UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O 'JOGO DA ONÇA': UMA INTERLOCUÇÃO ENTRE O COTIDIANO E O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

LEANDRO MÁRIO LUCAS

CAMPINA GRANDE
2018

LEANDRO MÁRIO LUCAS

O ‘JOGO DA ONÇA’: UMA INTERLOCUÇÃO ENTRE O COTIDIANO E O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática
Linha de pesquisa: Cultura Científica, Tecnologia, Informação e Comunicação
Orientadora: Profª. Drª. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita

CAMPINA GRANDE

2018

L933j Lucas, Leandro Mário.
O 'Jogo da onça' [manuscrito] : uma interlocução entre o cotidiano e o ensino de adição e subtração de números decimais / Leandro Mário Lucas. - 2018.
195 p. : il. colorido.

Digitado.
Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ens. de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2018.
"Orientação : Profa. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita , Departamento de Educação - CH."

1. Jogo da Onça. 2. Educação. 3. Adição e subtração. 4. Números decimais. I. Título

21. ed. CDD 371.337

LEANDRO MÁRIO LUCAS

O 'JOGO DA ONÇA': UMA INTERLOCUÇÃO ENTRE O COTIDIANO E O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em 05/06/2018

BANCA EXAMINADORA

Orientadora- Profª. Drª Filomena Maria Gonçalves da Silva cordeiro Moita
Universidade Estadual da Paraiba (UEPB)-PPGECEM

Examinador Interno - Prof. Dr. Eduardo Gomes Onofre
Universidade Estadual da Paraiba (UEPB)-PPGECEM

Examinador Externa - Profª. Drª Eunice Simões Lins
Universidade Federal da Paraiba (UFPB)-PPGC

CAMPINA GRANDE

2018

A Deus, pelos encaminhamentos dados; aos meus familiares, pelo apoio incondicional; e a Gabriel Lucas, meu filho, pelo amor que lhe prezo, dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus, responsável por todas as nossas realizações;

Aos meus familiares, que são minha base de sustentação humana, pessoal e profissional;

À minha orientadora, a Profª. Drª. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, por me permitir desfrutar de sua sabedoria, ao longo dos últimos quatro anos, período em que também me orientou como aluno de Especialização. Indiscutivelmente, é uma das responsáveis por minha evolução cognitiva;

À banca examinadora, composta pela Profª. Drª. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, pelo Prof. Dr. Eduardo Gomes Onofre e pela Profª. Drª. Eunice Simões Lins, pelas valiosas contribuições dadas a este trabalho;

Aos meus professores do Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática, educadores que, com suas atitudes e palavras, despertaram em mim uma grande admiração e respeito, tanto pela sapiência no modo de construir o conhecimento, quanto pela relação de respeito com que tratam seus alunos;

Aos meus professores da Educação Básica, que, apesar de todas as dificuldades que enfrentaram, conseguiram construir uma base suficiente para que eu continuasse os estudos e minha atuação profissional, ajudando-me também na minha formação como pessoa;

Aos meus colegas do Mestrado, com quem compartilhei angústias e conquistas, mas também aprendi muitas coisas;

Ao meu eterno professor de Matemática, Cícero Vieira (*in memoriam*), por ter reservado boa parte de suas horas de lazer para esclarecer minhas dúvidas como aluno da Educação Básica e ter me incentivado a fazer a seleção para o Mestrado, emprestando-me seus tão raros livros, tanto pelo tempo de edição, quanto pelos conteúdos neles contidos;

Aos alunos, sujeitos desta pesquisa, e à professora titular da turma, por sua presteza, atenção e respeito durante as intervenções que fizemos;

A toda a equipe gestora da escola em que a pesquisa foi realizada, por ter permitido que fosse concluída.

Vejo como a nossa grande missão, enquanto educadores, a preparação de um futuro feliz. E, como educadores matemáticos, temos que está em sintonia com a grande missão de educador. Está pelo menos equivocado quem não percebe que há muito mais em sua missão do que fazer continhas ou resolver equações e problemas absolutamente artificiais, mesmo que, muitas vezes, tenha a aparência de está se referindo a fatos reais. ***D'Ambrósio (2015)***

No brinquedo (jogo), o pensamento está separado dos objetos, e a ação surge das ideias, e não, das coisas. ***Vigotski (2007)***

RESUMO

Esta pesquisa, realizada em uma escola pública paraibana, traz uma análise das contribuições didático-pedagógicas do 'Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos para o ensino de adição e de subtração de números decimais. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, exploratória e descritiva, que segue os pressupostos da pesquisa participante. Na fase exploratória, aplicamos, em quatro turmas do ensino fundamental, dois questionários semiestruturados, um de natureza sociocultural, e outro, do tipo sondagem. Com os dados que eles nos forneceram, pudemos identificar a que apresentou o cotidiano mais favorável para a adaptação do jogo, mais dificuldades e mais conhecimentos cotidianos relacionados ao conteúdo explorado. Na fase participante, o principal instrumento pedagógico foi o 'Jogo da Onça', em suas quatro adaptações, intituladas 'O Consumidor e os Impostos', 'A Raposa e as Galinhas', 'O Cachorro e os Bodes' e 'O Cliente e os Preços da Gasolina'. Com essas versões, exploramos conceitos relacionados aos números decimais e suas operações de adição e de subtração. Para tanto, utilizamos quatro problemas que deveriam ser solucionados no ato de jogar. Nesse momento, mediamos o processo com base nos conhecimentos cotidianos dos discentes e de suas inquietações em relação aos desafios do jogo. Feitas as intervenções, com o objetivo de analisar a evolução do aprendizado, aplicamos um segundo teste de sondagem, cujos dados, junto com os que foram colhidos na fase exploratória e participante, foram analisados à luz da Etnomatemática de D'Ambrósio (1986; 1996; 1998; 2015). O jogo e a resolução de problemas são analisados com múltiplos olhares. No entanto, na primeira temática, destaca-se a visão de Vigotski (2007; 2008), e na segunda, as considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e de Onuchic (2013). Por fim, concluímos que 'o Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos, despertou a motivação e o engajamento, significou algumas representações e ordens numéricas e permitiu explorar estimativas, aproximações e arredondamentos. Também nos possibilitou despertar a criticidade, introduzir, explorar e resolver problemas relacionados ao conteúdo explorado, avaliar os alunos e formar condutas éticas, colaborativas e socializantes.
PALAVRAS-CHAVE: Jogo da Onça. Educação. Adição e subtração. Números decimais.

ABSTRACT

This research analyzes the didactic-pedagogical contributions of 'O Jogo da Onça', adapted from the students' daily life, for the teaching of Addition and Subtraction of Decimal Numbers. Held in a public school in Paraiba, the qualitative approach is characterized by its exploratory and descriptive character and by following the presuppositions of the participant research. In the exploratory phase, we applied, in four classes of elementary school, two semistructured questionnaires, one of sociocultural nature and another of the survey type. The data they provided allowed us to identify the one who presented the most favorable daily routine for the game adaptation, the greatest difficulties and more everyday knowledge related to the content explored. In the participatory phase, the main pedagogical tool was the 'Game of the Onça', in its four adaptations, entitled "The Consumer and the Taxes", "Fox and the Chickens", "Dog and Goats" and Gasoline Prices". With these versions, we explore concepts related to decimal numbers and their addition and subtraction operations. To do so, we use four problems, which solutions should also be performed in the act of playing. At the moment, the researcher mediated the process from the students' everyday knowledge and their concerns about the challenges of the game. After the interventions, in order to analyze the evolution of learning, we applied a second survey test. The data he provided us, along with those collected during the exploratory and participatory phases, were analyzed in the light of D'Ambrósio etnomathematica (1986, 1996, 1998, 2015). Gambling and problem solving, in turn, are analyzed under multiple glances. However, in the first theme, we highlight the vision of Vigotski (2007, 2008), while in the second, the considerations of the National Curricular Parameters (BRASIL, 1998) and of Onuchic (2013) predominate. Finally, the theoretical and practical reflections allowed us to conclude that "Game da Onça", adapted from students' everyday life, awakened motivation and engagement, meant some representations and numerical orders and allowed to explore estimates, approximations and rounding. It also allowed us to awaken criticality, introduce, explore and solve problems related to the content explored, as well as made possible the evaluation of students and the formation of ethical, collaborative and socializing behaviors.
KEYWORDS: Game of the Onça. Education. Addition and subtraction. Decimal numbers.

LISTA DE ABREVIATURAS

E-learning - Aprendizado eletrônico (tradução nossa)

M-learning - Aprendizagem móvel (tradução nossa)

U-learning - Aprendizagem ubíqua (tradução nossa)

LISTA DE CÓDIGOS

A01- Primeiro aluno com quem nos apresentamos (segue-se essa ordem até A09)

C1 – Primeira captura realizada pelos alunos em determinado jogo (segue-se essa ordem até C4)

D1- Primeiro diálogo transcrito das notas de campo (segue-se essa ordem até D5)

Q1- Primeira questão do primeiro ou do segundo teste de sondagem (segue-se essa ordem até Q10)

7A1- Primeira turma do sétimo ano, em que aplicamos o questionário sociocultural e o primeiro teste de sondagem

7A2- Segunda turma do sétimo ano, em que aplicamos o questionário sociocultural e o primeiro teste de sondagem

8A1- Primeira turma do oitavo ano, em que aplicamos o questionário sociocultural e o primeiro teste de sondagem

8A2- Segunda turma do oitavo ano, em que aplicamos o questionário sociocultural e o primeiro teste de sondagem.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

BNCC- Base Nacional Curricular Comum
CENFOP - Centro de Formação de Professores
EAD - Educação a Distância
EM - Educação Matemática
ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática
ERIC - Centro de Informação sobre Recursos Educativos (Tradução nossa)
ICME -Terceiro Congresso Internacional em Educação Matemática (Tradução nossa)
ICMI- Comissão Internacional de Instrução Matemática (Tradução nossa)
IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira
MEC - Ministério da Educação
Mp – Média Ponderada
NCTM - Conselho Nacional de Professores de Matemática (Tradução nossa)
PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional
PTS – Primeiro Teste de Sondagem
QVL – Quadro Valor de Lugar
SAMAC - Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade
SciELO - Biblioteca Eletrônica Científica Online (Tradução Nossa)
STS- Segundo Teste de Sondagem
TIC- Tecnologias da Informação e da Comunicação
UEPB - Universidade Estadual da Paraíba
UFRS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, descrevemos como surgiu a pesquisa e delimitamos sua temática; dissertamos sobre as razões pelas quais a julgamos relevante, apresentamos a questão norteadora, o objetivo geral e os específicos e a forma de operacionalizá-la. Em seguida, traçamos um breve delineamento metodológico da pesquisa e sua estrutura.

1.1 Para início de conversa: contextualizando e delimitando o tema

Grande parte das atividades que fazemos, quando somos crianças, aflora na fase em que já somos profissionais formados e homens feitos e provocam um misto de sensações, que transitam entre a lembrança nostálgica e sua significação objetiva no plano atual. As brincadeiras e os jogos fazem parte desse rol de elementos infanto-juvenis que marcam profundamente o ser humano adulto, tanto por causa da importância sentimental de outrora quanto dos novos significados profissionais e práticos que podem adquirir.

Em meu caso, uma brincadeira que nunca saiu da memória e que ficou adormecida durante muitos anos, é um jogo de tabuleiro denominado de o 'Jogo da Onça'. Praticado por mim com familiares e colegas, há alguns anos, ele traz a saudade de pessoas queridas e que já se foram, a lembrança das tardes alegres e das manhãs de divertimento e nos faz reviver até mesmo as dificuldades financeiras, que não nos possibilitavam ter outras fontes de lazer, ainda que, naquele momento, o prazer que nos proporcionava parecia nos bastar e os problemas que enfrentávamos não tivesse a menor importância.

No entanto, ao me deparar com esse jogo em pesquisas sobre a importância do lúdico para o ensino da matemática, na disciplina 'TIC e Prática Docente', do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática-UEPB, a fim de utilizar esses recursos para superar as dificuldades dos alunos, com uma espécie de impulso, voltei a jogá-lo, mas com outros olhares, e não, somente, com o despretensioso objetivo de passar o tempo. Assim, percebemos que ele exige uma série de competências importantes para essa área do conhecimento, como raciocínio lógico, desenvolvimento de estratégias, concentração, planejamento e tomada de decisões.

Considerando essas potencialidades, imediatamente pensei em explorá-lo associado a um conteúdo específico e escolhi a adição e a subtração de números inteiros. Para fazê-lo, tive que adaptá-lo e, durante esse processo, instiguei-me a repensá-lo para além desse conjunto numérico e o readaptei para o ensino de ***adição e subtração de números decimais***, mais especificamente, para o caso em que esses são números exatos.

A ressignificação desse jogo foi motivada quando constatei, em minha prática docente, que, quando eram submetidos a um ensino predominantemente tradicional, os alunos tinham dificuldade de aprender. Chamou-me à atenção essas operações, o fato de elas fazerem parte do currículo desde os anos iniciais do ensino fundamental e de estarem, conscientemente ou não, presentes no cotidiano de todos os seres humanos, auxiliando-nos em muitas de nossas atividades familiares, lúdicas e laborais, contextos esses em que os alunos utilizam os supracitados conhecimentos com relativa eficiência.

Nesse cenário, passei então a indagar: por que eles têm tanta dificuldade de calcular na escola o que fazem rotineiramente? Se assim o fazem no cotidiano e, muitas vezes, deixam de fazer no ambiente escolar, estaria a escola atrapalhando mais do que ajudando? E o que o professor deve fazer para mudar uma realidade tão desanimadora? Quais são as metodologias mais adequadas e as não adequadas?

Fiz essas indagações reiteradas vezes, diante de alunos do ensino médio que ainda não compreendiam o significado dessas operações, tampouco de seus algoritmos. Essa realidade mostra-se ainda mais crítica no ensino fundamental, quando introduzimos ou verificamos essa aprendizagem.

A busca de respostas para esses questionamentos levou-me a leituras que me fizeram entrar em contato com os conceitos da Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrósio, das Teorias Cognitivistas da Aprendizagem, bem como de uma diversificada produção sobre o uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Essas leituras me ajudaram a compreender que, primeiro, a matemática ensinada na escola não é a única, porquanto existem outras igualmente importantes, mas que, por razões históricas, não são valorizadas em sala de aula; segundo, o contexto sociocultural dos alunos é fonte riquíssima de conhecimentos matemáticos, que podem e devem ser aproveitados em âmbito escolar; terceiro, a ocorrência da aprendizagem depende da participação ativa dos alunos, de uma forma tal que, junto com o docente, construam o próprio conhecimento; quarto, os alunos precisam se predispor a aprender, sem tal atitude a aprendizagem dificilmente ocorrerá.

Outra ideia surgiu depois: os jogos, no que se refere ao uso de recursos metodológicos para o desencadeamento da motivação e do engajamento, dão-nos uma grande margem de sucesso para tal, sobretudo quando o público-alvo pertence à atual geração.

Nessa perspectiva, e constando a pouca eficácia do ensino tradicional em atender a tais requisitos, depositamos essas ideias em um só recurso metodológico: o 'Jogo da Onça'. O brinquedo, aqui, é uma plataforma para inserir personagens, regras e objetivos representativos do cotidiano dos alunos e para ensinar as operações de adição e subtração de números decimais. Esse processo partiu de uma questão-problema, foi orientado por objetivos próprios e operacionalizado por meio de uma metodologia que buscou se adequar aos fins a que pretendíamos chegar. Tais aspectos, no entanto, já é tema da próxima seção.

1.2 A Problemática

Ao longo dos últimos oito anos de atuação como professor de matemática, em escolas públicas municipais e estaduais da Paraíba, deparei-me com problemas de aprendizagem em diversos conteúdos. As operações matemáticas me chamaram à atenção, visto que são a base para vários conteúdos matemáticos, fazem parte do currículo escolar desde o início do ensino fundamental, estão presentes no cotidiano de todos os seres humanos e podem ser facilmente contextualizadas com várias aplicações práticas.

Apesar de tanta utilidade, aplicabilidade e possibilidades de contextualização, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão têm sido protagonistas de muitos problemas na aprendizagem da matemática escolar e de outras áreas do conhecimento. Consequentemente, isso tem fortalecido o estereótipo dessa disciplina como difícil de ser aprendida, como também alimentado posturas preconceituosas sobre o próprio conhecimento matemático e os que não "conseguem" aprendê-la e têm perpetuado sua função de filtro social, historicamente exercida em benefício das classes dominantes.

Essa função pobre do conhecimento matemático tem se materializado, de forma evidente, nos índices intoleráveis de reprovação e de evasão que tem provocado e no baixo rendimento em testes escolares e em avaliações educacionais de grande escala. Os resultados da Prova Brasil[1], que avalia o aprendizado do aluno ao longo da trajetória escolar, desenham, em números, essa realidade.

Essa avaliação, elaborada com base em matrizes de referências, em conteúdos e

[1] A Prova Brasil é uma avaliação nacional que verifica o aprendizado em Matemática e Português, cujas médias, junto com os dados sobre a aprovação escolar, são as referências para o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Essa avaliação é organizada com base em uma matriz de referência, que descreve as habilidades e as competências a serem adquiridas pelos alunos em forma de descritores que, por sua vez, são organizados por eixos temáticos de conteúdos que, no caso do conhecimento matemático, descrevem as habilidades e as competências referentes a quatro temas: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações/ Álgebra e Funções e Tratamento da Informação.

habilidades matemáticas a serem adquiridas, espera que, no final do ensino fundamental, os alunos apresentem as seguintes competências relacionadas aos números e suas operações:

> D16- Identificar a localização de números inteiros na reta numérica; D17- Identificar a localização de números racionais na reta numérica; D18 – Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação); D19 – Resolver problemas com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação); D20 – Resolver problemas com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação); D21- Reconhecer as diferentes representações de um número racional; ... D24 – ***Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de "ordens" como décimos centésimos e milésimos*** (grifo nosso); D25 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação); D26 – Resolver problema com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). (QEDU, 2017- ADAPTADO)

Em outras palavras, essas são as competências mínimas que os alunos devem ter adquirido no final do ensino fundamental. No entanto, os dados desta avaliação apontam para um cenário de muitas carências, nas esferas nacional e estadual, bem como no município em que realizamos a pesquisa. Para se ter uma ideia, se tomados como referência os anos de 2011, de 2013 e de 2015, a média de alunos que, no final do Ensino Fundamental, apresentaram aprendizado abaixo do adequado no Brasil é de, aproximadamente, 88%. No estado da Paraíba, esse número é de 95%, e em Assunção-PB[2], de 93%.

Ressaltamos, no entanto, que os números acima representam os resultados em matemática como um todo[3]. Porém, essa realidade não pode ser dissociada do baixo rendimento desses alunos nas operações básicas, porque elas estão presentes não só nos descritores avaliados, mas também, direta ou indiretamente, em todos os outros temas que compõem essa avaliação, a saber: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação e Álgebra e Funções. Evidentemente, essa relação seria mais evidente se pudéssemos acessar os dados por tema, por descritor/habilidade, por série e, até mesmo, por aluno. No entanto, até o momento da redação desta pesquisa, esses resultados ainda não estavam disponíveis para o município em que a realizamos.

---

[2] A escola onde realizamos nossa pesquisa é da rede estadual e, no período correspondente aos anos de 2011 a 2015, não tinha alunos matriculados no ensino fundamental. Por isso nos referenciamos nos dados municipais, uma vez que os estudantes dessa rede, de modo geral, pelo fato de ela ser a única instituição de nível médio do município, ingressam nela para cursá-lo.

[3] Durante a escrita desta dissertação, recorremos reiteradas vezes a esses dados e percebemos que eles ainda estavam sendo atualizados, porquanto apresentavam pequenas variações. Sendo assim, é possível que, em outro momento, os valores acima mostrados não coincidam com os que são disponibilizados pelo Ministério da Educação.

Diante desse quadro, buscamos encontrá-los em uma avaliação implementada pela Secretaria de Estado da Educação da Paraíba (SEE/PB), em parceria com o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd/UFJF), cujos dados são o ponto de partida para o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Paraibana (IDEPB).

Os resultados apresentados por essa avaliação estadual confirmam o mau desempenho dos alunos no IDEB. Quanto à escola em que realizamos a pesquisa, a média dos alunos, no intervalo de tempo correspondente aos anos de 2013 a 2016, aponta que, aproximadamente, 97% deles apresentaram aprendizado abaixo do adequado. No caso das habilidades relacionadas com os números e suas operações, o diagnóstico histórico aponta que a maioria delas precisam ser priorizadas, retomadas ou complementadas em sala de aula, tendo em vista que acompanham ou até aprofundam os péssimos números apresentados na avaliação como um todo.

Uma segunda avaliação de nível estadual, realizada pelo Programa SOMA - Pacto pela Aprendizagem na Paraíba, que no ano de 2017, foi estendido para os anos finais do ensino fundamental da rede estadual, ratifica os maus resultados das outras duas que já comentamos. No caso das habilidades relacionadas aos números e suas operações, o número de acertos nas quatro turmas do ensino fundamental não chega a 40%.

Essa realidade, na verdade, confirma nosso próprio diagnóstico de sala de aula, que nos possibilitou perceber que as dificuldades dos alunos na matemática são, de fato, fartas e que têm muito a ver com o seu baixo aprendizado na temática em questão: basta uma análise das opções escolhidas nas supracitadas avaliações para perceber que, tirando-se os casos em que os alunos marcam as alternativas arbitrariamente, há flagrante falta de competências conceituais numéricas e operacionais.

Tal cenário indica que é necessária uma atenção especial a esses alunos, que pode ser materializada em práticas docentes que privilegiem os significados das operações e levem em consideração os conhecimentos neles já existentes - construídos em suas atividades cotidianas - e seus modos particulares de fazer matemática, sobretudo que possibilitem que eles sejam os sujeitos da construção do conhecimento matemático. Em outras palavras, práticas docentes que não sejam pautadas pela filosofia tradicional, historicamente implementadas em sala de aula, com forte apelo ao livro didático, ao mecanicismo, às técnicas e aos algoritmos e, geralmente, desprovidas de significados e distanciadas do contexto sociocultural em que os alunos estão inseridos. Essa forma de ensinar está diretamente relacionada ao cenário de baixo aprendizado matemático acima comentado.

Assim, embora reconheçamos que é preciso superar essas dificuldades no universo dos números reais e em todas as operações matemáticas, em razão do tempo e da complexidade que uma tarefa desse porte demanda, limitamos nossos esforços para a adição e a subtração de números decimais. Para tanto, propomos uma metodologia de ensino referenciada em ideais construtivistas, sociais, étnicos e culturais, em que utilizamos o 'Jogo da Onça' como plataforma de inclusão de personagens, regras, objetivos e elementos, bem como das principais ideias e conceitos relativos a esses conhecimentos, inclusive os ligados ao cotidiano dos alunos.

A escolha pelo 'Jogo da Onça' se justifica porque, apesar de sua representatividade indígena, nossa experiência infanto-juvenil com ele, como um objeto lúdico, e intelecto-profissional, como um objeto matemático, possibilitou-nos perceber que ele é facilmente personalizável, logo, adaptável para diversos contextos socioculturais e educativos e poderá dar importantes contribuições para o ensino de matemática.

Assim, procuramos responder à seguinte questão: ***Quais são as contribuições do 'Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos, para o ensino de adição e de subtração de números decimais?*** Para isso, objetivamos analisar em que aspectos didático-pedagógicos esse jogo contribui para o ensino das supracitadas operações matemáticas.

A análise foi operacionalizada da seguinte forma: primeiro, identificamos algumas atividades cotidianas dos alunos; segundo, seus conhecimentos pré-existentes relacionados à adição e à subtração de números decimais; terceiro, diagnosticamos as dificuldades dos alunos relacionados a esses conteúdos; quarto, inserimos no cenário do jogo personagens e elementos representativos do cotidiano, dos conhecimentos pré-existentes e das dificuldades dos alunos e, por fim, utilizamos o jogo adaptado como instrumento de mediação pedagógica.

Para operacionalizar essas ações, que, incialmente, foram descritas em forma de objetivos específicos, empregamos uma metodologia e instrumentos que se correlacionassem harmoniosamente com eles. Tecemos considerações a esse respeito, ainda que de forma superficial, na seção seguinte.

1.3 Desenho metodológico

Expostos o problema da pesquisa e os seus objetivos, sabendo-se que são esses aspectos que orientam os procedimentos de coleta dos dados e a análise a ser inferida, optamos por uma pesquisa qualitativa, exploratória e descritiva, que segue os pressupostos da pesquisa participante.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), na abordagem qualitativa, o ambiente natural é a fonte de dados, e o investigador é o principal responsável por coletá-los; seu caráter é essencialmente descritivo e enfatizam-se o processo e o significado das interações observadas. É nessa abordagem que nossa pesquisa mais se encaixa: a nossa fonte de dados é o próprio contexto da sala de aula e fomos responsáveis por coletar e analisar os dados obtidos. Acrescentamos a isso o fato de termos feito um diagnóstico dos conhecimentos cotidianos dos alunos pesquisados, associados e associáveis à adição e à subtração de números decimais.

Para isso, utilizamos dois questionários semiestruturados que, conforme Fiorentini e Lorenzato (2012), são compostos de perguntas abertas e fechadas: um, do tipo sociocultural, para explorar o cotidiano dos alunos, e outro, do modelo sondagem, para diagnosticar seus conhecimentos e dificuldades sobre o conteúdo explorado.

A partir desses questionários, detectamos, nas quatro turmas em que os aplicamos, duas do sétimo e duas do oitavo ano regular, a que apresentou, simultaneamente, as maiores dificuldades de aprendizagem, mais conhecimentos pré-existentes relacionados à adição e à subtração de números decimais e o contexto cotidiano mais favorável à adaptação do jogo. Esses aspectos foram os critérios de escolha da turma objeto de nossas intervenções, momento em que passamos a coletar os dados por meio da observação participante e a registrar os eventos mais importantes em notas de campo.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), nesse tipo de observação, o pesquisador deve conquistar a confiança das pessoas e, procurando conhecê-las, fazer o registro escrito e sistemático dos fatos observados. Posteriormente, analisamos os dados coletados e fizemos nossas considerações finais, completando assim a dissertação, cuja estrutura descreveremos na seção que segue.

1.4 Estrutura da dissertação

No que diz respeito à estrutura, esta pesquisa foi dividida em oito capítulos. No segundo, que trata da revisão de literatura, analisamos vinte e três pesquisas correlacionadas com nossa temática: uma tese, quinze dissertações e sete artigos. A partir de então, descrevemos algumas tendências relativas ao modo como os jogos, de um modo geral, o ‘Jogo da Onça’ e o cotidiano vêm sendo explorados nas pesquisas acadêmicas, focando, sobretudo, os casos em que essas temáticas são abordadas associadas às operações matemáticas. Ciente desses aspectos, apropriamo-nos de alguns aportes teóricos e identificamos algumas particularidades de nossa pesquisa, a partir das quais a julgamos relevante e traçamos o seu referencial teórico.

No terceiro capítulo, discorremos sobre algumas tendências atuais para o ensino da matemática. Apesar de destacar alguns fatos históricos influentes nesse processo, nosso foco foi o período pós-1950, em que elencamos e justificamos alguns acontecimentos de profundo impacto nas novas orientações que emergiram e que foram assimiladas pelas pesquisas acadêmicas, pelos textos curriculares e pelas práticas docentes a partir da década de 1980. Por fim, expusemos algumas distorções pelas quais essas orientações têm passado e mostramos como se materializam no ensino das operações matemáticas. Julgamos que esses desvios impedem a superação dos desafios causados pela filosofia tradicional e apresentamos as razões por que esta pesquisa visou superá-los com base nas orientações da Etnomatemática, da Resolução de Problemas e do uso de jogos em sala de aula.

No quarto capítulo, intitulado de A Etnomatemática, tecemos algumas considerações acerca de manifestações dessa natureza na história da humanidade. Entretanto, nosso foco foi sua existência como campo de pesquisa. Nessa seara, analisamos e descrevemos o modelo de construção do conhecimento etnomatemático, os conceitos de matemática, de educação e de aprendizagem defendidos por esse campo de pesquisa e apresentamos algumas características que a prática docente tende a tomar, quando realizada à luz de tal perspectiva.

No quinto capítulo - A Resolução de Problemas - discorremos sobre algumas perspectivas, abordagens ou modos de ver e conceber os problemas e seus processos de resolução no currículo de matemática, nas pesquisas acadêmicas e nas práticas de ensino. Para tanto, partindo de uma perspectiva histórica, tratamos de algumas questões sociais e internas à própria educação matemática que influenciaram os rumos da resolução de problemas atualmente. Nesse percurso, mostramos algumas peculiaridades das várias posturas assumidas a respeito desse tema, descrevemos algumas convergências e mostramos a perspectiva assumida nesta pesquisa.

No sexto capítulo, buscamos compreender as contribuições didático-pedagógicas dos jogos para o ensino da matemática. Para tanto, considerando que a Educação Matemática, como ciência, é um campo de pesquisa essencialmente multidisciplinar, analisamos as considerações de intelectuais de diversas áreas do conhecimento que atestaram as contribuições desses materiais para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e cultural das pessoas. No entanto, destacamos o campo da Psicologia e dois dos seus mais influentes pensadores: Jean Piaget e L. S. Vigotski. Em seguida, particularizamos nossas análises para o 'Jogo da Onça' e mencionamos alguns instrumentos históricos e recentes, usados para facilitar o cálculo e o ensino das operações com números decimais, e descrevemos, superficialmente, nossas versões adaptadas para o ensino de adição e de subtração.

No sétimo capítulo, apresentamos os sujeitos e o local da pesquisa e os procedimentos metodológicos; detalhamos nossas versões adaptadas do ‘Jogo da Onça’, as atividades e as interações em sala de aula e mostramos os resultados obtidos e as análises proferidas. No oitavo capítulo, tecemos nossas considerações finais.

2 TRABALHOS CORRELATOS

O processo do ensino e da aprendizagem matemática ainda mantém muitos traços da filosofia tradicional, caracteristicamente marcada pela formalidade, pela abstração, pelo tecnicismo e pela forte influência do livro didático. Entretanto, as mudanças sociais do Século XX, a crise do Movimento da Matemática Moderna e o desenvolvimento da área da Educação Matemática, como campo profissional e científico, influenciaram as pesquisas e as propostas curriculares que, de uma maneira geral, promoveram discussões no sentido de superação dessa filosofia.

Nessa nova educação matemática, o uso de jogos em sala de aula ficou fortalecido (SANT'ANNA. NASCIMENTO, 2012), a resolução de problemas se transformou no foco do ensino de matemática e a Etnomatemática surgiu e consolidou-se, defendendo a tese de que o contexto sociocultural influencia a aprendizagem matemática e de que os conhecimentos cotidianos podem ser o ponto de partida para esse conhecimento formalizado. Como consequência, esses temas passaram a ser explorados de tal modo que se transformaram em novas tendências temáticas e metodológicas para a pesquisa e para o ensino matemático (MENDES, 2008; FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Tal fato foi constatado na busca que fizemos no Banco de Dissertações e Teses da Capes, na *Scientific Electronic Library Online* (SciELO), na *Education Resources Information Center* (ERIC), nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)[4] e no Google Acadêmico, com o fim de encontrar trabalhos já produzidos que se correlacionassem com nossa temática e, assim, alcançar um embasamento teórico que nos desse suporte. Para isso, utilizamos as palavras-chave 'jogo da onça', 'educação', 'adição e subtração' e 'números decimais', usando, como sugerem Netto e Bicalho (2012), os operadores booleanos[5] para direcionar a busca ao nosso interesse de pesquisa.

Ao refinar os resultados obtidos para as áreas de concentração em Educação Matemática, Ensino de Matemática ou Ensino de Ciências e Educação Matemática, limitando-os temporalmente para os últimos dez anos, e ao ler os resumos e as introduções desses documentos, selecionamos vinte e três pesquisas - uma tese, quinze dissertações e sete artigos (ver quadro em apêndice) – em que 'O Jogo da Onça', o cotidiano e o ensino das operações de

[4] Uma de nossas buscas nos direcionou ao Google Acadêmico e a um trabalho publicado no III Congresso Nacional de Educação Matemática (CONEDU), intitulado: O Jogo da Onça: cenário de um ensino potencialmente significativo de comparação e adição algébrica de números inteiros.
[5] Informações sobre esses operadores podem ser encontradas também no portal do sistema de bibliotecas da PUC- RIO, acessível em: <http://www.dbd.puc-rio.br/wordpress/?p=116>. Acesso em: 25 jan. 2016.

adição e de subtração de números decimais são explorados de várias formas. No entanto, apresentam aspectos comuns que nos possibilitaram traçar algumas tendências metodológicas e teóricas seguidas.

As operações de adição e de subtração, por exemplo, são exploradas, geralmente, junto com a divisão e com a multiplicação, enquanto que o cotidiano é, explicitamente ou não, explorado à luz da Etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 1998). Nessa perspectiva, é considerado um contexto de aplicações práticas, motivador e justificador do ensino de conteúdos matemáticos; um cenário facilitador da aprendizagem escolar, construtor das subjetividades dos sujeitos e como uma fonte de conhecimentos transformáveis em saberes acadêmicos.

Nesse sentido, Camargo (2014) analisou a transformação do saber cotidiano em saber científico, em uma turma da Educação de Jovens e Adultos, e, por meio de uma avaliação psicopedagógica, constatou que o pensamento desses sujeitos é baseado na experiência imediata e que tal referência compromete a construção de hipóteses e de proposições. Entretanto, afirma que essas estruturas podem ser construídas a partir da aproximação entre situações cotidianas com os saberes escolares e que a escola é a responsável por esse processo de transformação dos conhecimentos empíricos no saber elaborado.

Corroborando o pensamento de Camargo (2014), Silva (2014) investigou as contribuições das práticas cotidiano-culturais associadas aos saberes escolares, para compreender a realidade sociocultural em que os alunos estão inseridos. Para isso, apoiou-se nas ideias da Etnomatemática e procurou minimizar a distância entre esses dois saberes e reconstruir as subjetividades dos estudantes sobre seu cotidiano. Atenta, ainda, para a importância de ressignificar o papel social da escola, geralmente incumbida de reproduzir conceitos desconexos da realidade, e considera o cotidiano um contexto constituinte das subjetividades dos alunos e dos saberes escolares.

Também amparado na concepção etnomatemática, França (2013) alerta para a importância de se valorizar o conhecimento de sociedades menos influentes na escola. Para isso, analisou os saberes matemáticos dos estudantes do quinto ano do ensino fundamental da Comunidade Quilombola Mussuca e sua relação com a comunidade escolar. Nesse processo, entende que é preciso estabelecer um diálogo entre esses saberes, por meio da matemática existente nos jogos e nas brincadeiras, em manifestações socioculturais e em situações-problema do dia a dia.

Essas situações-problemas do dia a dia, de um grupo social específico, são exploradas em Gomes (2007) que, investigando o conhecimento de pedreiros e de marceneiros acerca dos números decimais, identificou estratégias pessoais para resolver problemas relacionados a esse conteúdo e constatou que se podem utilizá-las em outros contextos, que esses profissionais resolvem problemas que envolvem números decimais sem necessitar de instruções formais e estendem seu modo particular de fazer matemática para problemas alheios às suas práticas. Tal fato, segundo essa pesquisadora, justifica a importância de se considerarem esses conhecimentos para atribuir sentidos aos conceitos matemáticos escolares.

Pereira (2011) afirma que os problemas do cotidiano podem auxiliar os alunos a aprenderem a fazer as operações com decimais e elevar-lhes a autoestima. Para isso, valeu-se de diversas aplicações dos números decimais no cotidiano dos alunos, procurando respeitar sua maneira de pensar. Igualmente privilegiando aplicações práticas, Sanches (2014) criou uma proposta para ensinar matemática financeira, na qual as situações cotidianas são usadas para despertar a atenção e incentivar a participação dos alunos. Essas aplicações, conforme ele mesmo menciona, foram "a base norteadora" para o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo escolar.

Fiuza (2015) investigou as potencialidades de uma sequência didática eletrônica desenvolvida em uma turma do sexto ano do ensino fundamental, em que utilizou o tema transversal 'Trabalho e Consumo' como estratégia de ensino para os números decimais, e concluiu que os estudantes melhoraram seu desempenho quando os números foram relacionados a questões do cotidiano.

As contribuições do cotidiano para o ensino da matemática são reconhecidas, inclusive, nos níveis iniciais da educação fundamental. Nessa perspectiva, Xander (2013) utilizou o 'Jogo Dindin: negociando & brincando', para desenvolver habilidades no manejo com dinheiro e aproximar o conhecimento matemático escolar do cotidiano de alunos com cinco anos de idade. Suas conclusões apontaram que o contexto real possibilitou que os alunos identificassem cédulas e moedas, compreendessem as operações de soma e de composição de valores e proporcionou mais aceitação dos alunos em relação ao instrumento jogo.

De maneira semelhante, Orense, Decena e Feria (2013), usando como interface os cubos de Sifteo[6][7], utilizaram um jogo educacional, em que se usam imagens do dinheiro

[6] Os Cubos de Sifteo são interfaces em forma de blocos cúbicos ou achatados e com uma exibição colorida no topo. Cada cubo pode interagir um com o outro de acordo com a proximidade. Eles são conectados sem fio e podem ser manipuladas por agitação, imprensa, vizinho, inclinação e flip (ORENSE; DECENA; FERIA, 2013).
[7] Uma demonstração do uso dos Cubos de Sifteo com o aplicativo Mount Brainiac (frações) pode ser acessada em: <https://www.youtube.com/watch?v=OmtulaZ7Jfw>. Acesso em: 15 de fev. de 2017.

filipino, o salapiggy, para ensinar aos estudantes primários as operações aritméticas básicas. Eles concluíram que, embora os jogadores não estivessem familiarizados com a interface e com as funcionalidades básicas dos cubos, o jogo ajudou os alunos a fazerem as operações de adição, de subtração, de divisão e de multiplicação, sobretudo com as interações geradas entre os alunos, as quais, segundo esses pesquisadores, são mais emocionantes do que àquelas que se materializam apenas com o teclado com o *mouse*.

Quanto ao 'Jogo da Onça', as pesquisas selecionadas não só o exploram para desenvolver habilidades, estratégias e raciocínio matemático, mas também para introduzir, explorar e consolidar conceitos geométricos primitivos ou relacionados a áreas de figuras planas. Sua utilização também é associada à temática indígena, sua suposta origem (LIMA; BARRETO, 2005), o que lhe confere, ainda que não explicitamente, um caráter etnomatemático.

Nesse sentido, Sardinha e Gaspar (2010), objetivando aplicar a perspectiva etnomatemática de ensino no Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade (SAMAC) e de valorizar a educação indígena como um método de ensino, propuseram o uso do 'Jogo da Onça' e afirmaram que ele proporciona a exploração dos conceitos de linhas e de diagonais e desenvolve o raciocínio lógico nos indivíduos.

Lucas, Moita e Batista (2015), fazendo-se valer apenas dos conhecimentos prévios dos alunos, utilizaram o 'Jogo da Onça' adaptado para que eles desenvolvessem a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000) da comparação e da adição algébrica de números inteiros. Em suas análises, constataram que houve uma evolução considerável no rendimento, na participação e no aprendizado e que o jogo foi um artefato promotor de processos motivacionais e desencadeador de habilidades matemáticas.

Vargas et. al. (2014), com objetivo de estimular, de forma lúdica, o raciocínio lógico, por meio de diferentes aspectos cognitivos, tais como a atenção, a percepção e a memória, propôs uma sequência de jogos organizados em níveis de complexidade. Nesta sequência, propõe O 'Jogo da Onça' e, portanto, o considera um artefato potencialmente capaz de despertar tais aspectos.

Nessa direção, Teixeira e Santos (2014), utilizando o 'Jogo da Onça' como uma atividade pedagógica, analisaram os benefícios dos jogos para o ensino da matemática e constataram que, ao usá-lo, os alunos passaram a participar mais ativamente das aulas, desenvolveram estratégias e ficaram mais atentos. Afirmam, ainda, que o jogo possibilita ao professor estimular discussões interessantes sobre alguns conteúdos de geometria.

Essa potencialidade é posta em prática em Oliveira et. al. (2015), que o utilizaram para introduzir as ideias geométricas primitivas e apresentar aos alunos os conceitos de áreas de quadrado e de triângulo. Ratificam, ainda, a sua potencialidade de desenvolver estratégias e o raciocínio lógico, acrescentando, que, com esse jogo, pode-se trabalhar a história, a cultura e a temática indígena e assim atender ao que estabelece a Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008, que torna obrigatório o estudo de temáticas ligadas à cultura e à história afro-brasileira e à indígena.

Naturalmente, todas essas potencialidades constatadas nas pesquisas que exploraram o 'Jogo da Onça' nos direcionaram para outros jogos. Ao focar nosso olhar para as que são relacionadas às operações matemáticas, constatamos o uso desses instrumentos para desenvolver a aprendizagem significativa, para despertar a motivação, o engajamento, a socialização, a autonomia e as abstrações matemáticas e possibilitar a exploração, a proposição e a resolução de problemas matemáticos. São bastante utilizados, ainda, para valorizar as experiências prévias ou os conhecimentos cotidianos dos alunos, como forma de fazê-los chegar ao saber formal.

Nessa direção, Prahmana, Zulkardi e Hartono (2012) usaram o contexto do Permainan Tradisional Tepuk Bergambar (PT2B) para estimular os alunos a superarem as dificuldades de compreender a multiplicação. Para isso, valeram-se das experiências prévias dos alunos. Os resultados apontaram que o PT2B estimula o entendimento do conceito de multiplicação como uma adição de parcelas iguais e os alunos a criarem estratégias e modelos a partir de sua compreensão inicial, que é posteriormente formalizada.

Azevedo Neto (2016), a partir de uma sequência didática em que utilizou o jogo Mankala Awalé, adaptado para trabalhar a divisão com números naturais, analisou a mobilização dos conhecimentos matemáticos dos alunos do quinto e do sexto anos do ensino fundamental e afirmou que esse jogo possibilita que se aproximem as situações cotidianas das que são vivenciadas na escola e desenvolve o cálculo mental, a habilidade de fazer estimativas e estratégias. Acrescentam, ainda, que esse jogo é enriquecido com elementos filosóficos, religiosos e culturais da sociedade africana.

De maneira semelhante, Barreto (2016) utilizou o 'Jogo Ouri' para ensinar as operações de adição, subtração e multiplicação e, corroborando o pensamento de Azevedo Neto (2016), concluiu que esse jogo e todos os outros da Família Mancala são representativos do cotidiano das sociedades africanas. Portanto, têm um viés etnomatemático.

Assis (2014) constatou que os alunos que participaram de um projeto em que foram explorados jogos de tabuleiro da Família Mancala e o jogos Hex, Gomoku, Reversi e do

Semáforo apresentaram uma melhora significativa na concentração, no comportamento e na disciplina em sala de aula. Em suas conclusões, amparado por um questionário respondido por professores, referiu que a utilização desses jogos também possibilitou o ensino e a aprendizagem com situações do cotidiano, o que, a nosso ver, aproxima a matemática escolar da matemática vivenciada na prática.

O surgimento de interações para estabelecer relações entre a linguagem matemática e as situações concretas por meio de jogos é explorado também por Soares (2008) que, ao investigar a potencialidade de se reintroduzirem os números inteiros negativos a partir da resolução de problemas e dos jogos 'Perdas e Ganhos' e 'Argolas Surpresa', concluiu que esses recursos proporcionam uma aprendizagem significativa desses números e interações que tornam o ambiente alegre, divertido e motivador.

Costa (2015) avaliou a potencialidade significativa do uso de materiais alternativos como jogos (jogo virtual dos sinais) para o ensino das operações de números inteiros e, teoricamente embasado em Ausubel (1980; 2000; 2003), constatou o aumento da atividade e da participação dos alunos, a melhora da aprendizagem e o despertar da curiosidade e do interesse pela matemática. Assim, desenvolve o aprendizado significativo e a predisposição para aprender. Afirma, ainda, que, articulado com situações experimentais, o cotidiano desenvolve a aceitação, a identificação, a observação, a classificação e a organização de fenômenos relacionados aos números inteiros.

Bordin (2011) analisou o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis para facilitar a compreensão das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. Para isso, introduziu essas operações por meio de materiais manipuláveis, como cartões, e utilizou os jogos pedagógicos 'Caminhada na Reta Numérica', 'Viagem Interplanetária', 'Pega Varetas Numéricos', 'Tabuleiro de Inteiros' e 'Na Trilha da Divisão'. Esses jogos foram adaptados de outros já existentes e tiveram como finalidade principal sistematizar e avaliar a aprendizagem. O autor concluiu que esses materiais facilitam a compreensão e a abstração de algumas operações sem a necessidade de decorar regras e favoreceram a interação, a resolução de desafios, a motivação e a elaboração das regras dos sinais.

As regras dos sinais também são uma preocupação de Neves (2010) que, ao reconhecer o obstáculo epistemológico dos alunos para assimilarem o conceito de número negativo e as operações que os envolvem, investigou as causas de tais obstáculos e procurou contribuir para que eles compreendessem esse conteúdo. Para tanto, utilizou o 'Jogo das Fichas Positivas e Negativas,' o 'Jogo do Dinossauro', o 'Jogo do Hexágono' e o 'Jogo

Matix' e concluiu que, nesses cenários, as crianças aceitam que existem quantidades menores do que zero e que esse instrumento pode diagnosticar conhecimentos preexistentes nos alunos, desenvolver habilidades e conceitos relacionados aos números inteiros, além de possibilitar a aproximação entre os professores e os alunos.

O trabalho com números inteiros também é uma preocupação de Albuquerque (2011), que os explorou, junto com os números racionais, em um conjunto de jogos representativos da fauna e da flora amazonense. Para isso, criou um recurso didático denominado 'Aprendendo Matemática no Amazonas', que é um Kit com três jogos, que aborda os números racionais fracionários e as operações com números inteiros positivos e negativos. Por fim, ratificou o caráter educativo dos jogos e a possibilidade de introduzir, reforçar e consolidar conteúdos matemáticos com esses recursos, de forma interdisciplinar e contextualizada com o cotidiano dos alunos.

Em sentido de síntese, ratificamos que todas as supracitadas pesquisas convergem, ainda que não explicitamente, para a superação dos desafios que o ensino tem imposto à aprendizagem das operações matemáticas, quando realizado à luz de metodologias predominantemente tradicionais. Em detrimento dela, parecem aceitar muitos dos pressupostos construtivistas, os etnomatemáticos e os jogos como ferramentas que ajudam nesta superação.

Em termos teóricos, detectamos uma grande influência dos estudos psicológicos de Jean Piaget e de L. S. Vigotski, mas também é forte a presença da teoria de David Ausubel. No caso específico do uso de jogos, além dos supracitados intelectuais, são bastante referenciados autores como Roger Caillois, Johan Huizinga e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998). Quanto à Etnomatemática, a referência é Ubiratan D'Ambrósio, enquanto que a resolução de problemas é tratada de forma multifacetada.

Por fim, essa revisão de literatura nos possibilitou identificar dois aspectos que julgamos ser muito importantes para nossa pesquisa. O primeiro deles está relacionado com fato de, uma vez cientes das contribuições dos trabalhos que descrevemos para o ensino e para a aprendizagem das operações matemáticas, pudermos lançar um novo olhar para O 'Jogo da Onça', visto que não encontramos nenhuma pesquisa que os explora associados à adição e à subtração de Números Decimais, com a abrangência aqui tratada, tão pouco adaptado com personagens representativos do cotidiano dos alunos.

Essas peculiaridades, que, em certo sentido, revestem de alguma relevância nossa pesquisa, nos levam a concluir que as adaptações que fizemos representam novos recursos que podem contribuir para superar muitas dificuldades nos conteúdos que nelas exploramos.

Tal fato se faz necessário porque, apesar das muitas tentativas de superação deste problema, ele continua a afetar o cotidiano escolar em suas múltiplas dimensões e, portanto, a criação de novos recursos metodológicos e adaptação de outros já existentes são importantes, tanto pela sua utilização prática, quanto pelas discussões e reflexões que podem gerar no campo acadêmico.

O segundo aspecto despertado por essa revisão de literatura foi uma orientação para a constituição do nosso referencial teórico. A partir dela, da natureza da questão norteadora e dos objetivos traçados para a pesquisa, julgamos pertinente dividi-lo em três partes principais: uma que trata das ideias e dos conceitos da Etnomatemática; uma que explora a resolução de problemas, e outra que trata das potencialidades dos jogos para o ensino de matemática. No entanto, ao nos aprofundarmos nessas temáticas, percebemos que, recentemente, de forma oficial e prática, elas ganharam força devido a uma série de fatores externos e internos ao conhecimento matemático, que as transformaram em novas tendências para o ensino e para a pesquisa no âmbito da educação matemática. Assim, antes de explorá-las, analisamos o contexto em que essas transformações ocorreram, conforme pode ser visto na seção que segue.

3 TENDÊNCIAS ATUAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, discorremos sobre algumas tendências atuais para o ensino da matemática. Começamos por mencionar alguns fatos históricos que influenciaram e ainda influenciam esse processo, com o intuito de compreendê-lo no presente e os rumos que pode tomar no futuro. Apesar de fazer considerações desde a época primitiva, nosso foco é o período pós-1950, quando a Educação Matemática se consolidou como campo profissional e científico, tomou outro rumo e passou a discutir sobre temas até então preteridos em relação às questões conteudísticas e curriculares.

Nesta parte do texto, considerando que, em seu percurso histórico, os papéis da matemática e do seu ensino estiveram relacionados ao contexto sociocultural e a aspectos internos ao próprio conhecimento matemático, elencamos e justificamos alguns acontecimentos de profundo impacto nas novas orientações que emergiram e que foram assimiladas pelas pesquisas acadêmicas, pelos textos curriculares e pelas práticas docentes, a partir da década de 1980.

Por fim, expomos algumas distorções das mais recentes orientações em sala de aula e suas formas de materialização no ensino das operações matemáticas, concluímos que esse processo impede a superação de muitos desafios causados pela filosofia tradicional e apresentamos as razões por que esta pesquisa procura superá-los a partir das orientações da Etnomatemática, da Resolução de Problemas e do uso de jogos em sala de aula.

3.1 O ensino de matemática: das rotas traçadas aos caminhos a percorrer

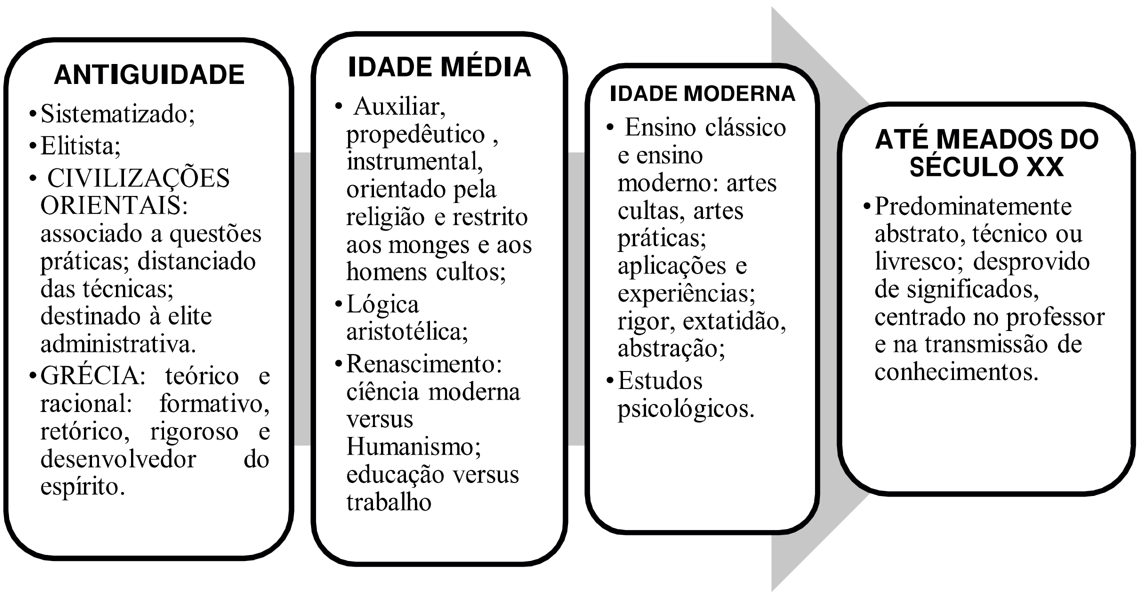
D'Ambrósio (1986) refere que a evolução do conhecimento matemático e do seu ensino enraíza-se em fatores socioculturais e está associada à realidade material em que os indivíduos estão inseridos. Há, entretanto, além desses fatores externos, questões que se formularam dentro da construção e da evolução da própria matemática, que influenciaram esses processos ao longo da história, sustentaram e orientaram posições, bem como modos de concebê-los ou praticá-los. Nesse sentido, Gomes (2012) disserta:

> [...] A educação está sempre atrelada às demandas e características das sociedades que a sustentam, e o ensino de Matemática integra essa educação. Em cada momento histórico, a Matemática, como qualquer outra disciplina escolar, tece-se pelos fatores externos – as condições sociais, políticas, culturais e econômicas que compõem a escola e o ensino – e pelos fatores internos – aqueles referentes à natureza dos conhecimentos de uma área específica [...] (GOMES, 2012, p. 27).

Em relação aos fatores internos, a autora afirma que não se referem apenas aos conteúdos, mas também à natureza dos processos de ensino e de aprendizagem, à formação profissional e a sua repercussão curricular, didática e pedagógica. No que concerne aos fatores externos, acrescenta que eles estão atrelados aos diferentes momentos históricos pelos quais a humanidade passou, cujas variadas especificidades socioculturais determinaram sua evolução, e a matemática, inserida nesse cenário, não poderia deixar de ser influenciada também.

Assim, o conhecimento matemático e seu ensino adquiriram características específicas na Antiguidade, na Era Medieval, na Idade Moderna e na Contemporânea. Uma análise histórica desses processos em obras como as de Boyer (1974), Miorim (1995), D'Ambrósio (1986; 2009), Schubring (2005) e Eves (2011) nos possibilita identificar tais especificidades e, ao mesmo tempo, relacioná-las a fatores sociais, culturais, políticos e econômicos de cada período.

Figura 1- Características históricas do ensino da matemática ocidental



Fonte: Miorim (1995); D'Ambrósio (1986; 2009); Eves (2011); Schubring (2005)

Ao analisar esses processos na literatura supracitada, percebemos que, inicialmente, o ensino de matemática esteve ligado às questões de sobrevivência, era informal e de responsabilidade de todos os adultos das comunidades primitivas. Posteriormente, nas primeiras civilizações orientais, tornou-se sistematizado e ligado à administração; na Idade Média, quase desapareceu e, durante muito tempo, foi orientado pelas religiões. Logo em seguida, com as rotas comerciais e as grandes navegações, renasceu e reorganizou-se, posteriormente, em torno das ciências modernas e da revolução industrial.

Miorim (1995, p. 201) aponta algumas especificidades do ensino de matemática nesses momentos históricos. Assim, nos leva a compreender que, nas antigas civilizações do Oriente, a matemática tinha um caráter essencialmente prático, seu ensino se desenvolveu separado das "artes técnicas" e foi destinado apenas aos escribas, aos altos funcionários e aos dirigentes. Na Grécia, deu-se ênfase aos estudos teóricos e racionais, associados a diferentes finalidades: com os pitagóricos, a matemática era enfatizada por seu valor formativo. Tal valor seria ratificado e ampliado pelos sofistas, "associado às necessidades da retórica", e reforçado com Platão, que atribuía a esse conhecimento a potencialidade de desenvolver o raciocínio do homem. Já com Euclides, o ensino de matemática priorizava o rigor, as demonstrações e a geometria especulativa para desenvolver o espírito.

Em ambos os casos – nas antigas civilizações orientais e na Grécia Antiga - o ensino da matemática era destinado às elites e considerado uma ciência nobre. Assim permaneceu até o Século XX. Na Grécia, entretanto, foi considerada essencial para a formação das pessoas e passou a fazer parte do ciclo normal da educação, porém desligado das aplicações práticas e intrinsecamente associado às "artes cultas". Essa separação - superado o período da Idade Média, em que o conhecimento matemático foi determinado pela religião - orientaria o ensino dessa disciplina para duas perspectivas principais:

> de um lado, um ensino ligado "à arte culta", voltada para o desenvolvimento do raciocínio, baseado na proposta platônica, interessado na formação do homem das classes dirigentes e privilegiando os estudos clássicos. De outro, um ensino voltado para o desenvolvimento das "artes práticas", destinado aos membros de uma nova classe emergente – a burguesia- e privilegiando o ensino das ciências práticas, da "nova matemática". (MIORIM, 1995, p. 204)

Assim, o ensino de matemática começava a delinear a separação entre os estudos teóricos e os práticos, iniciados na Grécia Antiga, que ganhariam corpo nos atuais ensinos acadêmicos e técnicos (ou profissionais). O primeiro, baseado na concepção platônica e nas ciências clássicas, considerava o conhecimento matemático estático e, em sua maior profundidade e abstração, inato em alguns poucos privilegiados. O modelo adotado era o pregado nos Elementos de Euclides, altamente sistematizado em definições, axiomas e postulados. A segunda perspectiva pregava o ensino de matemática baseado nas ciências modernas, em aplicações e experimentos observáveis pelos sentidos e, desde o início, destinado às classes menos favorecidas.

Esses dois modelos, que, simbolicamente, representam o antigo e o novo naquele período, "estariam nas raízes do Primeiro Movimento de Modernização da Matemática", que direcionou críticas ao ensino clássico, sobretudo por considerá-lo, em seu nível secundário, ultrapassado em relação aos avanços da própria matemática, descontínuo, no que concerne ao ensino superior, e "ineficaz, no atendimento das demandas impostas pela ciência e pela tecnologia modernas" (MIORIM, 1995, p. 204-205). Com esse movimento, que se apoiou nas teorias psicológicas daquele tempo, houve mudanças no currículo da matemática básica e técnica: introduziu-se o conteúdo de funções, das representações gráficas e das noções de cálculo infinitesimal, tradicionalmente trabalhados no ensino superior, e valorizaram-se os aspectos intuitivos na construção do conhecimento matemático, a integração dos conteúdos e as aplicações matemáticas.

Valente (2016, p. 4) acrescenta que esse movimento, germinado nas ideias de Jean-Jacques Rousseau (1727-1778), Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) e Friedrich Fröbel (1782- 1852), representou a "emergência de uma verdadeira contracultura pedagógica" e contrariava pensamentos dominantes, ou aceitáveis na época, tais como, "a criança como homem em miniatura", a coerção, a violência física e o ensino livresco e memorístico. Em contrapartida, pregava o respeito pelos processos evolutivos das crianças e a atividade delas na construção do conhecimento e o conhecimento intuitivo. Essas propostas foram respaldadas pelo nascente campo da Psicologia. Em outras palavras,

> [...] contra o ensino, enfim, a educação. No caso da matemática, mais precisamente, da matemática na escola, contrapõe-se ao ensino a necessidade de uma educação matemática, mesmo se, nesse tempo, a expressão "educação matemática" parece não ter sido, ainda, utilizada. De todo modo, os termos "educação matemática" simbolizam um movimento a fazer frente ao "ensino de matemática", entendido como "instrução matemática". (VALENTE, 2016, p. 6)

Assim, esse movimento, cujo principal representante foi o alemão Felix Klein (1849-1925), procurou deslocar as discussões sobre a produção matemática, predominantes nos congressos internacionais de educação matemática, para temáticas relacionadas ao ensino dessa disciplina (MIORIM, 1998, apud MARCHON, 2016, p 121). Nesse cenário, iniciaram-se mudanças de posturas no sentido de que os conhecimentos matemáticos de um professor não seriam o único fator necessário, tampouco suficiente, para sua qualidade profissional. ***Começam-se então, a valorizar os conhecimentos relativos aos modos de ensinar.***

Nesses termos, no Congresso Internacional de Educação Matemática de Roma (1908), "em função da insatisfação de alguns participantes, muito mais interessados em debater a educação matemática do que a matemática", foi proposta a criação de uma Comissão Internacional de Educação Matemática, origem da *International Commission on*

Mathematical Instruction (ICMI), "momento decisivo para a emergência desse campo no cenário mundial" (MARCHON, 2016, p. 121).

Contudo, apesar dessas tentativas de mudança, até a primeira metade do Século XX, o ensino dessa disciplina continuou sendo predominantemente técnico, livresco, centrado na memorização de procedimentos e no professor e "direcionado para o desenvolvimento das competências de cálculo" (BARBOSA, 2009, p. 8). Portanto, continuou a ser caracterizado pela desconexão entre o nível secundário e o superior e pela obsolescência em relação aos progressos científicos e tecnológicos da sociedade até esse período, o que resultaria em um segundo movimento de renovação, denominado de Movimento da Matemática Moderna (MIORIM, 1995).

Até o primeiro movimento, prevalecia um quadro social com muitos traços da modernidade, em que a formação dos sujeitos destinava-se a inseri-lo no sistema produtivo, e as habilidades demandadas se limitavam ao conhecimento da escrita e da leitura para dominar as máquinas. Essa estrutura seria totalmente reconfigurada com o surgimento dos computadores, que deram início à segunda revolução industrial, e das primeiras tecnologias digitais, que substituíram, a partir dos anos de 1970, os suportes eletromecânicos (PERTANELLA, 2008).

Então, o modelo de ensino clássico e o que o sucedeu, caracteristicamente livresco, técnico e sem significado, não era mais coerente com toda essa transformação, e o Movimento da Matemática Moderna tentou superar essa defasagem, mas por meio de uma matemática abstrata e simbólica, que elegeria a Teoria dos Conjuntos como base do ensino. Em outras palavras, "pregava a verdadeira matemática praticada por matemáticos" (VALENTE, 2016, p. 12).

Apesar de suas boas intenções, marcou o retorno ao formalismo, à abordagem internalista da matemática; não modificou significativamente a relação professor-aluno e fez com que a matemática perdesse tanto "seu papel de formadora de 'disciplina mental' como seu caráter pragmático de ferramenta para a resolução de problemas" (FIORENTINI, 1995, p. 14). Esse movimento, apesar de fracassar na maioria dos seus objetivos didáticos e pedagógicos, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), contribui para o surgimento e a consolidação da Educação Matemática, porque, ao tentar acompanhar e implementar as orientações modernas, muitos educadores se organizaram e pesquisaram sobre essas recomendações.

Esse processo fez surgir, principalmente nos Estados Unidos, os primeiros programas específicos de Mestrado e de Doutorado em Educação Matemática e despertou para a publicação de novos periódicos, para a criação de organizações profissionais, de institutos de pesquisa e fez com que surgissem novos pesquisadores, o que possibilitou que a Educação Matemática alcançasse o caráter profissional, a partir da década de 1960 e, como consequência, o *status* de ciência (KILPATRICK, 1996). A partir de então, segundo Gomes (2012, p. 27),

> As mudanças ocorridas em relação às recomendações para o ensino da Matemática vinculadas à crise do Movimento da Matemática Moderna, à emergência e ao desenvolvimento da área da Educação Matemática, com a realização de um número enorme de pesquisas que contemplam muitas tendências e os mais diversos contextos em que se ensina a Matemática, têm repercutido nas propostas curriculares mais recentes [...]

A autora acrescenta que essas propostas incorporaram os resultados de pesquisas acadêmicas em Educação Matemática, no Brasil e no exterior, desde o final da década de 1970 e, consequentemente, tiveram reflexos práticos em termos acadêmicos e, mesmo em menor extensão, no cotidiano de sala de aula.

Assim, podemos identificar, pelo menos, três fatores que aconteceram em períodos próximos e relacionados entre si, que influenciaram decisivamente o novo rumo que o ensino da matemática começaria a tomar depois de 1950. O primeiro fator foi o Movimento da Matemática Moderna e as reações que emergiram a partir dele; o segundo, a consolidação da Educação Matemática como campo científico; e o terceiro, as novas orientações curriculares ocorridas na década de 1980, originadas desse cenário. De nossas leituras, acrescentamos um quarto fator, externo à matemática: a *revolução tecnológica* iniciada nesse período e intensificada nas décadas finais do século passado.

Em relação ao Movimento da Matemática Moderna, conforme já comentado, foi importante por ter sido um movimento que, de fato, representou uma tentativa prática e abrangente de superar o ensino tradicional, e ter contribuído para organizar e profissionalizar a Educação Matemática, seja pelas correntes que advogaram ao seu favor, seja pelas que se originaram com a negação de suas ideias. Esse processo, que teria iniciado com a valorização dos saberes relacionados “ao saber ensinar”, no Congresso Internacional de Roma (1908), se intensificado com as publicações e as organizações dos apoiadores do Movimento da Matemática Moderna, consolidou-se concomitantemente com uma mudança de paradigma nas discussões educacionais, predominantes até meados do século passado.

D’Ambrósio (1998, p. 11-12) assevera que contribui para isso a presença de países do terceiro mundo nos congressos internacionais, questionando “os efeitos negativos que podem resultar de uma educação matemática mal adaptada a condições socioculturais distintas", os reflexos do movimento questionador do academicismo, em 1968, e os efeitos ilusórios do ideal da educação de massa. Segundo esse educador, tais fatores fizeram com que, cada vez mais, temas sociopolíticos fossem debatidos na Educação Matemática, o que acarretou em uma "mudança qualitativa" nas discussões relacionadas a conteúdos e a programas, predominantes até então.

> [...] Em Caracas (1975), começa a notar-se uma mudança qualitativa, muito profunda, nas preocupações e discussões. Se bem que se tenha continuado a dedicar um espaço considerável à discussão de programas, as sessões mais concorridas, com mais discussões e maior presença e repercussão, foram aquelas dedicadas a discussões de natureza social e mesmo política [...] (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 11)

D'Ambrósio (1998) afirma, ainda, que essas discussões passaram a ser uma tendência em Educação Matemática a partir da década de 1980, quando a Etnomatemática deu seus primeiros passos e, depois, consolidou-se como um novo campo de pesquisa, protagonizando debates que, além das justificativas psicológicas para o fracasso na aprendizagem, associa o mau desempenho dos alunos às questões sociais, culturais e antropológicas.

Essas transformações aconteceram dentro de um contexto em que a sociedade passava a ser cada vez mais influenciada por computadores e pelas tecnologias, o que também contribuiu para despertar o interesse dos países mais pobres pelos assuntos sobre a matemática. Tal fato esteve associado à concepção de que esse conhecimento, base desses aparatos, poderia ser uma fonte de superação da defasagem tecnológica existente entre as nações periféricas e as ricas. Todo esse contexto de mudanças socioculturais e internas à própria matemática, conforme afirmativa já citada de Gomes (2012), foi absorvida por várias propostas e orientações curriculares de todo o mundo, sobretudo a partir da década de 1980. Uma das mais significativas foi a *Agenda for Action* (NCTM, 1980).

Originada como uma reação ao modelo de ensino proposto pela Matemática Moderna, essa publicação orientou que o foco da matemática escolar fosse a resolução de problemas e influenciou outras em todo o mundo. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), até 1995, as propostas curriculares, de vários países, apresentaram os seguintes pontos de convergência:

> direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores; importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção

> do seu conhecimento; ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas; importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos; necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação. (BRASIL, 1998, p. 20)

Corroborando esse documento, Gomes (2012) acrescenta:

> [...] Elas trazem alguns elementos comuns, como a colocação da necessidade de incorporação, nas práticas pedagógicas escolares, das tecnologias da informação e da comunicação, dos jogos e materiais concretos, da história da Matemática, e almejam, sobretudo, que os conhecimentos matemáticos na formação escolar básica tenham realmente significado para os estudantes, ultrapassando a simples preparação para as carreiras profissionais que eventualmente venham a seguir. (GOMES, 2012, p. 27).

A Agenda para a Ação, portanto, foi um dos documentos pioneiros dos vários que foram publicados pela *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) [8] que, de uma maneira geral, orientou países de todo o mundo para que valorizassem os aspectos sociais, antropológicos, linguísticos e cognitivos da aprendizagem matemática (BRASIL, 1998) e apontou para a necessidade de protagonizar o ensino e a aprendizagem construtivista, para que a matemática escolar estimulasse o poder matemático do aluno, contemplasse o uso de tecnologias e as capacidades de explorar, conjecturar, raciocinar, de resolver problemas e de lhe afirmar a autoconfiança (BARBOSA, 2009).

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) representam a influência dessas novas orientações. Nele, muitos desses pontos de convergência são materializados. Por exemplo, destaca a importância da matemática para o exercício da cidadania, para a resolução de problemas do cotidiano e do próprio conhecimento matemático; para a reafirmação da pluralidade cultural, para o trabalho e o consumo e, ao mesmo tempo, atribui ao professor o papel de mediador do processo de aprendizagem e, aos alunos, o de construtores do conhecimento matemático.

Quanto aos recursos metodológicos, considera importante utilizar a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos e, em detrimento dos exercícios de fixação da aprendizagem, valoriza os problemas como ponto de partida para a atividade matemática.

---

[8] Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM). Fundado em 1920, é a maior organização de educação em matemática do mundo, com 60 mil membros e mais de 230 afiliados nos Estados Unidos e no Canadá.

A maioria dessas recomendações é ratificada pelos outros documentos curriculares que sucederam 1998. Entretanto, a elas se acrescentam ou aprofundam-se orientações sobre o uso das tecnologias em sala de aula. Naturalmente, porque, como uma atividade humana, que deve estar coerente com as transformações da sociedade, a educação tem buscado acompanhar os constantes progressos desses instrumentos, que foram intensificados a partir da popularização da internet, nos anos de 1990.

A partir de então, as informações em massa passaram a ser disseminadas quase que de forma instantânea, e as mudanças socioculturais passaram acontecer numa velocidade nunca antes vista, o que demandou, de fato, um novo tipo de educação, novas formas de ensino e aprendizagem e um conhecimento de natureza outra, além de novas possibilidades educativas e didático-pedagógicas. D'Ambrósio (2009) afirma que, depois desse período, a escola passou a contemplar a "aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo", portanto, a transmissão de um "conhecimento obsoleto", pronto e acabado, não mais se justificava.

Nesse cenário, surgiu a Educação a distância (E-learning) e, mais recentemente, novas perspectivas de ensino e aprendizagem, como a aprendizagem móvel (M-learning) e a aprendizagem ubíqua (U-learning).

No caso da educação a distância, desenvolveram-se os cursos ministrados, total ou parcialmente, em ambientes virtuais, como os ofertados pela Universidade Aberta do Brasil (UAB) e demais cursos similares da EAD (MORAN, 2007). Isso resultou em mudanças marcantes nos modos de ensinar, de aprender e de educar e, inegavelmente, a popularização da internet e da tecnologia móvel contribuiu para isso. Segundo Saccol, Schlemmer e Barbosa (2011), essas tecnologias possibilitaram a aprendizagem em todos os lugares. Carvalho (2012) afirma que elas se transformaram em uma das novas tendências tecnológicas emergentes para o ensino e para a aprendizagem do Século XXI (CARVALHO, 2012).

Não obstante a esses fatos, vários documentos curriculares, publicados nesse século, vêm contemplando essas inovações. Aqui no Brasil, comparando-se com a publicação de 1998, tem-se dado mais ênfase às tecnologias digitais, aos objetos que podem ser criados a partir delas e à sua utilização para facilitar o ensino e a aprendizagem matemática. Nesse contexto, existem várias orientações para o uso de jogos digitais, de *softwares* ou de aplicativos para computadores fixos ou móveis, utilizados *online* ou *off-line*.

No caso das Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 87), destaca-se a influência dessas tecnologias na configuração da sociedade atual, sobretudo por causa da demanda de indivíduos capacitados para usá-las e das contribuições que podem dar à aprendizagem matemática. O documento afirma que a formação escolar pode contemplar essas ferramentas em dois sentidos: “a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática”.

No primeiro caso, enfatiza que é preciso capacitar para o uso de calculadoras e de planilhas eletrônicas, e, no caso da tecnologia como ferramenta para compreender a matemática, destaca os programas de computador (*softwares)*, referidos como programas de expressão, e suas potencialidades para explorar e elaborar diferentes conceitos matemáticos. O documento traz, ainda, que essas potencialidades estão relacionadas ao fato de esses programas exigirem certo domínio do saber matemático - “a sua base de conhecimento” – e de possibilitarem a exploração matemática de um mesmo objeto em diferentes representações (numérica, algébrica, geométrica), a expansão de sua base de conhecimento e a manipulação dos objetos expostos na tela dos computadores.

No caso da nova referência curricular, ainda em construção, intitulada de Base Nacional Curricular Comum (BNCC), enfatiza-se sobremaneira as tecnologias de informação e comunicação e as aponta como o elo entre a matemática contemporânea e as outras áreas do conhecimento, com o desenvolvimento da sociedade. A partir de então, sugere seu uso para compreender e verificar conceitos, construir objetos matemáticos, comunicar os resultados obtidos, resolver ou elaborar problemas e representar fenômenos da realidade. Sugere, ainda, que sejam utilizados jogos digitais em vários níveis da educação básica.

É importante destacar que esse cenário de mudanças, intensificado nas últimas décadas do século passado e aprofundado no Século XXI, ainda não representa o núcleo teórico de grande parte dos professores da educação básica, mas tem, inegavelmente, influenciado muitas práticas do cotidiano escolar no mundo e no Brasil. Ressaltamos, ainda, que, aparentemente, esse movimento mutante tem se orientado de fora para dentro do território nacional, fazendo com que o ensino de matemática brasileiro, em maior ou menor intensidade, refletisse a maioria das orientações internacionais. Assim, o ensino medieval, religioso foi posto em prática pelos jesuítas, as propostas modernizadoras de Felix Klein foram importadas por Euclides Roxo e materializadas no Colégio Pedro II, e, algumas delas, implementadas na Reforma Francisco Campos.

O Movimento da Matemática Moderna Boubarki seria amplamente discutido, contestado e iria perder espaço para o ensino construtivista e para os que enfatizam o contexto sociocultural e sua relação com a aprendizagem matemática. Entretanto, assim como contribuiu para afirmar a Educação Matemática em todo o mundo, também ajudou a consolidar esse campo de pesquisa no Brasil.

Resumindo esses processos, Fiorentini (1995) menciona seis tendências da educação matemática brasileira: a formalista clássica, a empírico-ativista, a formalista moderna, a tecnicista e suas variações, a construtivista e a socioetnoculturalista. Cada uma delas defendeu, respectivamente, as ideias do ensino clássico, do primeiro movimento de renovação da matemática, da matemática moderna, das correntes behavioristas e dos objetivos instrucionais e técnicos, das ideias de Piaget e suas variações e das que podem ser representadas pelas ideias freireanas e etnomatemáticas.

Podemos acrescentar a essas tendências, tendo em vista o que já foi comentado sobre o desenvolvimento das tecnologias móveis e seu consequente barateamento e popularização, que os instrumentos dessa natureza serão, de fato, um dos meios mais utilizados nos processos de ensino e aprendizagem matemáticos e serão cada vez mais referenciados e sugeridos nas pesquisas acadêmicas, nos textos curriculares e nas práticas docentes futuras. Portanto, o contexto social e matemático do período pós-1950 orientou o ensino dessa disciplina na contramão do que se praticava até então: introduziram-se, de maneira oficial e prática, novos conceitos de ensino, de aprendizagem e de avaliação, diferentes daqueles pregados pelo ensino técnico, livresco e centrado no professor, e passou-se a enfatizar as filosofias construtivistas e socioetnoculturalistas e suas respectivas metodologias.

Ainda sobre esse aspecto, o quadro, o giz, o livro didático e o professor deixaram de ser considerados os atores principais do ato educativo e cederam espaço para as novas tecnologias, para os jogos e os materiais concretos, para a internet, mas, sobretudo, para os alunos, agora sujeitos de sua aprendizagem. Por fim, o próprio conhecimento matemático adquiriu outra natureza: historicamente pautado no rigor e na exatidão, agora é valorizado em sua forma desestruturada e construída cotidianamente. Todo esse cenário de mudança, que agora ocupa uma posição de destaque nessa nova Educação Matemática, pode ser agrupado no que alguns intelectuais julgaram pertinente chamar de “As novas Tendências Temáticas e Metodológicas Atuais para a Pesquisa e para o Ensino de Matemática” (MENDES, 2008; FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Abaixo, apresentamos algumas delas.

Quadro 1- Tendências atuais em educação matemática

AUTOR (ES)	TENDENCIAS CONSIDERADAS
BATANERO ET. AL. (1992)	Resolução de problemas; informática, computadores e ensino-aprendizagem de matemática; formação de professores; História e Filosofia da Matemática; modelagem matemática; Etnomatemática; Construtivismo e processos cognitivos.
KILPATRICK (1994),	As Tecnologias de Informação e Comunicação, a prática docente e de avaliação, a formação profissional, o contexto sócio-político do ensino-aprendizagem da matemática;

FIORENTINI (1995)	As tendências ativas, com a vertente empírico-ativista baseada nas ideias da Escola Nova, e construtivista, baseada nas ideias de Jean Piaget; e as tendências sócio-etno-culturais, originadas do fracasso do Movimento da Matemática Moderna, cujo tema já foi abordado neste trabalho.
HOFF (1996)	As ideias construtivistas de Jean Piaget, a Etnomatemática, a modelagem, a educação matemática crítica e o uso de jogos em sala de aula.
GROENWALD, SILVA E MORA (2004)	A resolução de problemas, modelagem matemática, jogos e curiosidades matemáticas, novas tecnologias, história da matemática, Etnomatemática e projetos de trabalho.
ZORZAN (2007)	A Etnomatemática, a modelagem, a resolução de problemas, tecnologia e educação matemática e filosofia da educação matemática.
MENDES (2008),	Uso de materiais concretos e jogos em sala de aula, a Etnomatemática, a resolução de problemas como estratégia cognitiva, a modelagem matemática, a história da matemática, a informática e projetos de investigação.
CAVALCANTI (2010)	As didático-pragmáticas: a modelagem, a resolução de problemas, a utilização de jogos, tecnologias e história da Matemática; as Epistemológicas: o Construtivismo Radical, teorias da Psicologia e da Filosofia; e as político-sócio-culturais: a inclusão, a educação crítica, os valores, o papel social do conhecimento ensinado, a paz etc.

Fonte: Elaborado pelo autor

Se voltarmos ao que discutimos nesta seção, o quadro acima nos mostra que essas tendências, de maneira geral, estão relacionadas aos fatores que elencamos como determinantes para os novos rumos que o ensino da matemática tomaria atualmente, a saber: o Movimento da Matemática Moderna e as reações que emergiram a partir dele, a consolidação da Educação Matemática como um campo científico, a revolução tecnológica ocorrida no Século XX e as novas orientações curriculares que emergiram desse contexto.

Há de se destacar, entretanto, que a evolução das tecnologias está possibilitando o conhecimento do cérebro humano de uma forma nunca antes vista, e os resultados obtidos, antes basicamente utilizados na Medicina, agora têm contribuído para que os cientistas da cognição compreendam o intelecto e a consciência humana e sua relação com a aprendizagem. Esses fatos, indiscutivelmente, potencializarão as conclusões tiradas da Psicologia, da Sociologia, da Antropologia e dos demais campos que subsidiaram a consolidação da Educação Matemática ou as tornarão obsoletas (D'AMBRÓSIO, 2009).

Esse fato, na verdade, é reflexo do caráter dinâmico das transformações sociais que se refletiram e continuam a se refletir na matemática e em seu ensino. Esses "movimentos da matemática na escola" (VALENTE, 2016) nem sempre representaram evoluções significativas nas formas de ver e de compreender as práticas docentes e a aprendizagem que delas se busca alcançar. Pelo contrário, por vezes, aconteceram retrocessos e, nesse sentido, atualmente, parece estar se originando uma corrente de pensamento que contesta, pelo menos em parte, alguns pressupostos defendidos pela Educação Matemática.

Nessa direção, depois de afirmar que, de um modo geral, esses movimentos se materializaram de tal modo que, do ensino da matemática, chegou-se à educação matemática, da educação matemática, voltou-se para o ensino da matemática e, posteriormente, chegou-se à Educação Matemática, em sua forma institucionalizada, Valente (2016) acrescenta que, atualmente,

> [...] assiste-se ao embate contemporâneo da Educação Matemática com o Ensino de Matemática. O Ensino de Matemática em dias atuais busca foros que o ensino de matemática em tempos anteriores não possuía: intenta institucionalizar-se, constituir campo de pesquisa e arrebanhar professores que, de algum modo, pouco confortáveis se sentem na especificidade docente, esvaziada de *status* social, buscando proximidade com a representação, firmemente estabelecida, de que professores de matemática são matemáticos. (VALENTE, 2016, p. 20).

Portanto, ao que parece, esse movimento visa recuperar a "primazia do conteúdo matemático". Assim, se acontecer o estabelecimento de uma desnecessária dicotomia entre o educador e o professor, porquanto não há dúvidas de que o primeiro também pode ser um excelente matemático, estaremos diante das bases que alicerçarão alguns retrocessos marcantes no ensino dessa disciplina. Essa tendência, a julgar pelas outras que seguiram esse mesmo discurso e que promoveram, dentre outras coisas, a elitização intelectual da matemática, com fortes reflexos na estratificação social, possivelmente terá amplo apoio oficial, não apenas por causa das eventuais contribuições que possam dar à formação docente e à discente, mas também do serviço que pode prestar para manter o "estado das coisas", caso não assuma outra configuração em relação às que já trilharam esse caminho.

Assim, como seus resultados são o que há de mais palpável para as práticas docentes e por apresentarem, a nosso ver, visões mais nobres em relação ao tradicionalismo e as que se baseiam em alguns de seus pressupostos, sobretudo no que se refere ao tipo de pessoa e de sociedade que ajuda a formar, as tendências construtivistas e socioetnoculturais representam um significativo avanço e são mais eficazes para a formação de intelectuais que sejam também cidadãos ativos, críticos e capazes de exercerem a cidadania e de atuarem em busca de um bem comum, aspectos que são indispensáveis na sociedade atual.

Elas, no entanto, são postas em prática de acordo com as concepções que cada docente tem sobre o ensino, sobre a aprendizagem e sobre a própria matemática. Isso significa dizer que existe um elemento subjetivo, sócio e culturalmente construído, que é determinante para a forma como essas tendências são materializadas em sala de aula. Esse elemento, apesar de necessário, também possibilita o surgimento de práticas de ensino incoerentes com os propósitos recomendados, muitas vezes distorcidos a tal ponto que, além de não fazê-las atingir os objetivos buscados, produzem efeitos contrários.

Assim, são clássicos os exemplos em que jogos ou materiais manipulativos são explorados sem um planejamento adequado, como se sua utilização, por si só, garantisse um ensino de matemática construtivista. De maneira semelhante, o projetor de imagem, apesar de só estar expondo o conteúdo, por vezes, é pretexto para que professores o julguem adequado para as orientações que pedem a inserção das tecnologias em sala de aula. Ainda nesse sentido, não são raras às vezes em que, a julgar pelo enunciado, alguns professores já diferenciam os problemas matemáticos dos exercícios de fixação da aprendizagem.

Todas essas distorções, sob nosso ponto de vista, devem-se à convivência constante desses professores, como alunos e profissionais, em ambientes educativos que se pautam na filosofia tradicional. Pensamos que essa discrepância deveria ser esclarecida na formação inicial dos professores e minimizada com a formação continuada. Entretanto, apesar de o cenário estar mudando, não é o que geralmente acontece. Pelo contrário. Muitas vezes se mantém ou até se intensifica o ensino memorístico, com fortes traços do ensino platônico e euclidiano, ao qual o aluno esteve submetido em toda a sua formação básica. Assim, não é de todo estranho que, ao retornarem para a sala de aula, como professores, eles reproduzam o que fez parte de toda a sua trajetória escolar e mantenham vivo um ensino que, aparentemente, não supre mais as demandas da sociedade atual, tampouco atende às formas mais eficazes de construir a aprendizagem, defendidas pelas pesquisas mais recentes.

Apesar de serem muitas, essas formas convergem para alguns aspectos principais já citados neste documento, dos quais cinco parecem representar seu núcleo firme: primeiro, defendem que o aluno seja ativo na construção do conhecimento; segundo, que o professor seja um orientador/mediador do processo; terceiro, que os aspectos cognitivos dos estudantes estejam associados ao seu contexto sociocultural; quarto, que a aprendizagem da matemática não seja reduzida ao simples conhecimento matemático - deve, por exemplo, abranger suas aplicações no cotidiano, servir de instrumento para o exercício da cidadania, para o crescimento pessoal e para a formação da autoconfiança.

Por fim, há um quinto aspecto dessas novas orientações que julgamos importante: o conhecimento matemático passa a ser entendido como uma construção social dinâmica, não mais apenas compreendido como um arquivo de informações, prontas e acabadas.

Essa nova postura, quando assumida pelo docente, possibilita o rompimento com o tradicionalismo, que é materializado em sala de aula na tríade “aula expositiva-resolução de exemplos-exercício de fixação da aprendizagem” sem, entretanto, muitas preocupações com o significado do conhecimento matemático. No caso das operações matemáticas, essa ausência ganha corpo na ênfase dada aos algoritmos e na aprendizagem mecânica produzida, a partir da qual os alunos sabem que “vírgula fica abaixo de vírgula”, que “vai um”, que se pode “aumentar o zero à direita da vírgula” ou que se pode “pegar um emprestado”, mas sem saberem o porquê de poder fazê-lo. Esses aspectos fazem parte da minha trajetória docente e de pesquisador de tal maneira que, empiricamente ou não, constatamos a limitação dessa aprendizagem e os sérios prejuízos que provoca aos alunos na escola, em suas atividades profissionais, acadêmicas e, sobretudo, em sua convivência na sociedade como cidadãos críticos e participativos.

Assim, embora reconheçamos a riqueza das contribuições que todas as novas orientações podem dar ao ensino de matemática e para superar o supracitado quadro, em razão de sua complexidade, que ganhou a edição de uma coleção completa de livros, na qual muitos desses temas são tratados de forma isolada[9], e em razão do foco desta pesquisa, exploramos, nas próximas seções, com mais profundidade, as orientações que emergem da Etnomatemática, da resolução de problemas e do uso de jogos em sala de aula.

---

[9] Coordenada por Marcelo de Carvalho Borba, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP-Rio Claro/SP, a coleção ‘Tendências em Educação Matemática’, segundo as palavras do próprio, proferidas em notas introdutórias nos livros dessa coleção, “é voltada para futuros professores, e para profissionais da área que buscam, de diversas formas, refletir sobre esse movimento denominado de Educação Matemática, que está embasado no princípio de que todos podem produzir matemática, em suas diferentes expressões”. Para tanto, é constituída de livros cujas temáticas já foram citadas aqui ou estão associadas ao contexto de mudanças que discutimos nesse capítulo. Para mais detalhes, a quem possa interessar, acessar: < https://grupoautentica.com.br/busca?q=tend%C3%AAncias+em+educa%C3%A7%C3%A3o+matem%C3%A1tica&buscar.x=0&buscar.y=0&buscar=Buscar >. Acesso em: 25 jun. 2017.

4 A ETNOMATEMÁTICA

Neste capítulo, exploramos a Etnomatemática que, em sua essência, analisa as distintas formas do saber e do fazer matemáticos e procura entender os comportamentos do homem na construção, na apropriação e na institucionalização desse conhecimento, o que lhe confere um caráter essencialmente holístico e o *status* de programa (D'AMBRÓSIO, 2015). No entanto, nosso foco são os conceitos de matemática, de educação e de aprendizagem defendidos por esse campo de pesquisa e suas implicações para as práticas docentes. Assim, o caminho que aqui percorremos é no sentido geral-particular, no qual, partindo dos supracitados conceitos etnomatemáticos, inferimos conclusões sobre algumas características que o ensino da matemática tende a tomar, quando realizado à luz de tal perspectiva.

4.1 A Etnomatemática e a construção do conhecimento

Nessa seção, conforme sugere o seu título, buscamos esclarecer o modelo etnomatemático que descreve a forma pela qual os indivíduos constroem o conhecimento e as suas implicações para esta pesquisa. Para tanto, utilizamos como ponto de partida a seguinte pergunta, que se posta naturalmente e que procuramos responder: o que é Etnomatemática?

Iniciamos, entretanto, destacando que há, pelo menos, duas formas de se compreender a etnomatemática. A primeira delas é como manifestação sócio-histórica-cultural. Nessa perspectiva, ela se apresenta desde o homem primitivo que, de alguma maneira, teve que refletir matematicamente para manipular e construir instrumentos que facilitassem sua sobrevivência. Por exemplo, ao avaliar e comparar as dimensões das pedras e, a partir de então, escolher a mais conveniente para descarnar determinado animal, sua matemática, ainda que de forma bastante elementar, revelou-se (D'AMBRÓSIO, 2015).

Outra maneira de conceber a Etnomatemática é como campo de pesquisa. Nesse sentido, sua existência é recente e o seu contexto de origem é diretamente relacionado aos debates sobre questões de natureza social e política, cada vez mais presentes nos congressos, nas conferências e nos encontros de Educação Matemática pós-1950. A partir desse período, em detrimento das questões programáticas e curriculares predominantes até então, essas temáticas demarcaram seu território, transformaram-se em um novo foco de pesquisa e se consolidaram, definitivamente, a partir da década de 1980.

Foi nesse cenário de mudanças, mais precisamente em 1975, que se introduziu o termo etnomatemática pela primeira vez (D'AMBRÓSIO, 1998). No entanto, parece que o conceito só veio à tona um ano depois. Nesse biênio, aconteceram dois eventos importantes na área de Educação Matemática: a Quarta Conferência Interamericana de Educação Matemática, realizada em Caracas (1975), e o Terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME-3), realizado em Karlsruhe (1976), dos quais Ubiratan D'Ambrósio participou e teve a oportunidade de expressar muitas de suas ideias.

Segundo D'Ambrósio (1986, p. 9), foi em Caracas que seu enfoque sobre Educação Matemática e Matemática foi exposto pela primeira vez e, naquela ocasião, "[...] provocou as reações mais controvertidas". Essas controvérsias se estenderam à Karlsruhe, no ano seguinte, conforme pode ser visto nos trechos que seguem:

> [...] Observaram os críticos que, desde o Congresso de Karlsruhe, em 1976, a acolhida as minhas idéias sobre Educação e sobre Ciência e Matemática e suas relações com a sociedade, em particular sobre Educação Matemática, tem dividido a comunidade de educadores matemáticos em basicamente duas classes: aqueles que apóiam integral e entusiasticamente e aqueles que a rejeitam como um todo [...] (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 7-8).

Mais adiante, esse educador acrescenta:

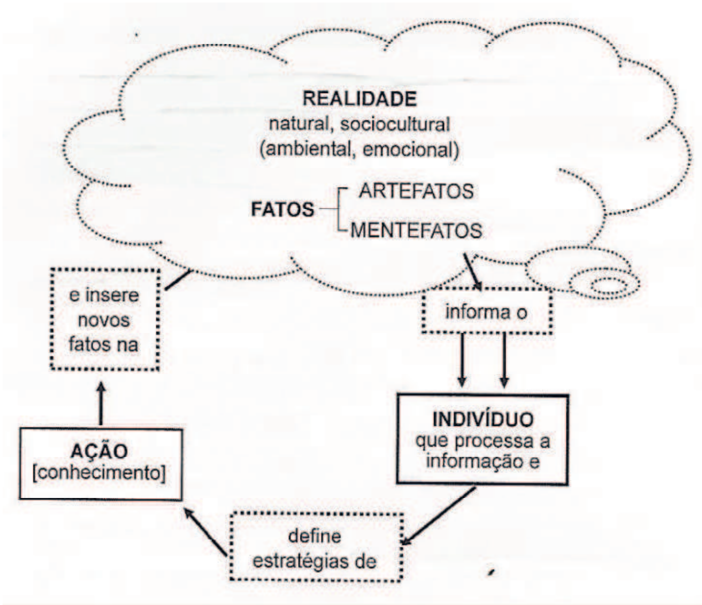
> [...] ***Embora tenhamos introduzido o conceito de etnomatemática já no ano de 1976*** (grifo nosso), e o termo tenha sido usado em vários trabalhos a partir de então, a linha de pesquisa que resultou de uma teorização do conceito de etnomatemática é diferente daquela que caracteriza os trabalhos reunidos nesse volume. Assim, deixamos para um volume que será publicado brevemente as discussões que servem de base para uma fundamentação teórica de etnomatemática [...]. (Ibid., p. 10-11).

Assim, podemos dizer que foi esse o período em que a Etnomatemática surgiu. No entanto, como demonstra o trecho acima, a partir de então, seu conceito foi evoluindo e se consolidou, tal como hoje é concebido, na década de 1980. Atualmente, o conceito mais aceito é aquele que é estabelecido com base em sua etimologia: os termos *etno, matema* e *tica* são o ponto de partida para D'Ambrósio (1998, p. 5-6) defini-la como a "arte ou técnica de explicar, de conhecer e de entender em diversos contextos culturais", ainda que possa ser compreendida como "um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre esses três processos" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 7).

Partindo dessas definições, podemos inferir, pelos menos, duas conclusões sobre a Etnomatemática: a primeira delas é de que "a abordagem a distintas formas de conhecer" é a sua essência (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 70). Para tanto, aborda os aspectos psicoemocionais (criatividade), intelectuais e os mecanismos sociais de institucionalização do conhecimento, buscando recuperar e reconstruir esses processos nas diversas sociedades. A segunda conclusão é de que seu objeto de estudo é amplo. No entanto, não se preocupa com a proposição de outra epistemologia, mas em compreender, de forma permanente, transdisciplinar e contextualizada, o comportamento humano na construção e na aquisição do conhecimento. Nesse sentido, a Etnomatemática pode ser entendida como um programa (D'AMBRÓSIO, 2015).

Em relação à aquisição do conhecimento, a Etnomatemática parte da premissa de que os indivíduos os constroem a partir da realidade, de forma contínua, em um movimento que denomina de ciclo básico do aprendizado humano.

Figura 2- Ciclo básico do comportamento do aprendizado humano



Fonte: D'Ambrósio (2015, p. 52)

Portanto, sob o ponto de vista da Etnomatemática, a construção de qualquer conhecimento acontece da seguinte maneira: a realidade, através dos mecanismos genéticos, sensoriais e da memória, informa os indivíduos que, por sua vez, recorrem às suas experiências prévias e à sua criatividade para processar a informação e criar estratégias de ação. Essas estratégias podem ser deliberadas tanto para se obter um resultado imediato, quanto uma resposta futura. No primeiro caso, a resolução dos problemas está relacionada à sobrevivência, e, no segundo, o homem procura ir além desse extinto, e os problemas a serem resolvidos relacionam-se com o seu desejo de transcendência.

Em ambos os casos, a ação é compreendida em um sentido amplo, que, englobando as esferas material, refletiva, cognitiva e intelectual e sua deliberação, exige a reflexão das informações oferecidas pela realidade. Esta, por sua vez, "incorpora, de maneira absolutamente solidária, tudo como um todo: seres, ideias, emoções e coisas" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 39), podendo ser material ou cognitiva e compreender o natural e o artificial (D'AMBRÓSIO, 1998).

Nessa realidade, a ação ganha corpo nos instrumentos - os artefatos – e em um conjunto organizado de explicações sobre esses instrumentos ou sobre o próprio modo de agir em sua construção - os mentefatos. Esses fatos (artefatos e mentefatos), na verdade, são os conhecimentos que, quando inseridos na realidade, modificam-na. Portanto, o conhecimento é o substrato da ação, que também pode ser entendida como comportamento (D'AMBRÓSIO,2015), e a "aprendizagem é uma relação dialética reflexão-ação, cujo resultado é um permanente modificar da realidade" (DAMBRÓSIO, 1986, p. 49). Em outras palavras, o conhecimento é resultado da atuação do homem, como agente modificador da realidade, e a aprendizagem é uma ação refletida, criativa, não mecanizada, que transforma, modifica e altera. Caracteriza-se, portanto, pelo dinamismo, pelo movimento *realidade-ação (individuo)- realidade,* tido, na concepção etnomatemática, como o ciclo vital de aquisição do conhecimento.

Essa forma de conceber a construção do conhecimento altera radicalmente a visão tradicional da matemática como "a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e suas características que apontam para precisão, rigor, exatidão" (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 113). Na concepção *etno*, ela passa a ser uma linguagem de comunicação natural, presente em toda a espécie humana, praticada de forma espontânea e resultante do contexto social e cultural. Nesse sentido, D'Ambrósio (2015) explicita:

> Entendo a matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. [...]. (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 82).

Nessa perspectiva, a matemática é entendida de forma ampla, porquanto nela passam a se inserir as diferentes formas de contar, medir, classificar, ordenar, inferir e modelar, que existiram e ainda existem nas sociedades humanas. É um enfoque que considera a matemática como um sistema de códigos orientados pela realidade (D'AMBRÓSIO, 1998), os quais podem ser formas desestruturadas desse saber. Isso significa que o conhecimento matemático é construído também fora do ambiente escolar, como resultado da vida em sociedade e da exposição mútua, semelhantemente à linguagem (D'AMBRÓSIO, 1986), como "resposta às pulsões de sobrevivência e transcendência" (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 27), e reflete um comportamento sociocultural, com implicações cognitivas e epistemológicas contextuais. Em outras palavras, a solução de um mesmo problema, em sociedades distintas, pode ser operacionalizada, explicada e compreendida de maneiras diferentes, sendo que tal diferença não se origina somente dos instrumentos utilizados ou disponíveis, mas também, principalmente, da realidade sociocultural em que os indivíduos estão inseridos.

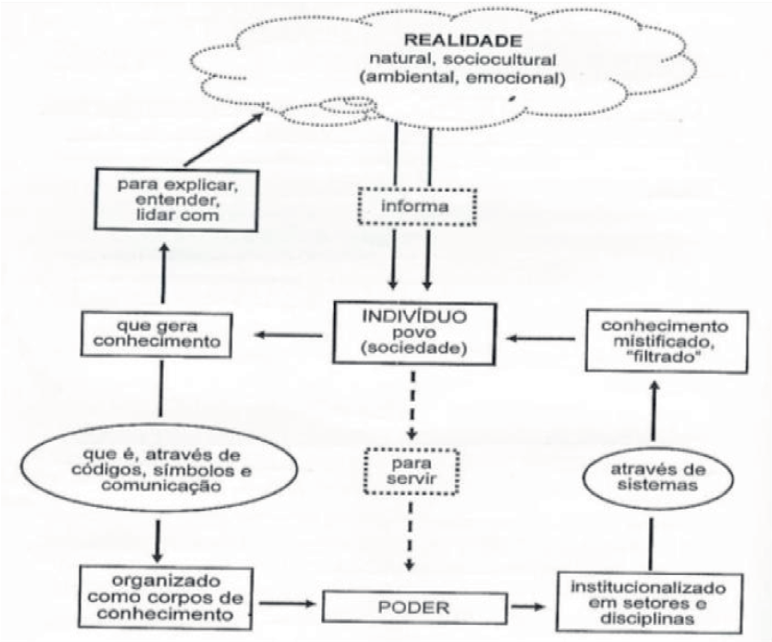
A Etnomatemática, portanto, defende que a realidade é a fonte primeira de qualquer conhecimento, que é construído de forma individual, em todos os lugares. Assim, qual deve ser o papel da educação no sentido formal do termo?

Para responder a essa questão, frisamos que o meio em que as pessoas estão inseridas possibilita, através da comunicação, que o conhecimento seja socializado, o que já eleva o aprendizado humano à esfera social. É nesse nível em que a educação formal se insere e deve ser entendida como uma estratégia da sociedade para facilitar a ação do indivíduo e o alcance de seu potencial, estimulando a colaboração em ações mútuas na busca de um bem comum (D'AMBRÓSIO, 2009). Pode ser compreendida, ainda, como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo, cuja finalidade é de satisfazer às necessidades de sobreviver e de transcender dos diversos grupos culturais (D'AMBRÓSIO, 2015).

Nesse nível da hierarquia, segundo D'Ambrósio (2015), há uma negociação que só é possível quando se emprega alguma forma de linguagem, na qual se eliminam, ou se procuram eliminar, com a possibilidade de rupturas e de tensões, os artefatos e os mentefatos que não são desejáveis por uma ou por ambas as partes de um contexto social. Portanto, o conhecimento, individualmente construído, passa pelo crivo da compatibilização social, que o ajusta, filtra-o, ou simplesmente o elimina, se socialmente não for aceito.

Esse processo materializa-se, por exemplo, nos conteúdos curriculares explorados pela educação formal, o que significa que, nesse nível do aprendizado, os indivíduos são expostos a recortes da realidade. Tal fato, embora não mude o ciclo do aprendizado em sua essência o modifica de forma evidente, pois o imerge em um sistema de valores que insere o aprendizado humano na esfera cultural. Nesses termos, a aprendizagem, antes individual, posteriormente social, agora acontece através de informações aceitas em determinados contextos e por elas são influenciadas, ainda que não eliminem a capacidade de ação própria de cada indivíduo. Naturalmente, tal processo não é exclusividade do ambiente escolar. Ele acontece em outras relações. Mas na escola, que é a que nesse momento nos interessa, podemos concluir que o aprendizado humano passa a integrar-se com informações ideologicamente filtradas, geralmente de acordo com as estruturas dominantes de poder. A figura abaixo esquematiza os nossos comentários:

Figura 3- Ciclo do Conhecimento Integrado com a Dimensão Educacional



Fonte: D'Ambrósio (2015, p. 38)

Assim, o comportamento do aprendizado caminha hierarquicamente no sentido *individual-social-cultural,* e cada um desses níveis é caracterizado por um tipo de interação, que se materializa no uso de determinadas formas de linguagem. Resumidamente, no primeiro nível, situam-se os processos espontâneos de aquisição da linguagem, em que se incluem as matemáticas desestruturadas e contextuais; no segundo, os que se utilizam do conhecimento sistematizado, porém, ideologicamente filtrado, que se revestem de objetivos institucionalizados: a educação formal. Esta, por sua vez, ao eleger os artefatos e os mentefatos legitimados por determinadas culturas, já insere o aprendizado humano na terceira hierarquia: a cultural.

D'Ambrósio (1998) acrescenta que devido ao fato de a comunicação e de a informação serem hoje muito difundidas, acontece um constante contato entre as diferentes culturas, resultando em uma quarta hierarquia, a transcultural. Afirma, ainda, que, em toda essa hierarquização, é fundamental a reificação, um processo por meio do qual o homem transforma atividades abstratas em códigos ou símbolos e constrói as diversas formas de linguagem, dentre elas, a matemática, o que permite o surgimento de um arquivo de dados que podem ser usados no futuro.

Mas, como essa hierarquização se aplica à matemática escolar?

A resposta para tal questão reside no fato de que, em nível individual, a matemática, geralmente, é uma linguagem desestruturada e pode ser adquirida em todos os lugares. Entretanto, ao chegar à escola, esses conhecimentos perdem espaço, porque essa instituição é historicamente subordinada às ideologias dominantes. Assim, os conteúdos curriculares, os objetivos educacionais, as metodologias, as formas de avaliar e o próprio currículo da matemática refletem posições políticas e ideológicas alienígenas para as sociedades periféricas e marginalizadas, o que determina, na prática, a institucionalização de uma única matemática.

Nesse sentido, a escola tem utilizado, predominantemente, uma matemática universal, eurocentricamente moldada e, portanto, estranha para grande parte dos indivíduos. Isso significa que o ciclo realidade-ação-realidade é quebrado, e os modos desestruturados de pensar e de agir contextualizados são ignorados em prol das formas abstratas e formais, próprias daquele conhecimento. Assim, tem contribuído para produzir saberes alienados da realidade dos alunos e para cortar suas raízes culturais. Tal fato, a nosso ver, é uma das causas dos conflitos que a matemática escolar tem gerado entre professores, alunos e o próprio conhecimento matemático.

Na contramão desse pensamento, a Etnomatemática defende uma abordagem antropológica da matemática, segundo a qual as diferenças de aprendizagem resultam das diferenças culturais e psicoemocionais. Ou seja, as pessoas são "boas" em determinadas matemáticas, e a questão-chave para o currículo dessa disciplina é como dar possibilidades múltiplas para que essas diferenças sejam abarcadas. Nessa concepção, o modelo ideal de educação é o que "preserva a diversidade, elimina as inequidades" e "conduz a novas formas de relações intra e interculturais, em que se estruturam as novas relações sociais e a organização planetária" (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 120).

Segundo D'Ambrósio (2009), essa proposta tem implícita a "*ética da diversidade*", que prega o respeito, a solidariedade e a cooperação com o outro, em todas as suas diferenças e necessidades, o que conduz à paz total - interior, social, ambiental e militar - e deveria pautar o comportamento de todo professor. Portanto, esse modelo de educação "subordina as disciplinas e o próprio conhecimento ao ser humano, a sua dignidade e a sua identidade cultural" (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 10) e considera o conhecimento matemático desenvolvedor da capacidade crítica, de questionamento dos direitos, e, portanto, um instrumento para o exercício da cidadania.

Nesse contexto, os conteúdos, os objetivos e as metodologias de ensino não devem pautar-se pela rigidez ou pela obsolescência, pois, na concepção etnomatemática, a educação deve ser orientada para o futuro e para a diversidade, e a cidadania exige dinamismo e ganha corpo no presente. Nesse sentido, o currículo etnomaticamente orientado não é estático, mas uma estratégia de ação pedagógica, que reflete as necessidades e as possibilidades locais, o momento sociocultural e a diversidade existente (D'AMBRÓSIO, 2015).

Essa integração entre o currículo, o momento social e a diversidade cultural em que os alunos estão inseridos acarreta uma completa dependência entre realidade, os conteúdos, os objetivos e as metodologias, de modo que a alteração de um deles modifica todos os outros. D'Ambrósio (1986; 1998) utiliza, metaforicamente, a representação do currículo como um ponto no espaço tridimensional euclidiano, cujas coordenadas são os objetivos, os conteúdos e os métodos de ensino (O, C, M), para reforçar a estreita relação existente entre esses clássicos componentes curriculares, com a realidade e com sua diversidade cultural.

Sente-se, nessa concepção curricular, a falta do componente avaliação. Entretanto, segundo D'Ambrósio (1986), uma orientação curricular que se baseia essencialmente no conceito de ação leva, inevitavelmente, ao questionamento permanente da prática e dos métodos utilizados, ou seja, a avaliação é parte integrante de todo o processo, mas não uma avaliação feita por meio de testes ou exames padronizados, com fortes características quantitativas. Na verdade, a proposta seria, inclusive, de eliminá-los (D'AMBRÓSIO, 1998).

D'Ambrósio (1998) assevera que a avaliação deve levar em conta o processo global do ensino da matemática e examinar o desempenho da escola como instituição e o papel que tem exercido a matemática para alcançar os objetivos sociais e reproduzir modelos socioeconômicos. Os dados deveriam ser obtidos por meio de um sistema de monitoramento, ficar disponíveis ao público, fazer referência aos problemas diários dos pais e dos alunos e servir de apoio para que o poder público tome decisões, naturalmente, acompanhadas de componentes pedagógicos.

Em outros termos, é necessário criar um sistema de informações que possibilite avaliar o sistema escolar, aprimorar a gestão da qualidade, determinar o caminho a ser percorrido pelas políticas educacionais e planejar seu financiamento (D'AMBRÓSIO, 2009). Convém frisar que esse deveria ser o papel das avaliações em grande escala, que são realizadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e pelos congêneres estaduais e municipais. Porém, infelizmente, na prática, elas só têm reproduzido os modelos quantitativos já existentes de forma institucionalizada e a sua função de instrumento de seleção e de classificação padronizadas.

Em termos internos, D'Ambrósio (2009) afirma que a avaliação deve ser intrínseca ao processo pedagógico, e ainda que seja difícil mensurar, deve privilegiar o fazer criativo, o saber especulativo e a inovação. Nesses termos, para os casos em que estão envolvidos estudos teóricos, esse educador cita como instrumentos que vêm a bem servir esse fim os relatórios-avaliação, em que o aluno deve sintetizar o conteúdo estudado em determinado número de aula, dar sugestões para o professor e falar sobre a disciplina. Cita, ainda, os resumos analíticos de diversos instrumentos de comunicação, como jogos, músicas etc., a leitura de livros e de artigos e, como ponto culminante, um trabalho de natureza monográfica.

No caso dos estudos de natureza prática, devem-se avaliar os alunos por meio de instrumentos que requerem criatividade. Para tal fim, os projetos são indicados como metodologia que, além do mais, possibilitam o reconhecimento e a formação de lideranças, de relacionamentos e da ação comum. Por fim, conclui:

> [...] a avaliação deve ser uma orientação para o professor na condução de sua prática docente e jamais um instrumento para reprovar ou reter alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático. Selecionar, classificar, filtrar, reprovar e aprovar indivíduos para isto ou aquilo não são missão do educador. Outros setores da sociedade devem se encarregar disso. (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 78).

Em termos de consequências práticas para o aluno, a importância dessa avaliação estaria no fato de ele ter que tomar consciência de sua evolução. Portanto, é uma visão totalmente oposta ao que se vem praticando historicamente, mas que se adéqua perfeitamente ao modelo de currículo de coordenadas solidárias "objetivos, conteúdos e métodos" (O, C, M), que deve estar inserido nos objetivos gerais da educação.

Assim, percebemos que essa concepção de avaliação e do currículo é marcadamente influenciada pela presença da "*visão externalista* da didática da matemática", sobretudo por considerar o conhecimento matemático imbuído dos valores utilitário e cultural, além daqueles relacionados à sua importância formativa, sociológica e estética (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 20). O valor utilitário da matemática compreenderia, mais diretamente, o trato com as situações reais, em que é necessário resolver problemas e conflitos, interpretar e modelar fenômenos; compreender gráficos e dados estatísticos em situações do cotidiano e capacitar para a utilização de computadores e, de um modo geral, da informática.

A questão cultural diz respeito à relação entre a matemática e o contexto em que os alunos estão inseridos, no sentido de que esse relacionamento determina as formas de pensar e de agir intelectualmente. Nessa perspectiva, pode-se dizer que a matemática faz parte de nossas raízes culturais e de grupos sociais distintos, o que dá outro sentido à existência de uma "matemática indígena", uma "matemática da construção", uma "matemática da feira", que nada mais são do que etnomatemáticas e, como tais, são conhecimentos que respondem a peculiaridades e utilidades contextuais. Está, portanto, associada à ideia de valorizar nas escolas não somente a matemática da cultura ocidental dominante.

O valor formativo faz referência à possibilidade de se desenvolver o raciocínio lógico-formal e de elaborar hipóteses através da matemática. Para isso, os jogos matemáticos podem trazer importantes contribuições, enquanto que a questão sociológica atenta para o exame crítico da institucionalização da matemática como um campo de conhecimento e implica, portanto, na análise das distorções e dos preconceitos que acontecem nesse processo. Por fim, a estética refere-se à beleza do conhecimento matemático. Segundo D'Ambrósio (1998), esse é um valor com alto componente de subjetividade, mas que só faz sentido considerá-lo se o sentimento despertado nos alunos for de descontração, de divertimento e de apreciação. Portanto, está associado à matemática e a sua presença na arte, no lazer, na natureza, dentre outras formas.

Esses valores, segundo esse educador, são, ou deveriam ser, os motivos da universalidade e da intensidade da matemática nos sistemas educacionais. Mas, como avaliar tais valores, tendo em vista o que já comentamos sobre o modelo de avaliação defendido pela Etnomatemática?

D'Ambrósio (1998) entende que a eficiência da avaliação desses valores está associada à consideração das expectativas dos envolvidos, que, basicamente, consiste em atender às expectativas afetivas, de evolução da criatividade e de utilidade da matemática. Portanto, ela é predominantemente qualitativa, ainda que apresente elementos quantitativos, e "se torna mais uma pesquisa afetiva orientada do que uma pesquisa orientada de atuação. [...]" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 29). No entanto, esse educador admite que os valores culturais, estéticos e formativos são muito difíceis de avaliar, e as atitudes emocionais da classe é um dos poucos parâmetros que podem ser adequadamente monitorados. No que concerne ao valor utilitário, seu monitoramento seria mais bem efetuado por meio de projetos globais, de esquemas que avaliem a participação e o engajamento.

Por fim, frisamos que esses valores refletem as influências múltiplas que a Etnomatemática se permitiu sofrer. Nesse sentido, campos do conhecimento como a História da Matemática, a Educação Matemática, a Matemática, a Educação, a Antropologia e as Ciências Cognitivas têm muitas de suas ideias refletidas. É, no entanto, uma área de transição entre a Antropologia Cultural e a Matemática Acadêmica e trilha o caminho para a existência de uma Matemática Antropológica (D'AMBRÓSIO, 1998), cuja base tem contribuições também da Filosofia, da História, da Linguística e da Psicologia.

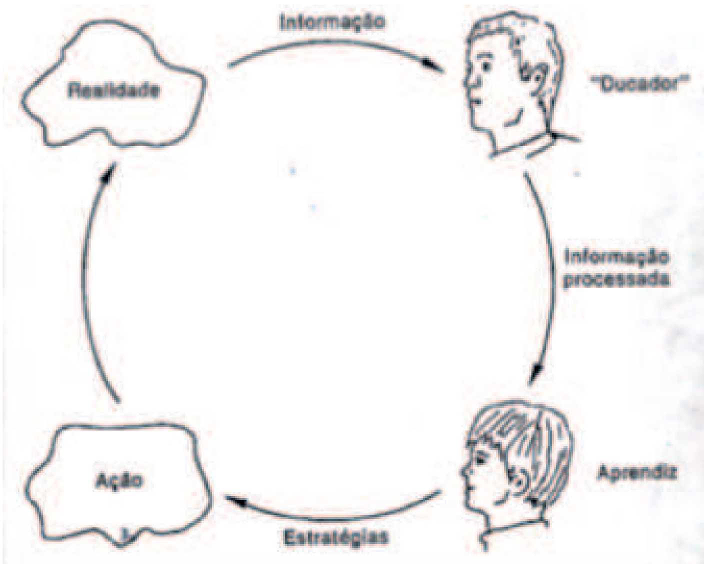
Seus conceitos e concepções, que repousam nas premissas de que a abordagem e a ação dos indivíduos perante a realidade são culturais, levam para si um evidente caráter político e ético, cujo foco é a "recuperação da dignidade cultural do ser humano" (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 9) e acarretam muitas implicações para a prática docente. Na próxima seção, trataremos desse tema.

4.2 A prática docente "etnomaticamente" orientada

As ideias e os conceitos etnomatemáticos discutidos anteriormente têm várias implicações para a prática docente. Se tomarmos como base o ciclo de construção do conhecimento realidade-ação-realidade, em que os indivíduos adquirem e processam as informações no sentido individual-social-cultural, e considerarmos o ensino na esfera social, que enriquece o aprendizado adquirido no primeiro nível, mas não elimina a característica particular das pessoas de construção do saber, temos que a Etnomatemática prega por uma educação que "interfere o mínimo com o recebimento da informação direta por cada indivíduo e, consequentemente, o processamento dessa informação, que leva a estratégia de ação como resultado da criatividade" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 52).

Isso porque, segundo D'Ambrósio (1998), os modelos educativos devem "tirar para fora" o potencial criativo do aluno e não fazê-lo dominar apenas conteúdos, mecanismo que, historicamente, modelou seus comportamentos para que se subordinassem à ordem já estabelecida. A figura abaixo sintetiza esses comentários:

Figura 4 - Modelo educativo evitado pela Etnomatemática



Fonte: D'Ambrósio (1998, p. 53)

Nesse modelo, o professor-"ducador" é quem processa as informações da realidade e as transmite para os alunos. É aquele seguido pelas filosofias tradicionais do ensino. Em detrimento dele, a Etnomatemática prega que as informações sejam processadas pelo próprio aluno, para que sua ação seja refletida e sua aprendizagem seja resultante da criatividade. Assim, se tomarmos como referência os modelos "educativos" das práticas tradicionais, a Etnomatemática redireciona o papel do professor, dos alunos, dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula e do próprio conhecimento matemático.

Em termos de conteúdo, o livro didático deixa de ser a única fonte do conhecimento, e o rigor, característico da matemática que a constitui, cede espaço para saberes contextualizados que, muitas vezes, sequer são considerados como tal no cenário educacional. Portanto, passa a ser vivo e dinâmico e não é mais considerado apenas um arquivo de informações descontextualizadas do momento em que os alunos estão inseridos. Em outras palavras, os conteúdos passam a ser "subordinados a um objetivo social mais amplo, e não representam um objetivo em si" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 52).

Isso nos remete a estratégias de ação pedagógica coerente com a realidade sociocultural e à ineficácia da fixação definitiva de conteúdos escolares. Em detrimento dessa visão, prega-se um ensino em que o conhecimento matemático reage aos impulsos sociais, econômicos e culturais, o que nos orienta, inevitavelmente, para planejamentos flexíveis, que possibilitem a incorporação de novas fontes de conhecimentos, que podem ser as já construídas pelos próprios alunos em suas atividades diárias.

Quanto ao papel dos alunos, ao propor uma interferência docente mínima, para que a ação seja fruto da criatividade, o modelo de ensino etnomatemático permite que sejam os sujeitos da construção da aprendizagem. Tal protagonismo fica em evidência também na própria definição de aprendizagem etnomatemática, já discutida anteriormente, em que podemos identificar, pelo menos, quatro elementos necessários para sua construção: a ação, a reflexão, a construção/reconstrução de modelos e a modificação da realidade.

Sobre a construção/reconstrução de modelos, D'Ambrósio (1986) afirma que é a essência da aprendizagem e deveria ser o foco do ensino. Entretanto,

> [...] na aprendizagem, é essencial que seja preservada a dinâmica da modelagem, mais que o modelo em si. O estado puro e simples de modelos é condicionante e elimina a dialética da reflexão-ação, que caracteriza a aprendizagem. O modelo em si, estático, não necessita ser aprendido. Ele é utilizável e nessa ação de utilizá-lo, ele é recriado. Na verdade, essa recriação é, como tudo, resultado da percepção da realidade, como discutimos no início, através de um complexo mecanismo de informação que vai do genético ao sensual-emocional. Essa recriação de modelos pelo sujeito, que pode utilizar outros modelos que já foram incorporados à sua

> realidade, e que é a essência do processo criativo, deveria constituir o ponto focal dos sistemas educativos [...]. (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 51)

Isso sugere que os alunos sejam inseridos em ambientes desafiadores, onde a matemática esteja naturalmente presente (D'AMBRÓSIO, 1998). Esta é a base do ensino integrado na concepção etnomatemática: as atividades devem ser orientadas a partir do meio, integrando os conhecimentos prévios dos alunos com a matemática erudita, linguagem mais elaborada e usada para descrever os fenômenos modelados (D'AMBRÓSIO, 1986).

Assim, a modelagem matemática é uma metodologia de ensino pertinente, porque, segundo D'Ambrósio (1986), contribui para que os problemas formulados em linguagem natural, geralmente desestruturada e contextualizada, sejam modelados e transformados em outra convencionada, organizada, formal e aceita por determinado grupo social, e possibilita a transferência do aprendizado adquirido, em seus códigos, técnicas e resultados, para outros contextos.

No entanto, acrescenta que as situações potencialmente modeláveis nem sempre são evidentes, por isso seu diagnóstico exige que o professor seja um "cientista" que, ao penetrar na realidade, procura entender os fenômenos que nela existem e resolve, "'desinibido' e 'desestruturado'", explorá-la, para, depois, "utilizar conhecimentos especializados, específicos para detalhes de análise" (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 64). Em outras palavras, o docente torna-se analista de situações reais que requerem a modelação. É um "pesquisador", que visa conhecer os alunos em sua totalidade. Ciente de que as distintas formas de saber são a essência da etnomatemática, subordina os conteúdos programáticos à diversidade cultural, reconhece a variedade de estilos de aprendizagem e procura respeitá-los.

Ressalte-se, porém, que reconhecer as "matemáticas" marginalizadas, ligadas a questões reais e práticas, não significa desprezar a matemática acadêmica, pois o educador etnomaticamente orientado valoriza ambas e pode utilizar a primeira para alcançar a aprendizagem da segunda. Nesse sentido, D'Ambrósio (1998) afirma que a passagem de uma matemática contextualizada, qualitativa, para outra teórica talvez seja o ponto crucial no ensino da matemática escolar e deve ser tratado com profundo cuidado, para que o conflito entre essas duas maneiras de conhecer seja o menor possível e para que não se adquira um saber alienado da realidade e de significados.

D'Ambrósio (1998) refere que esse momento deve ser semelhante à passagem da linguagem oral para a escrita, em que a segunda repousa sobre os conhecimentos orais já existentes sem suprimi-los. Então, aprender a matemática escolar não pode significar dizimar a matemática aprendida no cotidiano, sobretudo porque esta última está diretamente relacionada ao contexto sociocultural que, por sua vez, influencia cognitivamente os alunos. Naturalmente, o professor orientado na perspectiva da Etnomatemática deve ter características que possibilitem que sua prática seja coerente com os conceitos defendidos por esse campo de pesquisa. Segundo D'Ambrósio (2009), esses profissionais devem ter inteligência emocional, ser afetivos, ter visão política e os conhecimentos necessários para atuar em seu campo de trabalho.

O emocional e o afetivo relacionam-se com a capacidade de o professor ser solidário, humano e de ter amor à profissão, o que significa exercê-la não exclusivamente por motivações financeiras, mas também reconhecer as potencialidades dos alunos e se preocupar com eles. No que concerne à qualidade política, ele deve ter consciência de sua influência nas decisões dos alunos e promover uma educação para o exercício da cidadania, indo além de sua disciplina. Entretanto, segundo esse educador, exercer a cidadania exige conhecimento, o que evidencia a necessidade de o professor dominar conteúdos atualizados, que, naturalmente, estão impregnados de ciência e de tecnologia.

No que diz respeito às características desejadas de um professor, citando Beatriz D'Ambrósio (1993), D'Ambrósio (2009) afirma que o docente deve ter uma visão do que seja a matemática, a atividade matemática, a aprendizagem da matemática e um ambiente próprio para se aprender matemática, mas acrescenta que é importante o professor mostrar preocupações com o ambiente. Essas características e as qualidades acima citadas reforçam a função do professor de se associar aos alunos para desenvolver estratégias, facilitar e estimular a ação e contribuir para que sejam éticos, criativos, críticos e participativos.

Do exposto, tem-se que o docente orientado na perspectiva da Etnomatemática assume uma postura em sala de aula que o transforma, ou tende a transformá-lo em um educador matemático, para que possa extrapolar as barreiras do que tradicionalmente tende a fazer o professor. Tal como definido por Fiorentini e Lorenzato (2012), o primeiro tende a conceber o ensino da matemática com um fim em si mesma, uma "*educação para a matemática*", em que se priorizam os conteúdos formais. Já os educadores tendem a concebê-la como um meio para a formação intelectual e social, através de "*um ensino pela matemática*", colocando-a, portanto, a serviço da educação. Nesse sentido, D'Ambrósio (2015) esclarece:

> Vejo como a nossa grande missão, enquanto educadores, a preparação de um futuro feliz. E, como educadores matemáticos, temos que está em sintonia com a grande missão de educador. Está pelo menos equivocado quem não percebe que há muito

> mais na sua missão do que fazer continhas ou resolver equações e problemas absolutamente artificiais, mesmo que, muitas vezes, tenha a aparência de está se referindo a fatos reais. (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 46).

Segundo esse educador, a proposta pedagógica etnomatemática é de fazer a matemática viva na lida com situações reais através da crítica, do questionamento sobre o momento sociocultural e do reconhecimento das várias culturas e tradições. ***Ao professor, cabe organizar, gerenciar e facilitar o processo de aprendizagem*** (D'AMBRÓSIO, 2009), fornecendo para os alunos instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que atuem criticamente, educando-os para se eliminarem as degradações da dignidade humana e se atingir a justiça social.

Na perspectiva d'ambrosiana, isso só será possível com estratégias de ação pedagógicas organizadas a partir dos conceitos de *Literacia, Materacia e Tecnoracia,* em que: a *Literacia* é a capacidade de processar informações; a *Materacia*, de interpretá-las, analisá-las e abstraí-las; e a *Tecnoracia* é a capacidade de usar, de combinar, de adequar e de avaliar instrumentos para realizar as atividades diversas, em que o educador deve intervir para aprimorar as práticas, as reflexões e os instrumentos de crítica.

Podemos concluir que a prática pedagógica etnomaticamente orientada é enviesada politicamente. Portanto, não é neutra. Segundo esse educador, se assim o fizer, o docente estará ajudando o aluno a desenvolver a capacidade de apreender, de compreender e de enfrentar criticamente situações novas e a alcançar a "aprendizagem por excelência" (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 119). Assim, uma prática docente que tem como referência as ideias, as definições e os conceitos etnomatemáticos tende a se distanciar das práticas de ensino tradicionais, em que os alunos geralmente são passivos, o contexto sociocultural pouco influencia a aprendizagem, a matemática é estática, técnica e livresca, e o ensino é centrado no professor e descontextualizado do momento sociocultural em que os alunos estão inseridos.

Quanto ao docente, podemos afirmar que, quando orientado pela Etnomatemática, ele tende a ser:

a) flexível: como sua ação pedagógica deve ser coerente com o contexto sociocultural, não pode resultar de planejamentos engessados, exclusivamente com base nos conteúdos escolares ou no livro didático;

b) pesquisador: por ser a valorização das distintas formas de saber a essência da Etnomatemática, que, nem sempre, são evidentes, é necessário investigá-las;

c) político-democrático: como a aprendizagem é um processo dialético de reflexão-ação, que alcança sua excelência quando possibilita a capacidade crítica, instrumenta para o exercício da cidadania e para o bem-estar comum, posturas docentes autoritárias ou monocráticas se mostram incompatíveis para sua ocorrência;

d) solidário: o reconhecimento do aluno como sujeito de sua aprendizagem, como ser que já conhece, mesmo que de forma desestruturada, e que tal conhecimento pode ser tão importante quanto os saberes científicos, não é compatível com posturas egoístas, sobretudo como as que supervalorizam o academicismo e ignoram o senso comum;

e) orientador/mediador: como o conhecimento é considerado uma construção, resultante da criatividade das pessoas na dialética da reflexão-ação, ao educador cabe organizar e facilitar o processo, dando aos alunos instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que atuem criticamente. Portanto, não deve ser apenas um transmissor do conhecimento.

Entendemos que, com essa forma de ver o conhecimento, a educação, o ensino e a aprendizagem, o professor pode dar importantes contribuições para que se possam superar os desafios que o conhecimento matemático tem enfrentado e causado nas escolas, desde os índices intoleráveis de reprovação que tem provocado até os muitos preconceitos que tem sofrido.

Há que se ressaltar que os conceitos etnomatemáticos e as implicações que decorrem deles para as práticas docentes, aqui discutidos, foram suportes para nossa intervenção pedagógica e nos fizeram compreender muitos desafios que surgiram durante a prática realizada e o planejamento que fizemos. Não obstante a essa ideias, não nos orientamos nesta pesquisa unicamente pela forma como o conteúdo é explorado no livro didático, tampouco é ele o ponto de partida para nossa prática. Aqui, invertemos a lógica tradicional, pois compreendemos que os conceitos e as definições são o produto da atividade matemática em sala de aula.

A Etnomatemática também nos possibilitou compreender que seria importante investigar as distintas formas de saber dos alunos adquiridas no cotidiano, para que, de alguma maneira, pudéssemos transformá-las em "ponte" para a aprendizagem da adição e da subtração na escola. Ao assim fazer, buscamos causar o mínimo de impacto entre seus conhecimentos e essas operações em sua natureza formal e academicizada. Tal objetivo, que ganhou corpo nas adaptações que fizemos no 'Jogo da Onça', foi potencializado com as contribuições que o lúdico pode dar ao ensino e à aprendizagem, despertando as interações sociais, a motivação e o engajamento, desenvolvendo habilidades matemáticas e contribuindo para que o conhecimento matemático fosse posto em ação e construído de forma dinâmica.

Essa atitude foi fruto do nosso entendimento de que são os alunos os sujeitos do aprendizado e de que o educador deve efetuar ações em que os permitam intervir, modificar e construir o conhecimento. Portanto, ao pesquisador reservou-se o papel de orientador/mediador, para que a aprendizagem fosse fruto da criatividade dos discentes.

Considerando, ainda, que o conhecimento matemático é enriquecido quando transformado em instrumento de crítica e, consequentemente, em ferramenta para o exercício da cidadania, nas adaptações, contextualizamos os conteúdos que exploramos com questões sociais e econômicas, a fim de despertar o aprender por excelência. Em termos de postura, essa posição se materializou no modo como atuamos em sala de aula: sempre procurando abrir espaço para que os alunos perguntassem, mas sem lhes dar respostas prontas, e para que fossem atuantes e críticos, buscando, ao mesmo tempo, desenvolver sua autonomia na busca de argumentações que justificassem a sua atuação e criticidade.

Contribuíram para isso os problemas matemáticos que utilizamos como pontos de partida para a ação de jogar e os que surgiram nessa mesma ação. Tal fato, que previmos antes mesmo de fazer as intervenções, exigiu que nos debruçássemos sobre essa temática, buscando compreendê-la e escolher um modo de atuar que fortalecesse a dialética da reflexão-ação nas atividades matemáticas que orientamos. Na seção seguinte, trataremos desse assunto.

5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo, discorremos sobre algumas perspectivas, abordagens ou modos de ver e de conceber a resolução de problemas no currículo de matemática, nas pesquisas acadêmicas e nas práticas de ensino. Para isso, partimos de uma perspectiva histórica, com o objetivo de compreender as mudanças de concepções acerca dessa temática, e dissertamos sobre algumas questões sociais e internas à própria educação, que influenciaram os novos rumos tomados pela temática em questão.

Nesta parte do texto, o leitor entrará em contato com uma mudança qualitativa nos modos de ver os problemas que, iniciada no final do Século XIX, com as tentativas de superar a visão platônica e a consequente importância dada às questões práticas e funcionais do conhecimento matemático, encontraria arcabouço em filosofias que compreendiam a matemática como uma construção humana e, portanto, falível e sujeita a evoluções e a retrocessos. Nesse percurso, mostramos algumas peculiaridades das várias posturas teóricas, investigativas, curriculares e práticas assumidas na perspectiva da resolução de problemas e discorremos sobre algumas convergências que as concepções mais atuais apresentam sobre esse tema.

Por fim, concluímos que nossa intervenção se aproximou de duas delas: no primeiro momento, os problemas foram o ponto de partida para o desencadeamento das atividades matemáticas (BRASIL, 1998); e, no segundo, o momento da ação de jogar, exploramos os conceitos de adição e de subtração de números decimais através deles (ONUCHIC, 2013).

5.1- Alguns modos de conceber a resolução de problemas

A resolução de problemas faz parte do cotidiano do ser humano desde sua fase primitiva, quando teve que enfrentar os desafios para sobreviver. Naturalmente, com a evolução da espécie humana, como indivíduos e sociedade, transcendeu-se essa questão, mas os problemas continuaram presentes na vida do homem que, ao superá-los, desenvolveu suas atividades, encontrou novas formas de sobreviver, melhorou a qualidade de sua vida e fez descobertas fundamentais para a criação e o desenvolvimento dos diversos campos científicos, dentre os quais se destaca o matemático.

Nesse sentido, D’Ambrósio (1986) afirma que esse conhecimento é condicionado pela realidade material e pelos problemas que ela impõe. Talvez, por isso, seu uso no ensino e na aprendizagem seja tão antigo quanto a própria existência da matemática como disciplina. Corroborando nossa afirmação, Stanick e Kilpatrick (1989) referem que

> os problemas nos currículos remontam, pelo menos, ao tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa colecção de problemas (STANICK; KILPATRICK, 1989, p. 2).

Esses autores acrescentam que métodos particulares de resolução também são utilizados há bastante tempo e que problemas semelhantes aos desse período são encontrados nos livros de Matemática dos Séculos XIX e XX. Entretanto, sublinham que

> [...] é assumida uma visão muito estreita da aprendizagem da resolução de problemas. Até muito recentemente, ensinar a resolução de problemas significava apresentar problemas e talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica (Ibid., 1989, P. 4).

Segundo esses autores, essa visão também foi assumida por “textos escritos para professores” até o Século XX. Eles defendiam a simples apresentação de problemas e de regras particulares de resolução e representavam o pensamento predominante até então dos defensores da matemática como uma disciplina mental. Essa teoria, resultante de uma fusão da “psicologia das faculdades” com as artes liberais, concebia os problemas como um elemento do currículo matemático capaz de desenvolver o raciocínio das pessoas, e, portanto, era coerente com a visão platônica de que o estudo dessa disciplina seria capaz de desenvolver as faculdades mentais dos indivíduos.

Essa forma de conceber a resolução de problemas é semelhante aos exercícios dos livros didáticos atuais, muitas vezes materializados em sala de aula na introdução do ensino ou para exercitar e consolidar a suposta aprendizagem matemática. Em outras palavras, ganham corpo em sala de aula por meio dos exercícios-exemplos, dos exercícios de fixação da aprendizagem ou, até mesmo, das avaliações, o que indica que essa visão limitada da resolução de problemas ainda se mantém no Século XXI.

Apesar desse fato, novas formas de conceber a resolução de problemas emergiram em um período correspondente à passagem do Século XIX para o Século XX. Esse surgimento esteve diretamente relacionado ao declínio da visão platônica do ensino de matemática. Segundo Stanick e Kilpatrick (1989), contribuíram para tal os estudos de Thorndike e de outros psicólogos, sociólogos e educadores, que defendiam mudanças nos currículos escolares para adequá-los às transformações da sociedade provocadas pela industrialização, pela urbanização e pelo aumento da população escolar.

Em síntese, a nova forma de ver a matemática que emergira dava relativo valor a sua dimensão funcional e enfatizava que o estudo desse conhecimento melhorava a capacidade de resolver problemas do mundo real.

Assim, duas forças e suas variações passaram a orientar a resolução de problemas no ensino de matemática: uma ligada aos defensores da matemática como disciplina mental, de visão platônica e de caráter abstrato, e outra, às aplicações e ao seu caráter prático. Entretanto uma visão mais profunda, que enfatizava o estudo sistemático, o desenvolvimento de abordagens mais gerais e a importância da resolução de problemas para o ensino de matemática, surgiu a partir dos estudos de George Pólya, embora se tenha registros de que, em períodos anteriores, matemáticos como Euclides, Descartes, Leibniz e Bolzano já tivessem discutido sobre regras e métodos para a descoberta em matemática (STANICK; KILPATRICK, 1989), e John Dewey, trabalhado projetos para desenvolver a criticidade nos alunos, explorando a solução de problemas relacionados a situações sociais e econômicas (LESTER, 1978; FIORENTINI, 1994).

A literatura sobre essa temática coloca os estudos de Pólya como um divisor de águas, devido à influência que exerceu nos currículos e a importância que teve para a consolidação da resolução de problemas como um campo científico. Assim, é evidente a necessidade de conhecermos, ainda que de forma superficial, suas principais ideias acerca dessa temática.

Pólya defendia que o ensino de matemática deveria possibilitar experiências de aprendizagem semelhantes aos processos de criação matemática, caracteristicamente marcados por uma íntima relação entre o saber e o fazer, que, segundo esse intelectual, materializam-se na capacidade de resolver problemas. Assim, os alunos devem vivenciar experiências semelhantes às experimentadas pelos matemáticos profissionais. Os exercícios rotineiros, por sua vez, não eram muito importantes nem despertavam o interesse e o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Pólya (1995, p. 2) propõe a resolução de problemas como um modo de desafiar a curiosidade e de "pôr em jogo as faculdades inventivas do estudante". Em sala de aula, deveria ser materializada em forma de indagações aos alunos, para "auxiliá-los a resolver o problema que lhe é apresentado" e para desenvolver "a capacidade de resolver problemas futuros por si próprios". Para isso, sugere os seguintes passos: primeiro, é preciso compreender o problema; segundo, deve-se estabelecer um plano de resolução; terceiro, torna-se necessário executa-lo; e, por fim, deve-se fazer um retrospecto sobre o problema resolvido.

Compreender o problema consiste, basicamente, em apreender a incógnita procurada, os dados disponíveis e as condicionantes existentes para sua resolução; estabelecer o plano refere-se à relação existente entre esses aspectos e a capacidade dos alunos de reconhecerem e de utilizarem os dados de problemas semelhantes para resolver novos problemas. Já a execução do plano consiste em verificar a correção dos passos dados até encontrar a solução, averiguando sua validade, e a possibilidade de se chegar à mesma resposta por um caminho diferente e de utilizá-la em outro método ou problema.

Esses passos, genericamente chamados de "Heurísticas", são, para Pólya, de fundamental importância para o aluno aprender a resolver problemas. Embora se considere a possibilidade de chegar à solução sem, necessariamente, segui-los, esse evento é considerado como uma exceção, que, embora desejável, pode resultar em consequências desastrosas para a aprendizagem. Segundo Pólya (1995, p. 4),

> [...] é geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do plano, o estudante *verificar cada passo*. Muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa.

Assim, admite-se que a aprendizagem da resolução de problemas pode ocorrer por meio da observação, da imitação e da prática sequenciada. É nesse tópico que se tecem muitas críticas à proposta de Pólya e, de maneira geral, desconfia-se da potencialidade de se orientar a resolução de novos problemas a partir de problemas passados, bem como da característica descritiva e excessivamente geral dos passos heurísticos (BEGEL, 1979; SILVER, 1985; GROUWS, 1992, apud ONUCHIC, 2013). Apesar dessas críticas, são evidentes as contribuições dos estudos de Pólya para superar o ensino platônico e afirmar a visão falibilista da matemática, que a entende como uma construção humana, social e sujeita a dúvidas, avanços e retrocessos no processo de evolução, cujas descobertas devem ser minimamente vivenciadas pelos estudantes.

As ideias de Pólya, portanto, se inserem no contexto das mudanças sociais e da própria natureza do conhecimento matemático e passaram a exigir mudanças no ensino dessa disciplina, o que implicou diretamente as concepções vigentes sobre a resolução de problemas em sala de aula. Contudo,

> [...] a importância hoje concedida à resolução de problemas, não é apenas justificada por razões relacionadas com necessidades da sociedade no seu conjunto ou com características da matemática enquanto ciência. A essas podem acrescentar-se outras, mais directamente relacionadas com o ensino e aprendizagem da matemática em contextos escolares, e que se prendem, por um lado, com a constatação, cada vez mais frequente, das elevadas taxas de insucesso em matemática, e por outro, com mudanças progressivas de paradigma sobre a natureza do acto educativo (BOAVIDA, 1993, p. 92).

Segundo Boavida (1993), a importância que se atribui à resolução de problemas pode ser reflexo das constantes tentativas de minimizar a crise do ensino desse conhecimento, mas também por causa da motivação e da "vida" que dá à matemática. No que concerne à natureza do ato educativo, a resolução de problemas parece estar em consonância com a perspectiva construtivista dos processos de ensino e da aprendizagem matemática, que se tornou protagonista nos currículos escolares a partir da década de 1980.

Nessa visão, de que os alunos devem ser ativos e participativos; o professor, um orientador/mediador do processo; o conhecimento matemático, uma construção, o ensino passou a valorizar a compreensão e o significado dos conteúdos. Nesse cenário, a resolução de problemas passou a ser compreendida como um processo que "vai muito além de resolver um problema" e se transformou em um modo de entender o ensino-aprendizagem da matemática e a própria matemática (SERRAZINA et. al. 2002, p. 42), sendo compreendida, ainda, "como um meio de se aprender matemática" (ONUCHIC, 1999).

Segundo Serrazina et. al (2002), essa mudança de postura sucedeu as orientações do relatório NACOME (1975) e influenciou muitos documentos curriculares. No caso da Agenda Para a Ação (NCTM, 1980), a resolução de problemas se transformou no novo foco da matemática escolar e em uma das dez capacidades básicas a serem adquiridas (STANICK; KILPATRICK, 1989). Essa nova forma de ver a resolução de problemas assumiu várias vertentes nos campos curriculares, investigativos e didático-pedagógicos. Apesar disso, não encerrou, por completo, as visões mais antigas do ato de resolver problemas, caracteristicamente marcadas por concepções limitadas de seu uso em sala de aula.

Assim, atualmente, é possível identificar diversas perspectivas existentes sobre essa temática, algumas originadas recentemente, outras, desde a Antiguidade, além de um terceiro grupo que se constituíram de forma híbrida, apresentando características das visões mais tradicionais e daquelas que se instalaram em posição de vanguarda nos últimos anos.

Em termos curriculares, Stanic e Kilpatrick (1989) afirmam que, historicamente, a exploração dessa temática tem sido feita em três perspectivas principais: como *contexto*, como *instrumento* ou como *arte*.

A resolução de problemas como contexto subentende essa temática como um meio para se chegar a determinados fins, sejam eles para ensinar matemática, para motivar os alunos, para tornar as aulas mais divertidas e lúdicas ou para desenvolver e reforçar determinados conceitos matemáticos; como instrumento, entende essa temática como uma competência a ser ensinada aos alunos, enquanto que a resolução de problemas como arte consiste em fazer os alunos aprenderem a resolver problemas por meio de passos, como concebe Pólya (1995).

Em termos de ensino, Mendonça (1999) agrupa as abordagens sobre a resolução de problemas em três perspectivas: como *objetivo,* como *processo* e como *ponto de partida*.

Fazendo uma leitura dessas abordagens, Lamonato e Passos (2011) afirmam que, no primeiro caso, os problemas são aplicações dos conceitos e dos procedimentos que já foram expostos; como processo, foca as estratégias e os procedimentos de resolução; e, como ponto de partida, transforma-se em um recurso pedagógico, "apresentado no início", mas que também se interessa pelos procedimentos, fazendo englobar, em nosso modo de ver, aspectos da resolução de problemas como objetivo e como processo.

Cintando Branca (1997), Lamonato e Passos (2011) mencionam, além da visão processual supracitada, outras duas interpretações para a resolução de problemas: como *meta* e como *habilidade*. No primeiro caso, aprender a resolver problemas é o objetivo principal do ensino de matemática, enquanto que, como uma habilidade básica, é "uma competência mínima para que o indivíduo possa inserir-se no mundo do conhecimento e do trabalho" (DINIZ, 2001, Apud, LEMONATO; PASSOS, 2011).

Schroeder e Lester (1989) identificaram três tendências principais para o uso da resolução de problemas no ensino de matemática: o ensino *sobre, para* e *através* da resolução de problemas. Sobre essas tendências, Fiorentini (2012, p. 65) afirma que ensinar sobre a resolução de problemas tem como base os pressupostos defendidos por Pólya; para resolver problemas, utiliza-os como aplicações do que se aprende, enquanto que ensinar matemática através da resolução de problemas transforma esse processo em uma metodologia de ensino, "isto é, a perspectiva de ensinar matemática via/pela resolução de problemas".

Fiorentini (2012) acrescenta que as duas primeiras formas (para e sobre) são caraterizadas pela centralização do ensino no professor, nos conteúdos ou nos procedimentos, enquanto, na terceira - o ensino de matemática *através* da resolução de problemas - enfatizam-se os alunos e os processos inerentes à aprendizagem e à resolução, o que contribui para que os estudantes usem sua criatividade para desenvolver e fazer matemática.

Nessa perspectiva, Onuchic (2013) defende o uso da resolução de problemas como um meio de se desenvolver o “ensino- aprendizagem-avaliação” dos conteúdos matemáticos, sendo que o ensino é realizado concomitantemente com a aprendizagem, e a avaliação, feita durante a resolução. Assim, a resolução de problemas passa a ser uma metodologia de ensino que deve ser explorada com a participação e a colaboração de todos em sala de aula, baseada no seguinte roteiro: preparação do problema, leitura individual e coletiva, resolução do problema, observação e participação, registros da resolução, plenária, busca de consenso e formalização do conteúdo.

Segundo essa autora, o “problema gerador” deve ter a finalidade de construir um novo conceito, princípio ou procedimento. Para isso, recomenda que ele não explore um conteúdo já trabalhado em sala de aula. As leituras, por sua vez, devem proporcionar sua total compreensão pelos alunos, e a resolução propriamente dita deve conduzir à construção do conteúdo desejado pelo docente, o mediador do processo, que observa, incentiva e ajuda os aprendizes a superarem suas dificuldades.

Quanto aos registros, eles servem para as análises e discussões sobre os erros e acertos, numa espécie de plenária, aonde os alunos devem defender seus pontos de vista, expor suas dúvidas para chegar a um consenso sobre o resultado que, finalmente, deve ser formalizado e estruturado “na linguagem matemática” (ONUCHIC, 2013, p. 103).

Todas essas concepções, perspectivas e formas assumidas na resolução de problemas nos oferecem um contexto teórico amplo, para que possamos nos identificar com alguma delas e tentar pô-las em prática. Entretanto, a nosso ver, é impossível situar-se dentro de apenas uma delas, porque as várias posturas assumidas contêm muitas orientações comuns e, portanto, de algum modo, interceptam-se.

Nesse sentido, ao se praticar a atividade matemática por meio da resolução de problemas (ONUCHIC, 2013), pode-se, naturalmente, fazê-lo utilizando alguns passos (POLYA, 1995), e o problema pode estar em um contexto em que a atividade matemática é desenvolvida para se atingir determinado fim (STANICK; KILPATRICK, 1989), o que pode ser a própria habilidade de resolver problemas (MENDONÇA, 1999). Assim, o que parece ser possível, na prática, é assumir posturas perante a resolução de problemas que se sobressaem, mas que não impede de ser a atividade docente permeada por diversas outras perspectivas.

Talvez por isso alguns documentos curriculares teçam orientações-sínteses dessas variadas visões. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p. 39-40) afirmam que, de uma maneira geral, “os educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como um ponto de partida da atividade matemática” e a consideram como o “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem” com princípios bem definidos:

Quadro 2- Princípios da resolução de problemas como eixo da atividade matemática

1) A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática, e não, a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; 2) O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; 3) Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática; 4) Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular; 5) A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p. 40-41)

Portanto, segundo esse documento, a atividade matemática deve ser organizada em torno da resolução de problemas e enfatizar o desenvolvimento de estratégias de resolução, a interpretação e a estruturação da situação e o uso dos conhecimentos construídos articulados com problemas futuros, a fim de criar um campo conceitual, contexto da aprendizagem matemática. De maneira inversa, os problemas não podem ser meros exercícios mecânicos, tampouco apenas cenários de aplicações de definições ou de conceitos isolados, sem que esses aspectos sejam explorados pelos alunos. Assim,

> um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la (BRASIL, 1998, p. 41).

Mais adiante, o documento esclarece a postura a ser tomada pelo aluno:

> Resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos. (Ibid., p. 41).

Essas orientações revelam as influências das múltiplas posturas teóricas, já discutidas neste texto. Todavia, mesmo que implicitamente, essa multiplicidade de concepções está relacionada, ainda, com a própria ideia do que vem a ser um problema. Assim, a definição acima exposta representa apenas uma ou a síntese de alguns dos vários entendimentos desse termo e que, apesar de presentes no currículo matemático desde a Antiguidade, são permeados de muitas controvérsias.

Nesse sentido, Boavida (1993) nos traz as definições de Andler (1987), Kantowski (1977), Goldman (1986) e Lester Jr. (1980) e contribui sobremaneira para que possamos compreender o quanto esse conceito é diversificado. Em suas considerações acerca da visão de Andler (1987), afirma que, para ele, um problema é caracterizado por três traços fundamentais: a subjetividade, a temporalidade e a espacialidade e acrescenta a existência de uma dimensão contextual.

Em relação à subjetividade, tem-se que a existência de um problema depende da vontade individual de criá-lo ou de reconhecê-lo como tal. No que concerne à temporalidade, todo problema é limitado pelo intervalo que abrange seu surgimento até o encontro de sua solução, e a espacialidade refere-se ao fato de que todo problema surge dentro de um contexto. Essa dimensão contextual possibilita a objetivação dos problemas e sua consequente materialização e os tornam independentes do sujeito que os criou ou os reconheceu como tal.

Essas duas naturezas - a subjetiva e a objetiva - podem explicar alguns dos fracassos da resolução de problemas em sala de aula, sobretudo quando se parte de situações contidas nos livros didáticos que, geralmente, nada mais são do que problemas objetivados. Consequentemente, a subjetividade dos alunos pode não estar presente, uma vez que já foram resolvidos e podem não ser reconhecidos como problemas e se referirem a contextos estranhos, sem despertar a curiosidade, a tensão e o envolvimento emocional, aspectos que, segundo Lester Jr. (1980), determinam a existência ou o êxito da resolução de problemas em sala de aula.

Boavida (1993) afirma, ainda, que, para Kantowski (1977), o problema exige o confronto de uma questão ou de uma situação não resolvida com o conhecimento disponível, enquanto Goldman refere que um indivíduo tem um problema se tiver uma questão (Q) para resolver, quer resolvê-la, acredita que ainda não existe uma resposta para ela ou que ela não é de sua posse. Por fim, afirma que, considerando o campo escolar, um problema de matemática é um projeto pessoal, uma tarefa ou uma situação

> que o aluno deseja resolver e para a qual não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução; que exige de sua parte a construção desse processo, em cuja actividade de resolução estão envolvidos conceitos, procedimentos ou teorias matemáticas (BOAVIDA, 1993, p. 102).

Mais adiante, citando Andler (1987), a autora acrescenta:

> [...] Ser um problema, ou não, é uma propriedade inerente a uma tarefa de matemática: é, antes de tudo, a existência de uma relação particular entre o aluno e uma tarefa que poderá transformar essa tarefa em problema para esse aluno. Desse modo, a mesma tarefa pode ser um problema para um aluno e um mero exercício de rotina para outro, basta, por exemplo, que esse conheça já o caminho que conduz à solução. (Ibid., p. 102)

Portanto, a resolução de problemas em sala de aula está diretamente relacionada à concepção que se tem do problema que, na atualidade, é compreendido como algo que exige componentes que extrapolam as capacidades cognitivas dos estudantes e abrangem não só aspectos emocionais, afetivos e psicológicos, mas também sociais e culturais, uma vez que não se pode dissociar nenhuma atividade humana, sobretudo a educação, desses aspectos. Essa forma abrangente de conceber a resolução de problemas parece ser uma concepção que tem ganhado força e representa um dos pontos que começam a ser valorizados pelas últimas pesquisas em Educação Matemática.

Podemos dizer que essa visão representa um viés convergente nos modos como esses processos têm sido concebidos nos últimos anos. Aliado a ela e com base no que foi discutido até aqui, podemos afirmar que as mais recentes formas de compreender a resolução de problemas, de forma não simultânea, porém não excludentes:

a) se opõem a ela somente para desenvolver o raciocínio e introduzir, aplicar ou consolidar conceitos matemáticos;

b) a compreendem como uma prática pedagógica de viés construtivista;

c) a entendem como um meio de conceber a matemática como uma construção humana, sujeita a evoluções e retrocessos;

d) defendem sua utilização abordando aspectos mais gerais, que envolvem aspectos cognitivos, afetivos, psicológicos, sociais e culturais, em detrimento de perspectivas limitadas a casos particulares e específicos como, por exemplo, para a aplicação de conteúdos escolares;

e) a compreendem como uma forma de possibilitar que os estudantes vivenciem experiências semelhantes às experimentadas pelos próprios matemáticos;

f) consideram que os exercícios rotineiros são incapazes de despertar o interesse e o desenvolvimento intelectual dos estudantes;

g) a compreendem como um modo de entender o conhecimento matemático, seus processos de ensino e de aprendizagem, como meio de aprender matemática (metodologia de ensino);

h) a consideram o eixo organizador ou o foco da matemática escolar;

i) têm a resolução de problemas como um meio de superar as várias dificuldades de aprendizagem de matemática apresentadas pelos alunos.

Por fim, considerando que as várias posturas teóricas, curriculares e práticas sobre a resolução de problemas apresentam particularidades, mas, ao mesmo tempo, pontos em comum, entendemos que, nesta pesquisa, os problemas foram explorados, em um primeiro momento, como um ponto de partida para as atividades matemáticas (BRASIL, 1998), e em um segundo, a atividade matemática foi feita por meio da resolução de problemas que os jogos apresentaram aos alunos (ONUCHIC, 2013), ainda que não tenhamos nos preocupado em seguir passos sequenciados.

No primeiro caso, os problemas foram utilizados para introduzir os objetivos de cada jogo, e seu enunciado foi o cenário das informações para resolvê-los no ato de jogar. Ao tentar resolvê-los jogando, as inquietações e as dificuldades dos alunos foram o cenário ideal para que interviéssemos, introduzindo conceitos matemáticos relacionados à adição e à subtração de números decimais. Nesse momento, fomos um mediador do processo. Esse papel também foi exercido pelos próprios alunos, com as interações que surgiram, marcadamente impregnadas de situações em que os aprendizes foram ativos e participativos.

Contribuiu para isso o fato de termos utilizado o jogo, reconhecidamente um instrumento propício para resolver, propor e explorar problemas matemáticos (BRASIL, 1998) e que pode dar importantes contribuições para o ensino de matemática, conforme pode ser visto na seção a seguir.

6 OS JOGOS E SUAS POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, discorremos sobre as potencialidades dos jogos para o ensino de matemática. Sabendo que a Educação Matemática, como ciência, emergiu se apropriando de resultados de diversas áreas do conhecimento, como a Psicologia, por exemplo, analisamos as considerações de dois dos seus mais influentes intelectuais para as pesquisas e para as práticas docentes dessa disciplina: Jean Piaget e L. S. Vigotski. Antes, entretanto, fazemos uma breve contextualização histórica sobre a utilização desses instrumentos na educação em geral, para situar esses intelectuais em um cenário maior e inteirar o leitor das contribuições que deram para as discussões e as práticas associadas a essa temática.

Em seguida, elencamos como essas manifestações aconteceram na educação matemática e focamos nosso olhar para o caso específico do 'Jogo da Onça'. Nesse momento, fazemos, inicialmente, considerações históricas e geográficas sobre sua utilização e centramos em seu uso em ambiente escolar. Por fim, analisamos historicamente a origem dos números decimais e do seu ancestral instrumento de cálculo, o ábaco, descrevemos a utilização de outros materiais manipulativos no ensino de matemática e apresentamos nossas versões adaptadas para esses números e suas operações de adição e subtração, que exploramos nesta pesquisa.

6.1 O jogo e a Educação: breve contextualização histórica

Os jogos, apesar de só terem sido popularizados nas práticas docentes recentemente, há muito tempo tiveram seu valor reconhecido por intelectuais de diversas áreas do conhecimento. Na verdade, se os tomarmos como sinônimos de brincadeira e de diversão e considerarmos os processos informais de ensino, eles fazem parte dos modos educativos dos seres humanos desde a época antiga, quando também era no ato de brincar que a família ensinava os ofícios aos seus filhos (SANT'ANNA; NASCIMENTO, 2012).

Com o aparecimento da educação formal, que, historicamente, procurou apoiou em teorias pedagógicas contextualizadas com as transformações sociais e políticas, sua utilização perpassou a barreira dos ensinamentos familiares e assumiu objetivos e perspectivas variados (FIORENTINI; MIORIM, 1990). Nesse sentido, Lima (2008, p. 13), fazendo uma leitura de intelectuais como Ariès (1981), Almeida (1998), Brougère (1998) e Huizinga (1990), dentre outros, afirma que "sempre existiram, nos diferentes períodos históricos, posições favoráveis e contrárias ao jogo".

Na Grécia Antiga, por exemplo, Platão defendia o uso do jogo como um meio de aprendizagem prazerosa e significativa dos conteúdos escolares. Aristóteles, por sua vez, admitia sua importância pelo fato de serem atividades de relaxamento e de divertimento e de funcionarem como um meio de recuperação das atividades laborais. Nessa perspectiva, o jogo era compreendido como um entretenimento importante para a educação apenas por sua potencialidade de descansar a mente (KISHIMOTO, 1995). Essa forma de conceber o jogo e a educação, segundo Kishimoto (1995), foi seguida por Tomás de Aquino, que, ao introduzir o jogo no pensamento cristão, utilizou a argumentação aristotélica para considerá-lo uma atividade de repouso do espírito, necessária para as atividades intelectuais.

Na Roma Antiga, o jogo era valorizado por duas vias principais: pelo fato de poder ser um espetáculo ou uma simulação da vida real e por ser um meio pelo qual as pessoas poderiam exercitar seu conhecimento, suas habilidades e atitudes, enquanto que, na Idade Média, ganhou contornos delituosos e, muitas vezes, foi associado a atividades marginalizadas, como a embriaguez e a prostituição. Nesse contexto, o jogo fez parte ativamente da vida social, mas foi marginalizado pela religião oficial e, de um modo geral, não se estabeleceu na sociedade por seu valor educativo, ainda que visões secundárias assim o fizessem (KISHIMOTO, 1995).

Nessa direção, Lima (2008) enuncia que, no período medieval, existiam duas posições sobre os jogos que influenciaram seu uso na educação: uma essencialmente negativa e outra que o compreendia como uma atividade de importante valor cultural, social e comunicativo.

Durante o Renascimento, influenciado pela valorização do homem em detrimento das posições teocêntricas e pela visão positiva que se passou a ter da criança, o uso de jogos foi, aos poucos, incorporando-se na educação infantil e juvenil, passando a ser defendido por diversos intelectuais, como François Rabelais (1494- 1553), Michel Montaigne (1533-1592) e Juan Luís Vives (1492-1540).

Rabelais, por considerá-lo um instrumento propício ao ensino de conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento, além de potencialmente capaz de despertar valores e práticas passadas e educativas; Montaigne, por entender sua potencialidade de desenvolver a linguagem e o imaginário; e Vives, por concebê-lo como um meio de expressar a espontaneidade e a naturalidade das crianças, o que possibilitava observar suas inclinações (KISHIMOTO, 1995). Portanto, nessa concepção, ainda que assim não esteja explicitado, temos uma das primeiras formas de se defender o jogo como instrumento avaliativo.

Ressalte-se, no entanto, que as posições que associavam o jogo à educação parecem não ter sido as dominantes durante muito tempo. Nesse sentido, Fiorentini e Miorim (1990) afirmam que, até o Século XVI, a concepção de educação predominante, baseada na visão da criança como um adulto em miniatura, com as mesmas capacidades, apenas menos desenvolvida, pregava um ensino que deveria corrigir as deficiências infantis com a transmissão de conhecimentos e, para tal fim, os jogos e os materiais concretos eram considerados irrelevantes, ainda que, conforme já exposto, haja registros de sua utilização, como recreação, para o ensino de conteúdos escolares e como diagnóstico da personalidade infantil (KISHIMOTO, 1995, p. 118- 119).

Todavia, os prenúncios de mudança, iniciados no Renascimento, foram ratificados com o advento do pensamento romântico. Nesse momento histórico, a visão negativa da criança passou a compartilhar espaços com outra que a concebia de forma positiva, e sua espontaneidade e imaginação passaram a ser valorizadas. Consequentemente, o jogo, como uma de suas expressões mais naturais, não precisou mais ser associado ao trabalho ou ao ensino para ser relevante: "torna-se, por si mesmo, um fator de educação e passa a ter todo o suporte para entrar na escola e [a] se constituir num recurso educativo à criança" (LIMA, 2008, p. 51).

Contribuíram para isso, segundo Fiorentini e Miorim (1990, p. 2), a evolução das reflexões acerca da função e da natureza da educação e o desenvolvimento da Psicologia, ambas contextualizadas com as transformações sócio-políticas de cada época. Nesse sentido, os autores apontam que o "'Ensino tradicional'", que julgava irrelevante a utilização de jogos na educação, por considerá-lo "uma pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe", passou a ser questionado pela Didática de Comenius, e isso abriu o caminho para que, posteriormente, intelectuais como Jean-Jacques Rousseau (1727-1778), Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) e Friedrich Fröbel (1782- 1852), passassem a defender o jogo como um dos elementos essenciais na educação infantil.

Rousseau, por exemplo, em oposição à visão negativa da criança, que a concebia como um ser inacabado, sem especificidades ou originalidade, passou a defendê-la como um ser em desenvolvimento, potencialmente capaz e portador de natureza própria, e o jogo, como uma de suas formas de se expressar. Pestalozzi defendia o uso de jogos para despertar a ação das crianças nos processos educativos, e Fröbel os considerava instrumentos próprios para a educação da primeira infância.

Esse período, que Brougère (1998) denominou de ***paradigma romântico***, deu outros contornos ao relacionamento entre o jogo e a educação e influenciou muitos intelectuais do Século XX. Contribuiu para isso o fato de esse paradigma ter se baseado nas teorias da recapitulação, no darwinismo e de ter trazido à tona as influências genéticas no desenvolvimento da humanidade, dando ao jogo contornos científicos. Esses aspectos fizeram com que a Psicologia infantil e o jogo, no início do Século XIX, recebessem forte influência da Biologia (KISHIMOTO, 1995),

Assim, Karl Groos (1861-1946), baseado nos pressupostos biológicos e da consciência infantil, atestou o jogo como um pré-exercício e fez uma ponte entre a Psicologia e a Pedagogia. Edouard Claparède (1873-1940), com o objetivo de conceituar pedagogicamente as brincadeiras, considerou-o o motor do desenvolvimento da criança (KISHIMOTO, 1995). Maria Montessori (1870-1952), por sua vez, muito influenciada pelas ideias da escola ativa de Pestalozzi e de Fröbel, desenvolveu diversos materiais manipulativos, com forte apreço à percepção visual e tátil, à ação, à experimentação e à descoberta (FIORENTINI; MIORIM, 1990), que Jean Piaget adotou em parte.

Portanto, considerando o que foi exposto até aqui, o uso de jogos associado à educação e à sociedade assumiu concepções e perspectivas variadas. No entanto, apesar das divergências citadas, predominou, durante muito tempo, a visão dessa atividade como natural ou inata à criança, o que seria rompido por intelectuais que passaram a concebê-lo como resultante da aprendizagem social e como fruto das relações interpessoais. Essa nova forma de ver o jogo, que Brougère (1998) denominou de ***paradigma pós-romântico***, é representado por intelectuais como Johan Huizinga, Roger Caillois, Jean Piaget e L. S. Vigotski e "incorpora do jogo a característica de frívolo, ressaltada pelo paradigma antigo; a importância e a seriedade, defendidas pelo paradigma romântico, alterando sua configuração, ao concebê-lo como uma atividade de natureza histórica e social" (LIMA, 2008, p. 53). No entanto, cada um desses intelectuais assume visões com características próprias.

Para Huizinga (2000), por exemplo, o jogo desperta processos imaginários, exclusivos dos humanos, cuja manipulação de imagens ultrapassa os processos biológicos e psicológicos e permite associá-lo a aspectos espirituais e sociais, preservá-lo na memória e transmiti-lo para as gerações futuras em forma de tradição. Desse modo, o jogo ajuda os grupos sociais a evoluírem, é um fenômeno cultural, incorporado à cultura, e a antecede, tendo em vista que, para esse autor, os animais também jogam.

No que concerne à relação entre o jogo e o conhecimento, Huizinga (2000) afirma que a cultura surge em forma de jogo. A partir de então, o lúdico vai sendo absorvido pela esfera do sagrado e o que sobra se transforma no saber. Nesses termos, o jogo acaba ficando oculto nos conhecimentos culturalmente constituídos: na linguagem, por meio dos jogos de palavras (metáforas); nos mitos, por meio da imaginação do mundo exterior; nos cultos, em seus ritos sagrados, sacrifícios, consagrações e mistérios; no teatro, nas representações e nos espetáculos; na dança e na música; nos torneios; no direito e em competições judiciais, dentre outras manifestações humanas.

Essas atividades são lúdicas porque, segundo Huizinga (2000), apresentam todas as características existentes no jogo, a partir das quais ele o define como atividades voluntárias, limitadas de tempo e de espaço, com regras livremente consentidas, mas, ao mesmo tempo, obrigatórias e com um fim em si mesmas; são permeadas de tensão, alegria e de uma consciência dos envolvidos de que é apenas um intervalo na vida quotidiana. Nessa perspectiva, portanto, quase todas as manifestações humanas ou são jogos ou são permeadas de aspectos lúdicos.

Pensamento afim encontra-se em Caillois (1990), que afirma que as sensações, as emoções, os gestos e as operações mentais podem originar jogos. Em termos educativos, assevera que, de uma forma geral, o jogo surge como educação do corpo, do caráter e da inteligência, e

> [...] as faculdades que ele desenvolve se beneficiam certamente desse treino suplementar, que além do mais, é livre, intenso, criativo e protegido. ***Persiste o fato de as aptidões por ele requeridas serem as mesmas que servem para o estudo*** (grifo nosso) e para as atividades sérias do adulto. (CAILLOIS, 1990, p. 193-194).

As aptidões a que o autor se refere são a capacidade de se adaptar a situações novas, a de fixar a atenção e a de se interessar por um assunto. Entretanto, considera que os jogos reforçam e estimulam qualquer capacidade física ou intelectual e contribuem para a formação moral e social e para o autocontrole dos indivíduos. Porém, Caillois (1990) acrescenta que o jogo, como uma atividade que tem um fim em si mesmo, não exerce a função específica de desenvolver nenhuma dessas capacidades, o que, a nosso ver, enseja ao educador a tarefa de lhes impor regras para tal fim, se o desejo for de desenvolvê-las em sala de aula.

Há, no entanto, uma diferença fulcral entre o pensamento de Huizinga (2000) e o de Caillois (1990): enquanto o primeiro admite que os jogos podem se manifestar antes do surgimento da cultura, o segundo, partindo de um ponto de vista sociológico, ainda que se baseando em diversas áreas do conhecimento, nega tal fato e os concebe como um produto, uma manifestação ou uma criação da cultura, o que lhes possibilita exercer um influente papel na configuração da personalidade humana e representar determinados contextos socioculturais, apontando, inclusive, para seus hábitos cotidianos e para suas estruturas-bases (PICCOLO, 2008). Todavia, esses intelectuais trouxeram fortes discussões sobre a relação entre o jogo e a cultura e influenciaram muitas pesquisas em educação nos Séculos XX e XXI.

No entanto, os estudos de Jean Piaget e de L. S. Vigotski deram outros contornos ao uso de jogos. Contrapondo-se às orientações behavioristas que os atestavam associados à concepção de aprendizagem como mudança de comportamento e ao ensino como um reforço (FIORENTINI; MIORIM, 1990), estabeleceram algumas relações entre sua utilização e o desenvolvimento cognitivo, social e afetivo das pessoas e contribuíram sobremaneira para os novos rumos que a Educação Matemática tomaria a partir da década de 1980.

Assim, considerando a relevância desses intelectuais para esse campo de pesquisa e para esta pesquisa, em particular, julgamos pertinente analisar, com algum pormenor, suas considerações sobre o uso de jogos na educação, discorrendo, inclusive, sobre suas respectivas teorias e algumas implicações para as práticas de ensino. Esse é o tema da seção que segue.

6.1.2 Piaget, Vigotski e o jogo: possibilidades para a Educação

Iniciamos esta seção afirmando que Jean Piaget não se preocupou em criar uma teoria dos processos de ensino e de aprendizagem escolar, mas compreender como se desenvolvem as estruturas do pensamento e do conhecimento humano em um contexto mais amplo. Para isso, elaborou a Epistemologia Genética, uma teoria de caráter interdisciplinar, porém, marcadamente influenciada pelos estudos biológicos, e inaugurou uma concepção epistemológica de que a ação do sujeito sobre os objetos do conhecimento deve ser o "cerne do processo de aprendizagem" (NEVES; DAMIANI, 2006, p. 5). No entanto, foi a partir de seus estudos que o construtivismo se originou como tendência pedagógica e passou a influenciar as inovações do ensino em todo o mundo (FIORENTINI, 1995). Assim, buscamos, primeiro, compreender alguns aspectos de sua teoria, para, depois, adentrar nos casos específicos do jogo e do ensino de matemática.

Nessa direção, pode-se afirmar que, de um modo geral, a Epistemologia Genética contestou os inatistas e os empiristas e suas respectivas ideias de que a aprendizagem é um processo pré-formatado e independente do sujeito, com base na tese de que, ao ter que agir no meio para se desenvolver cognitivamente, as estruturas cognitivas dos indivíduos são expostas aos processos de assimilação, acomodação e equilibração, que representam "[...] o 'núcleo duro' da teoria de Piaget [...]" (MOREIRA, 2011, p. 96), sendo que:

> [...] Quando o organismo (mente) assimila, ele incorpora a realidade a seus esquemas de ação, impondo-se ao meio ... no entanto, ... no processo de assimilação a mente não se modifica, o conhecimento que se tem da realidade não é modificado. (Ibid., p. 100).

Naturalmente, "muitas vezes, os esquemas de ação da criança (ou mesmo de um adulto) não conseguem assimilar determinada situação. Nesse caso, o organismo (mente) desiste ou se modifica". Quando se modifica, "acomoda-se", e se estiver em equilíbrio com a assimilação, o organismo se adapta à situação (Ibid., p. 100).

Em outras palavras, a assimilação consiste em incorporar ou associar algumas informações dos objetos às estruturas do sujeito. Portanto, não modifica o objeto, mas ajuda a construir e a transformar estruturalmente os indivíduos. A acomodação, por sua vez, é a capacidade que os organismos têm de se adaptar/mudar para atender minimamente às exigências do meio e assimilar o que outrora suas estruturas cognitivas não permitiam. É, em última análise, o início da aprendizagem. A equilibração, por seu turno, diz respeito à estabilidade das modificações das estruturas diante das resistências que o objeto do conhecimento ofereceu durante o processo de assimilação.

Esses processos iniciam-se com a assimilação, mas são construções sucessivas não lineares e pressupõem a existência de estruturas anteriores, que Piaget organizou em estágios de desenvolvimento. No primeiro estágio, o sensório-motor, que vai do nascimento até os dois anos de idade, as crianças são capazes de assimilar competências relacionadas à motricidade, à praticidade e às ações que elas percebem.

Tal fato será mudado com a aquisição da linguagem, período em que a criança começa a agir simbolicamente e a fazer construções cognitivas referenciadas em objetos ausentes. Nesse estágio, o pré-operatório, que se inicia por volta dos dois anos de idade, as crianças já são capazes de assimilar competências relacionadas à representação das coisas. Portanto, o pensamento e a ação começam a se dissociar de tal modo que desenvolvem a inteligência representativa, ainda que baseada na ação prática. No entanto, ambos os períodos são caracteristicamente marcados pelo egocentrismo, ou seja, as crianças agem ou pensam a partir de seus desejos ou do seu próprio ponto de vista.

Continuando sua evolução cognitiva, por volta dos sete anos de idade, ela começa a assimilar competências operatórias e a se desfazer do egocentrismo puro. Em sentido de síntese, disserta Pádua (2009):

> Se nos níveis sensoriomotores, ação significava manipular o mundo, trabalhar o mundo e agir sobre o mundo; se no pensamento pré-operatório essa ação passou a

> ser interiorizada, ou uma ação por representação; com o advento do pensamento operatório a criança adquire a habilidade de pensar uma ação e reverter esse pensamento. (PÁDUA, 2009, p. 32).

Portanto, esse período é marcado pelo pensamento reversível, e as ações físicas se convertem em pensamento e vice-versa, de tal modo que elas podem ser antecipadas no plano mental e corrigidas *a priori*. Em um primeiro momento, no denominado estágio operatório-concreto, as crianças se baseiam em objetos reais, em um segundo, por volta dos doze anos de idade, no denominado estágio operatório-formal, em hipóteses e proposições. Assim, considerando o propósito desta seção, é pertinente a seguinte questão: como os jogos se relacionam com os estágios de desenvolvimento cognitivo e com os processos de assimilação, acomodação e equilibração?

No que concerne aos estágios, os jogos acompanham o desenvolvimento das estruturas cognitivas a partir das quais Piaget (1964) os classifica em três grandes grupos: os jogos de exercício, os jogos simbólicos e os jogos de regras, respectivamente relacionados aos períodos sensório-motor, pré-operatório e operatório. No que se refere aos processos de assimilação, acomodação e equilibração, parece existir um consenso de que o jogo é caracteristicamente assimilação cognitiva frente aos processos de acomodação e equilibração.

Nesse sentido, De Macedo (1995, p. 6) afirma que "as três estruturas de jogos serão caracterizadas segundo sua forma típica de assimilação". No caso dos jogos de exercícios, pela assimilação funcional ou repetitiva, em que os indivíduos incorporam as ações do meio externo, as estruturam e as alimentam por meio da repetição prazerosa. Esse processo determina a criação dos hábitos, "principal forma de aprendizagem no primeiro ano de vida" e chave para a regularidade e para aprendizagens mais complexas e elaboradas. Esse tipo de jogo, apesar de se iniciar nos primeiros meses de idade, perdura por toda a vida e é caracterizado pela ausência do pensamento e das manifestações sociais, ainda que útil para a ativação dos movimentos, da percepção e, em sua evolução para o simbolismo, conduz os indivíduos à representação (PIAGET, 1964).

Os jogos simbólicos, por sua vez, são caracterizados pela assimilação deformante. Esse processo possibilita que as estruturas cognitivas comportem as ações analógicas, repetindo e aplicando como conteúdo o que foi assimilado como exercício. Nesse processo, as crianças representam a realidade como podem ou como desejam, mas nunca como elas realmente o são, e a compreendem, afetiva e cognitivamente, dentro dos seus limites de desenvolvimento. De Macedo (1995, p. 7) afirma, ainda, que essa compreensão contribui para integrar a criança no mundo social e, "junto com as regularidades possibilitadas pelos hábitos dos jogos de exercícios", é fonte das futuras operações.

Segundo esse autor, esse tipo de assimilação produz linguagens e cria convenções, que ajudam a criança, em um primeiro momento, a se submeter às regras familiares e, em um segundo, da escola e de outros sistemas sociais mais distantes. Em termos estruturais, a deformação da realidade realizada nos jogos simbólicos prescinde de sentido e de explicação e é os primeiros passos das teorizações.

Em resumo, "se os jogos de exercício são a base para o **como**, os jogos simbólicos são a base para o **porquê** das coisas" (DE MACEDO, 1995, p. 8). Assim sendo, eles possibilitam que as crianças façam representações da vida real e desenvolvam o pensamento representativo, a imaginação e a imitação dos modelos adultos, que são descobertos por meio da aquisição da linguagem. Nele, as crianças começam a interagir consigo mesmas e desenvolvem as primeiras condutas sociais em função dos seus desejos.

De Macedo (1995) acrescenta que essas duas estruturas são coordenadas nos jogos de regras, que herdam dos exercícios as regularidades advindas da repetição, e dos jogos simbólicos, as convenções, agora convertidas em regras. No entanto, por ser dependente do "outro", inaugura nas crianças o sentido de coletividade, tanto pela regularidade, quanto pelas convenções, que são intencionalmente consentidas. Assim, a assimilação predominante nesse tipo de jogo é a recíproca, de suma importância para se atualizarem os significados conhecidos nas duas estruturas de jogos anteriores.

Desse modo, os jogos de regras emergem das combinações de atividades sensório-motoras com as intelectuais, exige igualdade e controle mútuo das ações e as convertem do plano individual para o social. Em outras palavras, nele se desenvolvem a socialização, o autocontrole e os processos de reflexão que substituirão as condutas impulsivas, a crença imediata e o egocentrismo intelectual. Essas substituições são sobremaneira importantes tanto para o desenvolvimento da inteligência, quanto da afetividade (PIAGET, 1999).

No que diz respeito ao desenvolvimento da inteligência, os jogos de regras dão início às construções lógicas que possibilitam a coordenação entre pontos de vistas diferentes. No caso da afetividade, desenvolvem a cooperação, a autonomia pessoal, o respeito mútuo e o sentimento de justiça e de honestidade. Esses aspectos estão diretamente relacionados ao fato de as regras emanarem de um acordo feito e gerarem um sistema de valores.

Em sentido de síntese, frisamos que as ideias piagetianas trazem muitas implicações para as práticas docentes. A primeira delas está relacionada à concepção de aprendizagem como uma construção, que deve ser feita dentro dos limites evolutivos das pessoas. Assim, ensinar consiste em provocar desequilíbrios compatíveis com o desenvolvimento dos alunos, para que, ao procurar se reequilibrarem, "se reestruturem cognitivamente e aprendam". Portanto, o professor não pode priorizar seus esquemas e ignorar os dos alunos. Se assim o fizer, provocará um desequilíbrio muito grande, a ponto de os alunos desistirem de assimila-los e, consequentemente, não aprenderem, uma vez que a aprendizagem só acontece quando um esquema de assimilação sofre acomodação (MOREIRA, 2011, p. 102).

Nesse processo, o professor não é o personagem principal, ainda que exerça um importante papel, que se faz valer, dentre outras estratégias de ensino, da valorização dos percursos traçados na construção do conhecimento e dos erros dos alunos como meios para revisar as estratégias utilizadas. Assim, a educação formal tem como principal objetivo desenvolver a autonomia dos alunos, para que sejam capazes de "resolver problemas e de ser agentes de sua própria aprendizagem" (NOGUEIRA, 2007, p. 89).

No caso específico da matemática, o construtivismo piagetiano buscou substituir o mecanicismo e a memorização por estratégias pedagógicas que construíssem as estruturas lógico-matemáticas dos estudantes, o conceito de número e os relacionados às quatro operações básicas, com "o auxílio de materiais concretos" (FIORENTINI, 1995, p. 19). O conhecimento matemático, agora compreendido como uma construção humana, impôs às práticas de ensino a necessidade de se valorizar o processo: o importante não seria "aprender isto ou aquilo, mas *aprender* a *aprender* e desenvolver o pensamento lógico formal (FIORENTINI, 1995, p. 21).

Essa nova forma de ver a aprendizagem, o ensino e o próprio conhecimento matemático fortaleceu o uso de jogos nos processos educativos. No entanto, as práticas que por ela se orientam devem ser regidas pelos princípios gerais que já comentamos, por isso exigem planejamento e avaliação adequados, que não ignorem o nível de desenvolvimento dos alunos e que os coloquem como objetos em que eles possam agir sobre, assimilá-los, acomodá-los, para, assim, se desenvolverem.

Por fim, destacamos que essa visão piagetiana, que julga essencial o agir para o desenvolvimento cognitivo e para a aprendizagem, tem sofrido variações e, apesar de, em certo sentido, ter sido precursora, não foi a única a considerar essa premissa. Existem outras. Uma delas é a perspectiva Sócio-histórica representada por L. S. Vigotski. No entanto, a atividade cognoscitiva, nessa perspectiva, toma rumo diferente e substitui a noção de "assimilação" pela de "apropriação" (LEONTIEV, 1981, apud CASTORINA, 2013, p. 170), o que significa trocar a visão biológica do agir por outra sócio-histórica.

Indica, ainda, que, no primeiro caso, para compreender, é necessário que os instrumentos que assimilam os objetos sejam criados, enquanto que, no segundo, eles têm origem social e são apropriados por meio dos signos linguísticos, “os instrumentos da atividade psicológica” (VERONEZZI; DAMASCENO; FERNANDES, 2012, p. 540). Portanto, a linguagem exerce um papel primordial na internalização e na formação dos conceitos. Esses processos se iniciam nos primeiros dias da infância, amadurecem na adolescência e se fazem em três diferentes fases, denominadas de *pensamento sincrético*, *pensamento por complexos* e *pensamento por conceitos*.

As duas primeiras fases são caracterizadas por pensamentos equivalentes funcionais aos conceitos genuínos, e o significado das palavras é predominantemente atrelado a aspectos concretos dos objetos. Na fase sincrética, eles são difusos, instáveis e se manifestam nos agrupamentos que as crianças fazem por meio das tentativas e dos erros - ou das aproximações sucessivas.

Na fase do pensamento por complexos, os agrupamentos são formados através da experiência. Ela é constituída de vários estágios e, no último deles, que é denominado de ***pseudoconceitos,*** as crianças fazem agrupamentos que apresentam os mesmos resultados funcionais das operações conceituais. Tal semelhança faz com que esse tipo de pensamento desempenhe “[...] um papel predominante na criança na vida real, e é importante como um elo de transição entre o pensamento por complexos e a verdadeira formação de conceitos” (VIGOSTKI, 2008, p. 84).

Nesses termos, a principal função dos complexos é de estabelecer elos e relações e de possibilitar a comunicação entre as crianças e os adultos, por meio de palavras que coincidem “quanto aos seus referentes, mas não quanto aos seus significados” (VIGOSTKI, 2008, p. 91). Isso significa que o pensamento infantil e o adulto, ainda que tenham equivalência prática e funcional, são mentalmente operacionalizados de formas diferentes. Consequentemente, como não podem transmitir seu modo de pensar, os adultos dão às crianças o significado acabado das palavras, em torno do qual elas constroem um complexo e se comunicam.

Esse processo é imprescindível para a formação de seus próprios conceitos, primeiro, em termos de aplicações práticas, depois, em nível abstrato. Por tudo isso, o pensamento por complexos, ainda que debilitado das abstrações genuínas, inicia a unificação das impressões dispersas e a organização dos elementos discretos da experiência e se torna a base para as futuras generalizações. O amadurecimento dessa forma de pensar, por sua vez, já insere o pensamento infantil na terceira fase do desenvolvimento dos conceitos, cuja transição se dá na adolescência.

Na fase do pensamento por conceitos, o pensamento evolui no sentido de a criança começar a agrupar os objetos baseada no máximo de semelhanças possíveis, por meio da abstração vaga e geral de tais atributos, para, depois, agrupá-los referenciando-se em um único aspecto. Nesse estágio, o dos conceitos potenciais, acontece uma espécie de "abstração isolante", de natureza primitiva, em que a criança acredita que situações semelhantes conduzem a desfechos semelhantes.

O pensamento por complexo e os conceitos potenciais, portanto, são a base para o surgimento dos verdadeiros conceitos. Isso é possível porque eles podem ser construídos pela experiência fatual e prática em um processo no qual a síntese se combina com a análise, e a palavra é o meio de converter as operações concretas para o plano das abstrações. Em outras palavras, a gênese dos conceitos oscila do particular para o geral e do geral para o particular, e sua ocorrência depende da existência de um problema a ser enfrentado pelos indivíduos.

Por óbvio, as assertivas acima e as que a precederam acarretam fortes implicações para a prática docente, especialmente no que concerne à aprendizagem dos conceitos científicos e sua relação com os que são formados espontaneamente no cotidiano. Esses pensamentos estão simultaneamente presentes na escola e diferem em termos evolutivos e funcionais, mas também na relação que estabelecem com as crianças: os primeiros são adquiridos na vivência de sala de aula, portanto, são caracteristicamente abstratos, formais e arbitrários; os segundos, têm origem na experiência pessoal e refletem, predominantemente, pensamentos por complexos. Nesse sentido, aponta Vigotski (2008):

> [...] Poder-se-ia dizer que o desenvolvimento dos conceitos espontâneos da criança é ascendente, enquanto o desenvolvimento dos seus conceitos científicos é descendente, para um nível mais elementar e concreto. Isso ocorre das diferentes formas pelas quais os dois tipos de conceitos surgem. ***Pode-se remontar a origem de um conceito espontâneo a um confronto com uma situação concreta, ao passo que um conceito científico envolve, desde o início, uma "atitude mediada" em relação ao seu objeto*** (grifo nosso). (VIGOTSKI, 2008, p. 135).

No entanto, tais diferenças não os impedem de se desenvolverem na mesma direção e de se influenciarem mutuamente. Mais adiante, esse intelectual complementa:

> [...] Ao forçar a sua lenta trajetória para cima, um conceito cotidiano abre caminho para um conceito científico e o seu desenvolvimento descendente. Cria uma série de estruturas necessárias para a evolução dos aspectos mais primitivos e elementares de um conceito, que lhe dão corpo e vitalidade. Os conceitos científicos, por sua vez, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança em relação à consciência e ao uso deliberado. ***Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo por meio dos conceitos espontâneos; os conceitos***

> ***espontâneos desenvolvem-se para cima por meio dos conceitos científicos*** (grifo nosso). (Ibid., p. 136).

Portanto, as formas mais desenvolvidas dos conceitos ajudam os de natureza cotidiana a evoluírem, e vice-versa, cada um se beneficiando dos pontos fortes do outro para fortalecer seus pontos fracos. Assim, os conceitos científicos, debilitados de concretude, mas eficientes no uso arbitrário da ação, e os cotidianos, desprovidos da abstração genuína, mas fortemente apoiados em bases concretas, evoluem de tal modo que estes últimos passam a ser vistos de forma mais ampla, a ponto de os indivíduos compreenderem que são casos particulares de um sistema maior. Em sentido inverso, suas bases concretas podem ser o ponto de partida para generalizações sucessivas, que culminam com abstrações e sistematizações de certos aspectos dos objetos, nas quais a compreensão de um conceito A exige um conceito B que o subsuma.

Nestes termos, Vigotski (2008) afirma que a falta de um sistema é a diferença essencial que distingue os conceitos espontâneos dos científicos, o que acarreta a utilização inconsciente dos primeiros pelas pessoas em seu cotidiano. Ele reforça que é o pouco desenvolvimento das estruturas infantis de generalidade que impossibilitam o surgimento e a internalização dos conceitos genuínos na criança. Tal tarefa cabe à instrução escolar, que também pode ser compreendida como mediação.

Assim se fortalecem as atividades mediadoras, que podem ser feitas tanto pelos professores quanto pelos alunos. As interações sociais e as atividades grupais são metodologias de ensino bastante pertinentes para a apropriação, a utilização e a reconstrução do conhecimento construído em âmbito social e cultural. Isso significa que a instrução e a mediação escolares não são feitas para transferir conhecimentos e fazer com que os alunos apenas os internalizem e os mantenham como se manifestaram no plano exterior, mas como uma reconstrução que exige participação mental e que transforma o já internalizado. Assim, o desenvolvimento cognitivo exige, pelo menos, três componentes: o objeto do conhecimento, a mediação e o sujeito. Porém, a atividade mediadora é realizada por indivíduos teoricamente mais capazes.

A consequência disso é que indivíduos menos desenvolvidos podem apreender conceitos de pessoas com um desenvolvimento superior e evoluir cognitivamente. Portanto, na concepção Sócio-histórica, a aprendizagem é que possibilita o desenvolvimento das funções psicológicas superiores que, antes, eram funções sociais. Tal aspecto é corporificado no conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que, segundo Vigotski (2007),

> [...] é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKI, 2007 p. 97).

Em outras palavras, embora a atividade mediadora possibilite a internalização dos conceitos, do social para o individual, ela deve ser feita dentro de certos limites. Mais precisamente, respeitando um limite inferior, que diz respeito à capacidade individual de resolver problemas - a Zona de Desenvolvimento Real - e outro superior, que faz referência à capacidade de resolver problemas com a ajuda de sujeitos teoricamente mais capazes - a Zona de Desenvolvimento Potencial.

É importante frisar, também, que esse espaço é dinâmico. Ou seja, o limite inferior, por meio da atividade mediadora, transforma-se em superior, e assim, os problemas que os sujeitos resolviam apenas com a ajuda "do outro" passam a ser resolvidos individualmente. Nessa perspectiva, o professor deve utilizar linguagens e metodologias de ensino compatíveis com a ZDP, caso contrário, não haverá a troca nem a reconstrução de significados, sem os quais não há aprendizagem, muito menos, ensino.

Nesse particular, os jogos podem dar importantes contribuições para as práticas docentes, porque, para Vigotski (2007), no jogo, as pessoas sempre se comportam além do que habitualmente o são. De início, basicamente, reproduzem situações, mas depois, com o surgimento das regras, criam coisas imaginárias e desenvolvem o pensamento abstrato, o que, segundo esse autor, favorece a criação de uma Zona de Desenvolvimento Proximal. Desse modo, para este autor, os jogos e as brincadeiras preenchem as necessidades de satisfação imediatas das crianças e nelas inauguram um processo psicológico de consciência, que as liberta de comportamentos essencialmente limitados pela percepção do ambiente e dos objetos.

Assim, se, a princípio, a criança tem praticamente unidos os processos de motivação e de percepção, de tal modo que, quase que instintivamente, ao ver uma escada, tenta subir, no jogo, ela resiste a esse extinto e passa a agir por motivações inerentes ao significado da situação ou do objeto. Isso significa que é no jogo que a criança aprende a agir na esfera cognitiva, a partir das ideias, e não, das coisas. É por meio dele que o significado passa a ser determinante para a percepção e para o desenvolvimento dos conceitos (VIGOTSKI, 2007).

O jogo, portanto, ajuda a desenvolver as abstrações e as hipóteses, que são de suma importância para a construção de qualquer conhecimento, especialmente o matemático, ainda que dependente das interações que acontecem durante a ação de jogar, quando, muitas vezes, as pessoas pensam por complexos. Um exemplo disso é quando a criança, em seu cotidiano ou na sala de aula, por meio de variadas formas de mediação, compreende os números negativos e positivos no cenário de ganhos e de perdas e tem a certeza de que determinada jogada lhe dá mais chances de vencer, sem, entretanto, compreender conceitualmente os números inteiros ou as ideias essenciais da probabilidade. Pode, ainda, por meio de tentativas e de erros, descobrir o número de jogadas possíveis em determinada situação, sem ter formado nenhuma conceito associado à análise combinatória.

Isso significa dizer que os alunos podem operar matematicamente nas situações práticas e funcionais do jogo sem ter consciência disso e compreendê-las naquele contexto, sem, necessariamente, entendê-las em outras situações, principalmente nas que exigem o uso dessas ações de forma arbitrária ou alienada de situações concretas. No entanto, conforme já comentamos, para Vigotski (2008), são essas formas de pensar que abrem caminho para as generalizações e para as formações dos verdadeiros conceitos. Assim sendo, podemos concluir que, também por isso, os jogos podem dar importantes contribuições para a aprendizagem da matemática escolar e que neles existem elementos que lhes transformam em objetos da "matemática em ação", manifestando-se nas crianças primeiro de forma prática, contextual e inconsciente, mas abrindo o caminho para as suas formas abstratas.

Assim, considerando o que foi exposto até aqui sobre as teorias de Piaget e de Vigotski e suas aplicações no uso dos jogos, perguntamos: é possível referenciar-se nessas duas teorias para compreender determinado objeto de estudo? É importante ressaltar que essa pergunta está longe de ser um ponto de consenso. Entretanto, apesar de esses autores apresentarem muitas divergências, não são dois corpos de conhecimentos indissolúveis. Nesse sentido, aponta Castorina (1998):

> As hipóteses centrais dos dois programas não são incompatíveis entre si, no sentido de que a aceitação de uma implicará a recusa de outra ... Mais ainda, um exame cuidadoso ressalta que as hipóteses centrais de um programa não exigem a aceitação nem a recusa das hipóteses do outro. Portanto, do ponto de vista lógico, pode-se falar da compatibilidade dos programas. (CASTORINA, 1998, p. 175-176).

Mais adiante, o autor conclui que a aprendizagem escolar pode tirar proveito das diferenças entre "o enfoque que dá primazia aos artefatos culturais em Vigotski e aquele que dá primazia à estruturação dos objetos em Piaget" (Ibid., p. 176). Além do mais, para Piaget, toda ação exige, pelo menos, três elementos, a saber: os fatores orgânicos, a interação entre os sujeitos e os objetos e a interação entre o sujeito e os outros sujeitos. Assim, várias ideias vigotskianas "já estão contempladas no modelo de Piaget" (DUARTE, 2001, p. 144).

Esses fatos nos possibilitam concluir que, ao considerar a construção do conhecimento um produto da interação entre o sujeito e o objeto, Jean Piaget não negou as interações sociais, enquanto Vigotski, ao afirmar que as interações sociais são a unidade básica para a construção dos conceitos, não anulou a importância da interação do sujeito com o objeto.

Essa incompatibilidade fica mais improvável ainda quando o objeto em questão é o jogo de regras, no qual é evidente a existência de uma interação entre os jogadores e os elementos constituintes do objeto jogo e entre os próprios jogadores. Acrescente-se a isso o fato de, quando utilizados para o ensino, os signos socioculturais presentes no jogo, que faz ele próprio ser um instrumento de mediação, e os conhecimentos culturalmente construídos a serem aprendidos através do professor-mediador, tornam evidente a existência de interações na sala de aula dos tipos sujeito-objeto e sujeito-atividade mediadora-objeto. O conflito parte, portanto, da perspectiva de que cada um subjaz as suas análises das interações do sujeito com o objeto: em Jean Piaget, predomina a visão biológica, enquanto Vigotski tem um olhar cultural.

Postas essas considerações, pensamos ser possível tirar proveito dessas teorias em uma mesma prática de ensino para compreender determinados aspectos, de acordo com o momento e com o tipo de interação realizada. Em outras palavras, podemos analisar nossa prática através de recortes e neles encontrar características que serão mais bem explicadas por uma teoria do que pela outra. Assim sendo, ao analisar a construção dos conceitos matemáticos por meio da interação direta dos alunos com as adaptações que fizemos no 'Jogo da Onça', utilizaremos algumas considerações piagetianas, e quando essas construções se fizerem por meio das interações sociais em sala, incluindo a atividade mediadora do pesquisador, apoiar-nos-emos em algumas ideias de Vigotski.

Por fim, destacamos que, historicamente, de um modo geral, as concepções que influenciaram o uso dos jogos na educação manifestaram-se, em maior ou menor grau, na utilização desses instrumentos na educação matemática em particular. Na próxima seção, vamos analisar como essas manifestações se deram nessa área do conhecimento, focando, sobretudo, o período que corresponde à sua consolidação como ciência.

6.2 O jogo e a Educação Matemática

Conforme já referimos, o uso de jogos na educação é antigo, sobretudo se tomarmos como ponto de análise seus processos informais. Na educação matemática, em particular, desde as antigas civilizações eles fazem parte dos processos de ensino, período no qual alguns autores afirmam que os problemas utilizados pelos escribas assemelhavam-se a enigmas ou a recreações matemáticas, levando-os a acreditar que eram motivados por razões lúdicas. Na Grécia Antiga, Platão já os defendia como meios pelos quais se podiam fazer aplicações práticas e desenvolver a abstração dos cálculos elementares, "com a introdução, por exemplo, das noções de par e ímpar e de proporcionalidade" (MIORIM, 1995, p. 47).

Existem registros, ainda, de matemáticos que os utilizaram para construir muitos conhecimentos, hoje popularizados na escola e com muitas aplicações práticas na sociedade. Corroborando nossa afirmação, Gusmán (1990), citado por Santos (2008), esclarece:

> Muitas das ideias pitagóricas sobre números foram originadas por jogos de configurações com pedras. Euclides utilizou jogos numa obra perdida Pseudaria ou O livro dos Enganos. Fibonacci cultivou uma matemática lúdica, o jogo deu também azo ao aparecimento do Liber de Ludo Aleae de Cardano, obra sobre jogos de azar, antecipando-se em quase um Século a Teoria da Probabilidade de Pascal e Fermat. Euler abordou o jogo das sete pontes de K*o*nigsberg como um problema, originando a Teoria dos Grafos e posteriormente a Topologia. Von Neumann e Morgenstern desenvolveram a Teoria dos Jogos, fundamental para o desenvolvimento econômico, analisando jogos de estratégia (GUZMÁN, 1990, apud SANTOS, 2008, p. 28).

No entanto, convém ratificar que, assim como aconteceu com a educação em geral, na educação matemática, seu uso esteve historicamente associado aos diferentes fatores socioculturais e se destacaram, durante muitos séculos, as influências das concepções que se teve da infância. Essa realidade, aparentemente, passou a ser questionada pelos que se apoiavam na didática de Comenius, que, referenciando-se nos estudos da Psicologia daquela época, valorizava a ação e a criatividade das crianças e as concebia de forma positiva. Posteriormente, essa mesma Psicologia respaldaria o uso de jogos associado ao ensino como reforço e à aprendizagem como mudança de comportamento. Essa visão, porém, foi contestada pelos estudos de Jean Piaget e de L. S. Vigotski, que delinearam outros contornos para sua utilização na educação em geral, que foram refletidas na educação matemática em particular.

Ressaltamos, todavia, que as diversas potencialidades dos jogos que destacamos até aqui não foram protagonistas nas práticas docentes durante muito tempo. No mundo e no Brasil, de um modo geral, elas foram predominantemente técnicas, livrescas, formais e centradas no professor ou na otimização de resultados até os anos de 1970 (FIORENTINI, 1995). Portanto, as posições e as correntes que valorizavam os jogos em suas várias vertentes – behavioristas, culturais, psicológicas, construtivistas etc. - assumiram espaços secundários nos currículos e nos processos de ensino e de aprendizagem até as décadas finais do século passado. No entanto, esse cenário começou a mudar significativamente a partir dos anos de 1970, e um dos fatores determinantes para isso foram o surgimento e a consolidação da Educação Matemática como campo de pesquisa.

Essa nova ciência, que engatilhou no final do Século XIX e início do Século XX, passou a contestar o conhecimento matemático como condição necessária e suficiente para o ensino dessa disciplina e buscou direcionar os debates dos Congressos de Matemática para o "como ensinar". Nesse período, ainda sem ter uma noção exata do papel que deveria exercer, apropriou-se de pesquisas de outras áreas do conhecimento (CURY, 2008), muitas das quais já considerando o jogo como um recurso capaz de desenvolver cognitivamente as pessoas. Nesse cenário, a Psicologia, como um dos seus embriões (KILPATRICK, 1996), foi uma das ciências que mais influenciou os novos rumos que tomaria a partir da década de 1970, com orientações que apontavam para a importância de práticas de ensino construtivistas e para o significado dos conteúdos matemáticos.

Aliados a isso, diversos fatores socioculturais e internos à própria matemática contribuíram para que o ensino tradicional fosse cada vez mais contestado e fizeram com que, gradativamente, temas "de natureza social e mesmo política" fossem debatidos na Educação Matemática, o que resultou em uma "mudança qualitativa" nas discussões relacionadas a conteúdos e a programas predominantes até então (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 11-12).

D'Ambrósio (1998) acrescenta que, a partir da década de 1980, essas discussões passariam a ser uma tendência em Educação Matemática, quando a Etnomatemática deu seus primeiros passos e depois se consolidou como um novo campo de pesquisa, colocando em evidência discussões sobre a influência do contexto sociocultural na aprendizagem. Nesse período, as propostas curriculares passaram a incorporar também orientações para o uso das tecnologias e de práticas pedagógicas construtivistas, ao mesmo tempo em que mudaram o foco da matemática escolar para a resolução de problemas (NCTM, 1980).

Nesse contexto, portanto, nasceu uma nova Educação Matemática. Nesta, o uso dos jogos ficou fortalecido (SANT'ANNA; NASCIMENTO, 2012) e, a partir de então, as pesquisas nessa área os exploraram, cada vez mais, a fim de atestar suas potencialidades de desenvolver cognitivamente os indivíduos, como objetos carregados de significados socioculturais, como instrumentos de mediação pedagógica construtivista e como espaços férteis para propor, resolver e explorar problemas matemáticos. Esse novo cenário influenciou, significativamente, as propostas curriculares do final do século passado e as práticas docentes, os transformando em uma das novas tendências temáticas e metodológicas para as pesquisas e para o ensino da Matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2012; MENDES, 2008).

Em termos curriculares, no Brasil, um marco foi a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998). Nestes, os jogos são objetos socioculturais em que a Matemática está presente; são atividades naturais, que desenvolvem os processos psicológicos básicos, além de recursos que podem proporcionar contextos de problemas e as estratégias para resolvê-los. Nesse sentido, esse documento disserta:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que esses sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

Consta, ainda, nesse documento, que, por meio dos jogos, podem-se analisar e avaliar os alunos quanto à compreensão, à facilidade e à capacidade de descrever e de fazer estratégias, o que lhe confere uma perspectiva de instrumento avaliativo.

Outros documentos curriculares brasileiros ratificam muitas dessas potencialidades, inclusive as consideram para outras áreas do conhecimento. No entanto, chamaram-nos à atenção os casos dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) e da nova referência curricular, ainda em construção, intitulada Base Nacional Curricular Comum (BNCC). O primeiro documento, por considerar o caráter sociocultural dos jogos como um fator importante para a articulação entre as disciplinas e atestar seu valor para o desenvolvimento de competências comunicativas, interpessoais e cooperativas; para favorecer a espontaneidade e a criatividade dos alunos, além de possibilitar que o docente desenvolva técnicas ativas de ensino e suas capacidades pessoais e profissionais de estímulo aos alunos, mas, sobretudo, por orientar para a construção de jogos pelos próprios discentes.

Uma sugestão desse texto curricular para esse processo criativo é de que se deve partir de temas ligados aos conteúdos. Acrescentamos que se pode partir de temas cotidianos, para respeitar os conhecimentos prévios dos alunos e valorizar seu contexto sociocultural, na perspectiva de minimizar o impacto gerado pelo encontro de seus conhecimentos pré-existentes com os ideologicamente selecionados e transmitidos na escola.

No caso da nova referência curricular (BNCC), chamaram-nos à atenção suas reiteradas orientações para o uso de jogos desde os anos iniciais do ensino fundamental, para desenvolver a socialização, a autonomia, a solidariedade e a alfabetização e introduzir os conhecimentos sistematizados, mas, sobretudo, por tecer várias orientações para o uso de jogos eletrônicos, possivelmente por fazerem parte do cotidiano de muitos jovens e de representarem o lúdico na linguagem digital e tecnológica, que possibilitou novos modos de pensar, de agir, de se relacionar e de aprender.

Nesse sentido, se antes as pessoas se encontravam em praças, agora fazem amigos e namoram pela internet; se mantinham o foco em uma ação específica, agora estudam, escutam músicas e batem papo simultaneamente; se reconheciam o professor e o livro como fontes únicas do conhecimento, agora pesquisam na rede e "duvidam" de muitas informações por tais fontes repassadas. Por fim, se antes aprendiam de forma séria, agora preferem aprender por meio do brincar ou por atividades relacionadas ao brincar (VEEN; VRAKKING, 2009).

É nesse contexto tecnológico, que marca profundamente a sociedade atual que se insere o uso dos jogos eletrônicos em sala de aula. Porém, não é somente por representar o lúdico na esfera do digital que sua utilização é justificada, mas também porque preservam as potencialidades dos jogos analógicos e acrescentam outros aspectos importantes para o ensino e para a aprendizagem atuais.

Para Gee (2010), por exemplo, os bons jogos funcionam da mesma forma que a mente humana nos processos de compreensão: fundamentam-se em simulações perceptuais que preparam os agentes para uma ação e são permeados de treze princípios de aprendizagem, que podem e devem ser transferidos para a escola. Esses princípios são divididos em três grupos: *autocapacitação, resolução de problemas e compreensão.*

O grupo da autocapacitação, de maneira geral, diz respeito ao fato de os bons jogos possibilitarem que os jogadores sejam agentes ativos e personalizá-los; que assumam um compromisso de longo prazo na situação lúdica e por possibilitar a ação dos jogadores a distância, mesmo de forma virtual, além de serem compostos de ferramentas inteligentes.

O grupo da resolução de problemas, em síntese, refere-se ao fato de os bons jogos apresentarem problemas que requerem o desenvolvimento de hipóteses e preparam os jogadores para as etapas seguintes, adequando-se ao seu regime de competências e oferecendo uma espécie de proteção aos iniciantes. Refere-se, ainda, ao fato de as informações apresentadas nos problemas serem contextualizadas, imediatamente aplicáveis e fazerem referência a sistemas simplificados, que possibilitam identificar as variáveis mais importantes.

O grupo da compreensão, por seu turno, está relacionado ao fato de os bons jogos possibilitarem que os jogadores compreendam seus elementos como um todo integrado e pensem em função de suas experiências e reconstruções para dar significado às palavras e aos conceitos.

Inevitavelmente, um contraponto entre a aprendizagem dos alunos no ambiente do jogo e no educacional pode revelar, sob certo espectro, por que grande parte deles ama os jogos e repudia a escola. Nesta, geralmente, não se permite a ação dos alunos e se ministra um ensino padronizado, que não tem a ver com sua identidade; não se utiliza ferramentas que potencializam significativamente suas habilidades intelectuais, muitas vezes, os limitando a um excessivo uso da exposição oral e de exercícios de fixação, que não respeitam sua individualidade, tampouco seu desenvolvimento.

Isso acaba por gerar um sentimento de frustração, nos que não conseguem resolvê-los, ou, então, de inutilidade, já que, embora os resolvendo, os alunos não sabem como, quando, nem onde utilizar um conhecimento que é descontextualizado e que não partiu do seu interesse. Além do mais, geralmente são informações apresentadas compartimentalizadas e desconexas umas das outras, o que impossibilita a formação de estratégias e o aprendizado sistematizado.

Do exposto, podemos afirmar que os jogos eletrônicos, diferentemente do que se supunha até pouco tempo, podem contribuir em muitos aspectos com os processos educacionais. Até os que se revestem de preconceitos sobre eles, alegando um forte conteúdo de violência e um exímio poder de “tirar a concentração” dos alunos no ambiente educacional, não podem deixar de admitir sua eficácia em prender a atenção dos jovens no ambiente do jogo, o que seria muito bem quisto nas salas de aula. É também por essa razão que os princípios de aprendizagem devem se inserir no contexto educacional.

Nessa perspectiva, Gee (2010) afirma que, embora não se oponha ao uso do jogo propriamente dito, a simples transferência de seus princípios para o campo educacional pode contribuir de forma significativa para a aprendizagem do conteúdo escolar. Para Johnson (2005), seus benefícios perpassam os limites dos conteúdos propriamente ditos, porquanto nos obrigam a pensar por meio da tomada de decisões, da realização de escolhas e da definição de prioridades, o que resulta em uma aprendizagem colateral, duradoura e, muitas vezes, mais importante do que o próprio conteúdo explorado.

Veen e Vrakking (2009) afirmam que existem similaridades entre jogar e aprender: aprendemos pelo reconhecimento dos padrões que nos cercam e nos motivamos para tal por razões pessoais e coletivas. Porém, as competências pessoais necessárias são desenvolvidas por simulações feitas pelo cérebro, que se acumulam em forma de experiência e compõem um repertório de atitudes que ajudam a solucionar problemas e situações imprevistas. Segundo esses autores, assim se procede nos jogos eletrônicos.

Alves (2012) assevera que os jogos eletrônicos contribuem para o desenvolvimento social, cognitivo e afetivo e ressignificam diferentes conceitos. E, como são estruturados por um desafio ou um problema que exige uma solução, ao mesmo tempo em que conservam e mantêm seu caráter lúdico, os jogos eletrônicos, segundo a autora, possibilitam habilidades fundamentais, tanto no que concerne ao ensino quanto à aprendizagem. No tocante à mediação, afirma que os jogos podem proporcionar uma aprendizagem dinâmica e interativa, com desafios cognitivos que contribuem para a constituição de práticas docentes construtivistas.

Moita (2006, s.p.) enuncia que os *games* se inserem "num contexto cultural-curricular juvenil" e comportam a dupla possibilidade de agregar o lúdico e a mediação de conteúdos, promovendo uma aprendizagem de saberes, de comportamentos, de habilidades, de competências, de valores e de atitudes de forma prazerosa. Assim sendo e devido à popularização das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC), que possibilitaram a utilização em massa desses tipos de jogos, podemos concluir que grande parte dos alunos, de diferentes faixas etárias, traz conhecimentos adquiridos nesses contextos que podem ser conectados com os conhecimentos pedagógicos e proporcionar mais produtividade na aprendizagem e no ensino escolares (MOITA, 2016).

Nesse sentido, Moran (2007) afirma que os jogos eletrônicos são meios de aprendizagem adequados às novas gerações e atesta seu potencial para desenvolver habilidades motoras, tomar decisões, criar situações novas e desafiadoras, em todos os níveis de educação. No entanto, no nível superior, destaca os casos da Administração e da Economia, em que *os games* são utilizados para representar ambientes e situações parecidas com as que as pessoas enfrentam na realidade. Segundo esse autor, no decorrer das interações, transmitem-se grandes quantidades de conceitos, gera-se o envolvimento emocional dos jogadores e se produz um aprendizado progressivo, por meio da análise de erros e de acertos, além de desenvolver nos participantes habilidades para diagnosticar, programar soluções e trabalhar em equipe.

Em relação à potencialidade de o jogo envolver emocionalmente os participantes, este aspecto tem motivado a ideia de que sua sistemática pode ser transferida para outros contextos, sem ter que se usar, necessariamente, o jogo propriamente dito. Esse processo é denominado de *Gamificação* e definido por Busarello, Fadel e Ulbricht (2014) como sendo a ação de pensar como em um jogo, utilizando as sistemáticas e mecânicas do ato de jogar em outros contextos, para a resolução de problemas, para a motivação e para o engajamento.

O engajamento e a motivação proporcionados pelo prazer, pela felicidade e pelo divertimento das pessoas no ato de jogar são condicionados pelo equilíbrio entre os desafios apresentados e as habilidades das pessoas envolvidas. Satisfeita essa condição, os jogos ou seus elementos podem levar à obtenção de foco, à concentração e ao êxtase e gerar uma sensação de que o tempo diminuiu e a motivação é intrínseca, o que proporciona aos participantes entrarem em um estado de *flow* (CSIKSZENTMIHALYI, 1990).

Os jogos e os seus elementos, portanto, têm sido reconhecidos por despertarem o interesse dos alunos, o que nos revela uma de suas potencialidades para o cenário educacional, ambiente extremamente carente desses aspectos. Talvez por isso, não raras vezes, procuramos estimular os alunos por meio de pontos extras, estabelecemos regras para determinadas situações e um tempo para que terminem alguma tarefa, recompensando-o por alguma "proeza". Ao assim fazer, conscientemente ou não, estamos inserindo elementos da *gamificação* na educação. Aliás, o próprio sistema de ensino, historicamente, já carrega consigo vários elementos contidos nos jogos: regras, pontos, prêmios, recompensas, níveis, desafios, dentre outros.

Mas, se esses elementos estão na educação, por que ela não é tão divertida e instigante quanto o jogo?

Dentre outras justificativas, podemos afirmar que, no jogo, um dos fatores que proporcionam a diversão é o equilíbrio entre o desafio que os problemas impõem e as habilidades dos indivíduos que tentam resolvê-los. Infelizmente, em nome de um conteúdo obsoleto e de um planejamento rígido, são apresentados aos alunos problemas que estão muito além de suas possibilidades. Como o resultado geralmente é desastroso, utiliza-se o antídoto de se proporem desafios extremantes fáceis que, igualmente aos difíceis, não instigam nenhum sentimento de atração para os alunos. De um lado, temos a ansiedade, de outro, o tédio. Em ambos os casos, o resultado é o fracasso, em termos de aprendizagem ou de motivação.

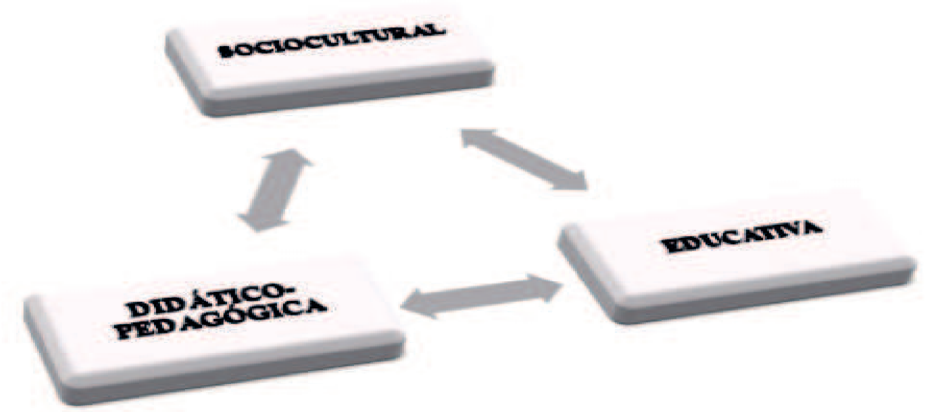
Por fim, seja o jogo analógico ou digital, a literatura que o defende na educação é vasta, e sua multiface, nos campos educacional, psicológico, biológico, epistemológico e cultural, refletiu-se em usos variados. Como a Educação Matemática é uma área do conhecimento que se permitiu influenciar por muitas deles, suas potencialidades para o ensino da matemática são igualmente multifacetadas. No entanto, considerando o objetivo prático em sala de aula, elas podem ser organizadas em algumas perspectivas, ainda que tal organização tenha sido objeto de discussões de alguns autores e não represente um consenso geral (DONDI; MORETTI, 2007; GRANDO, 1995, 2000; KISHIMOTO, 1995; MOURA, 1992).

Vial (2015) sintetiza, no entanto, que o jogo pode atingir as dimensões educativa e didática. No primeiro caso, assume as funções de desenvolver a motricidade, a afetividade, a cognição, além de estar associado à construção dos conhecimentos. Abrange, portanto, as esferas da aprendizagem sensorial e moral dos alunos. O jogo didático, por sua vez, apesar de, na visão do autor, representar uma contradição, pois, para ele, é conflituoso associar sua gratuidade ao utilitarismo e às obrigações escolares, assume fins mais limitados do que os de natureza educativa e está associado à introdução, à construção ou à consolidação de conceitos particulares.

Em sentido parecido, Moura (1992), citado por Grando (2000, p. 4), define o jogo pedagógico "*como aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança*". Podemos concluir, portanto, que ele assume finalidades afins aos didáticos, e aqui os englobaremos em uma única dimensão: a didático-pedagógica.

Destacamos, ainda, uma terceira perspectiva, que tem envolvido o uso dos jogos em sala de aula, principalmente depois da mudança qualitativa da Educação Matemática, que colocou em evidência a relação das influências sociais e culturais na aprendizagem e fez protagonistas campos de pesquisa como a Etnomatemática: a sociocultural. Essa perspectiva abrange o uso desses instrumentos associados aos signos e aos significados que carregam de determinadas sociedades, à construção e à evolução do próprio conhecimento matemático e ao fato de poderem reforçar suas bases culturais e de serem objetos representativos de sociedades específicas.

Figura 5- Perspectivas do uso de jogos em Educação Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme esquematizado na figura acima, em nosso modo de ver, essas três dimensões estão entranhadas de tal modo que é praticamente impossível dissociá-las uma da outra por completo. Nestes termos, os jogos estão sempre carregados dessas três perspectivas, mas seu uso não garante que elas se materializem em sala de aula. Tal materialização está relacionada aos objetivos que o docente visa alcançar e, assim, os objetivos e a prática são fatores determinantes para que uma ou duas delas predominem sobre as outras. Isso significa que a utilização de jogos em sala de aula carece de intencionalidade e não pode estar relegada ao acaso ou à espontaneidade. Portanto, a eficácia de seu uso exige planejamento, objetivos e avaliação adequados.

Em nosso caso, adaptamos o 'Jogo da Onça' para construir conceitos matemáticos relacionados à adição e à subtração de números decimais. Assim, sua dimensão didático-pedagógica se evidenciou. No entanto, a representatividade que o jogo original e os personagens das adaptações feitas têm, respectivamente, para as comunidades indígenas e para os alunos pesquisados, trouxe à tona sua dimensão sociocultural. Por outro lado, o momento da aplicação do jogo foi rico em manifestações de natureza cooperativa, cognitiva, socializante e afetiva, e, assim, sua faceta educativa também esteve presente.

Por fim, afirmamos que as potencialidades detectadas para os jogos em geral, sintetizadas nas três perspectivas discutidas, instigaram-nos a investigar como elas se apresentam no 'Jogo da Onça'. As investigações tecidas nos permitiram diagnosticar particularidades de seu uso que, embora não transborde nenhuma delas, reveste-as de singularidades que o enriquecem e o fortalecem em sala de aula. Tecemos considerações a esse respeito na seção seguinte.

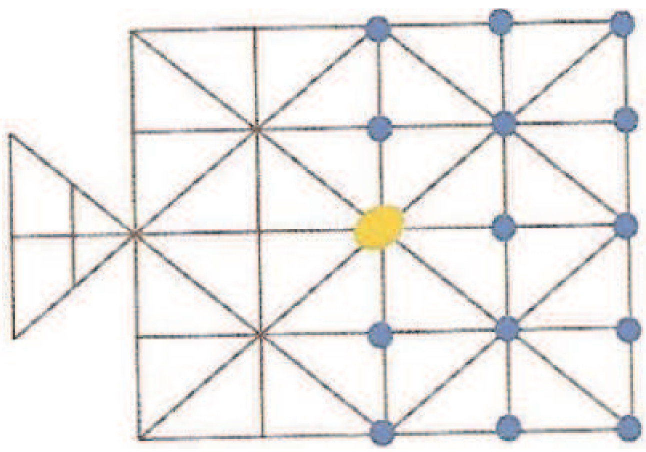
6.2.1 O 'Jogo da Onça': das tribos indígenas à comunidade escolar

A dimensão sociocultural dos jogos, conforme já comentado na seção anterior, relaciona-se ao fato de eles poderem ser representativos de sociedades específicas. Nesse sentido, os jogos da Família Mancala, os jogos eletrônicos, os jogos de caça e de capturas podem representar, respectivamente, as sociedades africanas, os jovens nativos digitais (PRENSKY, 2001) e as comunidades tribais, que ainda buscam alimentos no ambiente natural e procuram atacar animais para sobreviver e ou para se defender.

No último caso, encaixa-se o 'Jogo da Onça', cuja suposta origem é associada por alguns pesquisadores à sociedade indígena (LIMA; BARRETO, 2005). Também denominado de Adugo em algumas dessas comunidades, segundo Vinha (2010) e Franco (2012), tem uma série de elementos representativos desse contexto sociocultural. Lima e Barreto (2005), por sua vez, afirmam que ele é praticado pelos *Bororos,* no Mato Grosso, e pelos *Manchineris*, no Acre. No entanto, acrescentam que jogos semelhantes a esse existem, sobretudo no que diz respeito à sua mecânica, que é baseada na existência de uma peça solitária, que representa um animal ou um homem poderoso, e de outras mais numerosas, simbolizando animais ou pessoas mais frágeis, que buscam encurralar o personagem solitário.

Nesse sentido, apontam que, nos países nórdicos, existe o jogo ‘Raposa e gansos’; no Nepal, ‘Bhagachal’; na Índia, ‘Iaukatikata e ‘O tigre e as cabras’’; no Peru, ‘O puma e os carneiros’; e na China, ‘O senhor feudal e os camponeses’. No caso brasileiro, os personagens são uma onça e quatorze cachorros, que ocupam, respectivamente, a posição central, em amarelo, e as outras representadas pelos pontos azuis, como demonstra a figura abaixo.

Figura 6- Tabuleiro do ‘Jogo da Onça’



Fonte: Lima e Barreto (2005, s.p)

Distribuídas as peças conforme a figura acima, seguem-se as seguintes regras:

Quadro 3- Regras e mecânica do ‘Jogo da Onça’

MECÂNICA	REGRAS
NÚMERO DE JOGADORES	Dois. Um fica com a onça, e o outro, com os 14 cachorros.
OBJETIVOS	O jogador que estiver com a onça deve capturar cinco cachorros, e o que estiver com os cachorros deve encurralar a onça, deixando-a sem possibilidade de se mover em qualquer região do tabuleiro. Observação: o jogador que está com os cachorros não pode capturar a onça.

MOVIMENTAÇÃO	O jogador que está com a onça inicia a partida, movendo sua peça para qualquer casa adjacente que esteja vazia. Em seguida, o que está com os cachorros deve mover qualquer uma de suas peças também para uma casa adjacente que esteja vazia. As peças podem ser movidas em qualquer direção. A onça captura um cachorro quando salta sobre ele para uma casa vazia (como no jogo de damas). A captura pode acontecer em qualquer sentido. O jogador pode fazer mais de uma captura, se for possível (também como no jogo de damas). Os jogadores alternam as jogadas até que um dos dois vença a partida.
VENCEDOR	O jogador que está com a onça, quando consegue capturar cinco cachorros. O jogador que está com os cachorros, quando consegue imobilizar a onça.

Fonte: Lima e Barreto (2005, s. p.)

Com base nas regras acima, na mecânica do jogo, nas representações simbólicas de seus personagens e na forma como os nativos os praticam, utilizando apenas materiais encontrados na natureza circundante, Vinha (2010) atestou sua representatividade para os indígenas e o apontou como estratégia pedagógica enriquecida de significados sociais e históricos dessas sociedades. Acrescenta, ainda, que essa significação cultural, que se materializa no planejamento, na avaliação, nos cálculos e na ética que esse jogo exige, é um de seus componentes cognitivos, o que contribui para a reflexão sobre as representações da sociedade que os pratica e proporciona uma ação pedagógica de caráter intercultural.

Nesse sentido, Franco (2012) o compreende como um artefato promotor de reflexões e análises sobre modelos de condutas e o considera um instrumento de fundo cultural, transmissor da filosofia de vida dos povos indígenas e dos seus saberes, sobretudo no que concerne ao respeito pela natureza, pelo outro e por si próprio. O autor refere que, como os cachorros precisam se "unir" para poder encurralar a onça, os indígenas precisam trabalhar em equipe para superar seus desafios e lutar por dignidade, respeito e valorização, o que o configura como um instrumento de grande potencial curricular.

Collet, Paladino e Russo (2014) afirmam que esse jogo é praticado também pelos indígenas *Huni Kuin*, no Acre e no Peru e que é preciso contextualizar com os alunos a forma como ele é jogado nessas comunidades. Os autores acrescentam que ele desenvolve o raciocínio lógico e é potencialmente capaz de contribuir para abordar a temática indígena, exigida pela Lei nº. 11.645/2008 e pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira - Lei n.10.639/2003. [10]

Do exposto, podemos identificar algumas potencialidades e perspectivas de utilização do 'Jogo da Onça': ligado à temática indígena, como aplicação da Lei nº. 11.645/2008, como desenvolvedor de habilidades, como raciocínio lógico, estratégias e

[10]Instituiu a obrigatoriedade do ensino da história e da cultura afro-brasileira nos currículos dos estabelecimentos de ensino públicos e privados no país, o estudo da história e das culturas dos povos indígenas, alterando a LDB/199 (COLLET; PALADINO; RUSSO, 2014).

planejamento, dentre outros aspectos importantes para a aprendizagem do conhecimento matemático. Essas potencialidades nos instigaram a utilizá-lo em sala de aula. No entanto, redirecionamos seu contexto original para a realidade em que os alunos pesquisados estavam inseridos. Para isso, substituímos os personagens originais por outros de seu cotidiano ou os relacionamos com temas sócio-político-culturais atuais. Assim, a onça e os cachorros deram lugar a raposas, a bodes e a galinhas, e os materiais da natureza utilizados pelos indígenas cederam espaço para materiais recicláveis, produtos do nosso modo consumista de viver. Em outro momento, utilizamos como personagens o consumidor, os impostos, os clientes e os preços da gasolina.

Com essas mudanças, estabelecemos um contraponto entre o modo de vida indígena e nossa forma "civilizada" de existir, sobretudo no que tange à maneira como nos relacionamos com a natureza. Apesar dessas modificações, procuramos manter a mensagem do jogo original: se quisermos superar os desafios impostos pelo "mais forte", muitas vezes materializados pelos anseios de uma elite cada vez mais rica e poderosa, sempre sedenta por mais riqueza e poder, os menos abastados precisam unir suas forças. Só assim, terão êxito em suas aspirações de melhoria de vida, o que implica, inevitavelmente, no modelo capitalista ao qual estamos submetidos, em um conflito de interesses dessas duas realidades.

Nesse sentido, o 'Jogo da Onça' nos apresenta mais uma potencialidade: sua dinâmica possibilita que seja adaptado para contextos socioculturais variados, sem, entretanto, perder sua essência, tanto no que diz respeito à sua mecânica ou operacionalização, quanto à representatividade para superar os desafios enfrentados pelos mais fracos. Mas, não é só isso. Segundo Oliveira (2011), o 'Jogo da Onça' tem suas regras, elementos e objetivos direcionados ou construídos a partir da geometria de seu tabuleiro. Portanto, pode ser utilizado para discutir, apresentar e explorar conceitos ligados à geometria. Já discutimos sobre esses usos na introdução desta pesquisa e citamos os trabalhos de Teixeira e Santos (2014), Oliveira et. al. (2015), Sardinha e Gaspar (2010) e Vargas et. al. (2014).

Aqui, acrescentamos o trabalho de Liliane F. Giordani e Renato P. Ribas, coordenadores do programa de extensão (2014/2015) intitulado 'Jogos lógicos de tabuleiros' (Lobogames), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS). Nesse programa, procuram-se resgatar os jogos abstratos de estratégia como instrumentos pedagógicos que desenvolvem o raciocínio lógico dos praticantes, aumentam a capacidade pessoal de avaliar situações do cotidiano, de refletir e de tomar decisões e de desenvolver o senso crítico e a aprendizagem de novos conteúdos. Propõe, para tanto, uma sequência de jogos, em ordem crescente e hierarquizada de complexidade, em que o 'Jogo da Onça' é enquadrado como de complexidade 2 - movimento livre com captura – e, portanto, é considerado potencialmente capaz de desenvolver as habilidades que o programa se propõe a atingir.

Para as questões ligadas à formação docente, esse jogo vem ganhando espaço em algumas propostas pedagógicas brasileiras, como o Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado de Paraná (PDE) que, com o objetivo de proporcionar aos professores subsídios teóricos e metodológicos e desenvolver ações educacionais sistematizadas, que redimensionem suas práticas, propõe o 'Jogo da Onça' para elaborar conceitos geométricos, promover a aprendizagem significativa de conteúdos escolares e despertar o reconhecimento e a formação dos valores sociais indígenas.

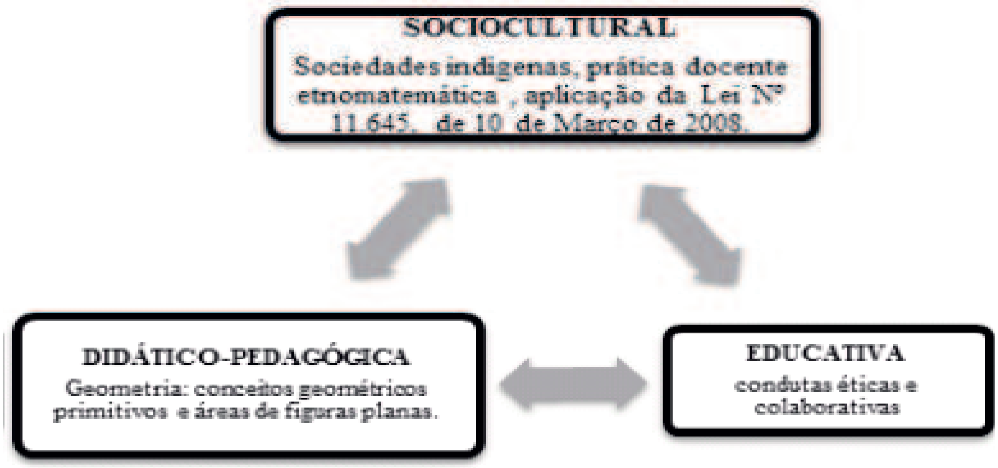
O Departamento Pedagógico de Ensino Formal, do Centro de Formação Pedagógica (CENFOP), em Ipatinga-MG, sob a justificativa da já citada Lei nº 11.645, de 10 março de 2008, objetivando incentivar e promover ações e reflexões para valorizar a diversidade e o respeito às diferenças e proporcionar pesquisas sobre a cultura afro-brasileira e a indígena, propõe como uma das atividades o 'Jogo da onça'.

Ainda em âmbito legal, a Secretaria Municipal de Educação do Estado de São Paulo instituiu, nas escolas municipais de educação básica, através da Portaria nº 7.240, de 21/10/2016, o programa 'Jogos de tabuleiro', por meio dos quais se podem abordar a história e a cultura dos povos do continente americano. Nesse documento O 'Jogo da onça' é considerado um dos "quatro maiores jogos de tabuleiros da humanidade".

Também na rede de educação municipal de São Paulo, encontramos o documento orientador curricular 'Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral', cujo foco são os direitos de aprendizagem em Matemática. De caráter interdisciplinar, considera que os jogos e as brincadeiras são atividades importantes para a saúde mental e para os impulsos naturais do ser humano, que podem representar a raiz da cultura humana e contribuir para a inclusão de crianças com alguma deficiência na sociedade. Para o caso específico do 'Jogo da Onça', ratifica sua potencialidade de desenvolver o raciocínio lógico matemático, de possibilitar a criação de conceitos acerca de outros saberes e fazeres existentes no espaço escolar e de ajudar a ultrapassar os limites da origem hegemônica do conhecimento, o que nos leva, inevitavelmente, a uma das ideias fundamentais da Etnomatemática.

É evidente, então, que o 'Jogo da Onça', apesar de estar apenas engatilhando no cenário educacional, apresenta muitas das potencialidades educativas e didático-pedagógicas que já foram discutidas. No entanto, tem suas singularidades e utilizações particulares. Em síntese, em sua dimensão didático-pedagógica, esse jogo tem sido predominantemente utilizado relacionado ao conteúdo de geometria: introduzindo, apresentando ou explorando os conceitos geométricos primitivos e os de áreas de figuras planas. Em termos educativos, tem contribuído com reflexões sobre a necessidade de condutas éticas e colaborativas que "o mais fraco" deve ter para enfrentar os desafios impostos pelo "mais forte", ambos entendíveis em diversos contextos, enquanto que, socioculturalmente, tem se destacado por fortalecer e promover as sociedades indígenas, por permitir a prática docente na perspectiva etnomatemática e a aplicação da Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008. A figura abaixo esquematiza a nossa sintetização:

Figura 7- Casos particulares de utilização do 'Jogo da Onça' em sala de aula



Fonte: Elaborada pelo autor

É importante frisar que, apesar das entranhas existentes entre as perspectivas didático-pedagógica, educativa e sociocultural, é perceptível a naturalidade com que esta última se apresenta. Portanto, a utilização do 'Jogo da Onça' em sala de aula será incompleta se não for enfatizada pelo docente. Poderíamos até dizer que, em certo sentido, ignorar a relação existente entre esse jogo e a sociedade indígena é sermos desonestos com nossos alunos, mas, sobretudo, com os índios. Todavia, isso não significa que sua utilização deva ser estática em sua significação cultural primária, principalmente porque a personalização é mais uma de suas potencialidades.

Essa característica parece não ter sido levado em conta nas versões digitais desse jogo que encontramos que, pensamos, são respostas e tendências naturais que o lúdico tende a trilhar na atual conjuntura social, permeada pelas tecnologias digitais de informação e comunicação. Nesse sentido, assim como já aconteceu com jogos mais populares como o de Damas e o Xadrez, o 'Jogo da Onça' começa a engatilhar nas telas dos computadores e dos dispositivos móveis, o que nos proporcionou detectar alguns projetos de digitalização em construção ou já finalizados.

Destacamos aqui o aplicativo desenvolvido por Alessandra de Oliveira Freitas e Maurício Caetano dos Santos, em maio de 2015, como requisito para a conclusão do curso "Literatura, Etnicidade e Gênero - Subsídios para a Educação das Relações Étnico Raciais", em São Mateus- SP, e o "*The Jaguar Hunt Game*", lançado em 07 de abril de 2012, em inglês, por Abdias Lira. Tivemos também acesso ao pré-lançamento do aplicativo "*The Jaguar Game*", desenvolvido por Marcelo Raimundo para a "Origem- Jogos e Objetos", para ser disponibilizado na App Store. No entanto, até a redação desta pesquisa, não o encontramos para ser baixado.

Ao analisar esses aplicativos ou projetos de digitalização, percebemos que eles se apresentam demasiadamente simples e, além de não serem personalizáveis, não apresentam os demais princípios de aprendizagem defendidos por Gee (2010), já discutidos na seção anterior. Assim, julgamos pertinente utilizar o 'Jogo da Onça' na forma analógica, porque podemos adaptá-lo em seus personagens, regras e objetivos e inserir novos elementos para ensinar as operações matemáticas de adição e subtração de números decimais exatos. Tratamos dessas adaptações na seção seguinte. Antes, porém, fazemos algumas considerações históricas sobre os números decimais e alguns instrumentos utilizados para operacionalizá-los, tanto no cotidiano, quanto na sala de aula.

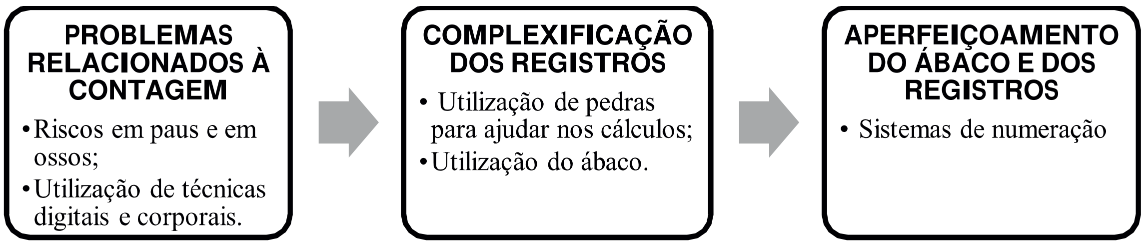
6.2.1.1 Novos cenários para adicionar e subtrair números decimais

O conhecimento matemático, conforme já citado nesta pesquisa, foi construído e continua a se desenvolver a partir das necessidades do homem na realidade em que se insere. Eventos como o surgimento da agricultura, a domesticação de animais, as revoluções religiosas, as grandes navegações e as revoluções industriais, cada um a seu modo, impuseram desafios que conceberam o desenvolvimento da matemática como conhecimento e disciplina.

No caso específico dos números, há indícios de que o seu conceito tenha se formado no Paleolítico, devido à necessidade de se estimar quantidades relacionadas a alimentos, animais ou pessoas. Portanto, surgiu diretamente relacionado à contagem, que, inicialmente, se deu pela percepção das diferenças e semelhanças entre coleções de objetos e pelo estabelecimento de correspondências biunívocas, para depois ser feita por meio de representações com riscos em paus e ossos ou através dos dedos e de outras partes do corpo (MIORIM, 1995).

Nesse processo, longo e duradouro, as sociedades humanas ficaram cada vez mais complexas, sobretudo a partir do surgimento das primeiras cidades. Nesse cenário, os registros primitivos em ossos e em paus e as técnicas digitais de cálculos se tornaram insuficientes para a nova realidade contábil que passara a existir. Foi preciso, então, recorrer à utilização de pedras, o que acarretaria no surgimento do ábaco, que, por sua vez, contribuiu para o aperfeiçoamento dos cálculos, para a evolução dos registros e, consequentemente, para o surgimento dos sistemas de numeração (MIORIM, 1995). Nesse sentido, Duarte (1988) afirma que o ábaco fez parte de uma etapa intermediária entre os registros relacionados à contagem e à criação dos sistemas numéricos. Assim, podemos traçar um possível caminho de evolução dos números, que vai desde o seu surgimento, a partir da contagem primitiva, até sua sistematização.

Figura 8 - Possível evolução dos sistemas de numeração



Fonte: Elaborado pelo autor com base em Duarte (1988) e em Miorim (1995).

Esse percurso seria comum a vários sistemas numéricos. No entanto, o hindu-arábico, ou sistema de numeração decimal, foi o que prevaleceu sobre os demais e é o que utilizamos atualmente. Mas, então, o que o teria levado a se sobressair em relação aos outros?

O desenvolvimento das sociedades impôs vários desafios aos sistemas numéricos, sobretudo no que diz respeito a sua capacidade de operar com números cada vez maiores. Assim, foi necessário criar agrupamentos de objetos, e o “emprego de ‘bases’ (base 10, base 2, base 60 e outras) foi uma solução para auxiliar na contagem” (CUNHA, 2002, p. 50). Entretanto, segundo Cunha (2002), a utilização de um mesmo símbolo para representar quantidades diferentes, de acordo com a posição que ocupa na disposição de um número, só existiu entre os babilônios, os chineses, os maias e os hindus. Estes últimos, por sua vez, inovaram ao criar um símbolo para representar a ausência de quantidades, o zero (0).

Os hindus, portanto, criaram um sistema de numeração pioneiro na utilização simultânea desses dois mecanismos, essenciais para simplificar os cálculos numéricos: a inclusão do algarismo zero (0), para representar quantidades vazias, e a manutenção do valor posicional dos símbolos, já utilizada no ábaco. Duarte (1988) assevera que as operações, antes feitas apenas no ábaco, também passaram a ser efetuadas por escrito, de forma muito mais simplificada do que nos outros sistemas de numeração.

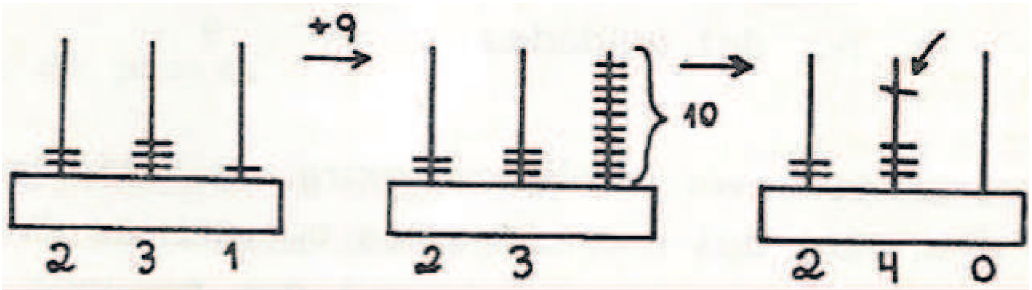
Enfatizamos acima apenas as razões internas ao próprio conhecimento matemático, mas, conforme já comentado, diversos fatores sócio-histórico-culturais, como o desenvolvimento da escrita, as grandes navegações e o desenvolvimento do comércio, contribuíram para a construção e a evolução dos números decimais, bem como para a sua universalização. Nesse particular, não se podem negligenciar as contribuições dos árabes, razão pela qual esse sistema é também chamado de hindu-arábico. É importante ressaltar que esses povos trouxeram para o Ocidente as ideias essenciais que constituem a base do sistema de numeração decimal e são responsáveis por uma das mais importantes invenções da humanidade. Entretanto, a forma como os escrevemos na contemporaneidade foi fruto de uma evolução lenta e gradual, e a notação atual com a vírgula "deve-se ao neerlandês Wilbord Snellius no Século XVII" (IFRAH, 1981, apud CUNHA, 2002, p. 53).

De todo modo, a consequência da evolução dos sistemas numéricos e de sua escrita foi que, a partir de então, igualmente ao que já acontecia com os números, passaram a ser possíveis pelo menos duas formas de representar as operações matemáticas: uma apoiada em um objeto concreto, e a outra, em ideias abstratas, utilizando-se apenas símbolos e sinais. Essa dupla possibilidade foi extremamente importante para a resolução de cálculos matemáticos. Miorim (1995, p.29) afirma que as operações fundamentais matemáticas, até o começo do Século XIX, eram um assunto de especialistas e, na forma escrita, "seriam apenas 'jogos de príncipe do pensamento'". Nesse contexto, o ábaco se transformou em um elemento indispensável, tanto para a resolução de problemas do cotidiano quanto para a aprendizagem dessas operações na escola.

Se os problemas da contagem fizeram surgir os sistemas de numeração constituídos apenas por números decimais naturais, os desafios relacionados com a medição deram origem aos números fracionários, às frações da unidade, ou, conforme sugere Cunha (2002), à quebra da unidade, cujas noções são a base para a expansão desses números ao conjunto dos números racionais e para a interpretação destes a partir de dois princípios: o da posição e o da extensão. Tais princípios são materializados na simplificação da escrita dos números inteiros e na extensão dessa facilitação para os números menores que a unidade. Como consequência, as representações de números naturais no ábaco, de acordo com as ordens e as classes, puderam também ser feitas com os números menores do que a unidade, e a dupla representação concreto-abstrato ou abstrato-concreto são válidas também para os números racionais não naturais, ainda que tenhamos que abrir um parêntese para os casos em que eles são periódicos.

Na prática, geralmente, as dízimas são usadas de forma aproximada, visto que é impossível trabalhar, utilitariamente, números com infinitas casas decimais. Portanto, considerando a dimensão prático-funcional, essa dupla representatividade também se faz valer para os racionais periódicos.

Figura 9- Representação no ábaco da soma 231+9



Fonte: Duarte (1988, p. 51)

No caso acima, por exemplo, está representada a soma 231 + 9. Com algumas convenções e adaptações, poderíamos facilmente trabalhar uma soma do tipo "23,111... + 0,8999...". Isso é possível porque, aproximadamente, esses números são "23,1 + 0,9".

As considerações feitas até esse momento nos possibilitam inferir que o homem, historicamente, procurou utilizar algum instrumento que lhes auxiliasse nos cálculos, necessários tanto para sua sobrevivência quanto para o ensino de matemática. Atualmente, as calculadoras, junto com os computadores, auxiliam a fazer cálculos extremamente complexos e necessários para a sociedade atual.

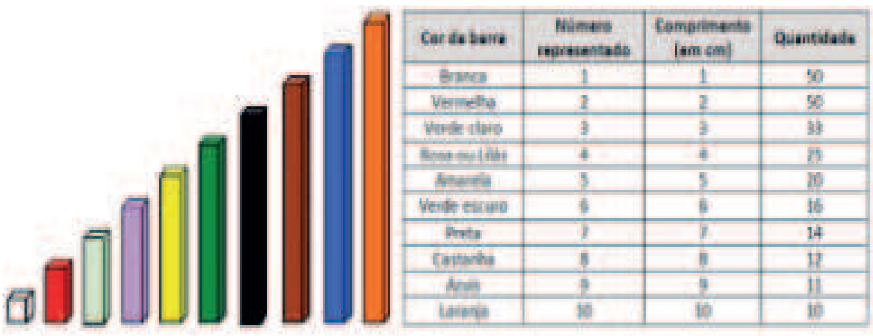
Portanto, apesar de inseridos em outro contexto, esses instrumentos permanecem, em sua essência, com as mesmas utilidades dos tempos antigos: ajudando a resolver problemas do cotidiano e os processos de ensino e aprendizagem escolares, assim como, historicamente, o ábaco foi utilizado. Essa primitiva máquina de calcular inspirou, ainda, reconstruções e ressignificações que resultaram em vários instrumentos de funções afins. Tal fato talvez tenha ocorrido porque as pesquisas em Educação Matemática apontam que, "quando os números se referem a objetos em dada situação, eles apresentam mais sentido do que quando não se referem a coisa alguma" (JUCÁ, 2014, p. 78) e, nesse contexto, o ensino de matemática buscou apoio em jogos e materiais concretos para potencializar a aprendizagem das operações matemáticas. Em relação aos números decimais, Jucá (2014) afirma que os estudos que investigaram essa temática mostraram que

> [...] esses números passam a ter melhor significado para os alunos quando se apresentam dentro de um contexto ou de uma dada situação, e que sozinhos os alunos sentem dificuldade de compreender o real sentido do número decimal. [...] (JUCÁ, 2014, p. 78).

Acrescenta, ainda, que os números e as operações podem assumir diferentes significados em dada situação, simplificando-se ou se complexificando para os alunos. Assim, é fácil perceber que ao docente cabe a tarefa de encontrar meios pelos quais a compreensão seja viável. Para tal fim, inúmeros jogos e materiais concretos foram construídos. Freitas (2004) lista, dentre outros, o material Cuisenaire, o quadro valor de lugar (QVL) e o material dourado Montessori.

O material Cuisenaire, criado pelo belga Georges Hottelet Cuisenaire, em 1952, dentre muitas aplicabilidades, serve para o aprendizado de números e operações aritméticas, ainda que possa gerar confusões entre as grandezas discretas e contínuas, por exigir das crianças a correspondência entre o valor numérico e a cor de cada barra (TOLEDO, 1997, Apud FREITAS, 2004).

Figura 10- Material Cuisenaire



Cor da barra	Número representado	Comprimento (em cm)	Quantidade
Branca	1	1	50
Vermelha	2	2	50
Verde claro	3	3	33
Rosa ou Lilás	4	4	25
Amarela	5	5	20
Verde escuro	6	6	16
Preta	7	7	14
Castanha	8	8	12
Azul	9	9	11
Laranja	10	10	10

Fonte: Portal do professor (MEC)[11]

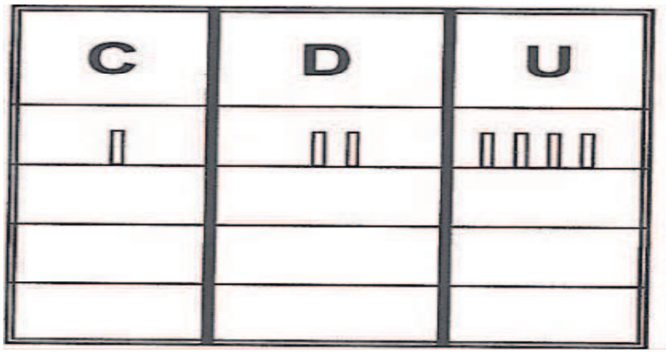
No entanto, com ele, podem-se trabalhar muitos conteúdos, associando-se o valor simbólico aos tamanhos das barras. Por exemplo, se quisermos representar a operação 10-1 = 9, poderemos tirar da barra laranja um espaço correspondente a um cubo branco. Esse simples e elementar exemplo é apenas ilustrativo diante das inúmeras possibilidades que esse material permite explorar, sobretudo para os números decimais.

O Quadro Valor de Lugar pode ser construído com materiais reutilizáveis (papel, palitos etc.) e suas potencialidades matemáticas são praticamente iguais às do ábaco. No entanto, tendo em vista que ele pode ser confeccionado pelos próprios alunos, sua utilização

[11] http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=3570. Acesso em 20 Ago. 2017.

pode ser enriquecida com questões ligadas ao meio ambiente, o que permite um ensino interdisciplinar, a ação dos alunos e a familiarização prévia com os números.

Figura 11- Quadro Valor de Lugar

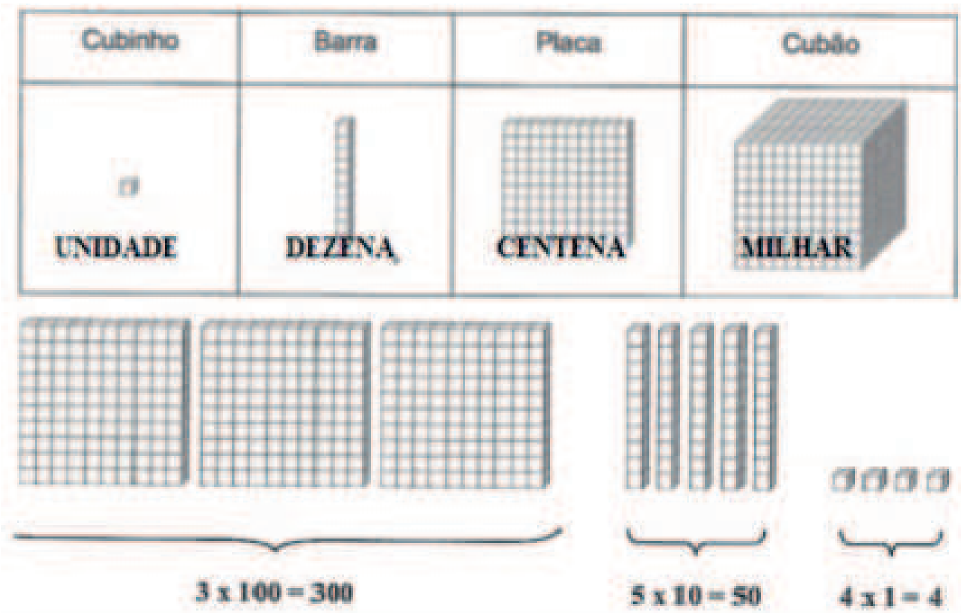


Fonte: Freitas (2004, p. 54)

No caso acima, está representado o número 124. Nesse contexto, poderíamos trabalhar as ideias de ordens e classes - dezenas, centenas e unidades - e representar outros números abaixo de 124, criando condições para o ensino e a aprendizagem das operações fundamentais com números decimais.

No que concerne ao material dourado, criado por Maria Montessori, com o objetivo de ensinar os números decimais e suas operações fundamentais, pode ser usado para explorar muitas outras possibilidades pedagógicas, como demonstrado na figura abaixo:

Figura 12- Material dourado - representação geométrica e decomposição do número 354



Fonte: Freitas (2004, p. 60 – adaptado)

Na figura acima, o número 354 está representado por três sólidos geométricos. No entanto, essa representação pode estar relacionada tanto ao conceito de área de uma de suas faces quanto à ideia de volume. No primeiro caso, esse número pode ser expresso pelo produto da largura com o comprimento, e no segundo, pelo produto da largura com o comprimento e com a altura, uma vez que esta última é equivalente a uma unidade.

Então, se partimos da ideia de área, o quadrado maior representa as centenas, o retângulo, as dezenas e o quadrado menor, as unidades, sendo que sua operacionalização se dará, respectivamente, por meio das expressões "10x10 = 100", "1x10= 10" e "1x1= 1". No entanto, se a base for o conceito de volume, sua operacionalização se dará nas expressões "10x10x1=100", "1x10x1=10" e "1x1x1=1", cujos resultados são os mesmos dos encontrados anteriormente, pelo já citado motivo de podermos associar o valor da altura dos blocos ao número um (1), o elemento neutro da multiplicação.

Esse dupla possibilidade, inegavelmente, não só enriquece as potencialidades pedagógicas desse material na situação de aprendizagem, como também pode gerar obstáculos epistemológicos, quando esses conceitos forem explorados em situações em que estejam alienados de tal concretude. Todavia, com esse material, podem-se representar, geometricamente, algumas operações fundamentais e algumas potenciações clássicas, como o quadrado e o cubo de um número; justificar concretamente os algoritmos, as ordens e as classes dos algarismos e trabalhar o conceito de área de algumas figuras planas e o de volumes. Enfim, ele nos possibilita explorar uma série de potencialidades, muito além do propósito para o qual fora criado.

Vale ressaltar que existem outros materiais para dar significado ao conceito de números e às suas operações e abrangem desde jogos até baralhos educativos, o que evidencia os esforços pedagógicos para facilitar a compreensão conceitual dos educandos a partir do concreto. Entretanto, embora sejam inegáveis as contribuições desses materiais nesse sentido, porque, de fato, a aprendizagem de qualquer conteúdo matemático exige que se alcance algum grau de abstração, eles, geralmente, não contextualizam os conceitos envolvidos com o cotidiano dos alunos. Assim, a concretude que fornecem, *a priori*, não tem por princípio o cenário sócio-histórico-cultural dos alunos, mas o próprio conhecimento matemático.

O docente, porém, pode usar sua criatividade e relacionar os conceitos explorados com a realidade dos alunos, atitude que, pensamos, é necessária para a ocorrência de uma aprendizagem ampla, que extrapole os limites da própria matemática e fortaleça os laços de pertencimento com o contexto social em que vivem, dando-lhes mais significado. Nesse sentido, Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática apontam que

> duas forças indissociáveis estão sempre a impulsionar o trabalho em Matemática. De um lado, o permanente apelo das aplicações às mais variadas atividades humanas, das mais simples na vida cotidiana, às mais complexas elaborações de outras ciências. De outro lado, a especulação pura, a busca de respostas a questões geradas no próprio edifício da Matemática. (BRASIL, 1998, p. 24-25).

O documento destaca, ainda, que "O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre esses e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano" (BRASIL, Ibid., p. 37).

Para os casos relacionados ao conteúdo dos números e suas operações, esse duplo objetivo se mantém, ora por defender uma aprendizagem por meio da resolução de problemas, que, evidentemente, podem ser do cotidiano dos alunos, ora "como objetos de estudos em si mesmos" (BRASIL, 1998, p. 50). Nesse sentido, ao compactuar com as posições acima referidas, fizemos adaptações no 'Jogo da Onça' de modo a relacionar esses dois aspectos do conhecimento matemático, que julgamos extremamente importantes para a aprendizagem de qualquer conteúdo: a utilização de situações relacionadas ao cotidiano dos alunos para introduzir conceitos matemáticos relativos aos números decimais e às suas operações de adição e subtração.

Além do mais, com base nas dificuldades e nos conhecimentos pré-existentes dos alunos, propusemos quatro problemas para serem resolvidos no cenário das quatro adaptações, cada uma se referindo a algum aspecto do cotidiano e com propósitos específicos. No primeiro problema, utilizamos personagens representativos de um dos temas mais atuais na sociedade brasileira: o consumidor e os impostos. O ponto de partida foi a cobrança desses encargos em um extrato de conta de luz, e o fim foi de trabalhar as várias representações de um número decimal, além de despertar o senso critico nos alunos. No segundo, utilizamos personagens que fazem parte do cotidiano dos alunos: a raposa e as galinhas. A finalidade dessa adaptação foi de ensinar adição de números decimais racionais positivos, sua representação na reta numérica e as ideias associadas a estimativas e a aproximações.

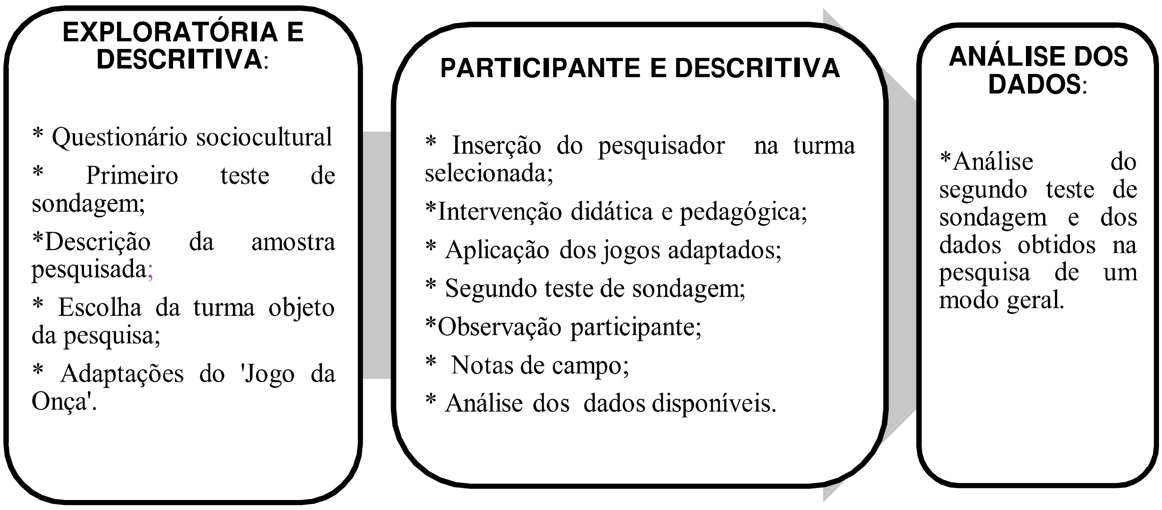
De maneira semelhante, no terceiro problema, utilizamos mais dois personagens representativos do cotidiano dos alunos: o cachorro e os bodes. Porém, o objetivo foi de explorar a adição e a subtração, associando os números decimais negativos à falta do alimento carne no cachorro, enquanto que, no quarto problema, os personagens foram os consumidores e os preços da gasolina. Nessa adaptação, visamos não só construir a ideia de multiplicação como uma soma de parcelas iguais, mas também despertar a criticidade e sua importância para o exercício da cidadania.

Por fim, frisamos que a nossa proposta foi acima descrita de forma sucinta, com o objetivo de inteirar o leitor de sua diferença em relação às que, *a priori*, utilizam os materiais citados nesta seção. Seus detalhes estão na seção seguinte. Antes, entretanto, expomos a metodologia empregada na pesquisa e aprofundamos a problemática; caracterizamos os sujeitos envolvidos, os critérios de sua escolha e, logo em seguida, descrevemos os objetivos de cada problema e mostramos as adaptações feitas no 'Jogo da Onça'.

7 A PESQUISA: DA METODOLOGIA ADOTADA ÀS ANÁLISES TECIDAS

Neste capítulo, traçamos a trilha metodológica desta investigação, caracterizada por ser uma pesquisa qualitativa, exploratória e descritiva, que segue os pressupostos da pesquisa participante. Também aprofundamos a problemática e detalhamos a metodologia, os critérios que adotamos para escolher a turma que seria pesquisada e descrevemos os sujeitos participantes, as interações que surgiram durante a ação de jogar e os problemas que propusemos e os que emergiram desse momento. As fases de nossa pesquisa são apresentadas neste esquema:

Figura 13- Fases principais em que se desenvolveu a pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor

Na primeira fase, aplicamos em quatro turmas do ensino fundamental regular - duas do sétimo ano e duas do oitavo - dois questionários semiestruturados: um de natureza sociocultural e outro do tipo teste de sondagem. Com base nos dados obtidos, identificamos a turma que apresentou o *cotidiano mais favorável à adaptação do 'Jogo da Onça',* os *alunos com mais dificuldades e os seus conhecimentos cotidianos pré-existentes sobre os números decimais e suas operações de adição e subtração.*

Esses aspectos foram os critérios de seleção da turma em que realizamos a pesquisa e a nossa referência de criação das quatro versões do 'Jogo da Onça', utilizadas em nossas intervenções para o ensino dos supracitados conteúdos matemáticos. Nesse momento, observamos as interações que emergiram, registramos as mais importantes em notas de campo, aplicamos um segundo teste de sondagem e iniciamos as nossas análises.

7.1 Aprofundando a problemática e detalhando a metodologia

Nesta pesquisa, estamos partindo do pressuposto de que as dificuldades em adicionar e subtrair números decimais, por nós diagnosticadas em oito anos de prática docente, se manifesta, principalmente, em consequência de um ensino que não enfatiza o significado dessas operações, que não aproveita os conhecimentos e as habilidades matemáticas adquiridas pelos alunos no cotidiano e que é carente de metodologias e posturas de ensino que desencadeiem a motivação, a ação e a predisposição dos alunos para aprender e para construir o seu próprio conhecimento.

Essas premissas encontram respaldo, ainda, no relato de nossos pares, nos resultados das avaliações intra e extraescolares e na literatura explorada nesta pesquisa, que converge no sentido de que é preciso superar o modelo de ensino tradicional e valorizar as filosofias construtivistas ou socioetnoculturais (FIORENTINI, 1995). Cientes disso e, ao mesmo tempo, concordando, nossa pesquisa absorveu algumas dessas orientações e se preocupou em compreender o cotidiano e os conhecimentos dos alunos construídos nesse contexto; levou em consideração suas principais dificuldades no conteúdo explorado e se propôs a fazê-los sujeitos de sua aprendizagem.

Essa preocupação se materializou nas adaptações que fizemos no 'Jogo da Onça' que, quando modificado, foi o principal instrumento de mediação pedagógica para introduzir, explorar e consolidar conceitos matemáticos. Portanto, a presença de personagens e de símbolos matemáticos do cotidiano dos alunos e de objetos da matemática escolar relacionados ao conteúdo que nos propusemos a explorar é o traço marcante dos jogos que adaptamos. Nesses termos, esta é nossa questão-problema: *Quais são as contribuições do 'Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos, para o ensino de adição e de subtração de números decimais?*

Não obstante essa questão, objetivamos analisar em que aspectos didático-pedagógicos o 'Jogo da Onça', adaptado, contribui para o ensino das supracitadas operações matemáticas. Esse propósito foi operacionalizado da seguinte forma: primeiro, identificamos algumas atividades cotidianas dos alunos; segundo, seus conhecimentos prévios sobre a adição e a subtração de números decimais; terceiro, diagnosticamos suas dificuldades relacionadas ao conteúdo explorado; quarto, inserimos no cenário do jogo personagens e elementos representativos do cotidiano, dos seus conhecimentos prévios e de suas dificuldades; por fim, utilizamos o jogo adaptado como instrumento de mediação pedagógica em nossas intervenções.

Paralelamente a esses aspectos, utilizamos quatro problemas como ponto de partida (BRASIL, 1998) para a ação de jogar, momento em que emergiram desafios e interações que nos permitiram mediar e orientar o processo de ensino "através dos problemas" (ONUCHIC, 2013) que os jogos apresentaram para os alunos.

Nesse cenário, tendo ciência de que,

> a rigor, são a natureza da questão (ou pergunta) de investigação e os objetivos da pesquisa que, em última análise, definem os procedimentos de coletas de dados e de análise a serem projetados para a pesquisa. Em outras palavras, a natureza da questão e o modo como a concebemos indicarão qual será o tipo de pesquisa de campo a ser adotado […] [e] a forma como os dados serão organizados e analisados [...]. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 93).

Optamos por uma abordagem qualitativa que, tal qual nossa proposta de analisar didático-pedagogicamente as contribuições do jogo adaptado, é apropriada para as análises que visam compreender os dados obtidos de forma mais geral (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), encaixam-se nessa abordagem pesquisas em que o pesquisador é o instrumento principal da coleta dos dados, que são extraídos do ambiente natural em que os sujeitos da investigação estão inseridos; pesquisas de natureza descritiva, cujos dados são registrados em notas de campo, dentre outras formas; e as que enfatizam o processo em detrimento do produto, que preterem a indução em relação à dedução e que privilegiam o significado das interações e das informações. No entanto,

> [...] nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiam essas características com igual eloquência. Alguns deles são, inclusivamente, totalmente desprovidos de uma ou mais características. A questão não é tanto a de se determinada investigação é ou não totalmente qualitativa; ***trata-se sim de uma questão de grau*** (grifo nosso). [...] (BOGADAN; BIKLEN, 1994, p. 47).

Portanto, pode-se inferir que em tais estudos podem conter elementos típicos dos que são considerados quantitativos, sem, entretanto, perderem a sua natureza. De maneira semelhante, conforme sugerem Bogdan e Biklen (1994), a utilização de dados estatísticos não define, por si só, a natureza quantitativa de uma pesquisa. Eles, inclusive, segundo esses autores, podem complementar a interpretação qualitativa das informações extraídas qualitativamente.

Assim, embora tenhamos utilizado alguns instrumentos tipicamente quantitativos, como pré-teste e pós-testes, e dado a estes algum tratamento estatístico, as informações que deles tiramos, conforme pode ser visto adiante, não se constituíram a base de nossas análises, nem tão pouco de nossas conclusões, que responderam a questão de investigação. Este papel foi desempenhado pelas nossas observações, no momento das intervenções. Aos dados estatísticos, coube a função de complementar as informações coletadas na pesquisa, que se fez, basicamente, em três diferentes fases.

Na fase exploratória e descritiva, procuramos conhecer as atividades cotidianas, as dificuldades e os conhecimentos preexistentes dos alunos. Para isso, aplicamos, em quatro turmas do ensino fundamental regular - duas do sétimo ano - 7A1 e 7A2 - e duas do oitavo ano - 8A1 e 8A2 - dois questionários mistos, compostos de perguntas abertas e fechadas (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Essas turmas foram escolhidas porque é nesse período em que a escola aborda a adição e a subtração de números decimais com a abrangência que as exploramos nesta pesquisa.

No que concerne aos questionários aplicados, um foi de natureza sociocultural e outro do tipo sondagem. O primeiro foi elaborado a partir da ideia de cotidiano defendida por D'Ambrósio (2015, p. 25), segundo a qual o cotidiano "é o universo em que se situam as expectativas e as angústias dos adultos e das crianças", de cuja extensão a Etnomatemática é parte constituinte. Esta, por sua vez, apesar de, em sua dimensão cotidiana, abranger a matemática aprendida "[...] no ambiente familiar, no ambiente dos brinquedos, e de trabalho, recebida de amigos e de colegas" (D'AMBRÓSIO, 2015, p. 23), considera o conhecimento matemático escolar uma etnomatemática.

Portanto, podemos inferir que, para este educador, o cotidiano abrange os ambientes familiar, lúdico, laboral e escolar das pessoas, cenários esses que foram a base das perguntas que constituíram o questionário, a partir do qual buscamos caracterizar o contexto sociocultural dos alunos.

Quanto aos ambientes familiar e escolar, esses contextos se mostraram relativamente estáveis nas quatro turmas em que o aplicamos. No segundo caso, o traço marcante é que o ensino de matemática predominante na trajetória dos alunos foi baseado na aula expositiva e nos exercícios dos livros didáticos, com pouco ou nenhum uso de novas tecnologias, de jogos ou de materiais concretos. No que concerne ao ambiente familiar, constatamos que todos os alunos moram com seus pais biológicos e estão distribuídos, de forma equivalente, entre a zona rural e a urbana. Porém, todos eles têm parentes de primeiro grau que residem em ambiente não urbano ou têm pais que possuem pequenas propriedades rurais.

No que diz respeito ao ambiente laboral, constatamos que nenhum aluno trabalha formalmente, mas a maioria ajuda os pais nas tarefas de casa. As mais citadas foram varrer a casa, lavar roupas e louças; ajudar nas atividades dos pequenos estabelecimentos comerciais de suas famílias e cuidar de animais - bovinos, caprinos e aves. Os pais, por sua vez, exercem atividades que se mostraram polarizadas no comércio, na construção civil ou na agricultura. A exceção a essa regra foi a primeira turma do oitavo ano, a 8A1, em que as atividades laborais relacionadas às supracitadas searas econômicas se equivaleram, apresentando, ainda, forte presença de pais que são funcionários públicos.

No que concerne ao ambiente lúdico, nenhuma das quatro turmas havia jogado o 'Jogo da Onça' e sua existência era conhecida por poucos. Entretanto, foram identificados vários jogos e esportes praticados pelos alunos, ainda que tenhamos detectado que, na maioria dessas turmas, a preferência era pelos jogos digitais, pelo futebol e pelo vôlei, exceto na primeira turma do oitavo ano (8A1), que nos mostrou um cenário mais diversificado, como demonstrado no quadro abaixo:

Quadro 4 - Síntese do cotidiano laboral e lúdico da Turma 8 A1

COTIDIANO	DESCRIÇÃO
Laboral	Varrer a casa, lavar roupas e louças, ficar na fila para pagar contas, cuidar de animais (bovinos, caprinos e aves); as atividades laborais dos pais predominantes são: a agricultura, o comércio, a construção civil e o funcionalismo público.
Lúdico	Todos os alunos jogam jogos analógicos, pelo menos uma vez no mês, e os digitais, pelos menos uma vez na semana; os esportes preferidos citados foram variados, mas se destacaram o futebol, o vôlei e o basquete; quase nenhum aluno conhece o Jogo da Onça.

Fonte: Questionário sociocultural aplicado pelo autor e o diálogo que surgiu durante sua aplicação

Assim, consideramos que a primeira turma do oitavo ano, a 8A1, foi a que se mostrou mais favorável à adaptação do jogo, pelos seguintes motivos principais: primeiro, apesar de seus alunos residirem predominantemente na zona urbana, todos têm parentes do primeiro grau que residem no campo ou pais que possuem pequenas propriedades rurais; segundo, há uma diversidade maior das atividades laborais dos alunos, porque a maioria afirmou que ajuda os pais nas tarefas de casa que, conforme já comentado, distribuíam-se de forma equivalente na construção civil, no comércio, na agricultura e no funcionalismo público; terceiro, a maioria dos alunos dessa turma, apesar de preferir o futebol, o vôlei e o basquete, listou três ou mais esportes que praticava, diferentemente das outras turmas que listaram, no máximo, dois.

Esses aspectos nos ofereceram mais possibilidades de adaptar e manter a mecânica e a dinâmica original do 'Jogo da Onça', pois podemos acrescentar personagens típicos do cotidiano urbano e do rural, sem causar grandes impactos na turma, e utilizar contextos lúdicos e laborais diversos como cenários para o ensino dos números decimais e de suas operações. Em outras palavras, essa turma foi a que mais ampliou nosso leque de possibilidades, no que concerne à adaptação do jogo com elementos presentes no cotidiano dos alunos.

Nesses termos, por *cotidiano potencialmente favorável à adaptação* do jogo entendemos a realidade em que os alunos estão inseridos, constituída de elementos lúdicos, laborais, escolares e familiares, os mais diversificados possíveis, a partir dos quais pudemos adaptar 'Jogo da Onça', causando-lhe o mínimo de impacto em sua dinâmica e mecânica originais. Ou seja, apesar de adaptá-lo, mantivemos sua essência, caracterizada por ter um personagem solitário, que visa capturar outros mais numerosos, que, por sua vez, devem se valer da união para encurralar seu adversário e vencê-lo.

Depois de aplicar o questionário sociocultural, acima analisado, aplicamos o primeiro teste de sondagem (em anexo), com o intuito de diagnosticar as principais dificuldades dos alunos e seus conhecimentos prévios sobre a adição e a subtração de números decimais. Para construí-lo, partimos de nossa experiência docente, de livros didáticos e da literatura que exploramos sobre essa temática, a saber: Duarte (1988), Os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), Jucá (2014) e Caraça (2000).

Com essas referências, sondamos o conhecimento dos alunos sobre o valor posicional e a escrita de números decimais e suas representações na reta numérica; sobre suas habilidades de fazer estimativas e aproximações, de reconhecer um mesmo número em diferentes representações, de comparar números decimais e de analisar suas habilidades de resolução de problemas do cotidiano através da adição e/ou da subtração de números decimais. Transversalmente, exploramos a capacidade dos alunos de analisarem criticamente as questões propostas e os aspectos sociais e políticos de que nelas tratamos. Abaixo, mostramos os resultados obtidos:

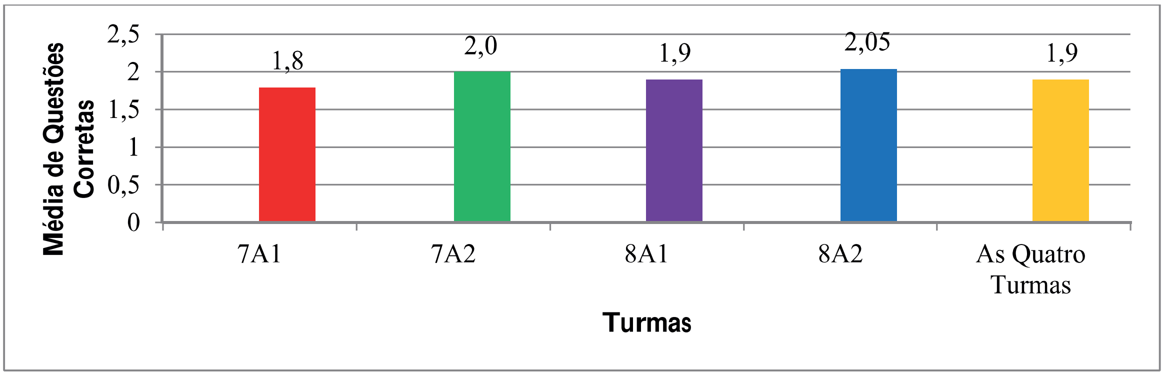
Tabela 1- Número de acertos por turma

Número de acertos	7 A1	7 A2	8 A1	8 A2	Total de alunos
0	2	3	1	2	**8**
1	6	4	3	7	**20**
2	7	5	2	5	**19**
3	4	3	2	4	**13**
4	1	2	1	1	**5**
5	0	1	0	2	**3**
Total de alunos por turma	**20**	**18**	**9**	**21**	**68**

Fonte: Primeiro teste de sondagem

No entanto, conforme pode ser visto na tabela acima, os resultados obtidos no primeiro teste de sondagem não foram bons. Três aspectos confirmam essa assertiva: primeiro, apesar de ser constituído de dez questões, o número máximo de acertos por aluno foi de cinco, sendo que apenas três, dos sessenta e oito que o fizeram (4,4%), atingiram tal número; segundo, quarenta e sete dos alunos (8+20+19 = 69,1%) acertaram, no máximo, duas questões; e terceiro, a média de acertos[12] por turma, conforme ilustrado na figura abaixo:

Gráfico 1- Médias dos alunos



Fonte: Primeiro teste de sondagem aplicado (PTS)

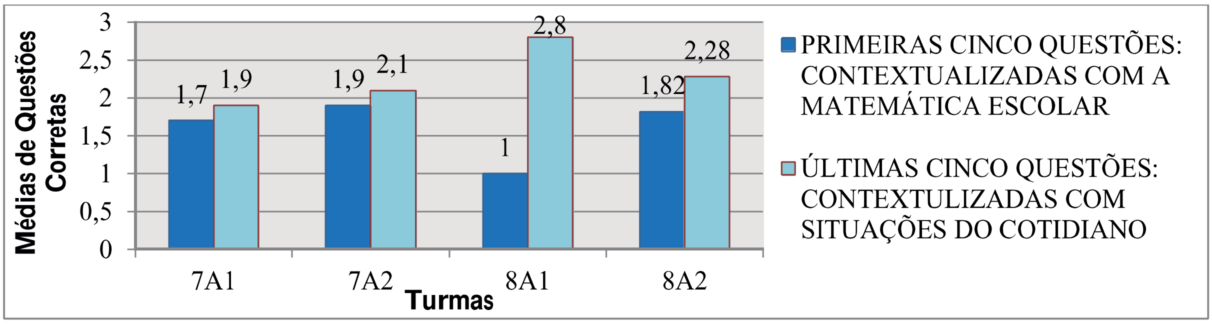
Assim, das dez questões que constituíram o primeiro teste de sondagem, a média de acertos nas quatro turmas em que o aplicamos girou em torno de duas delas (1,9), o que, em termos percentuais, corresponde a, aproximadamente, 20% de acerto. Esses resultados nos sugeriram duas conclusões: a de que a aprendizagem dos alunos relacionada aos números decimais e suas operações de adição e de subtração era muito carente; e a de que essa carência se manifestava de forma homogênea nas quatro turmas.

No entanto, esse teste foi dividido, ainda que não o tenhamos feito explicitamente, em duas partes: nas primeiras cinco questões, exploramos os números decimais dentro do próprio conhecimento matemático, tal como geralmente são concebidos na escola, e as últimas cinco contextualizamos com situações do cotidiano. Com esse procedimento, objetivamos diagnosticar o conhecimento e as dificuldades de aprendizagem pré-existentes dentro da abstração dos conceitos da matemática escolar e da realidade concreta, o que nos

[12] Utilizamos a média ponderada (Mp). Por exemplo, na turma 8A1, operacionalizamos da seguinte forma: Mp= (1.0 +3.1+2.2+2.3+1.4)/9 = (0+3+4+6+4)/9= 17/9= 1,889= 1,9, aproximadamente. Ou seja, multiplicamos a quantidade de alunos que acertaram determinado número de questões pelo número de acertos e dividimos pelo total de alunos de cada turma.

instigou a averiguar se as médias[13] obtidas no teste se distribuíam de forma homogênea nesses dois tipos de questão. Porém, conforme pode ser visto na figura abaixo, a tendência de linearidade das médias acima se alterou ligeiramente.

Gráfico 2- Média de acertos por natureza da contextualização



Fonte: Primeiro teste de sondagem (PTS)

Esse gráfico, apesar de ratificar que os resultados permaneceram distantes do desejável, revelou uma tendência de melhora nos rendimentos das perguntas contextualizadas com situações do cotidiano e que esse viés se apresentou com mais evidência na turma 8A1. Essas constatações nos fizeram formular três hipóteses: a de que as dificuldades dos alunos se manifestavam, sobretudo, quando os números decimais e suas operações de adição e subtração eram explorados de forma abstrata e formal; que os alunos detinham conhecimentos prévios sobre os números decimais relacionados ao cotidiano e, por fim, que essas manifestações se maximizavam na primeira turma do oitavo ano (8A1).

Essas conjecturas nos fizeram sair da superficialidade dos números e analisar, detalhadamente, os erros e os acertos dos alunos no supracitado teste. Em sentido de síntese, expomos, abaixo, as principais dificuldades e os conhecimentos pré-existentes diagnosticados nas quatro turmas em que o aplicamos:

Quadro 5- Dificuldades e conhecimentos pré-existentes nos alunos sondados

DIFICULDADES ENCONTRADAS	CONHECIMENTOS PRÉ-EXISTENTES
a) De associar as representações vazias no ábaco ao numeral zero (0); b) de reconhecer/representar os números decimais na reta numérica; c) de reconhecer um número decimal em suas várias	a) Reconhecimento do significado da unidade, da dezena, da centena; b) escrita e fala dos números com a linguagem do cotidiano, tipo, para o número 0,1, escrevem: zero vírgula um, ou contextualizados com situações

[13] Nesse caso, em termos práticos, o primeiro teste de sondagem foi dividido em dois subtestes, cada um com cinco questões, cujas médias foram calculadas, separadamente, atribuindo-se peso dois a cada uma delas. Por exemplo, a média dos alunos da turma 8 A1, nas primeiras cinco questões, foi de meia questão (0,5). Aplicando-se a supracitada ponderação, sua média passou a ser uma questão (1,0).

representações; d) de comparar números decimais; e) de adicionar e subtrair números decimais com quantidade de algarismos diferentes; f) de significar os procedimentos operatórios utilizados, sobretudo quando envolvem quantidades negativas, estimativas ou aproximações. Por exemplo, alguns alunos sabem que podem “pegar um emprestado”, que “pode ir um”, que “o zero à esquerda não vale nada”, ou que a “vírgula tem que ficar abaixo de vírgula”, entretanto, não justifica matematicamente o porquê de assim poderem fazer; g) Confusão entre o ponto como separador das classes numéricas e a vírgula, como significante da quebra da unidade; h) Análise passiva e falta de postura crítica em relação aos problemas propostos.	que envolvem grandezas e medidas, tipo, para o número 0,01, eles escrevem “um centavo” ou um centímetro; para 0,001 escrevem um mililitro, um miligrama; c) compreensão da representação de números naturais e, com menor intensidade, de números inteiros na reta numérica; d) soma de pequenas quantidades inteiras positivas; e) reconhecimento de quantidades decimais no contexto monetário brasileiro; f) ideia de números negativos em situação do cotidiano.

Fonte: Primeiro teste de sondagem aplicado e o diálogo que surgiu em sua aplicação

Frisamos que as nossas análises das resoluções das questões permitiram-nos confirmar as duas primeiras hipóteses, que proferimos a partir dos resultados demonstrados no gráfico 2, a saber: que as dificuldades dos alunos se manifestavam em maior escala nas questões de natureza mais abstratas e formais e, portanto, naquelas que eram descontextualizadas das situações do cotidiano, e que os alunos apresentavam conhecimentos cotidianos pré-existentes relacionados com os números decimais e com as suas operações de adição e subtração. Permitiram-nos, ainda, constatar que tais dificuldades se intensificavam na primeira turma do oitavo ano (8 A1).

No entanto, refutaram, em parte, a terceira de nossas hipóteses: a de que os conhecimentos pré-existentes maximizavam-se nesta mesma turma. Tal refutação se deu porque a contextualização desses números com as medidas de massa, de comprimento e com o sistema monetário brasileiro foi feita de forma equivalente em todas elas. Porém, com base no critério que adotamos - o cotidiano mais favorável à adaptação do ‘Jogo da Onça’ e alunos com mais dificuldades e com conhecimentos pré-existentes sobre adição e a subtração de números decimais, relacionados com o cotidiano -, esta turma preencheu os dois primeiro requisitos e, portanto, foi a escolhida para as nossas intervenções.

Essa turma era composta de treze alunos. No entanto, as análises que tecemos só foram feitas com nove deles, porque, no intervalo de tempo correspondente à aplicação dos dois primeiros questionários e a nossa intervenção em sala de aula, quatro alunos não entregaram as documentações exigidas pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual da Paraíba- UEPB. Desses nove, dois moram na zona rural, e sete, na zona urbana, sendo que cinco deles já moraram na zona rural e todos têm parentes de primeiro grau residindo nesse ambiente; dois são do gênero masculino, e sete, do feminino.

As suas dificuldades, os conhecimentos preexistentes e as características do cotidiano em que os alunos dessa turma estavam inseridos foram a base das adaptações que fizemos em o ‘Jogo da Onça’. Para tanto, trocamos os personagens originais por outros presentes em seu ambiente laboral, lúdico, familiar ou escolar e inserimos elementos em seu tabuleiro, novas regras, objetos e símbolos matemáticos, como retas numéricas e medidas de massa e monetárias. Porém, embora nosso foco fossem as operações de adição e de subtração, fizemos uma adaptação para explorar conceitos relacionados aos números decimais, visto que essas operações são extremamente dependentes dessas ideias numéricas iniciais.

Feitas as adaptações, iniciamos as intervenções em sala de aula, fase que já caracteriza nossa pesquisa como participante (COSTA; COSTA, 2011), porquanto os dados foram obtidos por meio de nossas observações na própria sala de aula (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Neste momento, os eventos mais importantes foram registrados em notas de campo.

No entanto, a dupla função que exercemos durante as intervenções, a de docente e, naturalmente, a de pesquisador, em muitas circunstâncias, não nos possibilitou fazer os registros no momento dos eventos observados, de forma estruturada (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Foi preciso, nesses casos, reconstruí-las, o que, inegavelmente, insere nas informações coletadas algum grau de subjetividade. Todavia, com o fim de minimizar os vieses que tal fato pudesse acarretar, reconstruímo-las imediatamente depois de cada encontro, e não marcamos outro antes de registrar todas as observações que julgamos importantes.

No que diz respeito às conclusões encontradas e às possíveis mudanças que ocorreriam, caso tivéssemos feito todos os registros no momento em que as interações aconteceram, achamos que tal fato se mostrou insignificante. Dito isso, afirmamos que as descrições desses dados, estruturados ou não, junto com os resultados obtidos de um segundo teste de sondagem que aplicamos, cujo fim foi o de analisar a evolução do rendimento dos alunos em relação ao primeiro teste, foram a base de nossas análises e conclusões. Esses aspectos, entretanto, já são abordados na próxima seção, em que descrevemos, também, detalhadamente, as adaptações feitas, os objetivos de cada jogo, como se desenvolveram as atividades na sala de aula, os problemas que propusemos e os que emergiram durante a ação de jogar.

Por fim, ressaltamos que, nesta pesquisa, os alunos são identificados por meio de um código, que faz referência à ordem em que nos apresentamos no primeiro encontro. Assim, A01 foi o primeiro aluno da turma 8A1, que levou as documentações necessárias para participar da pesquisa, com quem nos apresentamos.

7.2. As atividades em sala de aula

Conforme relatado anteriormente, os alunos da turma 8 A1 apresentaram muitas carências de aprendizagem, inclusive no que se refere às ideias básicas de ordens e classes numéricas. Esse diagnóstico, de certa forma, mudou nosso planejamento inicial: embora nosso foco fossem a adição e a subtração de números decimais, julgamos pertinente, primeiro, explorar esses conteúdos, pois nossa experiência e a literatura em que nos baseamos convergem no sentido de que eles são importantes para a aprendizagem dessas operações matemáticas. Assim, para sanar tais carências, resolvemos criar um jogo.

No entanto, a primeira intervenção em sala de aula foi feita no sentido de explorar o jogo conforme os *Bororos* o praticam (LIMA; BARRETO, 2005) e a primeira atividade proposta foi a construção do tabuleiro em seu formato original e o 'Jogo da Onça' em suas regras nativas (ver quadro 3), conforme pode ser visto no planejamento abaixo:

Quadro 6 - Descrição das atividades do primeiro encontro

TEMPO	Três aulas de 40 minutos: 1) Uma, para a socialização e o diálogo com a turma; 2) Duas, para a construção do tabuleiro e jogar o 'Jogo da onça'.
OBJETIVO	1) Familiarizar os alunos com o jogo original e com suas regras nativas;
MATERIAL UTILIZADO	1) Texto informativo sobre o 'Jogo da Onça', impresso em folha-ofício; régua; lápis de escrever em CD; tampas de garrafas pet; retângulos de madeira compensada com dimensões aproximadas de 40cm x 40 cm.
METODOLOGIA	1) Socialização com a turma; 2) Organização da turma em duplas ou em trios; 3) Leitura e diálogo com os alunos do texto sobre o 'Jogo da Onça'; 4) Construção dos tabuleiros; 5) Prática do jogo concomitantemente: 6) Intervenções didático-pedagógicas.
NOVAS ORIENTAÇÕES INSERIDAS	1) Cada dupla joga duas vezes, sendo que os jogadores invertem os papéis; 2) O tempo máximo para cada jogo é de 10 minutos; 3) Se a onça vencer, o jogador ganha 1,5 pontos; se os cachorros vencerem, o jogador ganha 1,0 ponto; se der empate, os dois jogadores perdem meio ponto; 4) Em caso de empate, sai aquele que capturou a menor quantidade de cachorros na partida. Se, mesmo assim, o jogo permanecer empatado, a decisão será no par ou ímpar; 5) Cada jogador é responsável pelo registro e pela contagem de seus pontos e deve entregá-los, no final da aula, ao professor; 6) A partir das pontuações obtidas, será elaborado um *ranking*, no qual este jogo pode ser compreendido como o nível 1 dos quatro em que ele será hierarquizado; **7) O campeão geral será o jogador que somar a maior quantidade de pontos em todos os níveis, cuja recompensa é secreta.**

Fonte: Planejamento do pesquisador

Nesse primeiro dia de intervenção, percebemos certa desconfiança dos alunos, que foi superada quando afirmamos nosso compromisso ético com eles por meio dos termos exigidos pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual da Paraíba. A partir deles, justificamos nossa pesquisa, esclarecemos seus objetivos e descrevemos nossas obrigações de pesquisador e seus direitos enquanto pesquisados. Nesse momento, começamos a construir uma relação de confiança, extremamente importante para este e para os encontros futuros.

Depois dessa fase, organizamos os alunos em duplas ou em trios para lerem o texto que entregamos, em que continha uma breve contextualização geográfica do 'Jogo da Onça', uma figura de seu tabuleiro e suas regras. Tal processo fez surgir um diálogo sobre sua representatividade para as sociedades indígenas. Porém, a forma como os nativos o jogam, utilizando materiais encontrados na natureza, chamou a atenção dos alunos. Como consequência, foi construído um contraponto entre nosso modo de jogar e de nos relacionarmos com a natureza e o dos nativos. Logo em seguida, sugerimos que os alunos construíssem o tabuleiro, conforme o modelo que lhes entregamos.

Figura 14- Alunos construindo o tabuleiro

Fonte: Arquivos da pesquisa

Nesse momento, os alunos se depararam com alguns problemas: uns disseram que não sabiam como começar; outros começaram pela parte triangular do tabuleiro, sem perceber que, se iniciassem pelo retângulo, ela seria desenhada naturalmente. Consequentemente, mesmo usando régua e esquadro, alguns não conseguiram alcançar uma simetria razoável. Outros alunos não admitiam que um número não divisível no conjunto dos naturais poderia ser a medida do lado retangular, enquanto alguns deles não reconheciam a divisão como uma operação que podia lhes auxiliar nessa construção.

Por fim, foi notória a carência dos alunos na interpretação das informações inerentes à atividade proposta e na utilização correta dos instrumentos que lhes entregamos para construir o tabuleiro – régua, esquadro e transferidor. Assim, sempre que fomos solicitados, intervimos, obtendo um relativo sucesso no que diz respeito à superação das dificuldades dos alunos para construir os tabuleiros que, quando finalizados, foram imediatamente postos em posição de ação pelos alunos.

Figura 15- Alunos jogando o 'Jogo da Onça'

Fonte: Arquivos da pesquisa

Nesse momento, foram observadas várias interações que, de um modo geral, refletiram suas dúvidas sobre a mecânica do jogo. Este diálogo (D1), registrado em nossas notas de campo, ilustra bem o nosso comentário:

A02: *Professor! Como é que se ganha com os cachorros? Ele pode capturar a onça?*
Pesquisador: *Não. Os cachorros apenas encurralam a onça.*
A04: *Mas, então, é impossível. Toda vez tem uma chance d'a onça pegar um cachorro! (A maioria da turma aparentou concordar com A04).*
Pesquisador: *Vejam bem. Imaginem que se isso fosse real. Qual seria a melhor forma de os cachorros encurralarem a onça? ... Mantendo-se juntos ou separados?*
A04: *Ah! Então... O segredo é deixar os cachorros juntos? (Com dupla entonação: afirmativa e interrogativa).*

O pesquisador, portanto, interviu por meio de uma pergunta referenciada em um contexto real. Tal intervenção se mostrou necessária porque alguns alunos estavam se desmotivando a jogar com os cachorros, prejudicando assim a dinâmica da atividade como um todo. Ao assim intervir, entramos em um diálogo que se direcionou para a necessidade de indivíduos "mais fracos" se unirem para alcançarem seus objetivos comuns. Para ilustrar essa necessidade, utilizamos como contexto o momento social do país, comparando o governo com a onça, o personagem mais poderoso, que, geralmente, ignora os anseios das pessoas, cuja reação isolada se mostra inútil para o alcance de suas aspirações.

Nesse primeiro encontro, não exploramos os conteúdos de números decimais e suas operações de adição e subtração: o objetivo foi o de familiarizar os alunos com o 'Jogo da Onça' em suas regras originais. No entanto, ele foi importante porque, conforme pode ser visto no quadro 6, inserimos regras gerais para os encontros posteriores, que passaram a ser entendidos como níveis do jogo. Ficou acordado que daríamos um *feedback* dos pontos conquistados por cada aluno, a partir do qual se elaboraria um *ranking*. Assim, os alunos compreenderam que seu desempenho final dependia de cada um dos encontros anteriores.

O valor posicional dos algarismos, a escrita e as várias representações decimais foram explorados no segundo encontro. Para tanto, partimos dos conhecimentos cotidianos dos alunos sobre a moeda brasileira, O Real, cenário em que diagnosticamos que compreendiam os números decimais relativamente bem. Partimos também de uma situação real: a cobrança de encargos e impostos em um extrato de conta de luz. Nessas condições, nasceu o jogo "O Consumidor e os Impostos", que foi operacionalizado com base no seguinte planejamento.

Quadro 7- Descrição das atividades do segundo encontro

TEMPO	Três aulas de 40 minutos: 1) Uma para a introdução, a discussão e a resolução de um problema matemático; 2) Meia aula (20 minutos), para esclarecer as novas orientações inseridas; 3) Uma aula e meia (60 minutos), para jogar 'O Consumidor e os Impostos'.
OBJETIVOS	1) Explorar as várias representações, o valor posicional e a escrita de números decimais; 2) Despertar a criticidade dos alunos sobre temas ligados à cobrança excessiva de impostos na sociedade brasileira.
MATERIAL UTILIZADO	1) Quadro e lápis-pincel para esclarecer as eventuais dúvidas dos alunos; 2) Tabuleiro construído no encontro anterior, porém personalizado com as várias representações numéricas dos impostos e dos encargos cobrados no extrato de luz, explorado no problema; 3) Folha-ofício para os alunos anotarem as capturas do jogo.
METODOLOGIA	1) Recebimento e discussão dos resultados do jogo praticado no encontro anterior; 2) Discussão sobre o problema proposto; 3) Organização de duplas para jogar 'O Consumidor e os Impostos' e, concomitantemente: 4) Intervenções didático-pedagógicas.
NOVAS ORIENTAÇÕES INSERIDAS	1) Os personagens "onça" e "cachorros" são substituídos, respectivamente, pelos personagens "consumidor" e "impostos" 2) Cada participante joga uma vez com o "consumidor" e outra com os "impostos"; 3) A cada peça capturada com o valor do imposto cobrado na conta de luz, o jogador ganha 1,0 ponto; A cada peça capturada que não seja o valor do imposto total cobrado na conta de luz, o jogador perde 1,5 pontos. 4) Vence o jogo o participante que obtiver a maior pontuação com as peças impostos capturadas.

Fonte: Planejamento do pesquisador

Nesse encontro, assim como nos que o sucederam, começamos discutindo sobre os resultados e as dúvidas que surgiram no encontro anterior, sobretudo as referentes à contagem dos pontos. Logo em seguida, propusemos o seguinte problema:

Problema 1: *Os números decimais podem ser representados de diferentes maneiras: a forma de fração, a forma percentual e a escrita são algumas delas. No cotidiano, eles são muito utilizados para representar quantidades e preços, encontrando, nas atividades comerciais, formais e informais, e nas cobranças de taxas e de impostos, um contexto de uso muito rico.*

95114432400

Faturas em atraso

FATURAS VENCIDAS ATÉ O DIA 03/09/2015 PAGAS OBRIGADO!

Cálculo de consumo

Anterior		Atual		Constante	Consumo	Dias
Data	Leitura	Data	Leitura			
06/08/15	1101	08/09/15	1199	1	98	33

Demonstrativo

Descrição	Quantidade	Preço	Valor (R$)
Consumo em kWh	98	0,26827	26,29
Adic B Vermelha			5,15
IMPOSTOS E ENCARGOS			
PIS			0,30
COFINS			1,39
CONTRIBUIÇÃO ILUM PUBLICA			2,30
ICMS (ISENTO)			

Histórico de Consumo (kWh)

Ago/15	94
Jul/15	125
Jun/15	95
Mai/15	89
Abr/15	86
Mar/15	83
Fev/15	83
Jan/15	103
Dez/14	73
Nov/14	78
Out/14	71
Set/14	54

Média dos últimos meses 89 kWh

VENCIMENTO 15/09/2015

TOTAL A PAGAR R$ 35,43

Indicadores de Qualidade 2015 - Juazeirinho

	Limites da ANEEL	Apurado	Limite de Tensão (V)	
DIC MENSAL	11,90	0,00	NOMINAL	220
DIC TRIMESTRAL	23,89			
DIC ANUAL	47,79			
FIC MENSAL	8,00	0,00	CONTRATADA	
FIC TRIMESTRAL	15,94		LIMITE INFERIOR	201
FIC ANUAL	31,88		LIMITE SUPERIOR	231
DMIC	6,59	0,00		
DICRI	16,60			

Discriminação	Valor (R$)	%
Serviços de Dist da Energia/PB	12,42	35,06
Compra de Energia	15,20	42,90
Serviço de Transmissão	1,05	2,96
Encargos Setoriais	2,77	7,82
Impostos Diretos e Encargos	3,99	11,26
Outros Serviços	0,00	0,00
Total	35,43	100,00

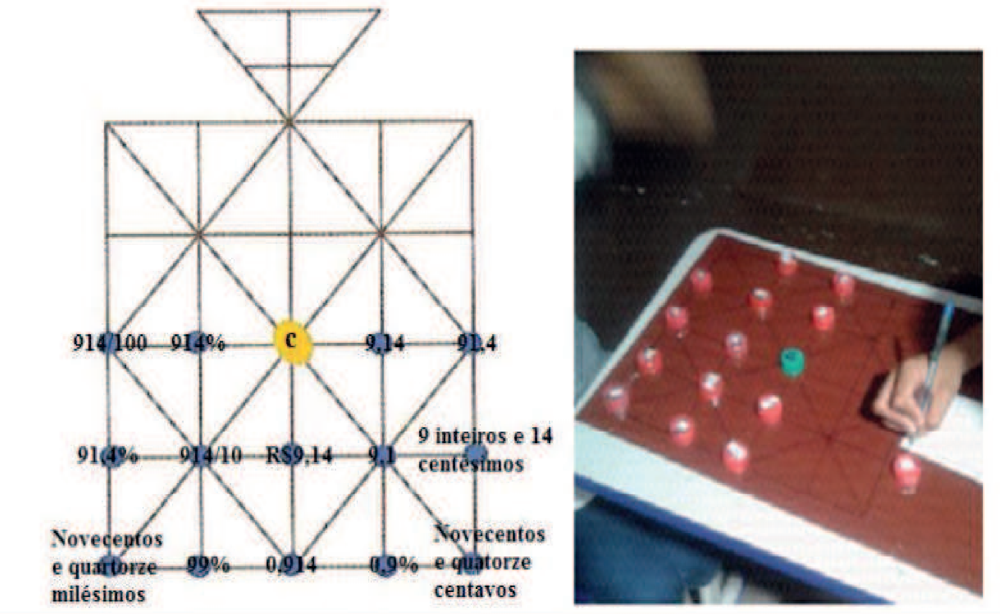
Valor do encargo do Uso do Sistema de Distribuição (Ref 7/2015) R$ 18,06

No demonstrativo de conta de luz acima, temos números decimais representados de várias maneiras, basicamente informando a composição de valores, entre encargos, impostos e consumo, que, juntos, resultam no valor total a pagar. No jogo abaixo, temos vários números que representam o valor dos encargos e impostos cobrados. Ganha-o quem capturar o máximo de peças que representem esses valores corretamente, mesmo que escritos de maneiras diferentes. Você poderá ser o consumidor, que irá capturar os impostos cobrados pela empresa de luz, ou o imposto, e assim, "encurralar o consumidor".

Nossa atuação para que os alunos solucionassem esse problema objetivou instigá-los a analisar as informações contidas no próprio extrato de luz e fazê-los compreender que deveriam tirar do total a pagar (R$ 35,43) a quantia referente ao consumo (Kwh), que, por sua vez, poderia ser encontrada por meio do produto do consumo pelo valor unitário do quilowatt/hora (0,26827) - "98 Kwh X 0,26827R$/Kwh = R$ 26,29046". Ao assim fazer, encontra-se um resultado aproximadamente igual a R$ 26,29. Portanto, o valor dos impostos e dos encargos cobrados foi de R$ 35,43- R$ 26,29 = R$ 9,14 (nove reais e quatorze centavos).

Essa tarefa nos mostrou que os alunos não tinham consciência de que, implícitos no total a pagar, existem valores relacionados a impostos e a encargos. Ao descobrirem que esse valor era de R$ 9,14, manifestaram expressões, atitudes e posturas características de um sentimento de revolta ou de indignação. Tal fato deu um sentido real ao jogo e a oportunidade de se fazer uma reflexão sobre sua representatividade na sociedade, sobretudo a brasileira, onde, de certa forma, os impostos encurralam a todos nós.

Figura 16- Alunos jogando o jogo 'O Consumidor e os Impostos'



Fonte: Adaptado de Lima e Barreto (2005) - arquivos da pesquisa

Nesse jogo, utilizamos o valor R$ 9,14, quantia referente aos impostos e aos encargos cobrados na conta de luz, em várias representações, algumas corretas, e outras, erradas. As representações utilizadas foram 914/100; 914%; 9,14; 91,4; 91,4%; 914/10; R$ 9,14; 9,1; nove inteiros e 14 centésimos; 99%; novecentos e quatorze milésimos; 0,914; 0,9%; e novecentos e quatorze centavos. Esses valores eram o personagem "impostos", que ocupava o lugar dos cachorros no jogo original. Depois de jogá-lo, fomos analisar as peças que os alunos capturaram e fazer a contagem de pontos. Abaixo, apresentamos as anotações das capturas do aluno A08, em uma de suas partidas.

Figura 17- Anotações das capturas do aluno A08

PARTIDA 1	914%	nove reais e quatorze centavos	91,4	R$ 9,14	9%
PARTIDA 2					

Fonte: Arquivos da pesquisa

Observe que esse aluno considerou que as peças de valores "914%", "nove reais e quatorze centavos", "91,4", "R$ 9,14" e "9%", representavam o valor R$ 9,14. Naturalmente, esse cenário favoreceu a intervenção do pesquisador para explorar as várias representações de um mesmo número decimal e suas ordens e classes numéricas, porque os alunos, motivados a saber sua pontuação depois de cada jogo, procuravam compreender a razão de elas não serem todas equivalentes.

Depois de nossas primeiras intervenções, os alunos compreenderam que o total de pontos dependia muito mais da quantidade de representações equivalentes do que do número de capturas. Por exemplo, no caso acima, A08 capturou duas peças equivalentes ao imposto – "nove reais e quatorze centavos" e "R$ 9,14" - e três diferentes. De acordo com as orientações estabelecidas, sua pontuação final foi "1,0 +1,0- 1,5-1,5-1,5 = -2,5", ou seja, negativa. A partir de então, este aluno e seus pares começaram a refletir e a traçar estratégias diferenciadas, passando a não mais capturar quaisquer peças "impostos" disponíveis: muitas vezes abortavam as capturas, sobretudo quando supunham ou sabiam que elas não representavam o valor dos impostos e encargos cobrados no extrato de conta de luz.

Superada essa fase, nossas atenções voltaram-se para o ensino da operação de adição. Para tanto, utilizamos outra adaptação do 'Jogo da Onça', que passou a se chamar 'A Raposa e as Galinhas', um segundo problema e o seguinte planejamento:

Quadro 8 - Descrição das atividades do terceiro encontro

TEMPO	Três aulas de 40 minutos: 1) Meia aula (20 minutos) para discutir sobre as atividades do encontro anterior; 2) Meia aula (20 minutos) para inserir as novas orientações do jogo a 'Raposa e as Galinhas'; 3) Meia aula (20 minutos) para explorar o segundo problema que propusemos; 4) Uma aula e meia (60 minutos) para jogar a 'Raposa e as Galinhas'.
OBJETIVOS	1) Explorar conceitos relacionados à adição de números decimais, no conjunto dos números racionais positivos, e sua representação na reta numérica; 2) Desenvolver/significar a habilidade dos alunos de fazer estimativas e aproximações.
MATERIAL UTILIZADO	1) Quadro e lápis-pincel para esclarecer as eventuais dívidas dos alunos; tabuleiro construído no encontro anterior, mas personalizado, conforme apresentado na figura 16; folha-ofício para os alunos anotarem as capturas do jogo a 'Raposa e as Galinhas'; texto contendo o segundo problema e as regras do jogo a 'Raposa e as Galinhas'.
METODOLOGIA	1) Discussão sobre as atividades do encontro anterior; 2) Proposição, leitura individual e coletiva do segundo problema; 3) Formação de duplas para jogar a 'Raposa e as Galinhas'; 4) Prática do jogo a 'Raposa e as galinhas'.
NOVAS ORIENTAÇÕES INSERIDAS	1) Os personagens onça e cachorros são substituídos, respectivamente, pela raposa e pelas galinhas; 2) Cada participante joga uma vez com a "raposa" e outra com as "galinhas"; 3) Os valores numéricos dos personagens galinhas representam suas massas em quilogramas (kg); 4) No final de cada partida, o jogador "raposa" deve somar a pontuação das capturas feitas; 5) O vencedor será aquele que obtiver a maior soma de quilogramas de carne com as capturas efetuadas.

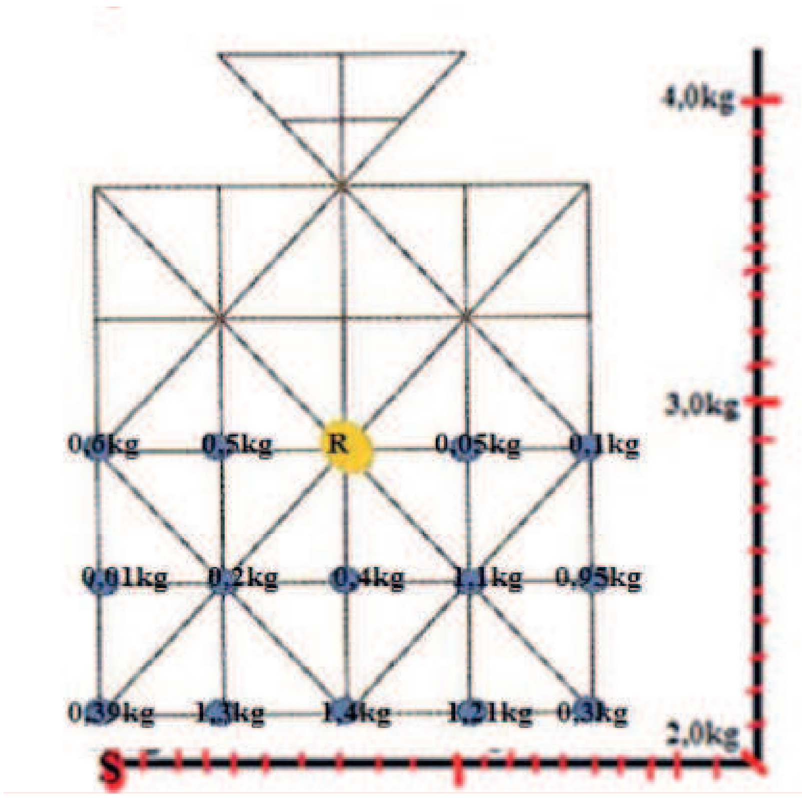
Fonte: Planejamento do pesquisador

O problema utilizado foi o seguinte:

Problema 2: *Existem mais de trinta espécies reconhecidas como raposas, mas nem todas* *pertencem ao gênero vulpes, o das raposas "verdadeiras". No Nordeste, existe uma das que são consideradas "falsas", conhecida como raposa de campo que, possivelmente por causa da escassez de alimentos na caatinga, tem o costume de se alimentar de galinhas e provocar muitos prejuízos para os pequenos criadores de aves. Apesar de haver poucos trabalhos sobre a quantidade de alimentos de que esse animal necessita, algumas pesquisas apontam que ela precisa comer, aproximadamente, meio quilo de comida por dia. No jogo abaixo, agora intitulado **'A Raposa e as Galinhas',** você poderá ser a raposa, com a missão de capturar a quantidade de alimentos de que necessita para sobreviver durante oito dias, ou poderá ser as galinhas e procurar encurralar a raposa para sobreviver.*

Para que os alunos conseguissem solucionar esse problema, induzimo-los ao seguinte raciocínio: se a raposa necessita de uma média de meio quilograma (0,5 kg) de alimentos por dia, para oito dias, a quantidade necessária pode ser encontrada usando-se a expressão 8 (dias) X 0,5 kg = 4 kg. Essa quantidade deveria ser capturada pelo jogador "raposa" com as peças galinhas do jogo, cujos valores decimais eram, em quilogramas (kg), 0,6; 0,5; 0,05; 0,1; 1,01; 0,2; 0,4; 1,1; 0,95; 0,39; 1,3; 1,4; 1,21; e 0,3.

Figura 18- Jogo a 'Raposa e as Galinhas'



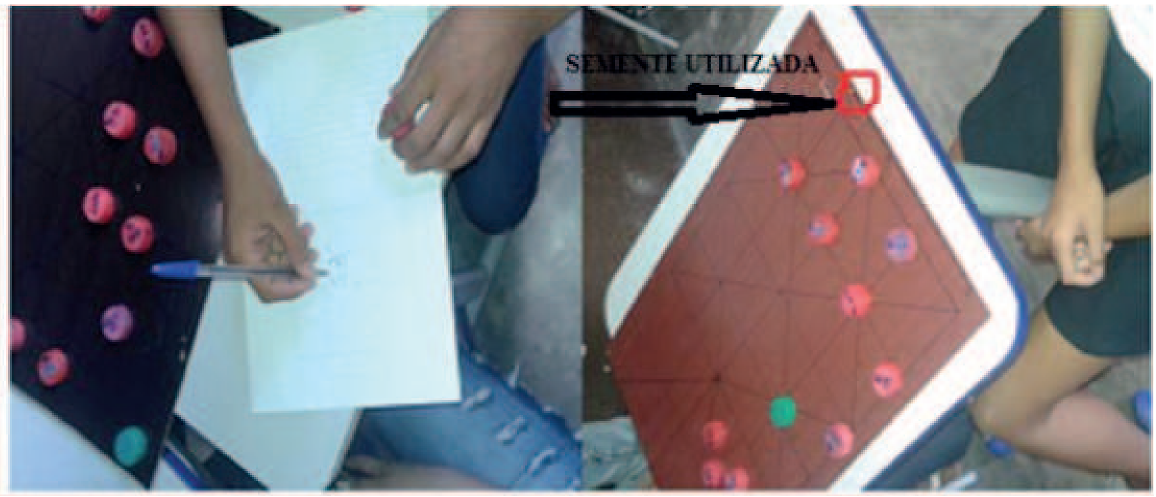
Fonte: Adaptado de Lima e Barreto (2005)

Além da atribuição de valores numéricos às peças "galinhas", inserimos, no tabuleiro do 'Jogo da Onça', duas retas numéricas perpendiculares para indicar um caminho contínuo a ser percorrido por uma peça móvel que, partindo do ponto “0,0 kg”, deveria ser movimentada de acordo com a soma das capturas feitas pelo “jogador raposa”. Em nossa pesquisa, a peça utilizada foi a semente de uma árvore, localizada próxima à escola pesquisada e simbolizada pelo ponto no modelo acima.

Nesse jogo, a raposa, presente na caatinga dessa região e bastante conhecida pelos alunos, substitui a onça, e as galinhas ocuparam o lugar dos cachorros. Esses personagens estão representados na figura acima, respectivamente, pelos pontos verdes e azuis. Portanto, o cotidiano dos alunos esteve presente em seus personagens e nas grandezas numéricas que utilizamos: as medidas de massas utilizadas para numerar as peças “galinhas”, conforme já comentamos, foram contextos em que os alunos operavam os números decimais com relativa eficiência.

Com esse jogo, objetivamos explorar a adição de números decimais no conjunto dos números racionais positivos e a representação desses números na reta numérica e despertar e significar a habilidade dos alunos para fazer estimativas, aproximações e arredondamentos. No entanto, percebemos que ele proporcionou a motivação e o engajamento nas atividades matemáticas que surgiram no momento de jogá-lo.

Figura 19- Alunos jogando o jogo ‘A raposa e as galinhas’



Fonte: Arquivos da pesquisa

O diálogo D2, abaixo, ilustra o engajamento e a motivação citados.

A01: *Eu vou comer todas as suas galinhas, não vai sobrar uma.*
A02: *Vai uma “ova”. Eu já vou te trancar. Tu “vai” ver!*

Pesquisador: *Pessoal. Faltam cinco minutos para tocar a aula. Então, é melhor agente ir guardando o material.*
A02: *Mas, ainda tem outra aula professor.*
Pesquisador: *Tem não. Essa é a última que vocês tinham, de matemática.*
Alguns alunos da turma: *Acredito não! (Olhando para o relógio no celular).*
A01: *Não acredito que já se "passou" três aulas não!*
A02: *Se fosse estudando, demorava o Século da "pirua". (O restante da turma pareceu concordar).*

Esse momento, entretanto, apresentou alguns problemas para os alunos. Devido ás suas inquietações em relação ao jogo, procuramos mediar o processo e explorar alguns conceitos matemáticos relacionados à adição de números decimais. Outro diálogo (D3), que aconteceu durante nossa intervenção, elucida essa exploração:

A06: *Professor. Eu sou a raposa e capturei as galinhas 0,2; 1,1; 1,01e a 0,95. Qual é a minha pontuação e "onde" é que eu deixo a sementinha?*
Pesquisador: *Em quantos espaços pequenos a distância do zero até um está dividida? ... Se considerarmos apenas um deles, qual fração representaria essa situação?*
A09: *Está dividida em dez... E a fração é "Um sobre dez". (A maioria da turma pareceu concordar).*
Pesquisador: *Ou seja, um décimo do espaço maior, que aqui vamos convencionar como sendo uma unidade. (A Turma, aparentemente, concordou).*
Pesquisador: *Agora, pensem! Se o ponto "1,0" delimita o tamanho da unidade, que está dividida em décimos, o algarismo "um" está associado à unidade ou ao décimo?*
A05*: Eu acho que o "um" é a unidade: o zero à direta não quer dizer nada.*
Pesquisador: *Ok! E na captura "0,2" cada algarismo significa o quê? ... E aonde deve ficar a semente depois dessa captura. (Olhando para A06)...*
A08: *Eu acho que "é" dois espaçozinhos depois do zero.*
A06: *E depois da captura da galinha "1,1".*
Pesquisador: *Nesse espaço, cabem quantos espaçozinhos pequenos? (Delimitando com os dedos o espaço de 1,1 em uma das retas do tabuleiro).*
A06: *Onze.*
Pesquisador: *E se somarmos com os dois do "0,2", dão quantos?*
A06: *Treze.*
Pesquisador: *Agora, a partir do zero, é só contar treze espaçozinhos. Fica aonde, então?*
A06: *Depois do um, no terceiro espaçozinho.*
Pesquisador: *Lógico, "0,2+1,1" é igual a "1,3", que ocupa um espaço grande, a unidade, mais três espaços pequenos, os décimos: "uma unidade e três décimos".*
A06 e alguns alunos: *Mas... E o resto? (Se referindo à soma a fazer de 1,3 + 1,01+0,95).*
Pesquisador: *Se dividirmos, hipoteticamente, cada décimo em outras dez partes iguais, alguém sabe em quantos desses novos espaçozinhos ficariam divididas cada unidade.*
A07 (alguns minutos depois): *Em cem. É só somar 10+10+10... Dez vezes...*
A06: *Mas, o que é que isso tem a ver com a minha dúvida?*
Pesquisador: *Veja só: se uma parte das dez em que a unidade foi dividida é o décimo, uma parte das cem em que essa mesma unidade foi dividida pode ser chamada de centésimo!*
A06: *Ainda não sei o que isso tem a ver com a minha conta.*

Pesquisador: *No "1,3", o "um" representa a unidade... E o "3", mais três décimos. Mas, em cada décimo, não tem dez centésimos?... Então, esses três décimos são o mesmo que 30 centésimos e você pode escrevê-lo "1,30"... E somar assim: 1,30+1,01+0,95, colocando os algarismos de ordens iguais abaixo um do outro...*
Maioria da turma: *O quê?... Que ordens?*

Nesse momento, consideramos pertinente esclarecer que as ordens numéricas são cada uma das posições que um algarismo ocupa em um número decimal e que seria preciso somar algarismos de ordens equivalentes. Justificamos que, se assim não o fizessem, provavelmente, no contexto do jogo, os valores numéricos das somas não corresponderiam aos espaços que a semente teria que percorrer. Logo em seguida, continuamos procurando resolver o problema de A06, conforme pode ser visto no diálogo (D4) abaixo:

Pesquisador: *Vamos voltar a soma "1,30+1,01+0,95"... "Deu" quanto?*
A01: *Três, vírgula, vinte e seis. (Boa parte dos alunos não responderam).*
Pesquisador: *O Três são as unidades, o dois são os décimos, e o seis, são os centésimos. Então, podemos lê-lo "Três unidades, dois décimos e seis centésimos" e significa que a sementinha vai andar três espaços grandes, dois pequenos... E, se a reta do tabuleiro estivesse dividida nos centésimos, andaríamos mais seis espaçozinhos.*
A06: *Mas não tem. E agora? Deixa no segundo espaço depois do "três"?*
Pesquisador: *Agente pode fazer uma aproximação...*
A08: *Como assim?*
Pesquisador: *O "3,26", fica entre 3,2 e 3,3 já que 3,2 é o mesmo que 3,20 e 3,3 é o mesmo que 3,30. Correto? (Turma em silêncio)... Lembram que um décimo é o mesmo que dez centésimos?*
Turma: *Sim.*
Pesquisador: *Mas fica mais próximo do 3,20 ou do 3,30?*
Maioria da turma: *Do 3,30.*
Pesquisador: *Que é o mesmo que 3,3. Então, a semente fica um pouco mais próxima do 3,3. ... E vejam que a distância bate com a soma!*
A06: *Acho que entendi.*
A04 e boa parte da turma: *Entendi, agora entendi!*

Frisamos que os diálogos acima – D3 e D4 - são representativos das interações que aconteceram em nossas intervenções, portanto, julgamos necessário tratá-los com mais profundidade e acrescentarmos alguns detalhes que observamos nesse momento, mas que, devido à dupla função que exercemos - de pesquisador e de docente - não foi possível registrá-las literalmente em nossas notas de campo. Assim, para esclarecer as dúvidas do aluno A06, procuramos dar significado ao conceito de décimo e de unidade. No segundo caso, utilizamos a distância entre os números 0,0 e 1,0 em uma das retas numéricas do tabuleiro, uma vez que *é intuitivo associar o conceito de unidade ao número "um"*. A partir dessa ideia, introduzimos o conceito de *décimo como sendo a décima parte de uma medida* *convencionada como unidade*, associando, às unidades, o primeiro número à esquerda da vírgula e, aos décimos, o primeiro número que desse sinal ficasse à direita.

Com essas ideias, justificamos a soma das duas primeiras capturas (C1 e C2) e sua representação na reta numérica, afirmando que, ao capturar a galinha de 0,2 kg, o algarismo "dois", representativo dos décimos, indicava uma movimentação da semente até o segundo espaço pequeno à direita do ponto 0,0. Com a segunda captura (C2) - uma galinha de 1,1kg - ao fazer a adição e buscar a nova localização da semente, afirmamos que o resultado 1,3 kg significava um movimento na reta correspondente a um espaço grande, mais três partes pequenas, ou simplesmente a um espaço de treze décimos, que também pode ser compreendido como uma unidade mais três décimos,

No caso da terceira captura (C3) - uma galinha de 1,01 kg - a dúvida surgiu pela presença do algarismo dos centésimos. Nesse cenário, percebemos que seria preciso introduzir o conceito dessa ordem e instigamos os alunos a dividirem hipoteticamente cada décimo em outras dez partes. Desse modo, os alunos perceberam que a unidade ficaria dividida em cem espaços menores do que os décimos, e introduzimos o *conceito de centésimo como sendo a centésima parte de uma medida convencionada como unidade.*

A partir das ideias de unidade, de décimo e de centésimo, instigamos os alunos a perceberem que cada ordem era formada de agrupamentos de dez ordens imediatamente inferiores e inserimos, também por dedução, o *conceito de milésimo como sendo a milésima parte da unidade*, *mostrando a essência do sistema de numeração decimal, cuja base são os agrupamentos de dez.* Também demonstramos que, no número "1,3", o três, que representa três décimos, ocupava um espaço nas retas numéricas do tabuleiro idêntico a trinta centésimos, justificando o porquê de se acrescentar o zero à sua direita, quando foi efetuada a soma "1,3+ 1,01", na forma "1,30+1,01".

Nesse momento, alertamos para os problemas que se podem gerar ao somar algarismos de ordens diferentes. Esclarecemos essa afirmação demonstrando que, se assim somássemos, naquele contexto, estaríamos adicionando espaços das retas numéricas de tamanhos diferentes como se fossem iguais, o que acarretaria em um resultado numérico que não teria uma localização equivalente ao percurso que a semente deveria fazer sobre as retas numéricas do tabuleiro. Dessa forma, justificamos a importância de se colocar vírgula abaixo de vírgula nos algoritmos da adição com números decimais.

No entanto, outra inquietação surgiu no aluno A06: como a soma "1,3+1,01" é "2,31", onde deveria ficar localizada a semente, tendo em vista que as retas do tabuleiro só estavam divididas, fisicamente, em espaços correspondentes aos décimos? Nesse momento, recorremos *às ideias de estimativa e de aproximação*, para justificar que a localização de 2,31 é entre 2,30 e 2,40. Como já havíamos explorado a relação existente entre décimos e centésimos, não foi difícil inferir que 2,31 fica entre 2,3 e 2,4, entretanto, mais próximo de 2,3. Compreendido esse processo, a maioria dos alunos conseguiu entender o resultado e a localização da semente depois da quarta captura (C4).

Explorados esses conceitos associados à operação de adição de números decimais, julgamos conveniente estender algumas dessas ideias aos números negativos e iniciamos a exploração da subtração no cenário do jogo propriamente dito. Para isso, readaptamos o 'Jogo da Onça', que passou a se chamar 'O Cachorro e os Bodes', partimos de outro problema e fizemos o seguinte planejamento:

Quadro 9- Descrição das atividades do quarto encontro

TEMPO	Três aulas de 40 minutos: 1) Meia aula (20 minutos) para discutir sobre as atividades do encontro anterior; 2) Meia aula (20 minutos) para inserir as novas orientações do jogo 'O Cachorro e os Bodes'; 3) Meia aula (20 minutos) para explorar o segundo problema que propusemos; 4) Uma aula e meia (60 minutos) para jogar 'O Cachorro e os Bodes'.
OBJETIVOS	1) Explorar a adição e a subtração de números decimais e a representação de números na reta numérica; 2) Aprofundar e consolidar os conceitos explorados no jogo anterior por meio de sua extensão aos números racionais negativos.
MATERIAL UTILIZADO	1) Quadro e lápis-pincel para esclarecer as eventuais dúvidas dos alunos; tabuleiro construído no encontro anterior, porém reconfigurado, conforme apresentado na figura 17; Folha-ofício para os alunos anotarem as capturas do jogo 'O Cachorro e os Bodes'; texto contendo o terceiro problema e as novas orientações para o jogo 'O Cachorro e os Bodes'.
METODOLOGIA	1) Discussão sobre as atividades do encontro anterior; 2) Proposição, leitura individual e coletiva do terceiro problema; 3) Formação de duplas para jogar 'O Cachorro e os Bodes'; 4) Prática do jogo 'O Cachorro e os Bodes'.
NOVAS ORIENTAÇÕES INSERIDAS	1) Os personagens onça e cachorros são substituídos, respectivamente, pelo cachorro e pelos bodes; 2) Cada participante joga uma vez com o "cachorro" e outra com os "bodes"; 3) No final de cada partida, o jogador "cachorro" deve anotar a soma das capturas feitas e observar se a quantidade capturada foi suficiente, ou não, para saciar a fome do cachorro e movimentar a semente nas retas do tabuleiro de acordo com as capturas feitas; 4) O vencedor será o participante que obtiver a maior soma de quilogramas de carne com as capturas das peças bodes.

Fonte: Planejamento do autor

O problema utilizado nesse encontro foi o seguinte:

Problema 3: *Em nossa região, um hábito muito comum é de cachorros esfomeados saírem à noite à procura de alimentos e, ao não encontrá-los, acabam atacando rebanhos de bodes, causando muitos prejuízos para os criadores e desavenças entre vizinhos, sobretudo porque já se tornou cultural, desde que se tenha a devida prova do ocorrido, sacrificar "o cachorro ladrão de bodes". Considere que um desses cachorros ficou amarrado por 10 dias, sem comer carne alguma e, ao se soltar, atacou um rebanho de caprinos, composto de muitos animais recém-nascidos. Sabendo que os cachorros precisam mensalmente de, aproximadamente, 14 kg de carne para satisfazer as suas necessidades fisiológicas, no jogo* *abaixo, agora intitulado* ***'O cachorro e os bodes'****, consiga a quantidade de alimentos necessários para suprir o período de abstenção de carnes do cão acima citado ou o impeça de sacrificar os cabritinhos.*

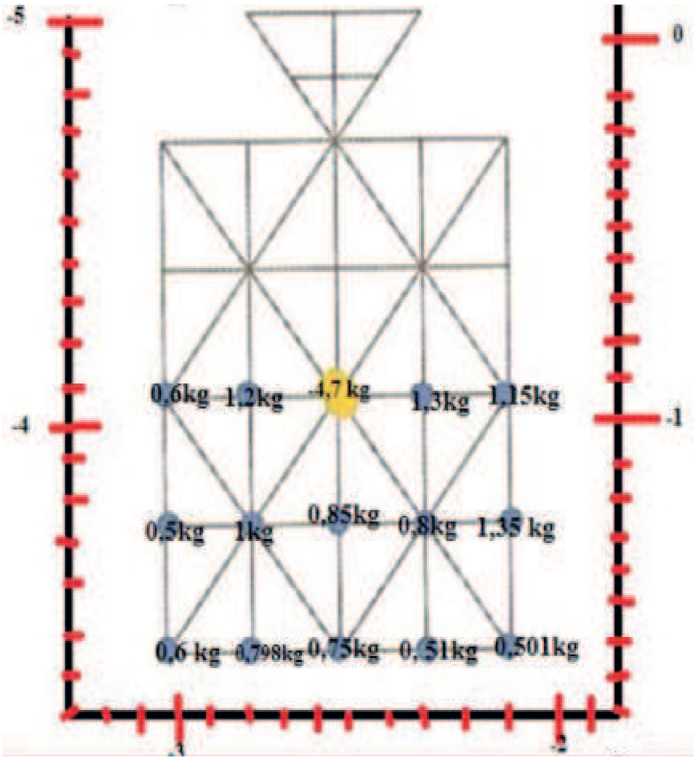
Para que os alunos encontrassem a solução desse problema, procedemos da seguinte maneira: primeiro, convencionamos que o mês seria de trinta dias, período em que o cachorro necessita de 14 kg de carne; segundo, instigamo-los a concluir que o período em que o cachorro ficou amarrado - de dez dias - correspondia à terça parte do mês; terceiro, induzimo-los a raciocinar que a quantidade de comida necessária para esses dez dias, em condições ideais, também seria reduzida para a terça parte; por fim, solicitamos que os alunos fizessem o cálculo de "14/3". Nesse momento, exploramos aproximações, estimativas e arredondamentos sucessivos para que os alunos chegassem ao resultado de 4,666... . Entretanto, o processo de busca foi interrompido porque alguns deles usaram a calculadora do celular para encontrá-lo, e isso desestimulou as tentativas de seus pares.

No entanto, intervimos indagando sobre dois aspectos desse número: primeiro, se deveríamos representá-lo como um valor negativo ou positivo, considerando que essa era a quantidade de carne que supostamente estava faltando no personagem "cachorro"; segundo, se seria conveniente utilizá-lo no formato periódico. Como resultado, ficou acordado que esse número seria negativo e que deveríamos trabalhá-lo em sua forma arredondada. Consequentemente, as peças "bodes" foram convencionadas como positivas, pois, quando capturadas, elas seriam "depositadas" ou acrescentadas ao personagem cachorro.

Depois dessas discussões, explicamos as novas orientações a serem seguidas (ver quadro 08) e descrevemos o jogo o 'Cachorro e os Bodes'. Nesse jogo, mais uma vez, utilizamos personagens presentes no cotidiano dos alunos e as medidas de massa. Com ele, objetivamos explorar os números negativos, associados à ideia de falta (BRASIL, 1998), nesse caso, à falta do alimento carne no cachorro.

A partir de então, buscamos explorar as operações de adição e subtração com números racionais decimais e consolidamos alguns conceitos e ideias trabalhados nos encontros anteriores, porque, como o objetivo do jogador "cachorro" era de saciar sua fome, que, numericamente, acontecia quando seu valor atingia o ponto "0,0" na reta numérica do tabuleiro, ele era instigado a fazer cálculos de adição ou de subtração. A figura abaixo, ilustra os comentários tecidos sobre a mecânica desse jogo:

Figura 20- Jogo o 'Cachorro e os Bodes'



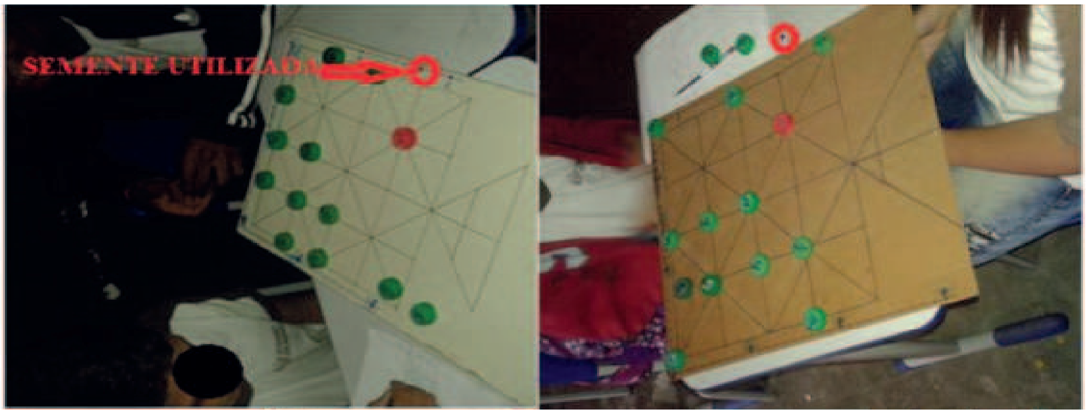
Fonte: Adaptado de Lima e Barreto (2005)

No entanto, antes de começar a jogá-lo, explicamos aos alunos que o cachorro - o ponto amarelo no tabuleiro acima - seria representado pelo número -4,7, resultado encontrado no problema proposto e convencionado como negativo. As peças "bodes", por sua vez, seriam representadas pelos valores numéricos 0,6; 1,2; 1,3; 1,15; 1,35; 0,8; 0,85; 1; 0,5; 0,6; 0,798; 0,75; 0,51; e 0,501, ambas positivas, que simbolizavam as massas (kg) dos bodes que seriam capturados pelo cachorro.

Explicamos, também, que, quando estivessem representando o personagem "cachorro", os alunos deveriam movimentar uma semente de acordo com as somas das capturas feitas, entretanto, localizando-a, no início de cada partida, em um ponto da reta numérica correspondente ao número -4,7.

Por fim, mostramos que o objetivo dos jogadores "cachorros" era de capturar os 4,7 kg de carne, necessários para saciar o período de abstenção desse alimento, e que os jogadores "bodes" deveriam encurralar seu adversário faminto. Feitas essas considerações, os alunos começaram a jogar:

Figura 21- Alunos jogando o 'Cachorro e os Bodes'

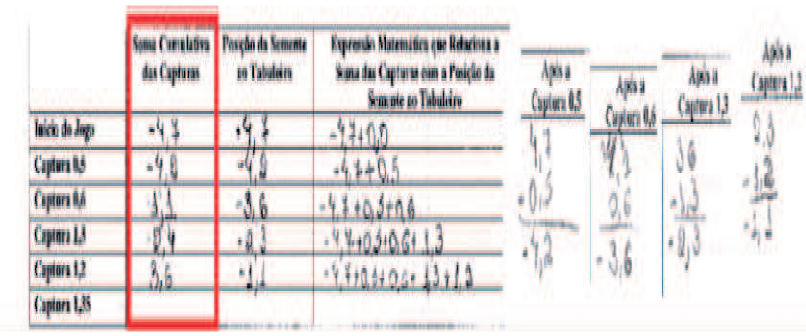


Fonte: Arquivos da pesquisa

Ressalte-se, porém, que muitas dificuldades foram apresentadas pelos alunos. A primeira delas esteve relacionada à localização da semente no início do jogo. Nesse momento, apenas um iniciou com ela localizada corretamente. Essas dificuldades continuaram com as sequências de capturas, às quais se acrescentaram outras relacionadas aos cálculos de adição e de subtração que deveriam ser feitos. Como consequência, alguns alunos estavam se desmotivando a movimentá-la, e, nem sempre, o vencedor era, de fato, o que tinha obtido o maior número de pontos. Assim, fomos solicitados e achamos pertinente intervir a partir da dúvida do aluno A05, que, jogando com o cachorro, fez a seguinte pergunta: *"Professor, eu 'peguei os bodes 0,5; 0,6; 1,3; 1,2 e 1,35. Como é que eu movimento a sementinha?".*

Para superar essas dificuldades, sugerimos a construção de uma tabela em que os alunos deveriam fazer uma associação entre a posição ocupada na reta pela semente, a quantidade de carne capturada pelo cachorro e a que faltava para saciar sua fome. Solicitamos, ainda, que escrevessem uma expressão matemática que descrevesse esse processo depois de cada captura.

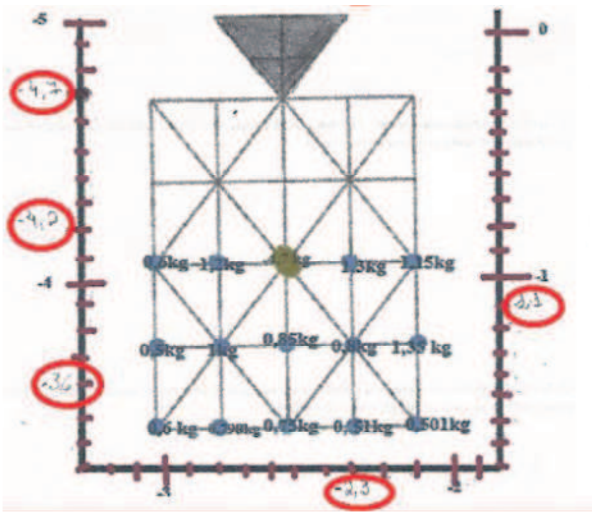
Figura 22- Resolução do problema de A05 pelo aluno A07



Fonte: Arquivos da pesquisa

Portanto, conforme pode ser observado acima, o aluno A07 resolveu parte dos problemas de A05, fazendo, inclusive, a representação da movimentação da semente após cada captura, conforme tínhamos sugerido à turma.

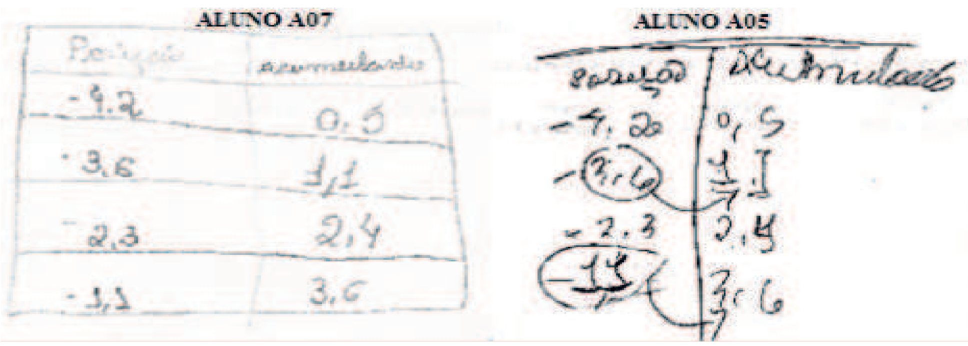
Figura 23- Representação das capturas do A05 feita por A07



Fonte: Arquivos da pesquisa

Conforme destacado pelas linhas elipsoides vermelhas acima, A07 fez, de maneira correta, na folha que lhe entregamos com as regras e com o tabuleiro do jogo ‘O Cachorro e os Bodes’, as representações das capturas de A05. Entretanto, aquele aluno foi uma exceção à regra que imperou na sala: de uma maneira geral, a maioria não conseguia fazer os cálculos, tampouco movimentar a semente de forma correta. Esse cenário foi riquíssimo para nossas intervenções e procuramos atuar atribuindo significado às operações envolvidas. Então, sugerimos uma simplificação da tabela utilizada e a resumimos a dois aspectos: a posição ocupada pela semente depois de cada captura e a soma cumulativa das capturas efetuadas.

Figura 24- Tabelas feitas pelos alunos A07 e A05



Fonte: Arquivos da pesquisa

Essas duas tabelas, assim como as dos outros alunos participantes, foram feitas concomitantemente às nossas intervenções. Nestas, atuamos, basicamente, instigando-os a concluir que, enquanto a soma das peças "bodes" capturadas fosse menores do que 4,7 kg, os resultados seriam negativos, o que indicava que o cachorro ainda estava carente do alimento carne. No entanto, se essa quantidade ultrapassasse tal valor, os resultados seriam positivos, o que significava o excesso desse alimento. Consequentemente, o valor zero indicava a satisfação da necessidade de carne que o cachorro sentira, porém, tal aspecto seria atingido quando a quantidade de peças "bodes" capturadas acumulasse um valor exatamente igual a 4,7 kg. Em ambos os casos, o resultado final, depois das cinco capturas, era a pontuação do jogador "cachorro" na partida.

Ademais, percebemos que, se, implícito ao número que representa a movimentação da reta, existe uma soma de capturas, a partir dela, podemos dar significado à comparação de números decimais, assunto em que os alunos sentiam muitas dificuldades. Então, devido à afirmação da turma de que -3,4 é maior do que -2,9, intervimos da seguinte maneira (D5):

Pesquisador: Por *que vocês acham que "menos três vírgula quatro" é maior do que "menos dois vírgula nove"?*
A08: *Porque é lógico.*
Pesquisador: *Como assim, lógico?*
A01: *Porque sim, professor! É claro que "três vírgula quatro" é maior que "dois vírgula nove"!*
Pesquisador: *Vamos pensar aqui no jogo! Para você movimentar a semente até ao "menos três vírgula quatro", quantos quilogramas de carne temos que capturar?*
A1*: "Um vírgula três".*
Pesquisador: *E no caso do "menos dois vírgula nove"?*
A06: *"Um vírgula oito".*
Pesquisador: *E quem é maior: "um vírgula três" ou "um vírgula oito"?*
Maioria da turma: *"Um vírgula oito".*

A partir de então, inferimos que, enquanto o cachorro não conseguisse os 4,7 kg de carne, quanto maior a soma das capturas, mais perto do zero a semente deveria ficar e que as situações acima descritas poderiam ser operacionalizadas pelas expressões "-4,7+ 1,3= -3,4" e "-4,7+ 1,8=-2,9". Nesse cenário, tal como explorado na matemática escolar, inferimos que um número negativo será tanto maior quanto mais próximo do zero estiver. Esse procedimento nos possibilitou mostrar que os resultados seriam sempre negativos até a satisfação da necessidade de comida do cachorro e conjecturar que seriam nulos, quando satisfeita, e positivos, quando ultrapassada. A partir dessas ideias, afirmamos que na soma de números com sinais contrários prevalece-se no resultado o sinal daquele de maior valor absoluto.

No quarto encontro, adentramos uma relação bastante conhecida entre as operações fundamentais da matemática: a ideia de multiplicação como uma soma de parcelas iguais. Para isso, readaptamos o 'Jogo da Onça', que passou a se chamar 'O Cliente e os Preços da Gasolina', e procuramos operacionalizar as atividades através do seguinte planejamento:

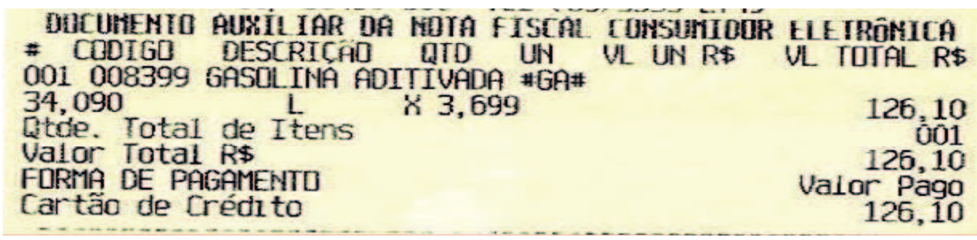
Quadro 10- Descrição das atividades do quinto encontro

TEMPO	Três aulas de 40 minutos: 1) Meia aula (20 minutos) para discutir sobre as atividades do encontro anterior; 2) Meia aula (20 minutos) para inserir as novas orientações do jogo 'O Cliente e os Preços da Gasolina'; 3) Meia aula (20 minutos) para explorar o terceiro problema que propusemos; 4) Uma aula e meia (60 minutos) para jogar 'O Cliente e os Preços da Gasolina'.
OBJETIVOS	1) Explorar a multiplicação de números decimais como uma soma de parcelas iguais; 2) Desenvolver o senso crítico dos estudantes.
MATERIAL UTILIZADO	1) Quadro e lápis-pincel para esclarecer as eventuais dívidas dos alunos; Tabuleiro construído no encontro anterior, porém reconfigurado, conforme apresentado na figura; Folha-ofício para os alunos anotarem as capturas do jogo O "Cliente e os Preços da Gasolina"; Texto contendo o terceiro problema e as novas orientações para o jogo O "Cliente e os Preços da Gasolina".
METODOLOGIA	1) Discussão sobre as atividades do encontro anterior; 2) Proposição, leitura individual e coletiva do terceiro problema; 3) formação de duplas para jogar O "Cliente e os Preços da Gasolina"; 4) Prática do jogo O "Cliente e os Preços da Gasolina".
NOVAS ORIENTAÇÕES INSERIDAS	1) Os personagens onça e cachorros são substituídos, respectivamente, pelo "cliente" e pelos "preços da gasolina/abastecimentos"; 2) Cada participante joga uma vez com o "cliente" e outra com os "os preços da gasolina/abastecimentos"; 3) No final de cada partida, o jogador "cliente" deve verificar a correta correspondência entre a quantidade de combustível e os preços capturados; 4) A cada par de peças correspondentes ganha um ponto e meio (1,5); 5) A cada peça não correspondente pede um ponto (-1,0); 6) O aluno deve anotar as peças capturadas e verificar as correspondências; 7) O vencedor será aquele que obtiver a maior pontuação no final da aula com as peças preços da gasolina e abastecimentos correspondentes.

Fonte: Planejamento do pesquisador

Para introduzir o jogo, utilizamos o seguinte problema:

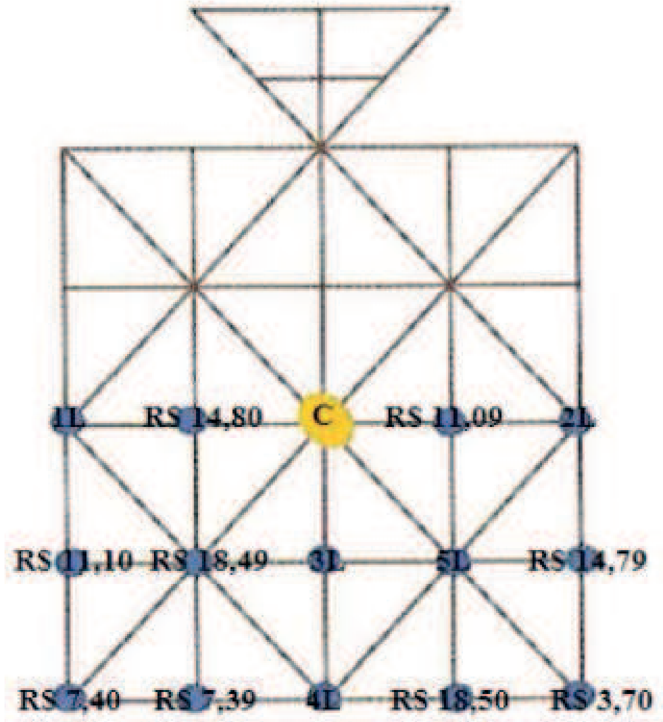
Problema 4: *Sabe-se que, na moeda brasileira, o real (R$), em geral, utilizam-se duas casas decimais à direita da vírgula para representar quantidades menores do que a unidade, os centavos. Entretanto, alguns estabelecimentos comerciais fogem à regra. Um exemplo bastante comum são os postos de gasolina e seus preços de combustíveis, conforme pode ser visto na nota fiscal abaixo, recebida por um cliente depois de abastecer seu carro:*



DOCUMENTO AUXILIAR DA NOTA FISCAL CONSUMIDOR ELETRÔNICA
CODIGO DESCRIÇÃO QTD UN VL UN R$ VL TOTAL R$
001 008399 GASOLINA ADITIVADA #GA#
34,090 L X 3,699 126,10
Qtde. Total de Itens 001
Valor Total R$ 126,10
FORMA DE PAGAMENTO Valor Pago
Cartão de Crédito 126,10

Nota-se que, apesar de estarem envolvidas quantidades com mais de duas casas decimais à direita da vírgula, o preço final é dado com apenas duas casas, possivelmente porque, quando se tratar de um pagamento em espécie, é impossível um cliente pagar uma quantia que se apresente com mais de duas casas decimais. Mas esse fato, na verdade, acarreta diferenças entre o que realmente se consome e o que se paga. Essas diferenças, na maioria das vezes, podem ser matematicamente justificadas, mas também abrem espaço para alguns donos de postos de gasolina enganarem o consumidor. No jogo abaixo, quando cliente, você pode capturar peças litros e peças preços, no entanto, deve capturar o maior número possível de pares de peças que se correspondam pela quantidade de litros e pelo preço a ser pago por elas.

Figura 25- Jogo 'O Cliente e os Preços da Gasolina'



Fonte: Adaptado de Lima e Barreto (2005)

No jogo acima, a peça central é o "cliente", cujo objetivo é de capturar as peças "litros" ou as peças "preços". As peças litros são 1L, 2L, 3L, 4L e 5L, e as peças preços (R$) são 14,80; 11,09; 11,10; 18,49; 14,79; 7,40; 7,39; 18,50; e 3,70. As primeiras simbolizam abastecimentos, e as segundas, a quantidade a ser paga por cada peça litro. Assim, ao capturar a peça 2L, por exemplo, considerando que o preço do litro é de R$ 3,699, o ideal é que a nova captura seja de uma peça preço correspondente ao valor a ser pago por esse abastecimento, ou seja, R$ 7,40. Se a primeira peça capturada for o preço R$ 7,40, o contrário também é verdadeiro.

Naturalmente, as ideias de multiplicação, de estimativa, de arredondamento e de aproximações têm presença marcante nesse jogo. Entretanto, nosso objetivo foi de dar significado à multiplicação de números decimais como uma soma de parcelas iguais. Mas, como?

Devido à nossa experiência docente, constatamos que, quando as parcelas de uma soma são iguais, muito numerosas e envolvem números com poucas casas decimais, os alunos geralmente as operacionalizam usando a multiplicação. Entretanto, quando são poucas e os números envolvidos têm muitas casas decimais, que é o caso do jogo acima, eles utilizam a adição. Assim, julgamos muito provável que, em um universo de nove pessoas, número de alunos participantes da pesquisa, essas duas formas de calcular fossem utilizadas e, a partir da equivalência dos resultados, naturalmente surgidas ou instigadas pelo pesquisador, poder-se-ia justificar que a multiplicação é resultante de uma adição de parcelas iguais.

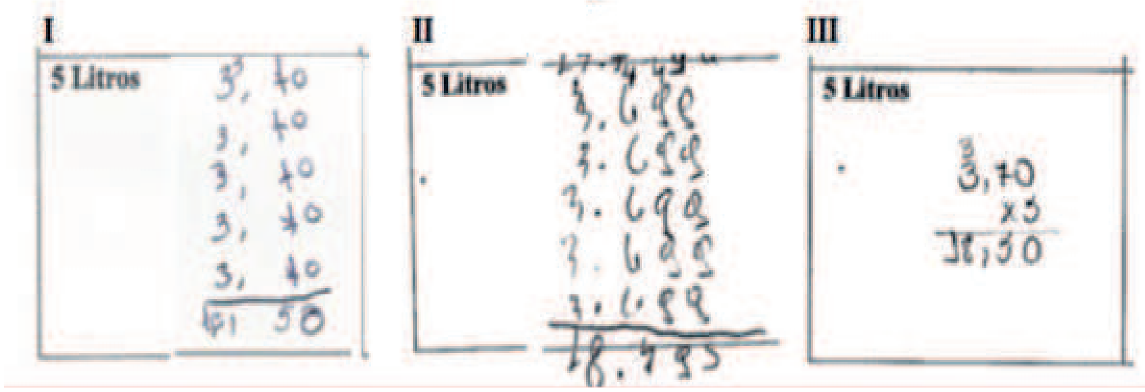
Figura 26- Alunos jogando o 'jogo o 'Consumidor e os preços da gasolina'

Fonte: Arquivos da pesquisa

Perceba, ainda, que, como só podemos pagar quantias em espécie até os centavos, cada um dos preços finais exige o arredondamento. Esse processo pode levar a uma série de equívocos, sobretudo quando feito pelos alunos. No entanto, quando se tratar de uma situação real, em que as bombas de combustível sejam computadorizadas, os enganos podem revelar uma tentativa de enganar o consumidor, por isso a utilização desse jogo também teve como objetivo desenvolver o senso crítico dos alunos para o exercício da cidadania.

Assim como previsto, no momento de jogar, alguns alunos fizeram seus cálculos utilizando a multiplicação, e outros o fizeram por meio da adição, conforme pode ser visto na figura abaixo, que mostra as resoluções de três alunos (I, II e III) para saber a peça preço a ser capturada depois da captura de uma peça litro de valor 5L.

Figura 27- Cálculos dos alunos durante o jogo o 'Cliente e os Preços da Gasolina'



Fonte: Arquivos da pesquisa

Essas resoluções, representativas das outras que surgiram, deram-nos a oportunidade de significar a multiplicação como uma soma de parcelas iguais. Por exemplo, no caso acima, se compararmos as respostas I e III, temos que 3,70+3,70+3,70+3,70+3,70 = 18,50 = 3,70x5, e, com isso, pudemos mostrar que 3,70+3,70+3,70+3,70+3,70+3,70= 5x3,70. Entretanto, conforme pode ser visto na resolução II, eles ainda apresentaram algumas dificuldades nos arredondamentos, nas estimativas e nas aproximações, a partir das quais os instigamos a refletir sobre os erros, intencionais ou não, que podem acontecer em operações dessa natureza.

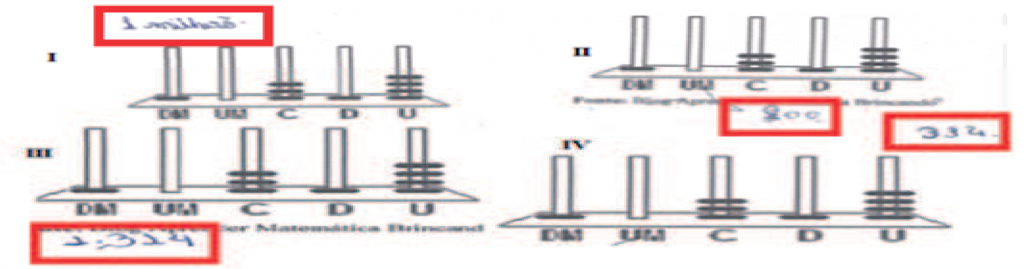
Feitas essas intervenções, aplicamos um segundo teste de sondagem, a partir do qual analisamos a evolução dos alunos em relação ao primeiro que aplicamos. Essas análises são tema da próxima seção. Nesta, ainda que tenhamos transpassado esse limite, buscamos descobrir quais as contribuições didático-pedagógicas oferecidas pelo 'Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos, para o ensino de adição e de subtração de números decimais. Para tanto, analisamos as interações observadas e registradas nas notas de campo descritas acima; o comportamento, o engajamento e as dificuldades dos alunos nas atividades propostas, nossa mediação e as interações ocorridas, para, logo em seguida, tecer nossas conclusões e considerações finais.

7.2.1 Resultados, análises e discussões

Antes de analisar as intervenções que fizemos em sala de aula e os resultados obtidos, retomaremos alguns dados colhidos no primeiro teste de sondagem e no questionário sociocultural já comentados. No entanto, se, antes, eles faziam referência às quatro turmas em que os aplicamos, agora dizem respeito unicamente à primeira turma do oitavo ano (8A1), que foi selecionada para nossas intervenções. Essa retomada foi necessária porque o resultado final desta pesquisa está associado ao seu período exploratório, por isso não poderia ser analisado isolado dessa fase inicial. Nesses termos, primeiro, procuramos compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos no primeiro teste de sondagem.

Por outro lado, a natureza de nossa questão-problema nos traz outro quefazer: analisar as contribuições dos jogos utilizados para superá-las. Esses afazeres nos levam, inevitavelmente, a avaliar, com algum pormenor, as resoluções dos alunos no primeiro teste de sondagem, as interações que surgiram durante as intervenções nos jogos e os indícios da evolução pretendida. Esse é o fio condutor que nos leva às conclusões tecidas. Nesse sentido, as resoluções dos alunos neste teste incial nos indicaram um cenário de muitas dificuldades, como ilustrado na figura abaixo:

Figura 28- Respostas de quatro alunos para a primeira questão



Fonte: Primeiro teste de sondagem

As respostas acima, que mostram a solução encontrada por quatro alunos para a primeira questão, na qual pedimos que descobrissem o número que estava representado em um ábaco, apontam que alguns deles a resolveram de forma arbitrária (I e II), que não associaram a ausência de elementos no ábaco ao algarismo zero (III) ou que têm um conhecimento limitado à ordem das centenas, das dezenas e das unidades e, portanto, à classe das unidades simples (IV). Considerando, ainda, que a maioria deles a deixou em branco, concluímos que, de uma maneira geral, não compreendiam o valor posicional e o significado das ordens e das classes decimais.

No entanto, em alguns alunos, essa incompreensão pode se dever ao próprio instrumento utilizado para representar o número 10.314 (dez mil, trezentos e quatorze), o ábaco, uma vez que dois deles afirmaram não conhecê-lo. Isso significa que poderiam compreender esse número, suas ordens e classes em outros contextos, sobretudo naqueles em que os símbolos e as representações utilizadas lhes fossem familiares.

Nesses casos, como pudemos observar, ficou clara a separação entre o pensamento do estudante e a linguagem utilizada na questão (VIGOTSKI, 2008), no sentido de que, mesmo nos explicando oralmente o significado de cada um dos algarismos do referido número, a questão foi respondida errada ou deixada em branco. Todavia, as nossas observações em sala de aula confirmaram que as carências de fato existiam na maioria dos alunos. Portanto, a separação entre o pensamento e a linguagem das questões esteve associada, sobretudo, a pouca compreensão conceitual sobre os temas abordados, ainda que alguns deles os compreendessem de forma desestruturada. Assim, foi possível identificar, em suas resoluções, um misto de deficiências conceituais, com pitadas de ideias cotidianas sobre os conteúdos explorados. A figura abaixo confirma essa assertiva:

Figura 29- Respostas de quatro alunos para a segunda questão

Fonte: Primeiro teste de sondagem

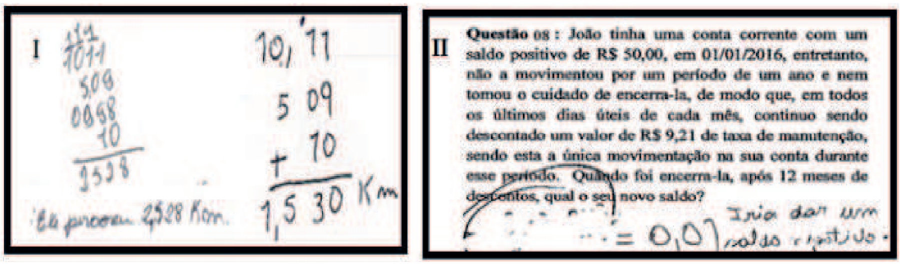
A resposta I acima, representativa das outras que foram dadas, é um retrato das deficiências conceituais dos alunos sobre a escrita dos números 10; 1; 0,1; 0,01 e 0,001, que exploramos na segunda questão (Q2). No entanto, alguns os contextualizaram, corretamente, com as medidas de comprimento (III) e de massa (IV) ou escreveram reproduzindo a maneira como oralmente os tratamos no dia a dia (II). Por exemplo, o número 0,1 foi escrito como "zero vírgula um", e não, como "um décimo", tal como é concebido na matemática escolar.

Nesses últimos casos, evidencia-se a presença dos pensamentos complexos adquiridos no cotidiano e seu relacionamento com os significados conceituais mediados pela escola (VIGOTSKI, 2008). Em outras palavras, o aluno que escreveu o número "0,1" no formato acima, provavelmente, não o compreendeu como a décima parte de uma unidade, que, por sua vez, é a décima parte de uma dezena, e assim por diante, até a compreensão final de que ele faz parte do sistema de numeração decimal. Em última análise, não o compreendeu em termos conceituais, pois a ausência de um sistema é justamente a diferença primordial entre os pensamentos dessa natureza e os complexos, o que o faz utilizar os números ou, até mesmo, as suas operações, de forma inconsciente na escola e no cotidiano, ainda que, por vezes, tal forma de pensar tenha equivalência prática e funcional àquela que o entende conceitualmente como um décimo (VIGOTSKI, 2008).

Mas, os pensamentos complexos não são os que abrem os caminhos para que se formem os verdadeiros conceitos? De fato. No entanto, a maioria desses conceitos já é explorada desde os anos iniciais do ensino fundamental. Assim, considerando que os pensamentos abstratos genuínos só podem ser formados a partir da adolescência (VIGOTSKI, 2008), podemos concluir que a escola, em algum sentido, falhou com esses alunos, seja pela adoção de práticas que não facilitaram esse processo, seja pela utilização de um currículo incoerente com o nível de desenvolvimento dos alunos.

Portanto, se nessa turma, de um modo geral, por motivos diversos, os alunos não compreenderam os conceitos básicos do sistema de numeração decimal, logicamente, eles apresentariam muitas dificuldades nas operações e nos conteúdos que elas abrangem. Assim, diagnosticamos um cenário de muitas carências na representação de números decimais na reta numérica, nos cálculos e no reconhecimento desses números em suas várias representações. No caso da comparação, a carência se deveu ao fato de a referência ser a quantidade de algarismos à direita da vírgula ou o "tamanho do número" em sua forma escrita. Assim comparando, para a maioria deles, "0,5" é menor do que "0,35". Essas dificuldades se manifestaram, sobretudo, quando estavam envolvidos números negativos, quantidade de casas decimais diferentes e a necessidade de se fazerem estimativas, aproximações e arredondamentos, como se pode ver na figura abaixo:

Figura 30- Resoluções da sexta e da décima questões

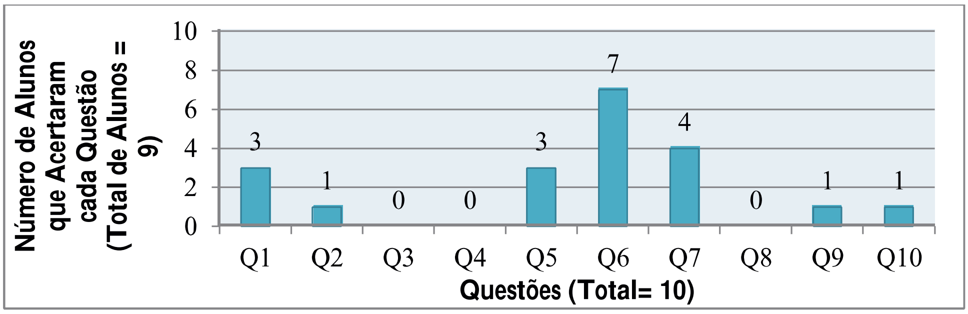


Fonte: Primeiro teste de sondagem

No lado I, expusemos duas resoluções da décima questão, em que os alunos deveriam somar as distâncias 10,11; 5,09; 10; 0,998, em quilômetros (km), representando um percurso feito por um ciclista e, no lado II, a resposta de um aluno para a oitava questão.

Conforme pode ser visto, as dificuldades dos alunos se materializaram na desconsideração ou no acréscimo da vírgula de forma arbitrária, física ou conceitualmente falando, na soma de algarismos de ordens diferentes como se fossem iguais; no emprego da técnica do "vai um", independentemente da sequência das ordens envolvidas, na transformação arbitrária de valores decimais em inteiros e na desistência de resolver a questão (II). Essas carências foram refletidas no rendimento obtido, como demonstrado no gráfico abaixo:

Gráfico 3- Resultados dos alunos por questão



Fonte: Primeiro teste de sondagem (PTS)

De acordo com o gráfico, a porcentagem de acertos só foi boa na sexta questão. Nas demais, sempre menos de 50% dos nove alunos lograram êxito, o que nos fez perguntar por que tantas dificuldades em conteúdos que, desde os primeiros anos do ensino fundamental, estão presentes na vida escolar e, desde a primeira infância, fazem parte de seu cotidiano.

Embora ciente da complexidade dessa questão, que não pode ser compreendida em termos absolutos por uma única via de explicação, é inegável que o tipo de ensino ao qual os alunos foram ou estão sendo submetidos tem estreita relação com esse quadro. Nesse particular, uma das respostas dos alunos ao questionário sociocultural nos dá uma pista que, a nosso ver, explica, em parte, tais constatações: ao indagarmos de que forma os professores de matemática lhes ensinaram ao longo de sua trajetória escolar, todos os alunos (100%) responderam que foi por meio da exposição de conteúdos, da resolução de exemplos e de exercícios de fixação da aprendizagem, em todas ou em quase todas as aulas, e que os exercícios eram retirados, principalmente, dos livros didáticos.

Portanto, esses alunos estiveram e ainda estão sendo submetidos a um ensino predominantemente tradicional. Consequentemente, alguns traços das práticas formalista clássica e formalista moderna, que prevaleceram até a década de 1970 (FIORENTINI, 1995), ainda fazem parte de seu cotidiano escolar. Assim, há fortes indícios, por mais espantoso que possa parecer, de que resquícios do ensino clássico grego e abstrato moderno, em que o professor é o “principal agente da aprendizagem”, ainda se mantêm vivos nas práticas docentes e, pensamos, influenciando os modos de ver e de conceber o ensino e a aprendizagem da matemática (FIORENTINI, 1995).

Tal inferência também é feita com base em nossas observações de campo, que nos possibilitaram entrar em contato com algumas atividades escolares, mas, principalmente, devido ao seu *modus operandi* de estudar essa disciplina: geralmente passivos e dependentes do professor, muitas vezes resistentes a novas formas de estudar. Portanto, ao que parece, já estão acostumados a ser apenas receptores do conhecimento transmitido pelo docente.

Podemos concluir, portanto, que apesar de o novo contexto educacional, a partir da segunda metade do Século XX, ter apontado para tendências metodológicas construtivistas e socioetnoculturais (BARBOSA, 2009; FIORENTINI, 1995), de um modo geral, essas orientações se mostraram alienígenas para os professores de matemática que fizeram parte da trajetória escolar dos alunos dessa turma. Assim, “aprenderam” na contramão das novas orientações que apontam para a essencialidade da ação do sujeito para a aprendizagem que, por sua vez, passou a ser compreendida como uma construção (PIAGET, 1999; VIGOTSKI, 2007; 2008).

Nestes termos, a compreensão da matemática como um conhecimento vivo e dinâmico, que instrumenta para o exercício da cidadania e que é construído e utilizado não apenas por matemáticos profissionais, mas diariamente, por pessoas comuns (D’AMBRÓSIO, 1998; 2009; 2015), parece ter sido preterida em relação àquela que a entende como um arquivo de conhecimentos, congelados na forma de conteúdos, exemplos e “problemas” do livro didático, que já estão prontos para serem transmitidos. Parece-nos, então, que a resolução de problemas praticada na turma pesquisada foi assumida de forma muito limitada (STANIC; KILPATRICK, 1990): suas soluções são geralmente técnicas e específicas (ONUCHIC, 1999), e ela mesma é o fim da aprendizagem (FIORENTINI, 2012). Portanto, não foi entendida como um meio para aprender matemática (OUNUCHIC, 2013).

Sendo assim, ao que parece, a escola ignorou ou pouca atenção deu á importância da ação e dos conhecimentos cotidianos dos alunos e, de um modo geral, apenas transmitiu uma matemática alienígena, provocando um impacto que, por vezes, acarreta em um bloqueio psicológico com a tendência de fracasso em fazer os alunos aprenderem o conhecimento formal e de eliminar as suas formas desestruturadas de saber (D’AMBRÓSIO, 1986). Tal fato fica em evidência no próprio trato com os números: praticamente não há inaptidão numérica em suas formas mais elementares e espontâneas, mas esse aprendizado tende a ser eliminado pela aptidão numérica erudita (D’AMBRÓSIO, 1986), com forte impacto na autoconfiança e na autonomia dos alunos.

Esse impacto materializou-se na padronização dos erros e dos cálculos feitos pelos alunos pesquisados, que, de um modo geral, foram realizados algoritmicamente nos moldes escolares de tal modo que detectamos pouca ou nenhuma forma desestruturada ou particular de efetuá-los. Os poucos que se aventuravam a fugir dos padrões já estabelecidos se preocupavam em conseguir nosso aval ou eram, explicitamente ou não, "repreendidos" pelos colegas. Isso aconteceu, por exemplo, quando alguns alunos resolveram utilizar os dedos como auxiliares dos cálculos. Portanto, parece que muitos deles entraram em contato com os números decimais na escola em situações pouco significativas, o que pode ter contribuído para as dificuldades observadas (JUCÁ, 2014).

Naturalmente, a consequência de um ensino nesses moldes é a eliminação da dialética reflexão-ação, que a torna automatizada e desprovida de criatividade (D'AMBRÓSIO, 1986). Consequentemente, a "aprendizagem" adquirida é esquecida facilmente. Esse diagnóstico foi constatado durante nossa inserção na sala de aula. No entanto, talvez o produto mais devastador do ensino tradicional seja a contribuição que dá para eliminar a criticidade dos alunos. Isso aconteceu em várias frentes na turma pesquisada, desde a aceitação inconteste dos termos legais que a pesquisa exige, o que nos fez esclarecer-lhes sobre cada tópico, até as dificuldades que apresentaram de interpretar e de analisar criticamente os enunciados das questões.

Fica patente, portanto, que as práticas de ensino pelas quais esses alunos passaram pouco contribuíram para despertar neles atitudes relacionadas à *literacia, à materacia e à tecnocracia*, essenciais para a aprendizagem da matemática (D'AMBRÓSIO, 2015). No entanto, apesar de ainda haver muitas carências, em questões contextualizadas com situações do cotidiano, percebemos uma melhora não apenas nos rendimentos, mas também na compreensão. Tal fato ficou em evidência na sexta e na sétima questões (Q6 e Q7), que envolviam situações práticas de pagamento ou de troco, muito comuns no cotidiano.

A melhora de desempenho pode está associado ao fato de este contexto influenciar epistemológica e cognitivamente os alunos (D'AMBRÓSIO, 1986; 1998; 2015), facilitando assim sua resolução e a utilização de seu modo particular de fazer matemática. Pode, ainda, está relacionado com o fato de os símbolos, as situações e os métodos necessários para resolvê-las não serem totalmente estranhos aos alunos e, assim, o pensamento dos estudantes e a linguagem da questão se aproximaram de tal modo que foi possível compreendê-la (VIGOTSKI, 2008).

Talvez por esses fatores, a maioria deles as respondeu por meio do cálculo mental.

Tal fato nos instigou a “garimpar” nas questões dessa natureza, que compunham o primeiro teste de sondagem, conhecimentos cotidianos que poderiam ser “pontes” para a aprendizagem dos números decimais e das suas operações de adição e subtração. Ao assim fazer, constatamos que os alunos compreendiam relativamente bem os números decimais nos contextos das medidas de massa, de comprimento e da moeda brasileira, o Real.

Esses cenários foram uma referência para as adaptações que criamos e as intervenções pedagógicas que fizemos. Esses aspectos, os problemas que utilizamos como ponto de partida para as atividades matemática (BRASIL, 1998) e os que surgiram durante a ação de jogar nos criaram um ambiente em que a resolução de problemas foi um meio de fazer nossas intervenções (ONUCHIC, 1999; 2013), ainda que não tenhamos nos preocupado em seguir passos sequenciados.

Nesse processo, os erros foram valorizados como aspectos que podem nos indicar o modo de pensar das pessoas e nos trazer, ainda que de forma implícita, conhecimentos que não estão totalmente alheios ao que nos propusemos ensinar. Portanto, os compreendemos como chaves para os futuros acertos e como caminhos para compreender muitos problemas relacionados à aprendizagem. Nesse sentido, identificamos que a troca da vírgula pelo ponto, no momento de indicar a “quebra da unidade”, por vezes, estava associada ao uso de calculadoras, que assim fazem em suas representações. A associação do número “0,1” á escrita “zero vírgula um”, por sua vez, explicita um pensamento construído na vida diária que, de certa forma, esconde o seu real significado matemático: o de zero unidade e um décimo.

De maneira semelhante, escrever o número “0,75” como “setenta e cinco centavos”, no contexto dos números decimais, não pode ser considerado apenas um erro, mas um conhecimento pré-existente, que é importante para aprender esse conteúdo e, consequentemente, para suas operações fundamentais. Assim, apesar de poder originar obstáculos para a aprendizagem, esses “erros” podem se configurar em “pontes” para se chegar à aprendizagem da matemática escolar (D’AMBRÓSIO, 1986), o que nos leva a concluir que o sentido com que se materializa em sala de aula, muitas vezes, depende da postura do professor.

Assim, as adaptações que fizemos no ‘Jogo da Onça’ orientaram-se por três vias principais: as dificuldades dos alunos, seus conhecimentos pré-existentes e a superação dessas dificuldades que, conforme já relatado, manifestavam-se, sobretudo, quando os números decimais e suas operações de adição e subtração eram limitados ao contexto da matemática acadêmica. No entanto, como a dinâmica dos jogos adaptados era baseada no jogo original, julgamos pertinente, primeiro, familiarizar os alunos com as regras nativas, objetivo principal de nossa primeira intervenção.

Esse processo nos possibilitou constatar que o uso desse jogo possibilita reflexões sobre a necessidade de condutas coletivas para superar os desafios impostos pela sociedade que, individualmente, não podem ser superados (FRANCO, 2012); favorece o ensino interdisciplinar por meio dos significados sociais, ambientais e culturais dos povos indígenas; possibilita a implementação de práticas pedagógicas de caráter intercultural que valorizam essa etnia (VINHA, 2010), geralmente marginalizada no contexto educacional; e contribui para a implementação da Lei n°. 11.645/2008, que instituiu a obrigatoriedade da temática indígena nas disciplinas escolares brasileiras (CULLET; PALADINO; RUSSO, 2014). Por fim, constamos, no momento em que os alunos construíram o tabuleiro, que seu uso proporciona o ensino de conteúdos geométricos (OLIVEIRA, 2011), como paralelismo, concorrência e perpendicularismo de retas e outros conceitos relacionados a áreas, a pontos e a planos.

Nesse primeiro encontro, inserimos regras gerais para os encontros posteriores, que passaram a ser compreendidos como níveis, e estabelecemos a criação de um *ranking,* de pontuação cumulativa e resultante dos encontros antecedentes, o que nos possibilitou dar um *feedback* e chamar a atenção dos alunos para o fato de que sua colocação final dependia da quantidade de pontos que conseguissem em cada encontro. Portanto, inserimos alguns elementos típicos da *gamificação* em nossa intervenção, o que proporcionou mais engajamento e motivação dos alunos nas atividades sugeridas, que foram materializados na perda da noção do tempo que se passara: sensação típica de quando estamos fazendo algo prazeroso e nos interessamos por razões intrínsecas à própria atividade (BUSSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014).

Essa característica está em evidência no diálogo D2, transcrito de nossas notas de campo, em que o aluno A02 diz que não acreditou que já haviam passado três aulas: "*se fosse estudando, demorava o século da 'pirua'*". Essa fala, aprovada pela maioria dos outros alunos, denota que ainda é forte a oposição entre o estudo e o jogo, uma concepção fortemente posta em prática pelo ensino tradicional, como reflexo de pensamentos mais conservadores, que atestam o estudo como algo sério, e o jogo, como fútil e irrelevante.

Revela-nos, ainda, que, embora tenhamos sugerido a atividade "jogo" para os alunos, ela teve um fim em si mesmo, e eles se submeteram a ela por vontade própria (HUIZINGA, 2000). Assim, de um modo geral, fixaram a atenção e se interessaram por seus conteúdos (CAILLOIS, 1990), que, ao que parece, inicialmente, foram abrangidos pelos aspectos lúdicos das versões dos jogos que criamos. Isso nos possibilitou dar significado, de forma bastante natural, às operações de adição e de subtração de números decimais durante a contagem dos pontos, associadas às ideias de ganhar e de perder (BRASIL, 1998). Nesse contexto, percebemos que os alunos, curiosamente, não sentem dificuldades de compreender o significado dessas operações e dos números negativos, mesmo que os desafios que enfrentam no cenário da matemática escolar tenham sido evidentes.

No segundo encontro, começamos a explorar os números decimais no cenário do jogo propriamente dito, por meio da nossa primeira adaptação do 'Jogo da Onça', que se transformou em O "Consumidor e os Impostos". Nesta, partimos dos impostos e encargos cobrados em uma conta de luz e exploramos o significado das várias representações decimais e o desenvolvimento de estratégias, uma vez que, a pontuação dos alunos dependia mais da quantidade de peças, com valores equivalentes aos impostos e encargos cobrados, do que da quantidade de capturas feitas. Foi possível, ainda, despertar a reflexão sobre um dos temas mais atuais da sociedade brasileira: os impostos que, de certa forma, encurralam todos nós.

Assim, assumimos um posicionamento que instigou os alunos a serem críticos e submetemos o conhecimento matemático a um objetivo maior: o de ser uma ferramenta para o exercício da cidadania. Desse modo, abrimos caminho para a construção da "aprendizagem por excelência" e transformamos a prática docente em um ato essencialmente político (D'AMBRÓSIO, 2009), extrapolando o ensino da matemática tradicionalmente ministrado nas escolas.

Na segunda adaptação, exploramos a adição de números decimais e transformamos o 'Jogo da Onça' em 'A Raposa e as Galinhas'. No entanto, conforme pode ser visto nos diálogos D4 e D5, apesar de buscarmos proporcionar um ambiente de ensino igualitário, as peculiaridades individuais não possibilitaram que o produto desse processo, a aprendizagem, fosse uniforme. Isso significa que o ato educativo influencia, melhora e potencializa a construção do conhecimento das pessoas, mas não elimina as peculiaridades individuais ao aprendê-lo (D'AMBRÓSIO, 1986; 2015).

Então, apesar de estarem sendo submetidos ao mesmo processo de ensino e ao mesmo jogo, alguns alunos não acompanhavam o desenrolar das atividades, mostrando muitas dificuldades de abstrair os conceitos explorados. No entanto, as interações que sugiram no ato de jogar foram extremamente importantes para a resolução desses problemas, que, geralmente, foram solucionados com a ajuda dos colegas de classe ou como a nossa, que agimos de modo a potencializar o processo e facilitar a ação do indivíduo para alcançar seu potencial criativo e estimular a colaboração e as ações mútuas em sala de aula (D'AMBRÓSIO, 2015). Assim, podemos dizer que os jogos contribuíram para o desenvolvimento da socialização e para despertar atitudes de solidariedade, aspectos importantes para o desenvolvimento da afetividade e da inteligência (PIAGET, 1999). Nesse sentido, os alunos foram participativos e perguntavam sempre que tinham dúvidas ou que erravam determinado cálculo.

Figura 31- Alunos interagindo e colaborando entre si

Fonte: Arquivos da pesquisa

Portanto, podemos inferir que eles assumiram uma atitude positiva em relação aos erros, jogando 'A Raposa e as Galinhas' (BRASIL, 1998). Acrescentamos que esse jogo se revelou potencialmente rico para a proposição, a exploração e a resolução de problemas matemáticos relacionados à adição de números decimais, conforme pode ser visto nos diálogos que transcrevemos de nossas notas de campo. No entanto, apesar das colaborações mútuas, os alunos não deixaram de compreender que, quando raposa, eles tinham uma estratégia diferente de quando assumiam o personagem das galinhas. Naturalmente, esse processo exige imaginação e criatividade, o que acarreta uma manipulação de imagens dentro do ato de jogar (HUIZINGA, 2000).

Nesse sentido, os quilogramas de carne estavam sendo representados por espaços nas retas numéricas, e isso significa que os alunos manipularam essas imagens e abriram caminho para a compreensão dos seus significados, que são essenciais para apreender os conceitos matemáticos. Assim, o jogo possibilitou ações cognitivas que favoreceram a construção de abstrações (VIGOTSKI, 2007).

Um aspecto importante a ser considerado e que, aparentemente, contribuiu para que os alunos se engajassem para resolver os problemas apresentados pelo jogo, foi o fato de ele ser constituído de personagens do cotidiano e de buscarmos, na maioria das vezes, fazer uma "ponte" entre seus conhecimentos cotidianos e a matemática escolar, para provocar o menor conflito possível entre esses saberes (D'AMBRÓSIO, 1986).

Nesse sentido, construímos a ideia de unidade a partir da distância na reta numérica dos tabuleiros entre os pontos "0,0" e "1,0", uma vez que é intuitivo associá-la ao número um; os décimos, nada mais eram do que "espaçozinhos". Dos dez espaçozinhos, um foi mostrado pelos alunos por meio da fração "um sobre dez". Essa leitura, provavelmente, foi adquirida no cotidiano, mas reflete seu entendimento sobre a relação parte e todo, essência das representações fracionárias. A partir dela, introduzimos o conceito de décimo e percebemos que os conhecimentos que os alunos trazem consigo, por mais que pareçam ser arbitrários, em boa parte das vezes, trazem implícitas ideias matemáticas aprendidas no cotidiano aproveitáveis na escola. Portanto, buscamos aproximar os conhecimentos cotidiano/espontâneos às operações de adição e de subtração em suas dimensões formalizadas e abstratas (D'AMBRÓSIO, 1986).

Nesse sentido, os espaços grandes e pequenos, assim inicialmente compreendidos pelos alunos, depois foram refinados para os conceitos de unidades, de décimos, de centésimos e de milésimos que, na verdade, estavam a representar a quantidade de quilogramas que a "raposa capturava" durante uma partida. O processo de ensino que mediamos, portanto, buscou partir do objeto jogo para chegar às abstrações matemáticas. No entanto, por vezes, transitou entre essas duas extremidades, o que nos permitiu fazer uma contextualização da matemática dentro de si própria e dentro do cotidiano dos alunos (BRASIL, 1998). Isso significa que o nosso modo de atuar se deu no sentido de facilitar o desenvolvimento dos conceitos científicos a partir das ideias cotidianas dos alunos e da concretude oferecida pelo jogo A "Raposa e as Galinhas" A(VIGOTSKI, 2008), dinâmica essa que, aliás, buscamos manter nas outras intervenções.

Desse modo, o jogo a 'Raposa e as Galinhas' foi um cenário em que os alunos puderam partir de um suporte concreto, passar pelo contexto cotidiano, e vice-versa, e chegar ao conhecimento matemático abstrato. Seu uso possibilitou, conforme já mostrado, dar significado aos conceitos das ordens numéricas e às representações na reta e explorar as ideias de estimativas, arredondamentos e aproximações.

Em linhas gerais, exploramos essas mesmas ideias no jogo seguinte, que denominamos de 'O Cachorro e os Bodes', porém as estendemos aos números negativos. Nele, os próprios alunos, partindo da falta do alimento carne no cachorro, construíram o significado das representações negativas. Ao associar a negatividade de um número à ideia cotidiana de fome, estendemos aos números racionais o significado de números inteiros negativos associados à ideia de falta (BRASIL, 1998), nesse caso, do alimento carne no personagem "cachorro". Como consequência, o excesso de alimentos e a quantidade suficiente para suprir essa falta foram, respectivamente, significativos para os numerais positivos e nulos. Desse modo, o conhecimento matemático foi construído pelos próprios alunos em sala de aula e se apresentou de forma viva e dinâmica (D'AMBRÓSIO, 1998).

Além disso, como a semente deveria se localizar no início de cada partida no ponto -4,7 da reta numérica e, a partir de então, movimentar-se de acordo com a soma dos valores capturados, cada posição que ocupava indicava uma soma de capturas feitas. Tal fato nos proporcionou dar um significado à comparação de números decimais. Por exemplo, para se chegar ao ponto -3,4, bastava capturar um bode de 1,3 kg, e para se chegar à posição -2,9, o valor capturado deveria ser de 1,8 kg. Assim, -2,9 é maior do que –3,4 porque, para a semente movimentar-se até ele, o somatório das capturas é maior.

Esse raciocínio, além de atribuir um significado à comparação de números negativos, possibilita que cheguemos a uma das regras utilizadas pela matemática escolar para justificá-la: *Na comparação entre dois números negativos, será maior aquele que estiver na reta numérica mais próximo do zero.* Isso é possível porque, quanto maior for o somatório das capturas, mais próximo do zero a semente tende a ficar. De maneira semelhante, a partir do momento em que os resultados do somatório das capturas com o valor inicial do cachorro (-4,7) for positivo, quanto maior ele for, mais distante do ponto zero a semente ficará. Isso justifica a assertiva de que, *na comparação entre dois números positivos, será maior aquele que estiver na reta numérica mais distante do zero.*

Permiti-nos, ainda, justificar que o zero (0) é maior que qualquer número negativo. Isso é possível porque, para que a semente se localize exatamente no ponto da reta em que este número deve ser representado, indicando assim que o cachorro saciou sua fome, tem-se que capturar exatamente 4,7 kg de carne com as peças bodes, quantidade esta que é superior àquelas relacionadas com qualquer localização da semente no lado negativo da reta numérica.

Desse modo, podemos concluir que, usando o jogo o 'Cachorro e os Bodes', é possível explorar a adição, a subtração, a comparação e a representação de números decimais racionais na reta numérica e estender as ideias de arredondamentos, aproximações e estimativas exploradas em a 'Raposa e as Galinhas' para os números negativos. Esse processo associa os números positivos ao excesso de comida, os números negativos, à falta, e o zero ao suprimento da quantidade de carne necessária para o cachorro saciar sua fome.

Certamente, não estamos afirmando que, no início, os alunos compreenderam essas ideias como conceitos matemáticos propriamente ditos. Aliás, até mesmo quando associada às questões biológicas e sociológicas, a ideia de fome geralmente não é compreendida em termos conceituais. Da mesma forma que a tratamos matematicamente, ela é compreendida cotidianamente em termos de falta de comida, quando, na verdade, pode também estar associada à falta dos nutrientes necessários ao bom funcionamento do organismo. Portanto, uma pessoa pode estar se alimentando em excesso e, mesmo assim, continuar com fome. Estamos, portanto, diante de pensamentos complexos (VIGOTSKI, 2008), seja do ponto de vista biológico, sociológico ou matemático.

Ressalte-se, todavia, que essa forma de pensar, predominante no cotidiano, abre o caminho para os verdadeiros conceitos as enriquecerem, tornando-a mais elaborada (VIGOTSKI, 2008). Em termos matemáticos, um número negativo geralmente é associado a dívidas, e os positivos, a lucros. Naturalmente, as ideias de pobreza e de riqueza associadas a esses dois tipos de números podem emergir e revelar mais um pensamento complexo gerado no cotidiano, tendo em vista que pobreza e riqueza não estão, exclusivamente, associadas à falta ou ao excesso de dinheiro. No entanto, associar números negativos a dívidas e números positivos a superávits já está socialmente aceito, alcançou sua validade acadêmica e matematicamente tem assumido importante papel utilitário. Esse aspecto nos revela o papel sociocultural na formação dos conceitos (VIGOTSKI, 2008) e o caráter negocial com que se chegou às “verdades matemáticas”. Essa face do conhecimento, aliás, tem sido omitida quando o ensinamos pronto e acabado.

Em nosso caso, ainda que de forma limitada ao cenário da sala de aula, negociamos e construímos significados para os números negativos, para os positivos e para o número zero e, a partir deles, procuramos chegar aos seus equivalentes conceitos matemáticos formais, abstratos e academicamente aceitos. Então, o cenário de sala de aula foi o contexto de criação matemática, desestruturada é verdade, mas coerente com as ideias pré-existentes e com os pensamentos complexos dos alunos, forma de pensar que abre caminho para se chegar aos seus equivalentes pensamentos conceituais (VIGOTSKI, 2008).

Por fim, no quarto jogo, ‘O Cliente e os Preços de Gasolina’, conseguimos dar significado à ideia de multiplicação. Naturalmente, haverá quem se pergunte: por que usar o jogo para isso? Não seria uma perda de tempo? A resposta pode ser dada em duas frentes: a primeira delas é que, com o jogo, a motivação é intrínseca ao próprio aluno. Isso significa que ele próprio busca saber a razão de os resultados serem iguais porque, nesse processo, está em xeque a contagem de pontos, que definiria o campeão da classe; a segunda é que, por vezes, essa descoberta é feita de forma natural, autônoma ou influenciada pelas interações que acontecem durante o jogo. Então, o aluno quer compreender por que se interessa ou inicia esse processo sem se dá conta disso e não apenas porque o professor exige. Assim, abre caminho para compreensões mais profundas e abstratas,

É importante frisar que essa situação em que os alunos conseguiram compreender autonomamente alguns aspectos desse jogo aconteceu também com os que o antecederam. Por exemplo, quando associamos o espaço das retas numéricas entre os pontos 0,0 e 1,0, alguns deles previram que a semente deveria movimentar-se nesse sentido, quando as capturas somassem exatamente o valor de 1,0 kg. Isso significa que, em muitas situações, eles assimilaram (PIAGET, 1976) alguns elementos matemáticos do jogo, ainda que utilizando suas competências já adquiridas.

No entanto, em situações em que o jogo exigia o trato com números aproximados, arredondados, estimados ou com números negativos, percebemos que eles se desequilibraram (PIAGET, 1976) e precisamos, junto com os colegas de classe, intervir. Essas situações estão descritas nos diálogos D3, D4 e D5 e nos revelam um cenário em que houve a interferência docente no sentido de orientar e mediar as interações em que os alunos não conseguiam compreender autônoma ou socialmente. O relativo sucesso obtido, individual e coletivamente falando, revela-nos que, de modo geral, os jogos que utilizamos estiveram coerentes com o nível de desenvolvimento cognitivo dos discentes.

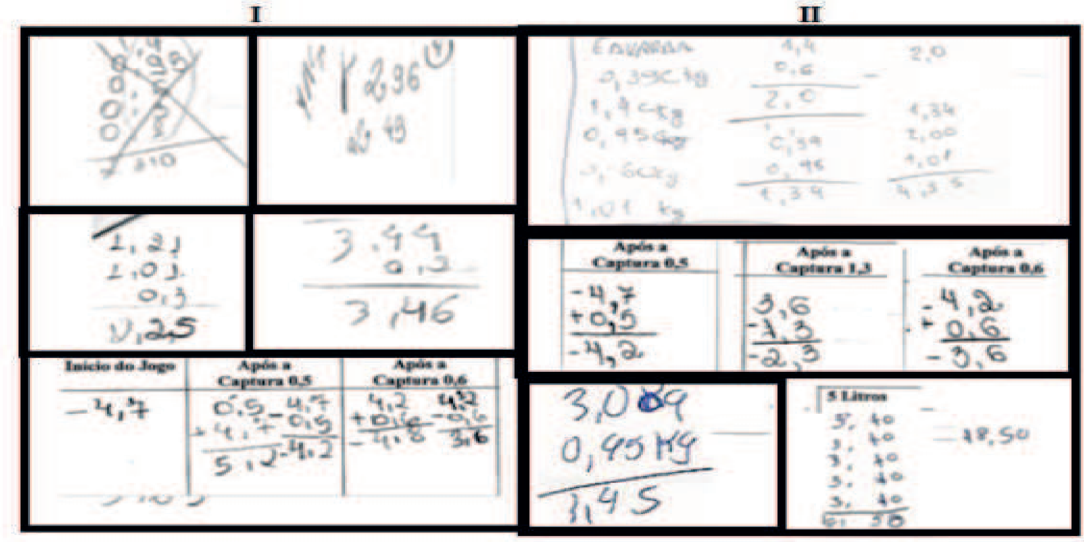
Em uma linguagem vigotskiana, podemos dizer que os jogos e seus problemas situaram-se na Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos (VIGOTSKI, 2007). Nesse processo de mediação, protagonizado por nós e por eles próprios, abstraíram-se alguns conceitos matemáticos relacionados à adição e à subtração de números decimais.

No caso do jogo ‘O Cliente e os Preços de Gasolina’, esse processo foi potencializado pela natureza atual de seu tema: os preços dos combustíveis, nos últimos anos, têm afetado não só a realidade de todos, mas também o cotidiano dos alunos, visto que todos eles afirmaram que seus pais possuem algum tipo de transporte automotivo. Assim, esse jogo está contextualizado com o momento sociocultural da turma e contribui para reflexões críticas sobre a realidade em que estão inseridos, ao mesmo tempo em que os situam em contextos mais amplos, inclusive nos de natureza política e econômica.

Por fim, afirmamos que foi possível perceber em todas as adaptações do ‘Jogo da Onça’, em maior ou menor grau, uma ação refletida dos alunos sobre seus modos de agir, sobre os resultados obtidos e uma preocupação em justificar e compreender as justificativas dos seus colegas sobre os cálculos que nelas estavam envolvidos. Portanto, pode-se dizer que, com elas, despertamos ações cognitivas para resolver os problemas impostos pelos jogos.

Naturalmente, ao final das nossas intervenções com os jogos, buscamos avaliar se os alunos passaram a compreender melhor os conteúdos explorados nesta pesquisa. Começamos tal tarefa analisando os cálculos que eles fizeram no início e no fim de nossas intervenções, conforme pode ser visto, respectivamente, nos lados I e II da figura abaixo:

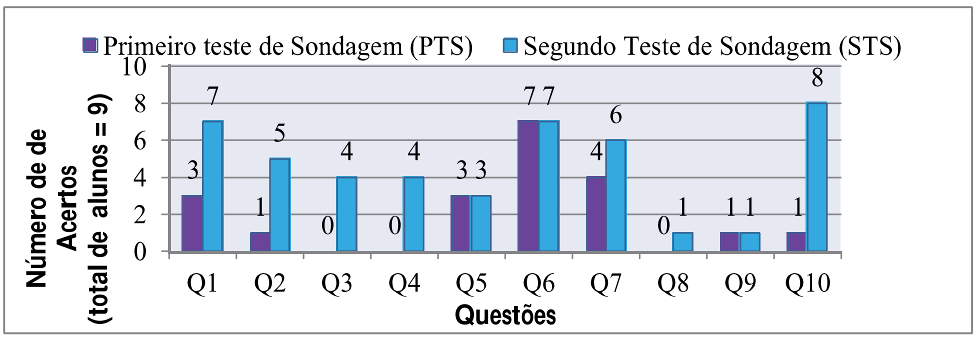
Figura 32- Resoluções dos alunos no início e no fim de nossas intervenções



Fonte: Registros dos alunos

Conforme pode ser visto, no lado I, inicialmente os alunos cometeram muitos erros nos cálculos, mas isso iria mudar consideravelmente no final de nossas intervenções (II). No entanto, como muitas resoluções foram feitas com nosso auxílio ou dos colegas de classe, julgamos pertinente analisar como essa aparente evolução se dava sem essa interação. Para tanto, utilizamos um segundo teste de sondagem (STS) de mesmos conteúdos e nível de dificuldade do primeiro.

Gráfico 4- Resultados obtidos por questão



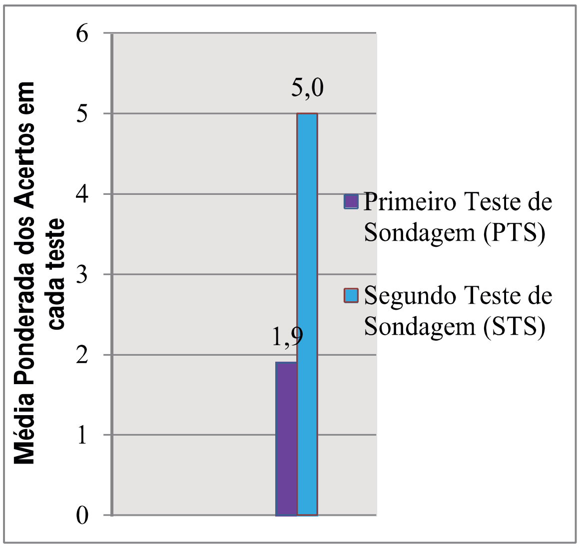
Fonte: Primeiro e Segundo teste de sondagem (STS e PTS)

Ciente das limitações que os testes ou exames apresentam na tarefa de diagnosticar a aprendizagem, buscamos, analisando-os qualitativamente, uma série de indícios que evidenciassem ou negassem a evolução almejada, mesmo partindo do desempenho propriamente dito e da comparação dos resultados obtidos.

Nesse sentido, o gráfico acima apresenta uma notória evolução do rendimento dos alunos em relação ao primeiro teste: na maioria das questões, a quantidade de acertos superou os resultados obtidos anteriormente. Essa evolução se evidencia também na distribuição da quantidade de acertos por alunos e nas médias obtidas em ambos os testes.

Figura 33- Distribuição e média de acertos nos dois testes de sondagem aplicados

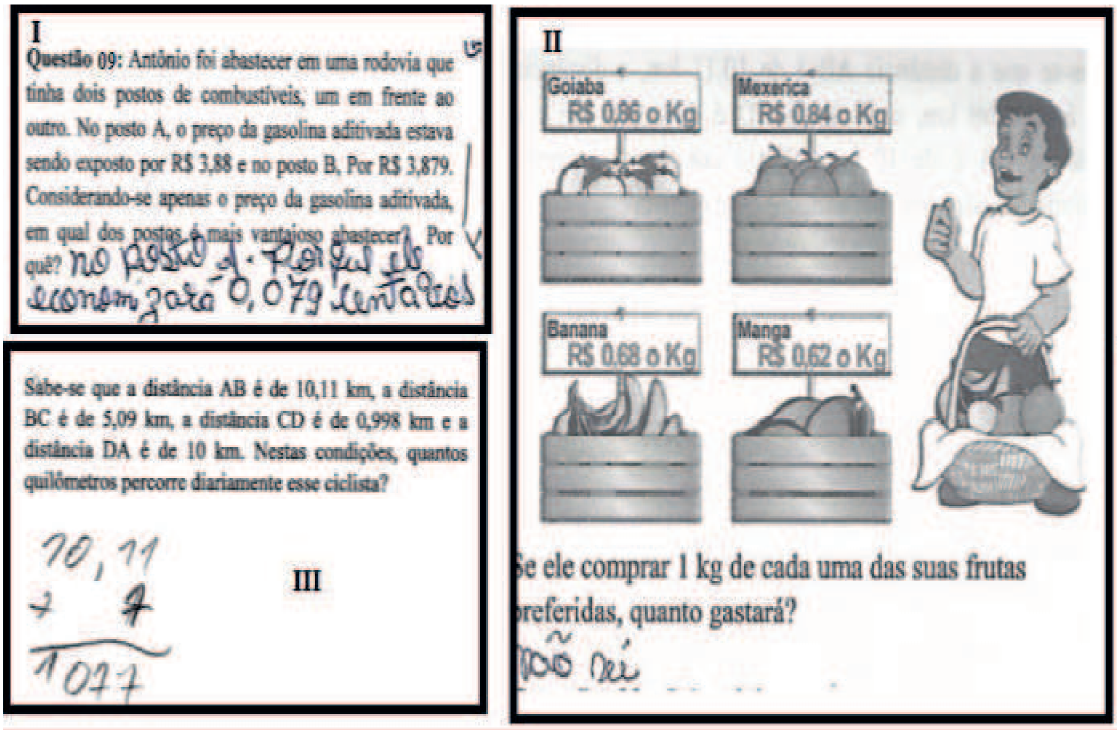
Número de acertos	Número de alunos (PTS)	Número de alunos (STS)
0	1	0
1	3	2
2	2	1
3	2	1
4	1	1
5	0	4
6	0	0
7	0	1
8	0	1
9	0	0
10	0	0
Total	**9**	**9**



Fonte: Primeiro e segundo testes de sondagem

Conforme pode ser visto, a média de acertos mais que duplicou depois das intervenções com os jogos adaptados e, diferentemente do primeiro, em que um aluno zerou e a maior quantidade de acertos foi quatro, no segundo, todos os alunos acertaram pelo menos uma questão, e a quantidade máxima de acertos se elevou consideravelmente. Além disso, ao analisar o primeiro teste, percebemos que vários alunos deixaram muitas questões em branco, inclusive externando explicitamente a frase “não sei”, que muitos as responderam arbitrariamente, apenas colocando valores sem justificativas e, aparentemente, sem quaisquer relações com o problema proposto, e outros apresentaram cálculos e justificativas desconexos, que não nos possibilitaram estabelecer nenhuma relação matemática coerente.

Figura 34- Respostas das questões 09, 07 e 10

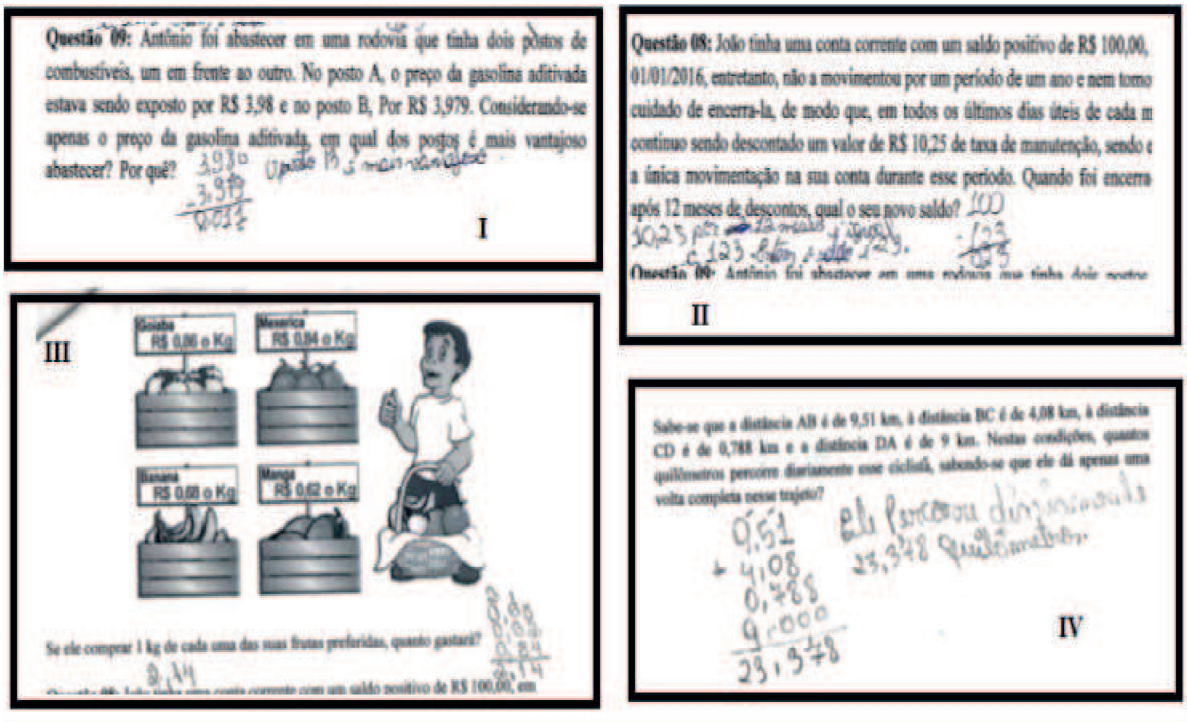


Fonte: Primeiro teste de sondagem (PTS)

Portanto, conforme pode ser visto nas respostas acima, que representam as que foram dadas incialmente, as arbitrariedades, as incoerências e as dificuldades foram marcantes na turma 8 A1. No entanto, essa realidade se transformou ligeiramente depois de nossas intervenções com os jogos adaptados. A primeira mudança foi que nenhuma questão ficou em branco, e a frase “não sei”, tão presente no primeiro, desapareceu. Isso, por mais que pareça insignificante, pode revelar que os alunos se sentiram mais seguros e resolveram tentar. Para isso, é preciso inciativa e autoconfiança, elementos que são importantíssimos para o desenvolvimento da autonomia e da inteligência.

A segunda mudança foi na qualidade dos cálculos realizados, já percebida, inclusive, nos registros do lado II da figura 32. Nesse teste, muitas resoluções e justificativas, se não totalmente corretas, possibilitam-nos diagnosticar certa coerência matemática, de tal modo que muitas poderiam ser consideradas corretas em parte. Como consequência, as arbitrariedades diminuíram significativamente.

Figura 35- Respostas das questões 09, 08, 07 e 10 do segundo teste de sondagem



Fonte: Segundo teste de sondagem

Os retângulos I, II, III e IV, que expõem, respectivamente, as respostas dadas por alguns alunos às questões 09, 08, 07 e 10 do segundo teste de sondagem, mostram que o aumento do rendimento foi acompanhado de mais coerência nos cálculos e nas justificativas. Assim, todos os elementos supracitados indicam que, depois das intervenções, os alunos passaram a compreender bem mais os números decimais e suas operações de adição e de subtração. Porém, nenhum deles é capaz de revelar a compreensão com mais clareza do que as justificativas que alguns deles nos davam quando os provocávamos a fazê-las oralmente. Isso porque, pode-se mecanicamente fazer cálculos, operar algoritmos ou equações e chegar ao resultado correto sem saber os significados envolvidos. Porém, justificar, oral e corretamente, o que se está fazendo exige reflexão que, por natureza, jamais estará desprovida totalmente de significados. Assim agiram alguns alunos quando os provocamos com o apoio do cenário dos jogos praticados.

No entanto, a aprendizagem é um processo complexo e demorado, exige tempo e é difícil de ser mensurada. Talvez, por isso, os testes não sejam os instrumentos mais adequados para avaliar o que se aprendeu. Todavia, sua análise qualitativa, aliada a indícios tirados de diferentes frentes, pode nos auxiliar nessa tarefa. Os que colhemos, conforme já relatado, possibilitam-nos concluir que os jogos que utilizamos contribuíram para o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos que nos propusemos a ensinar.

Há, entretanto, um longo caminho ainda a ser percorrido, para que o que se aprendeu no cenário do jogo alcance outros contextos, seja enriquecido e abra o caminho para aprendizagens mais complexas e abstratas. Tal tarefa é impossível de ser completada no âmbito de uma pesquisa que, limitada de tempo, de espaço e de objetivos próprios, por vezes apenas inicia o caminho que posteriormente deve ser continuado e melhorado, seja pelo próprio pesquisador, pela comunidade acadêmica, pela escola e mesmo pela família e pela sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando o pesquisador conclui uma pesquisa, além da tarefa primeira de mensurar se os resultados obtidos responderam à questão de investigação e de alcançar os objetivos propostos, ele precisa compreender as contribuições de seu estudo para a comunidade acadêmica, para área em que atua e para a sociedade de um modo geral. Também precisa refazer os caminhos traçados, para inteirar os leitores sobre as intempéries inerentes ao processo investigativo e avaliar seu trabalho e as escolhas que fez. É nesse sentido que ganham corpo as considerações que seguem.

No que concerne à pergunta sobre quais as *contribuições que o 'Jogo da Onça', adaptado a partir do cotidiano dos alunos, trouxe para o ensino da adição e da subtração de números decimais* - que foi operacionalizada no objetivo geral da pesquisa em sua dimensão didático-pedagógica - nossa atuação em sala de aula, as observações que fizemos e as anotações registradas nos proporcionaram fazer reflexões teóricas e práticas, cujas conclusões apontam que cada uma das quatro adaptações contribuiu, de alguma forma, para a aprendizagem das operações matemáticas referidas. No entanto, ora essas contribuições se particularizaram em determinada adaptação, ora se generalizaram para mais de um jogo.

Nesse sentido, o jogo o 'Consumidor e os Impostos' nos permitiu explorar as representações decimal, percentual e fracionária dos números decimais, mas também despertou a criticidade dos alunos sobre a cobrança dos impostos no contexto das contas de luz e da sociedade brasileira. Contribuiu, ainda, para a necessidade de se fazer estratégias, sobretudo porque as pontuações obtidas aumentavam apenas quando as peças capturadas eram equivalentes aos impostos e encargos cobrados.

O jogo 'A raposa e as galinhas' foi um suporte concreto que atribuiu significado às representações decimais na reta e ao ensino das ordens e das classes numéricas, o que foi particularmente importante para introduzir as ideias de unidade, de décimo, de centésimo e de milésimo e, a partir das quais, introduzir a própria essência do sistema de numeração decimal. Esses conhecimentos, conforme já comentado, são essenciais para significar suas operações de adição e de subtração. Por meio de seus personagens, também nos possibilitou explorar a ludicidade com símbolos e imagens bastante íntimos dos alunos, o que potencializou o engajamento e a motivação que geralmente os jogos despertam nas pessoas jovens.

A potencialização da motivação e do engajamento proporcionada pelos personagens presentes no cotidiano dos alunos foi um aspecto que diagnosticamos também em 'O cachorro e os bodes'. Tal fato se materializou na curiosidade que o próprio nome do jogo despertou nos alunos e na pressa em aprender suas regras, que, quando compreendidas, foram suportes para explorarmos as ideias de adição e de subtração, a representação na reta numérica e a comparação de números decimais. Para tanto, conforme já exposto, partimos das somas algébricas dos valores das peças-bodes capturadas com o valor -4,7 - número que representava a quantidade de carne que faltava no personagem cachorro. No entanto, foram fundamentais para isso as movimentações que a semente fazia de acordo com tais somas e os valores cumulativos que ficavam implícitos nelas.

Esses movimentos nos fizeram perceber que as ideias de estimativas, de aproximações e de arredondamentos estão naturalmente presentes nos jogos ‘A raposa e as galinhas’ e ‘O cachorro e os bodes’. No entanto, este último estende essas ideias aos números racionais negativos, nulos e positivos, enquanto, no primeiro, elas se limitam aos dois últimos tipos numéricos. As aproximações, as estimativas e os arredondamentos também foram ideias que se apresentaram de forma bastante natural em ‘O cliente e os preços da gasolina’, ainda que tal naturalidade tenha alcançado a operação da multiplicação e, portanto, não se restringiu às operações da adição e da subtração.

Ademais, semelhantemente ao ocorrido em ‘O consumidor e os impostos’, em ‘O cliente e os preços da gasolina’ está implícito um forte componente crítico, e a atualidade da temática nele tratada nos leva a concluir que está contextualizado com o momento sociocultural brasileiro. Esses aspectos, conforme observado, foram agentes potencializadores de uma aprendizagem que transpassou os limites dos conhecimentos curriculares e abriu caminho para que a matemática exercesse o papel de instrumento para o exercício da cidadania.

Frisamos, no entanto, que todas essas potencialidades, apesar de, em alguns casos, terem se apresentado de forma natural e contribuído para que os alunos fizessem descobertas autonomamente, foram despertadas com mais facilidade quando mediadas e, por vezes, dependentes da mediação. Portanto, a figura do pesquisador e as interações foram extremamente importantes para a introdução dos supracitados conteúdos matemáticos, embora tivéssemos partido dos conhecimentos pré-existentes nos alunos e dos problemas que os jogos lhes apresentaram.

Nesse processo, percebemos que os jogos representaram cenários propícios para a proposição, para a exploração e para a resolução de problemas relacionados aos números decimais e às suas operações de adição e de subtração. Foram, ainda, instrumentos de avaliação, a partir dos quais constatamos as principais dificuldades dos alunos, seus conhecimentos pré-existentes e sua evolução.

Em termos educativos, todos eles, em maior ou menor grau, proporcionaram o surgimento de atitudes de cooperação, de condutas éticas, colaborativas e, portanto, socializantes. Tais aspectos foram observados com mais intensidade no momento em que os alunos se ajudaram mutuamente, tentando superar e resolver os desafios que os jogos lhes apresentaram. Consequentemente, podemos dizer que os jogos os ajudaram a tomar atitudes positivas perante os erros, o que é extremamente importante para a afirmação da autonomia e da autoconfiança, aspectos imprescindíveis para a construção do conhecimento matemático, em particular, como também para o desenvolvimento de qualquer tipo de aprendizagem.

Assim, podemos afirmar que ‘O jogo da onça’ adaptado com base no cotidiano dos alunos, em sua dimensão didático-pedagógica, contribuiu para o ensino das operações de adição e de subtração de números decimais em várias vertentes e transbordou a essa perspectiva no momento em que contribuiu para formar condutas educativas, socializantes, culturais e críticas.

Todavia, como todas essas potencialidades estão relacionadas ora ao momento atual, ora ao contexto sociocultural em que os alunos estão inseridos e, por vezes, a ambos os cenários, podem ser, em certo sentido, consideradas limitadas de tempo e de espaço. No entanto, ainda que se possam tecer argumentações nesse sentido, elas não podem negar que a relação predador-presa, caçador-caça e, até mesmo, o sentido de forte e de fraco, presente no ‘Jogo da onça’, são aspectos presentes em todas as sociedades e em todos os contextos. Assim sendo, este jogo tem como característica principal a personalização de seus personagens e os signos indígenas que carrega podem ser potencializados com os de sociedades e de cotidianos distintos.

Isso significa que sua dimensão sociocultural primária pode ser alterada, como de fato o fizemos, e atender a objetivos didáticos, pedagógicos e educativos distintos, em diferentes áreas do conhecimento. Essa capacidade adaptativa, baseada no relacionamento entre “o mais forte e o mais fraco”, como, talvez, o leitor já tenha percebido, não é restrita a fatores concretos ou geográficos, porquanto o jogo pode ser adaptado a elementos fictícios ou ideais, em que essa relação está implícita ou que, na prática, não aconteça.

Portanto, se as galinhas, os bodes, as raposas e os cachorros foram escolhidos como personagens por estarem presentes no cotidiano dos alunos, e as medidas de massa e monetárias, por serem constituintes do seu acervo de conhecimentos; se os impostos e os preços de gasolina hoje são temas sociais de extrema relevância e se ambos os aspectos são variáveis, geográfica, sociocultural e temporalmente falando, essa característica adaptativa do ‘Jogo da onça’ nos permitirá utilizar outros personagens, partir de outros conhecimentos e utilizar temáticas outras como cenários de novas adaptações. Nesses termos, além das quatro versões que criamos e que, a partir de agora, podem ser objetos pedagógicos e de discussão, na sala de aula e na comunidade acadêmica, fica o caminho que percorremos.

Desnecessário seria falar que os jogos que criamos e o caminho percorrido não foram capazes de superar todas as dificuldades dos alunos de somar e subtrair números decimais. Todavia, tal relato é pertinente para – destacando a nossa ciência da impossibilidade dessa tarefa e que a nossa pretensão não se revestiu de tamanha soberba - introduzir uma anedota autoavaliativa dos percursos que traçamos e expor algumas inquietações que começam, agora, a fervilhar.

A primeira delas diz respeito aos instrumentos que utilizamos para coletar os dados. Conforme já citado, na parte referente à metodologia, a observação participante, os registros em notas de campo e a aplicação de questionários e de testes e pós-testes nos forneceram as informações que nos levaram às análises e às conclusões tecidas. No entanto, o uso de gravadores talvez tivesse complementado as observações e as descrições que fizemos e, certamente, facilitado e potencializado a dinâmica da sala de aula, visto que, algumas vezes, tivemos que interromper as intervenções para fazer os registros.

A segunda inquietação está relacionada à regularidade dos encontros que fizemos: como estava de licença para cursar o Mestrado, não pudemos realizá-los em sequência, porque tivemos que atender às necessidades da escola e da professora responsável pela turma, o que, indiscutivelmente, deixou um vácuo que tinha sempre que ser preenchido em cada encontro, com uma espécie de recapitulação.

Essas intempéries, ora fruto de nossas escolhas, ora das consequências do meio em que a pesquisa foi realizada, sem dúvidas, podem acontecer em qualquer processo investigativo, ainda que muitos deles os omitam, e podem comprometer seu resultado. No entanto, em nosso caso, se esses problemas pudessem ser resolvidos, de modo algum reverteriam as respostas obtidas, apenas as potencializariam ainda mais. Portanto, apesar de saber da existência de diversos outros jogos e materiais concretos, que visam superar as dificuldades dos alunos em aprender adição e subtração de números decimais, o cenário de carências ainda existente na aprendizagem desses conteúdos e as singularidades dos jogos que criamos parecem indicar que este trabalho poderá dar algumas contribuições para que possamos superar esse quadro.

Embora esperemos que essas contribuições alcancem, o quanto antes, sua dimensão prática, se este trabalho contribuir para o surgimento de reflexões críticas, que o melhorem cada vez mais ou que gerem outras respostas para o problema que ele se propôs a responder, estaremos, de certa forma, satisfeitos. Afinal, como bem diz minha querida orientadora, Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, “Os homens construíram o conhecimento ‘subindo nos ombros’ uns dos outros”. Nesse sentido, a evolução da ciência aconteceu, e ainda acontece, negando o já construído ou o melhorando, mas nunca o deixando como está.

REFERÊNCIAS

ALVES, Lynn. Videojogos e aprendizagem: mapeando percursos. In: CARVALHO, Ana Amélia A. (Org.) **Aprender na era digital**: jogos e mobile-learning. Santo Tirso: De Facto Editores, 2012. p. 11-28.

ANDLER, Daniel. “Problème - Une Clé Universelle?” In: STENGERS, D’Isabele (Org.) **D’Une Science à L’Autre-Des Concepts Nomades.** Paris: Éditions du Seuil,1987, p. 121-125.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARBOSA, Ana Cristina Coelho**. A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais**: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico. Portugal. 2009. 484 f. Tese (Doutorado em Estudos da Criança - Área de conhecimento: Matemática Elementar). Universidade do Minho, Braga, 2009.

BOAVIDA, Ana Maria Dias Roque de Lemos. **Resolução de problemas em educação matemática: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores. (Vol. I). Portugal.** 1993. 303 f. Dissertação (Mestrado em Ciências de Educação - Área: Educação e Desenvolvimento) Universidade Nova de Lisboa/ Faculdade de Ciências e Tecnologia. Lisboa, 1993.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Ed.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 4-12.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Segunda versão revista.** Brasília: MEC, 2016. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio/ Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (2000). Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**: Matemática e suas tecnologias. Brasília: Secretaria de Educação, 2000.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/ Ministério da Educação.** Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

BROUGÈRE, Gilles. **Jogo e a Educação.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução: Elza S. Gomide. São Paulo: Edição da Universidade de São Paulo, 1974.

BUSSARELLO, Raul Inácio; ULBRICHT, Vânia Ribas; FADEL, Luciane Maria. A gamificação e a sistemática de jogo: conceitos sobre a gamificação como recurso motivacional. In: FADEL, Luciane Maria; ULBRICHT, Vânia Ribas; BATISTA, Cláudia Regina; VANZIN, Tarcísio. **Gamificação na educação.** São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p.11-37.

CAILLOIS, Roger. **Os jogos e os homens**: a máscara à vertigem. Tradução de José Garcez Palha. Lisboa: Edições Cotovia, 1990.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Gradiva, 2000.

CASTORINA, José Antônio. Piaget e Vigotsky: novos argumentos para uma controvérsia. **Cadernos de Pesquisa,** n. 105, p. 160-183, 1998.

COLLET, Célia; PALADINO, Mariana; RUSSO, Kelly. **Quebrando preconceitos**: subsídios para o ensino das culturas e histórias dos povos indígenas. Rio de Janeiro: Contracapa Livraria, 2014.

COSTA, Marco Antônio F. da; COSTA, Maria de Fátima Barroso da. **Projeto de pesquisa**: entenda e faça. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Flow**: the psychology of optimal experience. New York: Harper & Row, 1990.

CUNHA, Micheline Rizcallhah Kanaan da. **A quebra da unidade e o número decimal**: um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental. Brasil. 2002. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva. Formação de professores de matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 35-41, mar. 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da reflexão à ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2. ed. Campinas- SP: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

_______. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 17. ed. Campinas- SP: Papirus, 2009.

_______. **Etnomatemática**: a arte ou técnica de explicar e conhecer. 5. ed. São Paulo: Editora Ática, 1998.

_______. **Etnomatemática** - elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

. **Uma história concisa da matemática no Brasil.** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

DE MACEDO, Lino. Os jogos e sua importância na escola. **Cadernos de pesquisa**, n. 93, p. 5-11, 1995.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-97.

DONDI, Cláudio; MORETTI, Michela. A. Methodological proposal for learning games selection and quality Assessment. British Journal of Educational Technology, v. 38, n. 3, p. 502-512, 2007.

DUARTE, Newton. **O ensino de matemática na educação de adultos**. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 1988.

_______. **Vigotski e o "aprender a aprender"**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. Autores Associados, 2001.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011.

FIORENTINI, Dário. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**, São Paulo, ano 3, n° 4, 1995.

. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 7, n. 10, p. 63-78, 2012.

_______; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

_______; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**. SBEM: São Paulo, v. 4, n. 7, 1990.

_______. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em Cursos de Pós-Graduação. 1994. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) - Faculdade de Educação, Campinas, 1994.

FRANCO, Sílvia Helena Correia. **A diversidade dialogante num processo educativo indígena**: observações num Curso de Etnomatemática, Portugal. 2012. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação), Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012.

FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. **Um ambiente para operações virtuais com o material dourado, Brasil.** 2004. 190 f. Dissertação (Mestrado em Informática). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

GEE, James Paul. **Bons videojogos + boas aprendizagens**: Colectânia de ensaios sobre os videojogos, a aprendizagem e a literacia. Tradução de Maria Lemos Teixeira. Magualde: Edições Pedago Ltda., 2010.

GIORDANI, Liliane F.; RIBAS, Renato P.. Jogos Lógicos de Tabuleiro: imersão no território escolar. **Revista Didática Sistêmica**, v. 17, n. 1, p. 29-42, 2016.

GOLDMAN, Alvin Ira. Problem Solving. Power and Speed. In: **Epistemology and cognition. Cambridge.** Massachusets and London. Harvard University Press. p. 122-141, 1986.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do Ensino da Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: Biblioteca da Escola de Belas Artes da UFMG, 2012.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação - Faculdade de Educação), Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2000.

_______. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino--aprendizagem da matemática, Brasil.** 1995. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Faculdade de Educação), Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1995.

GUZMÁN, Miguel de. Juegos matemáticos en la enseñanza. **Boletim da SPM**, nº 18, Nov. 1990 (1ª parte, ff. 3-8).

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens**: o jogo como elemento da cultura. 4. ed. Tradução de João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000.

JOHNSON, Steven. **Surpreendente!**: a televisão e o videogame nos tornam mais inteligentes. Rio de Janeiro: Campos, 2005.

JUCÁ, R Rosineide de Sousa. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais**. 2014. 283 f. Tese (Doutorado em Educação, em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática: Polo Universidade Federal do Pará, Universidade Federal de Mato Grosso, Belém, 2014.

KAMII, Constance. **A criança e o número**. 26. ed. Campinas–SP: Papirus Editora, 1999.

KANTOWSKI, Mary Grace. Process involved in matthematical problem solving. **Journal for Research in Mathematical Education.** Vol. 8, Nº, 3, p. 163-186, 1977.

KILPATRICK, Jeremy. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a EM como campo profissional e científico. ***Zetekité,*** Campinas: CEMPEM- FE-UNICAMP, v.4,n.5, p. 99-120, jan. – jun. 1996.

_______. La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad In: KILPATRICK, Jeremy; RICO, Luis; GÓMEZ, Pedro . (Eds.). **Educación Matemática.** México: Grupo Editorial Iberoamérica & uma empresa docente, 1994. p. 1-18.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. O jogo e a educação infantil. **Pro-posições,** v. 6, n. 2, p. 46-63, 1995.

KUBLI, Fritz. Piaget's cognitive Psychology na its consequences for the teaching of Science. **European Journal of Science Education,** (1): 5-20, 1979.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké-FE/Unicamp**, v. 19, 2011.

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. Problems of activity in Psychology. In: WERTSCH, James V. (Ed.). **The concept of activity in Soviet Psychology**. New-York, Sharp, 1981.

LESTER Jr., Frank. Research on mathematical problem solving**. Research in Mathematics Education.** RJ. Shumaway (Ed), Reston, Nation Coucil os teachers of Mathematics, 1980.

LIMA, José Milton. **O jogo como recurso pedagógico no contexto educacional.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008.

LIMA, Maurício; BARRETO, Antônio. **O jogo da onça e outras brincadeiras indígenas**. São Paulo: Editora Panda Books, 2005.

MARCHON, Fábio Lennon. **Educação matemática e etnomatemática**: entrelaçamentos e possibilidades filosóficas. Curitiba: Appris, 2016.

MATRIZ de Referência – Matemática. **Portal Qedu**, [S. I. , 2017]. Disponível em: http://academia.qedu.org.br/prova-brasil/matriz-de-referencia-matematica/. Acesso em: 25 jan. 2017.

MENDONÇA, Maria do Carmo Domite. Resolução de problemas pede (re)formulação. In: ABRANTES, Paulo.; PONTE, João Pedro da; FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina . **Investigações matemáticas na aula e no currículo.** Lisboa: Grupo "Matemática para todos – investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação dos Professores de Matemática, 1999. p. 15-33.

MIORIM, Maria Ângela. **O ensino da matemática**: evolução e modernização, Brasil. 1995. 231 p. Tese (Doutorado em Educação - Faculdade de Educação), Universidade Estadual de Campinas - UNICAMPI, Campinas, 1995.

MOITA, Filomena M. G. S. Cordeiro. *Design* metodológico para avaliar o *game* angry birds rio e evidências da utilização em sala de aula. In: ALVES, Lynn; COUTINHO, Isa de Jesus. (Orgs.). **Jogos digitais e aprendizagem.** Campinas: Papirus Editora, 2016.

_______***Games***: contexto cultural e curricular juvenil. 2006. 181 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Educação, Universidade Federal da Paraíba - UFPB, João Pessoa, 2006.

MORAN, José Manuel; **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar até lá. 2. ed. Campinas: Papirus Editora, 2007.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias da Aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2011.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. **Construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. 151 f. Tese (Doutorado- Faculdade de Educação), Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, 1992.

NACOME (1975). **Overview and analysis of school mathematics: Grades K-12**. Reston, VA: NCTM.

NCTM (1980). **An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s.** Reston: NCTM.

NETTO, José Murilo Bastos; BICALHO, Thaís Chehuen. Pesquisa em base de dados. **In: Metodologia da pesquisa científica**: da graduação à pós-graduação. Curitiba: Editora CRV, 2012. p 257- 291.

NEVES, Rita de Araújo; DAMIANI, Magda Floriana. **Vygotsky e as teorias da aprendizagem.** UNIrevista, vol.1, nº 2: abril 2006.

NOGUEIRA Clélia Maria Ignatius. **As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de matemática.** Acta Scientiarum. Humanand Social Sciences, v. 29, n. 1, 2007.

OLIVEIRA, Marcus Vinícius de Faria. **Pensamento teórico e formação docente**: apropriação de saberes da tradição lúdica na perspectiva da teoria da formação das ações mentais por etapas de P. Ya. Galperin. 2011. 268 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 20, n. 1, 2013.

_______. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, Maria Aparecida Viggiani. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação**. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE, 2014.** Curitiba: SEED/PR., 2016. V.1. (Cadernos PDE).). Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=168 > Acesso em: 25/12/2016. ISBN 978-85-8015-079-7.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE: produção didático-pedagógica**, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em:<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1684> Acesso em: 25/12/2016. ISBN 978-85-8015-079-7.

PETARNELLA, Leandro. **Escola analógica, cabeças digitais**: o cotidiano escolar frente às tecnologias digitais midiáticas de informação e comunicação. Campinas: Editora Alínea, 2008.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

_______. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 3ª ed. Tradução de Álvaro Cabral e Christiano Monteiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1964.

_______. **Seis estudos de Psicologia**. 24. ed. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima e Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

PICCOLO, Gustavo Martins. O universo lúdico proposto por Caillois. Lecturas: Educación Física y Deportes. **Revista Digital**. v. 13, n. 126, 2008.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Portaria nº 7.240, de 21/10/2016. Institui o Programa 'Jogos de Tabuleiro' nas Escolas Municipais de Educação Infantil – EMEIS, nas Escolas Municipais de Ensino Fundamental – EMEFS, Escolas Municipais de Educação Bilíngue para Surdos – EMEBSS, Escolas Municipais de Ensino Fundamental e Médio – EMEFMS, Centros Integrados de Educação de Jovens e Adultos – CIEJAS - e Centros Educacionais Unificados – CEUS, da Rede Municipal de Ensino. **Diário Oficial,** São Paulo-SP, 21 out. 2016.

PREFEITURA MUNICIPAL DE IPATINGA, Secretaria Municipal de Educação. **Sugestões de atividades afro-indígenas.** 44 f. Ipatinga, 2012. Disponível em: < https://cenfopeducacaofisica.wordpress.com/2012/05/09/sugestao-de-atividades-afro-indigenas/> Acesso em: 24 dez. 2016.

PRENSKY, Marc. Digital natives, digital immigrants (part1). **On the horizon,** v. 9, n. 5, p. 1-6, 2001.

SACCOL, Amarolinda; SCHLEMMER, Eliene; BARBOSA, Jorge. **M- learning e U-learning**: novas perspectivas de aprendizagem móvel e ubíqua. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

SAN'TANNA, Alexandre; NASCIMENTO, Paulo Roberto do. A história do lúdico na Educação. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 19-36, maio 2012.

SANTOS, Fernando Luís Ferreira. **A Matemática e o jogo**: influência no rendimento escolar, Portugal. 2008. 144 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2008.

SÃO PAULO- SP. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Divisão de Ensino Fundamental e Médio. **Direitos de aprendizagem dos ciclos interdisciplinar e autoral: Matemática** – São Paulo: SME / COPED, 2016. – (Coleção Componentes Curriculares em Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria), 112p. : il.

SERRAZINA, Lurdes; VALE, Isabel; FONSECA, Helena; PIMENTEL, Teresa. Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In: PONTE, João Pedro da; COSTA, Conceição; ROSENDO, Ana Isabel; MAIA, Ema; FIGUEIREDO, Nisa;

DIONÍSIO, Ana Filipa. (Eds.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**, p. 41-58, 2002.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JR. Frank K. Developing understanding in Mathematics via problem solving. In: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

STANIC, George M. A.; KILPATRICK, Jeremy. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, Randall I.; SILVER, Edward A. (Eds.). **The teaching and assessment of mathematical problem solving.**VA: NCTM; Lawrence Erlbaum, 1989. p. 1-22.

SCHUBRING, Gert. Pesquisar sobre a história do ensino de matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, Darlinda; MATOS, José Manuel. **História do ensino da matemática em Portugal. Lisboa**: SPCE, 2005, p. 5-20.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo-SP: FTD Editora, 1997.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Os movimentos da matemática na escola: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a Educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática?. **Pensar a Educação em Revista.** Curitiba/Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 3-23, abr.-jun./20162016.

VEEN, Wim; VRAKKING, Ben. **Homo Zappiens**: educando na era digital. Tradução de Vinícius Figueira. Porto alegre: Artmed. 2009.

VERONEZI, Rafaela Júlia Batista; DAMASCENO, Benito Pereira.; FERNANDES, Yvens Barbosa. Funções psicológicas superiores: origem social e natureza mediada. **Revista Ciências Médicas,** Campinas, 14(6). p. 537-541, nov./dez., 2005.

VIAL, Jean. **Jogo e Educação:** as ludotecas. Tradução de Maria Ferreira. Petrópolis: Editora Vozes, 2015.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos mentais superiores.** 7. ed. brasileira. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Mena Barreto e Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

_______. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jeferson Luiz Camargo. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VINHA, Marina. Jogo de tabuleiro como prática educativa intercultural. In: GRANDO, Beleni Saléte. (Org.). **Jogos e culturas indígenas: possibilidades para a educação intercultural na escola.** Cuiabá- MT: EDUFMT, 2010, p. 23-33.

ANEXOS

ANEXOS

UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISADOR

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

COMISSÃO NACIONAL DE ÉTICA EM PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

PLATAFORMA BRASIL

Prof. Dr. Marconi do Ó Catão
Coordenador CEP-UEPB

Relator: 19.

Título da Pesquisa: O "JOGO DA ONÇA": UMA INTERLOCUÇÃO ENTRE O COTIDIANO E O ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS.
Pesquisador Responsável: Leandro Mario Lucas

Orientador(a): Profa. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita.

CAAE: 79217417.8.0000.5187

Número do Parecer: 2.342.772

SITUAÇÃO DO PROJETO: APROVADO.

Data da relatoria: 23/10/2017

Apresentação do Projeto: Projeto intitulado: O "JOGO DA ONÇA": UMA INTERLOCUÇÃO ENTRE O COTIDIANO E O ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS, encaminhado para análise, ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual da Paraíba, com fins de elaboração e desenvolvimento da dissertação de conclusão do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB. Esta pesquisa tem como objetivo analisar as contribuições educativas e didático-pedagógicas do "O Jogo da Onça", adaptado a partir do cotidiano dos alunos, para o ensino das operações de Adição e Subtração de Números Decimais, em uma turma de oitavo, do ensino fundamental, de uma escola pública paraibana. É uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório e descritivo, que segue os pressupostos da pesquisa participante. Para operacionaliza-la, nos basearemos na maximização das variáveis: dificuldades apresentadas no conteúdo explorado e características do cotidiano dos alunos favorável à adaptação do jogo. Os dados explorados para tal serão extraídos de dois questionários semiestruturados, um do tipo sondagem e o outro do tipo sociocultural. Logo em seguida, faremos nossas intervenções *in loco* utilizando a proposição e a resolução de problemas como metodologia de ensino, na qual o jogo é o principal instrumento pedagógico, e a observação participante para coletar os dados, cujos eventos mais importantes serão registrados em notas de campo. Depois desse processo, faremos um segundo teste de sondagem para analisar a evolução do rendimento dos alunos no conteúdo explorado. Frisa-se que o cotidiano aqui é visto sob o olhar da Etnomatemática de D'Ambrósio (1986; 1998; 2015) e o Jogo sob uma perspectiva multifacetada, uma vez que nos apropriamos dos resultados de psicólogos, sociólogos, historiadores, educadores matemáticos e de textos curriculares, tais como, Piaget (1964; 1999), Vigotski (2007), Caillois (1990), Huizinga (2000); D'Ambrósio (1998) e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (MEC, 1998), que, em geral, atestam o jogo como importante instrumento educativo, didático e pedagógico. Com base nos dados coletados pelos questionários aplicados, nas observações feitas, durante a intervenção, e no referencial teórico utilizado, faremos nossas análises e teceremos nossas considerações finais. Por fim, espera-se com esta pesquisa contribuir para a superação das dificuldades dos alunos na adição e subtração de números decimais, materializando tal ajuda com a criação de mais um instrumento de mediação pedagógica para o ensino deste conteúdo.

Objetivo Geral da Pesquisa: Analisar em que aspectos educativos e didático-pedagógicos O "Jogo da Onça", adaptado a partir do cotidiano dos alunos, contribui para o ensino de Adição e Subtração de Números Decimais Exatos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios: Considerando a justificativa e os aportes teóricos e metodologia apresentados no presente projeto, e ainda considerando a relevância do estudo a qual explícita sua possível contribuição percebe-se que a mesma não trará riscos de maior ou médio potencial aos participantes da pesquisa. Poderá incorrer em riscos mínimos, contudo, o pesquisador responsável ciente seguirá o protocolo preconizado pela Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, que rege e disciplina as pesquisas envolvendo seres humanos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa: A presente proposta de pesquisa é de suma importância quanto papel e atribuições das Instituições de Ensino Superior (IES), mormente pesquisa em nível de formação de mestres, estando dentro do perfil das pesquisas de construção do ensino-aprendizagem significativa, perfilando a formação profissional baseada na tríade conhecimento-habilidade-competência, preconizada pelo MEC. Portanto, tem retorno social, caráter de pesquisa científica e, contribuição na formação de docentes nos liames de pós-graduação em áreas diversas, bem como dentre outras áreas afins do saber científico.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória: Os termos encontram-se devidamente anexados.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações: O projeto atende as exigências protocolares. Diante do exposto, somos pela aprovação. Salvo melhor juízo.

Campina Grande, 23 de outubro de 2017.

Prof. Dr. Marconi do Ó Catão
Coordenador CEP-UEPB

APÊNDICE

Quadro 11- Levantamento dos trabalhos correlatos compreendidos entre 2007 e 2016

AUTOR(ES)/INSTITUIÇÃO-EVENTO/ANO	TÍTULO	TIPO DO TRABALHO/OBJETIVO
AZEVEDO NETO, L. D./2016	"Vem jogar mais eu1": mobilizando conhecimentos matemáticos por meio de adaptações do jogo mankala awalé	DISSERTAÇÃO/analisar a mobilização de conhecimentos matemáticos por alunos do 5º e do 6º ano do ensino fundamental por meio de adaptações do jogo Mankala awalé.
BARRETO, G.B.B./ **Universidade Federal de Sergipe, 2016.**	O Ensino de Matemática Através de Jogos Educativos Africanos: um estudo de caso em uma turma de educação de jovens e adultos (EJA) de uma escola municipal de Aracaju.	DISSERTAÇÃO/Analisar de que maneira os jogos educativos da família Mancala, especificamente o "Ouri" interferem no processo de aprendizagem matemática (operações adição, subtração e multiplicação).
LUCAS, L. M; MOITA, F. M. G. S C; BATISTA, D. O/ **III Congresso Nacional de Educação Matemática-CONEDU- Natal, 2016.**	O Jogo da Onça: Cenário de Um ensino Potencialmente Significativo de Comparação e Adição Algébrica de Números inteiros.	ARTIGO/Analisar as características de uma sequência utilizando o Jogo da Onça que a aproxima de um ensino capaz de promover tal
COSTA, A. S./ **UNIVATES, 2015.**	Utilização de Materiais Alternativos numa Intervenção Pedagógica para uma Aprendizagem Significativa das Operações dos Números Inteiros.	DISSERTAÇÃO/Avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino das operações dos números inteiros é potencialmente significativo.
FIUZA, R. P./ **Universidade Luterana do Brasil, 2015.**	Números decimais e o tema transversal trabalho e consumo: um experimento utilizando uma sequência didática eletrônica.	DISSERTAÇÃO/Investigar as potencialidades de uma sequência didática eletrônica como estratégia de ensino para números decimais integrados ao tema transversal trabalho e consumo para o 6º ano do ensino fundamental.
OLIVEIRA, A. K; SANTOS, D. C; CRUZ, C. O; MAZZANTI, D. L; MAZZANTI, J, E/ **XI workshop de Ensino e Aprendizagem da FACCAMP, edição 2014/2015.**	Jogo da onça: Aprenda geometria brincando.	ARTIGO/Apresentar o jogo da onça utilizando uma aula de geometria.
ASSIS, C.F./ **Universidade Federal da Bahia, 2014.**	Jogos de Tabuleiro como Recurso Metodológico para Aulas de Matemática no Segundo Ciclo do Ensino Fundamental.	DISSERTAÇÃO/Verificar a melhora na concentração, no comportamento e na disciplina em sala de aula dos alunos durante e depois da realização do projeto com os jogos de tabuleiro (Mancala, Hex, Gomoku ou Reversi).
CAMARGO, J. S./ **Universidade Estadual de Maringá, 2014.**	Saber Cotidiano x Saber Científico: um estudo com adultos alunos da educação de jovens e adultos – EJA.	TESE/Analisar o papel da Educação de Jovens e Adultos na transformação do saber cotidiano em saber científico, utilizando a avaliação psicopedagógica em alunos adultos.
SANCHES, G. A.M./ **Universidade Federal de Mato Grosso, 2014.**	O Ensino da Matemática Financeira: entre a teoria e a necessidade prática do cotidiano.	DISSERTAÇÃO/Desenvolver aplicações práticas como propostas de ensino, inserindo os conteúdos de matemática financeira a serem ministrados, levando-se em conta as experiências acumuladas no cotidiano dos alunos, bem como suas necessidades e curiosidades.
SILVA, J.R/ **Universidade Federal de Pelotas, 2014.**	Nas Profundezas do Mar de Oportunidades: um estudo etnomatemático.	DISSERTAÇÃO/Investigar se a associação de práticas cotidiano-culturais de uma comunidade específica aos saberes escolares contribui para que os estudantes compreendam a situação

		sociocultural em que se encontram.
VARGAS, A.S. R; ROCKENBACH, J.A; MARTINI, M; GRIEBLER, E, M; RIBAS, R; GONÇALVES, A, K./ **Revista Didática Sistêmica. (2014). Edição Especial, p. 419-422.**	Jogos Lógicos de Tabuleiro: relato de experiência	ARTIGO/Estimular o raciocínio lógico através de diferentes aspectos cognitivos, em especial a atenção, percepção, memória e raciocínio.
TEIXEIRA, R.R. P; SANTOS, K, R./ **Revista Linhas, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014.**	Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática.	ARTIGO/Avaliar, com base em estudos da literatura especializada e em reflexões sobre práticas de sala de aula, os benefícios da utilização de jogos como material didático para o ensino de matemática.
FRANÇA, E.T/ **Universidade Federal de Sergipe, 2013.**	Escola e Cotidiano: um estudo das percepções matemáticas da comunidade quilombola mussuca em Sergipe.	DISSERTAÇÃO/Analisar as percepções sobre os saberes matemáticos apresentadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da comunidade quilombola (Mussuca) e a relação estabelecida por esses/as estudantes, professoras polivalentes, gestores/as da escola municipal, bem como dos membros da comunidade em questão com esses mesmos.
XANDER, P./ **Universidade Estadual de Londrina, 2013.**	"DIMDIM": negociando e brincando no ensino de habilidades monetárias a pré-escolares.	DISSERTAÇÃO/Investigar os efeitos do jogo "DIMDIM": negociando e brincando no ensino de habilidades monetárias a pré-escolares sobre o desempenho com o manejo de dinheiro.
ORENSE, DECENA E FERIA (2013)/ **Web Science Laboratory, Department of Computer Science - University of the Philippines Diliman.**	Salapiggy: usability test of the sifteo cubes as a game interface for the money counting game for preschoolers	ARTIGO/Explorar as características únicas dos Cubos de Sifteo e desenvolver um jogo educacional para os cubos originais.
PRAHMANA, ZULKARDI E HARTONO (2012)/ **Journal on Mathematics Education Program S3 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sriwijaya Kampus FKIP Bukit Besar.**	Learning Multiplication Using Indonesian Traditional game in Third Grade	ARTIGO/Observar o papel do PT2B em ajudar a compreensão dos alunos na aprendizagem da multiplicação, evoluiu do nível informal para o formal, em terceiro grau com a abordagem da PendidikanMatematikaRealistik Indonésia(PMRI).
BORDIM, L.M./ **Universitário Franciscano-UNIFRA, 2011.**	Os materiais manipuláveis e os jogos pedagógicos como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros.	DISSERTAÇÃO/Analisar como o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis contribuem para a compreensão das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros.
PEREIRA, L.C./ **Centro Universitário Franciscano-UNIFRA, 2011.**	Ensino e aprendizagem das operações com números decimais através da resolução de problemas no ensino fundamental	DISSERTAÇÃO/Avaliar se o método de Resolução de problemas contribui para um melhor entendimento das operações com números decimais.
NEVES, R. S./ **Universidade federal de São Carlos- UFSCar, 2010.**	O Uso de Jogos em Sala de Aula para dar Significado ao Conceito de Números Inteiros	DISSERTAÇÃO/Investigar em quais aspectos os jogos auxilia o professor a desenvolver uma aprendizagem prazerosa, lúdica e significativa a cerca dos números inteiros.
SARDINHA, A. G. O; GASPAR, M.T.J./ **X Encontro Nacional de Educação Matemática- Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.**	Jogos Indígenas Aplicados ao Ensino de Matemática	ARTIGO/Aplicar uma perspectiva etnomatemática de ensino dentro do projeto SAMAC – Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade– valorizando a educação indígena como método na prática de educar e resgatar jogos indígenas para o ensino.
ALBUQUERQUE, C.S.C./ **Universidade do Estado do Amazonas, 2009.**	A utilização dos jogos como recurso didático no processo ensino – aprendizagem da matemática nas séries iniciais no estado do amazonas.	DISSERTAÇÃO/Elaborar um conjunto de jogos utilizando os recursos naturais da fauna e da flora do Amazonas, para contribuir na melhoria do processo de ensino – aprendizagem da Matemática nas séries iniciais 6º e 7º Ano na rede Estadual de Ensino de Manaus.
SOARES, P. J./ **Pontifícia Universidade Católica de São**	O Jogo como Recurso Didático na Apropriação	DISSERTAÇÃO/Investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir

Paulo. PUC, 2008.	dos Números Inteiros.	de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático, e verificar a compreensão sobre as operações de adição e subtração.
GOMES, M. J/ **Universidade Federal de Pernambuco, 2007**	Profissionais fazendo Matemática: o conhecimento de números decimais de alunos pedreiros e marceneiros da educação de jovens e adultos	DISSERTAÇÃO/Identificar e analisar práticas do mundo fabril no qual as ideias matemáticas estivessem presentes e que possibilitassem analisar, do ponto de vista curricular, as possíveis conexões entre os saberes cotidianos e os escolares.

Fonte: Banco de Dissertações e Teses/CAPES; Scielo; Anais do ENEM; Anais do CONEDU.

QUESTIONÁRIO SOCIOCULTURAL ELABORADO A PARTIR DA IDEIA DE COTIDIANO EXPOSTO EM D'AMBROSIO (2015)

Questão 01: Onde você mora ( ) Zona urbana ( ) Zona Rural

Questão 02: Você trabalha? (pode responder sim quem ajuda em alguma atividade seus pais, irmãos ou familiares).( ) Sim ( ) Não
Se responder sim (que trabalha) no item anterior, diga em quê? ....

Questão 03: Qual atividade profissional seus pais e irmãos exercem?

Questão 04: Já exerceu, ainda exerce, ou tem alguma pessoa da família que pratica, de forma comercial ou não, alguma das atividades a seguir:

( ) Criação de bodes, cabras ou ovelhas (caprinocultura ou ovinocultura);
( ) Criação de galinha de capoeira, galinha de granja, galinha matriz, ou afins (avicultura);
( ) Criação de Porcos (suinocultura);
( ) Agricultura (plantação de milho, feijão, mandioca, capim, etc.);
( ) se tiver outra atividade, diferente das citadas acima, especifique qual?

Questão 05: Você, seus irmãos ou seus pais possuem algum meio de transporte movidos a combustíveis (gasolina, álcool ou gás) a seguir?
( ) Carro, caminhão ou caminhonete; ( ) Motocicleta e afins.

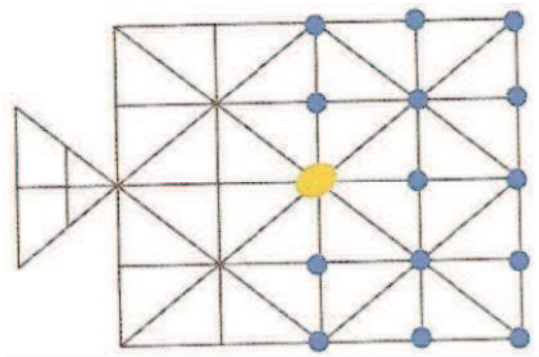
Questão 06: Escrevas o (s) esporte (s) que mais gostas e/ou praticas. Se escreverdes mais de um, os coloquem na ordem de preferência, ou seja, do que você mais gosta, para o que menos gosta.

Questão 07: Joga com que frequência jogos digitais:
( ) Pelo menos uma vez no dia; ( ) Pelo menos uma vez na semana;
( ) Pelo menos uma vez no mês; ( ) não jogo.

Questão 08: Joga com que frequência jogos analógicos de tabuleiro (xadrez, damas, entre outros).

( ) Pelo menos uma vez no dia; ( ) Pelo menos uma vez na semana;
( ) Pelo menos uma vez no mês; ( ) não jogo.

Questão 09: Já jogastes ou presenciastes alguém jogar um jogo de tabuleiro chamado O Jogo da Onça? ( ) Sim ( ) Não



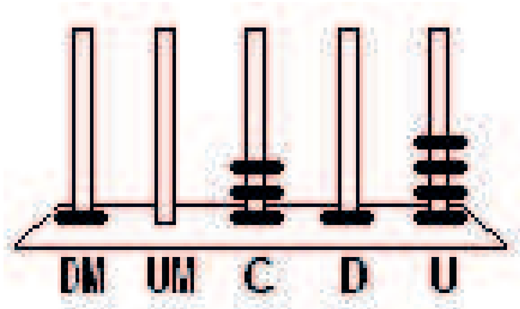
Questão 10: De que forma os professores de matemática ensinam, ou ensinaram, a você?
I) Ou expondo o conteúdo, ou resolvendo exemplos ou passando exercícios.
( ) Todas as aulas ( ) Quase todas as aulas ( ) Em algumas aulas ( ) Em poucas aulas

II) Ou utilizando novas tecnologias, ou a resolução de problemas em que você age ativamente no processo, discuti com os colegas e com o professor os procedimentos e as soluções atingidas.
( ) Todas as aulas ( ) Quase todas as aulas ( ) Em algumas aulas ( ) Em poucas aulas

III) Utilizando jogos ou materiais manipuláveis
( ) Todas as aulas ( ) Quase todas as aulas ( ) Em algumas aulas ( ) Em poucas aulas
IV) De outra forma, especifique: ....
( ) Todas as aulas ( ) Quase todas as aulas ( ) Em algumas aulas ( ) Em poucas aulas

PRIMEIRO TESTE DE SONDAGEM APLICADO

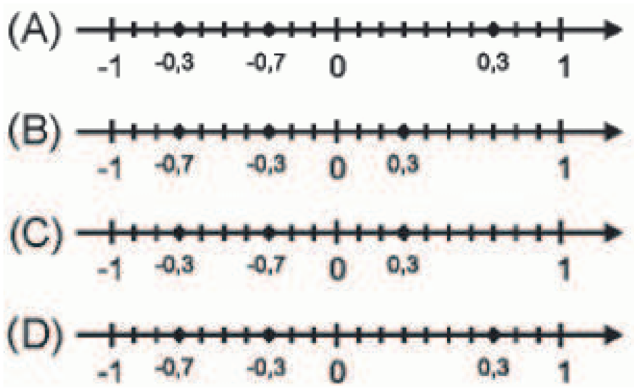
Questão 01: Abaixo, temos a representação de um número decimal natural em um ábaco. Que número é esse?



Questão 02: Escreva como se leem cada um dos números:

I) 10 II) 1 III) 0,1 IV) 0,01 V) 0,001

Questão 03: Abaixo, temos algumas retas numéricas com a representação de alguns números.



I) Com base nas representações acima, qual delas está geometricamente correta?

II) Na reta do item anterior, que você considerou geometricamente correta, represente, aproximadamente, o número 0,25.

Questão 04: Os números podem ser representados de variadas formas. No caso dos números decimais racionais, podemos representa-los nas formas decimal, fracionária e percentual. Qual das alternativas abaixo tem a representação correta de um mesmo número nessas três formas?

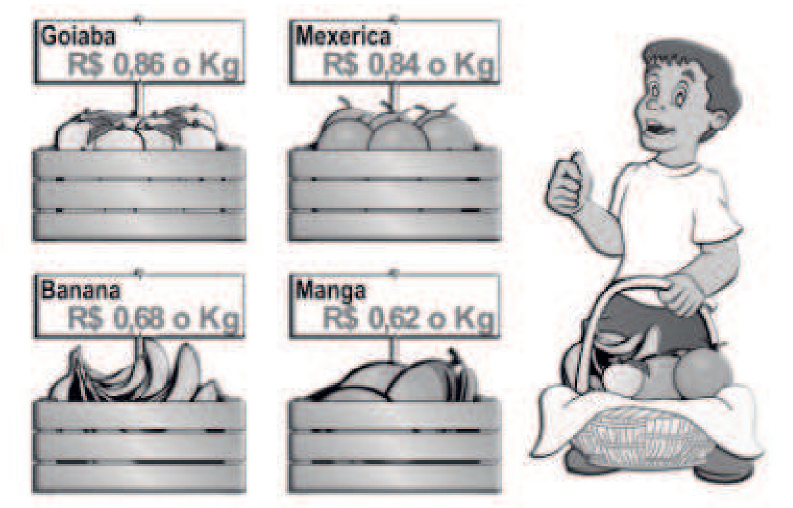
a) 0,01; 1%; $\frac{1}{10}$; b) 1,25; 12,5%; $\frac{125}{100}$; c) 0,2; 20%; $\frac{20}{100}$; d)0,100; 100%; $\frac{100}{100}$.

Questão 05: Observe os seguintes números: **0,5; 0,35; 1,25; 1,3**. Qual das sentenças abaixo é verdadeira? ***(Observação: quando se interpreta o símbolo da esquerda para a direita, temos < (menor) e > (maior)).***

a) 0,5 < 0,35;   b) 1,25 > 1,3;   c) 1,3 < 1,25;   d) 0,35 < 0,5;

Questão 06: D. Maria Foi ao supermercado e gastou R$ 1,45 com a compra de um pacote de macarrão, R$ 8,71 com a compra de pouco mais que 1 kg de frango e R$ 2,87 coma compra de 1 kg de arroz. Sabe-se que ela recebeu um troco no valor de R$ 6,97 e que efetuo o pagamento com uma única nota. Qual o valor, em reais, dessa nota?

Questão 07 (Adaptado do Caderno de Atividades AAA7- Gestar/2007): As frutas preferidas de Gerson são Manga, Banana e Goiaba. Ao chegar à feira, encontrou os seguintes preços:

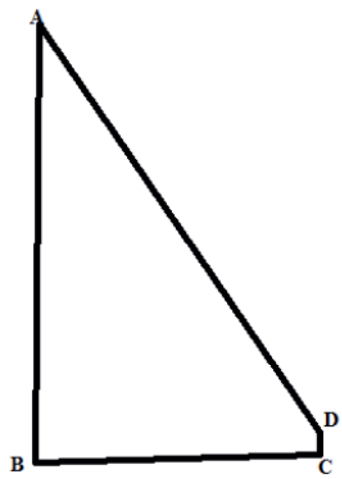


Se ele comprar 1 kg de cada uma das suas frutas preferidas, quanto gastará?

Questão 08: João tinha uma conta corrente com um saldo positivo de R$ 50,00, em 01/01/2016, entretanto, não a movimentou por um período de um ano e nem tomou o cuidado de encerra-la, de modo que, em todos os últimos dias úteis de cada mês, continuo sendo descontado um valor de R$ 9,21 de taxa de manutenção, sendo essa a única movimentação na sua conta durante esse período. Quando foi encerra-la, após 12 meses de descontos, qual o seu novo saldo?

Questão 09: Antônio foi abastecer em uma rodovia que tinha dois postos de combustíveis, um em frente ao outro. No posto A, o preço da gasolina aditivada estava sendo exposto por R$ 3,88 e no posto B, Por R$ 3,879. Considerando-se apenas o preço da gasolina aditivada, em qual dos postos é mais vantajoso abastecer? Por quê?

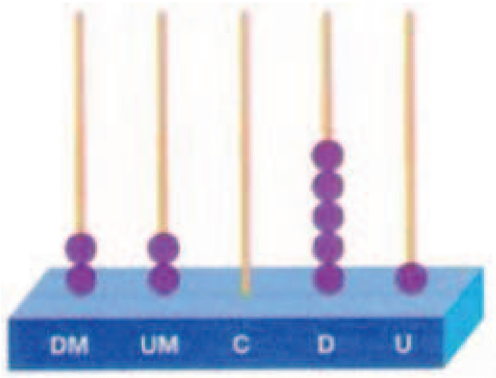
Questão 10: Um ciclista faz um percurso diário de bicicleta, conforme a representação abaixo. O ponto A representa, simultaneamente, o local de partida e de chegada.



Sabe-se que a distância AB é de 10,11 km, a distância BC é de 5,09 km, a distância CD é de 0,998 km e a distância DA é de 10 km. Nessas condições, quantos quilômetros percorre diariamente esse ciclista?

SEGUNDO TESTE DE SONDAGEM APLICADO

Questão 01: Abaixo, temos a representação de um número decimal natural em um ábaco. Que número é esse?



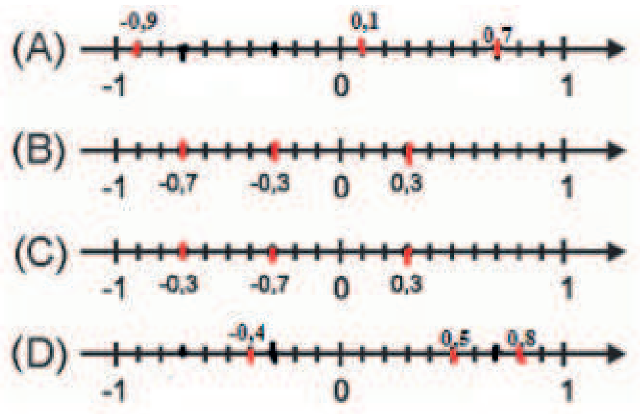
Questão 02: Escreva como se leem cada um dos números:

I) 100 II) 10 III) 1 IV) 0,1 V) 0,01

Questão 03: Abaixo, temos algumas retas numéricas com a representação de alguns números. Com base nelas responda:

a) Em qual delas as representações dos números estão erradas?

b) Escolha uma das retas em que os números estão representados corretamente e represente, aproximadamente, o número -0,25:



Questão 04: Os números podem ser representados de variadas formas. No caso dos números decimais racionais, podemos representa-los nas formas decimal, fracionária e percentual. Qual das alternativas abaixo tem a representação correta de um mesmo número nessas três formas?

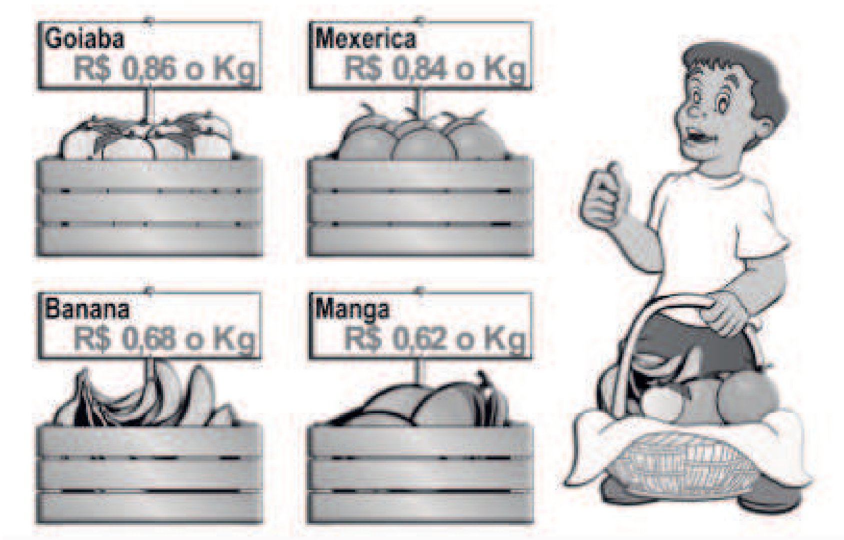
a) 0,1; 1%; $\frac{1}{10}$;   b) 1,35; 13,5%; $\frac{135}{100}$;   c) 0,2; 2%; $\frac{20}{100}$;   d) 0,1; 10%; $\frac{10}{100}$.

Questão 05: Observe os seguintes números: **0,4; 0,25; -0,5; -0,6**. Qual das sentenças abaixo é verdadeira? ***(Observação: quando se interpreta o símbolo da esquerda para a direita, temos < (menor) e > (maior)).***

a) 0,4 < 0,25;   b) -0,5 > 0,25;   c) 0,25 < 0,4;   d) -0,5 < -0,6

Questão 06: D. Maria foi ao supermercado e gastou R$ 2,45 com a compra de 1kg de açúcar, R$ 2,71 com 1kg de arroz e R$ 3,89 com um pacote (400g) de café. Sabe-se que ela pagou com apenas com duas notas de igual valor e que recebeu R$ 0,95 de troco. Qual é o valor das notas utilizadas por D. Maria para realizar o pagamento de suas compras?

Questão 07 (Adaptado do Caderno de Atividades AAA7- Gestar/2007): As frutas preferidas de Gerson são manga, banana e mexerica. Ao chegar à feira, encontrou os seguintes preços:

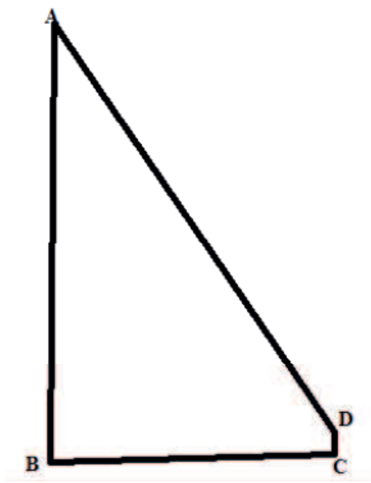


Se ele comprar 1 kg de cada uma das suas frutas preferidas, quanto gastará?

Questão 08: João tinha uma conta corrente com um saldo positivo de R$ 100,00, em 01/01/2016, entretanto, não a movimentou por um período de um ano e nem tomou o cuidado de encerra-la, de modo que, em todos os últimos dias úteis de cada mês, continuo sendo descontado um valor de R$ 10,25 de taxa de manutenção, sendo essa a única movimentação na sua conta durante esse período. Quando foi encerra-la, após 12 meses de descontos, qual o seu novo saldo?

Questão 09: Antônio foi abastecer em uma rodovia que tinha dois postos de combustíveis, um em frente ao outro. No posto A, o preço da gasolina aditivada estava sendo exposto por R$ 3,98 e no posto B, Por R$ 3,979. Considerando-se apenas o preço da gasolina aditivada, em qual dos postos é mais vantajoso abastecer? Por quê?

Questão 10: Um ciclista faz um percurso diário de bicicleta, conforme a representação abaixo. O ponto A representa, simultaneamente, o local de partida e de chegada.



Sabe-se que a distância AB é de 9,51 km, à distância BC é de 4,08 km, à distância CD é de 0,788 km e a distância DA é de 9 km. Nessas condições, quantos quilômetros percorre diariamente esse ciclista, sabendo-se que ele dá apenas uma volta completa nesse trajeto?