [manuscrito] : possíveis contribuições na formação continuada de professores de matemática do ensino básico / Marcos Antônio Petrucci de Assis. - 2018.
250 p. : il. colorido.
Digitado.
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2018.
"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca , Departamento de Matemática - CCT."
1. Educação matemática. 2. Formação continuada. 3. Professor de matemática. 4. Formação do docente . I. Título
21. ed. CDD 371.12

MARCOS ANTÔNIO PETRUCCI DE ASSIS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GRUPO DE ESTUDOS: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

Aprovada, em 28 de maio de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca – Orientador
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

Silvanio de Andrade

Prof. Dr. Silvânio de Andrade – Examinador Interno
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

Prof. Dr. Luciano Feliciano de Lima – Examinador Externo
Universidade Estadual de Goiás - UEG

Aos meus pais, Rivaldo e Luci (*in memorian*), que sempre viram na trajetória acadêmica um caminho de crescimento pessoal e profissional; À Lucrécia, minha amada companheira de caminhada na vida, que me deu o suporte adequado para caminhar até aqui, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Chegamos ao final de mais uma etapa da minha formação, tenho consciência de que este momento se concretiza sob a participação de diversas pessoas que, direta ou indiretamente, colaboraram nesta trilha acadêmica. Diante da impossibilidade de agradecer nominalmente a todas, reconheço que não posso deixar de expressar a minha gratidão:

Ao nosso Pai Celestial, por me premiar diariamente com força e capacidade para seguir em frente na busca pela realização dos meus sonhos.

Aos meus pais Luci Lira de Assis e Rivaldo Romão de Assis (*in memoriam)*, que sempre colocaram em primeiro plano a importância da educação e da família e se fizeram sentir e perceber em cada etapa da produção deste trabalho me motivando.

A minha esposa, Lucrécia Teresa Gonçalves Petrucci, pelo apoio e compreensão dos momentos de tensão e de minhas ausências no cotidiano familiar.

Ao meu professor e orientador, Dr. Roger Rubem Huaman Huanca, que se mostrou dedicado e comprometido, sempre exigente em relação ao rigor científico, tanto com a Matemática quanto com a Educação Matemática, ambientes entre os quais transita com leveza e maestria sempre de forma integradora. Dentre tantos momentos de construção de conhecimento, em um diálogo constante e profícuo, por vezes se fez mais que um orientador, onde perpassamos os limites do saber acadêmico, oportunizando a fruição de crescimento para as ações da vida.

Aos doutores Silvanio de Andrade e Dario Fiorentini, pelas relevantes contribuições trazidas para esta pesquisa, no momento riquíssimo em que compuseram a banca de qualificação.

Ao doutor Luciano Feliciano de Lima por ter aceito participar da banca examinadora e por trazer suas valorosas contribuições para esta pesquisa, no sentido de ver as diferentes dimensões que envolvem a complexidade no trabalho docente.

Aos colegas integrantes do Grupo de Pesquisas em Resolução de Problemas e Educação Matemática – GPRPEM, pelo apoio nos diversos momentos desta caminhada, por meio das longas leituras e discussões em conjunto e as consequentes críticas edificantes e encorajadoras.

À Secretaria Municipal de Educação do Município de Cajazeiras, nas pessoas da Secretária de Educação, a pedagoga Teresa Cristina e da Coordenadora de Ação Pedagógica, a professora Neidinha Alves, pela parceria em sediar e apoiar a pesquisa de campo dentro do programa de Formação Continuada para os professores de matemática que atuam no Ensino Fundamental II da rede municipal de ensino.

Aos vinte professores que lecionam matemática na rede municipal e que integraram o grupo de estudos no qual aconteceram os encontros da pesquisa de campo, por suas valorosas contribuições e experencias profissionais em relação ao ensino que, mesmo diante da correria cotidiana de cada professor em busca de condições para uma vida digna no exercício do magistério, podemos partilhar, compartilhar e alimentar as nossas reflexões.

Ao Instituto Federal da Paraíba Campus Cajazeiras – IFPB-CZ que, entendendo a importância desta caminhada para o crescimento pessoal e profissional do servidor e, consequentemente, para um aprimoramento no serviço público prestado pela Instituição, foi favorável ao meu afastamento das atividades laborais em tempo integral.

Ser professor sempre foi uma tarefa trabalhosa e difícil. De fato, a dificuldade está em ser um bom professor ou uma boa professora e em ensinar bem, embora no imaginário coletivo exista a ideia de que esse é um trabalho simples, que requer pouca habilidade porque se trabalha com crianças ou adolescentes.

Francisco Imbernón

RESUMO

Este texto apresenta a construção de uma proposta de formação continuada situada no âmbito de um grupo de estudos, com base no trabalho colaborativo, formado pelos 20 professores que lecionam matemática no Ensino Fundamental II da rede municipal de ensino da cidade de Cajazeiras, no alto sertão paraibano e tem como referencial teórico três eixos: formação continuada do professor, ensino de Matemática através da Resolução de Problemas e grupo de estudos enquanto espaço de desenvolvimento profissional do professor de Matemática. O seu objetivo geral foi identificar as possíveis contribuições que um grupo de estudos, pode trazer para professores de matemática do Ensino Fundamental II que pretendem ensinar matemática através da Resolução de Problemas. Para a orientação nas etapas de execução da pesquisa tomamos por base o modelo idealizado por Thomas A. Romberg, como Metodologia da Pesquisa, composto por dez passos, agrupados em três blocos que compreendem atividades desde a definição do fenômeno de interesse para a pesquisa até a escrita de seu relato. Para a produção e tratamento dos dados utilizamos uma abordagem qualitativa e seus respectivos instrumentos de coleta: registros em áudio e vídeo dos encontros, registros escritos pelos participantes, diário de campo do pesquisador, entrevistas e problemas propostos pelo pesquisador e pelos integrantes do grupo. A produção de dados, que após a análise vieram a desvelar evidências que contribuíram com a reflexão sobre a pergunta da pesquisa, aconteceu no decorrer dos 10 encontros realizados durante o exercício de 2017. Buscando desenvolver uma proposta de formação que contemplasse a voz dos professores e em consonância com o propósito de estimular a colaboração, além da cooperação no grupo, no primeiro encontro ouvimos os integrantes e partindo das necessidades apresentadas preparamos um roteiro de ações que seria o fio condutor dos demais encontros, que ocorreram em dois momentos: um inicial com leituras e posterior discussão para aprofundamento teórico e outro momento de trabalho com conceitos matemáticos através da resolução de problemas, sempre apoiados pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Após análise dos dados coletados foram desveladas três evidencias: os professores observaram no decorrer das atividades que precisam aumentar o seu conhecimento matemático e a capacidade de relacionar os diversos conteúdos para um ensino eficaz de matemática; que as reuniões do grupo foram oportunidades onde puderam discutir coletivamente, apoiados por seus pares, inquietações oriundas de sua prática em busca de compreensão e possível transformação e as potencialidades da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como instrumento de transformação nas práticas de sala de aula, bem como as dificuldades de colocar em prática no cenário atual. Cumpre ressaltar que a postura colaborativa esperada no grupo não atingiu sua plenitude, motivo pelo qual fatores limitantes serão removidos com a continuidade das ações do grupo.

Palavras-chave: Formação Continuada de Professores de Matemática. Grupo de Estudos. Resolução de Problemas. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This text presents a proposal for continuing education located within the framework of a study group based on the collaborative work, formed by 20 teachers who teach mathematics in Elementary School of municipal city education of the municipal education network of the city of Cajazeiras, in the hinterland of the state of Paraíba. Its theoretical reference has three axes: continuous teacher education, teaching of Mathematics through Problem Solving and the use of Study Groups as professional development for the Mathematics teacher. Its main objective was to identify possible contributions that a Study Group can bring to Mathematics teachers of Elementary School who intend to teach mathematics through Problem Solving. The execution stages of this research were based on the model of Methodology Research idealized by Thomas A. Romberg, which is composed of ten steps grouped in three blocks that comprise activities ranging from the definition of the research interest phenomenon to its written account. To production and process data, we used a qualitative approach and its respective tools: audio and video recordings of the meetings, records written by the participants, researcher's field diary, interviews and problems proposed by the researcher and also by the group members. The data produced analysis, which occurred during 10 meetings throughout 2017, unveiled evidences that led us to reflect about research question. In order to develop a training proposal that regarded teachers' wishes aligned with the purpose of stimulating collaboration, in addition to the cooperation within the group, in the first meeting we listened to the members and prepared a script of actions based on their needs that would be the guideline for the following meetings, which had two moments: an initial with readings and discussion for theoretical deepening and another moment to work through mathematical concepts through problem solving, always supported by the Methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving. The data produced analysis unveiled three evidences: during the activities, teachers noticed that they needed to increase their mathematical knowledge and their ability to associate different contents so as to achieve an effective teaching of mathematics; group meetings were opportunities to collectively discuss among peers the concerns arising from their practice to understand and transform it; and the potential of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving Methodology as a tool of transformation of classroom practices, as well as the difficulties of putting it into practice in the current scenario. Note that collaborative stance complies with expected in the group didn't hit your fullness, reason why limiting factors are removed with the continuity of the group's actions.

Keywords: Mathematics Teachers Continued Education. Study Group. Problem solving. Mathematics Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Tecer considerações acerca da formação de professores pressupõe estabelecer uma análise que leve em conta sua história de vida, suas vivências estruturadas a partir dos momentos de construção e reconstrução de seus saberes em suas práticas pedagógicas.

Compreendemos que a formação docente ocorre em diversos espaços e por meio da ação de uma gama de instituições, escolas normais, institutos, universidades e escolas normais superiores de educação, sob a tutela do estado, de empresas privadas e de ordens religiosas. Essa diversidade de agentes de formação reflete nas qualificações acadêmicas oferecidas ao final do processo de formação inicial, impactando também nos processos de formação continuada que necessariamente permeiam o cotidiano da ação docente em sala de aula.

Há uma necessidade de dar voz à palavra dos professores como elemento que alimente as pesquisas das Universidades e de composição dos processos de formação continuada, nos colocando frente a um desafio que é o de buscar um modelo de formação continuada que considerando a ação docente e suas observações consiga fortalecer as pesquisas e, por fim, se mostre efetiva e alinhada com o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

Nesse sentido, entendemos que o grupo de trabalho cooperativo e colaborativo, gestado sob os pilares confiança, negociação e diálogo, se apresenta como um ambiente chave para fazer fluir essa voz do professor, pois colaboração nos remete a ideia de desenvolvimento de uma atividade de maneira cooperativa entre duas ou mais pessoas, que trazem consigo necessidades e objetivos em comum.

No presente trabalho procuramos, pensando na formação continuada dentro de um grupo de estudos, trabalhar o ensino sobre Resolução de Problemas que corresponde a sua teorização, em seguida o ensino da Matemática para resolver problemas, para ao final apresentar a nossa proposta que trata o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas. Para isto será importante a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como uma investigação pedagógica, já que estamos preocupados em fomentar a reflexão rumo a uma mudança que abarque o desenvolvimento profissional do professor de matemática e possíveis contribuições aos processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação em sala de aula.

PERCURSO DA TRAJETÓRIA PESSOAL E ACADÊMICA

No município de Juazeirinho, cariri paraibano, as raízes de minha família foram se formando a cada dia e aos dez dias de setembro do ano de 1966, eu nascia motivando a mudança de meus pais para a capital do estado.

Em 1972, com seis anos de idade, eu já tomava assento nos modestos tamboretes do terraço de Dona Rosilda, senhora que do alto da experiência de seus cinquenta anos de vida e trinta anos dedicados à docência, mostrava uma preocupação com a matemática, lhe conferindo uma posição de destaque em seus ensinamentos. Neste cenário fui guiado rumo às primeiras compreensões dos símbolos, sons e sensações que em breve me permitiram sair da cegueira do analfabetismo e ser apresentado à continuidade do processo de escolarização formal. O resultado desta experiência intensa e acolhedora foi que, ao adentrar o primeiro ano primário, como conhecido à época, em seis semanas fui conduzido a turma do segundo ano, onde me mantive até o final do período letivo.

Nos anos iniciais do Ensino Médio, paralelo a minha formação, comecei a dar meus primeiros passos na seara da docência, de maneira informal, dando aulas particulares de matemática, o que se configurava como minha primeira experiência, ainda de maneira embrionária, tendo se mantido como afazer secundário. No percurso da minha vida funcional, ministrei treinamentos e cursos de qualificação, uns na área de Informática, com foco em planilhas eletrônicas, outros de Matemática básica aplicada, para colegas de trabalho e a comunidade em geral, sempre associado a educação de adultos. Essas experiências, ainda que insipientes, aliadas a imagem de "bicho papão", injustamente atrelada ao aprendizado de matemática, sempre despertaram questionamentos em minha vida cotidiana.

Não demorou muito para que eu tomasse consciência de que apesar de sempre ter apresentado facilidade na assimilação e aplicações dos conceitos, por exemplo, funções e aplicações da matemática, não me identificava com a Matemática como ela se apresentava até então em minha formação, aplicada de modo direcionado e como uma componente entre tantas outras, desvinculada de seu papel social. Havia um interesse que ia além, associado à imagem da matemática enquanto ciência e linguagem, seu domínio como condição para uma ação e intervenção cidadãs.

Em fevereiro de 1985, recém-aprovado em um concurso público começo a trabalhar com técnico administrativo no Serviço Público Federal, na Delegacia do MEC na Paraíba. Na oportunidade eu já era aluno da Universidade Federal da Paraíba, no Curso de Graduação em Engenharia Mecânica onde pude cursar cinco períodos, tendo contato com Matemática de nível superior fortemente aplicada, mas em função do curso ser diurno não houve mais como compatibilizar com o trabalho, que à época era condição de sobrevivência. Assim, resignado, encerrei minha matrícula no ensino superior e foquei minha atenção no trabalho. Em 1990 fui removido para o Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba, hoje Instituto Federal da Paraíba – IFPB, devido a extinção das Delegacias do MEC em todo o país, onde continuo a desempenhar minhas atividades técnicas. Neste período ministrei cursos de formação para servidores do IFPB e para a comunidade em geral através do Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial – SENAC.

Após um intervalo de tempo para acomodação pessoal e profissional, em setembro de 2006, por questões pessoais, sou transferido para Cajazeiras onde passo a atuar no Instituto Federal da Paraíba (IFPB) Campus Cajazeiras nos meus afazeres de técnico administrativo. Em 2007 tomo conhecimento de uma iniciativa da UFPB em parceria com Universidade Aberta do Brasil (UAB), onde vislumbro uma possibilidade há muito esperada, cursar uma Licenciatura para entender os processos, métodos e técnicas envoltos na arte de ensinar e, como aglutinador, a possibilidade de cursar Licenciatura em Matemática, à distância, com qualidade expressa pela chancela da UFPB ao projeto, dentro das minhas possibilidades de horário para o estudo de forma proativa, possibilidade colocada por meio da modalidade de ensino à distância.

Diante dessas circunstâncias, no segundo semestre de 2008 começo a cursar o primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática, na modalidade à distância, junto ao polo de Pombal, que se encontra posicionado geograficamente mais próximo de meu domicílio atual.

Durante a minha formação inicial, a temática da Resolução de Problemas esteve presente em uma disciplina de Tópicos Especiais no Ensino de Matemática, mas restrita a abordagem de George Polya, com foco nas quatro fases da resolução de um problema que são

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1975, p. 3-4).

De lá pra cá o interesse pela temática da Resolução de Problemas vem crescendo e se fortalecendo, pois os novos saberes construídos são reveladores e instigam o questionamento, o senso de pesquisa e uma visão científica dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Nas disciplinas de estágio supervisionado, que nos introduzem o arcabouço legal e filosófico para a prática de ensino em um primeiro momento para, em seguida, nos propiciar o contato com o aluno, a sala de aula e suas interações, pude sentir o cotidiano da sala de aula, uma vez que eu não atuava formalmente em sala de aula como professor entre o conhecimento, os alunos e os processos que os integram.

No final de 2011 concluí a Licenciatura em Matemática e, na condição de licenciado em matemática, passo a participar, no IFPB Campus Cajazeiras, das pesquisas e práticas do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Matemática e Educação Matemática, associado ao Curso de Licenciatura em Matemática ofertado pelo nosso Campus, onde desenvolvo pesquisas sobre dispositivos e jogos que facilitem a atuação do professor de matemática no seu fazer cotidiano, por meio do uso da Resolução de Problemas.

No decorrer de minha atuação profissional vários questionamentos surgiram em função da forma depreciativa ou de complexidade seletiva como a matemática é apresentada aos alunos. Podemos juntar a isso o fato dos professores fazerem uso de metodologias tradicionais que, apesar de terem sua valoração verificada, no caso do ensino e aprendizagem da matemática se mostram limitadas, mesmo nos cursos de Licenciatura em Matemática, fazendo com que estes sejam instrumentos de exclusão de uma grande massa de pessoas e da formação de uns poucos, existindo entre estes poucos que logram êxito em sua formação, repetidores de algoritmos, sem criticidade.

Em 2014 tenho a oportunidade de participar do V Fórum Nacional de Licenciaturas em Matemática, sediado pela Universidade Estadual de Londrina, um evento promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e coordenado pelo Grupo de Trabalho de Formação de Professores que Ensinam Matemática (GT7) da SBEM. Entre os objetivos do evento estavam a possibilidade de debater a formação de professores nos cursos de Licenciatura em Matemática e refletir sobre políticas e práticas de formação de professores, pautas que despertaram de imediato meu interesse. Os demais objetivos eram debater as temáticas sugeridas pelos fóruns estaduais, bem como formular e comunicar propostas junto ao Ministério da Educação e à sociedade.

Neste evento apresentei um trabalho onde a Problemas era usada como estratégia para ensino de conteúdos de geometria, partindo de problemas construídos com o uso de palitos. Por meio de quebra-cabeças com palitos de fósforo buscando um jeito lúdico de ensinar geometria plana no Ensino Fundamental II, acontecia a propositura inicial de um problema para, no desenrolar da construção de sua solução, ir construindo os conceitos matemáticos que o integravam.

Ao retornar deste evento fortemente motivado e diante das inquietações já existentes, busquei participar de um programa de Pós-Graduação *stricto sensu*, voltado ao ensino de Ciências, área de Matemática, com foco em Educação Matemática e com a concentração dos estudos na linha da Resolução de Problemas, que apresentasse uma linha de pesquisa onde eu pudesse investigar de forma integrada a Resolução de Problemas à formação docente.

No último trimestre de 2014, durante uma busca na internet em portais de diversos programas de Pós-Graduação tomei conhecimento do lançamento de um Edital, datado de 28 de novembro de 2014, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, que ofertava uma disciplina de Verão, a ocorrer no período de 19 a 30 de Janeiro de 2015, onde me inscrevi e fui selecionado como aluno especial.

Motivado pelas distorções encontradas pelo meu percurso acadêmico e profissional, pela necessidade contínua do professor de reinventar-se a cada novo desafio e pelo emaranhado de conexões entre os caminhos apresentados pelo curso de verão, em 2015 me submeti à seleção para ingresso no PPGECEM, desta vez como aluno regular do Mestrado Profissional, cujas etapas de seleção se estenderam durante o mês de fevereiro. Após obter aprovação em todas as etapas comecei a cursar o Mestrado Profissional.

Gostaria de destacar que, durante o curso das disciplinas do Mestrado Profissional, duas apresentações de trabalhos foram importantes no meu caminhar, primeiramente, o trabalho intitulado *A Resolução de Problemas e as tarefas de casa: buscando caminhos para a eficácia*, apresentado na Semana de Matemática da Universidade Regional do Cariri, Unidade de Campos Sales (CE). Este trabalho desencadeou um processo que culminou com a segunda apresentação de trabalho, agora em um evento de alcance nacional, o XII Encontro Nacional de Educação Matemática, onde apresentamos o trabalho intitulado *A formação continuada do professor de matemática: explorando possibilidades através de resolução de problemas*. Esse processo contribuiu com o refinamento da pergunta diretriz de minha pesquisa de mestrado.

A PERGUNTA DA PESQUISA

Entrelaçando os temas formação de professor, grupo de estudos na perspectiva do desenvolvimento profissional e a resolução de problemas, trazemos a nossa pergunta da pesquisa que é a seguinte:

Que contribuições um grupo de estudos pode trazer para professores de matemática do Ensino Básico apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

O objetivo geral de nossa pesquisa é levantar as possíveis contribuições que um grupo de estudos, pode trazer para professores de matemática do Ensino Fundamental II que pretendem ensinar matemática apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A partir do objetivo geral, definimos objetivos específicos para trabalharmos pontualmente em busca de refletir sobre a pergunta da pesquisa.

- Identificar posicionamentos dos professores sobre como pensam que os alunos aprendem matemática.
- Estimular a reflexão por parte dos professores sobre suas práticas por meio das discussões teórico-metodológicas.
- Observar a troca de experiências dos professores nas discussões do grupo de estudos relacionadas ao uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

JUSTIFICATIVA

O ensino como profissão existe em igualdade temporal com a medicina e o direito. Até os nossos dias é travada uma luta para o reconhecimento do ensino como profissão e, por sua vez, os docentes assumirem a condição de trabalhadores devidamente qualificados.

O cenário complexo do século XXI, em um país em desenvolvimento como o Brasil, exige do professor que seja capaz de se moldar para promover um ensino compatível com a pós-modernidade. Nesse sentido Espinosa e Fiorentini (2005, p. 155) fazem uma fala importante ao ressaltarem que

> é justamente essa realidade mutante e complexa da escola terceiro-mundista de hoje que exige de seus professores habilidades, conhecimentos, flexibilidade e astúcia para poderem desenvolver um ensino relevante para a constituição de sujeitos capazes de atuar criativamente e compreender criticamente o mundo pós-moderno em que vivem. Como ser um educador minimamente razoável nesses contextos sem ter pelo menos uma atitude reflexiva e investigativa?

Em continuação esses autores trazem a questão da desmotivação e da falta de condições de se tornar um pesquisador que afetam o professor de Matemática, em função da forma isolada como este exerce sua atividade docente. Reconhecem que o professor “precisa de apoio ou parceria externa, como, por exemplo, dos professores universitários” (ESPINOZA; FIORENTINI, 2005, P. 155).

Nesse sentido, o grupo de estudos pode contribuir favoravelmente, entre outros aspectos, para aprofundar o conhecimento e as competências sobre a Resolução de Problemas, pois buscamos oportunizar aos professores momentos de reflexão por meio do desenvolvimento das atividades dentro da lógica de um grupo de estudos, sempre focando no incentivo a cooperação e a colaboração. Nesta atmosfera do grupo estudamos uma metodologia alternativa para o ensino da matemática, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, criando condições para que os professores possam praticar essa metodologia entre seus pares do grupo para, em momento posterior, utilizá-la com seus alunos do Ensino Fundamental II e retornar com as suas observações para serem socializadas e refletidas no grupo.

Segundo Huanca (2014), a melhoria do ensino de matemática só pode ser alcançada a partir de uma proposta curricular onde sejam definidas atividades, apresentadas por problemas e modelos matemáticos, que sirvam de suporte à aprendizagens significativas. Assim, consideramos relevante termos trabalhado a possibilidade de construir uma proposta de atividade, partindo das vozes dos professores, onde o pesquisador pode transitar entre os papéis de observador e de aprendiz, trabalhando em colaboração com os professores constituintes do grupo de estudos rumo a formação e ao desenvolvimento profissional partindo de sua realidade, onde se concretizam as políticas das quais o professor é, na maioria das vezes, apenas executor.

ORGANIZAÇÃO E ESTRUTURA DO TRABALHO

Como o trabalho desta pesquisa está inserido em um ambiente onde a Resolução de Problemas é utilizada como metodologia no processo de ensino de aprendizagem de matemática, o presente trabalho está estruturado segundo três principais eixos: Formação docente, Grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional e Resolução de problemas. Tem seu olhar voltado para os professores de Matemática em serviço que atuam no Ensino Fundamental II da rede municipal de ensino do município de Cajazeiras. Apresentamos a seguir os oito capítulos que compõem o corpo desta dissertação.

Capítulo 1 – Introdução – apresenta o percurso da minha trajetória acadêmica e em seguida passamos a tratar da nossa pesquisa, onde recebe destaque, a pergunta, os objetivos e uma breve justificativa.

Capítulo 2 – A pesquisa científica e a metodologia de Romberg – apresenta considerações acerca da pesquisa científica e a metodologia da pesquisa que utilizamos, baseada em um modelo proposto por Thomas A. Romberg.

Capítulo 3 – Formação do professor - apresenta a temática formação do professor, sendo nosso principal objeto de estudo a formação continuada, onde buscamos situá-la numa linha temporal e refletir acerca do papel do professor em relação à sua formação.

Capítulo 4 – Grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional – apresenta uma discussão sobre grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional, contemplando os trabalhos cooperativo e colaborativo e a prática reflexiva enquanto promotores do desenvolvimento profissional do professor.

O capítulo 5 – Resolução de Problemas – apresenta a discussão sobre a Resolução de Problemas, enquanto tendência de pesquisa e tendência metodológica. Começamos por adotar uma abordagem histórica acerca da presença dos problemas ao longo dos tempos, sua presença na matemática escolar, a resolução de problemas sob um viés metodológico foi trabalhada com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e fechamos a exposição com um panorama resumido da presença da Resolução de Problemas nas pesquisas da atualidade.

Capítulo 6 - O modelo modificado e a pergunta da pesquisa – trata, após a interação com as leituras que resultaram nos capítulos 3, 4 e 5, retroalimentamos o nosso modelo preliminar, aperfeiçoando-o para o nosso modelo modificado, que subsidiou a definição da nossa pergunta da pesquisa e orientou nossas ações até o fim desta pesquisa.

Capítulo 7 - Estratégias e procedimentos para nortear a investigação – neste capítulo foram idealizadas a estratégia e o procedimento geral. Também foram utilizadas nesse processo estratégias auxiliares e seus procedimentos, que ajudaram ao pesquisador "o que e como fazer". Na sequência cada um dos procedimentos auxiliares foi posto em ação, com vistas a apoiar a reflexão acerca da nossa pergunta da pesquisa.

Capítulo 8 – Produção e análise de dados: visando os encontros da pesquisa – apresenta a aplicação do projeto desenvolvido dentro do arcabouço de estratégias e procedimentos definidos no capítulo anterior, trazendo a narrativa dos encontros por meio dos quais se deu o caminhar das ações do grupo de estudos que ancorou a pesquisa de campo. Com ênfase nos passos 7 e 8 do modelo de Romberg, contempla uma explanação acerca dos instrumentos e métodos utilizados na coleta de dados, que por meio das interpretações à luz da fundamentação teórica vieram a desvelar evidências.

Conclusão, onde focamos passos 9 e 10 do modelo de Romberg, foram apresentadas para comunicar a comunidade os nossos resultados e sugerir possíveis encaminhamentos para futuros estudos acerca do tema em torno do qual se desenvolveu a nossa pesquisa.

2 A PESQUISA CIENTÍFICA E A METODOLOGIA DE ROMBERG

Observando que a partir do final da década de 70, os estudiosos dispunham de vários pontos de vista para estudar as questões associadas a ensino e à aprendizagem de matemática. Em vista disso, Tomas A. Romberg[1] resolve buscar, nas ciências sociais, identificar e entender a influência das diversas tendências de pesquisa que se relacionam como o ato de conhecer acerca do ensino e da aprendizagem nas escolas sobre o estudo da matemática escolar.

2.1 A METODOLOGIA NAS CIÊNCIAS SOCIAIS

A metodologia de pesquisa utilizada na atualidade, nas pesquisas em educação, sob um prisma qualitativo, originou-se dos estudos de pesquisadores das ciências sociais, tais como a sociologia e a antropologia, sob uma forte tensão em relação ao método quantitativo, que era o modelo de fazer pesquisa até então.

Dessa forma, a pesquisa fazendo uso do método qualitativo possui uma história conturbada que remonta às décadas de 1920 e 1930. Segundo Denzim e Lincoln (2005), dois momentos foram determinantes: enquanto na sociologia, o trabalho desenvolvido pela Escola de Chicago destacou a importância das investigações qualitativas aplicadas ao estudo da vida de grupos humanos, na Antropologia, os estudos de Boas e outros estudiosos rumaram para o delineamento metodológico do trabalho de campo. Não demorou muito para a pesquisa qualitativa ser adotada para outras disciplinas das ciências sociais e comportamentais, incluindo a educação, a ciência política, a história, os negócios, a assistência social, a medicina e a enfermagem.

Para Devechi e Trevisan (2010, p. 148), "as pesquisas qualitativas surgem com a certificação dos limites das pesquisas quantitativas, especialmente no que se refere às ciências sociais e humanas".

Um ponto de tensão ocorre da transição entre os métodos quantitativos e qualitativos, uma vez que na análise de Alves-Mazotti (apud DEVECHI; TREVISAN, 2010), enquanto as

---

[1] Thomas A. Romberg, é Professor Emérito de Currículo e Instrução na Escola de Educação da Universidade de Wisconsin-Madison. Pesquisador em educação matemática reconhecido internacionalmente presidiu a Comissão de Normas para Matemática Escolar de 1986 a 1995 do NCTM. Ele dirigiu a redação do primeiro documento de Normas do NCTM, Currículo e Padrões de Avaliação para Matemática Escolar. Ele também presidiu a Comissão sobre as Normas de Avaliação e guiou o processo final de redação das Avaliações de Matemática Escolar do NCTM. Ele dirigiu o Centro Nacional de Pesquisa em Ciências Matemáticas de Educação (1987-1996) e o Centro Nacional para Melhorar a Aprendizagem e Realização de Estudantes em Matemática e Ciências (1996-1999).

pesquisas quantitativas buscam independência entre sujeito e objeto e neutralidade no processo de investigação, para os qualitativos conhecedor e conhecido estão sempre em interação.

Nas palavras de Devechi e Trevisan (2010), as abordagens qualitativas emergem na educação, em resposta às críticas às abordagens quantitativas que buscavam explicar os fenômenos por meio do uso de medidas, de testes padronizados e codificados por sistemas numéricos e procedimentos estatísticos. O que os pesquisadores observaram é que as pesquisas qualitativas surgem para contemplar o lado não perceptível, ou seja, não captável, "apenas, por equações, médias e estatísticas; emergem para mostrar que o procedimento fundamentado apenas na matemática era insuficiente para pensar a formação do sujeito social que se relaciona com os outros e com o mundo" (p. 150).

No entender de Goldemberg (2004) os pesquisadores, ao fazerem uso da abordagem qualitativa em pesquisa, estão se opondo à defesa do princípio que avaliza um modelo de pesquisa único para todas as ciências, tomando por base o modelo de estudos das ciências relativo à natureza. Há, por parte destes pesquisadores, ao asseverarem que as ciências sociais possuem especificidades que implicam na adoção de metodologias próprias, uma recusa à formalização e à generalização que os processos quantificáveis conferem ao conhecimento por eles legitimado.

As pesquisas qualitativas surgem como alternativa ao formalismo lógico e o tecnicismo aplicado às investigações em educação em prol do resgate da subjetividade. As pesquisas qualitativas apresentam como diferencial a inclusão da subjetividade, tornando-as impensáveis sem a participação do sujeito. Nesse sentido, "são qualitativas porque o conhecimento não é indiferente; porque não existe relato ou descrição da realidade que não se refira a um sujeito" (DEVECHI; TREVISAN, 2010, p. 150).

Assim, na busca por uma alternativa qualitativa, alguns pesquisadores, equivocadamente, deixam transparecer que a opção por uma abordagem qualitativa inviabiliza, ou exclui, a possibilidade da valoração de abordagem quantitativa. Contudo, contrariando o que se pensa, em diversas ocasiões, o aspecto quantitativo se faz presente, como elemento relevante, nas pesquisas qualitativas. Nesse caso, Alves-Mazzotti (apud DEVECHI; TREVISAN, 2010, p. 156) ressalta que "a pesquisa qualitativa tem o inconveniente de sugerir uma falsa oposição entre qualitativo e quantitativo, a qual deve de início, ser descartada, a questão é de ênfase e não de exclusividade".

Buscando revisitar alguns equívocos da abordagem qualitativa, Devechi e Trevisan (2010) nos revelam quatro pontos fundamentais, colocados de forma a suscitarem uma reflexão, a saber:

> 1) A pesquisa qualitativa não é contrária à pesquisa quantitativa, pois não se trata de posições antagônicas, mas desiguais e complementares.
> 2) A crítica que se faz ao quantitativo nas pesquisas qualitativas é em relação ao uso do "quantitativo puro", não à participação do quantitativo no qualitativo.
> 3) É necessário ter claro que a descentralização do eixo de gravidade do objeto não significa que ele deva ser abandonado, pois esse é um elemento fundamental ao entendimento do mundo.
> 4) Reafirmamos a necessidade imprescindível de ter precisão no conhecimento dos aspectos teóricos, técnicos e metodológicos de cada abordagem. (DEVECHI; TREVISAN, 2010, p. 157-158).

No tocante à possibilidade de integração das abordagens qualitativa e quantitativa, entende-se ser possível e desejável, pois a diversidade de pontos de vista e, a maneira de manipular os dados, contribui para uma visão ampliada do problema. Para reforçar esse entendimento, apresentamos as palavras de Goldemberg (2004) ao reconhecer que:

> É o conjunto de diferentes pontos de vista, e diferentes maneiras de coletar e analisar os dados (qualitativa e quantitativamente), que permite uma ideia mais ampla e inteligível da complexidade de um problema. A integração da pesquisa quantitativa e qualitativa permite que o pesquisador faça um cruzamento de suas conclusões de modo a ter maior confiança que seus dados não são produto de um procedimento específico ou de alguma situação particular (GOLDEMBERG, 2004, p. 62).

Ainda nesse sentido, Goldemberg (2004) afirma que se nos apoiarmos no princípio de que um fenômeno social não existe de forma isolada, podemos combinar diferentes metodologias para estudar um determinado fenômeno, combinação denominada de triangulação, com a intenção de abarcar a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto alvo de nosso estudo.

Ainda, na tentativa de situar as devidas colaborações dos métodos qualitativos e quantitativos no cenário da pesquisa, Goldemberg (2004, p. 63) prossegue esclarecendo que:

> Enquanto os métodos quantitativos pressupõem uma população de objetos de estudo comparáveis, que fornecerá dados que podem ser generalizáveis, os métodos qualitativos poderão observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimenta, concretamente, a realidade pesquisada. A pesquisa qualitativa é útil para identificar conceitos e variáveis relevantes de situações que podem ser estudadas quantitativamente. É inegável a riqueza que pode ser explorar os casos desviantes da "média" que ficam obscurecidos nos relatórios estatísticos. Também é evidente o valor da pesquisa qualitativa para estudar questões difíceis de quantificar, como sentimentos, motivações, crenças e atitudes individuais.

A motivação dominante para a integração se fundamenta no entendimento de que fatores limitantes em um método poderão ser compensados pelo alcance do outro. Este entendimento dispõe os métodos qualitativos e quantitativos em posição de complementariedade, em vez de opostos ou mutuamente exclusivos.

Cabe ao pesquisador, então, exercitar a criatividade e a flexibilidade para explorar os caminhos possíveis com o objetivo de desconstruir, não concretizar, a mensagem positivista de que os dados qualitativos põem em risco a objetividade, a neutralidade e o rigor científico em uma pesquisa.

No desenrolar desta pesquisa de cunho qualitativo adotamos a perspectiva da pesquisa colaborativa, em função de que trabalharemos com professores em serviço pois, no entender de Ibiapina (2008, p. 7), a pesquisa colaborativa é "um tipo de investigação que aproxima duas dimensões da pesquisa em educação, a produção de saberes e a formação contínua de professores". Portanto, a prática da pesquisa colaborativa

> envolve investigadores e professores tanto em processos de produção de conhecimentos quanto de desenvolvimento interativo da própria pesquisa, haja vista que o trabalho colaborativo faz com que professores e pesquisadores produzam saberes, compartilhando estratégias que promovem desenvolvimento profissional. Nessa perspectiva, é atividade de co-produção de conhecimentos e de formação em que os pares colaboram entre si com o objetivo de resolver conjuntamente problemas que afligem a educação (IBIAPINA, 2008, p. 25).

Já estando definida a modalidade sob a qual conduziremos a pesquisa de campo, discutiremos a seguir algumas orientações ligadas a pesquisa científica, sob a visão de Antônio Raimundo dos Santos, que nas nossas leituras iniciais foram importantes para dar início a escrita e ao fazer pesquisa.

2.2 A NATUREZA DA PESQUISA CIENTIFICA: TEORIA E PRÁTICA

Pesquisa científica pode ser caracterizada como atividade intelectual, intencional que visa a responder às necessidades humanas. Há aqui dois conceitos a elucidar: o que se entende por necessidades humanas e o que se entende por atividade intelectual. Assim, fazemos pesquisa científica porque trabalhamos com professores sob a perspectiva do desenvolvimento profissional.

Ao consideramos a pesquisa científica em relação a sua natureza teórico-prática, podemos caracterizá-la como "uma atividade intelectual intencional que visa a responder às necessidades humanas" (SANTOS, 2007, p. 17). Entendemos ser necessário conferir clareza às expressões, atividade intelectual e necessidades humanas, para uma compreensão efetiva da importância da teoria e da prática na constituição do conceito de pesquisa científica.

O homem, principal agente de sua transformação e evolução, busca satisfazer suas necessidades para minimizar a sensação de um ser incompleto que lhe acompanha durante a sua existência. As necessidades humanas, nas palavras de Santos (2007), constituem a força que impulsiona a atividade humana e se fazem presentes em "três níveis básicos de carências: biológico, social e transcendental" (p. 17).

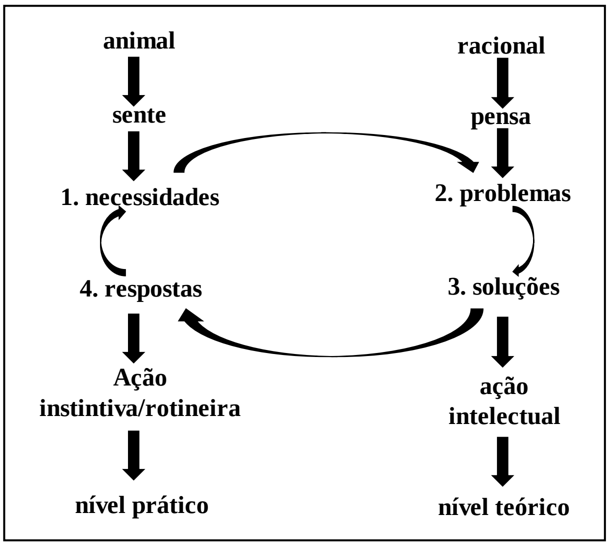
O ser humano, enquanto ser racional apresenta, por sua vez, razão e vontade. A primeira, associada ao conhecimento intelectual e ao pensar dedutivo e, a segunda atuando como uma força interior que estimula o indivíduo para a realização de determinado desejo. No entender de Santos (2007), enquanto a prática emerge da animalidade do ser humano, a razão dá suporte à atividade intelectual uma vez que:

> Seres racionais, porém, são capazes de pensar, isto é, são capazes de transformar necessidades sentidas em problemas, que se manifestam como questões. Questões, por sua vez, pedem soluções. Levantar problemas e gerar soluções é o que se chama atividade intelectual ou teórica. Teorizar é levantar um problema e para ele gerar soluções possíveis. É desnecessário dizer que cada problema não tem uma solução, mas infinitas possibilidades de solução (SANTOS, 2007. p. 18).

Ora, se a atividade intelectual cria infinitas soluções para uma necessidade posta surge um novo obstáculo a contornar que é fazer a escolha mais adequada diante do leque de possibilidades apresentado. Contornar esse obstáculo é missão, segundo Santos (2007), da técnica, que consiste na aplicação prática dos resultados apresentados pela teoria. Em virtude disso, quanto mais se vivencia na aplicação prática da teoria mais refinada será a técnica.

Para um melhor entendimento, podemos nos apoiar na figura 01 a seguir, que esquematiza a atividade do ser humano em função de suas características de ser animal e de ser racional.

Figura 01 – Esquema da atividade humana



Fonte: Santos (2007, p. 19).

Com base no fluxo existencial do homem presente na figura 01, surge a percepção da associação do fazer teórico com o fazer prático, correspondendo às suas componentes animal e racional. Santos (2007, p. 19) destaca que “na verdade, a função essencial da razão humana é melhorar a vida; da teoria, aprimorar a prática; da racionalidade melhorar o animal humano. A capacidade de questionar intencionalmente é, pois, a marca maior de racionalidade.”

Após estes entendimentos, podemos ampliar a noção de pesquisa, no âmbito da teoria e da prática, como “um exercício intencional da pura atividade intelectual, visando a melhorar as condições práticas de existência” (SANTOS, 2007, p. 20) e reafirmar que a pesquisa científica não ocorre de modo acidental ou inesperado dentro das ações humanas, mas de modo consciente a buscar aperfeiçoamento de seu processo de humanização.

Prosseguindo em nossas leituras sobre as ideias de Santos outro ponto nos chamou atenção, a diferenciação que ele faz entre a pesquisa acadêmica e pesquisa de ponta. Nesse sentido, esse autor disse que, durante sua trajetória acadêmica, o estudante é apresentado a um conhecimento que representa o mundo existente, com a intenção de que o mesmo dele se aproprie e possa, por meio de um exame crítico, incorporá-lo com vistas à expansão de sua própria visão do mundo. Neste ambiente, recebe suas primeiras provocações para deixar a zona de conforto rumo a questionamento, negação e reconstrução deste conhecimento, por meio do estímulo ao ato de pesquisar no âmbito acadêmico.

Para uma melhor compreensão, Santos (2007) evidencia que, enquanto atividade pedagógica, a pesquisa científica tem como objetivo abrir os olhos do acadêmico para o desenvolvimento de uma atitude investigativa intelectual autônoma, vindo a ser capaz de transformar necessidades em problemas, solucionar estes problemas por meio da escolha da solução mais adequada dentre as soluções possíveis. “A pesquisa científica é, antes de tudo, exercício e preparação. O resultado mais importante não é a oferta de uma resposta salvadora para a humanidade, mas a aquisição do espírito e método da indagação intencional” (p. 26).

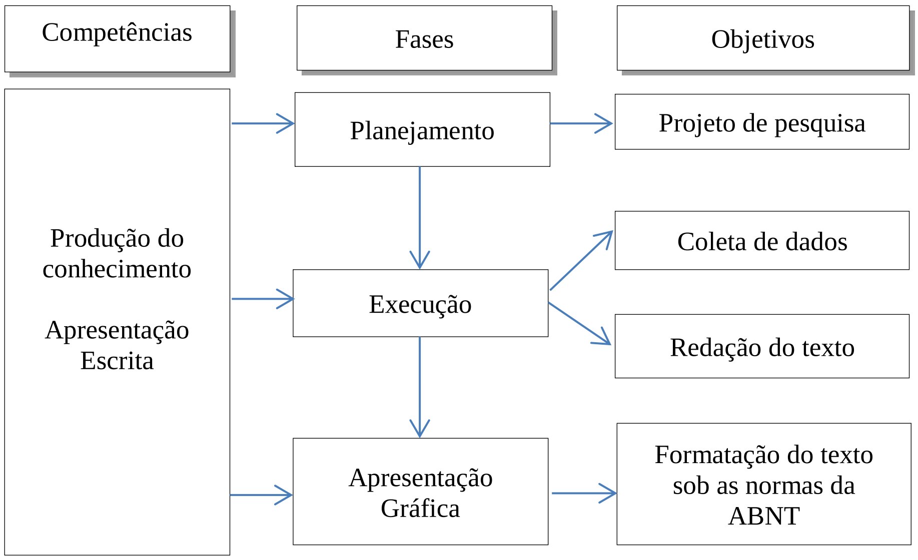
No Brasil, o fato de a formação profissional do técnico em nível médio ser voltada para as habilidades práticas e não fomentar uma cultura de formação de pesquisadores delega ao ensino superior o papel de instância que constrói no profissional em formação, a capacidade de criticar e refinar o conhecimento científico que é apresentado a ele com intenção e método, habilitando-o por meio da pesquisa acadêmica.

Diante disso, ao término da formação acadêmica, o profissional, imbuído do espírito de investigação científica, é apresentado a um novo espaço da pesquisa, mais avançado que o de sua formação que, conforme Santos (2007) passa a lidar com a necessidade de problematizar, buscar a solução e a resposta às necessidades ainda não atendidas, já que não foram, exaustivamente, trabalhadas para fornecer uma resposta satisfatória. Nesse sentido, surge a pesquisa de ponta, configurada nas palavras de Santos (2007, p. 27) como sendo “a atividade típica do indivíduo, que tendo dominado as respostas comuns, já incorporadas à rotina de uma ciência ou profissão, parte em busca do novo, do ignorado, com intenção e método”.

Para uma melhor compreensão de como ocorre a pesquisa científica, enquanto processo intelectual intencional, a seguir podemos observar que os objetivos da pesquisa abarcam quatro categorias de resultados, que se constroem por meio de fases encadeadas e apoiadas em duas competências básicas que devem ser apresentadas pelo pesquisador. Nesse caso, é importante destacar neste trabalho os passos da pesquisa científica segundo Santos.

No cerne da pesquisa, a atividade intelectual almeja a construção do conhecimento, que vai desde um pequeno avanço para o aprendiz, até um avanço substancial para a humanidade. De qualquer maneira, a adoção de postura e o método científico são imperativos, como mostra a figura 02.

Figura 02 – Desenvolvimento da pesquisa científica



Fonte: Elaborado pelo autor

2.3 A PESQUISA SEGUNDO THOMAS A. ROMBERG

O pesquisador não conduz a sua pesquisa, unicamente, por seus desejos e livre de pressões. Ele se encontra inserido em uma comunidade, uma rede social e colaborativa que acolhe desde jovens pesquisadores até renomados doutores, e como membro desta, está sujeito às premissas, compromissos, procedimentos e padrões da comunidade e de seu campo de estudo, que por sua vez, sofre fortes pressões da sociedade.

Apesar de em todo campo de estudo existir um pequeno grupo de excelência, de pesquisadores produtivos e influentes, que define as prioridades de pesquisa em determinado momento, mesmo assim, eles sofrem pressão social que impõe duas coisas: “que tipo de problemas é importante estudar e como os recursos são alocados, como também pelas expectativas de outros estudiosos sobre como os problemas são vistos, como as investigações são realizadas e como os relatórios são escritos" (ROMBERG, 2007, p. 104-105).

Todas as comunidades de pesquisa funcionam dentro de uma conjuntura cultural. Sendo assim, a definição do que está no topo da lista para ser estudado e como os parcos recursos devem ser alocados, acabam sendo ditados pelas condições sociais. Assim sendo, Romberg (2007, p.105) ressalta que dois aspectos devem ser considerados:

> Em primeiro lugar [...] os estudiosos não só reagem às pressões sociais e políticas, eles ajudam a definir os problemas e criar a pressão política aos recursos necessários para investigar aqueles problemas. Em segundo lugar, embora as raízes do que é estudado se encontrem em uma necessidade social, a própria pesquisa nunca satisfará aquela necessidade. Como foi discutido antes, toda pesquisa é realizada para que se entenda algum fenômeno. A hipótese é que uma compreensão crescente ajudará a solucionar o problema ou a melhorar a prática, mas deve ser reconhecido que um dado estudo ou combinação de estudos pode não fazer assim.

Outra observação importante é que apesar da comunidade de pesquisa fomentar novas questões ampliando a compreensão de mundo, pode ocorrer contexto em que a comunidade de pesquisa se retraia e passe a restringir a pesquisa, como em momentos de incerteza, onde uma problemática nova se faça presente, necessitando de novas ferramentas e posicionamentos. Esta condição inusitada provoca uma ansiedade nos pesquisadores e até que haja um consenso entre as crenças da comunidade e as necessidades reais, a pesquisa caminha a passos lentos.

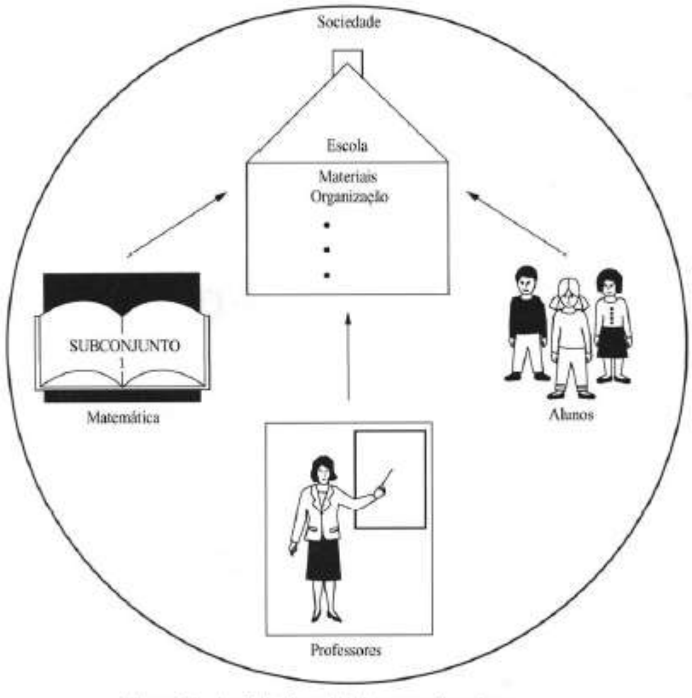
2.3.1 A Educação Matemática como campo de estudo

Numa visão inicial, podemos conceituar a educação matemática como uma área do conhecimento das ciências sociais ou humanas, que tem como objeto de estudo o ensino e a aprendizagem da matemática. De forma geral, "caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e ou à apropriação/construção do saber matemático escolar" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 5).

No entender de Shulman apud (ROMBERG, 2007), afirmar a complexidade da instituição escolar, reforça a argumentação em favor de considerarmos a educação matemática como um campo de estudo. Romberg (2007) chama a atenção para o fato das "perspectivas e os procedimentos de investigação escolar de muitas disciplinas têm sido utilizados para investigar as questões que surgem e que são inerentes aos processos envolvidos no ensino e na aprendizagem de matemática nas escolas" (p. 95).

Por meio da figura 03, buscamos ilustrar a relação entre os diversos elementos que compõem a educação escolar e destacar a necessidade de perspectivas e procedimentos múltiplos ao abordá-la.

Figura 03 – Relação entre componentes da educação escolar



Fonte: Romberg (2007, p 95)

Podemos ver, no diagrama representado na figura 03, que o ato de ensinar está inscrito em um determinado espaço social, abarcando um subconjunto de saberes que engloba a matemática e um professor que conduz o processo de ensino para um grupo de alunos participantes de uma sala de aula em um intervalo de tempo determinado.

Este diagrama objetiva retratar um posicionamento acerca do ensino de matemática partindo de cinco princípios, a saber:

> 1) As escolas foram *criadas por grupos sociais* para preparar seus jovens para serem membros da sociedade.
> 2) Um *sólido* ensino de matemática é abordado a partir de uma preocupação sobre que ideias de matemática são ensinadas e que usos são indicados.
> 3) O ensino de matemática pode ser *eficaz* se o aprendiz for levado em consideração.
> 4) Um ensino de matemática *eficiente* pode ser realizado através da consideração de aspectos de educação.
> 5) Os professores são os *gerentes e os guias* que fazem o processo educacional funcionar (ROMBERG, 2007, p. 96**).**

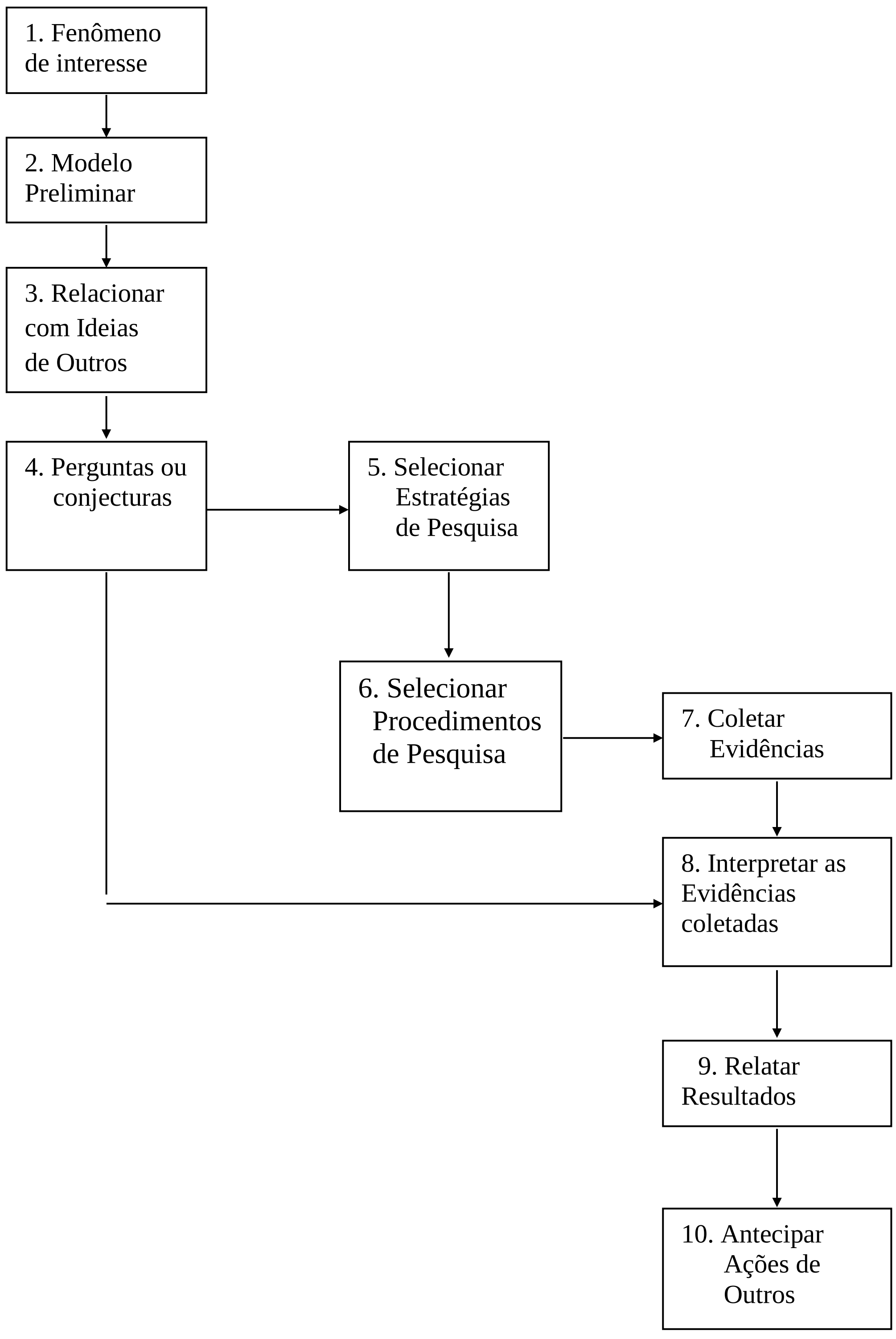
Diante de tais princípios, um grande número de questões poderá ser levantado, dando espaço para conjecturas e condução de investigações. Estas questões criariam tensões em função de três fatores que, segundo Romberg (2007), são: (a) cada um dos estudiosos poderia usar métodos diferentes para estudar cada questão; (b) estudiosos de diferentes disciplinas poderiam estudar as mesmas questões de maneiras bem diferentes e (c) como cada uma destas perspectivas disciplinares é trazida para atuar no campo da educação matemática, ela produz seu próprio conjunto de conceitos, métodos e procedimentos.

Até este momento percebemos que a metodologia científica seja um conjunto de procedimentos ou passos utilizados para se alcançar o objetivo de estudo pretendido. Em nossa pesquisa, a metodologia definida foi delineada e fundamentada no artigo de Thomas A. Romberg, publicado no Boletim de Educação Matemática - BOLEMA, nº 27, no ano de 2007. Também reforçamos a utilização dos passos de Romberg porque condizem com as ideias de Santos além de termos utilizado com frequência nos trabalhos produzidos pelo Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática - GPRPEM.

2.3.2 A nossa pesquisa inserida no modelo de Romberg

Romberg (2007) ressalta que embora a palavra pesquisa remeta a um conjunto de processos, não se resume a executar etapas predefinidas e de forma mecânica. As atividades que integram o ato de fazer pesquisa apresentam estreita similaridade com a arte e, decorrente disso, seu modo de proceder se efetiva a partir do dia a dia dos pesquisadores, não havendo uma receita. Ora, se fazer pesquisa é uma arte, o autor faz um questionamento assim: quais são as atividades essências? Nesse sentido, a seguir apresentamos, na figura 04 os dez passos que esse autor chama de atividades.

Figura 04 – Passos dos pesquisadores segundo Thomas A. Romberg.



Fonte: Atividades de pesquisa e como elas estão relacionadas (ROMBERG, 2007, p. 5)

Conforme a figura 04, Romberg (2007) destaca dez passos para a realização da pesquisa, agrupados em três blocos. Esta distribuição de passos não é novidade dentro da realização de uma pesquisa e está distribuída desta forma, para contornar alguns dos problemas comuns que pessoas não familiarizadas com pesquisa enfrentam na compreensão do processo de pesquisa. Como estamos ingressando de forma mais profunda em pesquisa à partir deste trabalho, julgamos apropriado adotar como metodologia, para maior clareza de nossas ações, os dez passos que integram o modelo de Romberg.

Apesar do sequenciamento e da separação dos passos em blocos, na prática, o trabalho intelectual do pesquisador não pode ser separado de forma clara. Os quatro primeiros passos são reconhecidamente os mais importantes, por estarem ligados ao posicionar ideias de um indivíduo sobre um determinado problema na produção de outros pesquisadores para chegar a uma decisão acerca do que investigar. Os dois próximos passos tratam do que coletar, em termos de evidências, e de como proceder esta coleta. Por fim, os quatro últimos passos tratam de coletar os dados, conferir sentido ao material coletado e apresentar os resultados à comunidade.

Primeiro passo: Identificar um fenômeno de interesse.

Para Romberg (2007, p. 99) “toda pesquisa começa com uma curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real”. Para esse autor o fenômeno envolve professores e alunos, como os alunos aprendem, como os alunos interagem com a matemática, como os alunos respondem aos professores, como os professores planejam ensinar, e ainda diz que poderia existir outras questões.

Nesse caso, por exemplo, o que os alunos aprendem depende quase completamente das experiências que os professores fornecem no cotidiano em sala de aula. No entender de Van de Walle (2009, p. 21), para promover uma melhor qualidade na educação matemática, os professores devem: “(1) compreender profundamente a matemática que estão ensinando; (2) compreender como as crianças aprendem matemática, incluindo uma consciência aguda do desenvolvimento matemático individual de seus próprios alunos; e (3) selecionar tarefas e estratégias educativas para enriquecer a aprendizagem”. Em virtude disso as ações dos professores estão fortemente associadas a motivação dos alunos para pensar, questionar, resolver problemas e discutir as suas ideias, estratégias e resoluções.

Por outro lado, Ponte (2014) traz a constatação que hoje há um discurso recorrente que trata o professor como um elemento decisivo no processo de ensino-aprendizagem. A capacidade do professor se atualizar profissionalmente é importante para um ensino de Matemática de qualidade por permitir que o professor tenha uma formação matemática apropriada, além das competências reconhecidas no campo didático e, além disso, desenvolva um bom relacionamento com os alunos e capacidade para lidar com os obstáculos que se apresentarem no seu fazer docente cotidiano.

Já André (2009) nos mostra que em termos de investimentos financeiros, mesmo diante das dificuldades estruturais que se possa encontrar, a formação do professor ainda se configura uma boa e consistente maneira de melhorar a educação básica brasileira, principalmente se levarmos em conta a relação custo-benefício.

Nesse sentido, a seguir apresentamos nosso fenômeno de interesse ou o tema inicial da nossa pesquisa, como previamente discutido nas ideias de Santos (2007). Para tanto, foi fundamental o desenrolar das disciplinas cursadas no mestrado, das leituras orientadas realizadas, para ampliarmos nossa visão e, consequentemente, definimos assim o nosso fenômeno de interesse: **A formação de professores em exercício no Ensino Fundamental II**, pela relevância da influência de uma formação consistente do professor de matemática na formação do pensar matemático do ensino básico, base para o restante da formação do cidadão.

Segundo passo: Construir um modelo preliminar.

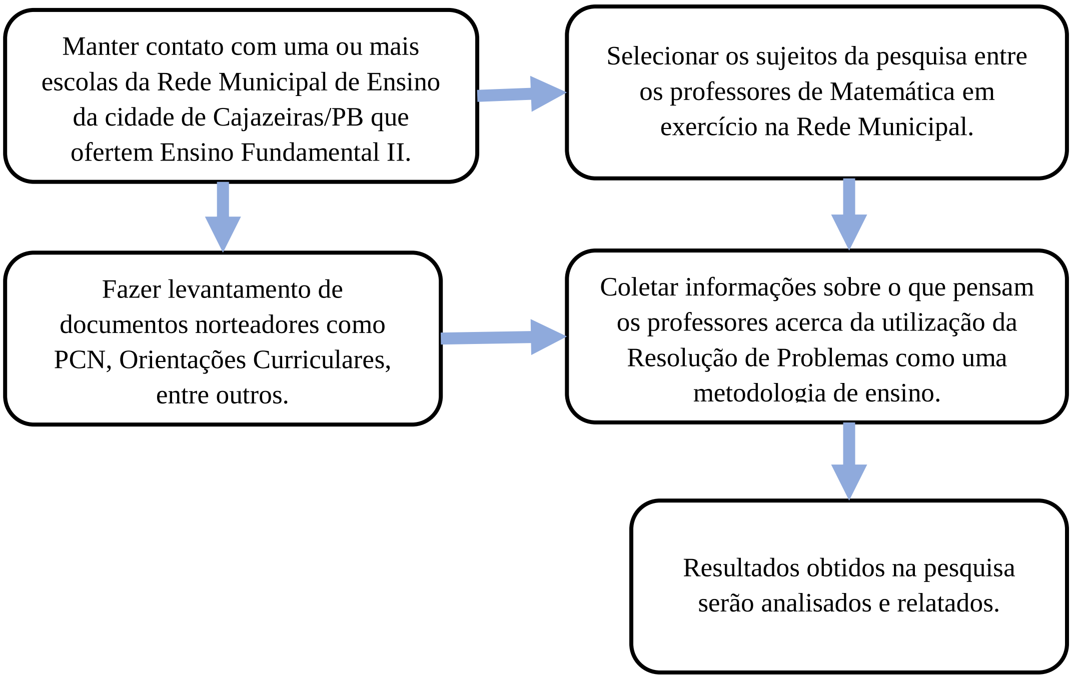
Segundo Romberg (2007, p. 99) “um pesquisador faz suposições sobre certos aspectos importantes como variáveis do fenômeno de interesse e de como estes aspectos estão relacionados, entre si, e depois os ilustra em um modelo”.

Assim, ao elaborarmos um modelo preliminar estamos simplificando e particularizando um aspecto da realidade que queremos estudar. Podemos, por meio deste modelo, obter um esboço inicial das ações a serem desenvolvidas no caminhar da pesquisa. Configura-se, portanto, o modelo preliminar, como um ponto de partida para abordar a nossa temática de interesse.

Neste passo, tecemos algumas considerações a respeito do nosso fenômeno de interesse para contemplar nesta pesquisa a Resolução de Problemas, agora dentro do contexto da formação do professor. Novas questões surgiram: como vamos estudar a resolução de problemas inserida na formação do professor? Que modelo de formação do professor podemos adotar?

Desta forma identificamos algumas variáveis chaves que irão compor nosso modelo preliminar, identificado a seguir pela figura 05.

Figura 05 – Modelo preliminar



Fonte: Elaborado pelo autor

Terceiro passo: Relacionar o fenômeno e o modelo às ideias de outros.

Romberg (2007, p. 100) observa que, "uma atividade importante é examinar o que outras pessoas pensam sobre o fenômeno posto e determinar se suas ideias podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar o modelo proposto".

Trazendo para a realidade de nossa pesquisa, procuramos estabelecer por meio de levantamento bibliográfico algumas discussões e ideias de outros pesquisadores acerca de nossa temática. Neste procedimento, olhando nosso modelo preliminar, nos deparamos com entendimentos que nos permitiram um novo olhar sobre a formação continuada de professores, a possibilidade de criação de um grupo de estudos e o tratamento sobre a resolução de problemas. Para isso abordaremos em capítulos separados cada uma dessas variáveis chaves:

Capítulo 3 – Formação de Professores;

Capítulo 4 – Grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional; e

Capítulo 5 – Resolução de Problemas.

A partir do quarto passo vamos proceder a compilação de informações baseadas em Romberg sem discuti-los à luz desta pesquisa. Quando tratarmos os blocos 2 e 3 de Romberg, oportunamente será feita essa discussão com relação a nossa pesquisa.

Quarto passo: Levantar questões específicas ou fazer uma conjectura baseada na razão.

Este é um passo chave no processo de pesquisa porque, conforme se examina um particular fenômeno, uma quantidade de perguntas potenciais inevitavelmente aparece e segundo Romberg (2007) não é tarefa fácil decidir quais considerar dentre estas. Finaliza dizendo da importância de fazer conjecturas, pois “melhor do que simplesmente levantar questões interessantes, os pesquisadores usualmente fazem uma ou mais conjecturas (suposições ou predições fundamentadas) sobre o que seria necessário para responder às questões”. (p. 101).

Quinto passo: Selecionar uma estratégia de pesquisa geral para coletar evidência.

O ponto crucial deste passo é que, segundo Romberg (2007, p. 102) “a decisão sobre que métodos utilizar segue diretamente das questões que se seleciona, da visão de mundo na qual as questões estão situadas, do modelo preliminar que foi construído a fim de explicar o “fenômeno de interesse” e da conjectura que se faz sobre a evidência necessária”.

Sexto passo: Selecionar procedimentos específicos.

É chegado o momento de lançar mão das técnicas apresentadas nos cursos de metodologia de pesquisa, tais como: “como selecionar uma amostra, como coletar uma informação (entrevista, pergunta, observação, teste), como organizar a informação uma vez que ela tenha sido coletada, e assim por diante” (ROMBERG, 2007, p. 102), objetivando coletar as evidencias necessárias para responder as questões que foram levantadas até o passo anterior.

Sétimo passo: Coletar informação.

Nesta etapa o pesquisador procede à coleta dos dados guiando-se pelos procedimentos e métodos já escolhidos nas etapas anteriores primando pela adequação de modo a construir argumentação apoiada nas perguntas. Nas palavras de Romberg (2007) este passo pode ser feito sem rodeios, uma vez que se tenha decidido coletar certa informação para construir um argumento, considerando as perguntas que foram feitas.

Oitavo passo: Interpretar a informação coletada.

Este é o passo em que o pesquisador procede a análise e a interpretação da informação coletada no passo anterior. Segundo Romberg (2007), o pesquisador pode agrupar, categorizar, organizar e interpretar a informação relevante dentro do universo coletado sob dois enfoques: um centrado nos números e quantidades associados a escalonamento e estratificação da informação, o método quantitativo; ou pode retirar o enfoque dos números e repousá-lo sobre a identificação, explicação e compreensão do fenômeno, por meio do método qualitativo. Romberg (2007, p. 103) nos alerta que “em cada investigação, é coletada mais informação do que a necessária para responder a questão. Parte disso é relevante, parte é irrelevante e parte não é compreensível".

Nono passo: Transmitir resultados para outros.

Este passo requer do pesquisador assumir a postura de membro de uma comunidade de pesquisa e "informar aos outros membros sobre a investigação terminada e buscar seus comentários e críticas. Com frequência, os pesquisadores relatam somente os procedimentos e as descobertas, não o modelo ou a visão de mundo" (ROMBERG, 2007, p. 103).

Décimo passo: Antecipar a ação de outros.

Romberg (2007) ressalta que de posse dos resultados de uma investigação é interesse do pesquisador o que se seguirá a esta etapa, e é esperado que ele antecipe atos posteriores, pois é prática dos pesquisadores tentar situar cada estudo em particular como integrante de uma sequência de investigações, importando fatos que antecederam e que sucederam o estudo.

Portanto, partindo da análise do nosso fenômeno de interesse e do nosso modelo preliminar, nesta pesquisa trabalhamos com temas associados a professores em serviço, de maneira coletiva e com a resolução de problemas. Após esta constatação fomos buscar suporte teórico para lidar com cada um dos temas.

Para lidar com o tema formação de professores em serviço recorremos à formação continuada no contexto da formação docente (IMBERNÓN, 2010, 2016; OLIVEIRA, 2012; NÓVOA, 2010; MARTINS, 2013; PIRES; SASSO, 2012; entre outros).

Como trabalhamos com um grupo de professores, sentimos a necessidade conhecer a proposta de um grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional (GIMENES; PENTEADO, 2008; MURPHY: LICK, 1998 e 2004; NACARATO, 2011; FERREIRA; MIORIN, 2011; PEREZ, 2007; HARTMAN, 2015; TARDIF, 2014; entre outros).

Por fim, para trabalhar com a resolução de problemas fomos buscar sustentação na teoria (ONUCHIC, 1999; POLYA, 1975; SCHOENFELD, 1985; SCHOEREDER; LESTER, 1989; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, 2011; HUANCA, 2006; VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO, ONUCHIC, 2014; entre outros).

Ao optar por conduzir as ações desta pesquisa do ponto de vista da metodologia da esquisa por meio das atividades propostas por Romberg, pudemos desenvolver de forma mais clara e compreensiva as diversas etapas do trabalho e, em função de estarmos adentrando na seara da pesquisa, nos cercarmos do máximo de realidade possível. Foi intenção poder antever cada uma das etapas e realizá-las de maneira consciente, quer de forma sequenciada ou concomitante, sempre conscientes de que a pesquisa não se apresenta de forma previsível.

3 FORMAÇÃO DO PROFESSOR

As raízes do profissional que conhecemos em nossos dias como professor ou professora remontam a um personagem a quem a sociedade nomeou em outros tempos de mestre ou mestra, em função de sua sabedoria destacada dos demais membros de seu grupo social e pela capacidade de transmiti-la a outros, originando o *mestre de escola*. No decorrer do século XX, o conceito de mestre distanciou-se dessa condição fundamental de sabedoria, perdeu o prestígio social e junto, o nome de mestre, de modo que a partir da década de 1970 se passa utilizar os termos professor ou professora. Mas, na essência, para cumprir sua tarefa o professor tem que ressuscitar dentro de si, o mestre de escola ou suas características, conforme afirma Imbernón (2016, p. 33) ao constatar que apesar do enfraquecimento da expressão mestre de escola,

> Contudo, nunca se perdeu seu uso, nem sua necessidade e, assim como os rios sempre voltam a seu leito, hoje continuamos reivindicando o título de mestre de escola como um símbolo de uma profissão que tem a tarefa mais ambiciosa e difícil: educar os filhos dos outros, como diz a tradição, com a sabedoria e a paciência necessárias. Chego a dizer – embora possa parecer um truísmo - que, embora se chame professor ou professora, dentro há um mestre ou uma mestra de escola, ou ao menos deveria haver no sentido que lhe atribuo: compromisso, contexto e conhecimento; três elementos fundamentais do ofício de professor.

O trabalho do professor sempre foi árduo e difícil, principalmente se demandasse ser um bom professor, uma boa professora e ensinar bem. A atuação do professor vem se revestindo de uma complexidade proporcional à da sociedade na qual está imersa, muitas vezes em desacordo com a educação vivida fora da escola, onde o professor precisa estabelecer, constantemente, um paralelo entre o vivido e o que deve se fazer presente na sala de aula e não esquecer o passado, pois este é importante para que as novas gerações possam se construir melhores a partir dos acertos e erros de gerações anteriores. Equacionar tudo isso em uma atividade profissional confere ao trabalho do professor uma dificuldade que não se mostra aparentemente. Assim, coadunamos com o Imbernón (2016, p. 34) ao observar que

> Ao longo do século XX e até o atual momento do século XXI, a sociedade tornou-se mais complexa: portanto, exercer a função de professor também assumiu grandes parcelas de complexidade (e às vezes de perplexidade pela falta de correspondência com a educação que se recebe na família ou no meio circundante). E essa complexidade da profissão se concretiza em uma sala de aula e em uma instituição impregnada de uma cotidianidade invisível, pois é preciso estabelecer uma difícil convivência entre viver a realidade do que nos rodeia para introduzi-la nas aulas de cada dia; lembrar o passado para que as crianças reconstruam sua própria compreensão a partir do que foi criado por outros, e projetar-se para o futuro com o objetivo de levar as novas gerações a criarem um mundo melhor. E isso não é fácil, embora possa parecer.

Apesar da crescente complexidade do trabalho docente, motivada por mudanças abruptas na estrutura de nossa sociedade que abarcam instituições, formas de convivência e as diversas contradições entre os papéis sociais e educativos, este trabalho continua sendo uma profissão que encanta e cativa um considerável número de jovens, que ao se depararem com a necessidade de escolher uma profissão, fazem opção pelo magistério. Como em todo processo com uma forte componente histórica, ao proceder a estudos sobre o magistério, a profissão de professor, devemos “lançar um olhar para trás, para o século XX, em busca das raízes sobre como ‘fazer escola’ e ‘ser professor’. Não é possível entender a educação, nem tampouco a cultura, sem este olhar para trás. Se perdermos o passado da educação, perderemos a cultura acumulada do magistério, que é muita.” (IMBERNON, 2016, p. 34-35).

Entendemos que, em virtude da expressividade das transformações e avanços de que foi alvo a educação no decorrer do século XX e neste início do século XXI, os jovens professores precisam conhecer a história passada, quer seja para conhecimento, interpretação ou iniciar um processo de mudança. Nunca é demais ressaltar que não podemos nos permitir esquecer ou desconsiderar a história sob pena de perdermos a nossa identidade e voltar a repeti-la.

Certamente, muitos de nós que escrevemos acerca da formação continuada ou que, cotidianamente, levamos o mundo real para a sala de aula, possuímos um capital cultural e intelectualmente acumulado por meio do incentivo de um professor ou professora que teve a sensibilidade para perceber que precisávamos de seu apoio para continuar caminhando e não ficar estagnados no meio do caminho. A paixão do professor por seu ofício, superando dificuldades, tem contagiado inúmeras pessoas que tem trilhado seu caminho, determinando escolhas pessoais e profissionais.

Consideramos que a formação de professores é ponto fundamental para o fortalecimento da educação. Tal processo engloba desde a formação inicial nos cursos de licenciatura e de pedagogia, quer na modalidade presencial ou à distância, até a formação continuada, uma atitude de aprender durante toda a vida, de modo a adquirir ou aperfeiçoar habilidades, conhecimentos e atitudes rumo a uma docência que propicie uma melhor qualidade da educação para os seus alunos.

Segundo André (2009), a formação de professores vem se firmando a cada dia como campo de pesquisa por meio das ações dos grupos de trabalho acerca da temática, as especificidades de seu objeto de trabalho – a formação inicial e a formação continuada, à metodologia de trabalho própria e a participação crescente dos professores como protagonistas das pesquisas.

Nesse sentido, essa autora disse que, considerando os investimentos do Brasil para a educação básica, mesmo por meio de um sistema que com fragilidades estruturais relativas à: (i) definição do espaço formativo do professor no âmbito de cursos superiores; (ii) distinção clara, em nível de formação, entre professores multidisciplinares da educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental e os professores dos anos finais do fundamental e do ensino médio; e (iii) caracterização de um modelo de formação que privilegia a componente teórica de forma desvinculada da prática. Assim, a formação do professor se mostra como um investimento de melhor relação custo-benefício e mais consistente para a melhoria da qualidade da educação básica. Dando continuidade apresentamos no próximo tópico uma visão global acerca da formação docente para em seguida adentrarmos a formação continuada.

3.1 A FORMAÇÃO DOCENTE: UMA VISÃO GERAL

Mello (2009) observa que a formação docente precisa produzir perfis sintonizados com as políticas públicas e com as metas de aprendizagem definidas em âmbito nacional ou regional, justificando uma participação ativa na estruturação curricular da formação dos docentes por parte das Secretarias de Estado e do Ministério da Educação.

A formação docente, no Brasil, ocorre dentro das universidades, como uma derivação dos bacharelados, conhecido como 3+1, e no caso dos professores multidisciplinares da educação infantil em estabelecimentos de nível médio na modalidade normal, enquanto que devido à autonomia da universidade

> em muitos países se faz em instituições de ensino superior não-universitárias. É o caso do Institut Universitaire de Formation de Maitres da França, do Referenfarait da Alemanha, do Instituto de Formação Docente da Espanha e da América Latina de colonização espanhola. Em países nos quais a formação de professores está dentro das universidades, existe uma escola ou faculdade específica para isso, como o Teachers College e instituições similares nos Estados Unidos e Inglaterra (MELLO, 2009, pp 251-252).

Para Mello (2009), historicamente ocorre uma desvalorização da careira de professor por parte das universidades públicas ao tratarem como uma derivação do bacharelado, deixando esta lacuna ser preenchida pelas instituições privadas, nem sempre com a qualidade desejada. Diferente de outras áreas, onde há uma competição acirrada no mercado de trabalho, no "magistério, ao contrário, não há competição na entrada, sempre existe vaga e basta o diploma de qualquer instituição autorizada e, para arrematar tudo isso, há uma carreira sem mecanismos de incentivo, na qual basta contar o tempo de serviço para progredir e ganhar mediocremente" (p. 253).

Considerando a necessidade de um pensar estratégico com relação aos docentes brasileiros e que um avanço qualitativo demanda tempo, Mello (2009) aposta em um sistema nacional de certificação de competências docentes e de recredenciamento de cursos, diferente do atualmente posto em prática, para colocar professores com habilidades de aprender a aprender, que poderiam gerir a própria formação continuada na escola.

Portanto antes de tratarmos da formação continuada, para propiciar um melhor entendimento sobre a formação docente, faremos uma breve explanação sobre a formação docente no Brasil, nos apoiando em duas experiências que vem se mostrando compromissadas com a evolução da formação do professor. Por exemplo, a Universidade Estadual Paulista – UNESP deu os primeiros passos em direção à formação de professores nas Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras, datadas de 1957 e 1959, no interior do estado, nos Institutos que mais tarde seriam integrados para a constituição da UNESP.

Essa formação seguia os moldes da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, que ofertava uma “formação pedagógica aos que houvessem concluído as várias seções da Faculdade de Filosofia e que se interessassem pela obtenção da *licença* para o magistério” (PINHO e TANURI, 2009, p. 12). Assim, a formação docente, nestes moldes, privilegiava o conteúdo a ser ensinado com a complementação dos estudos pedagógicos, tomando por base a prática em outros países, tradicionalmente conhecido como 3 + 1.

No momento de sua criação, estes cursos se moldavam ao padrão curricular imposto pela Faculdade Nacional de Filosofia, fruto da legislação do Estado Novo, que buscava padronizar os cursos semelhantes que fosse sendo gestados nas demais faculdades pelo país, ou seja, “além dos três anos de estudos destinados às chamadas *disciplinas de conteúdo*, o candidato à licenciatura cumpriria as disciplinas do então chamado Curso de Didática: Psicologia, Administração Escolar, Didática Geral e Didática Especial, além do estágio de prática docente” (PINHO e TANURI, 2009, p. 12).

Enquanto o bacharelado integrava a licenciatura surgiu a necessidade da criação de cursos completos de licenciatura nos Institutos Isolados de Ensino Superior – IIES, ainda com forte concentração no desenvolvimento do conteúdo específico e uma abordagem pedagógica minimalista, como observam as pesquisadoras ao destacarem que,

> Embora o modelo priorizasse o conteúdo específico e, com isso, a formação de pesquisadores na área respectiva, na prática ele habilitava e encaminhava professores para o magistério secundário. É importante ressaltar que desde já as licenciaturas apenas comtemplavam as ciências humanas, exatas e biológicas – então sintetizadas em três seções: Filosofia, Ciências e Letras, deixando de lado as disciplinas técnicas e, durante algum tempo, mesmo as artísticas (PINHO; TANURI, 2009, p. 12).

As mudanças nesse cenário seriam lentas e poucas, pois mesmo sob a Lei 4.024/61 e a Lei 5.540/68, primeira Lei de Diretrizes e Bases e Lei da Regulamentação do Ensino Superior durando o regime militar, respectivamente, apenas a adoção da concomitância de estudos entre as licenciaturas e o bacharelado (3 + 1) e a substituição da disciplina de Administração Escolar por Estrutura e Funcionamento do Ensino de Segundo Grau e um compromisso de que a formação pedagógica ocupasse pelo menos 1/8 da carga horária mínima de trabalho para o curso de licenciatura. Fortalecia-se, na verdade, o modelo 3 + 1.

As mudanças verificadas no currículo, mesmo de forma tímida, buscavam tornar concomitantes as formações pedagógica e específica, caracterizando finalidades distintas para a licenciatura e para o bacharelado, partindo de um núcleo comum. Nesse sentido, cabe destacar a iniciativa sob a coordenação do professor Jorge Nagle, iniciada nos anos 1970, cuja "proposta centrava-se, sobretudo, na necessidade de transformação dos conhecimentos científicos em conhecimentos didaticamente assimiláveis pelos alunos" (PINHO; TANURI, 2009, p. 13).

Pinho e Tanuri (2009) reforçam que a tendência de pensar a licenciatura de forma separada do bacharelado recebe um impulso por meio da criação das licenciaturas curtas, a partir de 1965, associada às ações que visavam à articulação com as licenciaturas longas. Uma motivação a mais para a organização da licenciatura separadamente do bacharelado, com o caráter de cursos distintos e acesso por vestibulares distintos, foi a criação da Licenciatura em Ciências com suas terminalidades em Matemática, Química, Física e Ciências Biológicas.

Diante dos diversos cenários, em 1982 a UNESP apresentava, entre seus cursos de licenciatura e bacharelado três modalidades:

> 1. a persistência do antigo modelo em que a licenciatura consistia no bacharelado acrescido da formação pedagógica;
> 2. de outro lado, a existência de alguns cursos – principalmente na área de Ciências Exatas e Biológicas – nos quais bacharelado e licenciatura consistiam em cursos separados e paralelos desde o seu início, antecedidos por exames vestibulares com inscrição específica;
> 3. finalmente, numa posição intermediária estava o modelo de organização segundo o qual bacharelado e licenciatura consistiam em bifurcações a partir de uma formação geral básica comum, de modo que a carga horária destinada à formação pedagógica era, no bacharelado, utilizada para a intensificação das respectivas especialidades (PINHO; TANURI, 2009, p.14).

Deste ponto em diante a evolução dos cursos de bacharelado e licenciatura da UNESP aconteceu direcionada para a estruturação de um tronco comum de formação, a partir do qual as duas modalidades teriam finalizações específicas, permitindo o reingresso para quem desejasse integralizar a outra formação.

Com o surgimento da nova Lei de Diretrizes e Bases (Lei 9.394/96) e as Diretrizes Curriculares dela decorrentes, ocorreu a incorporação de novas ideias relativas à valorização da prática pedagógica como base para a formação de docentes. A pesquisa pedagógica na área voltou-se para a necessidade de pensar a prática, buscando privilegiar a ação-reflexão-ação, onde "a reflexão se faria sobre a ação docente e os seus resultados voltariam a ser aplicados para modificar a ação docente" (PINHO; TANURI, 2009, p. 16). A valorização dos saberes da prática foi fundamentada pela renovação das bases epistemológicas e um novo olhar sobre os saberes que os docentes fazem uso no seu lócus profissional.

Diante desses posicionamentos da pesquisa pedagógica na área podemos observar que

> Com isso, passa-se a valorizar a experiência dos professores da escola básica nos programas de formação, os quais são considerados não mais apenas objetos de pesquisa, mas colaboradores dos professores universitários e pesquisadores no que diz respeito à elaboração e reelaboração de seus saberes profissionais. Tais resultados de pesquisa refletem-se nas reformas de ensino. Assim, as Resoluções CNE/CP 01 e 02/2002 viriam ampliar ainda mais a ênfase na orientação prática da formação docente já contemplada pela LDB, introduzindo 400 horas de estágio supervisionado – ao invés das cerca de 120 h anteriormente existentes – além de 400 horas de atividades práticas direcionadas para a formação do professor, vivenciadas desde o início do curso. Tentava-se prescrever a prática como parte dos componentes curriculares, em contraposição a uma prática que visasse exclusivamente à aplicação das teorias (PINHO; TANURI, 2009, p.17).

Ao analisar as diversas iniciativas de projetos de curso de formação de professores e as pesquisas realizadas nos últimos anos, percebemos a dificuldade de sincronismo entre a formação específica e a formação pedagógica, retardando uma ação colaborativa, bem articulada, para a elaboração de programas de formação profissional do professor, principalmente de professores para a escola básica, onde está a ação do Estado para garantir uma formação escolar com a qualidade que os cidadãos necessitam e merecem.

Outro exemplo sobre o programa de formação de professores é a iniciativa da USP que, desde sua fundação em 1934, praticamente, oferta cursos de licenciatura para professores da educação básica. O modelo predominante até os anos 2000, onde a formação do professor se dá como uma formação pedagógica, a cargo da Faculdade de Educação ou dos Departamentos de Educação, que complementa a formação em áreas específica, ainda trouxe consigo resquícios da estrutura vigente à década de 30.

Visando a cessar esta separação na formação do professor, após um ciclo de discussões que teve início na metade da década de 80, a USP, em 2004, aprova o Programa de Formação de Professores da USP – PFPUSP e, em 2006, começa a sua implementação. Nas palavras de Pimenta e Almeida (2009, p. 24),

> As Unidades podem optar por oferecer seu curso de Licenciatura como opção de entrada no vestibular, ou desenvolvê-lo no âmbito de seus cursos de bacharelado. Dos trinta cursos, são 16 com entrada no vestibular. Nesse caso, o grau será de licenciado. No anterior, o grau concedido será o de bacharel e licenciado. As Unidades que optarem pelo modelo de entrada no vestibular poderão organizar os percursos formativos articulando os dois cursos. De modo a que seu estudante possa optar por receber os dois graus. Em ambas as situações, a formação de professores que se inicia no princípio do curso é da responsabilidade conjunta dos Institutos das áreas específicas e da Faculdade/Departamentos de Educação.

Assim, podemos observar que o principal e inovador aspecto do PFPUSP é que a formação de professores se delineia sobre um projeto político-pedagógico único, com definição e desenvolvimento conjunto pelas Unidades responsáveis pela oferta das disciplinas específicas

(Institutos e FFLCH) e da área pedagógica (Faculdade de Educação e Departamento de Educação).

Consideramos importante destacar que o PFPUSP foi erguido sobre um conjunto de princípios que emergiram das discussões dentro da própria USP, onde foi ouvida a comunidade ligada à formação de professores. Tais princípios estão elencados a seguir:

> 1. A formação de professores no âmbito da USP exige empenho permanente de suas diversas Unidades, de maneira a inspirar projetos integrados que visem preparar docentes para a educação básica, em seus níveis fundamental e médio.
> 2. A docência, a vida na escola e as instituições a ela ligadas, na peculiaridade de seus saberes, valores, metas e práticas cotidianas, devem ser os objetos privilegiados de qualquer projeto que vise à preparação para o exercício profissional na escola contemporânea.
> 3. A formação de professores deve ter na escola pública seu principal foco de interesse de estudo, investigação, acompanhamento, intervenção e melhoria da ação docente.
> 4. O projeto de formação deve prever a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão, de modo a garantir a qualidade da formação inicial, introduzindo os licenciandos nos processos investigativos em sua área específica e na prática docente, tornando-os profissionais capazes de promover sua formação continuada.
> 5. A formação do professor dar-se-á ao longo de todo o processo de formação nos cursos de graduação.
> 6. As estruturas curriculares dos cursos de formação de professores devem ser flexíveis, de modo a preservar os objetivos e respeitar perspectivas gerais da Universidade, oferecendo uma pluralidade de caminhos aos licenciandos.
> 7. A instituição escolar e sua proposta pedagógica, concomitantemente com as características das áreas específicas de atuação dos licenciandos, devem ser o eixo norteador das diferentes modalidades de estágio supervisionado, que poderão também estender suas ações investigativas e propositivas a órgãos centrais e espaços socioinstitucionais relevantes para a educação pública. (PIMENTA; ALMEIDA, 2009, p. 27-29).

Estes princípios se configuraram eixos norteadores dos projetos e de ações propostas no âmbito das Unidades, acreditando no papel da universidade, no resgate dos valores da instituição escolar, no foco no caráter público da educação, no fortalecimento da tríade ensino, pesquisa e extensão, na formação do professor durante todo o curso de graduação, na formação do professor sob uma ótica multicultural e no papel do estágio como iniciação à docência e contato do professor com a escola.

3.2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Sendo um ato social, a formação continuada tem passado por mudanças que refletem as transformações dos contextos sociais e educacionais que, de forma repentina, tiveram lugar nas últimas décadas. Dentre as mudanças ocorridas merecem destaque a globalização, a ascensão da tecnologia nos cenários da comunicação e da cultura e o multiculturalismo, que agem sobre o professor aumentando as exigências e competências, proporcionando um acréscimo no trabalho educacional em função de nebulosa consideração dos limites do agir deste profissional.

Ao considerarmos que os indivíduos se desenvolvem dentro de um contexto social e histórico com características próprias e determinadas, é nosso dever, ao tecer considerações acerca da formação continuada bem como sugerir alternativas ao que está posto, levar em conta na análise “o conceito da profissão docente, a situação de trabalho e a carreira docente, a situação atual das instituições educacionais, [...] a situação atual da educação básica, nas etapas da educação infantil, dos ensinos fundamental e médio, uma análise do corpo discente atual” (IMBERNÓN, 2010, p. 8).

Vale destacar também que historicamente, os processos de formação foram pensados e realizados para a obtenção de soluções para problemas genéricos e que seguiam um padrão. Partindo da suposição que determinado problema ou necessidade era comum aos professores, partia-se em busca da solução dada pelos especialistas, oferecendo uma mesma solução para problemas educativos diferentes levando, invariavelmente, a um distanciamento destas propostas de formação da realidade concreta dos professores.

O tratamento da formação de maneira genérica conduziu ao modelo de treinamento - um modelo de formação padronizada. Nesta modalidade que se ergue apoiada na existência de um conjunto de necessidades comuns, relativas à condição de ser professor, tendo por base científica o ideal da racionalidade técnica, o formador-treinador define as atividades que acredita maximizarem o fazer docente, ao passo que entrega aos professores em treinamento a ilusão de que mudando os professores, desta forma, mudaria a educação. Isto desconsiderando, portanto, a predisposição de que cada indivíduo reaja de maneira pessoal à influência de agentes exteriores e do contexto. Nas palavras de Imbernón, nesta forma de pensar a formação continuada

> a ideia que predomina é a de que os significados e as relações das práticas educacionais devem ser transmitidos verticalmente por um especialista que soluciona os problemas sofridos por outras pessoas: os professores. [...] Historicamente, a base científica dessa forma de tratar a formação continuada de professores foi o positivismo, uma racionalidade técnica que buscava com afinco, nas pesquisas em educação, ações generalizadoras para levá-las aos diversos contextos educacionais. A formação por intermédio de exemplos bem-sucedidos de outros, sem passar pela contextualização, pelo debate e pela reflexão, tentava dar resposta, sem muito eco, a esse ilusório problema comum (IMBERNÓN, 2010, p. 54).

Observamos, no fazer docente, as peculiaridades das diversas situações por que passa o professor, determinadas pelo contexto social e educacional em que se instalam e que vem ganhando complexidade nos últimos anos. Entendemos não haver espaços para generalizações na formação do professor ao considerarmos a pluralidade de características, uma vez que lidamos com tipos diferentes de professores em diferentes estágios de desenvolvimento profissional e que atuam em diferentes espaços e condições de prática docente.

Então, se nosso desejo é a busca de uma alternativa à prática formadora padronizada, faz-se mister considerar o contexto onde se processa a prática docente, englobando as instituições escolares e a comunidade; objetivando uma formação que tome por base as situações mais complexas e que possa dar protagonismo ao professor; ouvir a sua voz, até criarmos condições para poder partir do fazer dos professores a fim de tentar promover melhorias a sua prática. Nesse sentido, nos apoiamos em Imbernón, para quem é possível que

> uma formação que, partindo das complexas situações problemáticas educacionais, ajude a criar alternativas de mudança no contexto em que se produz a educação; que ajude mais do que desmoralize quem não pode pôr em prática a solução do especialista, porque seu contexto não 1he dá apoio ou porque as diferenças são tantas, que é impossível reproduzir a solução, ao menos que esta seja rotineira e mecânica. [...] A formação continuada de professores, na análise da complexidade essas situações problemáticas, necessariamente requer dar a palavra aos protagonistas da ação, responsabilizá-los por sua própria formação e desenvolvimento dentro da instituição educacional e realização de projetos de mudança. [...] Na atualidade temos certeza de que a educação só mudará se os professores mudarem, mas os contextos em que esses interagem também deverão fazê-lo (IMBERNÓN, 2010, p. 55).

Um dos grandes óbices às mudanças dos professores e, consequentemente da educação é o fato de a docência ser uma profissão em que seus integrantes desenvolvem comportamentos que privilegiam o "individualismo, a falta de solidariedade, a autonomia exagerada ou mal-entendida e a privacidade. [...] O isolamento gera incomunicabilidade, o indivíduo guarda para si mesmo o que sabe sobre experiência educativa" (IMBERNÓN, 2010, p. 67).

Contudo, a remoção destes óbices não é tarefa simples por confrontar fortes influências culturais e históricas, quebrando o individualismo respeitando a individualidade, entretanto, Imbernón (2010) acredita que a formação continuada pode dar sua contribuição para quebrar esse individualismo e sugere duas abordagens: (1) por meio da realização de uma formação colaborativa do grupo docente onde compromisso e responsabilidade estejam presentes de forma coletiva, de modo que a instituição educacional se transforem em um lócus de formação continuada, uma comunicação compartilhada, para crescimento do conhecimento pedagógico para a profissão e da autonomia; (2) através do uso da metodologia de trabalho e da afetividade como base para a construção do trabalho colaborativo na formação continuada, respeitando as diferenças e trabalhando por caminhos diferenciados, permitindo aos professores a vivência de críticas, identificação e poder de regulação.

É fundamental ressaltar que acreditamos no potencial do trabalho colaborativo presente na formação continuada de professores como opção para se contrapor àqueles que acreditam e estimulam a busca por competição, mérito ou a promoção individual. Entendemos que fomentar uma cultura colaborativa no seio da formação continuada envolve as seguintes ideias

> Romper com o individualismo da formação;
> Considerar a colaboração como colegialidade e também mais como ideologia do que como estratégia de gestão;
> Não entender colaboração como uma tecnologia que se ensina, mas, sim, como um processo de participação, implicação, apropriação e pertencimento;
> Na colaboração partir do respeito e do reconhecimento do poder e da capacidade de todos os professores.
> Redefinir e ampliar a liderança escolar, o que representa uma necessidade (IMBERNÓN, 2010, p. 72).

Outra situação desconfortável para o professor é que, historicamente, ele não é sujeito de sua formação e sim objeto desta formação, assumindo um papel de marionete dentro do processo. Temos a firme crença de que o professor, assumindo seu papel de sujeito da formação, fortalecerá a criação de uma identidade docente, permitindo o reconhecimento e aceitação, de sua parte e de seus pares. Como diz Imbernón (2010, p. 78-79)

> no futuro da formação continuada, mas, sim, os professores devem assumir a condição de serem sujeitos da formação, compartilhando seus significados, com a consciência de que todos somos sujeitos quando nos diferenciamos trabalhando juntos, e desenvolvendo uma identidade profissional (o eu pessoal e coletivo que nos permite ser, agir e analisar o que fazemos), sem ser um mero instrumento nas mãos de outros.[...] É imprescindível uma formação que permita uma visão crítica do ensino, para se analisar a postura e os imaginários de cada um frente ao ensino e à aprendizagem que estimule o confronto de preferências e valores e na qual prevaleça o encontro, a reflexão entre pares sobre o que se faz como elemento fundamental na relação educacional.

Ainda associando a formação como meio, processo, para a consolidação de uma tão necessária identidade docente, Imbernón (2010) faz reconhecer em suas palavras a importância da identidade docente devido à pessoalidade da ação docente, um caminho para o conhecimento

> o (re)conhecimento da identidade permite melhor interpretar o trabalho docente e melhor interagir com os outros e com a situação que se vive diariamente nas instituições escolares: As experiências de vida dos professores relacionam-se às tarefas profissionais, já que o ensino requer uma implicação pessoal. A formação baseada na reflexão será um elemento importante para se analisar o que são ou acreditam ser os professores e a que fazem e como fazem (IMBERNÓN, 2010, p. 79).

Ao levar em conta a identidade docente, a formação continuada pode contribuir com o desenvolvimento pessoal e profissional dos professores. Consideramos que o desenvolvimento profissional perpassa a formação quanto esta se atém, apenas, aos saberes disciplinares. Por isso vemos razões para uni-la a fatores associados à prática docente e poder dar uma relevante contribuição ao revitalizar o resgate da consciência da ética e da luta por melhores condições de trabalho e, extensivamente, novas práticas de formação e consolidação da identidade docente.

3.2.1 De onde viemos? Para onde vamos?

O avanço nos aspectos teóricos e práticos na formação continuada do professor foi obtido em um espaço de tempo relativamente pequeno se comparado a outros campos de pesquisa. Para Imbernón (2010), a busca por formar professores, sob o prisma da formação inicial, é bem mais antiga, entretanto a

> inquietação de saber como (na formação inicial e principalmente na continuada), de que maneira, com quais conhecimentos, com quais modelos, quais modalidades de formação são mais inovadoras e, sobretudo, a inquietação de ter a consciência de que a teoria e a prática da formação devem ser revisadas e atualizadas nos tempos atuais é muito mais recente. (IMBERNÓN, 2010, p. 13).

Se considerarmos a primeira década dos anos 2000, veremos que o conhecimento produzido sobre a formação continuada ocorre em um cenário de mudanças aceleradas, que produzem incertezas e conflito de valores. Conduzindo a um permanente estado de dúvida acerca da formação do professor, Imbernón (2010) observa que é nesse cenário que emergem as dificuldades, onde somos conduzidos a agir conservadoramente, tomando por base o que já funciona, mesmo funcionando bem ou mal, resistindo a nos aventurarmos na apresentação de temáticas novas, ainda que vitais para o desenvolvimento da formação de professores.

Traçaremos a seguir uma breve cronologia que abarca desde os anos 70 até a primeira década de 2000, com o objetivo de lançar luz sobre o discurso da formação de professor, com base na estratificação apresentada por Imbernón (2010) ao considerar este caminhar em quatro etapas: (a) até os anos 70 como um início; (b) anos 80 apresentando o paradoxo da formação: o culminar da técnica na formação e a resistência prática e crítica; (c) anos 90, surgimento da mudança de forma tímida e (d) anos 2000 com a busca de novas alternativas.

Nos anos 70, tem início a consideração da formação do professor, como um campo do conhecimento e os primeiros estudos buscavam “determinar as atitudes dos professores em relação aos programas de formação continuada. Na maioria dos estudos, analisava-se a importância da participação docente nos processos de planejamento das atividades de formação” (IMBERNÓN, 2010, p.16). Para Sparks e Loucks Horsley (1990 apud IMBERNÓN, 2010, p. 16) surge “o início da era da formação continuada", que atingiria sua plenitude nos anos de 1980.

Durante os anos de 1980, quando a sociedade sofreu mudanças de ordem econômica que impactaram direto na escola, pois ao ampliar o acesso à escola ocorreu um redesenho do fazer docente. Nesta época, os programas de formação continuada floresceram nas universidades, embasados pelo racionalismo técnico, onde ainda não podíamos evidenciar a reflexão e análise como base para a construção de propostas de formação continuada. O foco das pesquisas era a busca de competências do bom professor. Concomitantemente, Imbernón (2010) aponta para uma crise de valores e reúne alguns pontos em torno dos quais a discussão anuncia um processo de mudança rumo a um novo tempo, uma vez que,

> 1. Na sociedade e nas escolas, vão se introduzindo elementos da pós-modernidade, como é o caso da discussão dos grandes metarrelatos, que até esse momento haviam permanecido inalterados (liberdade, fraternidade, solidariedade, igualdade, etc.). A pós-modernidade ia avançando com seus componentes negativos e positivos.
> 2. Aumenta o compromisso de educar a todos em uma escolarização total da população.
> 3. As administrações educacionais começam a considerar a educação em termos de custo-benefício, examinando a rentabilidade do gasto público em educação sob um modelo tecnocrata.
> 4. Existem muitas diferenças sociais, desigualdades crescentes e um maior abandono na educação por parte da população escolarizada.
> 5. Começa-se a questionar a *autoridade* do professor e seu *monopólio do saber*, mas não pelas novas tecnologias, que são ainda incipientes na educação, mas, sim, pelo acesso massivo da população à cultura.
> 6. A teoria do capital humano está em crise, e o ensino já não resolve os problemas de desemprego.
> 7. Aparecem leituras e movimentos críticos que abrem uma porta a outra forma de ver a educação e a formação (IMBERNÓM, 2010, p. 18).

De acordo com Imbernón (2010), a formação continuada chegou a se institucionalizar nos anos de 1980, e esta institucionalização surge com o objetivo de adequar os professores à atualidade. Essa adequação seria alimentada por um constante aperfeiçoamento do fazer educativo e social, para adaptá-lo às demandas atuais e futuras. Um ponto negativo do ato de institucionalizar a formação continuada foi a padronização, devido à racionalidade técnica que imperava, fortalecendo o modelo de treinamento como sinônimo de formação continuada, onde a solução se apresentava ideal para todos, desconsiderando as particularidades presentes na prática dos professores.

Com a chegada dos anos de 1990, deparamo-nos com uma mudança, ainda que tímida e, apesar da negatividade presente na postura dos anos 1980, também teve lugar o desenvolvimento de aspectos positivos. Dentre estes aspectos, podemos a destacar

> a preocupação do âmbito universitário com estudos teóricos, uma consciência maior dos professores comprometidos, que demandava uma formação na qual os professores estivessem mais implicados, o desenvolvimento de modelos de formação alternativos, como o questionamento da prática mediante projetos de pesquisa-ação, a aproximação da formação dos cursos de formação de professores, o aparecimento de grande quantidade de textos, traduzidos e locais, com análises teóricas, experiências, comunicações, assim como a celebração de encontros, jornadas, congressos e similares. O campo de conhecimento da formação dos professores, embora no princípio apresentasse uma certa confusão conceitual e uma grande atividade de cópia de literatura distante de nosso contexto, por uma parte, permitiu que se começassem a questionar aspectos que durante muito tempo tinham permanecido inalterados (IMBERNÓN, 2010, p. 20).

Estes aspectos positivos, amadurecidos nos anos de 1980, chegam aos anos de 1990 para unirem forças com novas posturas e entendimentos acerca da formação continuada de professores, fortalecendo as propostas existentes e criando espaço crescente para se pensar em modalidades alternativas de formação continuada. Diante desse crescimento e da adesão massiva das universidades às novas ideias, Imbernón (2010) faz uma crítica à possibilidade de que esse interesse de diversos segmentos não se limite a um modismo, o que geraria mais confusão que crescimento real, ressaltando a inconsistência de uma guinada radical da abordagem tecnicista da formação para uma visão centrada num viés pedagógico.

Chegando aos anos de 2000, com sua característica de rápidas mudanças e fluidez que se mostram nos contextos cultural, social, político e econômico, nos deparamos com uma crise na profissão de ensinar. Uma percepção de que tanto os sistemas educacionais quanto as unidades escolares já não se mostram capazes de educar a população deste novo século, onde novos elementos se mostram importantes para a educação dentre eles a formação emocional, a comunidade e as redes, além do relacionamento entre as pessoas.

Alinhando se com as nossas expectativas ao conduzir esta pesquisa, Imbernón (2010) destaca que nesta fluidez dos anos 2000, "ganha espaço a opção de não se querer analisar a formação somente como o domínio das disciplinas científicas ou acadêmicas, mas, sim, de propor a necessidade de estabelecer novos modelos relacionais e participativos na prática da formação" (p. 23).

Entendemos que neste início do século XXI, caracterizado pela complexidade e mudanças, quando a sociedade se pauta pelo conhecimento, faz-se necessário revisitar o que fizemos anteriormente em formação de professores, mantendo o que consideramos positivo e descartando o que se mostrou ser um erro. O que aprendemos deve ser uma bússola nessa era de incerteza rumo a alternativas para redesenhar o amanhã. No entender de Imbernón (2010), uma possibilidade seria conduzir a teoria e prática da formação sob um novo olhar que contemple: "as relações entre os professores, as emoções e atitudes, a complexidade docente, a mudança de relações de poder nos centros de professores, a autoformação, a comunicação, as emoções, a formação na comunidade" (p. 25), e, ao mesmo tempo, haver um afastamento progressivo do enfoque disciplinar que tem ditado as regras nas práticas de formação.

Consideramos, também, que as diferenças entre as necessidades dos professores do começo do século XX e do começo do século XXI deverão ser vistas tanto na formação inicial quanto na continuada. É fato que para continuarmos avançando, precisamos superar alguns obstáculos, dentre os quais podemos desatacar os elencados por Imbernón (2010): (a) falta de coordenação entre a formação inicial e continuada; (b) valorização maior da quantidade em detrimento da qualidade nas ações realizadas, (c) predomínio do improviso nas modalidades de formação; (d) as modalidades formadores colocam o foco no indivíduo; (e) os procedimentos formativos apresentam ambiguidade em seus objetivos; formação vista unicamente como incentivo salarial, mercantilização da formação.

3.2.2 Formação permanente: rumo a uma reflexão

Imbernón (2016), preocupado com o impacto da formação permanente dos professores na qualidade do ensino nos adverte que, mesmo após progressos nas políticas e nas práticas de formação, esta ainda é um ponto fundamental na profissão. É chegada a hora de uma pausa para uma reflexão que permita identificar, diante da quantidade e da diversidade de atividades voltadas à formação, aquelas que possam dar impulso às habilidades interpessoais, relacionais e comunicativas do professor.

Nesse sentido, pensando na nossa pesquisa, compactuamos com as ideias de Imbernón de que é fundamental discutir no grupo de estudos a formação continuada, pois as relações de profissionalização ocorrem num processo contínuo, como é comum de experiências tanto estimulantes como tensas e conflituosas, ou seja, o processo de formação de um sujeito numa profissão começa na formação inicial e através de todos os momentos da formação continuada. Impossível que esse processo se dê sem a transformação do próprio sujeito, portanto nosso grupo de estudo se sustenta sob os pressupostos de Imbernón.

Contudo, a formação continuada tem passado por adaptações e flexibilizações para ir se moldando às mudanças com as quais se defronta, e estas neste aspecto os

> Nossos problemas parecem ser os comuns: flexibilizar e adaptar a formação do professorado (e não apenas às necessidades do sistema, como se costuma fazer sem levar em conta as necessidades práticas e contextuais dos docentes), algo que se reivindica há anos e que gerou experiências e modalidades interessantes (formação nas escolas, assessoria a instituições educacionais, descentralização, projetos de escola etc.), e às temáticas necessárias (novas tecnologias, resolução de conflitos, multiculturalidade, necessidades educacionais etc.) (IMBERNÓN, 2010, p. 99).

Partindo de fontes documentais, Imbernón (2016) observa que a formação permanente do professorado tem relação direta com o trabalho docente e impacta de forma marcante na qualidade do ensino que eles entregam aos seus alunos.

Estudamos a formação continuada do professor em suas diversas modalidades e finalidades, mas entendemos a necessidade da busca pela “instauração de uma carreira docente, com uma formação e um desenvolvimento profissional ao longo de toda a vida profissional, e um verdadeiro processo de avaliação da formação nas escolas” (IMBERNÓN, 2016, p. 99).

Seguindo essas ideias de Imbernóm, quase todas as áreas de atuação profissional possuem mecanismos de avaliação de desempenho, com a profissão docente não pode diferente. Contudo, há a necessidade de se considerar que ela possui especificidades tais como as listadas abaixo:

> Uma carreira pouco atraente, com um aumento da feminização, sem que a igualdade de oportunidades seja garantida em matéria de promoção;
> Uma redução de salário dos docentes, embora pareça paradoxal, pois eles diminuíram na maioria dos países (isso se reflete sobretudo na Europa, pois nos países em desenvolvimento já é endêmico que os salários sejam de penúria e miséria, e neles se verifica logicamente maior conflitividade trabalhista decorrente dos salário, das condições de trabalho e dos recursos das escolas);
> A escassez das instalações e dos equipamentos, que não evoluem no mesmo ritmo que os setores mais dinâmicos da sociedade;
> O desgaste dos professores, o aumento de sua carga de trabalho, ou seja, uma intensificação, com a perda de qualidade e eficácia no desempenho profissional, que leva a uma grande insatisfação com o trabalho (IMBERNÓN, 2016, p. 96-97).

Diante deste cenário caótico, adotar um instrumento de avaliação de desempenho merece ser fruto de uma longa reflexão. Imbernón (2016) concorda com a necessidade de reação contra o grupo de professores ineficientes e apoiar os recém-formados e dar autonomia ao professorado e à comunidade.

3.3 A REFLEXÃO SOBRE A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Oliveira (2012) entende que ao considerarmos a formação continuada de professores sob o prisma das reformas educacionais que tiveram início nos anos de 1990, a colocamos como integrante do conjunto de ações que visavam a uma reordenação no Brasil, com fortes influências na educação. Tais ações foram motivadas por um descompasso entre a educação entregue pela escola e a formação necessária ao mercado de trabalho, vislumbrada pelos organismos internacionais.

Nesse período, estabeleceu-se o consenso de que a educação, além de desempenhar papel fundamental para competitividade das nações e das empresas, se configura também como “uma via privilegiada para o desenvolvimento e alívio à pobreza, indicando a necessidade de ampliação dos patamares de escolaridade”. (OLIVEIRA, 2012, p. 17).

Oliveira destaca que a formação inicial e continuada dos professores das escolas públicas brasileiras tomou por base um conjunto de valores que surgiram dos documentos nacionais que disciplinavam a educação e que contemplavam a “responsabilização individual pela própria formação e introduziram temas como autoavaliação, polivalência e flexibilidade enquanto princípios formativos necessários ao cidadão do novo milênio” (OLIVEIRA, 2012, p. 17).

Neste cenário de crise e de novos princípios formativos para o cidadão que adentrava o século XXI, o perfil do professor não passaria imune de um redesenho.

> o fato é que, ao longo dos anos de 1990, temos a construção de um perfil definido do professor adequado aos novos tempos, envolvendo desde a formação inicial e continuada aos salários e condições de trabalho e a necessidade de profissionalização do professor. A educação a distância (EaD) se consolidou tanto como a possibilidade mais rápida e eficaz de formação inicial e continuada do enorme contingente de professores sem formação (a partir da centralidade nos aspectos cognitivos e comportamentais das diretrizes curriculares) quanto como a melhor forma de equacionar a relação custo-efetividade e expandir o ensino superior, inclusive, também, através da iniciativa privada (OLIVEIRA, 2012, p. 19).

A formação quer seja inicial ou continuada, é vista pelos organismos internacionais com base em alguns aspectos constitutivos citados a seguir:

1. É centrada na aquisição de habilidades e competências
   i. Formação inicial: ênfase na prática e deve realizar-se em cursos mais curtos
   ii. Formação continuada: aprendizagem ao longo da vida, a ênfase na prática deve ser a política usual.
2. É uma formação que visa a conformar os professores à nova sociabilidade, preparando-os para educar as novas gerações nos preceitos da sociedade da informação.
3. Tem seus custos reduzidos e uma aceleração no processo de formação por meio das TIC, restritas a estratégia de EAD (OLIVEIRA, 2012, p. 19-20).

A pesquisadora Bernadete Gatti observou que a expressão formação continuada abarca uma diversidade de ações que incluem atividades formativas que ocorre após formação superior, de forma detalhada, incluem

> horas de trabalho coletivo na escola, reuniões pedagógicas, trocas cotidianas com os pares, participação na gestão escolar, congressos, seminários, cursos de diversas naturezas e formatos, oferecidos pelas Secretarias de Educação ou outras instituições para pessoal em exercício nos sistemas de ensino, relações profissionais virtuais, processos diversos à distância (vídeo ou teleconferências, cursos via internet, etc.), grupos de sensibilização profissional, enfim, tudo que possa oferecer ocasião de informação, reflexão, discussão e trocas que favoreçam o aprimoramento profissional, em qualquer de seus ângulos, em qualquer situação (GATTI, 2008 apud OLIVEIRA, 2012, p. 20).

Conforme entende Oliveira (2012), diante desta variedade de ações suscitada pela urgência em aumentar a escolarização da população com objetivo de se adequar ao desenvolvimento econômico, social e político do país e sua inserção na divisão internacional do trabalho, a formação continuada, no Brasil, distanciou-se da ideia de atualização e aprofundamento e rumou para caracterizar-se como um conjunto de ações compensatórias à uma formação inicial deficiente.

As políticas de formação continuada como estão postas e praticadas, no Brasil, tornaram-se alvo de crítica tanto por parte dos pesquisadores quanto dos professores, devido à incompletude das ações e o não protagonismo do professor em uma ação que impacta direto no seu fazer na escola, fatores de insatisfação entre pesquisadores e professores, conforme se revela na fala de Oliveira ao observar que,

> As políticas de formação continuada têm sido objeto de muitas críticas e incitaram um grande debate no meio acadêmico. Dentre as críticas destacadas por Gatti e Barreto (2009) e por Vaillant (2005), destacam-se a insatisfação com os resultados alcançados, uma vez que as iniciativas não trouxeram repercussão efetiva na melhoria do desempenho dos alunos, dificuldades de formação em larga escala e a duração (breve) dos programas, entre outras. Ao mesmo tempo, há uma crítica dos próprios professores que participam desses programas, tais como distanciamento das propostas com a prática escolar e o distanciamento entre a formulação das ações do contexto escolar. A esses obstáculos, some-se a "ausente participação dos professores na definição de políticas de formação docente, como categoria profissional, e na formulação de projetos que tem a escola e seu fazer pedagógico como centro" (GATTI e BARRETO, 2009, P-202). Razões pelas quais não há envolvimento dos docentes. Falta-lhes estímulos para alterar a sua prática, já que não se sentem protagonistas no processo de sua própria formação (OLIVEIRA, 2012, p. 21).

3.3.1 A formação docente versus curso de formação

Pretendemos refletir acerca da importância da formação de professores, podendo ser inicial ou continuada, levando em conta a deficiência dos cursos de formação e o fato destes não conseguirem articular de forma adequada os aspectos teóricos ofertados pela universidade com a realidade que o professor enfrenta na sala de aula da educação básica, o que gera no recém-formado um sentimento de insegurança em capitanear os trabalhos em sala de aula.

Apesar de ainda estarmos discutindo o distanciamento entre a teoria e a prática contextualizada nos cursos de formação de professores, esta temática não é algo recente. Na década de 1980 a pesquisadora "Candau coordenou uma pesquisa concluída no ano de 1988, intitulada *Novos Rumos da licenciatura*, que trouxe várias contribuições importantes ao tema da formação de professores, ainda atuais, inclusive focalizando a articulação entre teoria e prática" (PIRES; SAÇÇO, 2012, p. 75).

Pires e Saçço (2012) destacam que Candau, buscando criar uma situação favorável à mudança na formação de professores, apresentou três inovadores desafios: (1) buscar uma formação de professores que vá além das formalidades, se reinventando em meio a uma nova dinâmica universitária; (2) o compartilhamento, por parte das faculdades de educação e das unidades específicas, do compromisso com a formação de professores e (3) o alcance de uma visão unitária e multidimensional por meio da articulação das dimensões científica, política e emocional com a pedagógica.

As autoras chamam a atenção para a necessidade de repensar a formação de professores em busca não de situá-la apartada da reflexão crítica sobre a realidade que a suporta e que ao longo dos anos, o processo de formação docente vem passando por mudanças que visam a aperfeiçoá-lo para uma formação de professores mais consistente.

Em nosso entendimento, refletir acerca da integração entre teoria e prática na formação de professor implica considerá-las como elementos complementares, não devendo a aquisição de seus conceitos, ocorrer de maneira isolada. No dizer de Marques (1998 apud PIRES; SAÇÇO, 2012, p. 80)

> Nem a prática é realidade pronta e indeterminada, nem a teoria é sistema autônomo de ideias. Se a prática é ação historicamente determinada, produto e produtora, ao mesmo tempo, da existência social, a teoria não é senão revelação das determinações históricas da prática, delas inseparável, mas delas distintas enquanto negação da realidade postas em separado e acabadas e do esquecimento das determinações práticas.

Pires e Saçço (2012) também observaram a necessidade das instituições formadoras integrarem aos processos de formação, questões relacionadas ao saber prático dos professores de modo a valorizar as experiências profissionais, trazendo para a formação o que se desenrola no cotidiano das escolas e das salas de aula. A pouca vivência da prática impacta direto no professor recém-formado e em sua insegurança para desempenhar plenamente o seu papel ao se deparar com o desconhecido da realidade escolar.

Esse contato com a realidade da escola, ao acontecer o mais cedo possível na carreira do docente, permite sua familiarização com seu ambiente de trabalho, fornece um meio fértil para a compreensão dos elementos sociais e institucionais, pode ser fortalecido por meio do estágio enquanto etapa de formação profissional. Pires e Saçço (2012) aprofundam esse entendimento destacando que,

> Há a necessidade urgente de apresentar o quanto antes a realidade escolar aos futuros professores, de maneira que possam ir se ambientando ao seu futuro local de trabalho. Para que o professor se torne um intelectual-crítico, é necessária a compreensão dos fatores sociais e institucionais, visando converter a educação em uma prática mais justa e democrática em conexo com os movimentos sociais. Por isso a importância do estágio nesse processo de constituição profissional. Há que se valorizar a pesquisa, a teoria e a prática como algo unívoco na formação do professor, articulado entre as duas instâncias: universidade e escola (PIRES; SAÇÇO, 2012, p. 87).

A essencialidade da escola no processo de formação nos remete às palavras de Canário (apud PIRES;SAÇÇO, 2012, p. 87), quando se entende que "a escola é um ambiente essencial na formação e que mais contribui para a aprendizagem do professor, pois ela institui o espaço real de construção da identidade profissional docente", se mostrando aberta ao diálogo crítico, permitindo a condução de um processo crítico-reflexivo que fomente a autonomia do cidadão.

Neste esforço de aproximação entre universidade e escola, teoria e prática, não podemos nos esquecer de voltar as nossas atenções para a formação continuada. Quer como resultante das políticas públicas ou das ações dos gestores e docentes da escola, esta modalidade de formação é vital para enfrentar os desafios de atualização criados pela necessidade de novas posturas e novos conhecimentos que integram a educação de qualidade para a nossa sociedade atual.

3.3.2 Qual o papel do professor na formação docente?

Para a melhoria das ações educacionais o foco do processo tem sido colocado na pessoa do professor e em função disso alavancaram-se os investimentos em sua formação. Contudo, por muito tempo entre os professores que ensinam no ensino básico, nos anos iniciais, a realidade não se compunha por profissionais com altos níveis de formação.

Martins (2013) constatou um histórico de descaso com a qualificação do professor e seu papel que por bom tempo esteve sob o controle do Estado, distante de qualquer autonomia de ação ou de conhecimentos. A autora ilustra esse cenário por meio de duas citações alusivas à realidade brasileira nos séculos XVIII e XIX, respectivamente, que revelam um olhar apequenado em direção à formação docente.

> O descaso pelo preparo do mestre fazia sentido em uma sociedade não comprometida em priorizar a educação elementar. Além disso, prevalecia a tradição pragmática de acolher professores sem formação, a partir do pressuposto de que não havia necessidade de nenhum método pedagógico específico (ARANHA apud MARTINS, 2013, p. 104).
>
> O comportamento do professor na escola, por exemplo, era descrito num capítulo à parte chamado *regimem das escolas*. Nele, determinava-se desde a conduta do professor em sala de aula até a proibição de que se ausentasse da freguesia onde lecionava sem a permissão do presidente da província, passando pela ida a missa aos domingos, orçamentos da escola, formas de avaliação e meios de punição dos alunos (VILELA apud MARTINS, 2013, p. 104).

Outro fator que impactou negativamente a formação docente reforçando o papel de submissão do docente foi a conquista pelas mulheres, em uma sociedade patriarcal, do acesso a um trabalho remunerado por meio da prática do magistério. No entender de Sousa citado por Martins (2013), para suprir a demanda crescente nas redes de ensino, o recrutamento de mulheres para o magistério se deu em um contexto onde

> A desqualificação social da formação escolar das mulheres — algo do espírito que determinava, no início do século, que se trocasse, na Escola Normal, a geometria pelos trabalhos de linha e agulha — justificou, por extensão, a progressiva perda, por parte do magistério, da autonomia de ação e de conhecimento (Bruschini; Amado, 1988). Através do recrutamento de mulheres, que têm proverbialmente restringido seu espaço de circulação intelectual e social, foi possível naturalizar-se a ilegitimidade do professor como interlocutor e produtor do saber. Educadas dentro e fora da escola para serem submissas, era-lhes natural que o saber emanasse do livro, do professor, do diretor, do topo da pirâmide acadêmica ou administrativa, e não de suas próprias cabeças (SOUSA apud MARTINS, 2013, 105).

Na última década, a formação docente foi considerada prioritária pelos organismos internacionais, a exemplo do Banco Mundial, para a formação de uma geração de docentes capazes de preparar novas gerações para adquirir as competências necessárias e valorizadas pela nova ordem econômica do mundo.

Observamos um discurso que coloca o professor em um papel central ao reconhecer a sua importância para a melhoria da qualidade nos processos educacionais, contudo, vai de encontro ao seu protagonismo ao não reconhecer seus saberes experienciais, oriundos da sua prática quando da formulação de programas de formação. Nas palavras de Martins

> O desenvolvimento de cursos de formação alheios às necessidades individuais dos professores ou particulares da escola parece contraditório com o discurso de valorização, protagonismo e autonomia docente presentes em documentos oficiais, ou, na verdade, fornece indícios de que este discurso sobre o protagonismo represente um recurso eloquente de convencimento dos professores no sentido de que podem participar e decidir (MARTINS, 2013, p. 111).

Sob o pretexto de valorizá-lo, transfere para este a responsabilidade disfarçada, às vezes, de autonomia, nesta realidade de formação à serviço de uma lógica de desenvolvimento, centrada em domínio de competências, que tem evidenciado despolitização, individualismo e desconsiderado o professor como sujeito, alimentando a competição em detrimento do coletivo, fragilizando a relação dos docentes enquanto categoria.

Ao professor cabe, primeiramente, desempenhar um papel de resistência à tentativa de homogeneização, fruto de um modelo de formação que se distancia da reflexão política e ruma para destacar o aspecto técnico, para em seguida, desconstruir gradativamente o papel que lhe querem impor de executor de propostas prontas de formação. Esta resistência se fortalece por uma postura de reflexão que permita que "ele questione tal projeto e busque construir outros modelos, nos quais possa refletir sobre a finalidade da educação, de seu trabalho, possa fazer escolhas e expressar os motivos que o fizeram escolhê-las, possa exercer sua autonomia docente" (MARTINS, 2013, p. 115).

3.4 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA A ATUALIDADE

O século XXI apresenta um cenário onde as pessoas estão submetidas a novas formas de ser, de se comportar e de agir para enfrentar os desafios da nova realidade que mudou, vertiginosamente, nas últimas décadas. Na esteira destas mudanças, se faz necessário lidar com a globalização que, quebrando as barreiras geográficas e culturais, trouxe à tona uma mistura de culturas e uma diversidade de conhecimentos que precisam ser absorvidos. Pereira e Pereira (2013, p. 119) destacam que hoje, "o homem precisa estar, constantemente, se atualizando para acompanhar o processo de desenvolvimento e dele usufruir. Quem não acompanhar as mudanças científicas e tecnológicas certamente estará inabilitado e marginalizado socialmente".

A escola sofre forte influência do contexto social em que se encontra inserida e em virtude do dinamismo da sociedade atual, também passa por necessidades urgentes de flexibilização para conseguir adaptar seus objetivos à formação do novo perfil de cidadão para o século XXI. Além das mudanças da escola, o educador, incluindo a figura do professor, necessita adotar uma postura que acompanhe a evolução do conhecimento, permitindo-se um papel de protagonista neste mundo em um evoluir contínuo, conforme detalha as palavras de Pereira e Pereira

> As escolas de hoje se deparam com uma série de necessidades e expectativas emergenciais até mesmo conflitantes para as quais precisa rapidamente se organizar, a fim de preparar os educandos para o enfrentamento dos mais diversos caminhos alternativos de desenvolvimento que são propostos a cada momento. Os objetivos educacionais hoje precisam se preocupar com a flexibilidade e a adaptabilidade do homem para atender as exigências e oportunidades de trabalho, o qual impõe um novo perfil ao cidadão. Para contribuir efetivamente na educação do homem para esse momento histórico, o educador precisa "tornar-se um eterno aprendiz", buscar incessantemente novos conhecimentos, incorporar novas práticas, fazer-se educador a cada dia, educando-se continuamente; buscar uma educação permanente que lhe ofereça subsídios teórico-práticos atualizados, inovadores, para a devida aplicabilidade em sua práxis educativa, Não pode viver como expectador do mundo que evolui a cada instante (PEREIRA; PEREIRA, 2013, 120).

A necessidade de se tornar um eterno aprendiz se associa à formação continuada, em busca da qualidade do ensino, com o apoio da escola e das demais instituições que militam na área de educação. Essa preocupação com a formação continuada se ancora no entendimento de que a "competência do educador requisita uma constante renovação a fim de que sejam analisadas e criticadas para que possam ser utilizadas em sua prática educativa" (PEREIRA; PEREIRA, 2013, p. 120-121).

Em função da continuidade do processo de educação do homem, entendemos as limitações e a incompletude da formação inicial no percurso formativo do professor, esta etapa carregada de teorização ainda não apresenta ao licenciando oportunidades suficientes de vivenciar a realidade da sala de aula com que se defrontará ao iniciar a sua carreira de professor.

O ato e o processo de educar encerram em variedade de significados, tornando aceitável o uso de mais de um termo para identificar abordagens no processo de formação continuada. Marin (1997 apud PEREIRA; PEREIRA, 2013) destaca que a ampla abrangência e o amplo potencial da formação continuada acomodam bem noções como a reciclagem, que entrou em desuso por não identificar-se com os propósitos da educação; o treinamento, cujo foco é a modelagem de comportamento; o aperfeiçoamento, que busca uma renovação de ideias e ações e a capacitação, onde a busca por uma elevação no profissionalismo é o alvo. A autora ressalta que "é preciso eliminar uma visão fragmentada da educação para que ela possa constituir um verdadeiro instrumento de mudança" (p. 124).

Identificamos alguns óbices para a implantação de uma formação continuada efetiva: o distanciamento dos professores da elaboração de políticas e projetos de formação que se referem a sua atuação pedagógica; a necessidade de enfrentar a diversidade cultural presente na atualidade da sala de aula; a exigência dos professores de trabalharem com os alunos em grupos e manter um olhar individualizado para cada aluno.

Na visão de Gadotti (2003 apud PEREIRA; PEREIRA, 2013), se quisermos que a formação continuada vá além de uma simples aprendizagem de novas técnicas, aprendizagem das recentes inovações ou atualização de receitas pedagógicas, faz-se mister caracterizá-la como “reflexão, pesquisa, ação, descoberta, organização, fundamentação e construção teórica” (p. 129).

Por sua vez, o pesquisador português Antonio Nóvoa entende que o docente se constrói em seu espaço pedagógico no decorrer de seu fazer docente, apoiado na capacidade de refletir e repensando este fazer. Assim,

> No dia a dia, num “continuum fazer docente”, os professores vão se aperfeiçoando, “fazendo”, refletindo sobre suas próprias ações, compartilhando experiências, adquirindo “estilos de ensino”, construindo tipologias próprias. Vão habitando e construindo seu próprio espaço pedagógico de trabalho, apoiando em determinada visão de homem, de mundo e de sociedade. Refletindo coletivamente sobre seu trabalho, “mobilizando conhecimentos, vontades e competências”. Através de uma formação continuada, os professores vão edificando seu universo profissional e deixando suas marcas na educação (NÓVOA, 2009, apud PEREIRA; PEREIRA, 2013, p. 132).

Ao refletirmos sobre as palavras de Nóvoa, observamos que uma compreensão acerca da formação continuada, alinhada com a atualidade, se mostra inclinada a considerar a escola como o lócus para esta formação, não negligenciando a frutífera parceria entre a universidade e a escola, com o objetivo de articular a teoria com a prática, de modo a concretizar a teoria por meio das vivências da sala de aula, bem como retroalimentar a formação inicial e melhorar progressivamente e formação profissional dos professores.

A entrada no século XXI com suas mudanças vertiginosas e o predomínio de ideias que defendem o livre mercado, a livre iniciativa e o Estado mínimo, um Estado mais gerencial que provedor, viu surgir um novo papel social para o professor, implicando em uma nova compreensão da formação frente à nova demanda educacional.

Desde o final do século XX, ganha espaço, nas universidades e nos locais de trabalho, discussão sobre a importância da formação continuada como pressuposto para a qualificação no trabalho, considerando esta modalidade de formação como um espaço para o aprofundamento e avanços nas formações profissionais. A formação docente se transforma, no início do século XXI, sob influência das avaliações sistemáticas e das novas propostas curriculares em implantação, impactando "no trabalho e no processo de formação dos professores, na medida em que o docente passa a ocupar o foco das reformas, com o intuito de fazer com que domine as competências que qualifiquem o seu agir profissional, junto a alunos cada vez mais heterogêneos e a situações de flexibilidade e adaptabilidade não previstas" (MAGALHÃES, 2013, p. 135-136).

Magalhães (2013) observa que o Plano Nacional de Educação – PNE com vigência para 2001 a 2010 trata a formação continuada baseado em uma ampla formação cultural; sólida formação teórica; pesquisa como princípio formativo; o trabalho coletivo interdisciplinar e o desenvolvimento do compromisso social e político do magistério. O PNE 2011-2020 que vem em seguida, apresenta como meta formar 50% dos professores de educação básica em nível de pós-graduação lato e stricto sensu, visando garantir a todos a formação continuada em sua área de atuação.

Durante o decorrer da prática profissional, os docentes são frequentemente convidados a participar de cursos de formação continuada para aprofundamento de conhecimentos para manter o seu trabalho atualizado, fruto da articulação de dois movimentos presentes na agenda econômica e na política mundial e incorporados pelo Brasil, detalhados por Magalhães (2013, p. 142), como se segue: "o primeiro corresponde às mudanças ocorridas no mundo do trabalho, que estrutura-se cada vez mais nas tecnologias da informação e na valorização do conhecimento; o segundo é o impacto que a escola assume na grande parcela da população, a classe trabalhadora, e sua repercussão nos processos produtivos".

Magalhães (2013) ressalta a heterogeneidade da formação docente, que abrange desde cursos de extensão até formação em nível superior, sendo ainda encarada como uma forma de equilibrar a fragilidade da formação inicial. A autora também chama a atenção para o fato de que as péssimas condições de trabalho se tornam impedimentos para que os professores reservem tempo para participarem de formação.

A participação da universidade nos processos de formação do professor vem se firmando como essencial conforme pesquisas. Magalhães (2013), por exemplo, reconhece a necessidade de propostas de formação continuada que preparem o professor para lidar com as novas demandas educacionais e

> Para que isso se efetive, as universidades devem assumir, de fato, a formação desse profissional em serviço. Tal espaço precisa tomar a responsabilidade da continuidade na formação de modo a propiciar elementos necessários para que os professores se libertem das "amarras" impostas pelas orientações políticas externas e, a partir de um trabalho coletivo, construam uma proposta de formação continuada consistente. Deve o professor egresso da universidade voltar a ela, sempre e de novo, ou melhor, provocá-la para ir até aos seus espaços de trabalho, para que juntos educadores e universidades redescubram, questionem e problematizem as suas práticas, e,

> principalmente, as universidades possam reaprender e dar novos sentidos ao que os professores lhes ensinaram (MAGALHÃES, 2013, p. 144).

3.5 SABERES DOCENTES PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA AUTONOMIA

A profissão docente, diante das exigências da contemporaneidade relativas ao papel da educação e da escola, tem dificuldade em lidar com três aspectos básicos, comunidade, autonomia e conhecimento a ponto de se constituírem em dilemas, com consequências relevantes para a formação docente.

Para Tardif (2014) o corpo docente é desvalorizado em relação aos saberes que possui e transmite apesar de seus saberes ocuparem posição estratégica entre os saberes sociais. Complementa dizendo que o saber docente se compõe, na verdade, de vários saberes proveniente de diversas fontes, uma mistura de saberes oriundos da formação profissional, saberes disciplinares, curriculares e experienciais e estes

> saberes atualizados, adquiridos e necessários no âmbito da prática da profissão docente e que não provém das instituições de formação nem dos currículos. Estes saberes não se encontram sistematizados em doutrinas e teorias. São saberes práticos [...] e formam um conjunto de representações a partir das quais os professores interpretam, compreendem e orientam sua profissão e sua prática cotidiana em todas as suas dimensões (TARDIF, 2014, p. 48-49).

Segundo Nóvoa (2014) comunidade, autonomia e conhecimento são aspectos causadores de três dilemas enfrentados pela profissão docente, a saber: (1) o aspecto comunidade se reflete como um dilema no momento em que os docentes, vindos de uma história de distanciamento da comunidade, se deparam com as falas da atualidade que pregam a necessidade de uma reaproximação dos docentes com a comunidade, por meio de vínculos fortes; (2) o aspecto autonomia se torna dilema em virtude da necessidade de adaptação dos docentes às diferenças que remodelam o modelo escolar, do mundo físico ao mundo virtual; e (3) o aspecto conhecimento se insere como dilema pela falta do reconhecimento adequado dos saberes do professor. A visão simplista de que ensinar é tarefa simples, leva a uma perda de valor dos saberes docentes, um desprestígio da profissão.

O autor destaca a necessidade de que os programas de formação desenvolvam competências sob três eixos – saber relacionar e saber relacionar-se; saber organizar e saber organizar-se e saber analisar e saber analisar-se. Explicita as “formas transitivas e pronominais dos verbos, para sublinhar que os docentes são, ao mesmo tempo, objetos e sujeitos da formação” (NÓVOA, 2014, p. 228) e acredita que por meio do trabalho de reflexão individual e coletivo os docentes podem descobrir meios necessários ao seu desenvolvimento profissional. Em seguida teceremos considerações acerca de cada dilema separadamente, associando a cada eixo de competências, na seguinte ordem: dilema da comunidade, dilema da autonomia e dilema do conhecimento.

Para Nóvoa (2014), o dilema da comunidade reside em redefinir o sentido social do trabalho docente no novo espaço público da educação ou da importância de *saber relacionar* e de *saber relacionar-se.* Vamos tomar três situações que reafirmam a complexidade do trabalho docente relativo a comunidade com a qual interage. Primeira, o trabalho docente diferente de outras profissões ao depender da colaboração do aluno, agravado pela circunstância da presença deste ser fruto de uma obrigatoriedade, não da realização de um desejo; segunda, a complexidade do ponto de vista emocional que afeta o trabalho docente e, terceira, a exigência de que a educação cumpra objetivos distintos, às vezes contraditórios como garantir a igualdade de oportunidades e a seleção das elites, desenvolver a pessoa e formar o trabalhador, promover a mobilidade profissional e a coesão social.

Fazendo uma avaliação com base no dilema da comunidade, esse autor afirma que ao reforçar a complexidade das relações entre a comunidade e o trabalho docente, podemos identificar

> novos sentidos para o trabalho docente, levando à valorização de um conjunto de competências profissionais que poderão ser sintetizadas sob as formas ***saber relacionar*** e ***saber relacionar-se. O*** "novo" espaço público da educação solicita os docentes para uma intervenção técnica, mas também para uma intervenção política, para uma participação nos debates sociais e culturais, para um trabalho contínuo com as comunidades locais. A formação dos mestres deu pouca atenção a essa "família de competências" – expressivas e comunicacionais, tecnológicas e sociais – que definem uma grande parte do futuro da profissão. Em certo sentido, é a própria concepção do trabalho pedagógico, tal como ela se desenvolveu nas escolas no século XX, que é questionada. Estamos diante de uma transição fundamental nos processos identitários dos docentes. (NÓVOA, 2014, p. 229-230)

O dilema da autonomia se encontra em repensar o trabalho docente dentro de uma lógica de projeto e de colegialidade ou da importância de *saber organizar* e de *saber organizar-se.* Intimamente associados à autonomia, dois discursos vêm sendo fortalecidos nas discussões sobre educação, projeto de escola e a colegialidade docente.

O projeto de escola nos remete a necessidade de reconhecer a insuficiente atenção que dispensamos às formas de arranjo do trabalho escolar. Perrenoud citado em Nóvoa (2014, p. 230) explica que "a forma escolar implodirá se não conseguir romper com a organização convencional do trabalho escolar. Para nos engajarmos nessa dissociação faltam-nos uma linguagem, conceitos e a representação consensual de formas alternativas ou, no mínimo, de pistas de pesquisa". Cabe, na definição do projeto de escola, a escolha por uma educação que não tenha terminalidade no espaço-tempo da sala de aula, mas que se lança para além dela, em espaços e momentos de formação diversos.

Ao tratarmos da colegialidade docente, também observamos a necessidade de uma maior atenção ao aspecto da competência coletiva na organização profissional, uma vez que temos olhado, a priori, para aspectos individuais que abarcam seus saberes e capacidades. Para Nóvoa (2014) a competência coletiva supera a união das competências individuais, portanto devemos caminhar em direção “a promoção da organização de espaços de aprendizagem entre pares, de trocas e de partilhas. Não se trata apenas de uma simples colaboração, mas da possibilidade de inscrever os princípios do coletivo e da colegialidade na cultura profissional dos docentes” (p. 231).

Reforçando a necessidade de repensar a escola e o trabalho docente, com relação a organizar e saber organizar-se, Nóvoa destaca que,

> As expressões ***saber organizar*** e ***saber organizar-se*** procuram chamar a atenção para a necessidade de repensar o trabalho escolar e o trabalho profissional. São mudanças que obrigam a uma nova atitude, particularmente na definição das práticas e dos dispositivos de avaliação das escolas e dos docentes. São um instrumento essêncial do diálogo entre as escolas e a sociedade. Mas também são um instrumento para a regulação interna da ação pedagógica e profissional. Propor um novo espaço público de educação implica, evidentemente, uma ideia de abertura que obriga a “prestar contas” do trabalho escolar. [...] Entretanto, é inútil considerar a avaliação como uma panaceia para os problemas educativos. [...] Doravante, nas sociedades atuais, o “espetáculo” e a “exposição” fazem parte integrante de uma cultura que nos define como “cidadãos autônomos” e como “profissionais responsáveis” (NÓVOA, 2014, p. 231).

O dilema do conhecimento enseja reconstruir o conhecimento profissional a partir de uma reflexão prática e deliberativa ou da importância de *saber analisar* e de *saber analisar-se,* em virtude da dificuldade de definição do conhecimento profissional do professor, que se apresenta nas dimensões teórica e prática, não cabendo plenamente em uma destas dimensões.

Para os docentes, o dilema do conhecimento contempla uma relação pedagógica que tem como finalidade trazer à tona a palavra do educando. Se o saber se constitui no poder do docente e este no exercício de sua profissão o desmistifica e entrega a fonte para sua obtenção ao aluno, esta entrega se configura como “um dos dramas mais sublimes da profissão docente” (NÓVOA, 2014, p. 232). Contudo, entendemos que um bom docente se revela no momento em que este pode sair de cena, pois seus alunos já estão aptos a aprenderem sem a sua ajuda.

Merece consideração que o ensino não se apresenta diferente dos demais trabalhos desenvolvidos pelo homem, assim se constitui em um processo de trabalho e grande parte da complexidade advém do objeto do trabalho docente.

Para discuti-lo devemos levar em conta que o ser humano, individualizado e socializado, é este objeto. O fato do professor trabalhar com indivíduos, exige dele que mesmo que ensine a grupos, não desconsiderar as especificidades de cada indivíduo, afinal não são os grupos que aprendem, mas cada indivíduo. Tardif (2014) reconhece que com a massificação, aumentou a probabilidade de termos na sala de aula mais alunos com diferenças em termos de origem cultural, social, étnica e econômica, aliado a isso termos as desigualdades afetivas e cognitivas entre os alunos. Tal massificação, implica em grande dificuldade para o professor conseguir contemplar a todos os alunos, dificuldade como, por exemplo, fazer um planejamento flexível que atenda as individualidades de alunos, inclusive, com deficiências.

Ainda referente ao objeto de trabalho do professor é oportuno destacar mais duas características essenciais deste objeto, o ser humano individualizado, a sociabilidade e a afetividade. A sociabilidade suscita o julgamento de valores por parte dos professores ao mesmo tempo em que expõe o aluno a diversas influências que não estão ao alcance do controle do professor. Realmente, “logo que sai de sua sala de aula, o aluno se furta à ação do professor. Nesse sentido, o objeto do trabalho docente escapa constantemente ao controle do trabalhador, ou seja, do professor” (TARDIF, 2014, p. 129).

A afetividade que emana do indivíduo e da relação com ele desenvolvida ocupa parte considerável do trabalho docente, se ampara nas emoções para lidar com alunos. Tardif (2014, p. 129) detalha em suas palavras que uma

> componente emocional manifesta-se inevitavelmente, quando se trata de seres humanos. Quando se ensina, certos alunos parecem simpáticos, outros não. Com certos grupos, tudo caminha perfeitamente bem; com outros, tudo fica bloqueado. Uma boa parte do trabalho docente é de cunho afetivo, emocional. Baseia-se em emoções, em afetos, na capacidade não somente de pensar nos alunos, mas igualmente de perceber e de sentir suas emoções, seus temores, suas alegrias, seus próprios bloqueios afetivos.

Ao efetuar as nossas leituras dentro da formação profissional, em função de nossas expectativas ocorreu um adensamento em torno da formação continuada, trazendo contribuições valiosas sobre aspectos desta modalidade de formação, além de dilemas e tensões presentes na profissão de professor. Merece destaque o entendimento crescente nos professores da necessidade de pensarem seu desenvolvimento profissional no qual a formação constante é um ponto fundante, desde que considere a prática do professor como ponto de partida e que possa fomentar a aproximação entre a Universidade e escola. Também, a contribuição desses outros em relação à formação continuada de professores nos deixou mais claro o que realmente pretendemos com esta pesquisa.

4 GRUPOS DE ESTUDO SOB A PERSPECTIVA DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Em nossa pesquisa adotaremos a noção de grupo de estudos como um espaço que une um número limitado de integrantes, onde professores e pesquisadores se encontram regularmente para discutir e aprofundar assuntos de interesse comum, de forma cooperativa e colaborativa. Dessa forma, acreditamos na possibilidade de uma interação entre as práticas do Ensino Fundamental e da Universidade como espaço gerador para contribuir para o desenvolvimento profissional destes professores rumo a consequente melhoria do ensino de Matemática.

As considerações acerca dos diversos aspectos relativos a grupo de estudos estão ancorados em Murphy e Lick (2005). Estes autores tratam de grupos de estudo sob dois aspectos principais: um primeiro é o Whole-Faculty Study Group – WFSG, com uma abordagem sistema dentro da escola ou dentro de uma região administrativa, envolvendo toda a comunidade e que integra um projeto de busca por uma reforma e mudanças significativas em um grupo de escolas americanas. O WFSG é "um sistema de desenvolvimento profissional projetado para construir comunidades de aprendizes nas quais profissionais continuamente se esforçam para melhorar a aprendizagem dos estudantes." (p. 2).

O segundo aspecto se refere aos grupos de estudo independentes, ou Stane-Alone Study Groups – SASG, que são constituídos por indivíduos que apresentam um interesse comum, podendo ser constituído por pessoas de uma ou mais escolas de uma determinada região, se encontram no centro do sistema de desenvolvimento profissional que é o WFSG e desempenha um papel relevante no crescimento de cada indivíduo.

Para Murphy e Lick (2005) um grupo de estudos é a associação de três a cinco indivíduos juntos, em busca de aumentar as suas habilidades por meio de novas aprendizagens para beneficiar diretamente os alunos.

Ao fazermos a opção por desenvolver a pesquisa através de um grupo de estudos nos alinhamos com a visão de um grupo de estudos independente, composto por subgrupos dentro do universo composto por professores de Matemática, integrantes de toda a Rede Municipal, tendo um alcance sistêmico, porém não contemplando os demais membros das outras escolas da Rede. Um espaço onde os professores de Matemática poderão estar juntos e trocando experiências, discutindo sobre a aprendizagem de seus alunos relacionada ao que lhes é ensinado, afinal

> os professores raramente têm oportunidade de se encontrarem para juntos analisarem trabalhos dos alunos e poder analisar o trabalho dos alunos dentro de um grupo de

> estudos oportuniza benefício sob diversos aspectos. Essa análise funciona como olhar por uma janela especial, onde através da produção dos alunos eles podem ver o trabalho do professor. [...] Os professores sempre viram as tarefas de seus alunos sob um caráter privado. Em um grupo de estudos, ao remover a identificação do aluno da tarefa, os professores podem aprender com base nesta tarefa, a encontrar uma melhor forma de visualizar as necessidades de cada aluno. (MURPHY; LICK, 2005, p. 20-21, tradução nossa).

A associação de professores em grupos de estudo, de forma independente, é uma estratégia que visa a colaboração entre professores, assim os grupos de estudos independentes apresentam as seguintes características, na ótica de Murph e Lick (2005)

> - pode estar ou não associado a uma determinada organização;
> - indivíduos em comum acordo para juntos aprofundarem a aprendizagem sobre um determinado tópico;
> - membros do grupo podem ou não pertencer a mesma escola;
> - seletivo, baseado nas escolhas dos indivíduos;
> - a liderança sempre permanece com a pessoa que reuniu o grupo;
> - possui uma terminalidade e
> - de constituição usualmente voluntária. (p. 24, tradução nossa).

Com relação ao funcionamento do grupo de estudos considerando crenças básicas, foco do trabalho e efeito resultante da atuação dos vários indivíduos de forma coordenada para um objetivo comum, Murpky e Lick destacam que,

> O grupo de estudo funciona sob a crença de que todos os membros têm algo valioso a contribuir para o grupo e em seguida, fornece uma oportunidade para que todos possam partilhar plenamente suas ideias e experiências. [...] Com um forte senso de responsabilidade individual e um plano de ação para conseguir resultados específicos, o foco é sobre o que o grupo está fazendo e não sobre as características dos indivíduos. Se o trabalho do grupo é substancial e suficientemente atrelado ao que professores e alunos estão fazendo nas salas de aula, as dinâmicas relacionadas irão manter o grupo unido e permitir que ele funcione bem. No decorrer do trabalho, membros desenvolvem confiança e harmonia uns com os outros e aprendem a trabalhar juntos em sinergia dentro do contexto de seu estudo. (MURPHY e LICK, 2005, p.97, tradução nossa).

Outras pesquisas como a de Gimenes e Penteado (2008) consideram que, um grupo em Educação Matemática tem por objetivo criar uma situação para os professores trabalharem juntos, tanto o seu próprio entendimento da Matemática quanto temas associados ao seu ensino e aprendizagem. “Nele o professor pode contrastar suas ideias com a de seus colegas e, dessa forma, clarear e ampliar seus conhecimentos” (p. 77).

Ainda as autoras, concernente às possibilidades do grupo de estudo consideram: (a) prover momentos para aprofundar a compreensão da matemática que se está estudando e suas aplicações; (b) organizar o discurso no espaço de formação de modo a fomentar a investigação de ideias matemáticas e seu desenvolvimento; (c) oportunizar a busca por conexões com conhecimentos prévios ou em estudo; e (d) orientar os trabalhos de forma individual, em grupos reduzidos e com todos os integrantes.

Nesse sentido, para que haja um maior conforto e a exposição plena das ideias dos participantes, além da participação voluntária, é aconselhável que não hierarquize as relações, não prescindindo da figura do organizador de atividades. Assim, Gimenes e Penteado (2008) reforçam esse entendimento destacando inclusive a necessidade de que os participantes assumam o compromisso uns com os outros, e todos com as metas

> Não devem existir relações de hierarquia dentro do grupo. As pessoas precisam sentir-se à vontade para opinar e discutir as atividades desenvolvidas. As ideias devem ser respeitadas, independentemente de quem as expresse. Contudo, é importante que haja um facilitador, que é quem organiza as tarefas a serem realizadas e se responsabiliza pela agenda, entre outros afazeres. O grupo avança apenas quando todos os participantes se mostram realmente envolvidos e compromissados entre si e com uma meta. Negociar uma meta coletiva dá origem a relações de responsabilidade mútua entre os envolvidos (GIMENES; PENTADO, 2008, p. 79).

Dessa forma, entendemos que, participar de um grupo de estudos composto por professores de matemática que ensinam no mesmo nível e em condições semelhantes fortalece a troca de experiências e por meio destas podemos gradativamente quebrar o isolamento a que o professor se encontra submetido.

4.1 O TRABALHO COOPERATIVO/COLABORATIVO NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Nacarato (2011) observa que, a partir do final da década de 1990, uma nova concepção de formação surge com o objetivo de promover a articulação entre a formação prática e reflexiva e a formação teórica. Nesta concepção, o professor passa a ser visto como um profissional que produz conhecimentos à partir de sua prática, cujo desenvolvimento profissional se dá por meio da colaboração e de parcerias colocando as práticas colaborativas e investigativas em evidência. Um melhor detalhamento do cenário de pesquisas a partir desta concepção nos é apresentado por Nacarato (2011, p. 32) ao destacar que,

> Desde então, as pesquisas vêm se pautando em construtos como: pesquisa colaborativa, grupo colaborativo, pesquisa-ação, comunidade de investigação, comunidade de aprendizagem. O que há de convergência nesses construtos é a ideia de que a aprendizagem do professor decorre de momentos compartilhados de reflexões e saberes na e da docência. Os professores se tornam produtores de saberes e, ao mesmo tempo, consumidores críticos dos saberes produzidos pela universidade. As parcerias universidade-escola passam a ser valorizadas, uma vez que elas possibilitam um movimento de mão dupla: os professores acadêmicos, ao trabalharem colaborativamente com os professores da escola básica, aproximam-se dos contextos das escolas e seus problemas reais; os professores da escola básica, por sua vez, aprendem com os acadêmicos os trâmites da pesquisa e tomam conhecimentos das pesquisas produzidas academicamente, tomando-se consumidores críticos destas. Enfim, todos se tomam pesquisadores.

Entendemos que o foco do trabalho de formação no seio de um grupo de estudos é a aprendizagem de forma compartilhada onde partimos do pressuposto de que “o professor aprende com o outro – os alunos, os pares na escola, os colegas de grupo, os professores acadêmicos e de que o grupo é potencializador dessas aprendizagens, principalmente se ele adquire uma dimensão colaborativa" (NACARATO, 2011, p. 33).

A autora chama a atenção para não nos perdermos em uma espécie de modismo que pode levar a vulgarização da colaboração, evidenciando a necessidade de compreendermos a colaboração como "uma prática que perpassa um grupo, uma comunidade cujos membros se unem por um desejo comum: estudar, refletir, analisar e compartilhar o vivido nos contextos escolares – seja como estudante, ou como profissional" (NACARATO, 2011, p. 44).

Reforçando a dimensão colaborativa na visão do desenvolvimento profissional, Ferreira e Miorin entendem que um grupo colaborativo se configura como,

> Um grupo em que a participação é voluntária, na qual todos os indivíduos envolvidos buscam o crescimento profissional, compartilham confiança e respeito, apoiam o trabalho em grupo, se engajam em um propósito comum, criando e compartilhando significados sobre o que estão fazendo, sobre suas vidas e práticas profissionais. Nesse contexto, os participantes sentem-se à vontade para expressar suas ideias livremente, ouvindo críticas e mudando pontos de vista, e as atividades não seguem apenas uma determinada orientação. Os participantes podem ter diferentes níveis de envolvimento, diferentes interesses e pontos de vista, contribuindo assim para uma grande variedade de ideias (FERREIRA E MIORIN, 2011, p. 138, tradução nossa).

Considerando esta realidade, Perez (2004) vê a necessidade de superação do trabalho dos professores de forma individualizada que se constitui uma barreira ao desenvolvimento profissional, reforçando o papel de transmissores de um saber que não nasce do seio da profissão. Ainda esse autor acredita que ao introduzirmos práticas coletivas na formação, oportunizamos a reflexão coletiva, momento rico de discussão, troca de experiências e ressignificação do já produzido e vivido. Destarte, "o trabalho colaborativo se constitui, portanto, ao lado da prática reflexiva, como mais um elemento crucial para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática e para a constituição de uma nova cultura profissional" (PEREZ, 2004, p. 275).

Uma das experiências de cunho colaborativo e investigativo em curso em nosso país que vem se mostrando exitosa e se consolidando ao longo dos anos é o Grupo de Sábado, cujo foco reside na reflexão, investigação e escrita acerca das próprias práticas docentes nas escolas. Surgido na década de 90 teve sua principal motivação nos indícios de que "nem os professores da escola, nem os da universidade, possuíam autonomia para, independentemente uns dos outros, resolver o desafio de mudar as práticas escolares e contribuir par a formação do novo professor, exigido pela sociedade atual." (FIORENTINI; CRISTOVÃO, 2010, p. 15). Tais indícios foram detectados por uma pesquisa realizada pelo Grupo Prática Pedagógica em Matemática - PRAPEM da FE/UNICAMP.

O GDS inicialmente conseguiu agregar dois grupos: professores de escolas da rede pública e da rede privada da região de Campinas e professores universitários, mestrandos e doutorandos, interessados em investigar o processo de formação contínua e desenvolvimento profissional dos professores em um cenário colaborativo e o primeiro grupo buscando refletir, ler e investigar sobre a prática docente de matemática nas escolas, conforme Fiorentini e Cristovão (2010). Os autores complementam que estes dois grupos, apesar de pertencerem a comunidades diferentes e apresentarem interesses diferentes, possuíam como elo a prática pedagógica em matemática, e esta união se fortalecia, de forma complementar, em função de suas diferenças.

4.2 A REFLEXÃO COMO MEIO PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Para situarmos a reflexão no contexto do desenvolvimento profissional do professor de Matemática precisamos entender o que vem a ser a prática reflexiva.

Para Hartman (2015) a prática reflexiva constitui-se em um processo de introspecção, onde "através da análise e avaliação crítica de pensamentos, posturas e ações passadas, atuais e/ou futuros, o professor se esforça para obter novas ideias e melhorar o desempenho no futuro". (p. 13.) Nesse sentido, tornar-se um professor reflexivo exige, a princípio, esforços intensivos e conscientes, porém no decorrer da vida profissional, a prática e a experiência, podem consolidar a reflexão a ponto de ser possível aplicá-la automaticamente às situações diárias.

Nóvoa (2009) ao tratar a respeito do professor reflexivo destaca a importância de identificar as práticas reflexivas inerentes e essenciais à profissão docente e além de identificá-las

> tem que se criar um conjunto de condições, um conjunto de regras, um conjunto de lógicas de trabalho e, em particular [...] criar lógicas de trabalho coletivo dentro das escolas, a partir da quais – através da reflexão, através da troca de experiências, através da partilha – seja possível dar origem a uma atitude reflexiva da parte dos professores. [...] A experiência é muito importante, mas a experiência de cada um só se transfora em conhecimento através desta análise sistemática das práticas. Uma análise que é análise individual, mas que também é coletiva, ou seja, feita com os colegas, nas escolas e em situações de formação. (NÓVOA, 2009, p. 4).

Hartman (2015) ressalta que Schön introduziu dois conceitos fundamentais que contemplam a prática reflexiva: a reflexão sobre a ação e a reflexão na ação. O autor detalha que a reflexão sobre a ação se refere a pensar como acontecerá a ação e avaliar o seu desempenho, avançando ou recuando no planejamento da ação. Dessa forma, a reflexão na ação é caracterizada como pensar que se processa durante o transcorrer da ação. O pensamento reflexivo conta com dois componentes essenciais: a observação e a recordação, o primeiro permite avaliar várias situações enquanto o segundo permite que você, pelo uso de sua memória, consiga recuperar observações realizadas em momentos passados.

Outro entendimento acerca da reflexão sobre a ação e da reflexão na ação, na visão de (PEREZ, 2004, p. 256), encontra-se citado a seguir,

> Reflexão na ação é a que ocorre simultaneamente à prática, na interação com as experiências, permitindo ao professor dialogar com a situação, elaborar um diagnóstico rápido, improvisar e tomar decisões diante da ambiguidade, do inesperado e das condições efetivas do momento;
> Reflexão sobre a ação refere-se ao pensamento deliberado e sistemático, ocorrendo após a ação, quando o professor faz uma pausa pra refletir sobre o que acredita ter acontecido em situações vividas em sua prática.

Relacionando a prática reflexiva com as mudanças positivas que advém sua adoção no ensino, Hartman (2015) compara os professores não reflexivos aos professores reflexivos e evidencia algumas características que, presentes nestes últimos, transformam o ensino em uma atividade desafiadora, dinâmica e empolgante. Assim ele diz que,

> [...] Tem uma melhor compreensão de si mesmos e de seus alunos; seus pressupostos implícitos; metas e estratégias de instrução; motivações, crenças, posturas, comportamento e o que constitui o sucesso acadêmico; [...] são melhores em termos de aproximar a teoria da prática, entendendo quando, por que e como a teoria pode influenciar a prática e percebendo quando existem conflitos entre elas; [...] se veem como obras em progresso que evoluem sem parar; e [...] não ficam presos a estereótipos, generalizações ou histórias de sucesso referentes ao uso de determinada abordagem com outros alunos. Percebem que não existe uma melhor forma de ensinar alguma coisa; sabem que os professores precisam ter um repertório de estratégias, além da disposição e das habilidades para fazer adaptações e criar alternativas (HARTMAN, 2015, p. 20).

A nossa visão de formação continuada se alinha com a mudança imaginada por Perez (2004) em direção a uma concepção onde a reflexão sobre a prática pedagógica, a colaboração e a discussão entre os professores sejam elementos fundantes.

Na visão de Ponte (2014) ao olharmos o professor sob a lente do seu desenvolvimento profissional, perceberemos suas necessidades e potencialidades que merecem descobrir, valorizar e promover. “Os cursos e as oportunidades de formação oferecidos terão certamente o seu papel, mas é o professor que é o principal protagonista do seu processo de crescimento” (p. 345).

Consideramos que formação e desenvolvimento profissional são instâncias distintas e complementares, cujo fluxo se dá em direções divergentes. Com o propósito de relacionar a formação e desenvolvimento Ponte (2014, p. 346) observa que,

> A formação representa um movimento de “fora para dentro”, do curso e do formador para o formando, enquanto o desenvolvimento profissional constitui um movimento de “dentro para fora”, do professor em formação para o ambiente onde está inserido. A formação atende sobretudo ao que o professor não tem e “deveria ter” e o desenvolvimento profissional dá especial atenção às realizações do professor e ao que ele se revela capaz de fazer. A formação é vista de modo compartimentado, por assuntos ou por disciplinas, enquanto o desenvolvimento profissional implica o professor como um todo nos seus aspetos cognitivos, afetivos e relacionais e contribui

> para o desenvolvimento da sua identidade profissional. De modo simplificado, podemos dizer que a formação tende a partir da teoria e frequentemente não chega a sair da teoria e o desenvolvimento profissional tende a considerar a teoria e a prática de forma integrada. Na perspectiva da formação o professor surge como objeto, enquanto no desenvolvimento profissional assume o papel de sujeito.

O fato de nós identificarmos no professor o principal agente de seu processo de formação não exime os educadores matemáticos das responsabilidades alusivas à formação dos professores. Em contraste, cabe aos educadores matemáticos lançar mão de formas apropriadas para estimular os processos de desenvolvimento profissional do professor, o qual pode ser promovido, no entender de Ponte (2014, p. 347), “pela sua participação em processos formativos que proporcionem oportunidades de reflexão, participando em práticas sociais, com um forte envolvimento pessoal e um suporte dado pelos grupos sociais em que participa”, evidenciando um enquadramento coletivo, mas não preterindo que o professor assuma o desenvolvimento profissional como um projeto pessoal.

Ao dialogarmos com diversos autores acerca do entendimento referente à constituição de um grupo de estudos, suas potencialidades e os desafios na condução do trabalho em seu interior, fomos descobrindo gradualmente as potencialidades desta modalidade para resgatarmos a coletividade docente, por meio da cooperação e da colaboração podemos buscar contribuir para desconstruir o isolamento que a profissão tem construído em torno de cada profissional.

Um ponto chave neste diálogo foi mostrar a importância da reflexão para o desenvolvimento profissional do professor, refletindo sobre sua prática e na sua prática ele constrói e se reconstrói melhorado como professor. Nesse sentido, constituindo nosso grupo de estudos com os professores participantes proporcionamos oportunidade ao diálogo e ao compartilhamento de experiências, além da relação entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa.

5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas se faz presente em diversas áreas do conhecimento e possui uma significação distinta associada a cada área, variando desde a dissolução de impasses no ramo da política e no mundo dos negócios e criações de soluções para inovação tecnológica, até a resolução de problemas matemáticos nos livros didáticos e como forma de viabilizar a aplicação da matemática a situações e problemas do cotidiano.

A resolução de problemas é inerentemente humana, pois uma parte considerável de nosso pensamento consciente é sobre problemas, se põe a serviço de um determinado fim. Polya (1949 apud KRULIK e REYS, 1998, p. 2) afirma com uma clareza atual que

> Resolver um problema é encontrar meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. [..] Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente por meios adequados. Resolver problemas é a realização específica da inteligência e a inteligência é um dom específico do homem. [...] Entretanto a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças, toda sorte de problemas.

Nesse sentido, evidenciamos que além das pesquisas nos diversos espaços acadêmicos, desde 1998 a documentação regulamentadora do ensino de matemática no Brasil, tomando por base os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) voltados para o ensino de matemática no ensino fundamental considera que

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

Ao trilharmos o percurso histórico da Matemática notamos que resolver problemas tem estado presente em diversos momentos, o que coaduna com a visão de

> que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1998, p. 40).

Acreditamos que a resolução de problemas cabe em todas as salas de aula, pois não é uma atividade paralela ou posterior ao ensino, e não está associada a determinados níveis de escolaridade ou a necessidade de aprofundamento de um tema, mas perpassa todas as áreas do conhecimento, no papel de agente ativo na construção deste conhecimento.

5.1 ABORDAGEM HISTÓRICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para traçarmos uma breve historicidade da Resolução de Problemas nos apoiaremos no artigo intitulado *Perpesctivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática*, de autoria dos pesquisadores George M. A. Stanic e Jeremy Kilpatrick, ambos da Universidade da Georgia, publicado originalmente como Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum, no livro The teaching and assessment of mathematical problem solving, pelo Nacional Council of Teachers of Mathematics - NCTM em 1989.

Neste artigo, Stanic e Kilpatric tecem considerações acerca da resolução de problemas no currículo da matemática escolar desde as primeiras civilizações até o século XX, destacando inicialmente que desde a antiguidade os problemas foram preocupação central dos currículos, muito embora a resolução de problemas não recebesse tratamento similar. Na verdade, segundo Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1)

> só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção. Nesta focagem sobre a resolução de problemas tem havido confusão. O termo resolução de problemas transformou-se num slogan englobando diferentes visões do que é a educação, a escolaridade, a Matemática e das razões porque devemos ensinar Matemática em geral e resolução de problemas em particular.

Para Stanic e Kilpatrick esta confusão ao focar sobre a resolução de problemas pode ser exemplificada por meio do documento Agenda para Ação do NCTM, lançada em 1980, ao caracterizar a resolução de problemas como uma das dez áreas das capacidades básicas, assumindo uma relação direta entre a resolução de problemas nas aulas de matemática e a nas demais etapas da vida cotidiana, ao mesmo tempo em que não explicita o que é, como e porque devemos praticar a resolução de problemas, nem seu posicionamento dentro do contexto histórico.

No decorrer do artigo os pesquisadores apresentam vários temas que historicamente tem influenciado na caracterização do papel da resolução de problemas nos currículos escolares e asseveram que estes temas se apresentam em um emaranhado que ainda tem muito a se observar e analisar. O posicionamento dos educadores matemáticos da atualidade acerca da resolução de problemas decorre de tradições que associam a psicologia, o currículo e o ensino de matemática.

5.1.1 Problemas no currículo escolar

Os autores observam que a presença de problemas no currículo remonta, a um passado distante, à época dos egípcios, chineses e gregos. Citam dois exemplos: o primeiro se refere a problemas presentes no papiro de Ahmes, situado por volta de 1650 A.C., e o segundo a problemas de origem chinesa e grega.

O primeiro exemplo trata de um problema presente no papiro de Ahmes, onde "é pedido ao aluno que efetue a soma de cinco termos de uma progressão geométrica, onde o primeiro termo e a razão são ambos 7" (CHASE, 1979 apud STANIC; KILPATRIC, 1998, p. 2).

O segundo exemplo engloba uma versão chinesa, de um documento datado por volta de 1000 A.C. que apresenta o seguinte problema:

> De duas ervas daninhas de água, uma cresce três "pés" e a outra um "pé", no primeiro dia. O crescimento da primeira é, todos os dias, metade do do dia anterior, enquanto a outra cresce 2 vezes o que cresceu no dia anterior. Em quantos dias terão as duas atingido a mesma altura? (STANFORD, 1927, p. 7 apud STANIC; KILPATRICK, 1989, p.2).

E do grego antigo, conseguiram acesso a uma versão primitiva do problema da cisterna:

> Eu sou um leão de bronze; as minhas goteiras são os meus dois olhos, a minha boca e a parte lisa da minha pata direita. O meu olho direito debita um jarro em dois dias, o meu olho esquerdo em três, e o meu pé em quatro. A minha boca é capaz de o encher em seis horas. Diga-me quanto tempo, os quatro juntos, levarão a enchê-lo (STANFORD, 1927, p. 69 apud STANIC; KILPATRIC, 1989, p. 2).

Assim como os problemas os autores também observaram que os métodos particulares de resolvê-los tem uma longa história e citam como exemplo uma técnica que se assemelha à Regra da Falsa Posição, que foi identificada no papiro de Ahmes e Vera Stanford, em sua obra relacionada a problemas e álgebra de 1927, exemplifica o uso da Regra da Falsa Posição por meio do problema:

> A cabeça de um peixe pesa 1/3 de todo o peixe, a sua cauda pesa 1/4, e o seu corpo pesa 30 onças. Qual é o peso de todo o peixe? [...] Stanford explicou que a Regra da Falsa Posição foi usada para resolver o problema do seguinte modo: Se todo o peixe pesa l2 onças, então a cabeça pesa 4, a cauda 3, e o corpo 5. Evidentemente, o peso do peixe é o mesmo múltiplo de 12 que 30 é de 5, e então, o peso do peixe é 72 onças (STANFORD, 1927 apud STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 2-3).

Stanic e Kilpatrick (1989) afirmam que nos livros utilizados nos séculos XIX e XX ainda encontravam-se problemas semelhantes e chama a atenção para a limitada visão da aprendizagem da resolução de problemas que se mostra por meio deles e até "muito recentemente, ensinar a resolução de problemas significava apresentar problemas e talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica" (p. 4).

Em 1939, por meio do texto intitulado Social Utility Arithmetics, Clifford B. Upton fez uma tentativa para que as crianças pensassem sobre o processo de resolver um problema introduzindo problemas sem números, no entanto não se aprofundou na discussão sobre as possibilidades de aprendizagem mediante a resolução de tais problemas.

Consolidando as limitações das visões sobre a resolução de problemas à época, Stanic e Kilpatric (1989) afirmam que até mesmo os textos com escrita voltada para os professores apresentavam limitações ao tratar da resolução de problemas e citam como exemplos algumas publicações do final do século XIX e início do século XX. Dentre elas The principles of arithmetic de H. O. R. Siefert, publicado em 1902 e Normal elementary algebra de Edward Brooks, publicado em 1871, cujo autor já fala acerca do *método de resolver um problema*. Com propósito de trazer discussões mais detalhadas sobre como resolver problemas duas obras merecem ser citadas: Plane and solid geometry de Wentworth, publicado em 1899 e Strayer-Upton arithmetics-higher grades, publicado em 1928, no qual se faz presente a nota *como resolver problemas difíceis*.

5.1.2 A mudança da Resolução de Problemas historicamente

De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), no último século, as discussões sobre a resolução de problemas direcionaram-se rumo ao desenvolvimento de abordagens mais gerais da resolução de problemas se opondo à defesa da ideia de que era suficiente apresentar aos alunos problemas ou um apanhado de regras para a solução de problemas particularizados.

O papel da resolução de problemas na Matemática escolar é construído sobre a disputa entre antigas e resistentes ideias sobre as vantagens de se estudar matemática e uma gama de acontecimentos, mutuamente influentes, que ocorrera no início do século XX.

Mas de onde vêm essas ideias antigas e resistentes ao tempo? Desde Platão, segundo Stanic e Kilpatrick (1989), nós temos um entendimento que,

> estudando Matemática, melhoramos as capacidades de pensar, raciocinar, resolver problemas com que nos confrontaremos no mundo real. Num certo sentido, a resolução de problemas nos currículos foi simplesmente um meio de conseguir que os alunos estudassem Matemática. Os problemas foram um elemento do currículo de Matemática que contribuiu, tal como outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocinar (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 8).

Durante o século XIX, a psicologia se une as artes liberais e surge a teoria da disciplina mental, baseada na visão da mente do ser humano como um conjunto de capacidades, percepção, memória, imaginação, compreensão e intuição ou razão, reforçando as ideias vigentes. A teoria da disciplina mental, em seu aspecto curricular, se apoiava na ideia de que era papel da escola desenvolver estas capacidades e o caminho mais adequado era por meio da matemática e das línguas clássicas. “De acordo com a disciplina mental, a Matemática, especialmente os mais altos níveis matemáticos, propiciariam o principal veículo para o desenvolvimento da faculdade do raciocínio.” (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 8).

No início século XX, uma alternativa para romper com essas ideias antigas surge no trabalho de Edward L. Thorndike que é comumente aceito como uma das correntes que refutam os pressupostos que sustentam a teoria da disciplina mental, onde o mesmo não rejeitava em sua totalidade a ideia da disciplina mental, porém entendia que várias categorias de capacidade eram muito genéricas.

Ao publicar em 1901 a experiência clássica de transferência-por-treino, desenvolvida em parceria com R S. Woodworth (1901, p. 249 apud STANIC; KILPATRIC, 1989, p.9), traz à tona a constatação que é "ilusório falar do sentido da discriminação, atenção, memória, observação, precisão, rapidez, etc., porque várias funções individuais são referidas por qualquer destas palavras. Estas funções podem ter pouco de comum".

À medida que avançava o movimento para desconstruir a teoria da disciplina mental, foi se solidificando a compreensão de que

> uma pessoa necessitava de estudar só o que era diretamente funcional para o seu futuro papel na sociedade. Análises da atividade dos vários papéis na sociedade foram usadas para estabelecer objetivos específicos para os currículos escolares. E o movimento das medidas mentais cresceu à medida que as pessoas se voltaram para os testes de inteligência para decidir quem teria acesso a que conhecimento nos currículos escolares. A Matemática, que era um elemento crucial no currículo baseado na teoria da disciplina mental, ficou sob ataque direto (STANIC; KILPATRIC, 1989, p. 9).

Desta forma, progressivamente deixou de ser assumido que estudar matemática obrigatoriamente desenvolvia o pensamento das pessoas. Em decorrência foi criado um espaço para que os educadores matemáticos da época direcionassem a ênfase dos estudos para entender como os alunos podem e devem aprimorar as capacidades de pensar, raciocinar e resolver problemas, havendo ainda algumas divergências relativas ao protagonismo da matemática tanto que

> No princípio do século XX, pessoas como David Eugene Smith, no Teachers College, Columbia University, e Jacob William Albert Young, na Universidade de Chicago, estabeleciam a educação matemática como um legítimo campo de estudos profissional nas universidades e outras escolas superiores do país. [...] Matemáticos, tais como Felix Klein na Alemanha, John Perry na Inglaterra e Eliakim Hastings Moore nos Estados Unidos, discutiam a relação entre Matemática pura e aplicada no currículo escolar, advogando, no essencial, um maior papel para as aplicações. Mas muitos educadores matemáticos, particularmente Smith, não queriam dar um papel tão grande às aplicações porque os críticos do currículo escolar que não eram matemáticos também pediam que a Matemática escolar se tornasse mais relevante para a vida real (STANIC; KILPATRICK, 1989, p 10-11).

Diante das considerações tecidas até este ponto, acreditamos que os acontecimentos que contribuíram para o declínio da teoria da disciplina mental criaram um contexto que possibilitou a um grupo de educadores matemáticos começarem a dar uma ênfase mais específica ao desenvolvimento da capacidade para "resolver problemas", apesar de que, conforme Stanic e Kilpatrick (1989, p. 12), "o confronto das ideias básicas acerca da inteligência humana, educação e o currículo escolar ainda permeia as discussões sobre a resolução de problemas".

Ao lançarmos um olhar para o percurso histórico da resolução de problemas, poderemos observar que diferentes temas se mostram e a seguir detalharemos três temas sob os quais a resolução de problemas tem sido abordada.

5.1.3 Temas da Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas foi caracterizada por Stanic e Kilpatrick (1989) sob três temas associados ao currículo de Matemática que contemplavam a resolução de problemas como (1) contexto, como (2) capacidade e como (3) arte. A seguir tecemos considerações acerca de cada tema, para uma maior clareza de entendimento.

Resolução de Problemas como contexto – Ao abordar sob essa perspectiva os citados pesquisadores consideram "pelo menos cinco subtemas, todos eles baseados na ideia de que os problemas e a resolução de problemas são meios para atingir fins importantes" (STANICK; KILPATRICK, 1989, p. 12). Tais subtemas são: (a) Resolução de Problemas como justificação, que considera que os problemas podem justificar o ensino de matemática; b) Resolução de Problemas como motivação, busca atrair o interesse dos alunos por meio de um problema específico; c) Resolução de Problemas como atividade lúdica, conectada à motivação, difere no sentido de que o fim não é especificamente aprender matemática, mas ter um momento prazeroso por meio do contato com o conhecimento adquirido anteriormente. Enquanto que nos subtemas, justificação e motivação era necessário o uso de problemas associados à realidade, neste último não há esta obrigatoriedade; d) Resolução de Problemas como veículo, onde os problemas são utilizados como meio para o aprendizado de um novo conceito e, por fim (e) Resolução de Problemas como prática, onde o problema é considerado como uma oportunidade de oportunizar a prática de um determinado conceito ou habilidade já ensinada. Consideramos oportuno destacar que, conforme Stanic e Kilpatrick (1989, p. 12), "dos cinco subtemas, a resolução de problemas como prática tem tido a maior influência no currículo de Matemática".

Resolução de Problemas como capacidade – Qualifica a resolução de problemas como desenvolvedora de capacidades que vão além da aprendizagem de matemática, estimulando nos alunos a capacidade de resolver problemas num âmbito que extrapola o fazer matemática. Inclusive permite uma graduação evolutiva dos alunos em relação aos tipos de problemas resolvidos, passando de resolvedores de problemas rotineiros a problemas não–rotineiros.

Resolução de Problemas como arte – Nesta última instância, Stanic e Kilpatrick (1989) ressaltam que o objetivo é que os alunos aprendam a arte de resolver problemas. Esta concepção nos remete a Polya (1995, p. 3), que considerava a resolução de problemas como uma arte essencialmente prática, ao registrar que a resolução de problemas "é uma habilitação prática como, digamos, a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. [...] Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprender a resolver problemas, resolvendo-os".

Em nossos dias ainda encontramos nas salas de aula um discurso que remete fortemente à Resolução de Problemas sob a ótica de Polya, ensinar aos alunos apenas a resolver problemas seguindo as quatro etapas da heurística, que são compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e a retrospectiva para validação do resultado obtido.

5.2 REFORMA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO SÉCULO XX

Segundo Onuchic (1999) as discussões no campo da educação matemática no Brasil e no mundo revelam a necessidade da adequação do fazer escolar às novas tendências que emergem das contínuas mudanças por que passa a nossa sociedade, na crença em que poderiam conduzir a uma melhoria nos modos de ensinar e aprender matemática.

Apresentaremos neste tópico, em função do foco de nossa pesquisa, duas abordagens identificadas nos movimentos de reforma de ensino de matemática no século XX: o ensino de matemática por repetição e o ensino de matemática com compreensão.

5.2.1 O ensino de matemática por repetição e compreensão

Onuchic (1999) destaca que, no início do século XX, o ensino de matemática teve como característica básica um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básicos, a exemplo da tabuada, era considerado essencial. Nesta forma de ensinar o "professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia. Repetia exercícios feitos em sala de aula e treinava em casa. Media-se o conhecimento do aluno, recebido através de repetição, com a aplicação de testes em que, se ele repetisse bem o que o professor havia feito, concluía-se que sabia" (ONUCHIC, 1999, p. 201).

Apesar de não terem participação ativa na construção do conhecimento, um grupo pequeno de alunos chegava ao objetivo de compreender o que estava fazendo, porém para a maioria, com o passar do tempo o conteúdo memorizado se perdia, junto com a possibilidade de uma compreensão do que lhes havia sido transmitido. Onuchic (1999) deixa claro que apesar de não haver ainda uma definição quanto ao currículo de matemática, já se trabalhava segundo os eixos: aritmética, álgebra e geometria.

Com o passar dos anos e a insatisfação com a ineficiência do ensino por meio da repetição e memorização, surge uma nova orientação onde os alunos deviam aprender matemática com compreensão, buscando que o aluno conseguisse entender o que fazia, deixando de lado os exaustivos treinos para decorar a tabuada, como exemplo de que esta nova orientação se opunha à anterior.

Conforme Oncuhic (1999), esta nova orientação encontrou barreiras no despreparo do professor para internalizar e colocar em prática as ideias novas, não permitindo que o aluno tivesse participação ativa na construção de seu conhecimento, reduzindo o trabalho a "um treinamento de técnicas operatórias que seriam utilizadas na resolução de problemas-padrão ou para aprender algum conteúdo novo". (p. 201).

Nesta época, começou-se a falar em resolver problemas como um meio de se aprender matemática e, conforme a literatura, a primeira vez em que a resolução de problemas é tratada em termos de pesquisa acontece sob a influência de George Polya, a partir de sua obra intitulada *How to solve it*, que teve sua primeira edição no ano de 1945. O próximo tópico irá tecer considerações acerca da relevante contribuição de George Polya.

5.2.2. O trabalho de George Polya

George Polya nasceu em Budapest, Hungria em 13 de dezembro de 1887 e faleceu em Palo Alto, California, USA no dia 7 de setembro de 1985. O quarto de cinco irmãos desenvolveu seus estudos, até se doutorar na própria Hungria e depois expandiu suas atividades acadêmicas por diversos países da Europa. De início ele não demonstrava interesse pela matemática, tendo seu foco inicial sido a biologia e a literatura. Quando mais tarde se voltou para os estudos da matemática, como meio para melhor compreender a filosofia, produziu publicações sobre séries, teoria dos números, combinatória, astronomia e probabilidade.

Conforme O'Connor e Robertson (2002), após uma carreira acadêmica bem sucedida na Europa, Polya, fugindo da primeira guerra mundial, se muda para os Estados Unidos em 1940, onde passa um tempo lecionando na Brown University e no Smith College até fixar-se definitivamente em Stanford, onde ficaria até a sua aposentadoria. Cabe ressaltar que antes chegar aos Estados Unidos ele já estava de posse dos rascunhos de *How to Solve It*, em alemão, que viria a ser publicado em uma versão em inglês no ano de 1945 e que se tornaria uma obra referência.

É possível vislumbrar que Polya considerava o desenvolvimento da inteligência um aspecto fundamental do processo educativo, associando-a como habilidade primeira para a resolução de problemas, pois em suas palavras

> Se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta. Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças, toda sorte de problemas. O aluno desenvolve sua inteligência usando-a, ele aprende a resolver problemas resolvendo-os (POLYA, 1998, p.2).

Ao publicar How to solve it Polya, buscou apresentar as vantagens da utilização da resolução de problemas como meio de ensino de matemática. Nesta obra ele apresentava orientações para professores, alunos e a “qualquer um que se preocupe com os meios e as maneiras da invenção e da descoberta” (POLYA, 1995, p. vi).

Uma característica marcante desta obra foi a determinação de um conjunto de fases que poderiam sintetizar as sugestões e indagações acerca do trabalho de resolver um problema, que são (1) compreensão do problema, (2) elaboração de um plano, (3) execução do plano e (4) retrospecto.

A fase de compreensão do problema se apresenta no início do processo de resolução do problema e é crucial para a captação de informações que subsidiarão as demais etapas. Como já nos alerta Polya (1995, p. 4) é “uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja. Estas coisas tolas e tristes fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram nas suas aulas”. Para tanto o problema deverá apresentar-se motivador e de dificuldade compatível com o nível do aluno.

Para que o aluno compreenda o problema, faz-se necessário que o enunciado seja claro e permita a identificação das partes essenciais do problema, a incógnita, os dados e a condicionante e caso haja uma representação gráfica associada ao problema, o aluno deve fazer uso dela, marcar a incógnita e os dados, permitindo uma melhor visualização. Como vimos, raramente “pode o professor dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?” (POLYA, 1995, p. 4). Outro questionamento que pode poupar tempo e trabalho improdutivo é: Pode a condicionante ser satisfeita?

Uma vez revisitado, exaustivamente, o enunciado e coletado as informações essenciais para a resolução, o aluno deve caminhar para a fase seguinte: o estabelecimento de um plano para a resolução. Este passo é a etapa mais importante entre as quatro e a mais complexa de se atingir. Neste ponto, o professor ajudará consideravelmente, sem comprometer o aprendizado, se, discreta e gradualmente, for guiando o aluno rumo à ideia resolvedora por meio de questionamentos. A grandiosidade desta etapa está bem descrita por Polya ao reconhecer que

> temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. O caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso. Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. Esta ideia pode surgir gradualmente ou, então, após tentativas infrutíferas e um período de hesitação, aparecer repentinamente, num lampejo, como uma "ideia brilhante”. A melhor coisa que pode um professor fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa (POLYA, 1995, p. 5).

A construção de uma boa ideia tem dependência direta com os conhecimentos previamente adquiridos e as experiências já vivenciadas. Para esta etapa, Polya (1995) sugere as seguintes indagações: conhece algum problema correlato? Considerando a incógnita, consegue pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante? Eis um problema correlato já resolvido. É possível utilizá-lo? Estes questionamentos são pertinentes para facilitar a vida do aluno durante a elaboração do plano de resolução de um problema.

Uma vez que vencemos a penosa missão de elaborarmos um plano para resolução do problema, estamos diante da terceira fase: a execução do plano. Fase aparentemente tranquila, todavia, ainda necessita de atenção para garantir que o aluno verifique cada passo, devendo o professor realçar a diferença entre perceber claramente que o passo está certo e a possibilidade de demonstrar que o passo está certo.

Por fim, chegamos a quarta e última fase denominada retrospecto. Neste momento, o aluno é levado a crer que por ter resolvido o problema através da verificação cada passo de um plano de resolução bem elaborado tenha resolvido corretamente ou esgotado as possibilidades deste problema. Alguns questionamentos ainda se fazem pertinentes: É possível verificar o resultado? E o argumento utilizado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível aperfeiçoar o plano de resolução?

Ao bom professor não cabe negligenciar a compreensão e a transmissão aos seus alunos da premissa de que um problema não se esgota em sua resolução e que sempre resta algo a ser feito. Por meio do aprofundamento que traz o estudo o aluno pode melhorar a resolução do problema e consequentemente, consolidar o seu conhecimento e fazer evoluir qualitativamente a sua capacidade de resolver problemas.

Concordamos com a necessidade de um maior detalhamento sobre a interdependência destes passos e podemos observar nas palavras de Polya como ele detalha ao considerar que

> Cada uma destas fases tem a sua importância. Pode acontecer que a um estudante ocorra uma excepcional ideia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente à solução. Estas ideias felizes são, evidentemente, muito desejáveis, mas alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar se o estudante deixar de lado qualquer uma das quatro fases sem dela ter uma perfeita noção. Acontecerá o pior se estudante atirar-se a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter *compreendido* o problema. É geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de *plano*. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudante *verificar* cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se ele deixar de reexaminar e de *reconsiderar* a solução completa (POLYA, 1995, p. 4).

Polya (1995) ressalta a importância da experiência adquirida pelo estudante de forma independente, embora reconheça que se não for auxiliado suficientemente pode não obter progresso. Fica para o professor dosar o auxílio de modo que ao estudante caiba uma parte considerável do trabalho.

Schoenfeld (1987) nos relata que How to Solve It não foi a primeira incursão de Polya no mundo da resolução de problemas, porém foi o trabalho mais contundente e crítico. Esta publicação estabeleceu um ponto de mudança, tanto para o autor quanto para a resolução de problemas. Para a educação matemática e para o mundo de resolução de problemas esta publicação estabeleceu um marco de delimitação entre duas eras, resolução de problemas antes e depois Polya.

Para Schoenfeld (1987), ao associar de forma pública a resolução de problemas e a educação, surgiram dois eixos ao longo dos quais podemos considerar suas evoluções: o impacto do trabalho e das ideias de Polya no mundo real e o caminhar da investigação sobre resolução de problemas, agora como um campo de investigação científica. Traz a devida dimensão da influência de Polya ao relatar que os

> indicadores da influência de Polya no mundo real são abundantes. Por exemplo, o Conselho Nacional de Professores de Matemática - NCTM recomenda no seu documento Uma Agenda para Ação, emitido em 1980, que "a resolução de problemas seja o foco da matemática escolar na década de 1980". Para ajudar as coisas a acontecerem ao longo dos anos 80 o livro do ano do NCTM foi dedicado à resolução de problemas em Matemática Escolar: existiram anuários posteriores e outras publicações do NCTM seguidos sobre o mesmo tema. Para obter o desenrolar do movimento de resolução de problemas, o livro do ano de 1980 caracterizou o modelo de resolução de problemas de quatro estágios presente em *How to Solve It* em seu conteúdo. Além disso, praticamente todos os artigos no livro do ano tem por base as ideias de Polya. Em suma, "resolução de problemas" em educação matemática significa a resolução de problemas à la Polya (SCHOENFELD, 1987, p. 287, tradução nossa).

Dando prosseguimento, teceremos considerações a situação a resolução de problemas na matemática escolar dos anos 80, cujo papel preponderante em termos de currículo foi amplamente aceito pela comunidade escolar e de pesquisa.

5.2.3 Resolução de Problemas na Matemática escolar dos anos 80

Em resposta a esse crescimento, de forma global, da Resolução de Problemas no fim da década de 70 e a preocupação pela busca de maneiras mais efetivas de ensinar e aprender Matemática, em 1980, o Conselho Nacional do Professores de Matemática - NCTM lança um documento denominado *An Agenda for Action* que objetivava ser um conjunto de orientações visando ao progresso da Matemática escolar dos anos 80, por meio da colaboração de profissionais e de grupos de diversas áreas interessados nesta temática, tendo como recomendação primeira a adoção da Resolução de Problemas como o foco da Matemática escolar durante a década de 1980.

Visando a subsidiar o professor para lidar de forma consciente e lúcida, ocorreu o lançamento do livro do ano do NCTM, intitulado *Problem solving in school mathematics*, editado por Stephen Krulik, composto de 22 artigos escritos por especialistas abordando a prática em sala de aula, nível de habilidades dos alunos e uma sugestão de bibliografia comentada para aprofundar o conhecimento, se assim desejado for. No Brasil esta obra foi traduzida por Hygino H. Domingues, tendo como título *A resolução de problemas na matemática escolar*.

No decorrer da década de 80 houve uma maciça produção de material com vistas a apoiar o professor em sua prática na sala de aula, que iam de coleções de problemas a serem utilizados até estratégias para proceder à avaliação sob a perspectiva da Resolução de Problemas.

Onuchic e Allevato (2005) chamam a atenção para o fato de que os esforços da década não apresentaram os resultados esperados e apontam como possível razão "uma falta de concordância entre as diferentes concepções que pessoas e grupos possuíam sobre a Resolução de Problemas ser o foco da matemática escolar" (p. 216).

No final da década de 80, foi observado que embora muitas questões e dúvidas do fazer docente começaram a povoar as pesquisas, houve um aumento no número de bons resolvedores de problemas sem um equivalente crescimento entre os estudantes que sabiam matemática. Novamente o NCTM, em busca de dar mais eficácia à reforma iniciada com a Agenda, edita mais três publicações: a) Curriculum and Evaluation Standards for School Mathemathics, em 1989; b) Professional Standards for Teaching Mathematics, em 1991 e c) Assessment Standards for School Mathematics, em 1995.

Para Van de Walle (2009), estas publicações do NCTM deram início a uma reforma duradoura, ou a era dos Padrões e "nenhum outro documento teve anteriormente um efeito tão profundo na matemática escolar ou em qualquer outra área do currículo".

5.3 O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Van de Walle (apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2005) diz que todo conhecimento, matemático ou qualquer outro, consiste de representações de ideias construídas pela nossa mente. O conhecimento matemático pode assumir duas formas: conceitual e procedimental. No campo dos conceitos se encontram as representações por palavras e símbolos matemáticos que embasam o conhecimento conceitual em matemática, composto pelas relações lógicas internamente construídas e que existem na mente como um elemento de uma cadeia de ideias. O conhecimento procedimental em matemática se compõe pelo conjunto de símbolos próprios das representações matemáticas associado ao conhecimento de regras e de procedimentos utilizados para executar tarefas rotineiras, e seu aprendizado ocorre passo a passo.

Onuchic e Allevato (2005) destacam como ponto forte das discussões dos estudantes ao participarem de grupos de trabalho a possibilidade da reflexão ativa sobre as novas ideias que constituem a construção de um novo conceito matemático. Essa reflexão minimiza a fragilidade inicial da construção dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, em virtude de que quanto mais momentos de discussão e de pôr à prova uma nova ideia estiverem ao dispor dos estudantes, maior será a probabilidade de sua correta construção e de sua internalização integrada às demais ideias interligadas existentes e a compreensão relacional.

Como observamos no decorrer deste capítulo, ocorreu uma crescente crença na resolução de problemas como um meio para o ensino de matemática. Após o lançamento dos Padrões pelo NCTM, no final da década de 80 e durante a década de 90, continuaram crescentes as evidências do poder e da eficácia da resolução de problemas como meio para a aprendizagem de matemática.

Schroeder e Lester (1989) entendem que a maneira mais adequada para confrontar as diferenças de entendimento acerca da Resolução de Problemas, existentes à época, é evidenciar três abordagens relativas à Resolução de Problemas associadas ao ensino que são: (1) ensinar sobre Resolução de Problemas, (2) ensinar a resolver problemas e (3) ensinar através Resolução de Problemas, embora considerem que há, na prática, uma coexistência entre as abordagens.

5.3.1 Ensinar sobre Resolução de Problemas

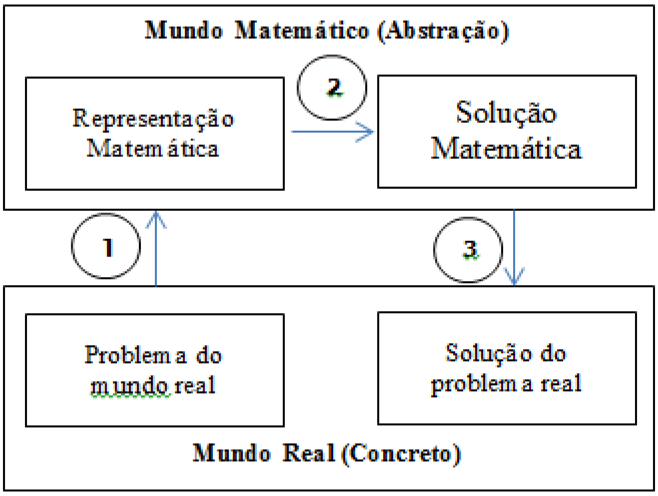
Nesta abordagem, se busca destacar o modelo de resolução de problemas de Polya, apresentando ao aluno as quatro fases interdependentes para a solução de um problema, que são compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e um retrospecto para validação da solução encontrada. Ao se deparar com a necessidade de resolver problemas de matemática, de posse desta heurística, o aluno pode ainda lançar mão de algumas estratégias tais como busca por padrões, a partir da solução em direção ao entendimento do problema e resolver um problema mais simples. De acordo com Polya (1995), um experiente resolvedor de problemas faz uso das quatro fases ao resolver problemas matemáticos, ao mesmo tempo em que é encorajado a tomar conhecimento de seu próprio progresso, no desenrolar dessas fases, enquanto resolve o problema.

5.3.2 Ensinar para Resolução de Problemas

Diferindo da abordagem anterior, ensinar para resolver problemas tem como foco a aquisição do conhecimento matemático, com o principal propósito de aprender matemática e ser capaz de usá-la quando necessário, na resolução de problemas rotineiros e não-rotineiros. Os alunos adquirem conceitos e estruturas matemáticas para fazerem uso quando necessário para a resolução de um problema. Ao ensinar para resolver problemas, o professor demonstra estar preocupado com a habilidade dos alunos em transferir o que eles tenham aprendido entre os contextos de um problema para outro. Merece um alerta o fato de que uma adesão muito radical a esta abordagem pode levar a crer que o intuito de aprender matemática se resume a ser capaz e usar o conhecimento adquirido para resolver problemas.

Schroeder e Lester (1989), ao discutir o ensino sobre e para resolução de problemas, buscam ilustrar, por meio de um modelo simplificado, o processo de resolução de problemas matemáticos.

Figura 06 - Representação esquemática do fluxo do processo ao ensinar para resolver problemas



.Fonte: Adaptado de Schroeder e Lester (1989)

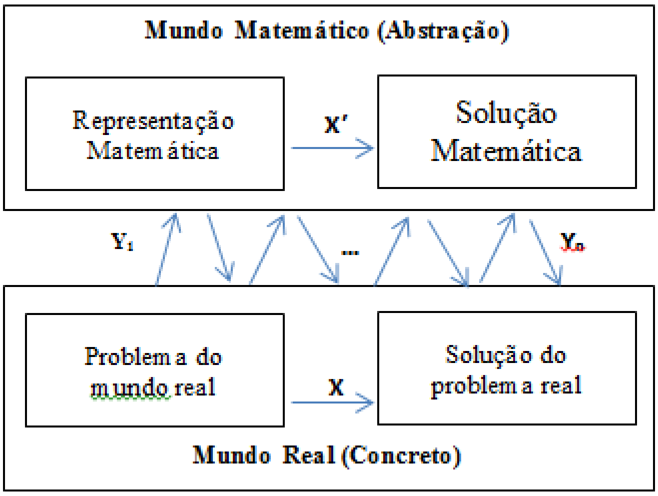
O modelo esquematizado na figura 06 mostra de forma simplificada que o processo ocorre entre dois mundos simbólicos, um mundo real, que compreende os problemas e as aplicações da matemática e um mundo abstrato que compreende os símbolos matemáticos, suas operações e técnicas. Segundo este modelo, o processo de resolução de problemas, após a apresentação do problema nos termos da realidade concreta, ocorre por meio de três passos: (1) tradução do problema para a abstração matemática; (2) realização de operações dentro da representação matemática em busca da solução do problema e (3) tradução desta solução obtida no universo matemático voltando-se para os termos do problema inicial.

5.3.3 Ensinar através Resolução de Problemas

No ensino através Resolução de Problemas, os problemas são considerados importantes não só como um objetivo para o ensino de matemática, mas como um meio inicial de fazê-lo. Nesta abordagem, o ensino inicia com a apresentação de uma situação problema que traz em si aspectos chave do tema que se deseja ensinar e no decorrer da resolução, com emprego de técnicas matemáticas se busca a construção de respostas razoáveis. O ensino de matemática se apresenta fluindo do concreto, situação-problema do mundo real, para o abstrato, representação simbólica do problema e a manipulação adequada destes símbolos.

Ao tratar do ensino através resolução de problemas, Schoereder e Lester (1989) descrevem um modelo mais complexo que o apresentado na figura 6 que também se mostra válido para problemas não rotineiros. Neste novo modelo exibido na figura 7, conforme os autores, ainda temos os dois níveis representando mundo real e o mundo matemático. Os processos matemáticos se encontram em construção, por exemplo: a construção do conhecimento matemático, no nível superior e o diferencial essencial nesta nova abordagem é a interação ou o relacionamento entre os passos do processo matemático e a ações paralelas sobre elementos do problema no mundo real.

Figura 07 – Representação esquemática do fluxo do processo ao ensinar através da resolução de problemas.



Fonte: Adaptado de Schoereder e Lester (1989)

Como podemos ver na figura 07, temos uma variedade de interações, tantas quantas forem necessárias, denotadas pelas setas Y_1 até Y_n , onde observamos que durante a realização dos processos que ocorrem paralelamente no mundo real e no mundo matemático, o resolvedor ora caminha do concreto para o abstrato rumo à generalização, setas ascendentes, ora na direção oposta conforme as setas descendentes, quer para explicar uma ação concreta por meio de um processo matemático ou para revisitar a situação concreta em busca de algum elemento do problema que tenha esquecido e possa realimentar o processo matemático. As interações ou relacionamentos que vislumbramos por meio das setas Y_1 até Y_n nos revelam que o resolvedor do problema necessita se mover entre o concreto e o abstrato durante a resolução de um problema, tantas vezes quanto se faça necessário.

Nesse sentido, destacamos as palavras de Onuchic e Allevato (2005) ao afirmarem que a compreensão de matemática, por parte dos alunos, guarda estreita relação com o ato de relacionar e que não resta dúvida de que,

> ensinar Matemática através da Resolução de Problemas é uma abordagem consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas. O desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível deve ser promovido através de experiências em Resolução de Problemas, e o trabalho de ensino de Matemática deve acontecer num ambiente de investigação orientada em resolução de problemas. Em nossa visão, a compreensão de Matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar. Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande número de ideias Matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias Matemáticas contidas num problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 222).

Huanca (2006, p. 38) observa que o ensino de Matemática através da resolução de problemas é importante por nos oferecer

> uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. O ensino através da resolução de problemas coloca ênfase nos processos de pensamento, nos processos de aprendizagem e trabalha os conteúdos matemáticos, cujo valor não se deve deixar de lado.

5.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA

Ao tratarmos da resolução de problemas como uma metodologia para o ensino de matemática, temos ciência da complexidade que envolve a sua concretização em sala de aula ao nos depararmos com as palavras de Van de Walle (2009, p. 59) que corroboram esse entendimento ao afirmar que "não há dúvida que ensinar por meio a resolução de problemas é difícil. As tarefas devem ser planejadas ou selecionadas a cada dia e a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares devem ser levadas em consideração".

Mesmo diante destas dificuldades, existem alguns bons motivos para que continuemos a demandar esforços, no sentido de fomentar o uso da resolução de problemas com alternativa metodológica. A seguir, elencamos cinco características relevantes e que, em conformidade com Van de Walle (2009), podem ser considerados bons motivos:

(1) a resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido em função do fortalecimento da autoestima e da autoconfiança que florescem quando ocorre por parte dos alunos o desenvolvimento da compreensão durante a resolução de um problema;

(2) a resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos em virtude de oportunizar a cada aluno abordar o problema sob seu próprio ponto de vista e estratégias, bem como incrementa-las a partir das discussões com as estratégias dos demais. Considera fortemente a diversidade de ideias que constitui a realidade da sala de aula;

(3) a resolução de problemas concentra a atenção sobre as ideias e em dar sentido às mesmas, propiciando uma integração entre as ideais que o aluno reflete durante o processo de resolução com as ideias geras que ele possui, indo além das instruções ou explicações oferecidas pelo professor;

(4) a resolução de problemas fornece dados contínuos para avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a obterem bom desempenho e manter os pais informados, uma vez que os alunos fornecerão aos professores informações valiosas no decorrer do processo de resolução do problema por meio das discussões, representações

pictóricas, defesa de seus argumentos e ao relatar as suas estratégias e métodos;

(5) uma abordagem de resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina ao tornar a tarefa de aprendizagem envolvente, pois resolver problemas permite aos alunos uma ação integrada e com sentido, em contraposição a resistência às instruções do professor, quer seja por não as compreender ou por considera-las.

Além destas motivações, Onuchic (2005) nos assegura que a maioria dos conceitos fundamentais em Matemática pode ser ensinada de maneira mais eficiente por meio da resolução de problemas. Adotando tarefas e problemas, podemos fomentar o engajamento dos alunos na prática de pensar sobre a matemática que lhes é importante aprender. Assim, o processo de resolver problemas estará completamente entrelaçado com a aprendizagem, ao criar condições onde as crianças estão aprendendo matemática, fazendo matemática.

Nesse cenário, se insere a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que se configura como um caminho para ensinar matemática partindo de um problema gerador, ou seja, indo além de ensinar a resolver problemas. Esta metodologia, em sintonia com os PCN, adota o problema como ponto de partida e busca construir as conexões entre os diversos setores da matemática de modo a produzir novos conceitos e conteúdos através da resolução de problemas.

5.4.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Podemos pensar em ensino, aprendizagem e avaliação como um conjunto de processos independentes e que podem ou não ocorrerem simultaneamente. No século XX, decorrente das diversas reformas implementadas no ensino de Matemática se solidifica o entendimento de que ensino e aprendizagem deveria ter lugar simultaneamente. Noutro flanco, a avaliação começa a ser revista nos ambientes de ensino e ganha espaço a adoção de princípios que a desloquem do final do processo, com um viés classificatório e punitivo em função do julgamento de resultados, para uma atuação contínua e formativa durante o desenrolar do processo de ensino-aprendizagem.

Onuchic e Allevato (2011) conferem à avaliação um papel de vital importância no ensino-aprendizagem e a colocam como elemento chave para que os futuros educadores matemáticos possam enfrentar desafios como “assegurar matemática para todos, promover a compreensão dos estudantes, manter o equilíbrio do currículo, fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional” (p. 80-81)

Neste cenário, o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP da UNESP-Rio Claro/SP, passa a fazer uso da expressão composta ensino-aprendizagem-avaliação voltada para sua prática em sala de aula, como uma metodologia levando em conta que

> Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

O problema, entendido como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (p. 81), é o ponto inicial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. No decorrer do processo de resolução ocorre a construção de novos conceitos e conteúdos por meio da conexão entre os diversos segmentos da matemática feita pelos alunos.

A adoção desta metodologia para embasar o ensino por meio da resolução de problemas exige uma mudança de papéis tanto do professor quanto dos alunos e isto tem encontrado resistência pelo seu caráter inovador, pois

> exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, O que, nem sempre é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Embora Onuchic e Allevato (2011) entendam que não se tem uma prescrição rígida para praticar o ensino através da resolução de problemas na sala de aula de matemática, as pesquisas desenvolvidas pelo GTERP levaram ao desenvolvimento de um roteiro composto por atividades que visam a minimizar as dificuldades encontradas no momento de trabalhar com os alunos. Tais atividades estão listadas a seguir:

- Preparação do problema – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- Leitura individual – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- Leitura em conjunto – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
  - Se houver dificuldade na leitura do texto, O próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
  - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

- Resolução do problema – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, O problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
    - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a una consenso sobre o resultado correto.
- Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal organizada e estruturada em linguagem matemática padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-85).

Consideramos pertinente abrir um parêntese nesta discussão para falarmos a respeito do Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática – GPRPEM, que é um Grupo de Pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, UEPB – Campina Grande e do Centro de Ciências Humanas e Exatas da UEPB – Monteiro, Paraíba, Brasil.

O Grupo se dedica ao ensino e pesquisa na graduação e pós-graduação da UEPB. Sua principal área de atuação é na Resolução de Problemas e Ensino e Aprendizagem de Matemática. Nessa linha, os principais trabalhos do grupo relacionam-se com Modelização Matemática, Modelagem, Educação Estatística, Inclusão e Formação de Professores.

O GPRPEM desenvolve suas atividades em estreita colaboração com o GTERP[4] e adota a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em suas incursões para a concretização do uso da resolução de problemas no ensino de matemática.

5.5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS PESQUISAS

Para tecer considerações acerca da resolução de problemas nas pesquisas, tomaremos por base (CAI; MAMONAS; WEBER, 2005), (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008) e (ENGLISH; GAINSBURG, 2016).

Entre as décadas de 70 e o início dos anos 2000, houve um grande número de pesquisa educacional com foco em resolução de problemas matemáticos, trazendo fortes contribuições a nossa compreensão, acerca da resolução de problemas e das questões pedagógicas associadas. De modo complementar Cai, Mamonas e Weber (2005), ao refletirem sobres as diversas tendências de pesquisa focadas na resolução de problemas percebem seu dinamismo e o quanto tem evoluído no decorrer do tempo e ainda se encontram em plena evolução os pontos de vista da comunidade científica embasados por questões basilares, tais como: Qual é o papel do professor na implementação de solução de problemas? Em que consiste resolver um problema matemático? Quais os processos cognitivos presentes na resolução de problemas matemáticos? Quais mecanismos reais os alunos usam para aprender e dar sentido à matemática através da resolução de problemas?

Por ocasião da realização do X Congresso Internacional de Educação de Matemática na Dinamarca em julho de 2004, o Grupo de Estudo 18: Resolução de Problemas em Educação Matemática disponibilizou um fórum para possibilitar a discussão, apresentação de resultados de pesquisas recentes e a troca de ideais por parte dos interessados em qualquer aspecto da pesquisa de resolução de problemas em qualquer nível educacional. O Grupo de Estudo 18 definiu três alvos específicos para tratar a Resolução de Problemas: (1) examinar a compreensão dos complexos processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas; (2) explorar os mecanismos pelos quais os alunos aprendem e dão sentido à matemática através da resolução de problemas, e como isso pode ser estimulado pelos professores; e (3) para identificar direções futuras para pesquisa de resolução de problemas, incluindo o uso da tecnologia da informação. (CAI; MAMONAS; WEBER, 2005). Uma excelente resposta foi dada à iniciativa do Grupo de

[4] GTERP - Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas, coordenado pela Doutora Lourdes de la Rosa Onuchic, pertencente ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP Rio Claro/SP.

Estudo que “recebeu 22 trabalhos apresentados, de autoria de cerca de 30 pesquisadores de 13 países diferentes. Um total de cerca de 350 pesquisadores ligados ao ensino de matemática de todo o mundo assistiram a, pelo menos, uma das sessões para o Grupo de Estudo” (p. 217).

Em dezembro de 2005, foi publicada uma edição especial do The Journal of Mathematical Behavior, nº 24, onde a maioria dos artigos, 12 deles, é daqueles que foram apresentados ao Grupo de Estudo 18. Nesta edição, os pesquisadores Jinfa Cai, da Universidade de Delaware (USA), Joanna Mamonas da Universidade de Patras (Grécia) e Keith Weber da Universade Rutgers (USA) publicaram uma breve avaliação que resultou da compilação de 12 comunicações científicas que integravam essa edição. Nesta avaliação, os autores perceberam que seis apresentavam relatos de experiências e outros seis se configuravam com ensaios teóricos.

Os autores finalizam o texto com a “esperança que o conjunto combinado de questões de pesquisa proposto nesta coleção de artigos servirá como um meio de atrair mais pesquisadores para realizar pesquisas de resolução de problemas” (CAI; MAMONAS; WEBER, 2005, p. 207), em função dos pontos de relevância por eles observados: o primeiro foi a representativa participação internacional revelando o interesse que a resolução de problemas despertava na comunidade internacional de pesquisadores em educação matemática e a importância de pesquisar a resolução de problemas em nível internacional; o segundo foi a profundidade com que alguns temas complexos foram abordados e a valiosa contribuição mediante o levantamento de indicadores de rumo para futuras pesquisas em resolução de problemas.

Apesar da considerável atenção dedicada à investigação sobre resolução de problemas matemáticos no cenário das pesquisas em décadas passadas, cobrindo desde a “obra inspiradora de Polya sobre como resolver problemas, estudos sobre especialistas em resolver problemas, a investigação sobre o ensino de estratégias de resolução de problema, heurística e fomento aos processos metacognitivos e, mais recentemente, os estudos sobre modelagem matemática” (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p. 1), ainda persiste a necessidade de melhoria substancial nas habilidades para resolução de problemas dos alunos em função da evolução de nossa sociedade.

Um dos fatores que limitam as pesquisas é a eterna polarização entre o foco na resolução de problemas ou o foco no desenvolvimento das habilidades básicas segundo o currículo escolar. Identificamos um declínio na produção de pesquisas em resolução de problemas nas épocas em que o ensino voltado para aprovação em testes de avaliação é priorizado, deixando de lado as reais necessidades de alunos e professores. (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008).

A seguir listamos algumas situações que se colocam como limitantes para o desenvolvimento da pesquisa em resolução de problemas, sob diversos aspectos podemos citar que,

> - há uma necessidade de que a pesquisa explore como ocorre a aquisição de conceitos e desenvolvimento de habilidades através da resolução de problemas;
> - um dos desafios mais críticos para o futuro a resolução de problemas de pesquisa é esclarecer a natureza das relações que devem existir entre o desenvolvimento do conceito e o desenvolvimento de competências de resolução de problemas;
> - estudos futuros de resolução de problemas devem envolver a complexidade da solução de problemas como ocorre na escola e fora dela, para entender e saber por que os estudantes têm dificuldade em aplicar os conceitos e habilidades matemáticas em situação fora da escola;
> - a investigação sobre resolução de problemas matemáticos deve manter o ritmo com as rápidas mudanças na matemática e resolução de problemas necessários para além da escola, para desenvolver um pensamento matemático em sintonia com a nova realidade (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p. 4-6).

Apesar de termos evidenciado alguns óbices para a pesquisa em resolução de problemas, Lester e Kehle citados por English, Lyn e Fennewald (2008) reconhecem a existência de um movimento para impulsionar sob novos olhares e perspectivas, a natureza da resolução de problemas e o seu papel dentro matemática escolar. Entretanto, se desejarmos reorientar o foco de nossa atenção na resolução de problemas, tratando-a como integrante do currículo, e não mais apartada deste, como um tópico à parte deveremos considerar as seguintes questões:

> - Qual é a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje?
> - Quais perspectivas orientadas para o futuro são necessárias acerca do ensino e aprendizagem de resolução de problemas, incluindo um foco no desenvolvimento de conteúdo matemático através de resolução de problemas?
> - Como podem os estudos de experientes resolvedores de problemas contribuir para o desenvolvimento da teoria que pode nortear projetos de experiências de aprendizagem que valham à pena?
> - Por que modelos e modelagem se mostram uma poderosa alternativa às abordagens existentes sobre resolução de problemas? (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p. 6).

Recentemente, Lyn D. English. e Julie Gainsburg publicaram um capítulo do Handbook of International Research in Mathematics Education, lançado em 2016, que traz uma reflexão sobre o lugar da resolução de problemas na educação matemática do século XXI onde reforçam que

> a pesquisa sobre resolução de problemas no currículo de matemática já dura muitas décadas, oscilando entre várias questões. Atualmente as discussões dizem respeito à eficácia do ensino de estratégias gerais e heurística, o papel do conteúdo matemático (como os meios contra a meta de aprendizagem da resolução de problemas), o papel do contexto e a ênfase adequada sobre as dimensões sociais e afetivas de resolução de problemas. Várias perspectivas, incluindo as ciências cognitivas e comportamentais, neurociência, a disciplina de matemática, filosofia educacional, e posicionamentos

> socioculturais alimentaram esses debates, muitas vezes gerando resoluções divergentes. [..] Talvez devido a esta incerteza, os esforços feitos pelos educadores ao longo dos anos para melhorar as capacidades de resolver problemas matemáticos tiveram resultados decepcionantes (ENGLISH; GAINSBURG, 2016, p. 313)

English e Gainsburg (2016) identificam outra perspectiva sobre a resolução de problemas que se volta para as exigências da vida moderna e do trabalho. Entendemos, em consonância com os autores, que a formação para a vida adulta e para o mercado de trabalho não é objetivo único da educação matemática, contudo, a não ser aqueles estudantes que buscam a carreira de matemáticos acadêmicos, a grande maioria se beneficiaria da oportunidade de fomentar o desenvolvimento de aptidões para a vida e para o mercado de trabalho por meio da educação matemática. Em todo o mundo, a ligação entre educação matemática e a preparação para o trabalho tem se tornado um tema central das políticas, enquanto a associação com o desenvolvimento para a vida vem perdendo espaço.

Em sintonia com as ideias expostas no decorrer deste tópico, os autores apontam temas ainda desafiadores como a eficácia da heurística e das habilidades gerais, o papel do contexto e de sua autenticidade, o conteúdo matemático a ser ensinado e os problemas enfrentados na vida e no trabalho face ao século XXI.

Diante do novo cenário, novas competências são requeridas e as pesquisas em resolução de problemas precisam levar em conta que a tecnologia está impactando fortemente os ambientes sociais, onde as decisões cotidianas ganharam complexidade, e de trabalho, alterando a demanda cognitiva dos trabalhadores por meio da mudança de papéis, equipes autogerenciáveis, compartilhamento de informações e tomada de decisões descentralizadas. A tendência ruma para que os trabalhos que envolvem baixos níveis cognitivos sejam destinados às máquinas e os de níveis cognitivos mais elevados sejam delegados aos trabalhadores com maior instrução.

A seguir, listamos alguns princípios que, no entender de English e Gainsbrug (2016), podem nortear um novo olhar para os debates presentes na educação matemática com a intenção de aproximar a resolução de problemas matemáticos, inserida no currículo escolar, do objetivo de preparar os alunos para o sucesso na vida e no trabalho dentro do contexto do século XXI.

> - Resolução de problemas no trabalho e na vida requer uma compreensão mais sólida e flexível de matemática básica do que a grande parte da população possui atualmente. Cursos de matemática avançada não tem se mostrado ser a solução.
> - Algumas habilidades não cognitivas e gerais (que são normalmente subdesenvolvidas na educação) são fundamentais para a resolução de problemas no local de trabalho. Muitas destas habilidades são cognitivamente de alto nível.
> - Muitos postos de trabalho, especialmente em TI, exigem uma compreensão de modelos conceituais que fundamentam processos ou sistemas, que por sua vez requerem interpretações de representações complexas dentro do contexto de trabalho e uma profunda compreensão ambiente de trabalho.

- Em algum contraste, as decisões da vida cotidiana cada vez mais exigem interpretação dos dados quantitativos em várias formas complexas, em vários domínios desconhecidos.
- A capacidade de aplicar sua formação e conhecimento em problemas desconhecidos (transferência) é altamente privilegiada por parte dos empregadores, e é presumidamente mais eficazmente estimulado quando a aprendizagem ocorre em contextos baseados no trabalho (ENGLISH; GAINSBURG, 2016, p. 325).

Diante dos estudos que apresentamos neste capítulo sobre a resolução de problemas, entendemos que ela representa uma possibilidade metodológica e pedagógica para atender às necessidades da sala de aula, para trazer de volta a motivação dos alunos ao sair da rotina da memorização e da mecanização. Realizamos, com apoio das reflexões deste capítulo, um trabalho junto a um grupo de professores em exercício na rede pública onde refletirmos sobre o ensino e a aprendizagem dos conteúdos do 6º ao 9º ano através da resolução de problemas.

Ao realizarmos a pesquisa de campo ficou evidente a importância da utilização desta metodologia pelo impacto causado pela mudança de papéis que se impõe tanto aos professores quanto aos alunos, motivando um rearranjo de pensamentos e atitudes. Também, os participantes perceberam a possibilidade de trabalhar as grandes ideias fundamentais da Matemática e a importância da construção de novos conceitos e novos procedimentos utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, num ambiente de compartilhamento de saberes e experiências.

6 O MODELO MODIFICADO E A PERGUNTA DA PESQUISA

Após o estudo apoiado nos três últimos capítulos conseguimos um esclarecimento que nos permitiu fazer adequações em nossa pesquisa. Assim, retornamos aos passos de Romberg, para apresentar um novo modelo que é fruto de uma melhoria de nosso Modelo Preliminar, apresentado à página 36, denominado de Modelo Modificado, que norteou nossa pesquisa até o final.

6.1 ANALISANDO A INFLUÊNCIA DOS "OUTROS" EM NOSSA PESQUISA

Como recomenda Romberg no passo 3, relacionamos a nossa ideia com a de outros, o que culminou com os capítulos: Formação do Professor; Grupo de estudos sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional e Resolução de Problemas.

No capítulo 3, Formação do Professor, embora o foco de nossa pesquisa tenha se situado na formação continuada, não podemos prescindir de uma visão macro que inclua a formação inicial e as demais ações que integram a busca pelo desenvolvimento profissional do professor. Permitiu-nos desvelar as muitas nuances que permeiam a construção da identidade da profissão docente e ver a necessidade de fomentar ações que propiciem uma atualização do professor associada ao seu desenvolvimento profissional, tendo a escola como lócus privilegiado para uma prática em estreita colaboração entre universidade e escola, resgatando o valor de seus saberes.

No capítulo 4, Grupo de Estudos sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional, fortalecemos a ideia inicial de que a formação do professor pode ser desenvolvida com maior eficiência sob a atmosfera do trabalho em grupo. O reforço veio pela compreensão do potencial do trabalho cooperativo/colaborativo que pode ser fomentado no desenrolar das ações do grupo de estudos e como conduzir de maneira adequada estas ações. Diversos autores em seus trabalhos são enfáticos quanto aos benefícios dos grupo de estudos cooperativo/colaborativo no desenvolvimento de ações de formação docente, com uma extensão até o desenvolvimento profissional.

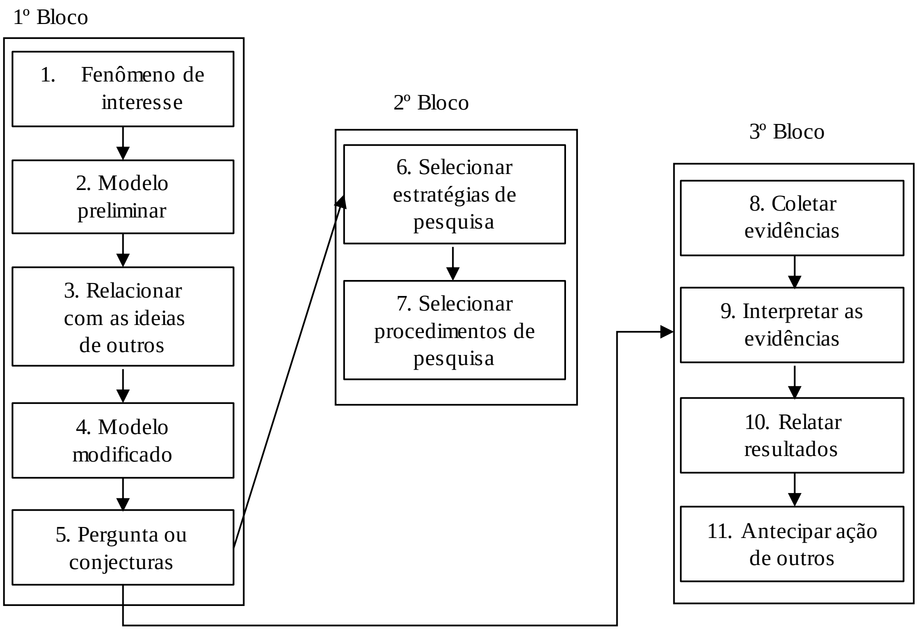
O capítulo 5, Resolução de Problemas, nos propiciou um contato com evolução da resolução de problemas, seus aspectos e papeis desempenhados no decorrer da história, como uma arte, como um processo e como metodologia, até chegarmos ao entendimento da constituição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Esta metodologia se mostrou norteadora para o trabalho do professor, onde inicialmente estudamos a sua profundidade teórico-metodológica e como dinâmica para ensinar matemática através de um problema gerador. Nesse sentido, destacamos que os participantes da pesquisa, ou seja, o grupo de professores, fizeram uso desta metodologia no grupo de estudos e em suas salas de aula de matemática.

Após essa investigação bibliográfica percebemos a necessidade de reconstruir o nosso Modelo Preliminar. A seguir destacaremos no Modelo Modificado as variáveis chaves que nos guiaram até o final deste trabalho.

6.2 O MODELO MODIFICADO

Neste momento cabe destacar as contribuições dadas pelos pesquisadores do GTERP ao modelo de Romberg ao adicionarem uma atividade, que se configura como a quarta atividade, como pode ser visualizado na figura 08, que se refere a elaboração do Modelo modificado, com o objetivo de subsidiar a próxima etapa que trata da elaboração da pergunta ou das conjecturas da pesquisa. Nas palavras de Onuchic e Noguti (2014) as contribuições aos passos de Romberg vão além da simples inclusão de uma atividade, entre as dez já especificadas, fazendo-se presentes também no decorrer das definições de cada atividade.

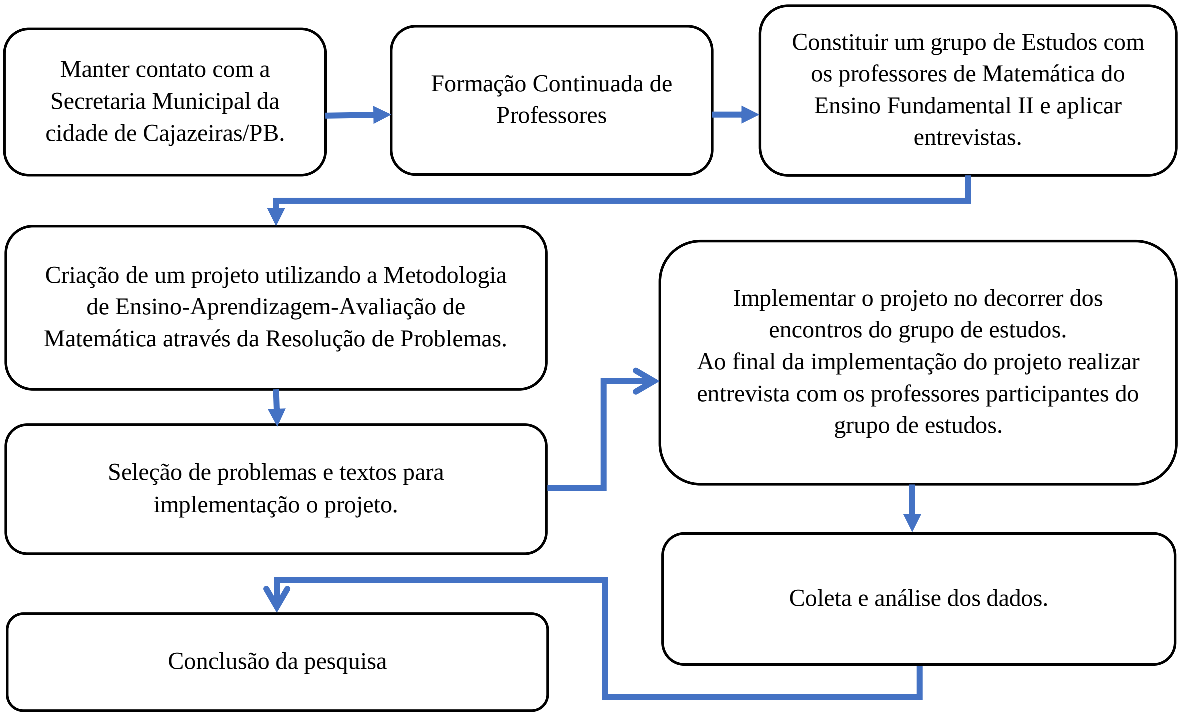
Figura 08 – Fluxograma Romberg-Onuchic



Fonte: Onuchic e Nogutti (2014, p. 59).

Apoiado nas contribuições de Onuchic e Nogutti apresentaremos nosso Modelo Modificado conforme a figura 09.

Figura 09 - Modelo Modificado



Fonte: Elaborado pelo autor

Com base nas leituras feitas anteriormente, no modelo modificado e considerando-se a formação do professor, o grupo de estudos sob a perspectiva do desenvolvimento profissional e a resolução de problemas como metodologia de ensino, foi possível chegar à pergunta da pesquisa.

6.3 A QUESTÃO NORTEADORA DA PESQUISA

Neste ponto, relacionando o fenômeno de interesse e modelo modificado, além de termos feito a investigação bibliográfica, chegamos à nossa pergunta da pesquisa: **Que contribuições um grupo de estudos pode trazer para professores de matemática do Ensino Básico apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?**

De posse da questão norteadora da pesquisa, **concluímos o primeiro bloco dos passos de Romberg**. A próxima etapa é a busca de estratégias e procedimentos idealizados pelo pesquisador para a reflexão sobre o problema da pesquisa, no próximo capítulo trazemos os detalhes desta etapa.

7 ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS PARA NORTEAR A INVESTIGAÇÃO

Como estamos trabalhando sob os passos de Romberg, neste capítulo vamos tratar dos passos 5 e 6, que constituem uma fase de idealização e de planejamento em direção a coleta de evidências para refletirmos acerca da pergunta da pesquisa. Este planejamento é composto de uma estratégia geral e seu correspondente procedimento geral, onde estamos definindo “o que fazer” e “como agir”, com base em nosso modelo modificado, apresentado na página 100.

É proposto por Onuchic e Nogutti ao pesquisador que,

> além da Estratégia Geral e do Procedimento Geral, se necessário devemos criar estratégias auxiliares específicas (E_1, E_2, E_3,...,En) de modo que, a partir delas, também criemos procedimentos auxiliares relacionados (P_1, P_2, P_3,...,P_n). A diferença entre as Estratégias e Procedimentos encontra-se basicamente em “pensar” o que fazer (estratégias) e colocar tais pensamentos em ação (procedimentos). (ONUCHIC; NOGUTTI, 2015, p. 63).

Nesse sentido, após estabelecer a estratégia geral, definimos cada estratégia auxiliar específica da nossa pesquisa e selecionamos o correspondente procedimento, em seguida passaremos a ação dos procedimentos para aplicação do projeto na pesquisa de campo.

7.1 ESTRATÉGIAS GERAL E AUXILIARES

Ao idealizar que métodos utilizaremos para coletar os dados da nossa pesquisa, consideramos a visão de mundo, ou seja, a formação continuada de professores num grupo de estudos no qual nossa questão norteadora está definida e o modelo preliminar também modificado. Nesse sentido, a nossa pesquisa tem cunho qualitativo na modalidade pesquisa ação.

Ainda na fase de idealização, sempre visando a nossa pergunta da pesquisa, resolvemos adotar como estratégia geral **Criar um projeto de trabalho a ser desenvolvido junto aos professores de matemática em exercício**, uma vez que estamos trabalhando com a formação continuada.

Para viabilizar a realização da estratégia geral, idealizamos estratégias auxiliares (**Eaux$_n$**), a seguir elencadas, que refletem as variáveis chaves sacadas do nosso modelo modificado.

Eaux$_1$ – Definir o espaço para a pesquisa de campo;

Eaux$_2$ – Justificar o porquê do estudo da formação continuada de professores;

Eaux$_3$ – Criar um grupo de estudos formado por professores de matemática e realizar uma entrevista inicial;

Eaux$_4$ – Criar um projeto de investigação, utilizando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Eaux$_5$ – Preparar atividades para execução do projeto, contemplando a demanda dos participantes;

Eaux$_6$ – Implementar o projeto no decorrer dos encontros do grupo de estudo.

7.2 PROCEDIMENTOS GERAL E AUXILIARES

Após a definição das estratégias, geral e auxiliares, passamos para a definição dos procedimentos geral e auxiliares. Romberg destaca que,

> é nesse passo que as técnicas usualmente ensinadas em cursos de métodos de pesquisa são importantes: como selecionar uma amostra, como coletar uma informação (entrevista, pergunta, observação, teste), como organizar a informação uma vez que ela tenha sido coletada, e assim por diante. (ROMBERG, 2007, p. 8).

O autor faz uma advertência com relação aos procedimentos específicos, informando que há uma variedade deles que se poderia seguir para diferentes tipos de questões e que se deve tomar cuidado ao selecionar tais procedimentos que irão esclarecer essas questões.

Já na fase do planejamento, o procedimento geral é: **Criação de um projeto de investigação envolvendo o pesquisador e os professores de matemática da Rede Municipal de Ensino da cidade de Cajazeiras, apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.** Para a execução do procedimento geral, optamos por seu desdobramento em procedimentos auxiliares (**Paux$_n$**), em comum acordo com as estratégias auxiliares anteriormente definidas. Desta forma, chegamos a:

Paux$_1$ – O espaço escolhido para a pesquisa de campo foi a Secretaria Municipal de Educação da cidade de Cajazeiras;

Paux$_2$ – Nossa pesquisa situada em um processo institucional de formação continuada de professores;

Paux$_3$ – Criação de um grupo de estudos formado por professores de matemática e realização de uma entrevista inicial;

Paux$_4$ – A **c**riação de um projeto, partindo das demandas dos participantes, para os dez encontros do grupo de estudos apoiado na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas;

Paux$_5$ – Preparação de atividades para execução do projeto;

Paux$_6$ – Aplicação do projeto no decorrer dos encontros do grupo de estudo.

7.3 PROCEDIMENTOS AUXILIARES EM AÇÃO

É chegado o momento de colocar os seis procedimentos auxiliares ($Paux_1$, $Paux_2$, $Paux_3$, $Paux_4$, $Paux_5$, $Paux_6$) em ação para a concretização do procedimento geral adotado visando refletir sobre a pergunta da pesquisa.

$Paux_1$ – O espaço escolhido para a pesquisa de campo foi a Secretaria Municipal de Educação da cidade de Cajazeiras

De início não tínhamos a definição de onde ocorreria a nossa pesquisa de campo, pois eu sou domiciliado em Cajazeiras, as atividades acadêmicas do mestrado tinham sede nas cidades de Campina Grande, onde foram ministradas as disciplinas, e em Monteiro, em cuja cidade o meu orientador reside e desempenha suas atividades docentes com lotação no Campus VI da UEPB. A construção do referencial teórico deste trabalho se deu por meio de encontros presenciais para orientação na cidade de Monteiro, ocasionando o meu deslocamento da cidade onde sou domiciliado - Cajazeiras, em uma viagem que perfazia um total de 600 km rodados a cada ida e volta. Por razões de logística, após uma conversa com meu orientador, achamos relevante desenvolvermos a nossa pesquisa de campo na cidade de Cajazeiras, considerando a contribuição que esta pesquisa poderá trazer para a realidade dos professores de matemática da cidade, que é polo da 9ª Regional de Ensino do estado da Paraíba.

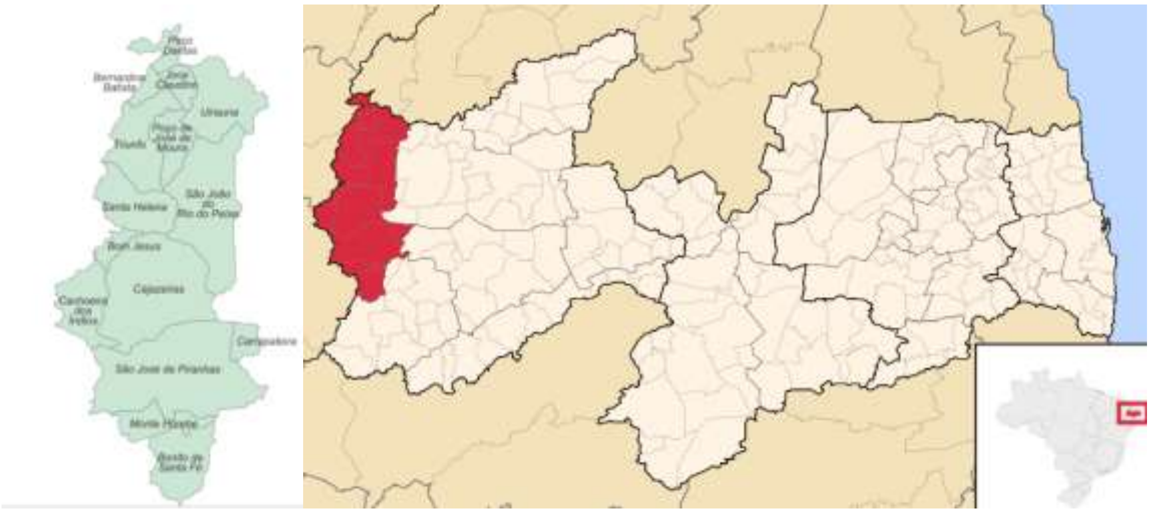
De posse desta decisão, partimos para buscar um contato com a secretária municipal de educação, a pedagoga Tereza Cristina Dias Abreu, para coletar informações acerca do quantitativo de escolas e de professores de matemática que atuam no Ensino Fundamental e, ao finalizarmos a exposição acerca dos objetivos desta pesquisa de campo, fomos encaminhados para dialogar com a equipe pedagógica da Secretaria, responsável pelo processo de formação continuada dos professores que compõem o quadro de docentes contratados de forma temporária e efetiva do município.

Faremos a seguir a caracterização do cenário onde se desenrolará a atividade do grupo de estudos, dada a importância do município de Cajazeiras, que se coloca como polo para uma região que abrange 15 municípios.

O município de Cajazeiras está localizado na Mesorregião Geográfica do Sertão Paraibano e Microrregião do Sertão de Cajazeiras contando com uma população de 58.446 habitantes, densidade demográfica de 103,28 habitantes/km^2 e taxa de urbanização de 81,27% (IBGE, 2010). No tocante ao seu desenvolvimento, conforme o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD 2000) o Índice de Desenvolvimento Humano foi de 0,685. De acordo com dados do IBGE (2010), a área territorial do município é de 565,899 km^2, limitandose ao NORTE com os municípios de Santa Helena e São João do Rio do Peixe, ao SUL, com o município de São José de Piranhas; a LESTE, novamente com o município de São João do Rio do Peixe; e a OESTE, com os municípios de Bom Jesus e Cachoeira dos Índios, cuja localização geográfica obedece às coordenadas de 06º 53' 24'' de latitude sul e 38º 33' 43'' de longitude oeste. O município está incluído na área geográfica de abrangência do semiárido brasileiro, definida pelo Ministério da Integração Nacional em 2005. Para esta delimitação considera-se como critérios o índice pluviométrico, o índice de aridez e o risco de seca.

O município integra a região do Alto Piranhas juntamente com outros quinze pequenos municípios e polariza toda a região a qual, segundo o Censo Demográfico do IBGE em 2010, atinge uma população de 167.971 habitantes, sendo a área total de 3.373,90 km^2. O município dispõe de 47.501 famílias residentes na zona urbana e 10.945 residentes na zona rural. Sua economia está voltada para a indústria (têxtil, alimentos e construção), comércio (vestuário, calçados, móveis e eletrodomésticos, supermercados, farmácias) e serviços (informática, bares e restaurantes, clínicas, hospitais, bancos e gráficas). Conhecida como ― a cidade que ensinou a Paraíba a ler. Cajazeiras apresenta uma boa estrutura no setor educacional contando com escolas da rede privada e escolas públicas municipais e estaduais que ofertam educação infantil, ensino fundamental de 1º e 2º segmentos e ensino médio.

Figura 10 - Localização geográfica de Cajazeiras e sua região



Fonte: Plano de Curso - IFPB

No tocante ao ensino superior, Cajazeiras possui atualmente 02 (duas) instituições públicas: a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG – Campus Cajazeiras) e o Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB – Campus Cajazeiras). Na esfera privada, conta, também, com 04 (quatro) instituições de ensino superior: Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Cajazeiras (FAFIC), Faculdade Santa Maria (FSM), Faculdade São Francisco da Paraíba (FASP) e Instituto Superior de Educação de Cajazeiras (ISEC).

$Paux_2$ – Nossa pesquisa situada em um processo institucional de formação continuada de professores

Como a nossa pesquisa foi desenvolvida junto aos professores em serviço, mais especificamente os de matemática da cidade de Cajazeiras, vimos a necessidade de preparar um projeto para apresentar à Coordenadora Pedagógica do município para dar ciência de nossas pretensões.

O referido projeto mostra que a nossa pesquisa trabalhou com professores de matemática da Rede Municipal de Ensino, que se encontram em serviço nos anos finais do Ensino Fundamental, 6º ao 9º ano. O diferencial se apresentou no fato de ouvir o professor, na definição das demandas a serem trabalhadas em um grupo de estudos, buscando aproximar duas instâncias ligadas à formação do professor, a Universidade e a Escola, além da troca de experiências.

Para a operacionalização da pesquisa, optamos por constituir um grupo de estudos, cujas reuniões foram registradas em áudio e vídeo, para juntos estudarmos e refletirmos acerca de questões que surjam da prática cotidiana do professor, de forma cooperativa/colaborativa, pois acreditamos que "o trabalho colaborativo se constitui, portanto, ao lado da prática reflexiva, como mais um elemento crucial para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática e para a constituição de uma nova cultura profissional" (PEREZ, 2004, p. 275).

Também elencamos algumas metas que integraram o presente projeto, a saber:

- Apresentar e discutir com esses professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, para atender o que os documentos e orientações curriculares sugerem para a prática da sala de aula;
- Promover momentos de reflexão sobre o ensino e a aprendizagem entre os professores sobre suas práticas de sala de aula de matemática;
- Investigar como a Metodologia discutida no grupo de estudos pode trazer contribuições à prática de sala de aula dos participantes;
- Incentivar os professores a trabalhem conceitos e conteúdos matemáticos a partir de problemas de modo que possam perceber a matemática que há por trás dos

problemas.

O atingimento destas metas contemplou um rol de atividades que se desenrolaram em torno da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas frente às necessidades colocadas e definidas em entendimento comum do grupo em seu primeiro encontro. A condução das ações do grupo se norteou por princípios de cooperação e colaboração. Tais atividades foram idealizadas conforme elencado a seguir:

- Realização de estudos prévios sobre os temas da formação, apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, envolvendo leituras, discussões e análises;
- Realizar estudos sobre outras tendências da educação matemática, aulas investigativas, professor reflexivo, trabalho cooperativo/colaborativo;
- Planejamento das ações para dar suporte ao desenvolvimento da formação;
- Visita a sala de aula de alguns participantes do grupo de estudos para tentar aplicar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas;

Após ter apresentado o projeto de pesquisa, a coordenadora da equipe pedagógica, professora Francisca Alves da Silva (Neidinha Alves), ao analisar a proposta de formação que apresentamos, trouxe à tona a possibilidade de utilizarmos uma sala nas dependências da Secretaria, que dispõe de espaços para reuniões e treinamentos que sua equipe organiza e ministra. Isso seria possível diante da disposição de incluir a dinâmica de nossa pesquisa de campo como a etapa 2017 do processo de formação continuada ofertada regularmente pelo município e que possui ciclo de bienal de certificação.

Concordamos com a integração da nossa pesquisa de campo ao calendário de formação continuada do município, o que impactou direto na mudança da hipótese inicial que era a de realizar encontros do grupo de estudos em diversas escolas com o objetivo de integrar a comunidade, para a concentração dos professores em um local previamente acertado e comum à todos.

$Paux_3$ – Criação de um grupo de estudos formado por professores de matemática e realização de uma entrevista inicial

Compareceram à reunião inicial dezessete professores dos vinte que integram o corpo docente, conforme a figura 11, que foram questionados acerca da participação no grupo de estudos e concordaram em participar deste novo contexto onde aconteceria a formação neste ano. Revelaram ser novidade para eles a participação em um grupo de estudos, principalmente voltado para questões de formação.

Em seguida, a coordenadora pedagógica informou que a formação ofertada pela Secretaria ocorre semanalmente, às terças-feiras, dia reservado no calendário escolar para procedimentos de planejamento e formação. As etapas de planejamento e formação são intercaladas; em uma terça, ocorre planejamento; na próxima, ocorre formação. Em função desta dinâmica da Secretaria nossos encontros do grupo de estudos, pelo menos neste primeiro semestre, ocorreram quinzenalmente.

Com a anuência de todos os presentes, ficou criado o compromisso de fomentar as ações em um grupo de estudos, podendo avançar conhecendo melhor cada integrante para traçarmos um perfil destes.

Figura 11 - Criação do Grupo de Estudos.

Fonte: Acervo do pesquisador

Com o grupo de estudos criado, aproveitamos a presença dos professores, neste momento primeiro, para aplicar uma entrevista cujo roteiro se apresentou na forma de um questionário, apêndice A, com o propósito de ouvi-los e coletar informações para nortear as ações do projeto desenvolvido dentro do grupo de estudos.

De posse dos questionários respondidos, passamos à análise onde tivemos acesso a informações preciosas para, além de conhecermos melhor os professores, criarmos o projeto para o desenvolvimento das atividades no grupo de estudos com base nas necessidades colocadas por eles. A caracterização se deu sob dois aspectos: pessoal e profissional.

Ao voltarmos os olhares para características pessoais – tabela 01 – observamos que 94% dos professores estão acima de 30 anos de idade, onde 76% destes se situam na faixa até 50 anos, ficando os demais (18%) acima de 50 anos. Do total, 76% declararam ter um relacionamento afetivo fixo, quer sendo casados formalmente (65%), ou participando de uma união estável (11%).

Tabela 01 – Caracterização do perfil pessoal dos participantes

	Idade (Anos)			**Formação** L – Lincenciatura Esp – Especialização M – Mestrado			**Estado Civil** C – Casado U – União estável S - solteiro		
	I<=30	**30> I <=50**	**I>50**	**L**	**Esp**	**M**	**S**	**U**	**C**
Quantidade	1	13	3	17	10	2	4	2	11
Percentual	6%	76%	18%	100%	59%	12%	24%	11%	65%

Fonte Elaborado pelo pesquisador

Observamos que, do ponto de vista profissional, majoritariamente, os professores integrantes do grupo de estudos encontram-se em sala de aula, onde 88% estão exercendo plenamente a docência e 12% estão fora de sala de aula em processo de readaptação; observamos que 82% deles trabalham em mais de uma escola simultaneamente, chegando a professores que ministram aula três turnos 4 dias na semana, envolvendo as redes particular, estadual e municipal; por fim, 88% deles exercem a atividade de professor de matemática há mais de 10 anos, havendo uma predominância de casados da ordem de 65%.

Tabela 02 – Caracterização quanto ao perfil profissional dos participantes

	Situação		**Trabalha em mais de uma escola**		**Tempo de serviço no magistério (Anos)**		
	Em sala	**Fora de Sala**	**Sim**	**Não**	**t<=10**	**10> t <=20**	**t>20**
Quantidade	15	2	14	3	2	9	6
Percentual	88%	12%	82%	18%	12%	53%	35%

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Outro ponto contemplado entre os dados coletados foi a observação de quais conteúdos matemáticos eles encontravam mais dificuldades de ensinar e, na ótica deles, em quais conteúdos os alunos encontravam maior dificuldade de aprendizagem.

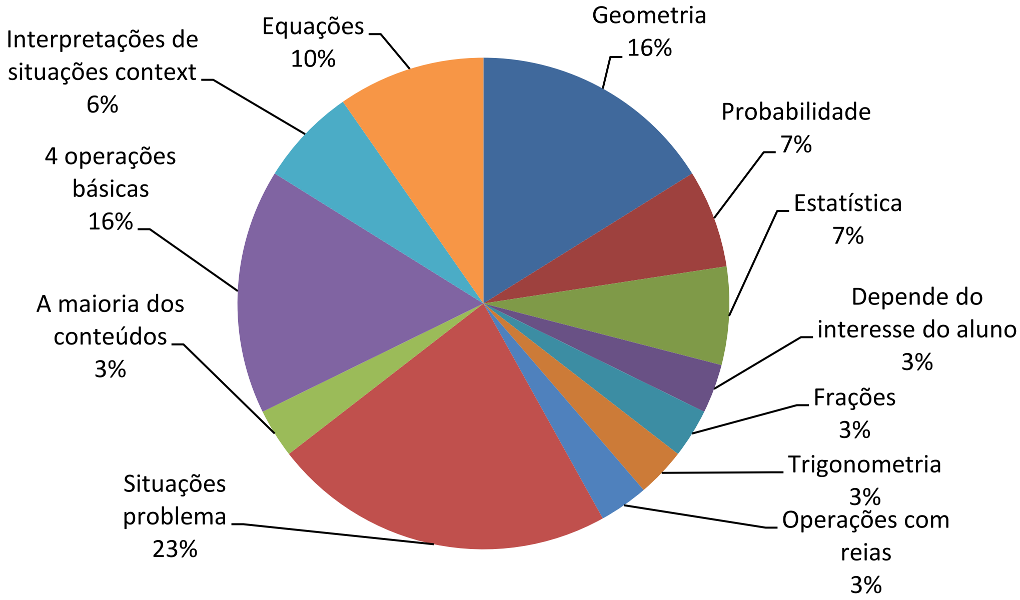
Com relação a dificuldades no ensino de conteúdos matemáticos, uma maioria expressiva (47%) declarou ter dificuldades em lidar com o ensino da geometria no segmento do Ensino Fundamental em que atuam. Essa dificuldade está presente com relação à álgebra (18%), Números e operações (12%), Tratamento da informação (11%) e, por fim, uma parte deles (12%) creditou a dificuldade em ensinar em função do alunado, que ora se apresenta sem base, ora desinteressado, ou ambas as situações, conforme gráfico 01 apresentado a seguir. Esta dificuldade no trabalho com a geometria afeta os demais conteúdos, uma vez que, por meio da geometria, podemos introduzir diversos tópicos da matemática escolar.

Gráfico 01 – Dificuldade de ensino por conteúdos elencados pelos participantes

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Por meio do gráfico 02, apresentado logo após este parágrafo, podemos observar que segundo os docentes entrevistados, 29% dos alunos revelam dificuldade na aprendizagem quando as questões se apresentam como situação contextualizada ou uma situação problema, independente do conteúdo matemático trabalhado por meio destas questões. Para apenas 3% dos entrevistados o interesse se coloca de forma relevante na aprendizagem. Também foram citados pelos professores que 32% têm dificuldade para aprender conteúdo associado ao bloco Números e operações, 16% geometria e 14% assuntos ligados a tratamento da informação.

Gráfico 02 – Dificuldades de aprendizagem evidenciadas pelos participantes



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A dificuldade de quase 1/3 dos alunos, dos participantes do grupo, em fazer a leitura e interpretação de questões dentro de um contexto ou na forma de uma situação problema, pode ser um dos fatores que reforçam o uso massivo de exercícios, submetendo os alunos a um aprendizado mecânico de regras e procedimentos, aparentemente afastado de uma significação que fortaleça um aprendizado significativo da matemática escolar para uma vida em sociedade.

Com relação a visão acerca da Resolução de Problemas como metodologia, a expressão dos participantes pode ser traduzida pelas quatro afirmações que seguem expostas:

> É um procedimento que de certa forma faz com que o aluno, não seja somente levado a resolução mecânica de operações matemáticas, levando-o a pensar um pouco mais e procurar caminhos para sua resolução;
> É uma ferramenta que deveria ser muito útil para uma boa prática no ensino e aprendizagem da matemática;
> Uma ferramenta que proporciona aos discentes pensar sobre algo que faz parte do seu cotidiano.
> Uma metodologia a mais que pode enriquecer as aulas e fazer com que os alunos aprendam a gostar um pouco de matemática.

A partir deste momento, os professores participantes da pesquisa serão citados no decorrer deste trabalho como participantes P_1, P_2,..., P_{20}, procurando preservar suas identidades.

$Paux_4$ – A criação de um projeto para os dez encontros do grupo de estudos apoiado na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

> Ao criar um projeto de trabalho [...] necessita-se de harmonia, pois se passa por uma série de situações diversas. Deve-se analisar o conteúdo matemático proposto [...], observar a realidade dos participantes, propor problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos [...], obter um espaço físico, preparar materiais instrucionais e administrar o tempo destinado à sua aplicação. Além disso, aplicar um projeto para um trabalho diferenciado [...] envolve trabalhar com diferentes personalidades e situações em seu transcorrer, ou seja, não é uma tarefa fácil. (PEREIRA, 2004, p.75)

Conforme preocupação com a formação continuada do professor e como o nosso grupo de pesquisas (GPRPEM) trabalha prioritariamente com a Resolução de Problemas, mais especificamente com o ensino de matemática através da Resolução de Problemas, nosso projeto de trabalho para a pesquisa de campo se configurou na forma de uma proposta de formação dentro de um grupo de estudos, construído sob a voz dos professores através das necessidades colocadas no procedimento P_3, com o objetivo de discutir aspectos teóricos e práticos do processo de ensino de Matemática, bem como o ensino de diversos conteúdos matemáticos apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Assim, André (2009) diz que a formação de professores vem se firmando a cada dia como campo de pesquisa por meio das ações dos Grupos de Trabalho acerca da temática, a metodologia de trabalho própria e a participação crescente dos professores como protagonistas das pesquisas. Por outro lado, partindo das fontes documentais, Imbernón (2016) observa que a formação continuada dos professores tem relação direta com o trabalho docente e impacta de forma marcante no seu fazer de sala de aula. No mesmo sentido, Nóvoa considera que,

> No dia a dia, num “continuum fazer docente”, os professores vão se aperfeiçoando, “fazendo”, refletindo sobre suas próprias ações, compartilhando experiências, adquirindo “estilos de ensino”, construindo tipologias próprias. Vão habitando e construindo seu próprio espaço pedagógico de trabalho, apoiando em determinada visão de homem, de mundo e de sociedade. Refletindo coletivamente sobre seu trabalho, “mobilizando conhecimentos, vontades e competências”. Através de uma formação continuada, os professores vão edificando seu universo profissional e deixando suas marcas na educação. (NÓVOA, 2009, apud PEREIRA; PEREIRA, 2013, p. 132).

Nesse sentido, segundo Huanca (2014), para a criação de um projeto é necessário, primeiramente, pesquisar sobre a formação do professor de matemática dando destaque à Resolução de Problemas. Esse autor ainda levanta uma série de questões: Qual a importância de um projeto na formação continuada desses professores? Como se comportaria cada professor perante a implementação e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? Como construir esse projeto? Por que se faz necessário conhecer e dominar essa metodologia, especificamente no ensino de matemática em sala de aula?

> A resolução de problemas tem um papel fundamental, na formação do professor, por oferecer estratégias teóricas e práticas para o desenvolvimento profissional da ação pedagógica do professor em uma sala de aula. Vemos, também, que a Resolução de Problemas, para os cursos de formação de professores é importante e necessário para que eles sejam multiplicadores nas escolas. (HUANCA, 2014, p. 168)

Também observamos para estruturação deste projeto que “ensinar Matemática através da. Resolução de Problemas é uma abordagem consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 222). Já Huanca (2006) disse que o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas pode propiciar oportunidade de conhecer, mais profundamente, onde o aluno se encontra em termos de conhecimento matemático, ao inseri-lo em um ambiente que privilegia os processos de pensamento na construção do conhecimento matemático. Nesse sentido, acreditamos que ao ensinar matemática utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, esses professores, participantes de nossa pesquisa, estarão, ao finalizar nossos estudos e troca de experiências, dentro do grupo de estudos, em condições de dar a seus alunos uma autonomia para pensar, isto é, desenvolver a sua própria compreensão.

> Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

Para apresentação, discussão no grupo e aplicação por parte dos professores em suas salas de aula, optamos por trabalhar esta Metodologia com base em um roteiro criado por Onuchic e Allevato (2011), cujo detalhamento se encontra nas páginas 91 e 92 deste trabalho, que compreendem as seguintes etapas: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso e formalização do conteúdo.

Os conteúdos considerados para o desenvolvimento deste projeto estão elencados na tabela 03. Como estamos trabalhando com professores de Matemática em exercício no Ensino Fundamental II, buscamos contemplar os conteúdos respeitando os documentos norteadores da educação nacional:

Tabela 03 - Conteúdo possível de ser a ser explorado no Grupo de Estudo

Bloco	Ano	Conteúdo
Números e operações	6º Ano	• Cálculo com números naturais • Divisibilidade (Múltiplos, Divisores e Primos) • Números decimais
	7º Ano	• Cálculo com números inteiros
	8º Ano	• Cálculo com naturais racionais • Plano cartesiano
	9º Ano	• Cálculo com números reais
Álgebra	6º Ano	• Pré-Álgebra (Padrões)
	7º Ano	• Equações
	8º Ano	• Cálculo Algébrico • Sistema de Equações
	9º Ano	• Equações do 2º grau • Funções
Espaço e Forma	6º Ano	• Geometria
	7º Ano	• Geometria
Grandezas e Medidas	6º Ano	• Medidas de comprimento e superfície
	7º Ano	• Medidas de volume • Medida de ângulos • Razão / proporção • Porcentagem
	9º Ano	• Trigonometria
Tratamento da Informação	7º Ano	• Gráficos e Estatística
	8º Ano	• Probabilidade e Matemática Financeira
	9º Ano	• Medidas de Tendência Central

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Considerando que o nosso projeto contempla o estudo de aspectos teóricos e práticos acerca do ensino de matemática, definimos que os encontros teriam dois momentos: um de leitura, discussão e reflexão sobre um aspecto teórico e outro momento onde os integrantes resolveriam um problema que envolve conteúdos matemáticos para oportunizar a mobilização dos diversos conhecimentos por eles trazidos; fomentar o discurso matemático e vivenciar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

O projeto foi desenvolvido durante a realização de 10 encontros, alinhando-se com o calendário das ações da coordenação pedagógica voltadas para a formação continuada. Cada encontro teve duração prevista de 3 horas, ocorrendo quinzenalmente às terças-feiras, das 14 às 17 horas, perfazendo um total de 30 horas de atividades presenciais.

A seguir detalharemos a preparação das atividades a serem realizadas no decorrer dos encontros do grupo de estudos.

Paux$_5$ – Preparação de atividades para execução do projeto contemplando a demanda dos participantes

Vamos elencar, por encontro, as tarefas que planejamos para serem executadas no decorrer da aplicação do projeto no grupo de estudos, conforme apresentado a seguir, cabendo ressaltar que essa é apenas uma proposta baseada nas necessidades do grupo, havendo uma flexibilidade para ajustes nas temática pré-definidas, bem como a inclusão de discussões que o grupo julgar necessárias durante a realização dos encontros. Um caráter de dinamismo e abertura para a propositura de novos temas, ou novas formas de abordar temas correntes, será fomentado durante toda a pesquisa de campo.

Primeiro Encontro

Objetivos do encontro:

- Entrevistar os participantes da pesquisa de campo.
- Apresentar uma visão geral de nossa pesquisa e discutir acerca da formação do professor, o papel da universidade e outros temas ligados à realidade dos docentes.

Texto(s):

- Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade de autoria de Dario Fiorentini.

Segundo Encontro

Objetivos do encontro:

- Discutir as Teorias Construtivistas, onde o aluno deve ser engajar ativamente na construção de seu próprio conhecimento. Construtivismo e teorias de processamento de informação são as teorias mais usadas para se tirar implicações sobre o modo de pensar dos alunos.
- Re(construir) os conceitos sobre números racionais através do problema 1.

Texto(s):

- A Construção do Saber – extraído da Revista Nova Escola (2011) (ANEXO A).

Problema(s):

PROBLEMA1[5]: O Projeto de Integração do Rio São Francisco com as Bacias Hidrográficas do Nordeste Setentrional é um empreendimento do Governo Federal, sob a responsabilidade do Ministério da Integração Nacional, destinado a assegurar a oferta de água, em 2025, a cerca de 12 milhões de habitantes de pequenas, médias e grandes cidades da região semiárida dos estados de Pernambuco, Ceará, Paraíba e Rio Grande do Norte. Dentre as diversas estruturas presentes no eixo norte, destacamos os túneis Cuncas I, considerado o maior da América Latina para transporte de água. Outro túnel, o Cuncas II – que começa em São José de Piranhas e termina em Cajazeiras, ambos os municípios na Paraíba – teve sua construção programada para três etapas. Na primeira etapa a equipe construiu $\frac{5}{8}$ da obra e na segunda etapa foi construído mais $\frac{7}{25}$ da obra. Considerando que nestas duas etapas iniciais foram construídos 3620 metros, quanto falta ser construído na terceira etapa?

Objetivos do problema:

- Trabalhar operando números inteiros e racionais; redução de frações equivalentes; trabalhar o raciocínio proporcional; desenvolver a habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos no processo de ensino e aprendizagem

- Números racionais; operações com números racionais; raciocínio proporcional.

Tarefa extra grupo de estudos

- Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais.

---

[5] Problema construído pelo pesquisador com base em informações disponíveis nos sítios abaixo:
http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2014/11/maior-tunel-do-projeto-sao-francisco-apresenta-94-de-conclusao;
http://www2.ana.gov.br/Paginas/projetos/pisf.aspx

Terceiro Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Apresentar e discutir juntos aos professores a Resolução de Problemas como uma das tendências da Educação Matemática.
- Continuar a discussão dos números racionais no contexto da aprendizagem.
- Observar nos problemas apresentados o raciocínio lógico.

Texto(s):

- Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula, de autoria de John A. Van de Walle. 6ª Ed, 2009. Cap. 4.

Problema(s):

PROBLEMA 2[6]: A companhia de coleta de resíduos sólidos que serve a cidade de Cajazeiras utiliza caminhões que podem conduzir um volume de resíduos de 12 m³. Quando chegarem ao destino esses resíduos serão triturados em uma máquina que processa 12 m³ em 4 horas. Visando a dar maior celeridade à demanda, a empresa adquiriu uma nova máquina que pode processar o mesmo volume em 2 horas. Considerando que o operador irá ligar as duas máquinas ao mesmo tempo, em quanto tempo a carga de resíduos de um caminhão será processada?

Ao responder, registre suas ideias de modo a contemplar os seguintes aspectos:

a) Apresente uma resposta estimada, justificando-a;

b) Apresente a resposta calculada, explicitando suas escolhas e justificando-as. Durante a resolução, utilize apenas procedimentos aritméticos.

c) Analise se foi vantajosa a aquisição da segunda máquina.

Objetivos do problema:

- Trabalhar operando números inteiros e racionais e o raciocínio proporcional; Desenvolver a interpretação do problema escrita matemática.

---

[6] Problema adaptado da obra **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula, de autoria de John A. Van de Walle. 6ª Ed, 2009.

PROBLEMA 3[7]: Um diretor de uma escola, em uma manhã ensolarada, ao passar pelo pátio após o término do intervalo, vê 10 alunos fora de sala e causando certo alvoroço. De imediato ele tem a ideia de dar uma tarefa para ocupar os meninos e lançar uma punição instrutiva por meio do seguinte desafio: **Jovens, formem cinco filas com quatro alunos cada uma!** Ao retornar, pouco tempo depois, para sua surpresa os alunos formaram as filas solicitadas. Em sua resposta, mesmo utilizando representação gráfica, faça uso da linguagem natural para explicar como os alunos se organizaram.

Objetivos do problema:

- Despertar a criatividade para resolver um problema.

Conteúdos discutidos

- Criatividade em Resolução de Problemas. Raciocínio Lógico.

Quarto Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Apresentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sob dois aspectos: como dinâmica de trabalho no nosso grupo e como contribuição para que os participantes possam utilizar no futuro em suas salas de aula.
- Propor dois problemas para discutir a temática de álgebra, detecção de padrões, apresentação da noção de variável e geometria.
- Ligar essa metodologia, objeto de estudo por parte do pesquisador, como o artigo de Jinfa Cai.

Texto(s):

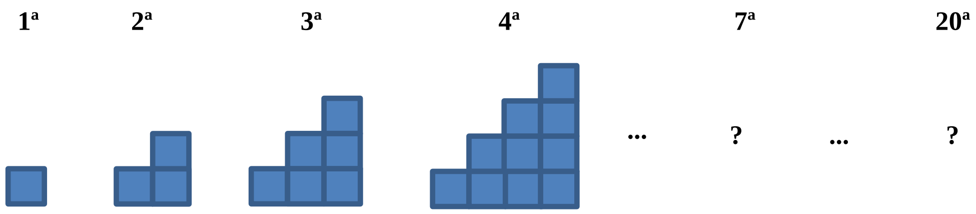
- Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno? Autoria de Jinfa Cai e Frank Lester trad. Antônio Bastos e Norma Allevato.

[7] Poblema adaptado da obra **Problemas e Criatividade:** uma breve introdução, de autoria de Antonio Carlos Brolezzi - FEUSP – 2008. p. 16.

Problema(s):

PROBLEMA 4[8]: Um artista plástico foi convidado para montar uns painéis em diversos muros pela cidade, para ocupar o espaço destinado a pichações ou outros atos que prejudiquem a imagem estética da cidade. Em cada muro, ele deve criar uma composição de modo que no primeiro muro ele colocará apenas um ladrilho. Do segundo em diante, segue o padrão mostrado na figura abaixo:

Posições dos desenhos



1. Como ficará o desenho no sétimo muro? Quantos ladrilhos o artista utilizará?
2. Quantos ladrilhos serão utilizados no 20º (vigésimo) muro?
3. Ele reservou 300 ladrilhos para concluir a tarefa nos 20 muros. Esta quantidade será suficiente para a conclusão do trabalho? Por quê?

Objetivos do problema:

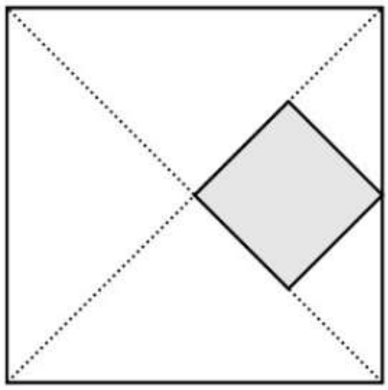
- Identificar padrões; utilizar a linguagem algébrica para representar uma situação matemática real; manipulação de expressões algébricas; desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática;

Conteúdos discutidos

- Números inteiros e operações; álgebra; noções de variável.

[8] Problema adaptado da obra **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula, autoria de John A. Van de Walle. 6ª Ed, 2009. p. 299.

PROBLEMA 5[9]: Um projetista está demarcando um novo loteamento que ocupa uma área de 90000 m^2, próximo à Faculdade Santa Maria, às margens da BR-230 e a planta se encontra ainda conforme a figura ao lado, indicando que teremos quarteirões com dois formatos diferentes. Um cliente adentra o escritório e mostra interesse por um dos quarteirões cuja área se encontra em destaque. Considere que a demarcação dos quarteirões continuará a seguir o padrão iniciado pela área em destaque e responda aos questionamentos levantados pelo cliente.



- Qual a fração da área em destaque em relação à área total?
- É possível responder sem efetuar cálculos matemáticos? Como proceder, caso seja possível?
- Que conhecimentos matemáticos são necessários para a resolução?
- Quando mede a área em destaque?
- Quais formas você consegue observar para os quarteirões?
- Que tópicos de geometria podem ser ensinados a partir da resolução deste problema e das dificuldades observadas durante a sua resolução?
- Que tópicos de matemática podem ser ensinados a partir da resolução deste problema?
- Quais fatores dificultam o ensino da geometria em sua sala de aula de matemática?

Objetivos do problema:

- Estudar formas geométricas, áreas; trabalhar com números racionais sob a relação parte/todo; desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática;

Conteúdos discutidos

- Números e operações, formas geométricas; cálculo de áreas.

[9] Problema adaptado de um desafio publicado no sítio https://solvemymaths.com/2016/12/page/2/ em 03 dez. 2016. Problema de área #37.

Quinto Encontro

Objetivo(s) do encontro:

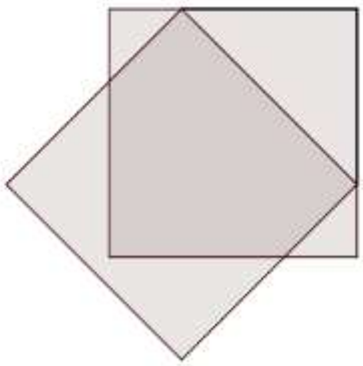
- Apresentar uma visão geral do tema Espaço e Forma – Geometria.
- Trabalhar a geometria utilizando a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Texto(s):

- Trabalhando Espaço e Forma – Considerações iniciais.

Problema(s):

PROBLEMA 6[10]: A figura abaixo mostra a superposição de dois quadrados congruentes. Qual a fração de área sombreada em relação a área de cada quadrado?



Objetivos do problema:

- Estudar formas geométricas, áreas; trabalhar com números racionais sob a relação parte/todo; desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática;

Conteúdos discutidos

- Números racionais, formas geométricas; cálculo de áreas.

Atividade extra grupo de estudos

- O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas. Autores: Marlene Aparecida do Prado e Norma Suely Gomes Allevato.

Sexto Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Apresentar uma visão geral do tema Ensino Reflexivo de Matemática.
- Propor um problema para trabalhar a temática de operações com inteiros e sistemas lineares.

[10] Problema extraído de solvemymaths.com

Texto(s):

- Ensino Reflexivo de Matemática – extraído do livro Como ser um professor um professor reflexivo em todas as áreas de autoria de Hope J Hartman.

Problema(s):

PROBLEMA 7[11]: Um barco subindo um rio, em sentido contrário à correnteza, percorre 40 km em determinado tempo. Depois, descendo o rio, no mesmo sentido da correnteza faz o mesmo percurso com 4 horas a menos. Qual a velocidade do barco, se a velocidade da correnteza é de 16 km/h?

Como explorar este problema em busca da prática de um ensino reflexivo de matemática?

Que estratégias podem ser usadas para a resolução do presente problema?

Que conteúdos podem ser ensinados a partir da resolução do presente problema?

Objetivos do problema:

- Trabalhar com equações de primeiro grau; trabalhar com estimativas e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos

- Equações de primeiro grau; sistemas de equações lineares.

Sétimo Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Ouvir os participantes e promover um debate acerca da indisciplina e da desmotivação na sala de aula.
- Propor um problema envolvendo geometria e álgebra: dado o problema ao grupo, será dado o tempo necessário para sua resolução, a resolução será entregue ao pesquisador com as devidas justificativas do grupo.

[11] Problema extraído do livro didático para o 9º ano, Autoria de Ênio Silveira, intitulado **Matemática:** compreensão e prática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015. p. 275.

<u>Problema(s):</u>

PROBLEMA 8[12]: Salomão é um operador de máquinas de corte em uma fábrica e precisa programar sua máquina para executar um rasgo em uma placa de aço inoxidável que será acoplada a um bisturi elétrico. Para tanto, ele precisa encontrar o valor de x.

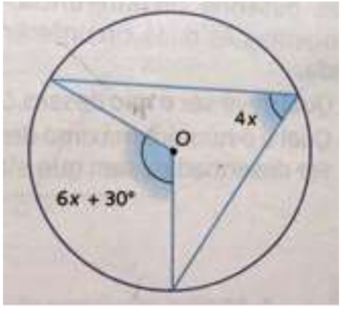
1) Que estratégias podem ser usadas para a resolução do presente problema?

2) Que conhecimentos prévios você observa necessários à resolução do problema?

3) Resolva explicitando, passo-a-passo, o raciocínio/estratégia utilizados.

4) Será possível, por meio de sua resolução, determinar um padrão para esse tipo de problema?

5) Que conteúdos podem ser ensinados a partir da resolução do presente problema?



6) Em que ano do ensino fundamental você considera adequado aplicar esse problema, com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos por meio de sua resolução?

Objetivos do problema:

- Trabalhar com equações de primeiro grau; trabalhar com ângulos e triângulos e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos

- Equações de primeiro grau; conceitos e propriedades dos ângulos e triângulos.

Oitavo Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Proporcionar aos participantes a oportunidade de vivenciar a troca de experiências com ideias distintas relacionando os temas Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade, com foco no ensino básico.
- Propor um problema para construir o conceito de Probabilidade Geométrica.

Textos (s):

- Ideias sobre Geometria no Ensino Básico
- Ideias sobre Grandezas e Medidas no Ensino Básico

---

[12] Problema extraído do livro didático para o 9º ano, autoria de Ênio Silveira, intitulado **Matemática:** compreensão e prática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015. p. 275.

- Ideias sobre Probabilidade e o Ensino Básico

Problema(s):

PROBLEMA 9[13]: Se tomarmos uma vareta e partirmos em três partes, qual a probabilidade de que seja possível construir um triangulo com essas partes?

Objetivos do problema:

- Trabalhar com plano cartesiano, trabalhar com representações no plano; probabilidade e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos

- Plano cartesiano; representação de uma inequação no plano e probabilidade geométrica.

Nono Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Discutir o texto apresentado pelo pesquisador.
- Propor um problema para resolver por diferentes caminhos e verificar a validade da solução.

Texto(s):

As dificuldades de ensinar matemática no contexto da formação continuada

Problema(s):

PROBLEMA 10[14]: Um vendedor de ovos chega pela manhã à feira e já perto do meio dia, ansioso para ir para casa, lança uma promoção: quem comprar a metade dos ovos leva mais meio ovo. Após atender três clientes, restou uma dúzia de ovos para serem vendidos. Quantas dúzias de ovos estavam à venda antes do início da promoção?

Objetivos do problema:

- Trabalhar com cálculo mental; trabalhar com álgebra e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutido

- Expressões algébricas e expressões numéricas.

Tarefa extra grupo de estudos:

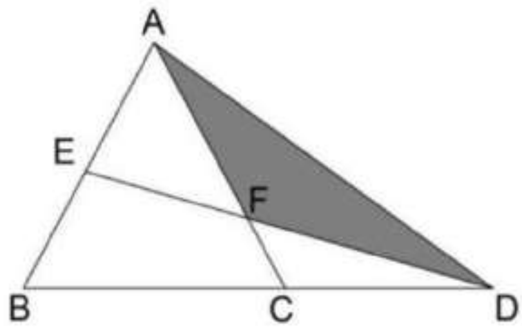
---

[13] Problema apresentado pelo professor Ledo Vaccaro em uma das aulas do PAPMEM/IMPA/2015

[14] Problema apresentado pelo professor Ledo Vaccaro em uma das aulas do PAPMEM/IMPA/2015

PROBLEMA 11[15]:

Em um triângulo equilátero ABC, de área $36\sqrt{3}\ cm^2$, prolonga-se a base $\overline{BC}$ e sobre o prolongamento, a uma distância de 6cm do vértice C, marca-se o ponto D. Une-se o ponto D até o ponto E, que é ponto médio de $\overline{AB}$ e marca-se um ponto F na intersecção de $\overline{AC}$ com $\overline{DE}$.



A área do triângulo ADF, em centímetros quadrados é ? Adote $\sqrt{3} = 1{,}7$.

Objetivos do problema:

- Trabalhar com propriedades e áreas de figuras planas; Trabalhar relações trigonométricas; trabalhar operações com número reais e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos

- Área de figuras geométricas; Operações com números reais; proporção; semelhança de triângulos; Teorema de Menelau.

Décimo Encontro

Objetivo(s) do encontro:

- Avaliar a tarefa extra grupo deixada no encontro anterior.
- Propor um problema relacionado ao número de ouro.
- Ler e discutir o texto entregue pelo pesquisador.
- Entrevistar os participantes.
- Encerramento das atividades de coleta de dados.

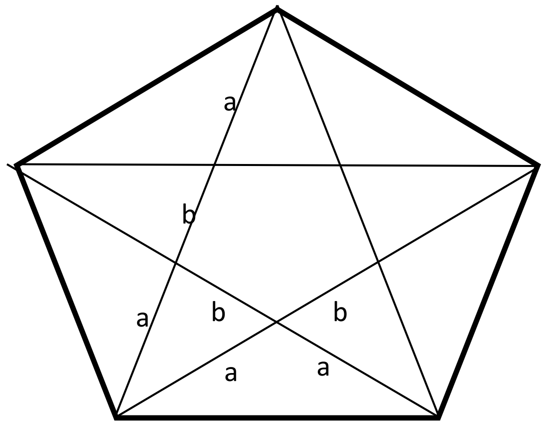
<u>Texto(s):</u>

A matemática além dos padrões: estética, beleza e criatividade.

[15] Problema de uma prova de concurso público, Edital nº 237/2016, realizado pela Secretaria de Educação do Estado de Rondônia.

Problemas

PROBLEMA 12[16]: Considerando o pentagrama da figura abaixo, qual o valor da razão a/b?



Objetivos do problema:

- Trabalhar com propriedades de figuras planas; introduzir o conceito de número de ouro; trabalhar operações com número reais e desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática.

Conteúdos discutidos

- Semelhança de triângulos; razão; Operações com números reais; proporção; equações do segundo grau.

[16] Problema apresentado pelo professor Ledo Vaccaro em uma das aulas do PAPMEM/IMPA/2015

8 PRODUÇÃO E ANÁLISE DE DADOS: VISANDO OS ENCONTROS DA PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo, trazemos o prosseguimento da execução de nossa pesquisa, nos debruçando sobre as tarefas de coletar e interpretar evidências, relatar os resultados obtidos e fornecer subsídios para antecipar a ação de outros pesquisadores, ações que integram o terceiro bloco das atividades metodológicas de Romberg, que adotamos para estruturar as trilhas da pesquisa. Nesse sentido, expomos em primeiro plano, os instrumentos de coleta e de análise de dados para em seguida procedermos a descrição dos encontros do grupo de estudo onde a nossa pesquisa foi desenvolvida, finalizando com a apresentação das considerações preliminares.

8.1 INSTRUMENTOS DE COLETA E ÁNALISE DE DADOS

Uma vez que o pesquisador procura identificar aspectos subjetivos de uma dada realidade, dentre os diversos métodos para pesquisa, este trabalho é de cunho qualitativo. Nesse sentido, para Minayo (2014) a pesquisa qualitativa tem se mostrado melhor adaptada quando aplicada a investigação com grupos sociais delimitados e com foco bem definido, entendimento este que coaduna com a nossa opção de investigar dentro de um grupo de estudos, um grupo de pessoas com atuação social e interesses semelhantes.

Brasil (2017) apresentou, conforme a figura 12, uma síntese de palavras chaves relativas à pesquisa qualitativa que permite um claro entendimento acerca de suas características essenciais, evidenciando a tendência a uma análise indutiva, onde se privilegia o processo em relação aos resultados e a imersão do pesquisador no ambiente. Ainda essa autora, apoiada em Bogdan e Biklen, disse que, por exemplo, além de notas de campo, fotografias, dentre outras fontes de dados, também existem dados oriundos de vídeos, gravações, entrevista, etc.

> Os dados não são apenas aquilo que se recolhe no decurso de um estudo, mas a maneira como as coisas aparecem abordadas em um espírito de investigação. Para Bogdan e Biklen a pesquisa qualitativa envolve programas, objetos e acontecimentos e leva-los ao instrumento sensível de sua mente de modo a discernir o seu valor como dados (BOGDAN e BIKLEN apud BRASIL, 2017, p. 139).

Figura 12: Palavras chave sobre a pesquisa qualitativa

Fonte: Brasil (2017)

Ainda sobre o conceito de pesquisa qualitativa, Oliveira (2014, p. 59) fala em uma "tentativa de se explicar em profundidade o significado e as características do resultado das informações obtidas através de entrevistas ou questões abertas, sem a mensuração quantitativa de características ou comportamentos".

Quanto aos instrumentos ou técnicas desta abordagem a autora destaca como mais importantes as observações, histórias de vida, questionários e entrevista semiestruturada. Sobre as técnicas de observação, ela defende a ideia de que deve ser feita de maneira bem planejada, podendo se dar de forma direta ou participante.

O instrumento de pesquisa que utilizamos fortemente foi a observação, planejada e executada de forma sistemática, tanto direta quanto participante, além de instrumentos complementares onde se apresentam as narrativas, questionário e entrevista semiestruturada.

Realizamos registro em notas de campo, áudio, vídeo e fotografias dos encontros para uma análise posterior ao momento da ação, para subsidiar a nossa observação direta, em busca de aspectos e informações que não tenham sido revelados no momento da ação. Afinal, no entender de Oliveira (2014), o método de observação direta ainda pode se apoiar em vídeos e em fotografias que podem ser posteriormente analisadas, tanto do ponto de vista da abordagem quantitativa como da qualitativa.

A observação participante se deu por meio da nossa presença dentro do grupo de estudos, interagindo em cada encontro com os demais professores integrantes do corpo da pesquisa. Foi decisão nossa, minha e de meu orientador, iniciar esta observação de maneira artificial, que ocorre "quando o observador se integra ao grupo com o objetivo de fazer a pesquisa" (OLIVEIRA, 2014, p. 81), revelando a razão pela qual estávamos nos associando ao grupo por um espaço de tempo finito.

8.2 APLICAÇÃO DO PROJETO NO DECORRER DOS ENCONTROS DO GRUPO DE ESTUDOS.

A partir deste tópico, o pesquisador relatará os resultados obtidos, considerando o caminhar da nossa pesquisa, buscando ser fiel ao acontecido, por meio dos diversos registros feitos por ele. Inicialmente apresentaremos os locais onde ocorrerão os encontros do grupo de estudos, descreveremos cada encontro com sua respectiva análise e finalizaremos com as considerações preliminares dos dez encontros.

8.2.1 Local de realização dos encontros

Todos os encontros aconteceram na cidade de Cajazeiras (PB) com alternância de sede entre a sala de capacitação e eventos da Secretaria Municipal de Educação - SME e a sala de aula nº 06 do Campus do IFPB situado na mesma cidade. No primeiro contato na SME nos foi ofertada uma sala que se encontrava reservada para ações de capacitação, essa possuía a estrutura para reunião com uma mesa, cadeiras, climatização, iluminação suficiente para atividades de leitura e escrita, conforme figura 13.

Figura 13 – Ambiente utilizado na Secretaria Municipal de Educação

Fonte: Acervo do Pesquisador

Como essa sala não possuía carteiras e quadro e nossos encontros envolviam atividades matemáticas, procuramos apoio no Campus do IFPB da mesma cidade, para intercalar alguns encontros, onde fomos muito bem recebidos e nos cederam a sala de aula nº 6, climatizada, com carteiras confortáveis, bem iluminada e com uma lousa ampla onde poderíamos ampliar o trabalho com a matemática, como pode ser notado pela figura 14.

Figura 14 – Ambiente utilizado no IFPB Campus Cajazeiras

Fonte: Acervo do Pesquisador

Complementando a estrutura física, podíamos contar com projetor multimídia (data show), bastando apenas reservar com antecedência, e todo suporte operacional das duas Instituições. Além disso, ainda foi colocado à nossa disposição o Laboratório de Matemática do mesmo ambiente institucional, de excelente estrutura e aparelhagem.

No tocante às amenidades, em todos os encontros, quer realizados nas dependências da SME ou do Campus do IFPB, esteve ao alcance dos participantes café e água.

8.2.2 Descrição dos encontros

Primeiro encontro

O primeiro encontro do grupo de estudos ocorreu no dia 11 de abril de 2017, na sala de capacitação e eventos da SME, onde o pesquisador estava às 14 horas para a recepção dos professores de matemática que lecionam no Ensino Fundamental e que puderam nesta data comparecer e que integravam o grupo de estudos.

Os professores foram chegando, um a um, se acomodando e às 14h30min pudemos dar as boas-vindas. Foi feita uma breve apresentação de cada um dos presentes na sala, começando por mim e dando sequência ao demais presentes no momento em que cada professor assinava a lista de presença.

Dando prosseguimento, solicitamos a cada integrante que procedesse a leitura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e caso estive de acordo com o texto lido, apusesse sua assinatura no documento. Após uma leitura silenciosa, todos concordaram e assinaram o documento e, assim, recolhemos para serem guardados juntos aos demais documentos da pesquisa.

Em seguida foi lhes entregue um questionário elaborado pelo pesquisador para levantamento de informações e conhecer o perfil dos participantes em relação à temática que será discutido, as dificuldades frente ao conteúdo matemático e as problemáticas da sala de aula.

Figura 15 – Professores iniciando as atividades

Fonte: Acervo do pesquisador

Dando continuidade o pesquisador fez uma breve apresentação por meio da qual trouxe três temáticas para serem apresentados e colocados para discussão, as quais se definiam como: Resolução de Problemas no ensino de matemática; Trabalho Colaborativo e o que vem a ser um problema.

Para dar início a discussão sobre a Resolução de Problemas o pesquisador direcionou aos professores a seguinte pergunta: Para vocês, o que é Resolução de Problemas enquanto uma metodologia de ensino de Matemática?

Dos 16 participantes presentes alguns fizeram uso da palavra. Após ouvi-los, foi possível observar que as colocações se resumiam a resposta do questionário de 5 participantes:

P_{19}: *É um procedimento que de certa forma faz com que o aluno não seja somente levado a resolução mecânica das operações matemáticas, levando a pensar um pouco mais e procurar caminhos para a sua resolução.*

P_{7}: *Uma metodologia a mais que pode enriquecer as aulas e fazer com que os alunos aprendam a gostar um pouco de matemática.*

P_{10}: *Uma ferramenta a mais para as aulas de matemática no processo de ensino e aprendizagem.*

P_{12}: É uma ferramenta que deveria ser muito útil para uma boa prática no ensino e aprendizagem de matemática.

P_{13}: *Ferramenta que pode fomentar o interesse de se envolver no processo pelo aluno e uma boa alternativa para buscar melhorar o quadro atual.*

Após acolher as opiniões dos participantes, o pesquisador iniciou a apresentação das três temáticas de trabalho para o grupo de estudos.

Ao tratar da Resolução de problemas no ensino de matemática, com o objetivo de situar os presentes no encontro no assunto tratado, foi feito um breve resgate histórico, partindo da publicação de How to Solve it (1945) por George Polya; passando pela década de 80 e a Agenda para Ação do CNTM, que colocava a Resolução de Problemas como o foco da Matemática escolar durante essa década.

As pesquisas de dois cientistas americanos, Schroeder e Lester no ano de 1989, que conforme discutido no capítulo 4 desta dissertação, evidenciam três abordagens relativas à Resolução de Problemas associadas ao ensino que são: a teorização da Resolução de Problemas; aplicação da matemática na Resolução de Problemas e ensinar via Resolução de Problemas.

Finalizamos esta parte citando trabalhos de alcance nacional, que envolvem o ensino de matemática através da Resolução de Problemas desenvolvidos pelos membros do GTERP e a proposição e exploração de problemas no ensino da matemática, produzidos pelo pesquisador paraibano professor Dr. Silvanio de Andrade.

Abordando a segunda temática, o trabalho colaborativo no contexto do desenvolvimento profissional, o pesquisador buscou explicitar que o desenvolvimento profissional passa pela formação, acrescido de outros elementos. Ficou claro no encontro a busca por uma postura colaborativa entre os membros do grupo, porém por limitações de ambas as partes entendemos a necessidade de partir de uma postura cooperativa, possível de ser mantida por todos nestes momentos primeiros e, com a evolução de nossas ações, caminharmos rumo ao trabalho colaborativo.

Durante a apresentação os participantes iam fazendo observações que nos levaram, ao final deste segundo bloco da exposição, a montagem da figura 16 que mostra a intersecção entre três fatores associados ao desenvolvimento profissional.

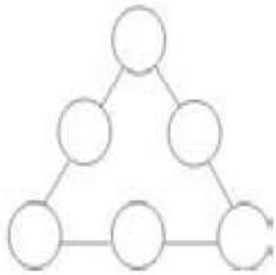
Figura 16 – Aspectos do desenvolvimento profissional

Fonte: Elaborado pelo autor

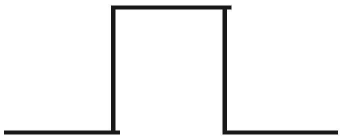
A figura 16 reflete que, para os participantes, o tempo para estudar e trocar experiências em busca de uma formação pode acontecer mais fortemente neste grupo de estudos, onde os aspectos formais e a cooperação coexistem e são preponderantes inicialmente. Além disso, constaou-se a necessidade de reforçar a entrada dos aspectos não formais e da colaboração em harmonia com os demais elementos, já que nos momentos extra grupo, estão ministrando aulas e tocando as atividades pessoais, aparentemente desvinculadas do seu desenvolvimento profissional.

O pesquisador inicia a última temática com a seguinte pergunta: O que vem a ser um problema?   Algumas definições foram apresentadas e, após discussões, chegamos a um consenso em trabalharmos, doravante, com a definição de Onuchic (1999, p. 215), para quem um "problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em resolver". Finalizando esta temática o pesquisador, nos slides finais da apresentação em PowerPoint, apresentou três tipos de problemas.

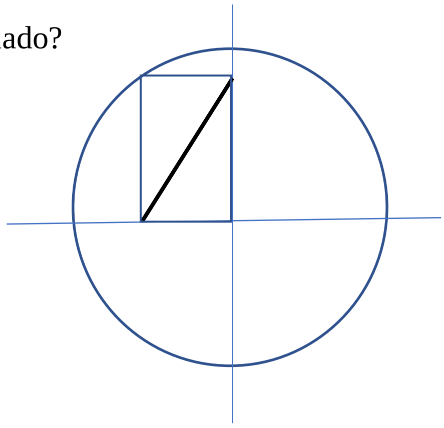
1. Escreva os números de 1 a 6 no desenho do triângulo ao lado, de tal forma que a soma dos números em cada lado do triângulo seja igual.



2. Pretende-se construir portas com palitos. É possível construir uma porta com 5 palitos, conforme figura ao lado. Observe se é possível construir duas portas com 9 palitos. Para construir 10 portas quantos palitos serão utilizados? É possível determinar uma expressão que reflita esse comportamento e permita calcular a quantidade de palitos para qualquer quantidade de portas a construir?



3. Dado um círculo de centro C e raio medindo 5cm, quanto mede a diagonal do retângulo em destaque na figura ao lado?



Nesse sentido, durante a apresentação das temáticas pelo pesquisador, analisamos que, com relação a estres três problemas, a maioria dos participantes tentou rabiscar alguma coisa em busca da solução, embora essa não fosse a intenção.

A discussão alongou-se e não conseguimos iniciar a leitura do texto **Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade**, de autoria do Dr. Dario Fiorentini, pesquisador e professor da UNICAMP. Em virtude disso, entregamos uma cópia do mesmo para que cada um dos participantes fizessem a leitura até o próximo encontro – já que dispúnhamos de duas semanas – e pelo posicionamento da discussão no texto que se alinha com o pensamento que queremos fomentar paulatinamente dentro do nosso grupo de estudos. Feito isto, encerramos o encontro.

Segundo encontro

O segundo encontro do grupo de estudos ocorreu no dia 25 de abril de 2017, na sala de capacitação e eventos da Secretaria Municipal de Educação, contando com a presença do pesquisador e mais 15 professores. O encontro começou as 14h15min. Como acordado no último encontro iniciamos com a discussão do texto que ficou para leitura.

De início, fiz o seguinte questionamento: *Todos conseguiram ler o texto que deixamos para discussão no primeiro momento deste segundo encontro?*

Para a minha surpresa, 12 dos 15 participantes responderam de forma uníssona:

- *Não.*

P_2: *Inclusive, professor, conversei aqui com os colegas e gostaríamos de pedir para fazer as leituras aproveitando o espaço do grupo de estudos. Sabe como é né... a correria do dia a dia... Muitos colegas aqui trabalham 3 turnos até três dias por semana.*

O pesquisador concordou e deu mais alguns minutos para uma breve leitura. Ao terminar o tempo facultou a palavra para quem desejasse começar a fazer as considerações acerca do texto lido. O participante P_{14}, deu início falando:

P_{14}: *Professor, apesar do texto aqui falar algo assim, mas ainda tá distante o ensino que nós professores temos na Universidade, ainda tá bem distante do que é trabalhado por nós professores dentro da sala de aula, ainda é uma distância terrível. Por que realmente quando a gente entra na Universidade a gente sabe que vai ensinar o ensino fundamental e médio. E ainda não tá diferente pois eu tenho uma sobrinha, que terminou matemática acho que tá com um ano e pouco. A gente entra na Universidade e já sabe que vai fazer uma licenciatura pra ensinar Educação Básica: Ensino Fundamental e Médio. Quando nós chegamos na Universidade, o nível que a gente vai estudar é um nível que a gente fica, olha a expressão, boiando. Nem a gente aprende a lidar com a sala de aula, com as metodologias, com a prática de sala de aula e nem os conteúdos do fundamental e médio, pra dizer assim, você vai sair daqui, ao menos em termo de conteúdo, tendo domínio. É uma coisa muito além do que a gente vai precisar para sala de aula. Se a gente parte para um mestrado em Educação Matemática ou em outra parte, pode até ser pois a educação matemática já tá mais difundida. É muito complicada essa parte de licenciatura por que se você vai fazer um mestrado, digamos, eu terminei o mestrado em 2012, acho que faz quase 5 anos. Quando eu cheguei na UFPB, lá em João Pessoa, fica aquela coisa, vamos demonstrar/provar. Aí você diz assim, meu Deus, se eu for com essa prática para a sala de aula! Aí aqui vem já uma opção, PROFMAT, Mestrado profissionalizante em Matemática. Quando fomos fazer... eu mesma sou da primeira turma do PROFMAT lá de João Pessoa. Eu pensei: não, agora a gente vai ter uma luz pra aprender.*

Que nada, quando chegou lá foi só prove/demonstre, que a gente sabe que não vai ter aquilo em sala de aula, poucas coisas, por exemplo sendo bem clara, a fórmula de Bhaskara tem a demonstração nos livros do nono ano. Você até faz aí o aluno diz: oxente professora, eu vou trabalhar com isso? Aí quando você diz não, vamos aplicar a fórmula é só resolver a equação, já facilitou. A maioria até consegue aprender a trabalhar com a fórmula de Bhaskara. Porque a demonstração mesmo, de onde veio aquele delta, bê dois menos quatro a cê, tá perdido.

O participante P_6, pediu a palavra e complementou.

P_6: *Cada vez mais eu acho correto começar a ensinar muito cedo para aprender o lado da sala de aula. Acho que esse foi o caminho pra gente, o caminho correto. Essa fase inicial do estágio, quando começa o estágio nas escolas, a gente pegou um estagiário, na escola onde a gente ensina, que ele começou logo escrevendo equações com dois esses (ss), equações algébricas com dois esses (ss), equações depois algébricas, logo de cara e tem, já fazia já uns seis períodos de matemática, que dizer, o pessoal chega para estagiar e não tem o preparo. A gente já começou primeiro período indo para a sala de aula já, aprendia e sala de aula e aí aprendia em paralelo, funcionava muito bem na realidade, né. Hoje eles ficam só presos ali, quando saem para ir para a prática, quando chega na prática, numa turma de 6º ou 7º ano os caras ficam tremendo na base para poder entrar, maior tensão do mundo.*

Neste momento interviu o participante P_2, dizendo.

P_2: *Quando eu estava na Universidade essa era uma questão em que a gente trombava [batia de frente] com o nosso coordenador na Universidade. a história da elaboração do projeto para você descer e aplicar nas escolas e a nossa proposta lá para o Coordenador era a seguinte: a gente preparava o projeto e a Universidade descer, pegar os alunos e levar pra lá. Quando você sabe que os projetos, eles querem que você desenvolva um projeto no estágio. Rapaz, você como professor tem projeto que você começa o ano com um projeto e termina o ano e você não conseguiu resultado, como é que você vai conseguir resultado num período de estágio. Lá com o nosso coordenador a proposta era essa. Coordenador, e se a Universidade descer e fizer o convite? Até mesmo porque tem a história, só ia quem estava a fim, então eu acho que a coisa andaria. E o outro questionamento era a finalidade mesmo de uma Licenciatura, porque se o cara sair da Universidade e for dar aula com o que ele aprende lá ele não dá não. Ele vá sentar, vá pegar seus livros, vá aprender por conta.*

Dando prosseguimento nas discussões do texto “**Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade”** a participante P_{14} trouxe para o grupo o relato de uma experiência vivida em outro processo de formação, onde o assunto discutido era o ensino de matemática por meio do uso de jogos.

Nesse instante o P_{12} pede a palavra e se dirige ao pesquisador:

P_{12}: Ora... o joguinho dos dados que eu disse a você que eu fiz, e imprimi naquele papel mais grosso e plastifiquei, distribuo um tabuleiro para quatro alunos e dou para cada um uma pitchulinha com três dados dentro. A primeira vez que eu levei lá eu colei logo com super bond. Eu sabia que quando fosse entregar alguém ia querer abrir pra tirar os dados [risos]. O que acontece, os dados eles têm um critério, de início eles vão formular operações com aqueles três dados para dar aquele número 1 lá e tem a sequência até 10. Quem atingir o 10 primeiro aí teria uma certa pontuação minha e teria que demonstrar, anotar todas as fórmulas que utilizou em cada jogada, por exemplo, multiplicação, adição, envolvendo os três números tirados nos dados. Menino, isso foi uma febre e é tanto que eles querem que faça aquilo toda aula, tá entendendo? Agora numa sala com 40 alunos às vezes não tem nem como andar na sala.

Neste ponto, o P_6 destaca a alta carga horária a que estão submetidos uns professores.

P_6: *Eu vi um professor, com 06 aulas por semana, dizendo eu vivo do trabalho, não para o trabalho, brigando porque ia ficar com 06 aulas por semana, por semana! E a gente dá 16 por dia e não tá nem preocupado com isso.*

Encerrando as falas sobre o texto deixado no encontro anterior, observamos que os participantes vivenciam em seu cotidiano diversas situações que são contempladas pela leitura. Ao final do registro deste encontro, fazendo uma análise, destacaremos o que ficou evidente das discussões acontecidas.

Em seguida, solicitamos aos participantes que formassem três grupos, com 5 pessoas cada, de livre escolha, para o segundo momento de estudo de teorias desta tarde que consistiu em leitura e destaque dos pontos mais importantes observados por cada grupo sobre o texto **A Construção do Saber**, de autoria de Ivan Paganotti, publicado da Revista Nova Escola, em maio de 2011, na seção Teoria passada a limpo.

Os professores, se agrupando livremente, formaram três grupos assim estruturados: 1 (P_4, P_6, P_{11}, P_{14} e P_{18}); 2 (P_3, P_5, P_8, P_{12} e P_{15}) e 3 (P_2, P_9, P_{13}, P_{16} e P_{17}).

Terminada a leitura, recebemos as anotações de cada grupo que estão dispostas nas páginas seguintes, e passamos a ouvir cada representante durante a exposição do arrazoado para a justificação das observações de seu grupo.

Figura 17 - Segundo encontro: anotações do grupo 1

Após a leitura em grupo, tome nota dos pontos destacados pelo grupo para a que orepresentante possa efetivar a discussão na plenária.

Pontos a destacar do texto após leitura e discussão no interior do grupo
. O que interessa, ~~na opinião da especialista~~ não é avaliar as dificuldades das crianças, mas suas diferenças: importante para o aprendizado
. Não há um estudante igual a outro
. O professor deixa de ser encarado como a única fonte de saber; seu papel não é diminuído
. Críticas as avaliações que investigam o passado da aprendizagem
. É importante aproximar alunos com diferentes níveis de ensino
. Zona real e proximal (limite)

Fonte: Acervo do pesquisador

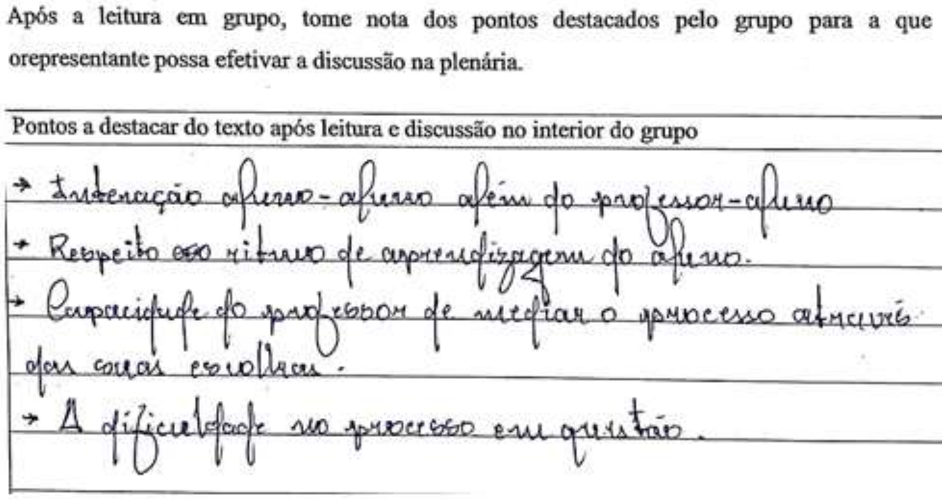
Figura 18 - Segundo encontro: anotações do grupo 2

Após a leitura em grupo, tome nota dos pontos destacados pelo grupo para a que orepresentante possa efetivar a discussão na plenária.

Pontos a destacar do texto após leitura e discussão no interior do grupo
. Não basta, portanto, determinar o que um aluno já aprendeu para avaliar seu desempenho.
. As habilidades individuais são distintas, o que significa também que cada criança avança em seu próprio ritmo + é uma excelente oportunidade de promover a troca de experiências.
. Troca de experiências → professor mediador.

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 19 – Segundo encontro: anotações do grupo 3



Após a leitura em grupo, tome nota dos pontos destacados pelo grupo para a que orepresentante possa efetivar a discussão na plenária.

Pontos a destacar do texto após leitura e discussão no interior do grupo

→ Interação aluno-aluno além do professor-aluno
→ Respeito ao ritmo de aprendizagem do aluno.
→ Capacidade do professor de mediar o processo através das suas escolhas.
→ A dificuldade no processo em questão.

Fonte: Acervo do pesquisador

Em seguida, o pesquisador perguntou quem poderia ser o primeiro a começar a exposição de observações e o participante P_2, do grupo 3, deu início às falas:

P_2: *Professor, aqui desse texto nós pegamos quatro coisas: interação aluno-aluno além da professor-aluno, muitas vezes a gente observa que é muito mais fácil um aluno entender o que outro aluno tá tentando explicar que o professor, a linguagem aluno-aluno acho bem mais interessante que a professor-aluno, tem coisa que você passa um bom tempo tentando mostrar para ele e não consegue eu um colega dele se senta ao lado e ele num instante consegue entender por meio da interação aluno-aluno. O segundo ponto que aí são coisas que se a gente for prestar atenção, no nosso dia a dia a gente não leva muito em consideração não, que é respeitar o ritmo de aprendizagem do aluno, até mesmo porque, entre aspas, nós somos pressionados pelo currículo, então em muitos casos não dá pra levar em consideração o ritmo de aprendizagem do aluno não. O terceiro é porque ele enfatiza o seguinte: diante de tudo isso aí a capacidade do professor de atuar como mediador através de suas escolhas é de fundamental importância. Há teorias que acham que o professor vai deixar de existir em função da EAD e por último, mostrei até a* P_{13} *que lá na última página ele coloca a dificuldade do processo em questão (leitura de trecho do texto). Naquele livro que você postou eu estava dando uma olhada e ele fala das inúmeras tentativas que os caras colocam na aprendizagem da matemática, matemática moderna, etnomatemática, educação matemática, a história da organização dos jogos, mas os nossos resultados são pífios, quase inexistentes. Se a gente for prestar atenção, veja que os caras vão lançando modas, vão lançando teorias, e no final das contas, a gente senta e discute o seguinte: estudar é ruim demais, se nós formos prestar atenção, hoje quem de nós tem saco pra ficar 3 horas sentado estudando?*

Encerrando o ciclo de exposições o participante do grupo 1, a P_{14}, fez a sua fala:

P_{14}: Dos pontos que a gente tinha colocado, vários já foram discutidos, mas a gente tinha colocado no finalzinho, zona real e proximal, mas assim eu acho, eu, eu não faço a minha ação com foco na ZDP, por que? Em minhas avaliações , a gente tem sempre na mente avaliar o que o aluno não aprendeu para redirecionar seu trabalho, mas gente não pensa assim e quando vai fazer um plano diz: não, vou avaliar o que ele não aprendeu mas eu quero é saber o que ele pode aprender, o que que eu vou fazer para que ele possa aprender, etc., então geralmente nas avaliações que a gente está fazendo, que é essa a avaliação que a gente tem de colocar de 0 a 10, a gente avalia mesmo o que ele não aprendeu. Por que a gente diz que ele não aprendeu isso, não aprendeu aquilo, não aprendeu. Mesmo tendo uma recuperação continuada, que a gente tem que fazer e a gente não faz, por que a gente pega a prova, entrega, revisa aquele conteúdo e não revisa pensando como ele pode aprender, o que ele pode aprender, a gente pega corrige a prova e aplica outra prova. E tem uma parte aqui que dizia assim: numa parte o texto tece críticas às avaliações que investigam o passado. Eu acho que a gente está investigando mais o passado do que esse limite, o que o aluno pode vir a ser.

Após esses dois momentos de leitura e debate, fizemos um intervalo de dez minutos e retomamos as atividades mantendo os grupos livremente associados, de modo que integrar um grupo não fosse um fator limitante para o desenrolar das atividades. Neste instante o pesquisador coloca em prática as primeiras etapas do roteiro apresentado por Onuchic e Allevato (2011) para a resolução do problema de matemática selecionado para este encontro.

Com todos em seus lugares, passamos a entrega de uma cópia do problema para cada integrante do grupo, com o objetivo de proporcionar condições para que todos do grupo se envolvessem com a atividade a ser desenvolvida. Após terem feito a leitura individual, lemos em conjunto o problema e, com todos confirmando que entendiam o que estava sendo proposto e pedido, estipulamos um tempo para a resolução. Propositadamente o problema possui um vasto enunciado, e permite que se trabalhe propriedades, estruturas e operações com números racionais.

Durante as discussões que alimentam a resolução do problema, o pesquisador foi de grupo em grupo, para acompanhar o trabalho cooperativo e colaborativo e oportunamente levantar questionamentos acerca das estratégias adotadas pelo grupo para construir a solução do problema 01.

Problema 01: O Projeto de Integração do Rio São Francisco com as Bacias Hidrográficas do Nordeste Setentrional é um empreendimento do Governo Federal, sob a responsabilidade do Ministério da Integração Nacional, destinado a assegurar a oferta de água, em 2025, a cerca de 12 milhões de habitantes de pequenas, médias e grandes cidades da região semiárida dos estados de Pernambuco, Ceará, Paraíba e Rio Grande do Norte.

Dentre as diversas estruturas presentes no eixo norte, destacamos os túneis Cuncas I, considerado o maior da América Latina para transporte de água. Outro túnel, o Cuncas II – que começa em São José de Piranhas e termina em Cajazeiras, ambos os municípios na Paraíba – teve sua construção programada para três etapas. Na primeira etapa a equipe construiu $\frac{5}{8}$ da obra e na segunda etapa foi construído mais $\frac{7}{25}$ da obra. Considerando que nestas duas etapas iniciais foram construídos 3620 metros, quanto falta ser construído na terceira etapa?

A figura 20 exibe os participantes produzindo em grupo, trabalhando as estratégias para a resolução do problema 1.

Figura 20 – Segundo encontro: grupos trabalhando na resolução do problema 1

Fonte: Acervo do pesquisador

Terminado o tempo estipulado para as discussões e resolução do problema, e considerando que já estávamos perto das 17 horas e não tínhamos uma lousa disponível, não houve uma exposição das respostas dos grupos para serem analisadas por todos os participantes, apenas o pesquisador recolheu as soluções, que seguem dispostas conforme as figuras 21, 22 e 23:

Figura 21 – Segundo encontro: resolução do problema pelo grupo 1

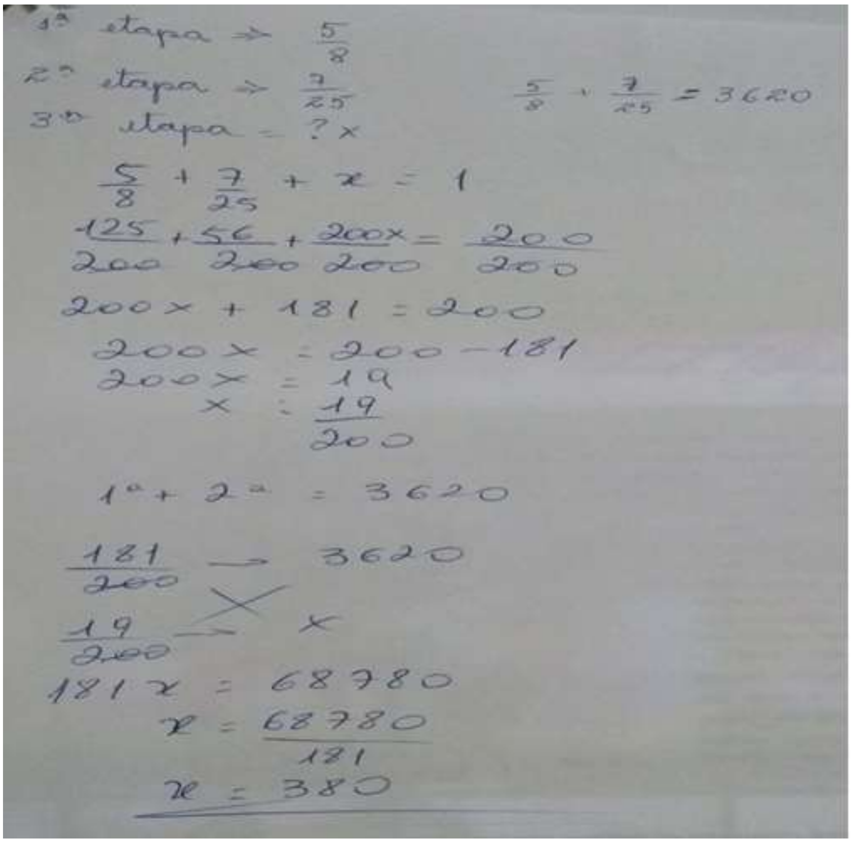
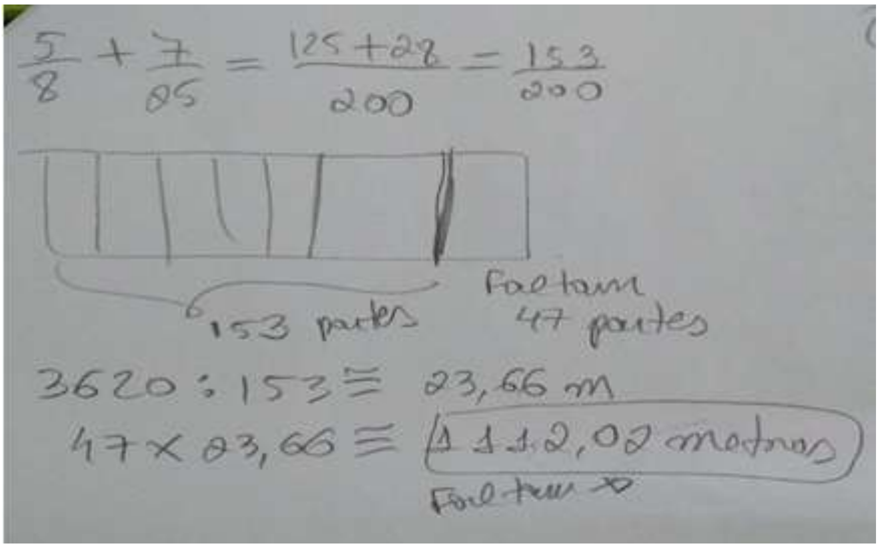
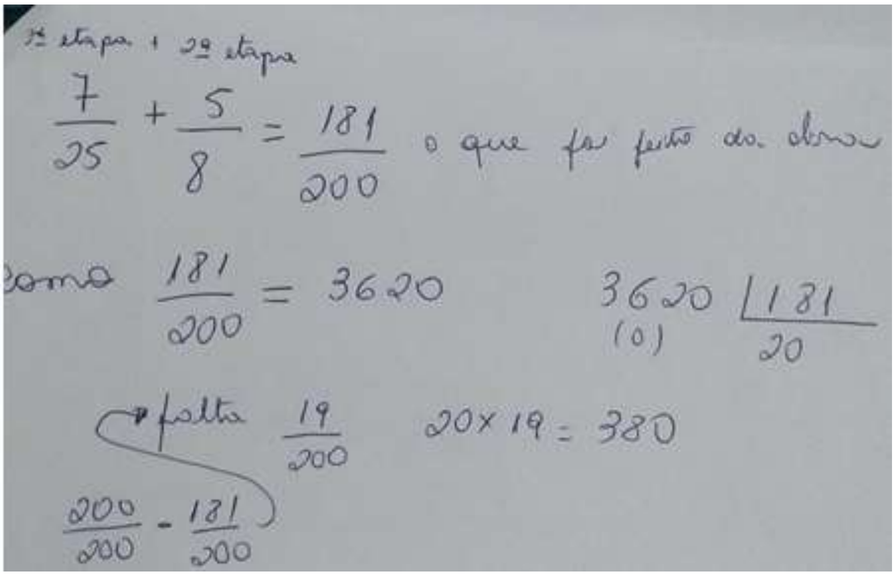


Figura 22 - Segundo encontro: resolução do problema pelo grupo 2



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 23- Segundo encontro: resolução do problema pelo grupo 3



Fonte: Acervo do pesquisador

Em seguida, como os participantes chegaram a uma solução do problema sem uma explicação maior e um dos grupos encontrou um valor que não faz sentido dentro do contexto do problema, o pesquisador julgou apropriado expor a sua resolução para o problema.

Dentre as várias abordagens possíveis para a resolver o problema, a resolução do problema proposta pelo pesquisador não fez uso de representação pictórica, apenas da aritmética.

Do enunciado do problema observamos que:

1ª etapa $\frac{5}{8}$ da obra

2ª etapa $\frac{7}{25}$ da obra

Para termos uma visão mais clara da proporcionalidade dos trechos, dentre outras estratégias possíveis para a solução do problema, vamos reduzir as duas frações que representam cada parte da obra para um denominador comum. Considerando que 8 e 25 não são múltiplos entre si, vamos considerar o produto entre eles, 200, como o nosso denominador comum, que representa a totalidade de partes da obra.

Agora temos que $\frac{5}{8}$ correspondem a $\frac{125}{200}$ e $\frac{7}{25}$ correspondem a $\frac{56}{200}$. Logo podemos perceber que faltam ser concluídos $\frac{19}{200}$ da obra, uma vez que $\frac{200}{200}$ representa a obra inteira. Do enunciado também retiramos que já foram construídos 3.620 m da obra, assim

$$\frac{125}{200} + \frac{56}{200} = \frac{181}{200} = 3.620 \text{ m.}$$

Ora, nos resta encontrar quanto equivale em metros $\frac{19}{200}$ da obra. Usando os conhecimentos sobre proporção e regra de três simples, temos que

$$\frac{181}{200} = 3.620$$

$$\frac{19}{200} = \quad k$$

$$k = \frac{\frac{19}{200}\, x\ 3.620}{\frac{181}{200}} = \frac{\frac{19\ x\ 3.620}{200}}{\frac{181}{200}} = \frac{68.780}{200}\ x\ \frac{200}{181} = 380$$

Chegamos a solução do problema, faltam ser construídos 380 m do total de 4.000 m de obra do túnel.

Neste segundo encontro os participantes ainda se mantiveram na postura passiva, de quem está em um curso ou em uma oficina, o que não é o objetivo de nosso grupo de estudos como campo de pesquisa. Além disso, observamos que os participantes, embora tenham resolvido o problema apresentado, o fizeram de forma aligeirada e sem esmero, não houve a preocupação de apresentar uma resolução que pudesse proporcionar a um leigo um aprendizado acerca da temática. Na nossa análise, percebemos que um grupo, entre os três, errou a resolução, mesmo sendo professores de matemática lidando com assunto do seu cotidiano de sala de aula.

Também nos chamou atenção nesse encontro as colocações do participante P_{14} que trazem à tona uma experiência que participou de uma formação anterior, buscando descrever como a Universidade trouxe uma formação pronta aos participantes.

P_{14}: *Há alguns anos, uns alunos que estavam fazendo o curso de matemática e eles vieram participar de alguns momentos de nossa formação, e eles apresentaram a metodologia de jogos. Como usar jogos em sala de aula. Mas da forma como foi apresentada é como se a gente nunca tivesse usado jogo em matemática... eles chegam assim: olhem, vocês vão fazer assim, assim e assim. Porém, 90% daquilo que eles nos trouxeram já conhecíamos, quando o pessoal da academia vem para tratar com os professores eles acham que a gente não tem essa visão, é como se a gente não soubesse e, quanto a isso, eles estão enganados a nosso respeito. Na realidade, pra trabalhar com jogos, seja lá o que for digamos assim, eu fico pensando se, à partir de agora, quando tivesse um concurso no município ou no estado, tivesse uma cláusula dizendo que quem fosse fazer fosse logo sabendo: o salário é x mas tem que ficar ensinando só em um local. o rendimento de um professor que corre para dois, três, quatro lugares não é o mesmo de quem se dedica a só uma escola...você ter aquele tempo de ver um jogo, bem mais elaborado, detalhado, poder produzir, conhecer o jogo, pensar deste jeito talvez fulano não aprenda mas vou fazer mudanças de modo a contemplar mais alunos. Me refiro a jogos, mas* *há muitas e muitas coisas interessantes que requerem tempo por parte do professor.e esse tempo nós não estamos tendo. Assim, em função dessa falta de tempo a gente tá infelizmente reaproveitando o que dá certo em uma turma para aplicar em outra. De repente não dá tão certo porque você não adaptou, não pode parar para pensar na realidade desta outra turma, tá entendendo? E não venha me dizer que é fácil, que não é. Não basta só estalar os dedos e pronto.*

O participante P_{15}, nesse encontro, trouxe e exibiu um pantógrafo e um jogo de tabuleiro que usa dados, ambos produzidos e utilizados por ele em suas aulas, nas devido ao fator do tempo, não pudemos aproveitar para socializar de maneira mais aprofundada, embora a experiência merecesse a atenção do grupo. Possivelmente falhamos na administração do tempo dentro do cronograma do encontro, nas posteriores pesquisas devemos tomar o cuidado de incluir nas discussões e troca de experiências no grupo.

Também ficou evidente a fala do participante P2, ao destacar que "*estudar é ruim demais...se nós formos prestar atenção, hoje quem de nós tem saco pra ficar 3 horas sentado estudando?"* Assim, o pesquisador para o próximo encontro, pretende mexer com eles para que saiam da zona de conforto e tomem uma postura mais ativa.

Finalizamos o encontro deixando o texto **Uma nova visão sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais**, de autoria de Lourdes de La Rosa Onuchic e Luciene Souto Botta, para estudo e apresentação no próximo encontro.

Terceiro encontro

O terceiro encontro do grupo de estudos aconteceu no dia 09 de maio de 2017, na sala para capacitação e eventos da SME. Contamos com a presença do pesquisador e de dezesseis (16) professores.

Dando início o pesquisador fez uma breve retrospectiva do que havia discutido nos encontros anteriores, enfatizando a apresentação ao trabalho colaborativo, a formação continuada por meio de grupo de estudos e as possibilidades de investigação em comunidades colaborativas formadas por acadêmicos e profissionais. Iniciamos os estudos de uma teoria da aprendizagem que embasará o nosso trabalho com a resolução de problemas, a Teoria Sócio-Interacionista de Vygotsky com foco em seu conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal.

Para este encontro estava programada a apresentação do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas e a aplicação de dois problemas. No decorrer da semana anterior a este encontro, a participante P_7, que trabalha com tecnologia em uma das escolas onde exerce a docência, entrou em contato com os demais colegas e reportou ao pesquisador o interesse do grupo em conhecer melhor o tema Aula Invertida. Como não é a Metodologia central de nossa pesquisa de campo, sem nos determos muito e para atender a uma necessidade do grupo trouxemos dois textos para serem entregues aos participantes para iniciarem suas leituras sobre a temática, preferencialmente em momento extragrupo e, caso desejassem, poderiam apresentar e discutir no grupo. Os textos abordam duas formas alternativas para o ensino da Matemática, a Aula Invertida e a Matemática Social, por meio dos artigos

- SUZ, Y. S. **Un curso de matemática básica bajo el enfoque de aula invertida: u**na experiencia con estudiantes para professores. In. Audy Salcedo (org,) **Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI.** CIES – Universidade Central da Venezuela, Caracas, 2017.
- GALLARDO, P. C. **La matemática social en el desarrollo integral del alumno**, Revista Innovacion Educativa, vol. 65. IPN: Mexico, DF, 2014.

Após este momento, o pesquisador prosseguiu a apresentação de slides do PowerPoint discutindo os seguintes tópicos: a importância de apoiar as comunidades de aprendizes de matemática para o empoderamento do aluno; o valor da Resolução de Problemas no ensino e a preparação da aula em três fases; norteando a discussão por meio dos capítulos 4 e 5 do livro Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula, de autoria de John A. Van de Walle. 6ª Ed, 2009.

Esta primeira parte do encontro transcorreu diante uma certa passividade dos integrantes do grupo, onde o pesquisador falou a maior parte do tempo e os professores apenas participaram em determinados momentos da leitura em grupo. Suas contribuições ainda foram tímidas, embora pertinentes. Esperamos que, com as leituras depois deste encontro ocorra o surgimento de questões e posicionamentos críticos.

Após um breve intervalo houve, como de costume, a formação de grupos, neste caso quatro (04) grupos com quatro (04) integrantes cada um, assim distribuídos: 1 (P_{11}, P_{14}, $P1_7$ e P_{18}); 2 (P_3, P_4, P_5 e P_{16}); 3 (P_6, P_7, P_9 e P_{10}) e 4 (P_2, P_8, P_{13} e P_{15}). O pesquisador entregou uma cópia do primeiro problema a cada um dos 16 participantes, indicando uma leitura individual e em seguida, caso persistissem algumas dúvidas, efetuaríamos uma leitura em conjunto. Afinal para que se ponha em prática as estratégias de resolução, é fundamental a compreensão das condições e solicitações do problema.

Problema 02: A companhia de coleta de resíduos sólidos que serve a cidade de Cajazeiras utiliza caminhões que podem conduzir um volume de resíduos de 12 m³.

Quando chegarem ao destino final esses resíduos serão triturados em uma máquina que processa 12 m³ em 4 horas. Visando dar maior celeridade à demanda, a empresa adquiriu uma nova máquina que pode processar o mesmo volume em 2 horas.

Considerando que o operador irá ligar as duas máquinas ao mesmo tempo, em quanto tempo a carga de resíduos de um caminhão será processada?

Ao responder registre suas ideias de modo a contemplar os seguintes aspectos:

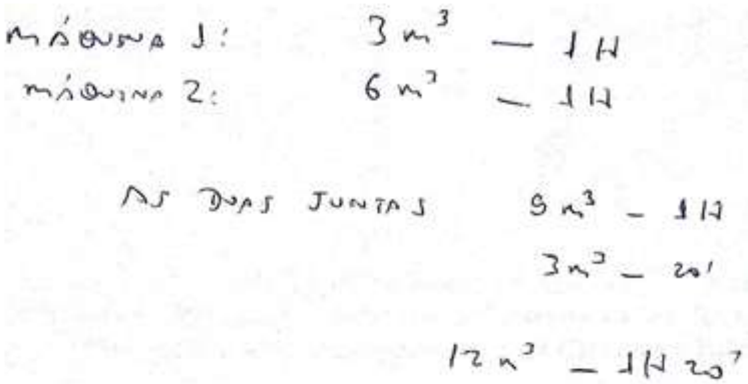
a) Apresente uma resposta estimada, justificando-a;

b) Apresente a resposta calculada, explicitando suas escolhas e as justificando. Durante a resolução utilize apenas procedimentos aritméticos.

c) Analise se foi vantajosa a aquisição da segunda máquina?

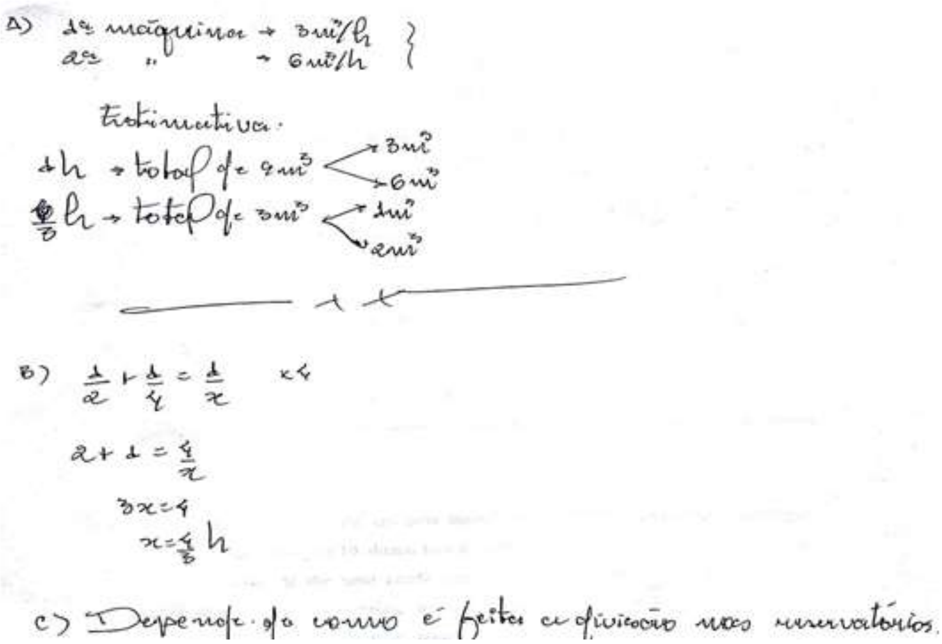
Ao final de alguns minutos para a resolução, período no qual o pesquisador acompanhou o trabalho dos grupos, observando e questionando as estratégias de resolução, foi solicitada a entrega da resolução por escrito. Como esse foi o segundo problema acerca de números racionais, já houve mais desenvoltura dos participantes na construção da resolução, o que se pode notar por meio das figuras 24, 25, 26 e 27 dispostas a seguir:

Figura 24 – Terceiro encontro: resolução do problema pelo grupo 1



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 25 - Terceiro encontro: resolução do problema pelo grupo 3


A) 1ª máquina → 3m³/h
2ª " → 6m³/h

Estimativa:

1h → total de 9m³ → 3m³ → 6m³
$\frac{1}{3}$ h → total de 3m³ → 1m³ → 2m³

B) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{x}$ x4

$2 + 1 = \frac{4}{x}$

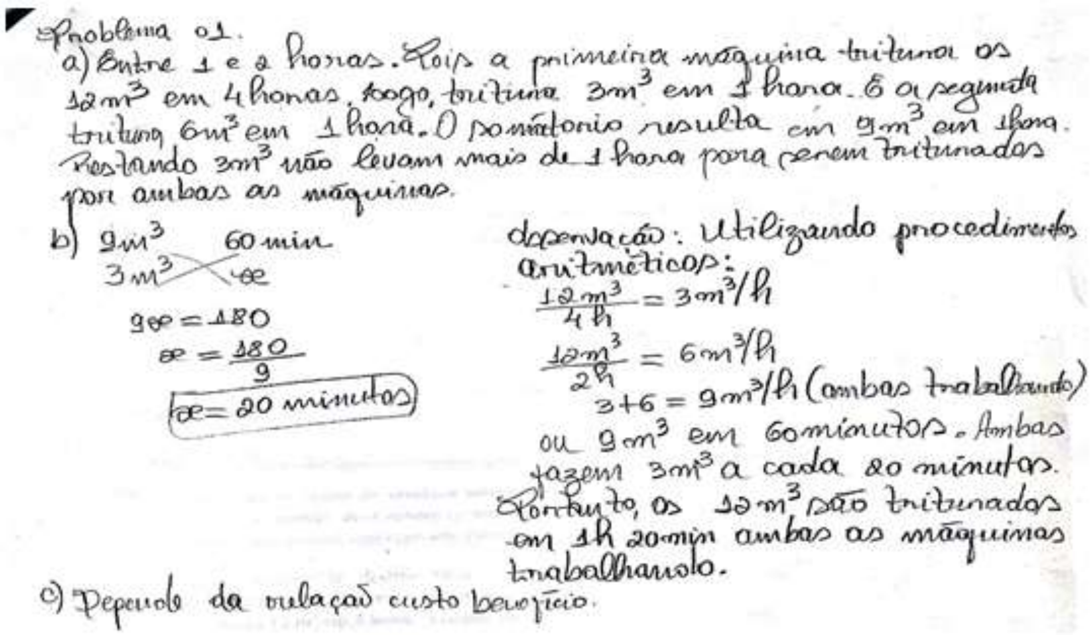
$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$ h

C) Depende do como é feita a divisão nos reservatórios.

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 26 - Terceiro encontro: resolução do problema pelo grupo 4


Problema 01.

a) Entre 1 e 2 horas. Pois a primeira máquina tritura os 12m³ em 4 horas, logo, tritura 3m³ em 1 hora. E a segunda tritura 6m³ em 1 hora. O somatório resulta em 9m³ em 1hora. Restando 3m³ não levam mais de 1 hora para serem triturados por ambas as máquinas.

b) 9m³   60 min
3m³   x

$9x = 180$

$x = \frac{180}{9}$

$\boxed{x = 20 \text{ minutos}}$

Observação: Utilizando procedimentos aritméticos:

$\frac{12m^3}{4h} = 3m^3/h$

$\frac{12m^3}{2h} = 6m^3/h$

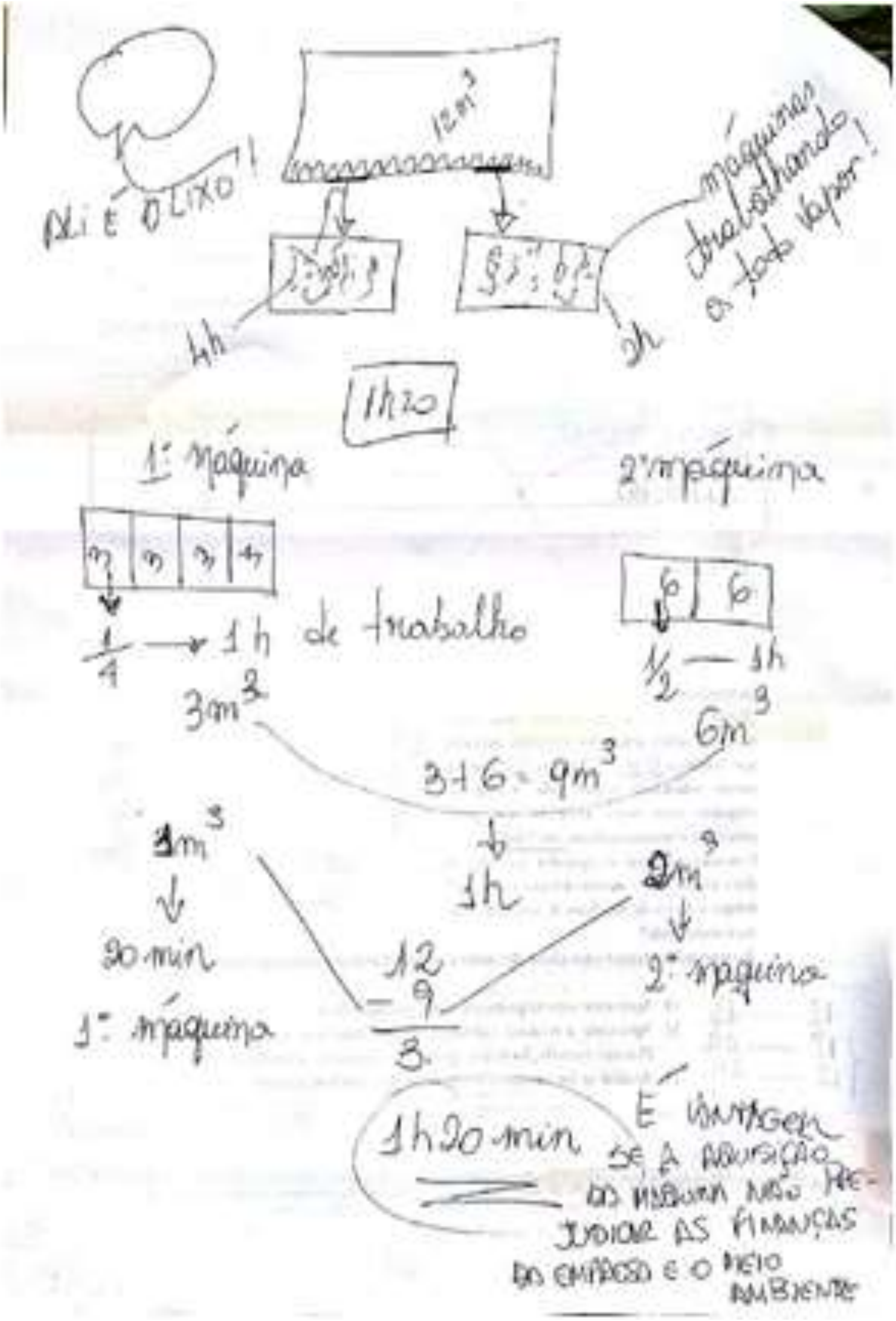
$3 + 6 = 9m^3/h$ (ambas trabalhando)

ou 9m³ em 60minutos. Ambas fazem 3m³ a cada 20 minutos. Portanto, os 12m³ são triturados em 1h 20min ambas as máquinas trabalhando.

c) Depende da relação custo benefício.

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 27 - Terceiro encontro: resolução do problema pelo grupo 2



Fonte: Acervo do pesquisador

Antes de trabalharmos com o segundo problema, o pesquisador destacou a presença de diversas estratégias presente nas resoluções, como por exemplo, representação pictórica e o uso da linguagem materna para justificar as decisões tomadas no decorrer da resolução.

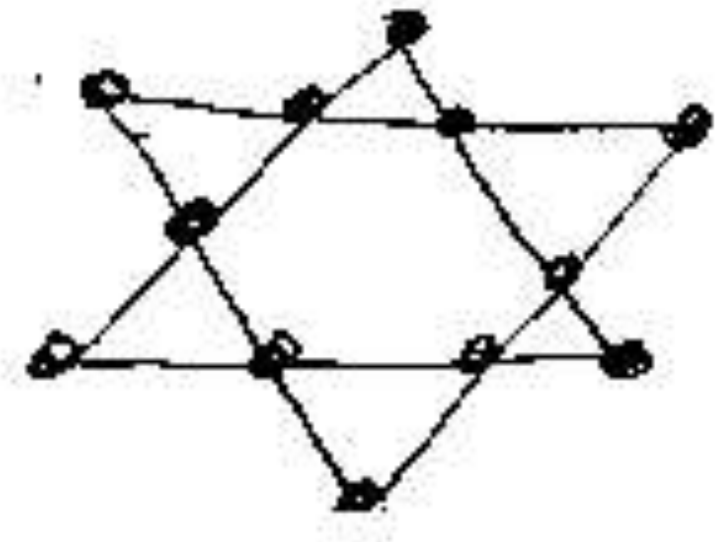
O segundo problema trabalhado neste encontro exigiu que os participantes providenciassem um arranjo espacial com base no raciocínio e em suas concepções. O problema dizia que:

Problema 03: Um diretor de uma escola, em uma manhã ensolarada, ao passar pelo pátio após o término do intervalo, vê 10 alunos fora de sala e causando certo alvoroço. De imediato ele tem a ideia de dar uma tarefa para ocupar os meninos e lançar uma punição instrutiva por meio do seguinte desafio: **Jovens, formem cinco filas com quatro alunos cada uma!** Ao retornar, pouco tempo depois, para sua surpresa os alunos formaram as filas solicitadas.

Como eles conseguiram? Em sua resposta, mesmo utilizando representação gráfica, faça uso da linguagem natural para explicar como os alunos se organizaram.

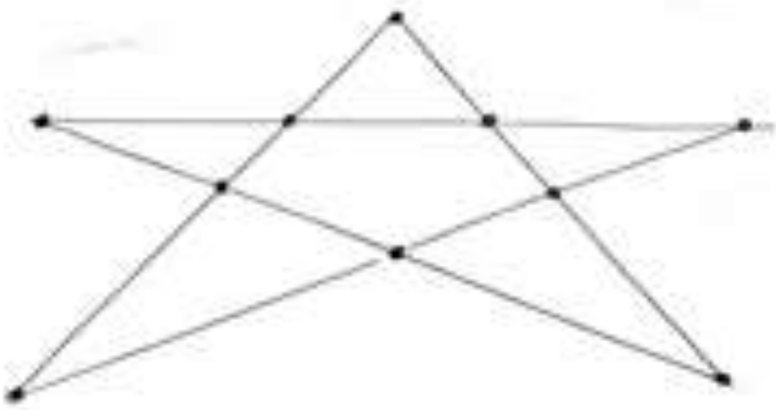
Antes de tecer considerações acerca das resoluções elencaremos as soluções apresentadas pelos quatro grupos.

Figura 28 – Terceiro encontro: resolução do problema 3 pelo grupo 1



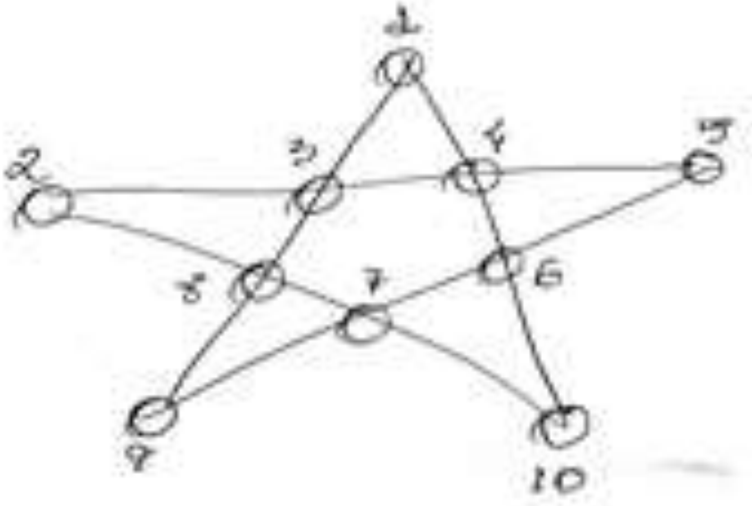
Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 29 - Resolução do problema pelo grupo 2



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 30 - Resolução do problema pelo grupo 3



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 31 - Resolução do problema pelo grupo 4

Fonte: Acervo do pesquisador

O pesquisador observou com relação à resolução dos problemas que na resolução do primeiro problema, embora tenham resolvido ainda sem a estruturação esperada, já conseguimos notar a uma maior densidade na apresentação da solução e discussão nos grupos e entre os grupos no desenrolar das atividades.

Os grupos 1 e 3 apresentaram soluções que não demonstram clareza quanto aos procedimentos e ao significado do resultado obtido, indicando que a parte essencial, explicativa, que o professor buscaria no aluno no momento de uma resolução de um problema similar, não foi posta no papel. Nesse sentido, permanece desconhecido o modo como pensou e que possibilidades cogitou, apenas recebemos um cálculo mecânico. Refletiria o ensino mecânico que alguns dos participantes desenvolvem juntos aos seus alunos?

Os grupos 2 e 4, fizeram uso de representação pictórica e descrição em linguagem materna dos procedimentos matemáticos, enriquecendo a solução não obstante carecerem de uma estruturação que permita clareza no entendimento e que um leigo, ao consultar a resolução, possa aprender com ela. Afinal não se trata de resolver mais rápido, mas de explorar possibilidades no problema, que seria a riqueza ao aplicá-lo em sala de aula, propiciando um ambiente para que as ideias venham à tona.

Durante a resolução do segundo problema, que apresentou um caráter mais intuitivo e permitia o exercício da criatividade, alguns questionamentos surgiram, tais como:

P_5: Professor, o nosso grupo conseguiu fácil, fácil com 20 meninos. Mas com dez está sendo osso.

Pesquisador: Como vocês estão pensando as filas?

P_{12}: Ora, como uma fila tem que ser. Uma sequência de pessoas ou objetos em linha reta e ordenada.

Esta observação do P_{12} foi assentida por outros participantes simultaneamente.

Pesquisador: *onde diz, no enunciado que a fila tem que ser em linha reta? Outra coisa: pode uma pessoa pertencer a mais de uma fila simultaneamente? Pensem acerca disso.*

Esta fala serviu para todos os presentes, visto que era uma dificuldade de todos. Mesmo assim, ao final do tempo considerado para resolução, dois grupos apresentaram a mesma solução – Grupos 2 e 3, adequada para a propositura, mas ainda questionável pelo fato de serem idênticas, tomando por base a criatividade de grupos distintos, o que leva a considerar que um grupo descobriu e outro optou pela comodidade de aderir ao modelo já em uso. Cabe ainda destacar o fato de outros dois grupos – Grupos 1 e 4 – terem copiado esta solução, sem criticidade alguma e a adequando de maneira que não contemplava o solicitado no enunciado do problema, ou seja, apressadamente copiaram errado. Isso remete a algumas questões: Como será a atenção dispensada pelos participantes em relação a autenticidade dos posicionamentos e respostas dadas por seus alunos? Ou por já ser professor não preciso exercitar a minha criatividade? E essa dificuldade de pensar fora do padrão? De transgredir e se permitir um livre pensar?

Observamos, nos participantes, certo desconforto ao lidar com um problema que não apresenta necessidade de fazer um cálculo e que não tenha uma solução única. Algumas questões surgiram durante a resolução: Como se o fato de ser um problema para apoiar um conhecimento matemático necessariamente levasse a um resultado único e previsível, pondo em xeque a exatidão da matemática. Também foi observado uma constante necessidade de confirmação, principalmente nos primeiros problemas, por parte de diversos participantes com a frase: *Professor, tá indo certo? Tá certo assim?*

Percebemos que o conhecimento matemático dos professores tem se mostrado adequado até o presente momento, muito embora, como eles ensinam em diversos níveis, tendem a lançar mão de conteúdos além da faixa de ensino onde a nossa pesquisa está inserida, ou seja, deixam de explorar outras visões do conteúdo do Ensino Fundamental.

Após o término das atividades programadas para esse encontro, pudemos observar, além do já elencado, que os participantes ainda se portam como alunos de um curso, esperando pela voz do professor, no caso o pesquisador, mas já deram um passo inicial rumo a colaboração ao trazerem a necessidade de discussão de temas que surgiram como fruto das discussões, enriquecendo a pauta definida no início da caminhada de nosso grupo de estudos.

Quarto encontro

O quarto encontro do grupo de estudos aconteceu no dia 23 de maio de 2017, na sala de aula nº 6 do Instituto Federal da Paraíba – Campus Cajazeiras e contamos com a presença de 16 participantes.

Para este encontro o pesquisador programou apresentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e aplicar dois problemas para resolução e discussão.

Esta apresentação teria o papel de uma visão geral acerca da Metodologia e seus passos segundo uma sugestão elaborada, em uma publicação datada de 2011, em função da vivência das pesquisadoras Lourdes Onuchic e Norma Allevato dentro das ações do GTERP, anteriormente discutidas neste mesmo trabalho.

Após a apresentação, acompanhada atenciosamente por todos, alguns participantes desejaram se pronunciar em relação às fases de leitura, individual e em conjunto, conforme descrito a seguir:

P_{14} : *Na verdade, vou falar por mim, embora creia que os demais colegas passem por isso. Nós temos muito problema com a leitura, principalmente com os alunos do sexto ano, eles estão chegando para a segunda fase do EF es não dominam nem a leitura nem a escrita. Geralmente. os problemas eles não têm conseguido ler e fazer uma interpretação e, alguns alunos, eu diria a maioria, pedem: Professora, leia aí pra gente.*

P_{10}: *O que eu acho engraçado é que em toda primeira prova do sexto ano, depois eles pegam o ritmo, quando a gente entrega eles recebem e ficam um tempo de braços cruzados esperando. Eu pergunto: o que estão esperando? Eles respondem: a senhora não vai ler não?*

P_{14}: *Na semana passada, finalizamos o estudo de potenciação e apliquei o seguinte problema: Uma pessoa resolveu economizar dinheiro para comprar um brinquedo para seu filho. No primeiro dia economizou 1 real, no segundo dia economizou 3 reais, no terceiro dia economizou 9 reais, no quanto dia economizou 27, após sete dias quanto essa pessoa economizou? Na minha turma de 6º ano são 26 alunos, apenas um conseguiu, sozinho, ler, interpretar o que se pedia e chegar a uma solução. Um de 26... Outros 18 resolveram após uma leitura em conjunto e a explicação do colega. 7 não conseguiram de jeito nenhum..*

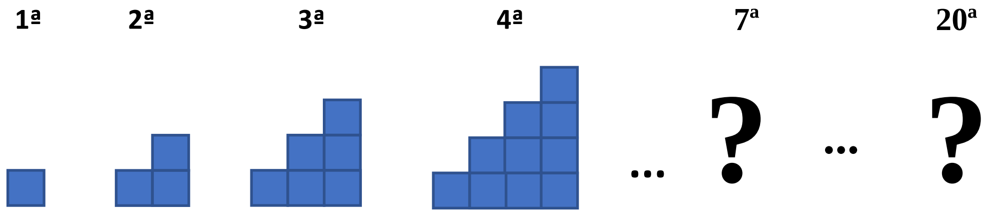
Após termos uma visão geral, nos detemos em estudar os três primeiros passos: preparação do problema, leitura individual e leitura em conjunto. Para enriquecer a discussão acerca da preparação do problema, fizemos a leitura em conjunto do texto**: Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno?** de autoria de Jinfa Cai e Frank Lester que traz uma discussão sobre que tipo de atividade de resolução de problemas deveriam ser apresentadas ao aluno, bem como alguns critérios para caracterizar um problema que vale a pena ser utilizado para esse fim. Também observamos alguns problemas dos livros didáticos por eles utilizados.

Encerrada esta etapa, passamos para a resolução dos problemas propostos. Os professores agruparam-se de forma livre, constituindo 4 grupos com 4 integrantes cada, assim distribuídos: Grupo 1 (P_{11}, **P_{14}**, P_{17} e P_{18}); Grupo 2 (P_3, P_4, P_5 e P_{16}); Grupo 3 (P_6, P_7, P_9 e P_{10}) e Grupo 4 (P_2, P_8, P_{13} e P_{15}). Entregamos uma cópia do primeiro problema, abaixo listado, para cada integrante do grupo e passamos as próximas duas etapas, as leituras do problema.

A seguir encontra-se exposto o problema trabalhado bem como as resoluções apresentadas por cada grupo, acompanhada por diálogos desenvolvidos durante a construção da solução.

Problema 04: Um artista plástico foi convidado para montar uns painéis em diversos muros pela cidade, para ocupar o espaço destinado a pichações ou outros atos que prejudiquem a imagem estética da cidade. Em cada muro ele deve criar uma composição de modo que no primeiro muro ele colocará apenas um ladrilho. Do segundo em diante, segue o padrão mostrado na figura abaixo:

Posições dos desenhos



Posições dos desenhos

1. Como ficará o desenho no sétimo muro? Quantos ladrilhos o artista utilizará?
2. Quantos ladrilhos serão utilizados no 20º (vigésimo) muro?
3. Ele reservou 300 ladrilhos para concluir a tarefa nos 20 muros. Esta quantidade será suficiente para a conclusão do trabalho? Por quê?

Os grupos deram inícios à busca por estratégias de resolução e nos colocamos sempre a visitar os grupos para acompanhar seus trabalhos de perto. A seguir trecho de um diálogo com o grupo 1:

Pesquisador: Como o grupo está pensando? Que estão a observar na questão?

P_{14}: Estamos vendo assim: no primeiro muro havia apenas um tijolinho. Aqui no segundo, notamos que a base é dois, a base é três no terceiro muro, quatro no quarto e para o 7º consideramos que a base possui 7 e fomos inserindo os painéis 6, 5, até 1.

Pesquisador: Ah! Para não desenhar o resto somaram, 4, 3 2 e 1? Foi assim?

P_{17}: Isso mesmo. Observamos outra coisa: da primeira posição para a segunda soma dois, da segunda para a terceira soma três, da terceira para a quarta soma 4, assim por diante, nos levando a ideia de uma P.A.

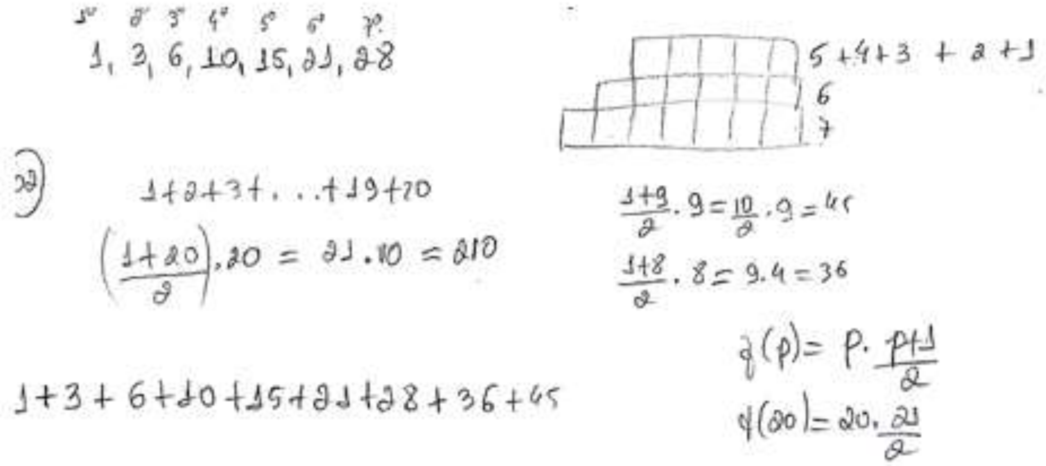
P_{14}: Então para saber quantos ladrilhos serão necessários na vigésima posição, de forma análoga a sétima posição onde o total foi dado pela soma dos números de 1 a 7, bastaria somar de 1 a 20 para obter o resultado esperado.

P_{17}: Conseguimos calcular o que se pede após observamos este comportamento, mas não conseguimos uma relação para generalizar para qualquer posição sem ter que contar os tijolinhos.

Figura 32 – Quarto encontro: participantes trabalhando no problema 4

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 33 - Quarto encontro: resolução do problema 4 pelo grupo 1



Fonte: Acervo do pesquisador

A interação com o grupo 2 deu origem ao seguinte diálogo:

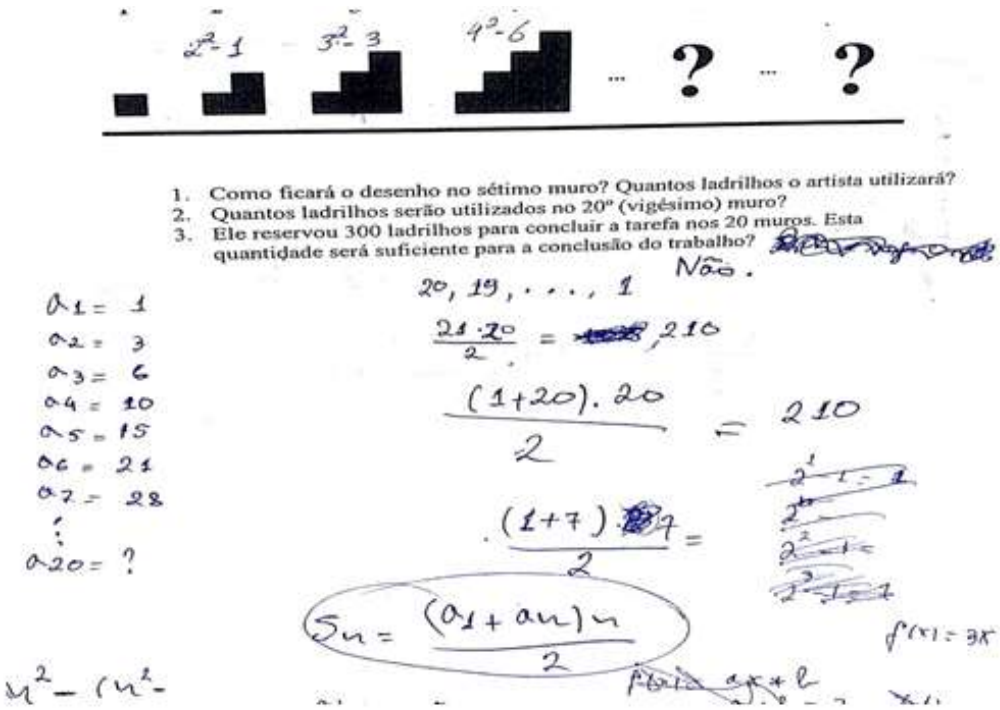
Pesquisador: Como o grupo de vocês está enxergando o comportamento desta sequência em questão:

P_5: *A gente percebeu que de uma placa para outra existe uma diferença da primeira para a segunda de duas unidades; da segunda para a terceira de duas unidades mais um; da terceira para a quarta de três unidades mais um e assim sucessivamente até chegar na sétima que corresponde a 28 e, consequentemente, 20ª corresponde a 210.*

Pesquisador: *Neste momento em que vocês já visualizaram um padrão no comportamento, acham que dá para definirmos uma expressão que permita calcular de forma direta, apenas tomando por base a posição?*

P_{16}: *Percebemos aqui também que de uma fila para outra, primeira fila tem 1. Segunda fila tem 2. A terceira tem 3 então ele sempre vai diminuindo 1, então a vigésima vai ter 20 filas* *até chegar no 1, então nós fizemos de vinte pra um, fizemos a soma normal, que é outra estratégia também.*

Figura 34 - Quarto encontro: resolução do problema 4 pelo grupo 2

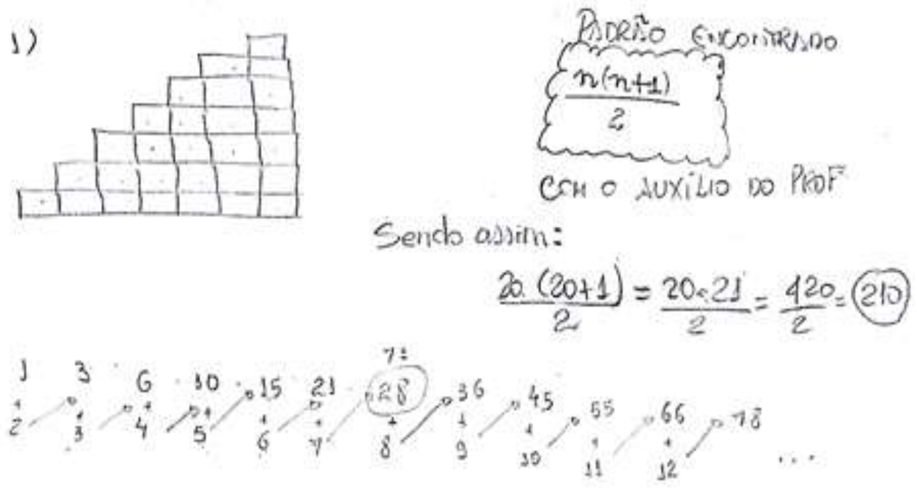


Fonte: Acervo do pesquisador

Pesquisador: *Vejo que você chegou num cálculo aqui. Tem como escrever uma expressão que generalize em relação a posição?*

P_{16}: *Nos raciocinamos como a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Ainda não estamos vendo uma expressão que generalize em função da posição.*

Figura 35 - Quarto encontro: resolução do problema 4 pelo grupo 3



Fonte: Acervo do pesquisador

Passamos a dialogar com o grupo 4.

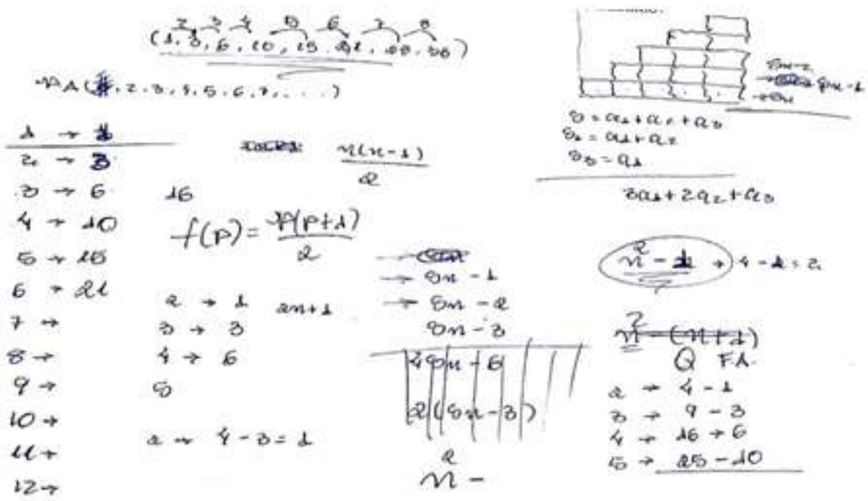
Pesquisador: *E aqui? Como estamos?*

P_2 : *Nós visualizamos que de uma placa pra outra aumentava sempre em progressão aritmética de razão 1. Daqui pra cá aumentaram 2; daqui pra cá aumentaram 3, daqui para cá aumentaram 4 [falava apontado para as posições 2, 3 e 4 respectivamente na figura do problema]. Em si o aumento da diferença de uma pra outra era uma Progressão Aritmética de razão 1. Isso nós vimos como ia sendo feito.*

Pesquisador: *Vamos continuar trabalhando.*

A seguir apresentamos a resolução do grupo 4

Figura 36 - Quarto encontro: resolução do problema 4 pelo grupo 4



Fonte: Acervo do pesquisador

Para este encontro havíamos preparado dois problemas, porém, em função da riqueza das discussões nos alongamos e conseguimos trabalhar apenas um deles. O outro problema foi realocado para o próximo encontro

Com relação à resolução do problema, destacamos que os participantes apresentaram dificuldade para enxergar um padrão que permitisse chegar a uma expressão para generalizar o comportamento da sequência apresentada e poder fazer predições. Perceberam padrões pertinentes, muito embora não permitissem a generalização, por exemplo, observaram que a posição atual possuía a quantidade de ladrilhos que correspondia ao quadrado da posição menos a quantidade da posição anterior. Embora essa observação revele um padrão de comportamento, ainda necessita saber a posição ***p*** para calcular a ***p+1***. Com o incentivo da mediação, de questionamentos e uma discussão coletiva construímos um padrão que permitia formular uma lei de generalização.

Com relação ao aspecto atitudinal, enfatizamos a resistência em deixar a zona de conforto das velhas práticas para tentar algo novo, embora em suas falas reconheçam o baixo rendimento de seu trabalho, preferindo ressaltar o baixo interesse dos alunos e limitado apoio da família.

Partindo para o encerramento do encontro, o participante P_{14} pediu a palavra e fez recordar aos presentes que o próximo encontro do grupo, agendado para o dia 06 de junho, coincidirá com a aplicação da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP e exigirá a presença dos professores que integram o grupo de estudos em suas respectivas unidades escolares. Assim, ficou acertado, em comum acordo entre os participantes, o adiamento para o dia 13 de junho.

Em seguida, durante a discussão, o pesquisador perguntou se o grupo continuaria se reunindo normalmente durante o recesso do período letivo, que vai de 20 de junho a 13 de julho do corrente ano acadêmico, as férias. De imediato a reação foi uma frase, em tom alto e claro, de um dos integrantes que bradou:

P_{14}: *De jeito nenhum! Nas férias, nem pensar. O único tempo que temos no ano!*

Os outros, em menor intensidade acompanharam a manifestação do participante. Essa decisão implica o adiamento do cronograma por meio do deslocamento dos encontros relativos aos dias 20/06 e 04/07.

Como última ação deste encontro, o pesquisador perguntou: Quem se voluntaria a preparar e ministrar uma aula fazendo uso da metodologia que vimos estudando até agora, em uma de suas turmas? Podem contar comigo para orientação e acompanhamento presencial se for o caso.

Houve um silêncio que, após alguns minutos, foi quebrado pelos professores se colocando como voluntários: P_2, P_5, P_6, P_{12}, P_{14} e P_{18} para, sob minha orientação presente nesta aula, colocar em prática a metodologia junto aos seus alunos.

Com relação aos que aceitaram fazer um momento de uso da metodologia em sua sala de aula, enxergamos uma oportunidade para que ganhem confiança ao colocar em prática as etapas da metodologia, com alunos reais, lhes permitindo enxergar o potencial da metodologia para empoderar tais sujeitos, ao mesmo tempo que permite ao docente acompanhar os pensamentos e quanta matemática seus alunos trazem consigo e são capazes de fazer, dando espaço para acontecer de forma diferenciada a tríade ensino-aprendizagem-avaliação em suas salas de aula. Ficamos de discutir as datas da participação nas salas de aula dos participantes voluntários no decorrer da semana e finalizamos o encontro.

Quinto encontro

O quinto encontro do grupo de estudos aconteceu no dia 11 de julho de 2017, na sala de capacitação e eventos da SME e contamos com a presença de 16 participantes, inclusive com a chegada de novo integrante, o participante 19, para somar com suas experiencias às outras tantas de nosso grupo.

Este encontro estava previsto para 06 de junho, tendo sido adiado para 13 de junho e, antes desta data por meio de um aplicativo de mensagens, fui informado que devido a um recesso nas atividades do grupo, por parte dos professores integrantes, em função da preparação dos festejos juninos que são tradicionais na região envolvendo durante o mês de junho toda a equipe das escolas municipais, teríamos que reprogramar a retomada dos estudos, sobre o tema espaço e forma, com foco na geometria, no dia 11 de julho de 2017, mesmo ainda se encontrando no fim do recesso.

Optamos por apresentar um breve resumo escrito acerca do ensino de Geometria para discussão em sala e, para que os professores aprofundassem seus conhecimentos sobre tal assunto, entregamos para uma leitura mais aprofundada por parte dos professores, o texto **O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas** de autoria das pesquisadoras Marlene Aparecida do Prado e Norma Suely Gomes Allevato.

Após a leitura em conjunto do breve resumo entregue alguns professores pediram para relatar a experiência com os primeiros passos da Metodologia em suas turmas. O primeiro a falar foi o participante P_4

P_4: *Professor, eu apliquei aquele probleminha (referindo-se ao problema 04) em uma turma do sexto ano de uma das escolas onde leciono. Teve muita bagunça no começo, turma grande, 40 alunos, mas observei que essa aluna, Rosa Flor, teve um raciocínio, observou um padrão que não havíamos notado quando discutimos o mesmo problema aqui no grupo. Ela observou que para completar o quadrado em uma posição, faltava exatamente a quantidade de ladrilhos da posição anterior. Um outro aluno também teve um raciocínio bem legal, além da Rosa Flor. Durante a resolução a maioria tentou por exaustão, fazendo as figuras relativas a cada posição do problema.*

Em seguida o P_{12} quis dar destaque a uma situação ocorrida ao aplicar um problema em sua sala de aula.

P_{12}: *Professor eu apliquei aquele problema da estrela (referindo-se ao problema 03) numa turma minha lá no Sítio Vacaria. Foi uma surpresa que eu tive grande, uma surpresa e um arrependimento na mesma hora. Tem uma sala la, eu já falei aqui, que tem alunos especiais.*

Tem uma menina lá que quando ela se sente assim, apreensiva, nervosa, alegre demais também, ela perde a visão. Levei o problema impresso direitinho pra cada um, entreguei e pouco tempo depois de iniciada a resolução ela começou a passar mal. Então eu corri para atender ela, acalmá-la e com o passar do tempo a visão vai retornando. Quando ela voltou a normalidade, escuto um aluno gritar: Professor, resolvi! Resolvi! Dei os parabéns a ele e tudo bem. No fim da aula, quando estou indo para a diretoria, uma aluna me aborda e diz que enquanto eu dava atenção a aluna especial, o rapaz foi a internet com o celular e encontrou a resposta do problema que a gente estava resolvendo. Mas rapaz, como é que pode?

Neste momento, o pesquisador fez a seguinte observação em cima da fala do P_{12}: mas se as informações estão disponíveis na internet, porque não as buscar? Isso não impede que o professor enriqueça a solução encontrada, a tomando por base para novas reflexões, pois encontrar a solução é um momento, como buscar entender e torna-la mais eficiente é outro ponto importante, que permite exercitar o pensamento.

O participante P_{14} fez o seguinte relato, do qual o pesquisador participou como observador, inclusive ilustrando-o.

P_{14}: Decidi colocar em prática um pouco do que temos vivenciado aqui nestes encontros. Assim realizei no dia 19 de junho do corrente ano uma atividade com a turma do 7º ano da Escola Matias Duarte Rolim, localizada na cidade de Cajazeiras – PB, onde sou professora titular da turma. Atividade esta que tinha por objetivo que eu pudesse trilhar os primeiros passos no ensino da Matemática através da resolução de problemas, mais precisamente utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Estavam presentes 16 alunos, os quais foram divididos em 3 grupos: 2 com 5 alunos e um com 6. O problema aplicado abordava Números e Operações e está colocado a seguir:

> *Ao chegar à sala de aula Maria Clara encontrou em sua carteira escolar um desafio matemático que apresentava um roteiro composto de seis passos conforme explicado abaixo e não se achou capaz de resolver. Vamos ajudá-la a perceber que não há motivo para ficar nervosa?*
>
> ***a)*** *Escreva um número composto por três algarismos, sem repetição de algarismos;*
> ***b)*** *Com estes algarismos, escreva todos os números de dois algarismos possíveis. Não repetir algarismos;*
> ***c)*** *Some todos os números que você escreveu no passo **b**;*
> ***d)*** *Some todos os algarismos que compõem o número de três algarismos escrito no passo **a**;*
> ***e)*** *Divida o valor obtido na soma do passo **c** pelo valor obtido na soma do passo **d**. Que valor você obteve;*
> ***f)*** *Escolha outro número qualquer e repita os passos de **a** até **e**. Escreva o que você observou.*

Será que essa sua observação serve para qualquer número de três algarismos sem repetição? Sim? Não? Por quê?
Tente provar essa sua observação. Sugestão: Use seus conhecimentos acerca do valor posicional na escrita de um número.

O que me entusiasmou foi ver que os alunos se mantiveram focados na atividade e as conversas giraram em torno do problema e sua resolução. A disciplina foi mantida durante toda a aula, coisa que em outras aulas não havia ocorrido. Entendo que exige de mim uma mudança não só na forma de conduzir a aula, mas uma mudança na forma de conceber o ensino da matemática escolar e que vale apena continuar aprendendo a trabalhar desta forma.

Dando prosseguimento a primeira parte do encontro, atendendo a um pedido do grupo para ouvir outros pesquisadores falando acerca da metodologia de ensino que lhes está sendo objeto de estudo, optamos por exibir um fragmento, com duração de 15 minutos, de uma entrevista que a pesquisadora da UNESP Rio Claro – SP, Dra. Lourdes Onuchic concedeu para o programa SALTO PARA O FUTURO integrante do acervo da TV Escola, que abordava o a resolução de problemas e o ensino de matemática através da resolução de problemas.

Os presentes acompanharam com atenção, conforme ilustra a figura 37, somente após passamos para a etapa de resolução do problema de matemática do dia, que tinha foco na geometria.

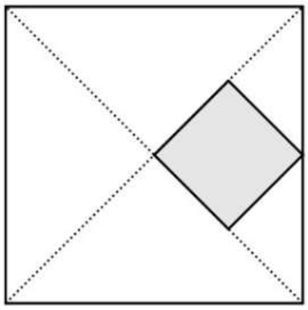
Figura 37 – Quinto encontro: Entrevista da Dra. Lourdes Onuchic

Fonte: Acervo do pesquisador

Após uma breve pausa passamos ao agrupamento, de forma livre e acordada entre os participantes. Neste encontro, com 16 presentes, houve a formação de 3 grupos, o grupo 1 (P_8,

P_9, P_{13}, P_{14} e P_{20}), grupo 2 (P_2, P_3, P_{10}, P_{15}, P_{16} e P_{17}) e o grupo 3 (P4, P5, P6, P7 e P12). Após a definição dos grupos cada participante recebeu uma cópia do problema a ser trabalhado, o problema 5.

Problema 5: Um projetista está demarcando um novo loteamento que ocupa uma área de 90000 m2, próximo a Faculdade Santa Maria, às margens da BR-230 e a planta se encontra ainda conforme a figura ao lado, indicando que teremos quarteirões com dois formatos diferentes. Um cliente adentra o escritório e mostra interesse por um dos quarteirões cuja área se encontra em destaque. Considere que a demarcação dos quarteirões continuará a seguir o padrão iniciado pela área em destaque e responda aos questionamentos levantados pelo cliente.



a) Qual a fração da área em destaque em relação à área total?

b) É possível responder sem efetuar cálculos matemáticos? Como proceder, caso seja possível?

c) Que conhecimentos matemáticos são necessários para a resolução?

d) Quando mede a área em destaque?

e) Você observa que formas para os quarteirões?

f) Que tópicos de geometria podem ser ensinados à partir da resolução deste problema e das dificuldades observadas durante a sua resolução?

g) Que tópicos de matemática podem ser ensinados à partir da resolução deste problema?

h) Quais fatores dificultam o ensino da geometria em sua sala de aula de matemática?

Na figura 38 observamos os três grupos formados a trabalharem, com uma interação forte e participação de todos os integrantes nas ações e discussões rumo a resolução do problema.

Figura 38 – Quinto encontro: grupos 1, 2 e 3 trabalhando o problema 5

Fonte: Acervo do pesquisador

Neste encontro, apenas um grupo adotou a linguagem matemática por meio de utilização de cálculos matemáticos para exprimir a relação entres as áreas solicitada no problema. Os outros dois usaram abordagens concretas e analíticas. Uma coisa inusitada ocorrida e percebida pelo pesquisador, foi o fato de que o grupo 2, que começou por estimar valores para calcular o que se pedia, à medida que as abordagens dos grupos 1 e 3 iam se consolidando, parou o trabalho e buscou discutir e compreender as demais estratégia em andamento, tanto que optaram por não entregar o rascunho de suas ideias iniciais.

Entendemos por abordagem concreta o fato do participante P8 ter solicitado uma tesoura, efetuado cortes e após dispor as partes ter chegado a uma resolução, procedimento coerente com o fato de ao aplicarmos o problema em sala de aula esta seria uma maneira pela qual, acreditamos, alguém que não possuísse conhecimento matemático necessário poderia chegar a solução.

O participante P_{12} procedeu uma explicação de como chegar a área solicitada, por meio de uma análise da figura, para isso ele faz referência a área destacada e a compara em tamanho e forma com as demais, como se segue:

P_{12}: *Olhem aqui. Essa metade corresponde a essa. Metade desta área destacada corresponde a esse triângulo acima dela e a outra metade corresponde ao triangulo da parte inferior. Assim, se rebatermos esse quadrado no sentido anti-horário estamos prolongando os* *riscos e aí é só contar quantas partes que tem e obter a fração com a parte destacada sobre o total de partes com a mesma forma, ou seja, temos quatro quadrados cheios mais outros quatro formados pelos outros triângulos, e a gente chega a 1/8.*

Até o presente encontro não conseguimos efetuar a fase de formalização do conteúdo matemático a que os problemas permitem construir no decorrer do processo de resolução, embora os participantes abordem os possíveis conteúdos que poder ser formalizados a partir das discussões.

No decorrer deste quinto encontro, os participantes conseguiram se desvencilhar das fórmulas matemáticas e deram espaço a duas abordagens muito interessantes, uma concreta e outra analítica, nas duas puderam pensar, montar uma estratégia sem uso da linguagem matemática formal, com foco na compreensão da razão procurada por meio da relação parte-todo, pensaram e agiram em sintonia com os documentos norteadores para o Ensino Fundamental que preconizam que o “ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio” . (PCN, 1998, p. 57).

Cabe destacar que de maneira similar aos alunos em sala de aula, a chegada de um novo membro ao grupo despertou o interesse de todos e, inclusive, ocupou, de maneira proveitosa, uma considerável parte do encontro.

Sexto encontro

O sexto encontro do grupo de estudos aconteceu no dia 18 de julho de 2017, na sala de aula nº 6 do Instituto Federal da Paraíba – Campus Cajazeiras e contamos com a presença de 17 professores. Neste encontro ocorreu a entrada de mais um membro no nosso grupo de estudos, o participante P_{20}.

Para este encontro, em função da relevância evidenciada nos estudos em relação ao tema reflexão associado a profissão docente, o pesquisador propôs a leitura acerca da temática professor reflexivo, por meio de um material cujo tema é Ensino Reflexivo da Matemática. As discussões terão por base o capítulo 10, integrante do livro da pesquisadora americana Hope J. Hartman, intitulado **Como ser um professor reflexivo em todas as áreas**.

Após todos terem recebido o material para leitura, que era volumoso, os participantes mostraram uma inquietação com o total de páginas, mas o pesquisador alertou para uma leitura panorâmica. Alguns participantes desconheciam essa forma de leitura e o pesquisador deixou claro que eles poderiam fazer uma leitura rápida para detectar alguns pontos para discussão e depois, em um momento em que se sentissem mais confortáveis, procederiam uma leitura mais aprofundada. Após a leitura surgiram algumas palavras chaves destacadas pelos participantes, entre as quais estão preconcepções, visualização, escrita, ansiedades, estratégias e estereótipos e questionamentos a realizar. Os participantes estavam pouco concentrados neste dia e pareciam estar às voltas com outras preocupações, bastante dispersos, tanto que a leitura e o destaque de palavras chave limitaram este primeiro momento do encontro.

Passamos então para o segundo momento, os grupos se formaram como de costume, por afinidades, e tivemos três agrupamentos: grupo 1 (P_2, P_3, P_{12}, P_{16}, P_{17} e P_{20}); grupo 2 (P , P_9, P_{10}, P_{14} e P_{18})e grupo 3 (P_5, P_6, P_{11}, P_{13} e P_{15}). O Problema que trouxemos foi extraído de um dos livros texto que os participantes adotavam em suas aulas, não obstante nenhum deles conhecia o problema e, todos, levaram mais tempo que o esperado. Abaixo está o enunciado do problema:

Problema 6: Um barco subindo um rio, em sentido contrário à correnteza, percorre 40 km em determinado tempo. Depois, descendo o rio, no mesmo sentido da correnteza faz o mesmo percurso com 4 horas a menos. Qual a velocidade do barco, se a velocidade da correnteza é de 16 km/h?

Como explorar este problema em busca da prática de um ensino reflexivo de matemática?

Que estratégias podem ser usadas para a resolução do presente problema?

Que conteúdos podem ser ensinados a partir da resolução do presente problema?

Em um diálogo com o participante P_{12}, reforça-se a visão da busca por resolver algebricamente, sem mesmo determinar o universo de validade da solução procurada, onde em nenhum momento foram levantados questionamentos em relação à valores de tempo e velocidade dentro de uma visão estimativa.

Pesquisador: *Como o senhor está pensando a forma de resolver este problema?*

P_{12}: *Eu pensei assim, como tem a variação de velocidade e a resistência, não tem como você usar uma fórmula determinada de física onde você calcula a variação de tempo, de distância, de velocidade e eu fui pro lado lógico da questão e, por exemplo, se eu desconsiderar a resistência e desconsiderar, por exemplo, a distância, como eu já comentei que a distância* *aí, por exemplo, não é o fator que participa no cálculo, eu poderia fazer referência a uma determinada distância, certo?*

Pesquisador: *A velocidade tanto subindo quanto descendo é a mesma?*

P_{12}: *Não. A velocidade do barco? Não.*

Pesquisador: *Mas ele não desce em menos tempo? Não seria razoável aceitar que a velocidade foi a mesma, já que a distância percorrida foi a mesma em menos tempo, como está posto na questão.*

P_{12}: *É mesmo! Um barco que navega a 100 km/h descendo navega a 100 km/h subindo. Vislumbro aqui uma relação entre as velocidades, coisa como 16 km/h seria igual a x menos 4.*

Pesquisador: *Estou vendo que o senhor está buscando uma formulação para resolver. O senhor acha que um aluno que ainda não foi apresentado ao conteúdo matemático que permita manipular algebricamente estes dados, conseguiria resolver por tentativa e erro, arbitrando e testando valores? O senhor pensou em abordar o problema por este viés, estipulando valores e testando?*

P_{12}: *Não. Acho que ele [o aluno] esbarraria aqui em uma fórmula. Eu acho que ele iria ver graficamente uma somatória de velocidades e iria compreender que com 16 km/h mais 16 km/h iria atingir determinada distância.*

Pesquisador: *Obrigado, continuem trabalhando.*

Outro participante que se pronunciou foi o P_5.

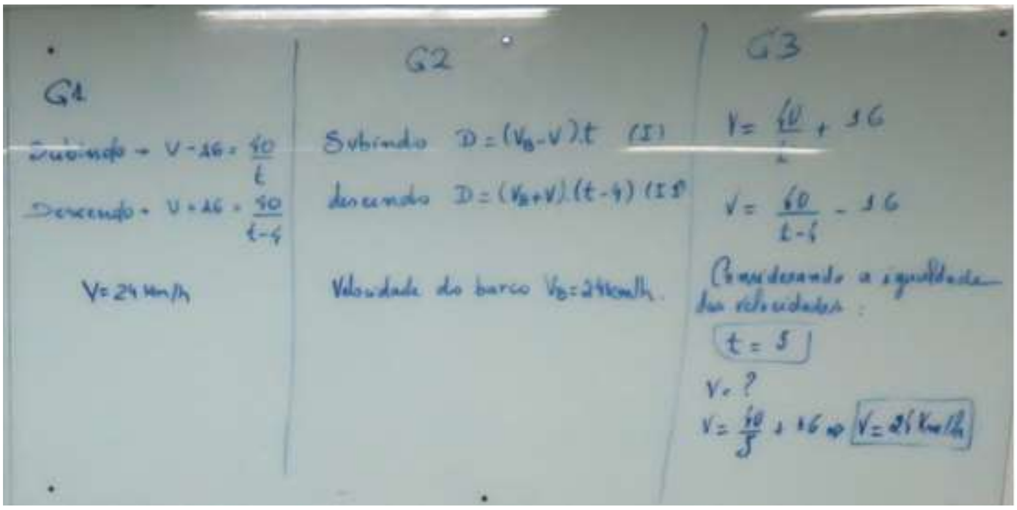
P_5: *Eu pensei em uma igualdade considerando as duas velocidades e cheguei a uma equação do segundo grau.*

Pesquisador: *Não lhe ocorreu por um momento, usando as condições limitantes dadas no enunciado, estimar valores e resolver por tentativas, já que o senhor modelou o comportamento por uma equação?*

P_5: *Não. Eu procurei resolver pelo método algébrico. Embora como as duas velocidades obviamente tem que ser iguais podia tentar estimar um tempo, variando o tempo.*

Após a etapa de resolução o pesquisador solicitou que um representante de cada grupo fosse a lousa e expusesse a solução de seu grupo, que estão colocadas a seguir:

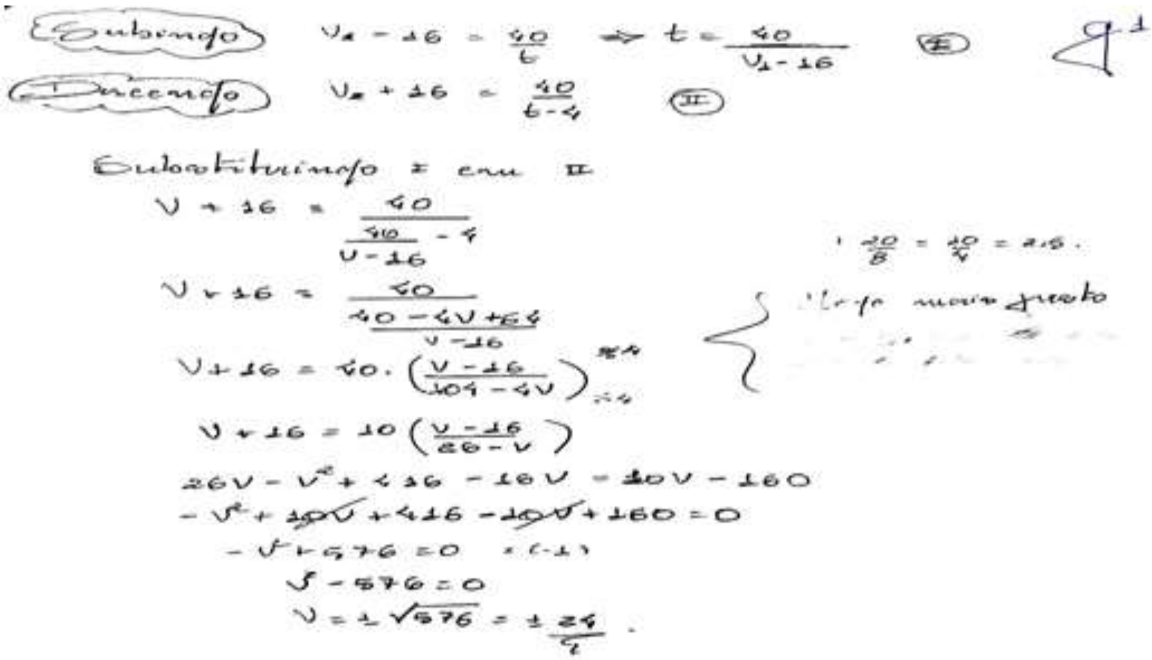
Figura 39 – Sexto encontro: soluções dos grupos na lousa.



Fonte: Acervo do pesquisador

Como se pode ver da figura 39, os grupos expuseram basicamente a estrutura algébrica básica para resolver. Nas resoluções que foram entregues por escrito e que também seguem expostas nas próximas páginas, os grupos desenvolveram a formulação bem como os cálculos em busca do resultado.

Figura 40 - Sexto encontro: resolução do problema 6 pelo grupo 1



Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 41 - Sexto encontro: resolução do problema 6 pelo grupo 2

01) Para explorar o problema dado, inicialmente faz-se uma leitura do mesmo e explore um pouco acerca de conteúdos como grandezas de distância, tempo, velocidade. Faz-se o aluno pensar na velocidade do barco quando está a favor e contra a correnteza. Fazendo analogias com outras situações semelhantes.

02) O professor pode introduzir com um problema semelhante e mais simples, cuja a resposta seja imediata para em seguida explorar o problema dado. Refletindo o conceito de velocidade. Questionando os alunos para identificar os conhecimentos prévios úteis para a resolução do problema.

03) Equações do 1º e 2º graus
Produtos notáveis
multiplicação de Polinômios
Operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão
Frações
Valor numérico de uma expressão algébrica
Sistemas de equações do 1º grau

$D = V \cdot t$ $\quad V =$

$D = (V_B - V) \cdot t$ $\quad$ I $\quad$ Subindo

$D = (V_B + V) \cdot (t - 4)$ $\quad$ II $\quad$ descendo

$40 = (V_B - 16) \cdot t$

$40 + 16t = V_B t$

$40 = (V_B + 16) \cdot (t - 4)$

$V_B t = 104 - 16t + 4 V_B$

I = II

$40 + 16t = 104 - 16t + 4V_B$

$16t + 16t = 104 - 40 + 4V_B$

$32t = 64 + 4V_B$ $\quad \div$

$t = \dfrac{64 + 4V_B}{32}$

$\boxed{t = 2 + \dfrac{V_B}{8}}$

$40 + 16 \cdot \left(2 + \dfrac{V_B}{8}\right) = V_B \cdot \left(2 + \dfrac{V_B}{8}\right)$

$40 + 32 + \cancel{\dfrac{16 V_B}{8}} = \cancel{2V_B} + \dfrac{V_B^2}{8}$

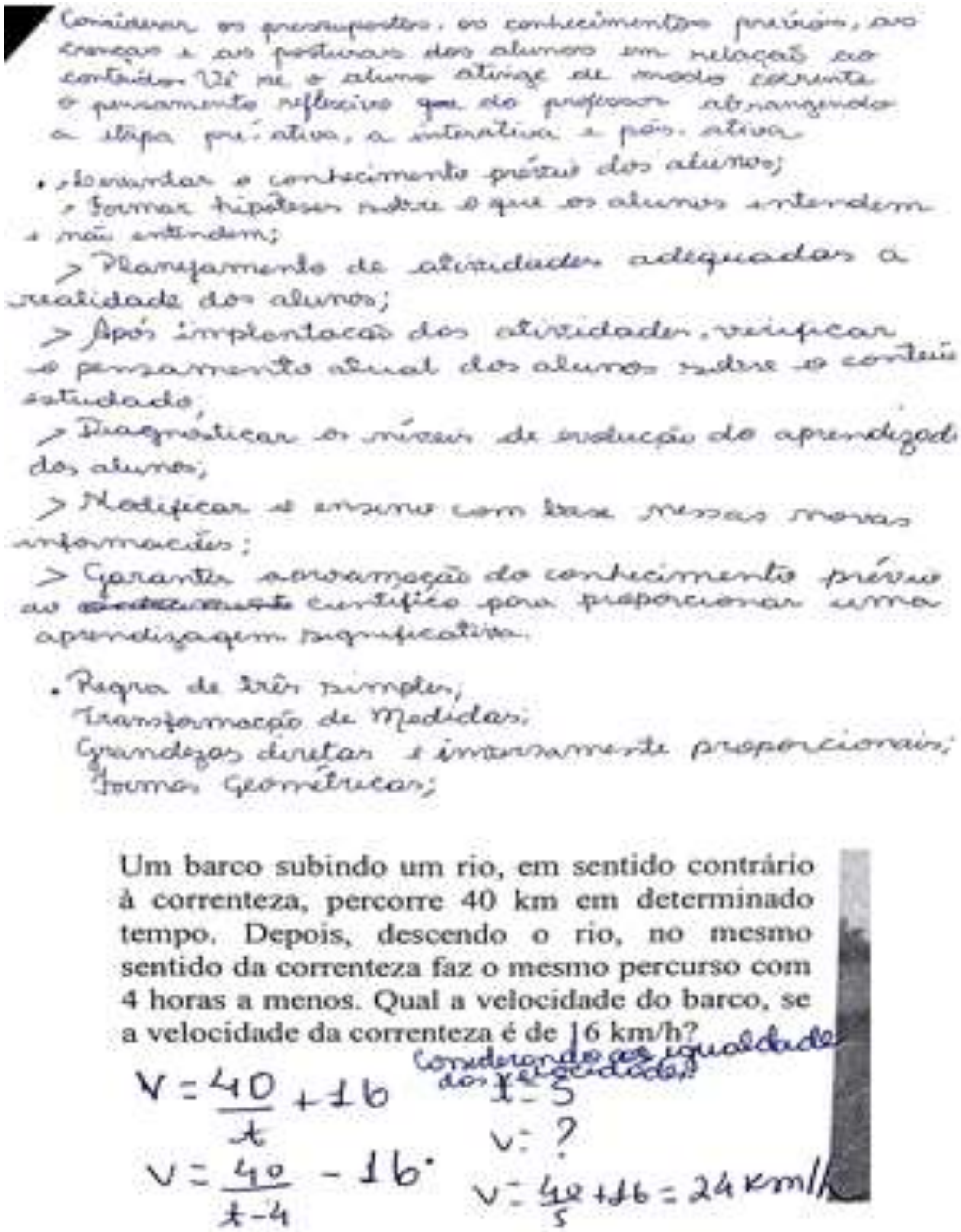
$72 = \dfrac{V_B^2}{8}$

$V_B^2 = 576$

$\boxed{V_B = 24 \text{ km/h}}$

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 42 - Sexto encontro: resolução do problema 6 pelo grupo 3


Considerar os pressupostos, os conhecimentos prévios, as crenças e as posturas dos alunos em relação ao conteúdo. Vê se o aluno atinge de modo coerente o pensamento reflexivo ~~que~~ do professor abrangendo a etapa pré-ativa, a interativa e pós-ativa

- Levantar o conhecimento prévio dos alunos;
  - Formar hipóteses sobre o que os alunos entendem e não entendem;

> Planejamento de atividades adequadas a realidade dos alunos;

> Após implantação das atividades, verificar o pensamento atual dos alunos sobre o conteúdo estudado,

> Diagnosticar os níveis de evolução do aprendizado dos alunos;

> Modificar o ensino com base nessas novas informações;

> Garantir a aproximação do conhecimento prévio ao ~~conhecimento~~ científico para proporcionar uma aprendizagem significativa.

- Regra de três simples;
  Transformação de Medidas;
  Grandezas diretas e inversamente proporcionais;
  Formas Geométricas;

Um barco subindo um rio, em sentido contrário à correnteza, percorre 40 km em determinado tempo. Depois, descendo o rio, no mesmo sentido da correnteza faz o mesmo percurso com 4 horas a menos. Qual a velocidade do barco, se a velocidade da correnteza é de 16 km/h?

$V = \frac{40}{t} + 16$

$V = \frac{40}{t-4} - 16$

Considerando as igualdade das velocidades

$t = 5$

$v = ?$

$v = \frac{40}{5} + 16 = 24 \text{ km/h}$

Fonte: Acervo do pesquisador

Observamos que os grupos 2 e 3 apresentaram uma resposta mais completa do problema, enquanto o grupo 1 concentrou o tempo em resolver o que o enunciado do problema pedia, não se atendo as demais questões que o integravam.

Não podemos precisar o motivo, mas algumas questões não foram levantadas em nenhum dos grupos, tais como qual o tempo mínimo da viagem? Qual a velocidade mínima do barco? Pode ser por exemplo 14 km/h?

Neste sexto encontro os participantes se mostraram mais focados na fase da resolução do problema. Um ponto positivo é que os professores estão vencendo a resistência de ir a lousa, expor suas soluções, embora ainda tenhamos observado relutância dentro dos grupos. Não esperávamos por esse comportamento dos participantes, pensávamos que ficariam à vontade entre os pares para exporem suas produções. Consideramos como positivo o fato de estarmos em uma sala de aula, com carteiras e uma lousa, para minimizar a resistência e podermos contar com uma participação mais ativa dos integrantes do encontro.

É fato que não fizemos a formalização ainda, mas os participantes já destacaram em suas resoluções conteúdos que poderiam de ensinados através da resolução do problema que abordamos neste encontro, a saber: grandezas diretamente e inversamente proporcionais; sistemas de equação de primeiro grau; equação do primeiro e do segundo grau; produtos notáveis e operações fundamentais.

Finalizando este encontro os participantes externaram uma inquietação com o binômio indisciplina e desmotivação. O pesquisador tomou mais essa nota em seu diário de campo, agradeceu a participação de todos e encerrou.

Formalização

Sistemas de equações lineares é um conteúdo que tem presença na escola desde o ensino fundamental até o ensino superior.

No oitavo ano, trabalhamos sistema de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas

Uma equação do primeiro grau com duas incógnitas é toda equação da forma $ax + by = c$,onde a, b e c são números reais, conhecidos como coeficientes, com a, e b diferentes de zero. As incógnitas são x,e y.

Assim, sistema de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas é um arranjo de duas dessas equações para responder a um determinado problema. Podemos tomar como exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 4 & (I) \\ 2x - y = -1 & (II) \end{cases}$$

Uma vez que identificamos o nosso sistema, vamos tratar acerca da busca da sua solução. Vamos apresentar dois métodos: por substituição e por solução gráfica.

Resolvendo por substituição.

Para resolver por substituição, devemos isolar uma das variáveis em uma equação e substituir na outra de modo ficarmos cum uma equação de uma variável para manipularmos. Vamos isolar x na equação I

$$x + y = 4$$
$$x + y - y = 4 - y$$
$$x = 4 - y\ (III)$$

agora vamos substituir a o valor encontrado na equação II

$$2(4 - y) - y = -1$$
$$8 - 2y - y = -1$$
$$8 - 3y = -1$$
$$-3y = -1 - 8$$
$$-3y = -9$$
$$\left(-\frac{1}{3}\right)(-3y) = \left(-\frac{1}{3}\right)(-9)$$
$$\boldsymbol{y = 3}$$

Substituindo em III, temos

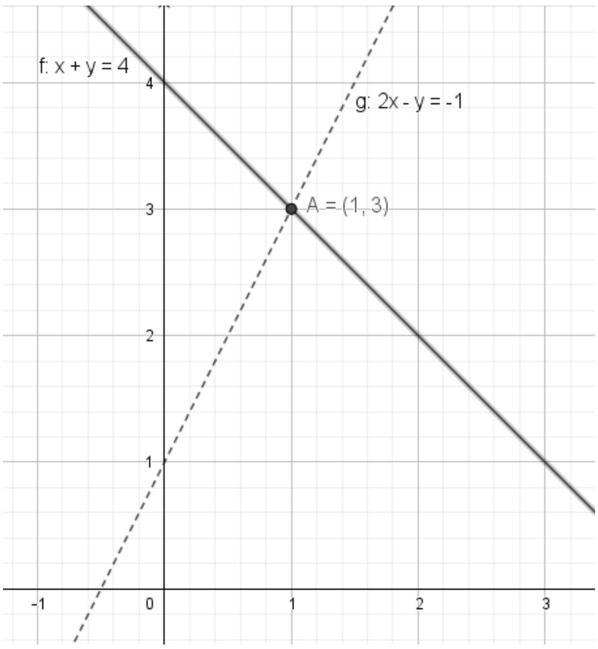
$$x = 4 - 3$$
$$\boldsymbol{x = 1}$$

A solução para o sistema em resolução é o par ordenado (1,3).

Resolvendo pelo método gráfico.

$\boldsymbol{f: x + y = 4}$		
x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
4	0	(4,0)

$\boldsymbol{g: 2x - y = -1}$		
x	y	(x,y)
0	1	(0,1)
$-\frac{1}{2}$	0	$(-\frac{1}{2}$,0)



Pelo método gráfico, a solução do sistema é o ponto de intersecção das retas representadas pelas duas equações no plano cartesiano, o ponto A (1,3), que é a mesma solução encontrada pelo método da substituição.

Para o Ensino Médio, já possuímos definições mais elaboradas onde a equação linear é uma equação na forma:

$$a_1x_1 + \ a_2x_2 + a_3x_3 + \cdots + a_nx_n = b$$

na qual $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ são chamados de variáveis, $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ são chamados de coeficientes das variáveis, respectivamente e b chamado de termo independente.

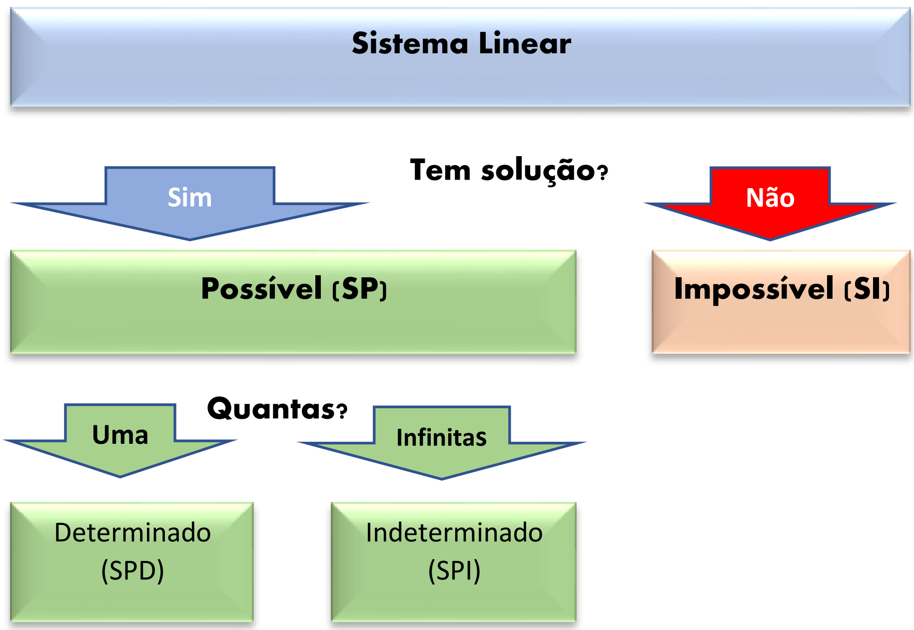
A solução de uma equação linear é formada pelos valores das variáveis que transformam uma equação linear em identidade, que satisfazem à equação, sendo conhecidos também como raízes da equação linear.

Um sistema linear de n incógnitas é definido como a união de duas ou mais equações lineares de n incógnitas. Por exemplo,

$$(I)\ \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases} \quad (II)\ \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + y + 2z = 14 \\ x - y - z = 7 \end{cases}$$

Onde temos (I) sistema de 2 equações com 2 incógnitas e (II) sistema de 3 equações como 3 incógnitas.

Quanto a quantidade de soluções um sistema pode ser classificado como:



Vamos detalhar um processo de resolução conhecido como Regra de Cramer. Seja o sistema abaixo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Primeiro montaremos a matriz com os coeficientes

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1.b_2 - a_2.b_1$$

Vamos trocar a primeira coluna de D pelos termos independes e obtermos D_x

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1.b_2 - c_2.\ b_1$$

Vamos trocar a segunda coluna de **D** pelos termos independes e obtermos D_y

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1.\ c_2 - a_2.c_1$$

Agora podemos calcular *x* e *y* por meio das seguintes relações:

$$x = \frac{D_x}{D} \quad \text{e} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

A regra de Cramer pode ser aplicada para resolver um sistema n x m, onde D diferente de 0 e a solução é dada pelas razões:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, x_3 = \frac{D_3}{D}, \ldots, x_n = \frac{D_n}{D}$$

No Ensino Superior os sistemas de equações lineares serão tratados pela álgebra linear e terão importância nas aplicações práticas voltadas para a engenharia, bem como diversos processos de otimização.

Após a formalização, o pesquisador ainda ouviu os participantes externarem uma inquietação com o binômio indisciplina e desmotivação. O pesquisador tomou mais essa nota em seu diário de campo, agradeceu a participação de todos e encerrou o encontro.

Sétimo encontro

Este encontro ocorreu nas dependências do IFPB Campus de Cajazeiras, na sala de aula de nº 6. Contamos com a presença de 16 participantes, sendo quinze professores e o pesquisador.

No final do encontro anterior, entre as notas do pesquisador estava o anseio de alguns participantes de partilharem suas angustias e expectativas em relação a dois elementos que, em alguns momentos, podem se relacionar diretamente, a indisciplina e a desmotivação. Para este encontro, o pesquisador não trouxe uma literatura específica, mas optou por utilizar a primeira parte desse encontro para que os participantes se colocassem relativamente à temática e alimentassem uma discussão.

A seguir elencamos algumas falas dos participantes, evidenciando que há um processo de desmotivação que atinge tanto alunos quanto professores, com suas razões específicas.

P_{19}: *A meu ver interfere muito em nosso trabalho a indisciplina e também hoje nós estamos vivenciando problemas com a falta de motivação em sala de aula. Os alunos estão confundindo liberdade com libertinagem e isso dificulta muito pra gente em sala de aula... Recentemente em uma das reuniões pedagógicas (departamentos) questionei a pessoa da Regional presente: o que fazer quando seu aluno chega, olha pra você e diz: professora, eu não vou fazer a prova! E aí? São instrumentos avaliativos que a gente precisa fazer na sala de aula. Quantas e quantas vezes entramos em sala de aula, estamos lá explicando o conteúdo, vamos de carteira em carteira, vamos tentando motivar individualmente, pergunto o que não foi entendido na discussão coletiva. Eu faço esse trabalho, vou em cada um e pergunto o que não entendeu... Então você trabalha a atividade, faz o exemplo aí chega a hora de o aluno fazer sozinho, geralmente a gente pede que faça na sala e outras vezes para tentar em casa. No outro dia você chega, prepara a aula e pensa: vamos discutir as dúvidas. Ao entrar na sala você pergunta: e aí gente, conseguiram resolver as questões? A resposta vem em forma de um silencio mortal, ninguém resolveu. Assim, chega um momento que tanto o aluno quanto o professor ficam desmotivados. Com relação à indisciplina tenho vivenciado mais em turmas com alunos fora da faixa etária, os que estão regularmente nesta etapa do fundamental, tem muita energia, não confundir com indisciplina.*

P_9: *Na escola onde leciono a desmotivação ultrapassa a disciplina num grau bem elevado. A colega P1 falou de um sexto ano, eu tenho uma turma de 8º ano, com 20 alunos, onde apenas dois participam ativamente, fazem as tarefas, que demonstram interesse na aula, o restante nem aí.*

P$_{14}$: *Mas é interessante a desmotivação. A gente não sabe o motivo preciso, mas acho bem interessante quando acontece digamos, sábado, na escola onde eu ensino, o Matias Rolim, no sábado letivo tem um simulado e toda a escola, diretores, pedagogas, professores, todos se envolvem... aí... eu acho legal que nesse momento eles veem que a responsabilidade ou a culpa, como queiram, não é só nossa, do professor. Por que a própria direção, e a coordenação pedagógica passam de sala em sala durante a semana avisando do simulado e tentando motivar os alunos. O simulado possui quarenta questões sendo 10 de português, 10 de Matemática, 5 de história, 5 de geografia, 5 de ciências e 5 de inglês. Não dá meia hora após o início e você já escuta: professora, terminei. Ora como pode, 40 questões, no mínimo 1 minuto para a leitura, já levaria 40 minutos. Matemática entre ler e resolver leva, no mínimo, 5 minutos cada questão... então como ele já terminou essa prova? E não foi só um ou dois não, foi a maioria da sala. Eles nem leem, só chutam. Veja o interessante é que nós estávamos lá em pleno sábado de manhã, deixa nossa casa e a maioria de nós é mulher, deixa os afazeres domésticos e quando chega lá eles não tão nem aí, não importa a que fim se preste avaliação. É interessante demais, eu fico me perguntando o porquê dessa desmotivação. É como se eles não tivessem perspectiva de melhoria, para eles tá bom como está, é assim que Deus quis. Destaco ainda um agravante da desmotivação no Ensino Fundamental II é o fato de muitos alunos chegarem no 6º ano sem saber ler nem escrever e nem dominam as quatro operações e, consequentemente, passam 2 ou 3 anos no 6º ano.*

P$_{2}$: *Primeiro, eu vejo o seguinte, acho que um aluno desse não vê perspectiva no estudo e outro fator, estava esperando e até agora ninguém falou, é que uma boa parte de nossos alunos tem certeza que no final do ano ele passa. Vou me interessar pra que?*

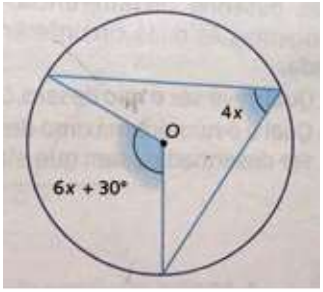
P$_{14}$: *Colega P$_{2}$, uma coisa que pude observar nesse último simulado foi que muitos alunos acertaram mais em matemática do que nas outras disciplinas, era zero nas outras disciplinas, mas quando chega no final do ano tá com 9 e 10 nas outras disciplinas e a gente escuta a frase: professora o que é que a gente pode fazer pelo aluno? Ele só ficou na senhora, não é nem em matemática, é na senhora. E aí? Não posso deixar de registrar que, aqui estamos em15 né? E todos, por unanimidade, passamos por essas situações. Agora, quando a gente vai para um planejamento, uma reunião pedagógica, a gente só escuta isso: professores, vamos mudar a metodologia, olhem vocês estão trabalhando de forma errada, o aluno que aprender, você que não está sabendo ensinar. Eu tenho trinta anos de sala de aula, posso estar cansada e não sabendo ensinar nesse contexto atual, digamos. Mas aí vem um professor que está começando, com todo gás, por exemplo, um estagiário de Geografia que chegou agora na escola, já criou blog da turma, pagina no face para a turma e outras coisas para dinamizar e* *integrar os alunos, mas na hora da avaliação, dos resultados, nível de interesse, de participação, baixíssimo. Não faz sentido que todo mundo está certo e somente nós, que estamos vivenciando isso de perto, estejamos errados.*

Percebe-se claramente, na voz dos participantes, que se sentem angustiados com o contexto em que se encontram e que sofre influência de fatores que lhes fogem ao controle, uma vez que o trabalho docente depende diretamente da colaboração do aluno e ninguém ensina algo a alguém que não quer aprender.

Após essas discussões iniciais, os grupos formaram-se como de costume, por afinidade, por meio de três agrupamentos com cinco integrantes cada, a saber: grupo 1 (P_4, P_5, P_6, P_9 e P_{10}) , grupo 2 (P_4, P_8, P_{15}, P_{16} e P_{19}) e grupo 3 (P_7, P_{11}, P_{13}, P_{14} e P_{17}),

Passamos a trabalhar o seguinte problema que reservamos para este encontro:

Problema 8: Salomão é um operador de máquinas de corte em uma fábrica e precisa programar sua máquina para executar um rasgo em uma placa de aço inoxidável que será acoplada a um bisturi elétrico. Para tanto ele precisa encontrar o valor de x.



1) Que estratégias podem ser usadas para a resolução do presente problema?

2) Que conhecimentos prévios você observa necessário à resolução do problema?

3) Resolva explicitando, passo-a-passo, o raciocínio/estratégia utilizados.

4) Será possível, por meio de sua resolução, determinar um padrão para esse tipo de problema?

5) Que conteúdos podem ser ensinados a partir da resolução do presente problema?

6) Em que ano do ensino fundamental você considera adequado aplicar esse problema, com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos por meio de sua resolução?

Por meio da apresentação deste problema esperamos criar mais uma oportunidade para os participantes trabalharem, dentre outros conteúdos, a geometria em sintonia com a álgebra, ângulos e suas propriedades integrados às equações do primeiro grau.

Cada participante recebeu uma cópia do problema para leitura individual e em grupo e, para esse problema não houve a necessidade, uma leitura em conjunto com o pesquisador. Após alguns minutos o pesquisador visitou os grupos com o objetivo de acompanhar a dinâmica dos trabalhos mediar a construção do conhecimento em andamento.

Figura 43 – Sétimo encontro: mediando o trabalho nos grupos

Fonte: Acervo do pesquisador

Dada esta fase de definição da estratégia de resolução e de colocá-la em prática, uma resolução de cada grupo foi recebida pelo pesquisador e estão dispostas a seguir:

Figura 44 - Sétimo encontro: resolução do problema 8 pelo grupo 1

1) Álgebra, transferidor, o método de tentativa.

2) Ângulo na circunferência

3) A medida do ângulo central é o dobro do ângulo inscrito

$6x + 30° = 2 \cdot 4x$

$6x + 30° = 8x$

$8x = 6x + 30°$

$8x - 6x = 30°$

$2x = 30°$

$x = \frac{30°}{2}$

$\boxed{x = 15°}$

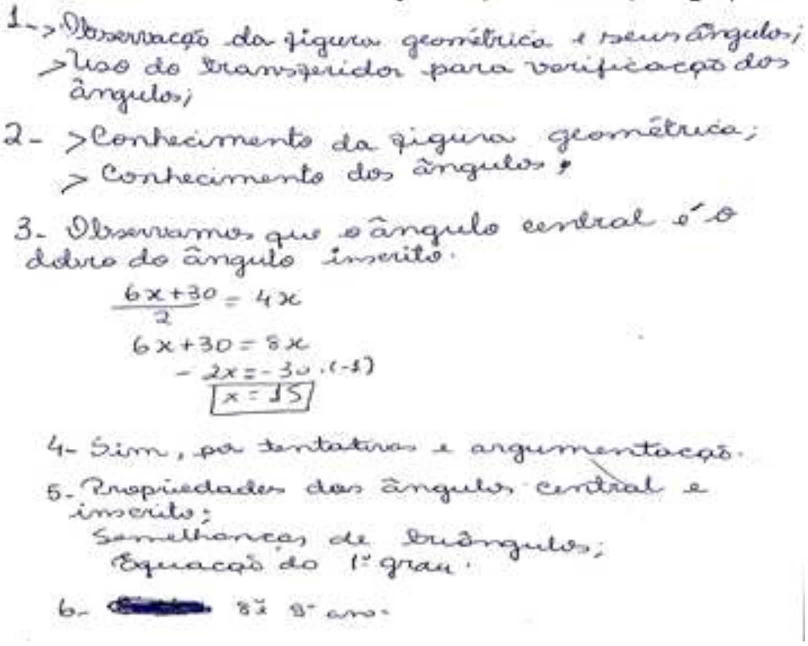
4) Sim, ~~pelo~~ meio da definição prévia de que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito.

5) Equação do 1º grau, comparação de ângulos, ângulo inscrito, ângulo central, circunferência e as operações fundamentais.

6) 8º e 9º Ano.

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 45 - Sétimo encontro: resolução do problema 8 pelo grupo 2



1- > Observação da figura geométrica e seus ângulos;
> Uso do transferidor para verificação dos ângulos;

2- > Conhecimento da figura geométrica;
> Conhecimento dos ângulos;

3- Observamos que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito.

$$\frac{6x+30}{2} = 4x$$

$$6x+30 = 8x$$

$$-2x = -30 \cdot (-1)$$

$$\boxed{x = 15}$$

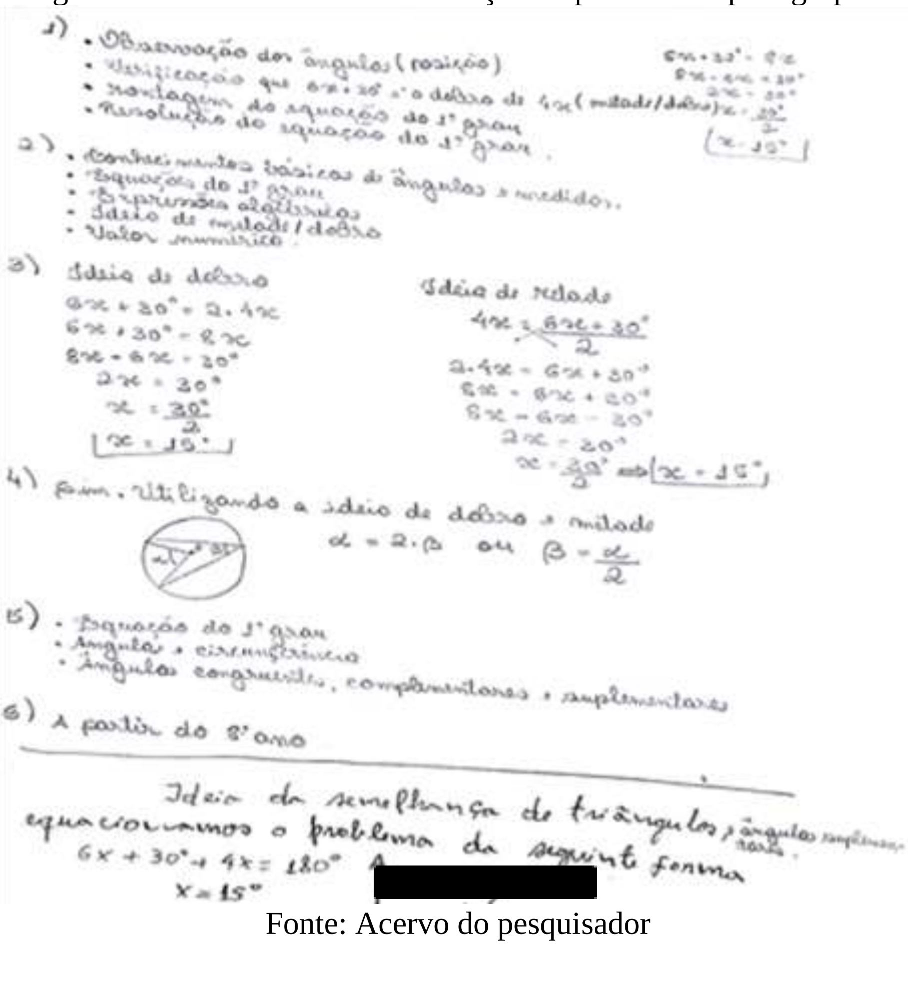
4- Sim, por tentativas e argumentação.

5- Propriedades dos ângulos central e inscrito;
Semelhanças de triângulos;
Equação do 1º grau.

6- [redacted] 8º 9º ano.

Fonte: Acervo do pesquisador

Figura 46 - Sétimo encontro: resolução do problema 8 pelo grupo 3



1)
- Observação dos ângulos (posição)
- Verificação que $6x + 30°$ é o dobro de $4x$ (metade/dobro)
- Montagem da equação do 1º grau
- Resolução da equação do 1º grau

$6x + 30° = 8x$
$8x - 6x = 30°$
$2x = 30°$
$x = \frac{30°}{2}$
$\boxed{x = 15°}$

2)
- Conhecimentos básicos de ângulos e medidas.
- Equações do 1º grau
- Expressões algébricas
- Ideia de metade/dobro
- Valor numérico

3) Ideia de dobro

$6x + 30° = 2 \cdot 4x$
$6x + 30° = 8x$
$8x - 6x = 30°$
$2x = 30°$
$x = \frac{30°}{2}$
$\boxed{x = 15°}$

Ideia de metade

$4x = \frac{6x + 30°}{2}$
$2 \cdot 4x = 6x + 30°$
$8x = 6x + 30°$
$8x - 6x = 30°$
$2x = 30°$
$x = \frac{30°}{2} \Rightarrow \boxed{x = 15°}$

4) Sim. Utilizando a ideia de dobro e metade

$\alpha = 2 \cdot \beta$ ou $\beta = \frac{\alpha}{2}$

5)
- Equação do 1º grau
- Ângulos e circunferência
- Ângulos congruentes, complementares e suplementares

6) A partir do 8º ano

Ideia da semelhança de triângulos, ângulos suplementares, equacionamos o problema da seguinte forma

$6x + 30° + 4x = 180°$ [redacted]
$x = 15°$

Fonte: Acervo do pesquisador

O Problema que trouxemos foi extraído, novamente de um dos livros texto que os participantes têm à sua disposição na escola, não obstante nenhum deles revelou ter conhecimento do mesmo no decorrer do encontro. As resoluções mostram que todos os grupos fizeram uso da relação: **A medida de um ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central correspondente**. Os três grupos indicaram conteúdos que poderiam trabalhar através da resolução deste problema dentro das expectativas de nossos objetivos ao selecionarmos o problema.

Chamou atenção o fato de que neste encontro o grupo 3 apresentou uma resolução mais elaborada, inclusive com estratégia alternativa colocada por um de seus membros, após o item 6, por meio da ideia de semelhança de triângulos. O mesmo chegou a um consenso quanto a resolução a apresentar, mas isso não impediu que um, ou mais, de seus integrantes continuassem a pensar, gerando uma nova estratégia que veio a ser partilhada com o grupo e com os demais.

A aplicação da metodologia vem se firmando a cada encontro, mesmo não havendo o momento formal da formalização de um determinado conteúdo, os participantes estão vislumbrando essa etapa claramente ao proporem, não só um conteúdo, mas conteúdos possíveis de serem formalizados nesta etapa.

Figura 47 – Sétimo encontro: Montando uma resolução com os grupos

Fonte: Acervo do pesquisador

Como já estava chegando ao final do tempo reservado ao encontro o pesquisador deu início a uma resolução com a contribuição dos participantes que trazia uma outra abordagem para cálculo do valor procurado, conforme a figura 47, deixando a conclusão para os participantes praticarem, no intervalo de tempo até o próximo encontro.

Oitavo encontro

Este encontro ocorreu nas dependências SME, onde contamos com a presença de 18 participantes, sendo 17 professores e o pesquisador.

Até o sétimo encontro as discussões acerca do ensino e da aprendizagem que integravam a primeira parte do encontro tomavam por base um tema único suportado por um texto comum para todos os participantes. Neste encontro, resolvemos apresentar ideais acerca de três temas de interesse do grupo: geometria, grandezas e medidas e probabilidade associadas ao ensino fundamental, uma vez que o problema que seria apresentado iria fazer uso dos três conhecimentos para a construção de um novo conceito.

Logo de início o pesquisador solicitou que os participantes se organizassem em três grupos, de forma livre, para que as leituras e discussões pudessem começar. Três grupos foram formados assim constituídos: grupo 1 (P_8, P_{11}, P_{14}, P_{15}, P_{16} e P_{17}); grupo 2 (P_1, P_4, P_5, P_{13}, P_{19} e P_{20}) e grupo 3 (P_2, P_3, P_7, P_9 e P_{18}). Em seguida entregou, aos membros dos grupos, os textos com um tema para cada grupo. Nos breves textos havia uma parte em comum que contemplava alguns questionamentos, dentre os quais estavam: Dou oportunidades aos estudantes para usarem os seus próprios métodos e estratégias de raciocínio na resolução de problemas? Peço aos alunos que discutam e justifiquem porque os procedimentos que fizeram uso funcionam na resolução de determinados problemas?

Após as leituras, os grupos se pronunciaram com as seguintes colocações:

P_2: *Quando você fala em dar oportunidade ao aluno falar, o detalhe não é ele falar, mas o que ele vai falar. Ora, pra ele falar ele vai ter noção de alguma coisa.*

P_8: *Ele vai ter que ter alguma fundamentação.*

P_2: *Muitas vezes quando você abre espaço para qualquer um aluno questionar, muitos deles não sabem não. Eles não conseguem nem se pronunciar.*

P_{12}: *Me preocupa buscar uma solução para essa problemática que a gente enfrenta cada dia, quem vai dar aula pra ouvir do aluno eu estou aprendendo é muito difícil. Tudo na matemática tem que ter uma referência, sem referência não tem problema com solução, sem a referência não vai para lugar nenhum, não tem como explicar, demonstrar nada. Por exemplo, do nosso texto aqui sobre grandezas e medidas, na aula para tratar sobre números decimais é necessário que eu sempre me refira a dinheiro, por que se eu perguntar quanto é 3 dividido por 2 ninguém sabe, mas diga R$ 3,00 que eles dizem na mesma hora R$1, 50, é bem ligeirinho. Quando trabalho frações, para o aluno entender que para adicionar frações diferentes você tem que tornar aquele denominador comum, para se falar da mesma unidade, da mesma coisa em mesma referência, eu vou no quadro e desenho uma casa, vou falar pra eles se podem* *totalizar quarto, sala e cozinha na mesma unidade? Não pode. Se vou pra feira 1numa sacola com laranja, manga, pera e uva eu não posso totalizar, preciso especificar uma por uma. Aí eu passo isso para os alunos e falo naquele desenho da casa que eu fiz se eu for falar um quarto mais um quarto, aí a turma diz que são dois quartos, aí eu ponho no quadro* $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$*. Porque que o denominador se repete? Porque eu to falado da mesma coisa. Na fração do dia a dia dos cálculos de vocês vai ser a mesma coisa. Agora quando vocês tiverem falando de quarto e de cozinha vocês vão ter que resolver, ou transforma tudo em quarto ou tudo em cozinha para poder juntar. E é isso que vocês têm que fazer nas frações que vocês tão tendo no livro aí. Mas, mesmo assim, quando é no outro dia eles não sabem fazer.*

Pesquisador: Muito bem. Só lembrando que quando falamos em oportunizar a fala do aluno, buscamos tornar a sala de aula de matemática uma comunidade de aprendizes de matemática, fomentando o discurso dos alunos respeitando o que ele traz para aula, partindo de onde o aluno se encontra e através de sua mediação (do professor) vai fazendo matemática e construindo conhecimento.

P_2: *o que notamos é que o aluno está acostumado a esperar que você fale...*

P_{14}: *Espera aí, mas talvez já sejamos nós também... afinal nós já temos tanto esse jeito de dar aula de matemática, padrão né, então não sei se essa nova geração que está saindo dos Institutos e das Universidades Federais vai chegar em sala de aula já com esse novo olhar, para o ensino da matemática.*

P_2: *Só retomando. Quantas vezes você já se deparou com um aluno que ao receber uma questão para resolver disse assim: professor não sei fazer desse jeito que o senhor pede não, posso fazer do meu jeito? Raríssimas vezes. Por exemplo: certa vez coloquei um sistema para ser resolvido pelo método da adição e um aluno resolveu da maneira dele e o que ele escreveu ficava muito mais claro que resolvendo pelo método da adição. O que eu fiz? Fui ao quadro e coloquei a resolução do aluno e ao ver o quadro outro aluno disse: mas eu também sabia fazer assim. Eu respondi: porque não escreveu?*

P_5: *Eu acho que o aluno, o que falta é interesse e dedicação. O nosso aluno tem condições de ir muito mais além, mas para isso se faz necessário que ele se dedique.*

P_{14}: *Existe outra coisa. Olha, a gente trabalha projeto demais na escola e nosso numero de aula fica reduzido em função da quantidade de conteúdo na ementa pra gente ministrar.*

Pesquisador: *professora,* P_{14}*, a senhora tem autonomia para decidir, por exemplo, se ministra 60% da ementa de modo que grande parte dos alunos tenham uma aprendizagem* *efetiva, ou ministra a ementa em sua totalidade correndo o risco de um aprendizado mínimo na turma?*

P_{14}: *Temos. A gente até que tem. As supervisoras, a escola em si, a gente nunca cumpre os 100% da ementa não e isso não é questionado não. Eu acho, na minha concepção, em minhas turmas tem um no sexto ano e mais três no sétimo ano que acompanhariam bem mais rápido, e eu sinto que estou tirando a oportunidade desses alunos se eu ficar só em 30 ou 40 % do conteúdo e não ir mais além. Mas ai você pode perguntar: e os outros? É muito difícil a gente trabalhar diferenciado dentro de uma mesma sala, a mesma serie como se fosse multidisciplinar. O aluno é empurrado para a serie posterior. O aluno acaba se prevalecendo disso, se eu não estudar eu sei que eu passo aliada a baixa estima a ponto de dizer: eu não aprendo matemática. Nós temos nossas responsabilidades, a gente trabalha em dois lugares, três lugares, a gente vive correndo e não tem mesmo tempo para prepara essas aulas tão mais diferenciadas, mais dinâmicas, a gente até prepara vez por outra.*

P_2: *Não vemos outros professores reclamando dos alunos, está na seguinte situação: eu não sei ler, mas passo em história, geografia, passo em tudo, até em português.*

P_7: *Vamos destacar de início a leitura individual feita por cada membro do grupo que culminou na construção deste esboço de mapa conceitual refletindo no entendimento comum de que a probabilidade favorece ao atendimento das demandas sociais com um papel fundamental na formação do cidadão associada com as componentes de estatística e combinatória, ao permitir ao cidadão uma apreciação crítica de uma notícia de jornal, de um anuncio publicitário. Precisamos, enquanto professores, deixarmos de ser tão conteudistas, principalmente os professores de matemática, e escutar um pouquinho o aluno também.*

Figura 48 – Oitavo encontro: apresentação do grupo do participante P_7

Fonte: Acervo do pesquisador

P_5: Inclusive, lá no nono ano da escola onde eu trabalho, dando ênfase ao nosso trabalho aqui com esta Metodologia, tenho apresentado o conteúdo de sistemas de equações através da resolução de problemas, e tenho recebido dos alunos muitas resoluções por tentativa e substituição de valores, que tem facilitado na hora de formalizar os diversos métodos de resolução. Na hora da avaliação formal, permiti que se agrupassem em duplas para resolver da forma que lhes fosse mais conveniente, dentre as trabalhadas nas aulas, e realmente foi mais proveitoso, muitas duplas resolveram através da atribuição de valores (tentativas) e outras adotaram formas algébricas de resolução. Mas, destaco, que várias duplas, mesmo por substituição, desenvolveram sequencias de ação distintas, proporcionando um ambiente muito rico, embora não possamos desconsiderar a dificuldade de alguns na interpretação dos problemas.

Encerradas as discussões acerca das leituras e entendimentos houve uma pausa e em seguida passamos para a segunda parte do encontro. Para esta escolhemos um problema que adaptamos de uma apresentação feita pelo professor Ledo Vaccaro, em uma das edições do PAPMEM[17], em função da problemática de permitir fazer conexão entre os conteúdos de medidas, geometria e probabilidade e possibilitar apresentar o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento de forma visual.

Problema 9: Se tomarmos uma vareta e partirmos em três partes, qual a probabilidade de que seja possível construir um triangulo com essas partes?

Acreditávamos que alguns dos integrantes do grupo já conheceriam o problema por lecionarem na rede estadual no Ensino Médio, então buscaríamos explorá-lo mais a fundo, buscando outras leituras e possibilidades de resolução. Mas para a nossa surpresa nenhum dos professores do grupo conhecia o problema e podemos, por meio da sua resolução, mediar os professores rumo a construção de mais uma maneira de permitir aos alunos vivenciar a integração entre álgebra, geometria e medidas para visualizar a probabilidade da ocorrência de um evento.

Com os 17 professores presentes, agrupados em três grupos – G1, G2 e G3 – entregamos uma folha de papel contendo o problema para cada um deles e deixamos que lessem o problema por alguns minutos. Após esse tempo perguntamos se todos haviam entendido o que o problema

[17] Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio – PAPMEM. IMPA, Rio de Janeiro, 26 a 30 de janeiro de 2015.

pedia, todos assentiram que sim. Deste ponto em diante, estipulamos mais alguns minutos para que os grupos trabalhassem na resolução.

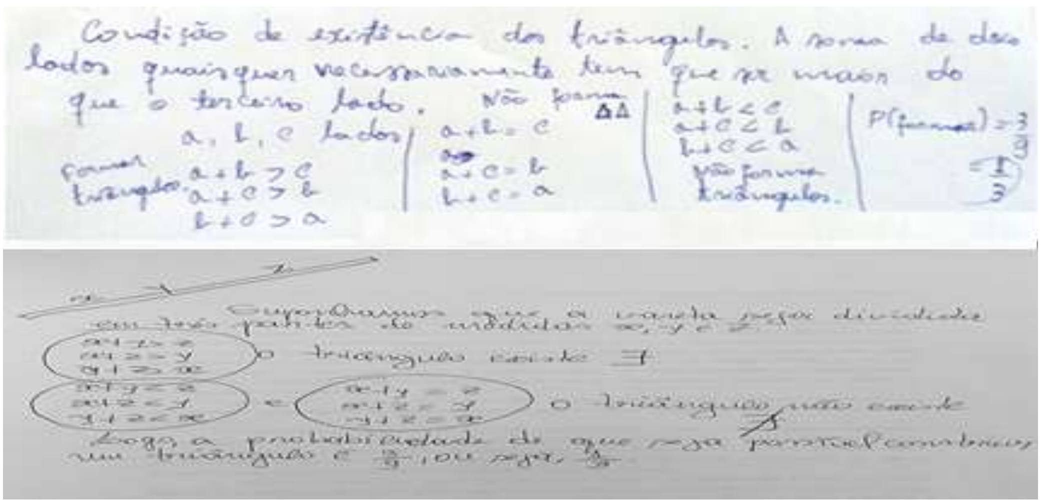
Durante esta etapa, ficamos indo junto aos grupos para acompanhar as estratégias de resolução adotadas e fazer as mediações necessárias (fig. 49). Observamos que o grupo 1 não conseguiu desenvolver uma estratégia que permitisse chegar a um resultado para o problema dentro do tempo estipulado. Os outros dois grupos, 2 e 3, partiram das propriedades que conheciam acerca dos triângulos que envolviam as dimensões dos lados e conseguiram desenvolver uma solução, chegando, ambos, ao entendimento de que probabilidade procurada seria de $\frac{1}{3}$.

Figura 49 - Oitavo encontro: mediando o trabalho dos grupos

Fonte: Elaborador pelo autor

Na figura 50 podemos observar as duas resoluções apresentadas, pelos grupos 2 e 3, respectivamente.

Figura 50 - Oitavo encontro: resolução do problema 9 pelos grupos 2 e 3



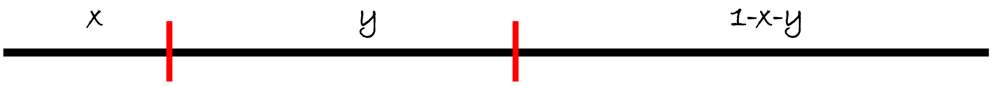
Fonte: Arquivo do pesquisador

Dando prosseguimento, desfizemos os grupos, expusemos e discutimos as soluções propostas com todos os participantes. Chegamos ao entendimento que os professores fizeram uso da seguinte propriedade: **para que três segmentos formem um triângulo é necessário que qualquer um dos segmentos seja menor que a soma dos outros dois** e utilizaram a ideia de probabilidade da ocorrência de um evento como sendo a **razão entre o número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis**. Tudo como esperado.

Ressaltamos que neste dia levamos para o grupo de estudos um pacote de canudos plásticos, destes de tomar refrigerante, e tesouras na expectativa de que alguns dos participantes decidissem experimentar a situação antes de partir para a solução valendo-se da linguagem matemática, pois poderiam traçar um paralelo entre o resultado experimental e o resultado calculado. Esse paralelo poderia ser útil para mostrar aos alunos que um pequeno número de casos pode não espelhar a tendência real do comportamento do experimento.

Como o pesquisador trouxe uma estratégia diferente das apresentadas pelos grupos no encontro, onde chegava a uma solução do problema de forma visual, resolveu apresentar para os participantes.

Consideremos uma vareta a ser partida em três partes e adotemos sua medida como uma vareta. Tomando três partes quaisquer podemos representar conforme a figura abaixo:



Dando prosseguimento, assumimos que cada parte terá um comprimento diferente de zero e que será representado por um valor positivo, o que nos leva ao seguinte:

X > 0; y > 0; 1 – x – y > 0 ou x + y < 1

Outra informação importante para a construção da solução é a condição para que três segmentos possam construir um triangulo ao serem dispostos com esse fim

> **Para que três segmentos formem um triângulo é necessário que qualquer segmento seja menor que a soma dos outros dois**

Dessa condição decorre que

$$x < y + 1 - x - y \Rightarrow 2x < 1 \Rightarrow \boldsymbol{x < \frac{1}{2}} \quad (\boldsymbol{I})$$

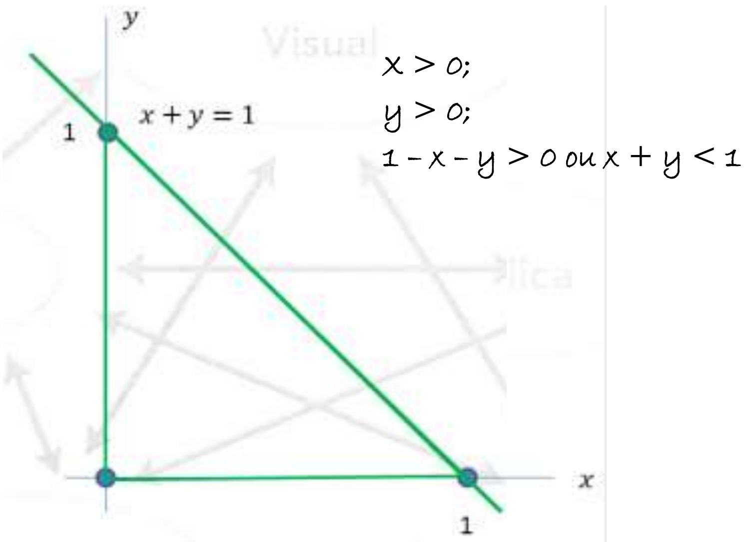
$$y < x + 1 - x - y \Rightarrow 2y < 1 \Rightarrow \boldsymbol{y < \frac{1}{2}} \quad (\boldsymbol{II})$$

$$1 - x - y < x + y \Rightarrow 2x + 2y > 1 \Rightarrow \boldsymbol{x + y > \frac{1}{2}} \quad (\boldsymbol{III})$$

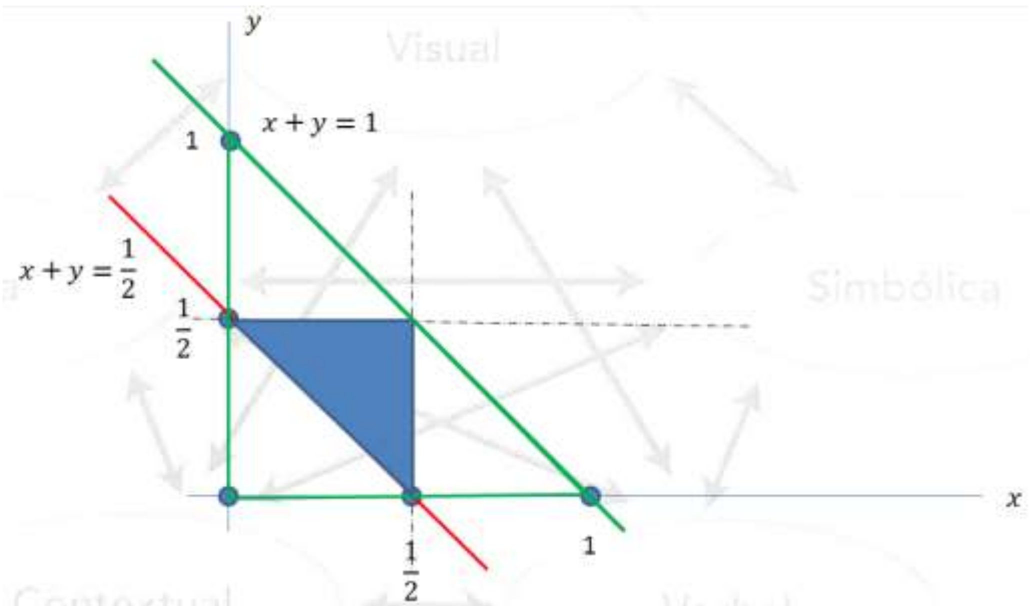
De (I), (II) e (III) temos uma relação de x e y que nos remete ao plano cartesiano. Assim, vamos representar esta relação por meio das desigualdades que as expressam. Por meio da disposição gráfica teremos condições visuais para calcular a probabilidade procurada. Esta visualização vai resultar na construção da ideia que emerge do arranjo geométrico a possibilidade do cálculo desta probabilidade por meio das áreas das figuras destacadas.

Vamos ao plano cartesiano.

Como vamos utilizar como unidade de medidas para os eixos a unidade vareta e somente temos uma vareta, o nosso espaço amostral será a região triangular destacada na cor verde abaixo, onde se localizam os pontos que caracterizam as possíveis partições da vareta.



Das desigualdades (I), (II) e (III) obtidas anteriormente, surge a área destacada em azul, que representa os pontos da divisão da vareta, os quais formam o triângulo abaixo



Observamos que é aceitável que a razão entre a área destacada em azul e a área contornada em verde reflita a probabilidade de que seja possível construir um triângulo com as três partes obtidas ao quebrarmos a vareta. Assim, com base em um arranjo visual, a probabilidade procurada é $P = \frac{1}{4}$, indo de encontro ao resultado obtido pelos participantes.

Os participantes acompanharam a exposição do pesquisador e ao final se surpreenderam com fato de um mesmo problema resolvido por duas estratégias diferentes conduzir a dois resultados diferentes. Após a exposição os participantes solicitaram acesso a resolução do pesquisador, pois fora totalmente inédito para eles.

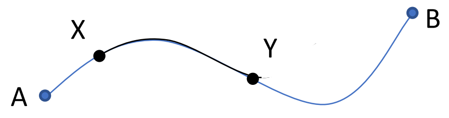
Formalização: dando prosseguimento, o pesquisador apresentou uma breve formalização do conteúdo de Probabilidade Geométrica, iniciando por um breve histórico e finalizando com sua definição.

A introdução apresentada acerca da Probabilidade Geométrica não tinha como objetivo explorar em sua totalidade as propriedades e aplicações do assunto supracitado, mas apresenta-la no contexto de um grupo de professores de matemática do ensino fundamental, em formação continuada, como mais um caminho para construir alguns conceitos ligados à probabilidade, junto aos seus alunos.

Baseou-se em um breve histórico acerca da probabilidade geométrica, com base nos trabalhos de Viana (2013) e Moraes (2014), situando no século XVIII os primeiros estudos acerca da probabilidade geométrica, tomando por ponto de partida um problema onde Georges-Louis Leclerc, nascido em 1707 em uma cidadezinha do sul da França e que viria a ser conhecido como Conde de Buffon, estava interessado em determinar algebricamente qual a possibilidade de uma agulha, lançada aleatoriamente em um assoalho com linhas paralelas, cair sem haver intersecção com essas linhas.

No ano de 1733, o Conde de Buffon apresenta a solução para o calculo da probabilidade de uma moeda lançada de forma aleatória sobre um piso ladrilhado com lajotas congruentes, cair inteiramente dentro de um dos ladrilhos, sem intersecção com qualquer uma de suas linhas. Os trabalhos deste conde, em especial o jogo das agulhas sobre ladrilhos, influenciaram fortemente na medicina, segundo Viana (2013), a ponto de servirem de base para o invento da tomografia computadorizada, conferindo o premio Nobel de Medicina aos cientistas Allan MacLeod Cormack e Godfrey Newbold.

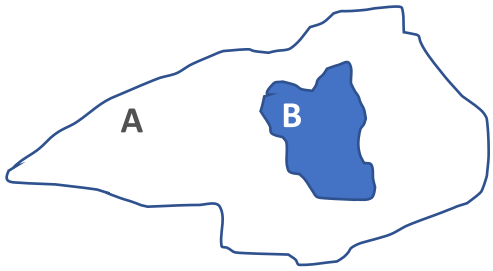
A formalização do conceito de probabilidade geométrica se deu sob dois aspectos:



Considere uma “linha AB” e dois pontos X e Y, dessa linha. Admitamos que a probabilidade de que um ponto escolhido aleatoriamente em AB pertença à linha XY (contida em AB) seja proporcional ao comprimento de XY, e que tal probabilidade não dependa das posições dos pontos X e Y. Sendo assim, essa probabilidade é

$$P = \frac{comprimento\ de\ XY}{comprimento\ de\ AB}$$

O mesmo raciocínio se aplica às áreas



Considere uma região B contida em uma região A do plano. Admitamos que a probabilidade de que um ponto escolhido aleatoriamente em A também pertença a região B é proporcional à área de B e não depende da posição que B ocupa em A. Essa probabilidade é dada por:

$$\boldsymbol{P} = \frac{(\text{Á}\boldsymbol{rea\ de\ B})}{(\text{Á}\boldsymbol{rea\ de\ A})}$$

Após a formalização, acompanhada por todos, antes de encerrarmos o encontro o participante P_7 pediu a palavra e trouxe uma apresentação para socializar com os pares, cuja temática era Metodologias Ativas, com enfoque no papel do professor, conforme fig. 51.

Este momento, para o nosso grupo, se configurou como um feedback altamente positivo de uma ação iniciada lá no terceiro encontro, quando os participantes externaram uma vontade de conhecer alternativas para o ensino, especificamente o ensino de matemática.

No decorrer da semana anterior ao encontro, através da ferramenta de comunicação

WhatsApp, uma participante se fez portadora da voz dos demais e trouxe essa necessidade de conhecimento.

À época, o pesquisador trouxe para o grupo dois textos que tratavam sobre aula invertida e matemática social (ver terceiro encontro). A apresentação da participante, ao tratar as Tecnologias Ativas, contempla a aula invertida e um conjunto de ações que se se alinha com as nossas discussões no grupo de estudos, onde há lugar para sócio-interacionismo, ação docente com foco no aluno, tecnologia, resolução de problemas, jogos, entre tantas outras abordagens.

Em sua exposição a participante deixou claro que após aqueles textos, principalmente o

Figura 51 – Metodologias ativas e ação docente

Fonte: Parte da apresentação do participante P_7

que tratava da Aula Invertida, ela se motivou a ir adiante nos estudos e esta apresentação, que trouxe para socializar, foi a fundamentação de uma oficina que ministrou para outros docentes na região sul do país.

Por fim, encerramos o encontro com a sensação de termos avançado ainda mais nas discussões dos aspectos das problemáticas dos dilemas da profissão de professor, partilhando a ação desta participante, que de forma autônoma trouxe uma energia nova para o grupo por meio de seu exemplo de conquista, da autoformação para a formação de outros. Quanto à construção e a reconstrução do crescimento do conhecimento matemático, todos os participantes foram modificados, incluindo fortemente o pesquisador.

Nono encontro

Este encontro aconteceu nas dependências do IFPB, com a presença de 13 participantes, sendo 12 professores e o pesquisador. O pesquisador deu inicio às atividades apresentando, a pedido da SME, um comunicado da Secretaria Municipal, encaixado a pedido em nossa pauta, que tratou dos baixos resultados da avaliação do SOMA, realizada nas escolas da rede municipal, que mede o rendimento dos alunos relacionados, no nosso caso, a aprendizagem de matemática segundo a lista de descritores que norteia a prova Brasil. Em seguida desenvolvemos a atividade de leitura do texto **As dificuldades de ensinar matemática no contexto da formação continuada** e posteriormente iniciamos a discussão conjunta.

Após a leitura alguns participantes desejaram falar, fizeram uso da palavra os participantes P_8, P_7 P_3 e P_5, por ordem de fala.

P_8*: O meu nono ano tem 43 alunos, a gente encerrou o terceiro bimestre e eu fiz um levantamento. 23 estão na final e sem o quarto bimestre e além do mais na prova brasil não e avaliado só o aluno não, tem o total que é o índice de reprovação, evasão, transferidos, evadidos, isso é o que está matando a gente. Isso no nono ano. Nos outros anos, eu ensino no 7º B, 8º A, 8º B e 9º, tem uma turma pequena lá que, se não me engano agora, 16 dos 18 alunos da turma já estão na final, sem o quarto bimestre. Quando conversamos com os alunos é o depoimento deles é triste. Só para exemplificar essa semana um deles estava dormindo na aula e eu me aproximei e perguntei o que estava havendo. Um colega disse que ele passou a noite no bingo. Aí eu perguntei: e sua mãe, não disse nada? Ele disse: ela quase me matou, mas hoje de noite eu vou de novo. E aí, diante disso nós vamos fazer o que? Eu acho que está faltando conscientização da família. A gente tá se matando em sala de aula, é Prova Brasil, é esse SOMA, teve o simulado do Mais Educação, teve uma semana que foi assim um atrás do outro. A coisa está fugindo ao nosso controle. Tão cobrando demais dos professores, onde na família e que tá o foco.*

P_7: *O governo do estado através dessa avaliação, o SOMA, dos 223 municípios aderiram 219. O governo ofereceu às escolas três opções: laboratório de informática, mobiliário ou ônibus, para que os municípios escolhessem o que iam querer para ver se conseguem melhorar esse índice e paralelo a isso também ocorreu a divulgação da escola digital da Paraíba, onde tem objetos de aprendizagem, jogos, planos de aula, para buscar melhoras desse baixo índice que está acontecendo.*

Pesquisador: *Será que essa aula da forma tradicional como ministramos não tem desestimulado os alunos? Afinal na atualidade o conhecimento chega de forma desordenada, é claro, ao aluno muito antes de ele adentrar a sala de aula.*

P_3*: Fala-se muito em investimento e que a gente tem que melhorar a aula ou tornar a aula um pouco mais atrativa, mas pensemos bem em um ponto: a colega P_7 citou que o governo investe e nesta semana mesmo fui abordado por uma pessoa da Administração que questionou se meus alunos acessavam as diversas plataforma digitais disponíveis para eles e eu prontamente respondi: vocês investiram na parte estrutural da escola? Os alunos tem condição de ficarem à vontade para estudar? A realidade é uma sala de aula com 40 alunos, à tarde em nossa região onde facilmente a temperatura atinge 37º e um ventilador funcionando, onde nada é de boa qualidade. Qualquer novidade que nós desejarmos trazer para a sala de aula tem que ser custeado por nós professores, e não se tem dinheiro para estar sempre investindo. Aí, chega um pessoal para fiscalização só procura coisa errada, mas não vê o que tem que ser consertado dentro da escola. Se você atrasa uma anotação no diário, você não sabe dar aula, não sabe isso, não sabe aquilo. Como você vai ter um ambiente psíquico e emocional para estar tornando mais atrativa a aula?*

P_5: *Mas será que essa dificuldade que temos não está atrelada a liberdade que essas novas alternativas direcionadas para a educação, estão dando ao priorizar os nossos alunos? Eu acho que uma dificuldade para evoluirmos como professor é essa liberdade que foi dada aos alunos, eu acho que falta mais controle, determinações, falta regras. Falta dar poder ao professor para que ele possa cobrar, dar sua aula, mas ter o direito de cobrar, o caminho que foi dado a educação não está sendo satisfatório. Estamos dando tudo ao aluno.*

P_7: *Não são somente os alunos, até mesmo os professores só vão para uma capacitação se houver uma bolsa, ou alguma coisa em troca.*

P_5: *Por fim gostaria de destacar algo que achei bem legal no texto, diz assim: ao passo que entrega aos professores em treinamento a ilusão de que mudando os professores, desta forma mudaria a educação.*

Pesquisador: É *claro que é urgente o aluno se mostrar mais responsável em seu papel e, como temos vivenciado no decorrer dos encontros nós ao ensinarmos através da resolução de problemas podemos oportunizar ao aluno trabalhar em sala em conjunto com os colegas e com o professor, de maneira mais significativa e envolvente.*

Em seguida, após um breve intervalo, com a necessidade de uma das participantes em se ausentar, ficamos com onze professores em sala e foram formados apenas dois grupos, um com cinco integrantes e outro com seis integrantes, para passarmos a trabalhar com o problema selecionado para este encontro, que possuía o seguinte enunciado:

PROBLEMA 10: Um vendedor de ovos chega pela manhã à feira e já perto do meio dia, ansioso para ir para casa, lança uma promoção: quem comprar a metade dos ovos leva mais meio ovo. Após atender três clientes, restou uma dúzia de ovos para serem vendidos. Quantas dúzias de ovos estavam à venda antes do início da promoção?

Como de costume, cada um integrante dos dois grupos recebeu uma cópia do problema. Em seguida passamos para a fase da leitura individual dentro do grupo. Nesta fase já surgiram as primeiras questões acerca das proposições do problema. O fato de ganhar meio ovo após comprar a metade dos ovos à venda gerou estranheza entre todos os participantes. Dessa constatação surgiu o seguinte diálogo:

P_7: *Por exemplo, se ele tem 100 ovos o primeiro cliente compra 50 mais meio ovo?*

Pesquisador: *Leva mais meio ovo sim. Será que da forma como você colocou da certo, P_7? É possível quebrar e vender meio ovo*?

P_3: *Esse meio ovo professor, se por exemplo o camarada leva lá, compra se a metade lá fosse 24 ovos, duas dúzias, então esse meio ovo seria, por exemplo, ele levar doze ovos a mais?*

Pesquisador: *Observo que você entendeu o meio ovo como metade da quantidade comprada. Não. Meio ovo mesmo. Isso sinaliza pra gente que ele deveria ter, no início, uma quantidade impar de ovos, afinal ele não pode quebrar o ovo e entregar uma das metades. Não é?*

P_3: *Aham (entendo).*

Pesquisador: *Por exemplo. Se eu possuo 7 ovos. Ou eu vendo 3 que é metade menos meio ou vendo 4, que é metade mais meio. Não é isso? Essa informação que nós conseguimos extrair do problema já serve até para verificar uma possível solução encontrada, afinal se encontrarmos 258, por exemplo, já podemos rejeitar pelo fato de ser um número par. Outro questionamento: se ele vende metade mais meio em uma venda o que sobra?*

Dando prosseguimento os dois grupos continuaram trabalhando em suas estratégias de resolução. Passados mais algum tempo um participante se pronuncia

P_3 – Restará da venda de $x/2 + 1/2$, ou seja, $x/4$. Vou pensar mais.

Pesquisador: *Vamos pensar assim, com base em 7, como conversamos antes. Se vende metade mais meio, restará?*

P_2 – Ora. restará metade menos meio

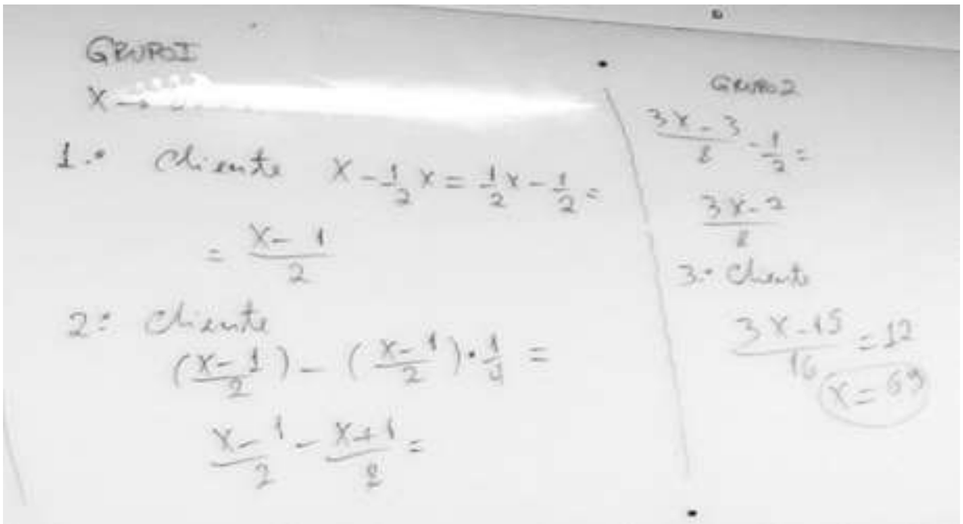
Dando prosseguimento, os grupos continuaram trabalhando na resolução, mas o tempo estava passando e nada de nenhum propor uma solução. Algo que merece ser destacado é que esse problema, aparentemente de resolução mental ou com aritmética simples foi o que promoveu uma maior interação entre os grupos, pois foram vários os deslocamentos de pessoas de um grupo a outro para discutirem. Até o presente encontro as interações eram mais fortes dentro dos grupos.

Figura 52 – Nono encontro: Os grupos 1 e 2 trabalhando o problema 10

Fonte: Acervo do pesquisador

A esta altura, com o trabalho já superando a fase de grupos por si mesmo e os participantes trocando ideias, em função do tempo o pesquisador pediu para que um voluntário de cada grupo expusesse na lousa a produção do seu grupo existente naquele momento, o que resultou no conteúdo da figura 53.

Figura 53 – Nono encontro: resolução do problema 10 pelos grupos 1 e 2 na lousa

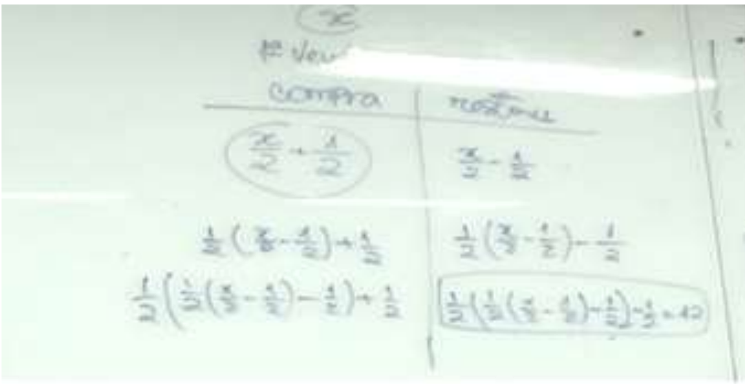


Fonte: Acervo da pesquisa

Uma vez colocado na lousa, passamos a fase de discussão onde todos os participantes podem colaborar com a construção da estratégia mais eficiente para a resolução do problema que está sendo discutido. Como vemos o grupo 1 estava equacionando a segunda venda e o grupo 2 resolveu condensar as três vendas por meio de única expressão.

Em busca do consenso, observamos que ambos os grupos se precipitaram ao tentar algebrizar a resolução. Então o pesquisador colocou na lousa a estratégia que havia preparado para lidar com este problema

Figura 54 – Nono encontro: estratégia do pesquisador para o problema 10



Fonte: Acervo do Pesquisador

Na primeira linha da tabela desenhada na lousa representada pela figura 53 acima, temos o que foi comprado na primeira venda e o que restou desta. A linha que segue corresponde à quantidade comprada na segunda venda e seu respectivo resto. Por fim, na terceira linha a operação de compra da última venda, na qual a quantidade restante corresponde a 12 ovos.

Assim, ao igualarmos a expressão que representa o resto da terceira venda ao valor 12, podemos, exercitando as técnicas de resolução de equação do primeiro grau, chegarmos facilmente a quantidade de ovos existente antes da primeira venda.

O participante P_2 interviu, após termos completado este raciocínio, com a seguinte assertiva:

P_2: *Já ali na segunda venda, pra simplificar a expressão e reduzir a chance de erros, podemos trabalhar diretamente com o resto da primeira venda por meio da expressão simplificada* $\frac{x-1}{2}$*. Assim procedendo com as demais vendas acho que ficará mais claro e mais fácil.*

Conforme podemos observar, para os participantes que tem uma vivência cotidiana com a matemática no papel de professores, foi preciso primeiro arranjar as expressões algébricas utilizadas de forma sequenciada para que um deles notasse a possibilidade desta simplificação, após muita discussão. A discussão com todos, leva o participante a uma visão mais abrangente

Algo que nos chamou a atenção foi que nenhum dos participantes revelou ter buscado resolver fazendo uso de procedimentos aritméticos ou mesmo cálculo mental, o que, ao selecionarmos este problema, nos pareceu evidente como opção predominante para a resolução. No quadro a seguir, representamos uma solução aritmética para este problema

Tabela 4 – Nono encontro: resolução aritmética do problema 10

Venda	Disponível	Vendido	Restante	Sequência de resolução
	(x)	$\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$	
1	**103**	52	51	**3**
2	51	26	25	**2**
3	25	13	**12**	**1**

Fonte: Elaborado pelo autor

Da tabela 4, fazendo uso da aritmética e considerando as condições do enunciado, observamos que ao vender metade dos ovos mais meio ovo o vendedor fica com metade dos ovos que possuía menos meio ovo e tomando o caminho inverso, ou seja, partindo do resto da terceira venda temos que, se 12 equivale à metade do resto da segunda venda menos meio descobrimos que foram vendidos 13 ovos e o resto da segunda venda, que ficou disponível para compra pelo terceiro cliente foi de 25 ovos. Seguindo esse raciocínio, podemos evoluir para a segunda venda e, por fim, para a primeira venda encontrando com relativa facilidade a quantidade que resolve o problema.

Ao fazer a opção por recorrer a uma equação para modelar o comportamento das ações a serem desenvolvidas no decorrer da resolução os participantes gastaram muito tempo, no processo de definir e verificar a validade da equação, as operações envolvidas até obter e resolver a equação que forneceria o valor desconhecido procurado. Adotar a aritmética, até mesmo por meio do cálculo mental, como ponto de partida pode ser mais rápido em função da simplicidade das regras que governam o enunciado do problema. Finalizando este encontro, deixamos o problema 11 como um desafio para ser trabalhado extragrupo até o nosso próximo e último encontro.

Décimo encontro

Chegamos ao final de nosso ciclo de encontros que ancorou a coleta de dados da nossa pesquisa. Este encontro aconteceu nas dependências do IFPB, com a presença de 15 professores e o pesquisador. Resolvemos inverter a ordem da pauta de trabalhos e começar com a exploração matemática, ancorando as discussões nas resoluções apresentadas pelos participantes do desafio deixado no 9º encontro.

Por volta das 13h30min, chegou o participante P_2, um dos mais ativos e falantes do grupo, e foi logo dizendo que tentou, de todas as maneiras, e não conseguiu resolver o desafio deixado do encontro anterior. Combinamos que esperaríamos o restante do grupo chegar e discutiríamos em conjunto com as demais soluções apresentadas pelos outros participantes.

Após a recepção e acomodação de todos lançamos o seguinte questionamento ao grupo:

Pesquisador: *Por favor, quem deseja iniciar as apresentações das estratégias de resolução do problema que ficou como desafio no último encontro?*

Após um silencio profundo, uma troca de olhares e uma breve conversa entre os professores, o participante P_{12} disse:

P_{12}: *Professor não resolvemos. Uns não tentaram, outros tentaram e não conseguiram, em resumo, não resolvemos.*

P_2: *Eu comecei aqui, mas chega num ponto que eu não consigo passar. Tá faltando alguma coisa.*

Aproveitando que o P_2 disse ter feito alguma coisa, de imediato o pesquisador pensou em tomar por base a sua produção para que pudéssemos, por meio da discussão, enriquecê-la e perguntei:

Pesquisador: *Pronto. Por favor, nobre participante, o senhor pode vir até a lousa e expor a sua produção para que possamos discutir e complementá-la.*

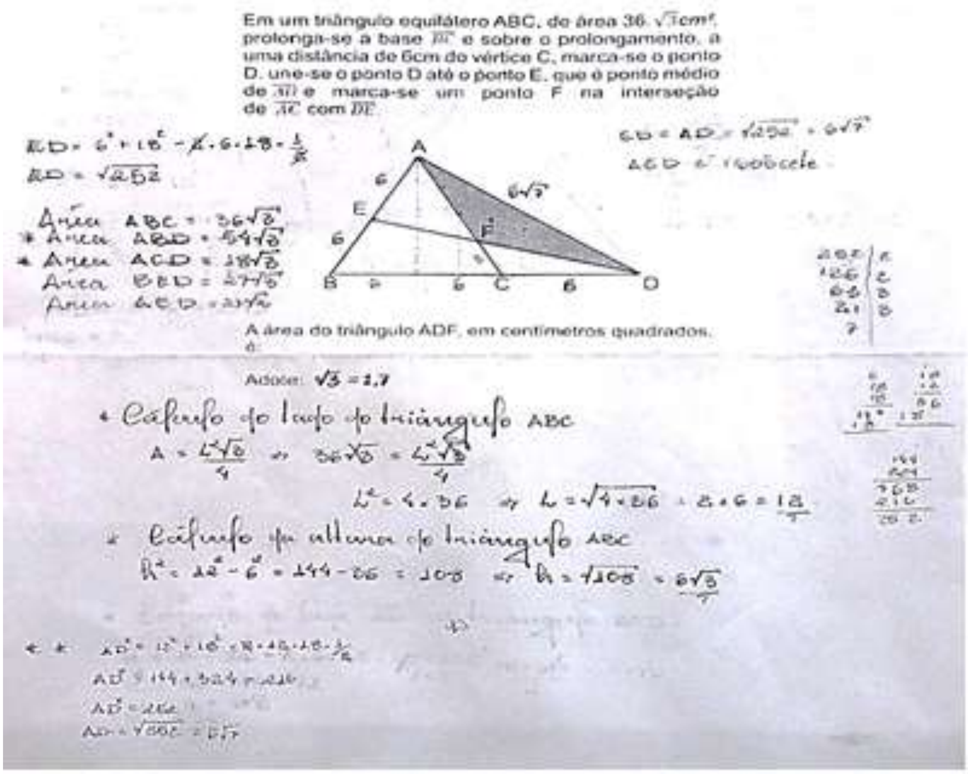
P_2: *Não. De jeito nenhum! Vou nada, entrego ao senhor, mas não vou.*

Pesquisador: *Tudo bem. Me dê aqui. Obrigado!*

Causou surpresa ao pesquisador o professor dizer que não ia de jeito nenhum expor a sua estratégia, por não ter chegado à solução. Este momento traz à mente as cenas diárias que vemos em sala de aula dos alunos inseguros e com medo de expor seu pensamento incompleto para discussão e enriquecimento pelos demais membros da sala de aula. Até aí não é de surpreender, mas o fato de um professor não se sentir seguro perante seus pares, para assumir uma postura de "*não consegui, vamos pensar juntos?"*, leva a um questionamento: Como será que esse professor encara a apreensão de seus alunos, frente a solicitação de ir a lousa? Será que ele percebe que a dificuldade em se expor vai além da noção de ser aluno e estaria ligado a enfrentar o julgo de seus pares? O que o impede, afinal, de partilhar sua estratégia para a discussão e aperfeiçoamento pelo grupo?

Como não contávamos com outras resoluções e respeitando o fato de que o participante P_2 não se sentia confortável em expor sua produção perante seus pares, o pesquisador recolheu sua produção que se mostrou organizada e dotada de fundamento, segue abaixo, e começou a desenvolver uma resolução que havia preparado anteriormente.

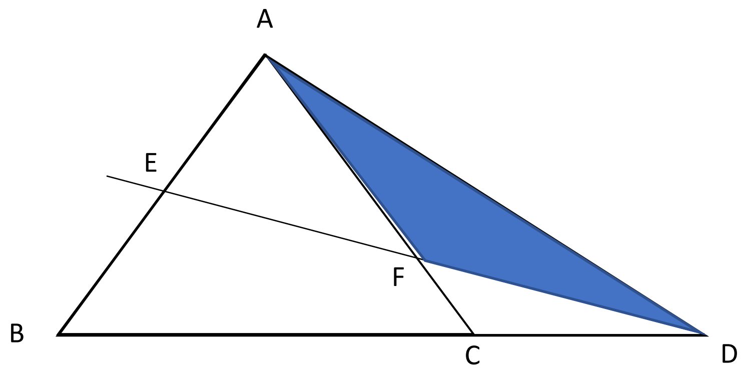
Fig. 55 – Decimo encontro: resolução parcial do problema 11
entregue pelo participante P2



Fonte: Acervo da pesquisa

Na resolução a ser apresentada pelo pesquisador, o mesmo fez uso do Teorema de Menelau, muito embora caso a intenção fosse formalizar ao final com os alunos a teoria acerca da semelhança de triângulos, seria possível resolver adequadamente o problema. Este problema permite também introduzir o estudo das relações trigonométricas de maneira mais aprofundada já no 9º ano. Introduzir o Teorema de Menelau foi uma opção por não se apresentar nos livros didáticos utilizados pelos participantes em suas salas de aula, muito embora nos surpreendeu que nenhum dos participantes conhecesse. Cabe ressaltar que dois dos participantes eram egressos do PROFMAT, onde este Teorema é trabalhado.

A seguir apresentamos a estratégia de resolução que nos trouxemos para o encontro.



A resolução do problema baseado na figura acima, consiste em encontrar a área do triangulo AFD – A(AFD), que pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$A(AFD) = A(ABD) - A(ABC) - A(FCD) \ \ (1)$$

A área do triangulo ABC, já e fornecida como parte do enunciado do problema e vale $\boldsymbol{A(ABC) = 36\sqrt{3}cm^2}$**.**

Para obter a área do triângulo ABD, podemos no apoiar em uma das propriedades dos triângulos que diz que se dois triângulos possuem a mesma altura, a razão de suas áreas é igual à razão entre suas bases. Isso nos leva a

$$\frac{A(ABD)}{BD} = \frac{A(ABC)}{BC} \ \Rightarrow \ \frac{A(ABD)}{18} = \frac{36\sqrt{3}}{12}$$

$$\boldsymbol{A(ABD) = \frac{18\ .\ 36\sqrt{3}}{12} = 54\sqrt{3}\ cm^2}$$

O próximo passo é encontrar área do triângulo FCD. Calcularemos esta área utilizando os valores dos lados FC e CD e o seno do ângulo entre eles, conforme expressão abaixo:

$$A(FCD) = \frac{1}{2}.FC.CD.sen120º$$

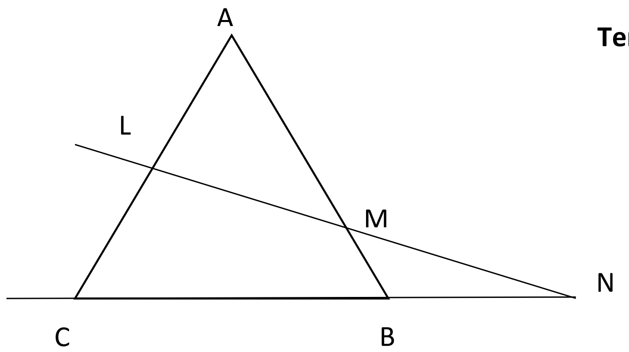
Neste ponto, o participante P_{14} que fez a seguinte colocação:

P14: *Mas professor, falar de lei dos senos no Ensino Fundamental? Isso não é só no Médio?*

Em resposta a esta colocação foi destacado que no 9º ano o aluno é apresentado a trigonometria por sua razoes básicas e que os livros didáticos em sua maioria limitam ao espaço do triangulo retângulo. Por que não o aluno sair das tabelas prontas e dar os primeiros passos na construção das relações trigonométricas que serão estudadas de forma mais aprofundada, como outros tantos conteúdos, durante a continuidade de sua vida acadêmica.

Retomando a resolução prosseguiu a busca, com exatidão, do valor de FC, apoiado no Teorema de Menelau exposto a seguir.

Dado um triângulo ABC e uma reta *r* que corte os lados AC, AB e BC nos pontos L, M e N, respectivamente



Temos que

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{NB}{NC} \cdot \frac{LC}{LA} = 1$$

Neste momento, o participante P_2 fez a seguinte intervenção:

P_2: *Ah! Eu sabia que tinha alguma coisa aí. Era esse teorema. Ah! Agora sim!*

Por meio da aplicação do teorema em estudo em nosso problema, obteremos a seguinte expressão para a relação entre FC e FA

$$\frac{FC}{FA} . \frac{EA}{EB} . \frac{DB}{DC} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{FC}{FA} . \frac{6}{6} . \frac{18}{6} = 1$$

fazendo as devidas simplificações e arranjos observamos que FA=3.FC. Assim, Como FA somado com FC mede 12 cm, FA mede 9 cm e FC mede 3 cm.

Agora podemos calcular a área do triângulo FCD

$$A(FCD) = \frac{1}{2} . FC . CD . sen120º = \frac{1}{2} . 3.6. \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}\ cm^2$$

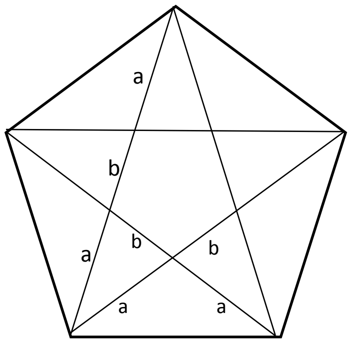
Podemos passar a calcular a área que será a resolução do problema, retomando a expressão (1) e adotando como sugerido $\sqrt{3} = 1{,}7$, temos

$$\boldsymbol{A(AFD)} = 54\sqrt{3} - 36\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{27\ .\ 1{,}7}{2} = \boldsymbol{22{,}95\ cm^2}$$

Os participantes solicitaram cópias dessa forma de abordar o problema, que ficou de ser entregue no final do encontro e após uma breve pausa passamos para a resolução do problema reservado para esse encontro.

Para manter a sintonia com a segunda parte do encontro em que a leitura teria como tema estética, beleza e a criatividade na matemática, trouxemos um problema que permite tratar proporcionalidade, semelhança de triângulos e equações do segundo grau, que culminaria com a obtenção de um número que está associado à razão áurea. O problema foi o seguinte:

Problema 12: Considerando o pentagrama da figura abaixo, qual o valor da razão $\frac{a}{b}$?



Para este momento contamos com três grupos, grupo 1 (P_2, P_7, P_8, P_{12}, P_{16} e P_{17}), grupo 2 (P3, P14, P15, P18 e P20) e grupo 3 (P_5, P_6 e P_{10} e P_{19}) conforme as imagens dispostas a seguir

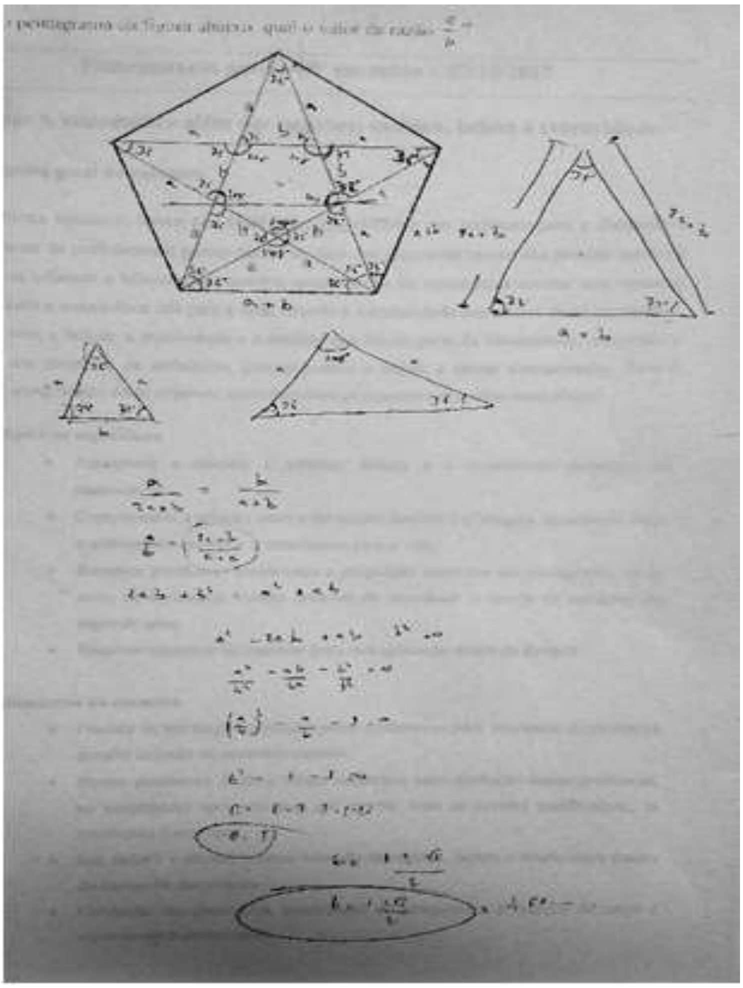
Foto 56 - Decimo encontro: grupos trabalhando o problema 12

Fonte: Acervo do pesquisador

Como este era o último encontro, diante dos laços que são criados mediante a intensidade e a constância das discussões bem como o acompanhamento da construção da resolução do desafio, os participantes estavam bastante eufóricos.

Como sempre trabalhamos, distribuímos uma cópia do problema a cada um dos integrantes, eles iniciaram a leitura. Apesar do enunciado fazer uso de poucas palavras a figura permitia uma complementação na leitura do problema. Todos entenderam apenas com a leitura individual e começaram a traçar estratégias de resolução para o problema. Acredito que pelo contexto do momento, apesar das discussões intragrupo e intergrupos bem fundamentadas em torno do problema, apenas o participante P_7 apresentou a resolução, fruto da contribuição de outros participantes, que segue representada na figura 57.

Figura 57 – Décimo encontro: Resolução apresentada pelo participante P_7 para o problema 12.



Fonte: Acervo do pesquisador

Devido ao adiantar da hora e como já havíamos trabalhado a matemática na discussão da resolução inicial motivada pelo problema 11, não nos alongamos nas discussões com base na resolução apresentada para o problema 12.

Encerrando o encontro, buscamos ouvir os presentes acerca das experiências vivenciadas no decorres dos dez encontros do grupo de estudos, momentos que integraram a etapa de coleta de dados da nossa pesquisa. Aos participantes foi perguntado: Quais suas considerações acerca de nossa experiência conjunta nesse período?

Nove participantes voluntariamente se pronunciaram, a saber: P_2, P_3, P_5, P_6, P_8, P_{12}, P_{14}, P_{18} e P_{19}, conforme listado na continuidade.

P_2: *Foi, foi boa. O rendimento da aplicação na sala de aula dos problemas, a investigação foi interessante. Os problemas que foram trazidos pra cá para discutirmos juntos com os colegas aqui da formação também muito bons. Foi proveitoso. A implementação do que vimos aqui depende de uma seria de fatores, inclusive da escolha do material, tenho defendido desde anos anteriores aqui com o pessoal a escolha de conteúdo e de material para ano, eu não concordo muito com aquela sequência dos livros didáticos não. Eu particularmente gosto de prepara o meu material, não gosto de ficar preso a um livro texto.*

P_3: A formação foi proveitosa. A gente trabalhou para distribuir um pouco de conhecimento na sala por meio das trocas de experiências, e através de uma metodologia baseada na resolução de problemas fomos apresentados a uma alternativa altamente válida para diversificar a nossa prática de sala de aula, mas não é fácil de aplicar em todos os momentos. Foi muito proveitoso e deu pra aprender bastante coisas.

P_5: Eu estou devidamente feliz. Eu acho que nós nos aperfeiçoamos tendo a oportunidade de conhecer novas metodologias, com ênfase a questão de problemas, como lidar de uma forma diferente e isso vem, quer queira ou não, facilitar o nosso trabalho perante os alunos. Sim, acredito que por estarmos em grupo fomos levados a reflexão e, com certeza, aprendemos de uma forma diferente como inovar na sala de aula. Eu acho por demais proveitoso.

P_6: *Muito importante para todos nós, uma aprendizagem constante, a gente tá aqui cada vez aprendendo mais e essa interação em equipe que é muito importante, essa troca de ideias, de novas opiniões, isso só tem a crescer.*

P_8: *Foi ótima, precisamos de mais formação dessas, um grupo bom e uma coordenação em sintonia com as nossas necessidades. Esperamos mais ano que vem.*

P_{12}: *Foi muito importante porque em todos os momentos podemos perceber claramente que tivemos uma aprendizagem e momentos em que, para nós, tornou-se notório a necessidade* *da gente poder, a cada dia, ter uma reflexão, uma nova visão da dinâmica, de uma nova metodologia, da maneira como expressar a matemática no dia-a-dia. Quero também dizer que foi muito satisfatório o resultado de nossos encontros e nossos momentos. Espero que possamos continuar no próximo ano com essa modalidade de formação aberta, que nos escuta e resgata a nossa autoestima, para que a gente tenha essa mesma tendência, esse mesmo pensamento, melhorar a cada dia.*

P_{14}: *Eu estava relutante em dar a minha opinião porque em alguns momentos desse ano também eu não estava bem pra participar da formação. Mas, no geral, eu achei que foi uma formação boa, muito entrosamento, dinamismo, a gente brincava mais também tinha a parte séria, tinha a parte que a gente levou pra sala de aula a prática, vivenciar com os alunos e ver como o aluno aprendeu o que a gente estava vendo aqui, como ele concebeu esse novo ensino, eu achei bem interessante. Então é assim, a gente sabe que é uma prática de ensino que ainda não está, na pratica [redundância], em sala de aula, mas que em algum tempo vai ser um dos pontos chave pra gente correr atrás e fazer com que o aluno venha para a matemática. A gente tem conhecimento da dificuldade de se ensinar matemática e é mais uma metodologia, mais uma prática que pode nos ajudar.*

P_{18}: *Eu vejo assim: as interações, as experiencias, as ricas discussões e cada um compartilhando, a gente vê que cada vez a gente aprende mais um pouco. Os problemas também que o nos foram apresentados são interessantes, e eu vejo que mais interessante é que para alguns problemas a gente tem que estudar, estar sempre estudando. Para mim isso diz, claramente, se prepare mais, você precisa estar preparado para enfrentar a sala de aula.*

P_{19}: *A formação foi muito proveitosa, essa forma flexível e que levava em conta as nossas necessidades agradou, acredito, a todos. Veio a contribuir com as ideias da gente por meio dos textos que discutimos, os problemas que nós resolvemos com várias formas diferentes de resolver, cada grupo tinha sua maneira de resolver. Como na matemática a gente sabe que não tem só um caminho e foram muito proveitosas as discussões e deu para engrandecer o que nós sabemos. O professor de matemática tem que saber trabalhar com essas problematizações para se sair bem na vida, ter essa visão geral.*

Em seguida, o pesquisador agradeceu a dedicação de todos em se mostrarem sempre receptivos; terem colaborado em todos os momentos de nossa trajetória e ao aprendizado pessoal e profissional que foi adquirido. Após essa visita aos encontros do grupo de estudos, seguem-se as considerações preliminares, sob um prisma geral.

8.3 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Ao concluir o ciclo de dez encontros com os professores em serviço, apresentamos as considerações preliminares acerca do realizado focando no seu significado para esses professores. Norteamos as nossas ações com base nas problemáticas da sala de aula que ecoaram de suas vozes, envolvendo o ensino, aprendizagem e avaliação de matemática, entrelaçando os saberes disciplinares, curriculares e experienciais com os saberes da formação profissional.

O desenrolar das ações dentro do grupo de estudos esteve apoiado em vários teóricos para cada temática presente em nossa pesquisa. Dentre outros, destacamos para a formação continuada, Imbernon, Novoa, e Tardif; para grupo de estudos e trabalho colaborativo Murphy e Lick, Nacarato; Perez, Fiorentini e Hartman e, para a Resolução de Problemas, Schoereder e Laster, Onuchic, Onuchic e Allevato, Van de Walle e Huanca.

Com relação à formação continuada, ao propormos desenvolver as nossas ações ouvindo os participantes, estamos com propósito de aproximar esta formação da realidade da profissão. Para Tardif (2014), essa aproximação se deve a necessidade de não limitar esta modalidade de formação aos conteúdos e as diversas modalidades que compõem a formação inicial. Este autor reforça que

> De fato, a profissionalização do ensino exige um vínculo muito mais estreito entre a formação contínua e a profissão, baseando-se nas necessidades e situações vividas pelos práticos. Em última instância os professores não são mais considerados alunos, mas parceiros e atores de sua própria formação, que eles vão definir em função de sua própria linguagem e de seus próprios objetivos. O formador universitário para de desempenhar o papel de transmissor de conhecimento e torna-se um acompanhador dos professores, alguém que os ajuda e os apoia e seus processos de formação ou de autoformação. (TARDIF, 2014, p. 292)

No decorrer das discussões um ponto recorrente que se consolidou como um obstáculo para a evolução da prática docente no cenário atual por parte dos professores participantes, independentemente da metodologia de ensino adotada, foi a cobrança dos órgãos normatizadores do ensino, da sociedade de forma geral e, em particular, a necessidade urgente da parceria entre escola e família, visando resgatar o papel preparatório e complementar última à ação da escola.

> Os docentes vivem num espaço carregado de afetos, de sentimentos e de conflitos. [...] Ampliando o espaço da escola para introduzir um conjunto outros “parceiros”, inevitavelmente nos tornamos esse processo ainda mais difícil. Os docentes devem ser formados, não só para uma relação pedagógica com os alunos, mas também para uma relação social com as “comunidades locais”. [..] pedimos a educação que cumpra objetivos distintos, às vezes contraditórios: desenvolver pessoa e formar o trabalhador, garantir a igualdade de oportunidades e a seleção das elites, promover mobilidade profissional e a coesão social. (NOVOA, 2014, p. 229).

Portanto, nos é feito um alerta por Labraree citado por Nóvoa (2014, p. 229) que o trabalho do professor impacta os alunos, as famílias e a comunidade em sua totalidade ao custear a educação e lançar exigências. Satisfazer a todos esses segmentos não é tarefa fácil.

Os encontros do grupo foram espaço para a partilha de vários saberes, por exemplo, quando uma professora nos trouxe sua experiência com a Aula Invertida e Objetos de Aprendizagem, em função de sua imersão cotidiana nas tecnologias de informação e comunicação no contexto da sala de aula e outro professor, um pantógrafo e um jogo, artefatos confeccionados por ele para dar maior dinamismo e envolvimento dos alunos sem suas aulas. Estes momentos se configuraram por meio de compartilhamento de saberes em uma oportunidade para os participantes ressignificarem os saberes disciplinares e curriculares, partindo dos saberes experienciais trazidos para o grupo. No caso, as duas experiências estão intimamente ligadas ao trabalho com resolução de problemas nos moldes que abordamos em nossa pesquisa.

As interações dentro do grupo de estudos, consolidando as discussões entre membros de uma comunidade com objetivos e problemáticas comuns atuando como sujeitos de sua formação, trouxeram contribuições para o crescimento, nos aspectos individual e coletivo, do professor de matemática. Alguns participantes desejaram se colocar com relação a essa potencialidade do trabalho dento de um grupo de estudos:

P_{19}: *Sim, pois a troca de experiências é muito importante.*

P_{10}: *Com certeza é mais um leque de informações para o meu currículo profissional. Acho que a resolução de problemas no ensino de matemática é completa e dinâmica até porque se trabalha tudo, desde a interpretação e escrita até o raciocínio lógico e isso é muito bom.*

P_9*: Sempre contribuiu e, de forma positiva, nos leva a refletir sobre nossos alunos e nossa prática.*

P_6: *Com certeza a minha participação no grupo me faz refletir sobre a minha prática em sala de aula, o que me leva às vezes prosseguir e, em outros momentos, retroagir as minhas ações.*

Com relação ao trabalho cooperativo/colaborativo dentro do grupo de estudos, percebemos que a cooperação esteve presente na maior parte de nossos encontros. A colaboração veio crescendo lentamente, o que sinaliza que a cultura da colaboração se fortaleceria com a continuidade dos encontros.

Sendo o foco da nossa pesquisa, nesse grupo de estudos, a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula, nosso maior desafio foi o de fazer compreender a esses professores participantes de como trabalhar e como poderiam apresentar uma situação problema para a construção de novos conceitos em suas salas de aula. A Metodologia estudada também influenciou na formação desses professores, ao se depararem com a dificuldade na resolução dos problemas, mais precisamente a partir do 7º encontro, conduzindo a construção de novos conhecimentos matemáticos e reforçando a necessidade de continuar estudando durante a trajetória profissional.

Um ponto relevante surgido no decorrer de nossas ações foi o estranhamento dos participantes ao aplicarem a metodologia em estudo a problemas cujo objetivo não era construir um conceito matemático de maneira explícita, ou seja, problemas não convencionais no âmbito de sua prática docente. Esse estranhamento, possivelmente, se revelou ao vislumbrar o largo alcance desta metodologia ao adequar-se perante problemas do cotidiano, permitindo pensá-los de forma sistemática e planejada, com a sua importância para a vida dentro e fora da escola.

Por vezes, nas atividades iniciais com a metodologia os participantes mostraram uma tendência de associar às estratégias de resolução dos problemas métodos e técnicas além do nível de ensino em que estávamos trabalhando, 6º ao 9º ano. Acreditamos ter ocorrido em função de atuarem em diversos níveis de ensino, tendendo a utilizar o conhecimento mais elaborado disponível para a resolução dos problemas apresentados, restringindo a busca por diferentes abordagens e limita as considerações como os alunos iriam pensar os problemas apresentados. Com o avançar das atividades e da complexidade dos problemas, os participantes foram vencendo essa barreira e vivenciado dificuldades proporcionais as que seus alunos enfrentam na construção de novos conceitos matemáticos.

Observamos que no decorrer dos encontros pudemos vivenciar as três abordagens destacadas por Schroeder e Lester (1989), Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2011), pois de início ao trabalharmos as ideias e conceitos relativos ao uso da resolução de problemas no ensino da matemática estávamos imersos no ensino sobre a resolução de problemas. Nos diversos momentos onde ao resolvermos os problemas, aplicamos os nossos conhecimentos matemáticos e estes bastavam para resolver, estávamos vivendo o ensino para resolução de problemas. Mas, a partir do 8º encontro, onde já demoramos mais para resolver os problemas e em alguns casos os participantes não conseguiram de imediato, evidenciando que o nosso conhecimento trazido para o grupo não era suficiente, nos levando a pensar mais, refinar as estratégias, trocarmos opiniões dentro e fora dos subgrupos formados construindo novos conhecimentos, ai sim, estávamos nos introduzindo no ensino através da resolução de problemas.

De maneira mais acentuada, à partir do 7º encontro essa metodologia se apresenta como um caminho que vale à pena ser trilhado na busca da construção do conhecimento matemático. Quando os professores e o pesquisador nos encontros do grupo de estudos conseguem mesmo que de forma idealizada e planejada pelo pesquisador, onde através da resolução das atividades propostas pelo pesquisador levassem a pensar em sua aplicação a seus alunos. Não podemos prever o efeito dessa experiência na vida profissional desses professores. Entretanto, foi lhes proporcionada a oportunidade de poder escolher entre tantas metodologias a resolução de problemas e praticá-la nos encontros e em suas salas de aula, conforme fala do participante P_5:

P_5: *Inclusive, lá no nono ano da escola onde eu trabalho, dando ênfase ao nosso trabalho aqui com esta Metodologia, tenho apresentado o conteúdo de sistemas de equações através da resolução de problemas, e tenho recebido dos alunos muitas resoluções por tentativa e substituição de valores, que tem facilitado na hora de formalizar os diversos métodos de resolução.*

Outro participante, P_{14}, que realizou uma aula com seus alunos do 7º ano aplicando a Metodologia trabalhada nos encontros, assim se pronunciou:

P_{14}: *Todos os alunos se envolveram na realização da atividade e gostaram da experiência. Então, pude observar que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas desperta no alunado a curiosidade e o prazer de fazer e descobrir novos caminhos e que os próprios alunos de cada grupo se ajudavam mutuamente e trocavam conhecimentos. A experiência foi válida e enriquecedora para a sala visto que despertou a curiosidade e o interesse do aluno. Acredito que o ensino da Matemática através da resolução de problemas é viável possibilitando uma melhor interação professor-alunos e alunos-alunos.*

No decorrer da execução da pesquisa de campo é natural que se revelem aspectos que consideramos limitações ao trabalho do grupo e outros que caracterizamos como avanço durante este ciclo.

No tocante as limitações podemos citar: a) termos desenvolvido a pesquisa dentro de um programa de formação institucionalizado, com a presença de 18 professores onde a obrigatoriedade de participação estava presente; b) o tempo decorrido entre os encontros e c) o volume de trabalho dos professores que, embora trabalhassem em uma carga horária compatível no Ensino Fundamental, onde se desenvolveu nossa pesquisa, chegavam a trabalhar em outras modalidades de ensino até 30 horas na semana como complemento.

Em complementação, os aspectos que consideramos avanço são: a) participação e compromisso nas discussões e realização das atividades propostas no grupo; b) um fortalecimento da identidade docente por meio das trocas e apoios no grupo a proporcionar uma maior aproximação entre docentes e suas realidades, minimizando o isolamento induzido pela profissão de professor; c) a riqueza de lidar com a realidade da sala de aula trazida para o grupo; d) o despertar dos professores para a necessidade de se manter estudando para ministrar uma boa aula de matemática; e) a descoberta pelos professores da possibilidade de uso dos problemas no ensino da matemática, não apenas para verificar a aprendizagem, mas para construir novos conceitos de forma significativa; f) a quebra de paradigma que a Metodologia que introduzimos apresentou para os professores, pois além de desconhecida por todos exige um redesenho dos papéis do professor e do aluno na sala de aula e g) o enriquecimento da visão de mundo e do fazer docente conferido ao pesquisador durante os momentos de observador, mediador e coordenador de ações junto aos professores participantes.

CONCLUSÃO

Nossa pesquisa buscou atuar na formação continuada de professores de matemática para contribuir com a realidade do professor ao propiciar um espaço de colocação e discussão de problemáticas presentes no cotidiano da sala de aula, por meio de encontros em um grupo de estudos, sempre com foco no fazer docente, no ensino e aprendizagem de Matemática.

Proporcionou a interação entre Resolução de Problemas como uma metodologia, saberes docentes e uma formação continuada que buscou na voz do professor os pilares para o desenvolvimento do trabalho em grupo, sempre focada no firme propósito de refletir acerca da pergunta: **Que contribuições um grupo de estudos pode trazer para professores de matemática do Ensino Básico apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?**

Para isso, é feito para nós o alerta por Pereira e Pereira (2013), que frente à complexidade de nosso tempo, o educador sente a necessidade de converter-se em um eterno aprendiz, indo ao encontro dos novos conhecimentos, trazendo para seu cotidiano novas práticas, se constituindo educador a cada dia e de modo contínuo. Dessa forma, deve esforçar-se para se integrar a um processo de educação permanente que lhe ofereça condições de ser sujeito em seu mundo em evolução constante, deixando a plateia e assumindo o palco, o protagonismo de sua prática e de sua formação.

Com relação à formação continuada, observamos que a maneira como conduzimos foi inovadora para os participantes, principalmente, por ouvir e buscar atender as necessidades destes por meio da colaboração ao proporem temas e problemas para serem incluídos em nossa programação de atividades de forma organizada, porém flexível e dinâmica. Ainda quanto à formação continuada de professores, a Secretaria Municipal de Educação da cidade de Cajazeiras se mostrou como um espaço de aprendizagem capaz de possibilitar o desenvolvimento profissional dos participantes, em vista do processo formal de capacitação que se encontrava em andamento e do apoio amplo ao acolher e prover condições para o desenrolar das atividades de nossa pesquisa. O pesquisador e os participantes do grupo de estudos refletiram sobre seus problemas na busca por soluções, bem como aprenderam uns com os outros em reciprocidade, sem perder o norte do protagonismo do professor em sua formação.

Afinal entendemos, como Imbernón (2010), que os professores devem se posicionar como sujeitos da sua formação, para compartilhar seus significados, sempre cientes de que as individualidades podem trabalhar juntas, fortalecendo, inclusive, a identidade profissional.

Também é fundamental que uma visão crítica seja fomentada no decorrer da formação, envolvendo os processos de ensino e aprendizagem e a reflexão entre os pares sobre partes fundamentais do diálogo educacional. Outro destaque dado por Imbernón (2016) chama atenção para o impacto que a formação continuada de professores traz para a qualidade do processo de ensino desenvolvido pelos professores em suas salas de aula, em virtude da estreita correlação entre formação e trabalho docente.

As discussões foram conduzidas buscando integrar os conhecimentos acadêmicos às questões propostas e houve também uma preocupação em entender como esses professores conduziam o ensino de matemática dentro das suas realidades. Com a finalidade de ofertar uma alternativa metodológica para lidar com o ensino de matemática, apresentamos e exploramos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas dentro do grupo de estudos e além dele, com momentos em sala de aula de alguns docentes.

No tocante ao desenvolvimento das ações por meio de um grupo de estudos, Murphy e Lick (2005) destacam que um pilar básico para o funcionamento de um grupo de estudos é a crença em que todos os membros tenham algo importante a trazer para contribuição no grupo. O foco dos trabalhos deve estar sobre as ações e não sobre as características individuais e, ainda, se proporcionarmos uma forte ligação do trabalho do grupo às questões diretamente associadas ao fazer dos professores e alunos em sala de aula, manteremos o grupo unido e trabalhando bem. Por fim, surge no decorrer das atividades uma confiança e uma harmonia entre os participantes facilitando a sinergia.

Segundo os teóricos, que tratam sobre grupo de estudos ou grupo de trabalho, o número máximo deve ser de seis participantes e nós reconhecemos a importância deste critério, visto que com mais participantes nos deparamos com uma análise mais complexa; o medo de alguns de se exporem perante os demais, negligência na realização das tarefas extragrupo, o volume de atividades consideravelmente reduzido, entre outros fatores que pareciam ser comuns. Mesmo assim, nosso grupo foi constituído por 20 participantes devido a necessidade de alinhar a nossa pesquisa ao processo formativo da Secretaria Municipal de Educação da cidade de Cajazeiras, o qual estava para se iniciar no exercício de 2017, não impedindo que durante os encontros do grupo de estudos trabalhássemos com subgrupos constituídos de no máximo 6 integrantes, sendo que, na maioria das vezes, os subgrupos foram compostos por no máximo 5 integrantes. Já que a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas faz uso de agrupamento no contexto do roteiro de Onuchic e

Allevato, esse número de participantes facilitou o trabalho. Mesmo com o um número maior que o estipulado pelos teóricos, os participantes não se sentiram inibidos para fazer valer a sua voz nos diversos momentos do grupo, possibilitando uma troca de experiências com seus pares, mantendo a sinergia do grupo e o foco em questões ligadas à sala de aula de matemática, além das contribuições pontuais que relatamos nos encontros. Nesse sentido, esta pesquisa ainda sugere uma ampla discussão entre a Secretaria Municipal de Educação, as escolas e a Universidade podendo ser aprofundada, trazendo ganhos para estas instâncias no âmbito da formação continuada.

No decorrer da pesquisa de campo, fomos percebendo que um grupo de estudos pode contribuir, não somente em relação ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas tem outros aspectos: reflexão sobre a prática da sala de aula, dificuldades em lidar com a sala de aula no contexto atual, valorização do conhecimento matemático em evolução durante os encontros, além da troca de experiências, onde os membros se sintam em harmonia e igualdade.

No tocante ao uso da resolução de problemas no ensino da Matemática, tomamos por base o entendimento de Onuchic (2005) ao asseverar que o ensino de muitos dos conceitos fundamentais em Matemática tem sua eficiência aumentada se conduzido por meio da resolução de problemas. É possível estimular o empenho dos alunos, por meio do uso de tarefas e problemas, para pensar sobre matemática, em um contexto onde se verifique um entrelaçamento do processo de resolver problemas com a aprendizagem, uma oportunidade de aprender matemática, fazendo matemática.

Ao fazermos uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas os participantes puderam notar que esta metodologia, ao colocar o foco do ensino no aluno, pode conduzi-lo a pensar e se envolver nas atividades matemáticas, além de permitir aos professores perceberem a preparação da aula com a seleção de um problema adequado e o envolvimento dos seus alunos para com a construção do conhecimento destes.

Ademais, essa metodologia também pode exigir um tempo maior do que simplesmente apresentar um conteúdo e aplicá-lo como ocorre em aulas tradicionais, principalmente como lembram Onuchic e Allevato (2011) em função da renovação dos papéis, tanto para professores quanto para os alunos, provocando uma saída da zona de conforto ao tirar o foco do ensino do professor, como vem sendo prática há décadas, para focar nos alunos.

Nesse sentido, os participantes perceberam a possibilidade de trabalhar as ideias fundamentais da matemática e introduzirem a construção de novos conceitos e novos procedimentos fazendo uso desta metodologia, além de que o professor pode fazer uso de outros recursos como jogos, tecnologia, história da matemática, modelagem, entre outras abordagens em conjunto com a resolução de problemas. Salientamos também que a metodologia trabalhada, no grupo de estudos, mostrou-se um recurso poderoso não apenas para a sala de aula, mas também para a formação de cada um desses professores participantes. Isso foi possível devido à própria exigência da reflexão e construção cooperativa e colaborativa de conhecimentos em relação à matemática do Ensino Fundamental II, por vezes permitindo vivenciar as dificuldades e conquistas que integram os momentos de construção envolvendo seus alunos. O que o modelo tradicional nem sempre lhes permite isso.

Ao serem perguntados, no último encontro, acerca dos momentos vividos nos encontros do grupo de estudos, alguns participantes livremente expressaram que

P_{19}: *A formação foi muito proveitosa, essa forma flexível e que levava em conta as nossas necessidades agradou, acredito, a todos. Veio a contribuir com as ideias da gente por meio dos textos que discutimos, os problemas que nós resolvemos com várias formas diferentes de resolver, cada grupo tinha sua maneira de resolver. Como na matemática a gente sabe que não tem só um caminho e foram muito proveitosas as discussões e deu para engrandecer o que nós sabemos. O professor de matemática tem que saber trabalhar com essas problematizações para se sair bem na vida, ter essa visão geral.*

P_{18}: *Eu vejo assim: as interações, as experiências, as ricas discussões e cada um compartilhando, vemos que cada vez a gente aprende mais um pouco. Os problemas também que nos foram apresentados são interessantes, e eu vejo que mais interessante é que para alguns problemas a gente tem que estudar, estar sempre estudando. Para mim isso diz, claramente, se prepare mais, você precisa estar preparado para enfrentar a sala de aula.*

P_{12}: *Foi muito importante porque em todos os momentos podemos perceber claramente que tivemos uma aprendizagem. Momentos em que, para nós, tornou-se notório a necessidade de poder, a cada dia, ter uma reflexão, uma nova visão da dinâmica, de uma nova metodologia, da maneira como expressar a matemática no dia-a-dia. Quero também dizer que foi muito satisfatório o resultado de nossos encontros e nossos momentos. Espero que possamos continuar no próximo ano, com essa modalidade de formação aberta, que nos escuta e resgata a nossa autoestima, para que a gente tenha essa mesma tendência, esse mesmo pensamento,* *melhorar a cada dia.*

P_4: *A formação foi proveitosa. A gente trabalhou para distribuir um pouco de conhecimento na sala por meio das trocas de experiências e, através de uma metodologia baseada na resolução de problemas, fomos apresentados a uma alternativa altamente válida para diversificar a nossa prática de sala de aula, mas não é fácil de aplicar em todos os momentos. Foi muito proveitoso e deu para aprender bastante coisas.*

Por fim, refletindo sobre a minha pergunta de pesquisa, em face de todas as considerações colocadas, considero relevantes as contribuições emanadas dos momentos de partilha de saberes e experiências proporcionados pelo grupo de estudos, fortemente apoiado na Metodologia de ensino de matemática que exploramos no decorrer da totalidade dos encontros de nossa formação. Esperamos poder, também, contribuir para um ação que consiga minimizar o isolamento docente por meio do fomento das constantes trocas de experiências e para que ocorra a transformação, gradual, da concepção e da prática da resolução de problemas em sala de aula que, ainda em nosso dias, se encontram fortemente associadas à aplicação de conhecimentos estudados e prática mecânicas adquiridas, rumo a uma prática desafiadora e que permita um ensino de matemática que perpasse os muros da escola e se estenda para a vida do estudante.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ. M. Pesquisa em formação de professores: contribuições para a prática docente. In: **Formação de Educadores:** o papel do educador e sua formação. Sheila Zambrano Pinho (Org.). São Paulo: Editora UNESP, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998.

BRASIL T. C. **O ensino da geometria através de resolução de problemas: explorando possibilidades na formação inicial de professores de matemática.** 2017. 260 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologias da Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

CAI. J.; MAMONA, J.; WEBER, K. Mathematical problem solving: what we know and where we are going. In: **The Journal of Mathematical Behavior 24**. 2005, pp. 217-220.

D'AMBRÓSIO, B. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D; NACARATO, A. M.(orgs) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo: Musa Editora, 2005. pp. 20-32

DENZIM, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa:** teoria e abordagens. Tradução Sandra Refina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2005.

DEVECHI, C. P. V.; TREVISAN, A. L. **Sobre a proximidade do senso comum das pesquisas qualitativas em educação:** positividade ou simples decadência? Revista Brasileira de Educação v. 15 n. 43 jan./abr. 2010. pp. 148-161.

ENGLISH, L. D.; LESH, R.; FENNEWALD, T. Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In: **11th International Congress on Mathematical Education**, 6-13 July 2008, Monterrey, Mexico.

ENGLISH, L. D.; GAINSBURG, J. Problem solving in a 21st century mathematics curriculum. In English, Lyn D. & Kirshner, David (Eds.) **Handbook of International Research in Mathematics Education** [3rd Ed.]. Taylor and Francis, New York, 2016, pp. 313-335.

ESPINOSA, A. J.; FIORENTINI, D. (Re)significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores matemática da escola e da universidade. In: FIORENTINI, D; NACARATO, A. M.(orgs) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo: Musa Editora, 2005. pp. 152-174.

FERREIRA, A. C.; MIORIN, M. A. Collaborative Work and the Professional Development of Mathematics Teachers: Analysis of a Brazilian Experience. In: BEDNARDZ, N.;

FIORENTINI, D.: CRISTOVÃO, E. M. **História e Investigações em Aula de Matemática**. 2. Ed. Campinas, SP: Editora Alínea, 2010.

FIORENTINI, D.; HUANG, R. **The Professional Development of Mathematics Teachers:** Experiences and Approaches Developed in Different Countries. Ottawa: University of Ottawa Press, 2011.

FIORENTNI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos.3. ed. rev. Campinas, SP: Editores Associados, 2012.

GIMENES, J.; PENTEADO, M. G. **Aprender Matemática em grupo de estudos: uma experiência com professoras de séries iniciais**. Zetetiké, Campinas, v. 16, n. 29, p. 73-92, 2008.

GOLDEMBERG, M. **A arte de pesquisar:** Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

HARTMAN, H. J. Como ser um professor reflexivo em todas as áreas do conhecimento. Porto Alegre: AMGH, 2015

HUANCA, R. A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula. Rio Claro : [s.n.], 2006. Dissertação de Mestrado.

IBIAPINA, I. M. L. M. **Pesquisa colaborativa:** investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Liber Livro Editora, 2008.

IMBERNÓN, F. **Formação Continuada de Professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

______. **Qualidade do ensino e formação do professorado**: uma mudança necessária. São Paulo: Cortez, 2016.

MAGALHÃES, F. G. Formação continuada dos professores da educação básica. In: MARTINS, E. B. A. Formação: qual o papel dos professores neste processo? In: CALDERANO, M. A.; MARQUES, G. F. C.; MARTINS, E. B. A. **Formação continuada e pesquisa colaborativa:** tecendo relações entre universidade e escola. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. pp.103-117.

MELLO, G. N. Formação de Professores. In: **Formação de Educadores:** o papel do educador e sua formação. Sheila Zambrano Pinho (Org.). São Paulo: Editora UNESP, 2009.

MURPHY, C. U.; LICK, D. W. **Whole-Faculty Study Groups:** creating professional learning communities that target student learning. 3. Ed. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, 2005

NACARATO, A. M. A formação do professor de matemática: práticas e pesquisa. In: **Revista de Matemática, ensino e cultura.** Ano 6, n. 9, Natal: EDUFRN, 2011.

NÓVOA, A. Os professores e o “novo” espaço público da educação. In: TARDIF, M.; LESSARD, C. **O ofício de professor:** Histórias, perspectivas e desafios internacionais. 6. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014. pp. 217-233

O’CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Polya’s Biography**. School of Mathematics and Statistics of University of St Andrews, Scotland, 2002.. Disponível em <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Polya.html>. Acesso em: 06 set. 2016.

OLIVEIRA, D. M. Políticas de formação continuada de professores. In: **Formação continuada de professores:** contribuições para o debate. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2012. pp. 17-28.
ONUCHIC. L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. p.199-218. In: Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas, São Paulo: editora UNESP, 1999.

______. A resolução de problemas na educação matemática: Onde estamos? E para onde iremos? In: Espaço Pedagógico, v. 20, n. 1, Passo Fundo, p 88-104, jan./jun. 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 212-231.

ONUCHIC, L. R.; NOGUTTI, F. C. H. A pesquisa científica e a pesquisa pedagógica. In: ONUCHIC, L. R et all (Orgs). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. pp. 52-68.

PEREIRA, M. **O ensino–aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3º ciclo do ensino fundamental**. 2004. 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

PEREIRA, R. C. B.; PEREIRA, R. O. Formação continuada de professores para a atualidade. In: CALDERANO, M. A.; MARQUES, G. F. C.; MARTINS, E. B. A. **Formação continuada e pesquisa colaborativa:** tecendo relações entre universidade e escola. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. pp.103-117.

PEREZ, G. **Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional**. In: 2004. pp. 263-281.

______. **Prática reflexiva do professor de matemática**. In: . pp 250-263

PINHO, S. Z.; TANURI, L. M. A formação de professores na UNESP. In: **Formação de Educadores:** o papel do educador e sua formação. Sheila Zambrano Pinho (Org.). São Paulo: Editora UNESP, 2009.

PIMENTA, S. G.; ALMEIDA, M. I. Programa de formação de professores – USP. In: **Formação de Educadores:** o papel do educador e sua formação. Sheila Zambrano Pinho (Org.). São Paulo: Editora UNESP, 2009.

PIRES, F. C. O.; SAÇÇO, T. A. S. Reflexões sobre a formação docente e realidade escolar. In: CALDERANO, M. A.; MARQUES, G. F. C.; MARTINS, E. B. A. **Formação continuada e pesquisa colaborativa:** tecendo relações entre universidade escola. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. pp.75-89.

PONTE, J. P. **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto Universidade de Lisboa, 2014.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas na high school. In:KRULIK, S.; REYS, R. E. (Ed.) **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1998. 360p.

______. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo – 2. Reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROMBERG, T. A. Perspectivas sobre o conhecimento e métodos de pesquisa. Tradução: Lourdes de la Rosa Onuchic e Maria Lúcia Boero. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), Ano 20, n. 27, 2007.

SCHOENFELD, A. H. **Polya, Problem Solving, and Education.** Mathematics Magazine, Vol. 50, nº 5, december 1987. pp. 283-291.

SCHOEREDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1989. pp. 31-43.

SANTOS, A. R. **Metodologia científica:** a construção do conhecimento. 7. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2007.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Reston: NCTM, 1989, p. 1-22.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE A – TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO

TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO

Somos pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, campus de Campina Grande/PB. Dentre as diversas pesquisas que vimos desenvolvendo ao longo destes últimos dois anos, atualmente estamos trabalhando em um projeto que tem como foco a formação continuada do professor de matemática sob o aspecto do desenvolvimento profissional, ambientada em grupo de estudos e apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Optamos por realizar a coleta de dados para nossa pesquisa junto aos professores que lecionam matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), na rede municipal de educação do município de Cajazeiras.

Vimos a vossa presença dar ciência de que alguns de nossos momentos serão registrados em áudio e vídeo, bem como ressaltar que todas as prerrogativas éticas serão rigorosamente cumpridas, garantindo que nenhum material oriundo destes registros seja divulgado sem conhecimento e autorização explícita de cada participante.

Diante do exposto, este documento tenciona, além de fornecer esclarecimentos iniciais acerca do desenrolar do processo investigativo, colher a sua anuência em relação às condições explicitadas, ficando o livre consentimento em sua participação confirmado com a aposição de vossa assinatura no final deste.

Colocamo-nos à disposição para, a qualquer momento, fornecer demais esclarecimentos que se façam necessários, lembrando que todo o material produzido no grupo poderá ser utilizado em publicações científicas e outras situações acadêmicas, tanto pelos pesquisadores quanto pelos membros do grupo, desde que preservado o anonimato do participante.

Respeitosamente.

Cajazeiras, 11 de abril de 2017.

Prof. Dr. Roger Huanca
Orientador

Marcos Antônio Petrucci de Assis
Pesquisador/Mestrando

____

Participante da Pesquisa

APENDICE B – LEVANTAMENTO INICIAL DE INFORMAÇÕES

QUESTIONÁRIO

IDENTIFICAÇÃO	
Nome:	
Estado Civil:	Idade:
Formação em nível médio:	
Formação em nível superior: ____ ____	
Tempo de serviço no magistério:	Carga horária atual:
Trabalha em mais de uma escola?: ( ) Sim ( ) Não Se trabalha, qual a carga horária semanal total e que atividade realiza: _______________ ____	
COM BASE EM SUA PRÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II	
Quais são os conteúdos que você tem mais dificuldade em ensinar? ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____	

Quais os conteúdos apresentam mais dificuldade de aprendizagem por parte de seus alunos? ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____
Que procedimentos didáticos você utiliza em suas aulas de Matemática, além da aula expositiva? ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____
Qual seu entendimento acerca da expressão Resolução de Problemas ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____
Qual seu entendimento acerca da Resolução de Problemas como metodologia de ensino de Matemática? ____ ____ ____ ____

Como se dá a sua formação continuada?

APÊNDICE C – PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARCOS ANTÔNIO PETRUCCI DE ASSIS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GRUPO DE ESTUDOS: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

PRODUTO EDUCACIONAL

CAMPINA GRANDE - PB
2018

MARCOS ANTÔNIO PETRUCCI DE ASSIS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GRUPO DE ESTUDOS: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

Produto Educacional apresentado, como requisito para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

CAMPINA GRANDE - PB
2018

Sumário

1 COMEÇANDO A CONVERSA

Este material, oriundo de um processo de formação continuada desenvolvido colaborativamente entre o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), a Secretaria Municipal de Educação e os 20 professores de matemática que atendem a Rede Municipal de Ensino do município de Cajazeiras, no alto sertão paraibano, tem como objetivo apresentar ao professor de matemática do Ensino Básico, uma opção de leitura introdutória de apoio para subsidiar discussões, reflexões e sua prática em sala de aula com base em três momentos: textos breves para leitura, uma apresentação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e, por fim, breve sugestão de ensino de tópicos de matemática através da resolução de dois problemas.

2 BREVES LEITURAS

2.1 AS DIFICULDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO CONTINUADA

A formação de professores é ponto fundamental para o fortalecimento da educação. Observamos um discurso que coloca o professor em um papel central ao reconhecer a sua importância para a melhoria da qualidade nos processos educacionais, contudo, vai de encontro ao seu protagonismo ao não reconhecer seus saberes experienciais, oriundos da sua prática quando da formulação de programas de formação.

Ao olharmos para a formação continuada podemos traçar uma breve histórico que contempla desde os anos 70 até a primeira década de 2000, com o objetivo de lançar luz sobre o discurso da formação de professor, com base na estratificação apresentada por Imbernón (2010) ao considerar este caminhar em quatro etapas: (a) até os anos 70 o início; (b) anos 80 apresentando o paradoxo da formação: o culminar da técnica na formação e a resistência prática e crítica; (c) anos 90, surgimento da mudança de forma tímida e (d) anos 2000 com a busca de novas alternativas.

O tratamento da formação de maneira genérica conduziu ao modelo de treinamento -um modelo de formação padronizada. Nesta modalidade que se ergue apoiada na existência de um conjunto de necessidades comuns, relativas à condição de ser professor, tendo por base científica o ideal da racionalidade técnica, o formador-treinador define as atividades que acredita maximizarem o fazer docente, ao passo que entrega aos professores em treinamento a ilusão de que mudando os professores, desta forma, mudaria a educação. Isto desconsiderando, portanto, a predisposição de que cada indivíduo reaja de maneira pessoal à influência de agentes exteriores e do contexto.

Uma situação desconfortável para o professor é que, historicamente, ele não é sujeito de sua formação e sim objeto desta formação, assumindo um papel de marionete dentro do processo. Entendemos, conforme Imbernón (2010), que o professor, assumindo seu papel de sujeito da formação, fortalecerá a criação de uma identidade docente, permitindo o reconhecimento e aceitação, de sua parte e de seus pares.

A formação continuada de professores, na análise da complexidade essas situações problemáticas, necessariamente requer dar a palavra aos protagonistas da ação, responsabilizá-los por sua própria formação e desenvolvimento dentro da instituição educacional e realização de projetos de mudança.

O conhecimento ou reconhecimento da identidade permite melhor entender o fazer docente e melhor interagir com os outros e com a situação que se vive diariamente nas instituições escolares: Imbernón (2010) destaca que as experiências de vida dos professores relacionam-se às tarefas profissionais, já que o ensino requer uma implicação pessoal. A formação baseada na reflexão será um elemento importante para se analisar o que são ou acreditam ser os professores e a que fazem e como fazem.

Outro importante elemento dentro da complexidade do trabalho docente, é o fato do professor trabalhar com indivíduos, o que exige dele que mesmo que ensine a grupos, não desconsiderar as especificidades de cada indivíduo, afinal não são os grupos que aprendem, mas cada indivíduo. Cabe ainda destacar que a maior parte do tempo, o objeto de trabalho do professor fica fora de alcance, pois, logo que sai de sua sala de aula, o aluno se furta à ação do professor. Nesse sentido, “o objeto do trabalho docente escapa constantemente ao controle do trabalhador, ou seja, do professor” (TARDIF, 2014, p. 129).

Ressaltamos que ao professor cabe, primeiramente, desempenhar um papel de resistência à tentativa de homogeneização, fruto de um modelo de formação que se distancia da reflexão política e ruma para destacar o aspecto técnico, para em seguida, desconstruir gradativamente o papel que lhe querem impor de executor de propostas prontas de formação.

Consideramos que o desenvolvimento profissional perpassa a formação quanto esta se atém, apenas, aos saberes disciplinares. Por isso vemos razões para uni-la a fatores associados à prática docente e poder dar uma relevante contribuição ao revitalizar o resgate da consciência da ética e da luta por melhores condições de trabalho e, extensivamente, novas práticas de formação e consolidação da identidade docente.

Principalmente se consideramos que formação e desenvolvimento profissional são instâncias distintas e complementares, cujo fluxo se dá em direções divergentes. Ao voltarmos nosso olhar para o desenvolvimento profissional do professor, perceberemos suas necessidades e potencialidades que merecem descobrir, valorizar e promover. Na visão de Ponte (2014, p. 345), "os cursos e as oportunidades de formação oferecidas terão certamente o seu papel, mas é o professor que é o principal protagonista do seu processo de crescimento".

2.2 A MATEMÁTICA ALÉM DOS PADRÕES: ESTÉTICA, BELEZA E CRIATIVIDADE.

O que é Matemática, na verdade? Ainda hoje, após décadas de estudo e avanços tanto no campo da ciência cognitiva como da formação de professores para o ensino de Matemática, muitos estudantes a odeiam ou a temem – ou ambos.

A pesquisadora Gomez-Granell (1997, p. 258) nos apresenta o seguinte paradoxo: "a matemática, um dos conhecimentos mais valorizados e necessários nas sociedades modernas altamente tecnologizadas é, ao mesmo tempo, dos mais inacessíveis para a maioria da população, confirmando-se assim como um importante filtro seletivo do sistema educacional".

Se perguntarmos aos nossos alunos qual o seu papel no contexto da sala de aula de matemática, ouviremos de um grande número respostas como acertar questões, passar em testes, desenvolver agilidade na busca por respostas corretas. Para Boaler (2016) raramente ouvimos dos alunos que estão em salas de aula de matemática para apreciar a beleza da matemática, aprofundar o nível de pensamento, explorar o conjunto rico de conexões que compõem o assunto, ou mesmo aprender sobre a aplicabilidade do assunto. Essas palavras da pesquisadora e professora de Stanford soam bastante razoáveis a nossa realidade, onde nos deparamos cotidianamente com a visão da matemática reduzida a um apanhado de cálculos, procedimentos ou regras.

O ato de ensinar sofre forte influência das experiências pessoais dos professores e as crenças culturais ainda se configuram como um obstáculo para um ensino e uma aprendizagem eficazes na aula de matemática. Ainda há um grande número de pais, alunos e professores que parecem acreditar na forma tradicional – e que tem se mostrado pouco efetiva, de ensinar matemática, pelo simples fato de acharem que um ensino traumatizante de matemática se deve a característica traumatizante da matemática, o que é um equívoco. A seguir exponho duas visões que se alinham no sentido de moldar uma ideia sobre o que é a matemática

> A matemática é um fenômeno cultural; um conjunto de ideias e conexões que podemos usar para dar sentido ao mundo. Em sua essência, a matemática é sobre padrões. Podemos colocar uma lente matemática sobre o mundo, e quando fazemos, vemos padrões em todos os lugares; e é através da nossa compreensão dos padrões,

> desenvolvidos através do estudo matemático, que o novo e poderoso conhecimento é criado. (Boaler, 2016, p.23, tradução nossa);
> Enquanto ciência dos padrões abstratos, quase não há qualquer aspecto de nossas vidas que não seja afetado, em maior ou menor grau, pela matemática; os padrões abstratos são a própria essência do pensamento, da comunicação, da computação, da sociedade e da própria vida. (DEVLIN, 1997 apud BOALER, 2016, p. 23, tradução nossa).

Apesar de a matemática existir em toda a natureza, a matemática estar em tudo, a maioria dos alunos não conhece sequer a proporção áurea e outras belezas que permeiam a natureza fortemente modeladas pela matemática. Assim, se não mostramos a amplitude da matemática aos alunos, estaremos fomentando a desconexão existente entre a matemática escolar e a matemática da vida e dos matemáticos, negando-lhes a chance de experimentar as suas maravilhas e os distanciando da visão dos matemáticos que identificam na matemática mais que um estudo de padrões, um tema que se reveste de beleza, criatividade e estética.

Em nossa busca diária por uma aula de matemática onde ensino e aprendizagem se façam de modo mais eficiente, é fundamental refletirmos sobre oito componentes que a integram, nem sempre de modo perceptível e claro para nós que estamos imersos neste processo, porém fundamentais, identificadas em APM (2017) como: a) estabelecer metas matemáticas; b) propor tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas; c) usar e relacionar representações matemáticas; d) favorecer um discurso matemático significativo; e) colocar questões pertinentes; f) chegar à fluência procedimental a partir da compreensão conceitual; g) apoiar um esforço consequente na aprendizagem da matemática e h) obter e utilizar evidência do pensamento dos alunos.

Entendo ser necessário sempre estar investigando em busca de ensino mais efetivo, reforçando a ideia que resolver problemas e ser capaz de propor novos é a essência da matemática da vida cotidiana. Então, se a matemática escolar for concebida distanciada da matemática da vida, claro que ela será algo morto, desinteressante.

Prossigamos com o olhar para um horizonte em busca do dia em que as crianças se mostrarão “ansiosas para ir a aulas de matemática na escola, ansiosas por aprender novas ideias matemáticas e poder usar matemática para resolver problemas fora da sala de aula” (BOALER, 2015. p. 57, tradução nossa). Assim veremos mais adultos confortáveis com a matemática, lidando bem com os problemas matemáticos no trabalho e podendo externar uma relação saudável com a Matemática.

2.3 TRABALHANDO A GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

A Geometria se apresenta como uma das três grandes áreas da Matemática, ao lado de cálculo e álgebra. Ao tomarmos sua tradução literal partindo da palavra originariamente grega, chegamos a ideia de "medir a terra". Essa informação nos dá pistas de como nasceu e o motivo pelo qual ela se desenvolveu durante os séculos. Ainda nesse sentido, quanto aos primórdios da geometria, pode-se considerar a observação de Boyer (1996, p. 5), ao considerar que "o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem".

A geometria se ocupa do estudo das formas dos objetos presentes na natureza, interligando as posições ocupadas por esses objetos, suas propriedades e as relações entre essas formas.

Um dos aspectos que tem se revelado nas pesquisas como principal desconforto para os professores de matemática do ensino fundamental é a questão de como ensinar geometria, fazendo uso de uma metodologia de ensino que tenha mecanismos capazes de influenciar positivamente o aprendizado desta área da Matemática, diante da constatação de que a aprendizagem de geometria tem acontecido de modo deficiente.

A geometria tem seu papel de destaque dentro da Matemática. Os conceitos geométricos desempenham um papel importante dentro do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, segundo os PCN – Brasil (1998) – por meio deles, o aluno é levado a desenvolver uma forma de pensar que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive, inclusive oportunizando o desenvolvimento da percepção das semelhanças e diferenças e identificação de padrões e regularidades.

Em outra parte, o documento destaca que os estudos alusivos ao espaço e forma devam ser "explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 1998, p. 51).

Assim, dessa integração entre a geometria e o mundo físico, entendemos ser o estudo da Geometria é um espaço rico em possibilidades para trabalharmos o seu ensino através da resolução de situações-problema. O trabalho com noções geométricas traz contribuições significativas para a aprendizagem de números e medidas

Para Viera e Paulo (2009, p. 2), essa possibilidade do ensino por meio da resolução de problemas pode se concretizar em função de que

> a geometria, com sua rica tradição de problemas clássicos e utilidade contemporânea em termos de modelos matemáticos, parece adequar-se especialmente à atividade de resolução de problemas. Tudo indica que a compreensão da geometria se aprofunda à medida que os alunos interagem para analisar construções, descobrir caminhos para chegar às demonstrações ou para encontrar um modelo geométrico que melhor se ajuste a uma situação problema.

Van de Walle (2009) destaca o pensar acerca dos objetivos da geometria sob dois aspectos distintos: primeiro, a preocupação com o modo como os estudantes constroem seu pensamento e seu raciocínio sobre espaços e formas e segundo, o conteúdo propriamente dito. Nas palavras do autor, "precisamos compreender ambos os aspectos de raciocínio e de conteúdo em geometria para auxiliar melhor a ampliar e desenvolver seu pensamento geométrico" (p. 239).

No trabalho com o conteúdo específico da geometria, este autor faz referência aos polígonos de quatro lados (quadriláteros) como uma fonte rica para pesquisa, permitindo a identificação de elementos e a construção de conceitos.

2.4 IDEIAS SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS NO ENSINO BÁSICO

Em nosso cotidiano é frequente encontrarmos pessoas que, apesar de terem recebido o ensino formal em Matemática, apresentam deficiência no entendimento e na capacidade de estimar medidas, ter a real noção da grandeza de uma medida, por exemplo, quando falam de uma área de 200 m² não são capazes de visualizar a magnitude desta medida como sendo, por exemplo, um terreno que abriga uma habitação popular com 10 metros de frente por 20 metros de fundo. Outra dificuldade se apresenta em fazer uso dos diversos instrumentos de medidas disponíveis de forma adequada. Isso revela que apesar das orientações curriculares e dos esforços em sala de aula, este tópico tem se mostrado não ser de fácil compreensão por parte dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) deixam claro que:

> Com relação ao bloco Grandezas e Medidas destaca-se a importância em proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos. O estudo de diferentes grandezas, de sua utilização no contexto social e de problemas históricos ligados a elas geralmente desperta o interesse dos alunos. A exploração de medidas relativas a comprimento, massa, capacidade, superfície, tempo, temperatura, iniciada nos ciclos anteriores, é ampliada, incorporando-se o estudo das medidas de ângulo, de volume e de algumas unidades da informática como quilobytes, megabytes, que se estão tornando usuais em determinados contextos. O trabalho com medidas deve centrar-se fortemente na análise de situações práticas que levem o aluno a aprimorar o sentido real das medidas. (BRASIL, 1998, p. 69).

O professor, ao adotar a resolução de problemas para ensino destes conteúdos, partindo de contextos práticos do cotidiano que nos cerca, que seja no comércio, nas atividades ligadas ao desenho e suas ampliações e reduções, nos esportes, etc. revela para o aluno as aplicações da Matemática na vida fora da escola, por vezes não associadas tão claramente com as aproximações e a inexatidão da realidade.

Outro destaque relativo à ação do professor é encontrado nas palavras de Justulin, Azevedo e Huanca (2014, p. 129) ao recomendar que para "trabalhar com conteúdos deste bloco, o professor deve retomar experiências que explorem o conceito de medida. Deve-se destacar que medir significa comparar grandezas de mesma natureza".

No entender de Van de Walle (2009), esta temática que envolve medidas deve ser integrada a todo o currículo de Matemática em virtude de sua presença e conexão com outros tópicos Matemáticos. Nesse sentido o autor destaca que esta conexão se dá com os conteúdos de números, valor posicional, raciocínio proporcional, álgebra, frações, geometria e análise de dados. Nota-se que as associações deste conteúdo extrapolam o âmbito da Matemática, fazendo parte de foram considerável do currículo de Ciências.

Como já foi dito anteriormente, medir é comparar. Para tanto podemos fazer uso de unidades formais (padrão) e informais, sendo de vital importância a familiarização com as unidades de medida e as relações entre elas e o desenvolvimento da capacidade de estimar uma medida antes de efetuá-la, quer se esteja fazendo uso de unidades de medidas formais ou informais.

Para Van de Walle (2009) a estimativa de medidas, enquanto habilidade prática, se processa por meio do uso de informação mental e visual para medir ou fazer comparações, sem o uso de instrumento. Reforçando sua importância ele destaca que há, pelo menos, quatro razões aceitáveis para fomentar a prática da estimativa dentro das atividades de medição, que são:

> As estimativas ajudam os alunos a focar o atributo medido e o processo de medida; Pense em como você estimaria a área da capa desse livro com cartas de baralho padrão como unidade. Para fazer isso, você tem de pensar sobre o que é área e como as unidades poderiam ser sobrepostas na capa do livro;
> A estimativa fornece motivação intrínseca para as atividades de medida. É divertido ver o quanto você se aproxima em sua estimativa ou se seu grupo pode fazer uma estimativa melhor que a dos outros grupos na sala;
> Quando unidades padrão já são usadas, a estimativa ajuda a desenvolver familiaridade como essa unidade. Se você estimar a altura da porta em metros antes de medi-la, você precisa inventar algum modo para pensar no tamanho de um metro;
> O uso de um referencial para fazer uma estimativa promove o raciocínio multiplicativo. A largura do edifício é aproximadamente um quarto do comprimento de um campo de futebol americano – talvez 25 jardas (i jarda=0,9 metro). Como ela se compara ao campo de futebol do Estádio do Maracanã? (VAN DE WALLE, 2009, p. 408).

Dentre os diversos atributos que podemos medir, merece atenção a medição do tempo, em virtude de não podermos manipular fisicamente, tocar, ver ou senti, um intervalo de tempo e, também, por se apresentar em uma base numérica de representação diferente (base 60) da base 10 usual, o que permite que se trate, por exemplo, a escrita 1,2 horas erroneamente ao situá-la no contexto da representação decimal, considerando 1 hora e 20 minutos, quando na verdade temos 1 hora e 12 minutos ou 72 minutos. Outra dificuldade com a qual nos deparamos em nossas salas de aula é efetuar medições de tempo decorrido, por exemplo, quanto tempo durou um evento que teve seu início às 21h45min e seu término às 23h15min?

Cabe considerar aqui, uma vez que o estudo de Grandezas e Medidas se encontra ampliado por meio das mediadas de ângulos, áreas e volumes, a boa prática de fomentar junto aos estudantes o desenvolvimento das fórmulas a serem utilizadas nos cálculos de área e volume. Agindo assim os estudantes adquirem compreensão conceitual das ideias e das relações envolvidas, o que lhes permite enxergar as fórmulas de modo significativo e como um meio para medir os diversos atributos físicos dos objetos que nos cercam.

Diante da breve discussão que conduzimos, finalizamos considerando a necessidade de buscarmos um ensino efetivo de matemática e na crença de que para desenvolver nos estudantes a fluência procedimental partindo da compreensão conceitual, segundo APM (2017), o professor deve se permitir questionamentos como: Dou oportunidades aos estudantes para usarem os seus próprios métodos e estratégias de raciocínio na resolução de problemas? Peço aos alunos que discutam e justifiquem porque os procedimentos que fizeram uso funcionam na resolução de determinados problemas? Relaciono as estratégias e os métodos criados pelos estudantes com outros procedimentos de maior eficiência, caso seja apropriado? Faço uso de modelos visuais para suporte à compreensão dos estudantes sobre métodos gerais? Oportunizo tempo suficiente para os estudantes praticarem um determinado procedimento?

2.5 O ESTUDO DA PROBABILIDADE E O ENSINO FUNDAMENTAL NO BRASIL

Ao recorrer aos documentos oficiais acerca do ensino de matemática vemos que os PCN apontam para a adoção da Resolução de Problemas como ponto de partida para a construção do conhecimento Matemático e a preocupação com a abordagem dos assuntos em torno da tríade conceitos, procedimentos e atitudes. Em consequência desta abordagem ganha espaço o atendimento às demandas sociais crescentes, o que traz, já para o Ensino Fundamental, o estudo da estatística, da probabilidade e da combinatória em função da necessidade do cidadão tratar. as informações a que está submetido diariamente, aprendendo a manipular e extrair informações por meio dados estatísticos, tabelas e gráficos, ser capaz de construir um raciocínio por meio do uso de conhecimentos associados à probabilidade e à combinatória.

Na sugestão dos PCN ao agrupar os conteúdos a serem trabalhados em blocos que falam entre si, reserva o bloco Tratamento da Informação para gestar os conteúdos associados à estatística, probabilidade e combinatória. Ao reservar um bloco de conteúdo para tratar desta temática, além de reconhecer força da demanda social evidencia a sua importância, conforme se constata no documento

> A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade. Integrarão este bloco estudos relativos a noções de Estatística e de probabilidade, além dos problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos.
> Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (BRASIL, 1998, p. XX).

Nesse texto o nosso foco será a probabilidade, cujo ensino tem como finalidade primeira a compreensão, por parte do aluno, de que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e da possibilidade de identificar possíveis resultados desses acontecimentos ou até mesmo fazer estimativas acerca do grau da possibilidade do resultado de um deles. Reforçam os PCN que “as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis)” (BRASIL, 1998, p. 52).

Para Lopes (1999) a Estatística e a Probabilidade têm um papel fundamental na formação do cidadão, ao propiciar condições para lidar com a aleatoriedade e o acaso, permitindo uma análise de fatos complexos impossíveis de serem tratados sob uma perspectiva determinística. Ao considerar a inclusão desses temas no currículo faz-se necessário pensar os conceitos que devam ser abordados com o objetivo de possibilitar a construção de uma visão estatística e probabilística dotadas de significado.

Ao considerarmos o estudo da probabilidade no Ensino Fundamental não podemos relevar as conexões entre este conteúdo e os demais conteúdos matemáticos. Para Van de Walle (2009) neste nível elementar de ensino as conexões ocorrem principalmente com os conteúdos de a) frações e porcentagem, uma vez que as probabilidades são medidas que se situam entre 0 e 1; b) razão e proporção, ao realizar a comparação entre probabilidades remete a comparar razoes por meio do raciocínio proporcional; e c) análise de dados em função dos resultados de um experimento probabilístico serem um conjunto de dados, onde mais dados resultam em informação mais apurada sobre a probabilidade de um dado evento ocorrer.

Em consonância com o entendimento de Van de Walle, os PCN consideram para o Ensino Fundamental o desenvolvimento de habilidades voltadas para o raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a "resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão". (BRASIL, 1999, p. 65).

Nos ciclos finais, a noção de probabilidade deve ser inicialmente explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento, onde os alunos trabalham com a probabilidade contínua, iniciando as discussões acerca de previsões sobre situações do cotidiano. Nesse sentido, Van de Walle (2009) ressalta que o trabalho com a probabilidade contínua está para construir os conceitos de chance ou probabilidade de modo a ajudar aos estudantes na construção da ideia de que a possibilidade de ocorrência de alguns eventos é mais ou menos provável que de outros.

De início os alunos tenderão fortemente a aderir a conceitos de sorte ou azar e para saírem desse entendimento rumo a compreensão de que alguns resultados têm mais chance de ocorrer, são mais ou menos prováveis de ocorrer e, portanto, independem da sorte, devem ser desenvolvidas a partir de experiências que ocorrem durante a resolução de problemas. Tal abordagem, experimental, no Ensino Fundamental traz várias implicações para o trabalho em sala de aula, tais como: ser significantemente mais intuitiva; interessante a ponto de motivar; auxilia na resolução de problemas do mundo real por meio da prática de simulações e auxilia os alunos a perceberem que mais dados resultam em mais precisão na determinação da probabilidade de ocorrência de um evento particular (VAN DE WALLE, 2009).

O ensino de probabilidade pode se valer de diversos modos de representação para o registro e análise dos dados resultantes dos experimentos que se desenrolam durante a resolução do problema. No tocante a avaliação, é preferível que o professor retire o foco das habilidades processuais e direcione para a coleta de explicações por parte dos alunos para as diversas ideias explorados durante o ensino e somente após passe às discussões no grupo. É de grande importância que os alunos discutam e escrevam sobre determinadas situações-problemas para o sólido desenvolvimento das ideias que norteiam o processo probabilístico.

3 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

É razoável considerar ensino, aprendizagem e avaliação como um conjunto de processos independentes e que podem ou não ocorrerem simultaneamente. No século XX, decorrente das diversas reformas implantadas no ensino de Matemática se cristaliza o entendimento de que ensino e aprendizagem devem ter lugar simultaneamente. Noutro flanco a avaliação começa a ser revista nos ambientes de ensino e ganha espaço a adoção de princípios que a desloquem do final do processo, com um viés classificatório e punitivo em função do julgamento de resultados, para uma atuação contínua e formativa durante o desenrolar do processo de ensino-aprendizagem.

Onuchic e Allevato (2011) reconhecem que a avaliação desempenha um papel de vital importância no ensino-aprendizagem e a colocam como elemento base para que os futuros educadores matemáticos possam fazer frente a desafios como “assegurar matemática para todos, promover a compreensão dos estudantes, manter o equilíbrio do currículo, fazer da avaliação uma oportunidade para aprender e desenvolver a prática profissional” (p. 80-81)

Neste cenário o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP da UNESP-Rio Claro/SP, passa a fazer uso da expressão composta ensino-aprendizagem-avaliação voltada para sua prática em sala de aula, como uma metodologia levando em conta que.

> Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

O problema, entendido como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (p. 81), é o ponto inicial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. No decorrer do processo de resolução ocorre a construção de novos conceitos e conteúdos por meio da conexão entre os diversos segmentos da matemática feita pelos alunos.

A adoção desta metodologia para embasar o ensino por meio da resolução de problemas exige uma mudança de papeis tanto do professor quanto dos alunos e isto tem encontrado resistência pelo seu caráter inovador, pois

> exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, O que, nem sempre é fácil conseguir. (p. 82).

Embora Onuchic e Allevato (2011) entendam que não se tem uma prescrição rígida para praticar o ensino através da resolução de problemas na sala de aula de matemática, as pesquisas desenvolvidas pelo GTERP levaram ao desenvolvimento de um roteiro composto por atividades que visam minimizar as dificuldades encontras no momento de trabalhar com os alunos. Tais atividades estão listadas a seguir:

1. **Preparação do problema** – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.

Nesta etapa, considerada de importância acentuada, cabe dar um destaque ao estudo das características dos *problemas que valem à pena*, expressão criada por Jinfa Cai e Frank Lester em suas pesquisas, que se refere a problemas como tarefas que sejam intrigantes e contenham um nível de desafio que convide à especulação e trabalho árduo, orientando os alunos a investigarem ideias matemáticas importantes e modo de pensar que coadune com os objetivos da aprendizagem. Destaca critérios para a identificação de um bom problema com base em Lappan e Phillips (1998), onde o problema:

a) <u>envolva matemática útil e importante</u>;

b) <u>exija níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas</u>;

c) <u>contribua para o desenvolvimento conceitual dos alunos</u>;

d) <u>crie uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades</u>;

e) possa ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução;

f) tenha várias soluções ou permite diferentes decisões ou posições a serem tomadas ou defendidas;

g) encoraje o envolvimento e discurso dos alunos;

h) se ligue a outras importantes ideias da matemática;

i) promova o uso habilidoso da matemática e

j) proporcione uma oportunidade para praticar habilidades importantes.

2. **Leitura individual** – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3. **Leitura em conjunto** – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
   i. Se houver dificuldade na leitura do texto, O próprio. professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
   ii. Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
4. **Resolução do problema** – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, O problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
5. **Observar e incentivar** – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
   i. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios, técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto.
   ii. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador.
   iii. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da

resolução: notação passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6. **Registro das resoluções na lousa** – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
7. **Plenária** – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
8. **Busca do consenso** – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a una consenso sobre o resultado correto.
9. **Formalização do conteúdo** – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal organizada e estruturada em linguagem matemática padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

4 TRABALHANDO COM PROBLEMAS

4.1 DA ARITMÉTICA À INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS LINEARES DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU.

Um garoto ao passear por um parque observa um bando de pássaros que ocupa uma árvore. Ao chegar em casa ele propõe um desafio para seus pais, que é o seguinte: Observei que, quando cada pássaro ocupa apenas um galho, sobra um pássaro sem galho. Quando em cada galho ficam dois pássaros, sobram quatro galhos vazios. Me digam, quantos pássaros compunham o bando? Quantos galhos havia disponíveis para os pássaros na arvore?

Objetivos

Utilizar a linguagem algébrica para representar uma situação matemática real; manipulação de expressões algébricas; desenvolver habilidade de expressão em linguagem matemática; uso de linguagem materna na resolução de problemas matemáticos e introdução do tema sistemas lineares de equação de primeiro grau.

Sugestão de conteúdos possíveis de serem trabalhados

Sistemas de equações lineares; equação do primeiro grau.

Breve discussão

O problema apresenta uma situação real, que permite exploração e pode, inicialmente, suscitar alguns questionamentos para uma melhor compreensão. O raciocínio para sua resolução pode seguir por meio de uma representação pictórica ou por aplicação da álgebra.

Como desejamos aplicar este problema para introduzir o conteúdo de sistema de equações lineares de primeiro grau, conteúdo ainda não discutido em sala de aula, acreditamos que os grupos de alunos irão lançar mão de conhecimentos prévios, representações pictóricas ou esquemas gráficos e, ainda, poderão simular a situação por meio de uma dramatização para chegar a resolução do problema.

Durante a resolução do problema caberá ao professor, mediando este momento, levantar questionamentos, tais como: temos uma quantidade par ou ímpar de pássaros? E com relação aos galhos, o que podemos afirmar? Os questionamentos buscam nortear o sequenciamento das estratégias pensadas pelos grupos.

Uma vez que os alunos chegaram a uma solução para o problema, o professor solicita que cada grupo exponha a solução encontrada na lousa para que se passe a discussão de forma geral, com vista a refinar as soluções e chegar a um consenso, a uma solução mais elaborada fruto da contribuição de todos. A partir daí o professor pode passar a associar as estratégias e os procedimentos postos em prática pelos alunos, agora de forma sistematizada, apresentando os conceitos, propriedades e formas de resolução do tema da aula, neste caso, sistemas de equações lineares de primeiro grau.

A seguir, dispomos duas estratégias de resolução: uma fazendo uso de estimativa por meio de arranjo espacial das condições do problema e outra, utilizando recursos algébricos, já fazendo uso das primeiras noções do tema sistemas lineares de equações do primeiro grau.

Solução 01 – Buscando a solução por meio de uma representação pictórica.

Como citado na propositura do problema a possibilidade dos pássaros se agruparem em pares revela que a quantidade de pássaros é par. Também é informado que a quantidade de galhos é um a menos que a quantidade de pássaros. Vamos fazer algumas estimativas.

Estimativa 01: O bando contem 06 pássaros, identificados por A, B, C, D, E e F. Assim, teremos 5 galhos.

A	B	C	D	E	F

AB	CD	EF		

Estimativa 02: O bando contem 08 pássaros, identificados por A, B, C, D, E, F, G e H. Nesse caso 7 galhos.

A	B	C	D	E	F	G	H

AB	CD	EF	GH			

Estimativa 03: O bando contem 10 pássaros, identificados por A,B,C,D,E,F,G,H,I e J. Nesse caso 9 galhos.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

AB	CD	EF	GH	IJ				

Na terceira estimativa chegamos a uma opção que satisfaz às condições propostas no enunciado do problema. O cenário composto por 10 pássaros e 9 galhos.

Solução 02 – Buscando a solução por meio de uma representação algébrica.

Das informações coletadas após uma leitura atenciosa do enunciado do problema podemos montar duas expressões algébricas.

1. Quando cada pássaro ocupa apenas um galho, sobra um pássaro sem galho.

A sobra de um pássaro (p) sem galho nos diz haver um galho (g) a menos que o número de pássaros: p$= g + 1$ (1)*;*

2. Quando em cada galho ficam dois pássaros, sobram quatro galhos vazios.

Com os pássaros em dupla, sobram quatro galhos vazios: $\frac{p}{2} = g - 4$ (2)

De posse dessas duas equações que exprimem as situações propostas no problema podemos encontrar o par (m, g) que resolve o sistema linear composto pelas equações (1) e (2).

$$\begin{cases} p = g + 1 \\ \dfrac{p}{2} = g - 4 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por (-1) e somando com a segunda obtemos:

$$-p + \frac{p}{2} = -5 \;\Rightarrow \boldsymbol{p = 10} \;\therefore g = p - 1 = 10 - 1 = 9 \Rightarrow \boldsymbol{g = 9}$$

Então o garoto avistou 10 pássaros disputando 9 galhos para se assentarem.

4.2 EXPLORANDO O SISTEMA POSICIONAL DE ESCRITA DE UM NÚMERO

Ao chegar à sala de aula Maria Clara encontrou em sua carteira escolar um desafio matemático que apresentava um roteiro composto de seis passos conforme explicado abaixo e não se achou capaz de resolver. Vamos ajudá-la a perceber que não há motivo para ficar nervosa?

- **a)** Escreva um número composto por três algarismos, sem repetição de algarismos;
- **b)** Com estes algarismos, escreva todos os números de dois algarismos possíveis. Não repetir algarismos;
- **c)** Some todos os números que você escreveu no passo **b**;
- **d)** Some todos os algarismos que compõem o número de três algarismos escrito no passo **a**;
- **e)** Divida o valor obtido na soma do passo **c** pelo valor obtido na soma do passo **d**. Que valor você obteve;
- **f)** Escolha outro número qualquer e repita os passos de **a** até **e**. Escreva o que você observou.

Será que essa sua observação serve para qualquer número de três algarismos sem repetição? Sim? Não? Por quê?

Tente provar essa sua observação. Sugestão: Use seus conhecimentos acerca do valor posicional na escrita de um número.

Objetivos

Identificar padrões; utilizar a linguagem algébrica para representar uma situação matemática real; manipulação de expressões algébricas; oportunizar o desenvolvimento de habilidade de expressão em linguagem matemática; oportunizar o desenvolvimento de habilidade de leitura e compreensão em linguagem materna; trabalhar as operações com inteiros e notação posicional.

Conteúdos possíveis de serem trabalhados

Operações com números inteiros (adição e divisão); sistema de numeração decimal; sistema posicional; cálculos mentais; expressões algébricas (equivalência, busca de valor indeterminado); representação de números por letra; provas e justificativas por meio da álgebra.

Descritores associados

D18 – Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação).

D20 – Resolver problemas com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação).

D30 – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

D32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequência de números ou figuras (padrões).

Breve discussão

O problema apresenta uma situação de desafio, por meio da qual se busca que os alunos demonstrem conhecimento do sistema de numeração decimal, suas características de valor posicional, capacidade de representação e análise de uma situação por meio do uso de símbolos algébricos. Os alunos são desafiados a descobrirem como a sequência de passos apresentada sempre leva a um mesmo resultado, independentemente do número escolhido no passo **a**. Por fim, podem desenvolver uma justificativa ou prova deste comportamento por meio do uso da álgebra. Durante a discussão das soluções, levantar questionamentos como: Qual o menor número que pode ser escolhido? Qual o maior?

Ao tomarmos esse problema como ponto de partida para a discussão de conteúdos matemáticos, o fazemos por entender que ele apresenta características de um problema que vale à pena ser trabalhado. Por meio dele podemos: **a)** envolver matemática útil e importante; **b)** exigira níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas; **c)** contribuir para o desenvolvimento conceitual dos alunos e **d)** criar uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades. Também nos oportuniza iniciar os alunos no universo das demonstrações matemática, provas e justificativas de fatos matemáticos. Então, estamos buscando desenvolver um ensino de matemática em consonância com os documentos norteadores da educação nacional para Ensino Fundamental.

A seguir apresentamos uma possível solução por meio da execução das instruções pedidas no problema, para três números diferentes, com o intuito de ressaltar a repetição do valor obtido a cada tentativa e finalizamos com uma sugestão prova através de manipulações algébricas em torno da estrutura posicional genérica de um número inteiro de três algarismos.

Solução

Primeira tentativa

Consideremos que na primeira tentativa o aluno escolha o número 123. Ele poderá formar seis números de dois algarismos, utilizando 1,2 e 3 sem repetição, a saber: 12, 13, 21, 23, 31, 33. Ao somar estes seis números ele vai obter o total de 132. Ao somar os algarismos 1, 2 e 3 ele obterá um total igual a 6. Ao dividir 132 por 6 ele vai obter um quociente de valor 22.

Segunda tentativa

Consideremos na segunda tentativa que o aluno escolha o número 125. Ele poderá formar seis números de dois algarismos, utilizando 1,2 e 5 sem repetição, a saber: 12, 15, 21, 25,51, 52. Ao somar estes seis números ele vai obter o total de 176. Ao somar os algarismos 1, 2 e 5 ele obterá um total igual a 8. Ao dividir 176 por 8 ele vai obter um quociente de valor 22.

Terceira tentativa

Consideremos na terceira tentativa que o aluno escolha o número 253. Ele poderá formar seis números de dois algarismos, utilizando 2, 3 e 5 sem repetição, a saber: 25, 23, 52, 53, 32, 35. Ao somar estes seis números ele vai obter o total de 220. Ao somar os algarismos 2, 3 e 5 ele obterá um total igual a 10. Ao dividir 220 por 10 ele vai obter um quociente de valor 22.

Observação do aluno

Neste ponto o aluno já deve ter notado que para números diferentes obteve sempre o mesmo resto na divisão. Aqui surge a oportunidade de questionar a validade para qualquer número, ou só para estes três?

Em seguida, o professor tem uma oportunidade para incentivá-los a, por meio do uso de conhecimentos do sistema posicional, pensarem para produzir uma forma de provar ou justificar o fato de que esse comportamento se repete para quaisquer números compostos por três algarismos que venham a considerar.

Demonstração apoiada no sistema posicional e na álgebra

Vamos assim arrumar a abordagem algébrica:

a) Um número genérico composto de três algarismos (abc) pode ser escrito na forma

$$100a + 10b + c$$

b) Se não consideramos repetição de algarismos, podemos formar seis números de dois algarismos cada

$$\begin{aligned} ab &= 10a + b \\ ac &= 10a + c \\ ba &= 10b + a \\ bc &= 10b + c \\ ca &= 10c + a \\ cb &= 10c + b \end{aligned}$$

c) Ao efetuarmos a soma destes seis possíveis números obtemos

$$10a + b + 10a + c + 10b + a + 10b + c + 10c + a + 10c + b$$
$$= \mathbf{22a + 22b + 22c}$$

d) A soma dos algarismos do número de três algarismos é dada por

$$\boldsymbol{a+b+c}$$

e) Dividindo a soma dos seis números de dois algarismos pela soma dos algarismos que compõem o número de três algarismos, observamos

$$\frac{22a+22b+22c}{a+b+c} = \frac{22\cancel{(a+b+c)}}{\cancel{(a+b+c)}} = 22$$

Assim, provamos que, quaisquer que sejam os três dígitos, sempre que executarmos esse roteiro obteremos 22 ao final.

REFERÊNCIAS

APM. **Princípios para a Ação**: assegurar a todos o sucesso em matemática. Lisboa: APM, 2017.

BOALER, J. **What's Math Go To Do With It?** How teachers and parentes can transform mathematics learning and inspire success. New York: Penguin Books, 2015.

______. **Mathematical Mindsets**: unleashing students potential through creative math, inspring messages na innovative teaching. San Francisco (CA): Jossey-Bass, 2016.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. Sào Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998.

CAI, J. LESTER, F. **Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno**. Tradução de Antonio Bastos e Norma Allevato. Boletim Gepem 60 (jan./jun. 2012).

GOMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKY, L. (Orgs). **Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática.** Trad Stela Oliveira. São Paulo: Átiva, 1997. P. 257-282.

IMBERNÓN, F. **Formação Continuada de Professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

JUSTULIN, A. M.; AZEVEDO, E. Q.; HUANCA, R. R. H. Grandezas e Medidas. In: ONUCHIC, L. R et all (Orgs). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. pp. 127-140.

LAPPAN, G.; PHILLIPS, E. Teaching and Learning in Connected Mathematics Project. In: L. leutziger (Ed.), **Mathematics in the middle**. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics. P 83-92. 1998.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro**. Anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística – Desafios para o século XXI. (p. 167-174). Florianópolis, 1999.

NCTM. **Princípios para a Ação**: assegurar a todos o sucesso em Matemática. Tradução APM. Portugal: APM/IIE, 2017.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas**: caminhos, avanços e novas perspectivas. Boletim de Educação Matemática, vol. 25, núm. 41, Dezembro, 2011, pp. 73-98.

PONTE, J. P. **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto Universidade de Lisboa, 2014.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIEIRA, G.; PAULO, R. M. O desenvolvimento do pensamento geométrico via resolução de problemas: uma alternativa para o ensino de geometria. In: **Anais do INIC 2009**. São Paulo: UNIVAP, 2009.

ANEXO A – A CONSTRUÇÃO DO SABER

Vygotsky e o conceito de zona de desenvolvimento proximal[a]

Para Vygotsky, o segredo é tirar vantagem das diferenças
e apostar no potencial de cada aluno

Por: Ivan Paganotti

Todo professor pode escolher: olhar para trás, avaliando as deficiências do aluno e o que já foi aprendido por ele, ou olhar para a frente, tentando estimar seu potencial. Qual das opções é a melhor? Para a pesquisadora Cláudia Davis, professora de psicologia da Educação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), sem a segunda fica difícil colocar o estudante no caminho do melhor aprendizado possível. "Esse conceito é promissor porque sinaliza novas estratégias em sala de aula", diz Cláudia. O que interessa, na opinião da especialista, não é avaliar as dificuldades das crianças, mas suas diferenças. "Elas são ricas, muito mais importantes para o aprendizado do que as semelhanças."

Não há um estudante igual a outro. As habilidades individuais são distintas, o que significa também que cada criança avança em seu próprio ritmo. À primeira vista, ter como missão lidar com tantas individualidades pode parecer um pesadelo. Mas a pesquisadora garante: o que realmente existe aí, ao alcance de qualquer professor, é uma excelente oportunidade de promover a troca de experiências.

Essa ode à interação e à valorização das diferenças é antiga. Nas primeiras décadas do século 20, o psicólogo bielorrusso Lev Vygotsky (1896-1934) já defendia o convívio em sala de aula de crianças mais adiantadas com aquelas que ainda precisam de apoio para dar seus primeiros passos. Autor de mais de 200 trabalhos sobre Psicologia, Educação e Ciências Sociais, ele propõe a existência de dois níveis de desenvolvimento infantil. O primeiro é chamado de real e engloba as funções mentais que já estão completamente desenvolvidas (resultado de habilidades e conhecimentos adquiridos pela criança). Geralmente, esse nível é estimado pelo que uma criança realiza sozinha. Essa avaliação, entretanto, não leva em conta o que ela conseguiria fazer ou alcançar com a ajuda de um colega ou do próprio professor. É justamente aí - na distância entre o que já se sabe e o que se pode saber com alguma assistência

---

[a] Publicado em NOVA ESCOLA Edição 242, 01 de maio de 2011. https://novaescola.org.br/conteudo/1972/vygotsky-e-o-conceito-de-zona-de-desenvolvimento-proximal

- que reside o segundo nível de desenvolvimento apregoado por Vygotsky e batizado por ele de proximal

Nas palavras do próprio psicólogo, "a zona proximal de hoje será o nível de desenvolvimento real amanhã". Ou seja: aquilo que nesse momento uma criança só consegue fazer com a ajuda de alguém, um pouco mais adiante ela certamente conseguirá fazer sozinha. Depois que Vygotsky elaborou o conceito, há mais de 80 anos, a integração de crianças em diferentes níveis de desenvolvimento passou a ser encarada como um fator determinante no processo de aprendizado.

Trocas positivas numa via de mão dupla

Com a troca de experiências proposta por Vygotsky, o professor naturalmente deixa de ser encarado como a única fonte de saber na sala de aula. Mas nem por isso tem seu papel diminuído. Ele continua sendo um mediador decisivo, por exemplo, na hora de formar equipes mistas - com alunos em diferentes níveis de conhecimento - para uma atividade em grupo. A principal vantagem de promover essa mescla, na concepção vygotskiana, é que todos saem ganhando. Por um lado, o aluno menos experiente se sente desafiado pelo que sabe mais e, com a sua assistência, consegue realizar tarefas que não conseguiria sozinho. Por outro, o mais experiente ganha discernimento e aperfeiçoa suas habilidades ao ajudar o colega.

"Em algumas atividades, formar grupos onde exista alguém que faça a vez do professor permite que o docente trabalhe mais diretamente com quem não conseguiria aprender de outra forma", afirma Cláudia. "Deve-se adotar uma estratégia diferente com cada tipo de aluno: o que apresenta desenvolvimento dentro da média, o mais adiantado e o que avança mais lentamente." Não se deve, porém, escolher sempre as mesmas crianças como "ajudantes", deixando as demais sempre em aparente condição de inferioridade. "É importante variar e montar os grupos de acordo com os diferentes saberes que os alunos precisam dominar", complementa a psicóloga Maria Suzana de Stefano Menin, professora da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp).

O educador também não pode se esquecer de outro ponto crucial na teoria de Vygotsky: a zona de desenvolvimento proximal tem limite, além do qual a criança não consegue realizar tarefa alguma, nem com ajuda ou supervisão de quem quer que seja. É papel do professor determinar o que os alunos podem fazer sozinhos ou o que devem trabalhar em grupos, avaliar quais atividades precisam de acompanhamento e decidir quais exercícios ainda são inviáveis mesmo com assistência (por exigir saberes prévios que ainda não estão consolidados ou acessíveis).

Desafios impossíveis e outros erros

Dar de ombros ao conceito das zonas de desenvolvimento pode significar alguns problemas. Por exemplo: ao ignorar o limite proximal, muitas propostas em sala de aula acabam colocando os alunos diante de desafios quase impossíveis *(leia a questão de concurso na próxima página)*. Corre-se o risco também de formar grupos homogêneos ou permitir que a garotada se organize somente de acordo com suas afinidades. "Nas atividades de lazer, não há a necessidade de restringir esse tipo de organização", afirma a psicóloga Maria Suzana. "Mas é importante aproximar alunos com diferentes níveis de ensino nas atividades em que o domínio dos saberes seja um diferencial."

Quando equívocos como os citados antes ocorrem, geralmente são resultado do desconhecimento da obra de Vygotsky. No Brasil, ainda são poucos os que dominam teorias como a da zona proximal. "Os professores até sabem que o conceito existe, mas não conseguem colocá-lo em prática", diz Cláudia Davis. Se estivesse vivo, o conselho do psicólogo bielorrusso para esses educadores talvez fosse óbvio: interação e troca de experiências com aqueles que sabem mais, exatamente como se deve fazer com as crianças.

BIBLIOGRAFIA

A Formação Social da Mente: O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores, Lev Vygotsky, 182 págs., Ed. Martins, tel. (11) 3116- 0000, 37,20 reais

O Construtivismo na Sala de Aula, César Coll, Elena Martín, Teresa Mauri, Mariana Miras, Javier Onrubia,
Isabel Solé e Antoni Zabala, 222 págs., Ed. Ática, tel. 0800-11-5152, 40,90 reais

Piaget, Vygotsky, Wallon: Teorias Psicogenéticas em Discussão, Yves de La Taille, Marta Kohl de Oliveira e Heloysa Dantas, 120 págs., Ed. Summus, tel. (11) 3862-3530, 32,90 reais

Vygotsky: Uma Perspectiva Histórico-Cultural da Educação, Teresa Cristina Rego, 138 págs., Ed. Vozes,
tel. (24) 2233-9000, 21 reais