UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO PROFISSIONAL PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

OS SABERES DA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR PARA A INTEGRAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO EM MATEMÁTICA COM RECURSOS DA GEOMETRIA DINÂMICA

KÉSIA DE MÉLO HERMENEGILDO

CAMPINA GRANDE
2017

KÉSIA DE MÉLO HERMENEGILDO

OS SABERES DA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR PARA A INTEGRAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO EM MATEMÁTICA COM RECURSOS DA GEOMETRIA DINÂMICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Mestrado Profissional da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

Área de Concentração: Educação Matemática
Orientadora: Prof. Drª. Cibelle de Fátima Castro Assis

CAMPINA GRANDE

2017

H553s Hermenegildo, Késia de Mélo.

Os saberes da formação inicial do professor para a integração da investigação em matemática com recursos da geometria dinâmica [manuscrito] / Késia de Mélo Hermenegildo. - 2017

139 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação : Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro Assis , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Investigação matemática. 2. Formação de professores. 3. GeoGebra. 4. Geometria dinâmica. 5. Tecnologia educacional.

21. ed. CDD 371.33

KÉSIA DE MÉLO HERMENEGILDO

OS SABERES DA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR PARA A INTEGRAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO EM MATEMÁTICA COM RECURSOS DA GEOMETRIA DINÂMICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Mestrado Profissional da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof. Drª. Cibelle de Fátima Castro Assis

Aprovado em: 30/05/2017

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª DrªCibelle de Fátima Castro de Assis - Orientadora
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Prof.ª Dr.ª Cristiane Borges Angelo
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Prof. Dr.Silvanio de Andrade
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

CAMPINA GRANDE
2017

Não tenho palavras para agradecer Tua bondade,

Dia após dia, me cercas com fidelidades.

Nunca me deixes esquecer, que tudo o que tenho,

Tudo o que sou, o que vier a ser,

Vem de Ti, Senhor!

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo discutir os saberes da formação inicial do professor de Matemática a partir da proposta da Investigação Matemática integrada ao uso de recurso de Geometria Dinâmica. Como suporte teórico e metodológico nos apoiamos em Tardif (2011) que trata dos saberes docentes; em Borba, Silva e Gradanidis (2014) sobre Tecnologias Digitais, e em Ponte, Brocado e Oliveira (2009) sobre a Investigação Matemática. Em termos metodológicos, esta pesquisa é de natureza qualitativa, na modalidade de pesquisa pedagógica na qual o pesquisador realiza investigações sobre o fazer pedagógico em sala de aula (SAMPIERRI *et al*,2013). Para o alcance do objetivo citado, o desenvolvimento da pesquisa ocorreu em etapas: 1) Análise da proposta curricular PPC e levantamento diagnóstico com estudantes pré-concluintes da Licenciatura em Matemática da UFPB, UFCG e UEPB a respeito dos conhecimentos sobre o GeoGebra e da utilização do mesmo em situações de formação na Licenciatura; 2) Construção de uma atividade investigativa envolvendo o Teorema de Pitágoras com suporte no *software* GeoGebra; 3) Levantamento diagnóstico da turma de concluintes da UEPB e desenvolvimento da proposta nesta turma; 4) Avaliação dos relatórios de investigação feitos pelos Licencinados; 5) Entrevista com um professor da Licenciatura em Matemática da UEPB sobre os saberes mobilizados no que diz respeito à compreensão e significado da proposta para a formação do professor, bem como contribuições da proposta para o ensino e aprendizagem da Matemática. A análise dos dados, no que diz respeito aos critérios de avaliação do relatório, nos permitiu observar, principalmente, a fragilidade dos futuros professores em relação aos saberes matemáticos do Teorema de Pitágoras, bem como a linguagem e a comunicação deficientes sobre suas estratégias e processos de raciocínio desenvolvidos na investigação. Portanto, podemos concluir que mesmo alunos concluintes estes necessitam aprofundar seus saberes a fim de no futuro desenvolver propostas como esta. Como resultdo da pesquisa, saberes específicos sobre como desenvolver a investigação matemática (saber profissoinal) e disciplinar (conceitos, estratégias e comunicação em matemática) devem ser melhor explorados nos cursos de Licenciatura.

Palavras-chave: Investigação Matemática, TIC, GeoGebra, Formação de Professores

ABSTRACT

This research aims to discuss the knowledge of Mathematics teachers from the proposal of Mathematical Research integrated to the use of systems of Dynamic Geometry considering their initial formation. As a theoretical and methodological support, we rely on Tardif (2011), which deals with teaching knowledge; In Borba, Silva and Gradanidis (2014) on Digital Technologies, and Ponte, Brocado and Oliveira (2009) on Mathematical Research. In methodological terms, this research is of a qualitative nature, in the modality of pedagogical research in which the researcher carries out investigations about the pedagogical doing in the classroom (SAMPIERRI *et al*, 2013). In order to achieve this objective, the research was carried out in stages: 1) Analysis of the PPC as a curricular proposal and diagnostic assessment with pre-final students in their training courses from UFPB, UFCG and UEPB regarding knowledge about GeoGebra software and use of it; 2) Construction of an investigative activity involving the Pythagorean Theorem with support in GeoGebra software; 3) Diagnostic assessment of the UEPB graduating class and proposal development in this class; 4) Evaluation of research reports made by the Licensed; 5) Interview with a professor of the of the UEPB about the knowledge mobilized with respect to the understanding and meaning of the proposal for the formation of the teacher, as well as contributions of the proposal for the teaching and learning of Mathematics. The analysis of the data, with respect to the evaluation criteria of the report, allowed us to observe, mainly, the weakness of the future teachers in relation to the mathematical knowledge of the Theorem of Pitágoras, as well as the deficient language and communication about its strategies and processes developed in research. Therefore, we can conclude that even these students need to deepen their knowledge in order to develop proposals like this in the future. As a result of the research, specific knowledge about how to develop mathematical research (professional knowledge) and disciplinar (concepts, strategies and communication in mathematics) should be better explored in the training courses.

Keywords: Investigation Mathematics, ICT, GeoGebra, Teacher Training

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

A Gênese da pesquisa

Quando criança almejava ser professora. Na adolescência, as Ciências Exatas foram minha grande paixão. O fato da Matemática ser vista apenas como um processo mecânico e por ora inserida em um cenário de virtuosidade onde não estaria ao alcance de todos, alimentava uma percepção da disciplina que me aterrorizava, mas também me preocupava. Assim, as inquietações com os processos de ensino-aprendizagem da Matemática tornaram-se constantes.

Na juventude, no ano de 2009, escolhi o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Assim, em dezembro de 2010 tive o privilégio de ingressar no Programa de Educação Tutorial Conexões e Saberes (PET - CS) me dedicando à iniciação científica em Matemática Financeira com uso da Planilha Eletrônica, orientada pelo professor Dr. Luiz Antonio da Silva Medeiros. No desenvolvimento das atividades do Programa passei a vislumbrar a Matemática de outra forma. A passividade dos alunos me instigou a pesquisar, planejar e articular metodologias que tornassem o processo de enino e aprendizagem mais dinâmico.

A busca por novas metodologias de ensino que pudessem desmistificar esse olhar caótico foi fonte de diversos estudos. Ao cursar as componentes curriculares de Prática de Ensino de Matemática I, II, III e IV na Licenciatura da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) pude aprofundar meus conhecimentos sobre a referida temática bem como conhecer estratégias metodológicas que visavam qualificar o trabalho do professor em seu cotidiano escolar.

Na perspectiva de contribuir para essa mudança, ministrei meu primeiro minicurso "Matemática Financeira com a Planilha Eletrônica BrOffice", um recorte da iniciação científica voltada e adaptada para a educação básica, durante a VI Semana da Matemática realizada de 08 a 11 de novembro de 2011 na UFCG, no *campus* de Campina Grande.

No entanto, o público presente estava com a mesma preocupação a respeito da aprendizagem passiva da Matemática. A troca de experiências com professores em formação, e com professores já formados, foi o marco decisivo para enveredar no âmbito da pesquisa em Educação Matemática. Assim, eu me candidatei ao processo seletivo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) sendo contemplada em seguida. Então passei a dedicar-me apenas às atividades voltadas para o exercício da docência, como por exemplo, estudo de conteúdos matemáticos da Educação Básica, discussões sobre atividades e recursos que contribuíssem para facilitar o ensino-aprendizagem de Matemática e análise de Livros Didáticos.

O tempo dedicado ao projeto foi de dois anos e o egresso ocorreu junto ao término do curso. Ao longo desse período pude vivenciar dois cenários de escolas públicas. Entre o ano de 2012 a 2013 dediquei-me a Escola Estadual de Ensino Médio Severino Cabral, e nos anos de 2013 a 2014 mediante uma permuta realizada entre os bolsistas, passei a realizar atividades na Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Elpídio de Almeida, ambas situadas no município de Campina Grande.

Na escola Severino Cabral, trabalhamos com material de baixo custo na construção do laboratório de Matemática como, por exemplo, oficinas de construção de sólidos geométricos, jogos matemáticos na perspectiva de fixação de conteúdos, aulas preparatórias para o ENEM e OBMEP. Acompanhamos diariamente a sala de aula do professor supervisor, ministramoa aulas semanais sob sua supervisão e também dando plantões de monitoria semanais na escola para atender os alunos que tinham dificuldades em aprender os conteúdos matemáticos vistos nas aulas.

Na escola Elpídio de Almeida, as atividades realizadas seguiram o mesmo padrão, Entretanto, como a escola continha um laboratório de informática, realizamos várias oficinas que contemplavam diversos conteúdos do Ensino Médio usando o recurso computacional.

Com essa permuta entre as escolas foi possível diagnosticar a grande influência que o computador pode exercer no processo de ensino e aprendizagem, alicerçado no fato que em nível mundial esse processo encontra-se em uma fase de renovação não apenas de conteúdo, mas sobretudo de objetivos e metodologias.

Acreditamos que o ensino de Matemática está interligado a esse movimento renovador onde pretende-se que os alunos participem de numerosas e variadas experiências que lhes estimulem o gosto e o prazer da criação matemática, que os encorajem a conjecturar, a explorar, a aprender com os erros (NCTM, 1991).

Já na década de 80, Ponte (1986) destacava que o instrumento mais poderoso que dispõem os educadores em Matemática para proporcionar esse tipo de experiência aos seus alunos é o computador, pelas suas potencialidades em nível de cálculo, visualização, modelação e geração de micromundos.

Motivada a pesquisar mais sobre essa temática, ou seja, aplicações de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, decidi participar da seleção do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, *campus* de Campina Grande.

O olhar direcionado a esse processo foi o fio condutor do meu projeto pesquisa. Após realizar vários minicursos na academia, escolas e congressos, pude observar que para um maior alcance da minha pesquisa, ela deveria ser realizada com professores em formação inicial ou continuada. Assim, nossa proposta seria apresentada e compreendida na comunidade acadêmica.

Entendemos que essa necessidade vem de uma demanda emergente contrária às metodologias passivas centradas em conteúdos ou em produtos. Concordamos com Barrón (1991) onde a aprendizagem não é mais entendida como processo de transmissão-recepção de informação, mas como processo de construção cognitiva que se favorece mediante o estímulo de processos de investigação dos alunos. Esta é a proposta que escolhemos para discutir no contexto da formação de professores de Matemática, sendo ela mediada pelas tecnologias e fundamentada em uma perspectiva metodológica investigativa.

A inserção da Investigação Matemática como proposta metodológica no âmbito escolar produz novos olhares, tanto para o professor, como para o aluno desafiando ambos a assumirem uma nova postura mediante a Matemática. O professor deixa de ser o detentor do saber e passa a auxiliar o desenvolvimento do processo da aprendizagem. O aluno passa a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, apresentar os resultados encontrados reforçando atitudes de autonomia e capacidade de comunicação oral e escrita. Logo, o cenário propiciado pela inserção de atividades investigativas na sala de aula com o suporte computacional constitui um novo ambiente de aprendizagem, tornando os alunos responsáveis pelo seus processos de aprendizagem e o professor desafiado a cada dia.

Situando a temática da pesquisa

A Matemática é uma ferramenta essencial em nossas vidas. Segundo Gómez-Granell (1998) saber matemática é uma necessidade imperativa numa sociedade que a cada dia está mais complexa e tecnológica, portanto, difícil de encontrar setores em que a Matemática não esteja presente.

Em função desse fato, seria lógico esperar um incremento da cultura matemática na sociedade de forma geral. No entanto, há alguns indícios que os alunos que finalizam a escolaridade obrigatória não alcançam o mínimo do conhecimento matemático necessário. Assim vale destacar um paradoxo estabelecido por Gómez-Granell (1998):

> A matemática é um dos conhecimentos mais valorizados e necessários nas sociedades altamente "tecnologizadas" e, ao mesmo tempo, dos mais inacessíveis para a maioria da população, confirmando-se assim como um importante filtro seletivo no sistema educacional. (GÓMEZ-GRANELL, 1998, p. 258)

Conforme apontam diversas pesquisas e avaliações educacionais da aprendizagem, como a provinha Brasil e a prova Brasil (constituintes do SAEB), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o *Programme for International Student Assessment* (Pisa) uma das componentes curriculares que apresenta altos índices de reprovação e de insatisfação por parte de docentes e discentes é a Matemática.

Discussões no campo das pesquisas em Educação Matemática considerando o contexto do Ensino Superior e do Ensino Básico são sempre realizadas com o objetivo de compreender e também amenizar grande parte dessa problemática. Assim, a Matemática é vista por diferentes "ângulos", acarretando uma grande variabilidade no que diz respeito ao seu significado.

De acordo com Santaló (1993) ao mesmo tempo em que a Matemática é vista como uma arte, como uma técnica, como uma filosofia e como uma ciência, para alguns se trata apenas de saber calcular. Para Lakatos (1978), a Matemáticaé uma atividade humana que encerra nela mesma uma dialética de conjecturas, refutações e demonstrações, até chegar ao estabelecimento de uma conclusão. Carrilho e Conteras (2000) afirmam que concluir não é somente dar resultados é também interpretá-los.

Uma explicação para as dificuldades na aprendizagem da Matemática como também para este cenário diversificado, seria o fato de que a natureza do conhecimento matemático é diferente, em muitos aspectos, dos outros tipos de conhecimento. Ou seja, a Matemática tem um alto caráter de abstração onde os conceitos e teoremas não se definem por indução, mas por dedução. Por outro lado, o conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de caráter formal, que difere muito das linguagens naturais. Segundo Gómez-Granell (1998):

> A linguagem matemática envolve "a tradução" da linguagem natural para a linguagem universal formalizada, permitindo a abstração essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estrito significado dos termos (GÓMEZ-GRANELL, 1998, p.261)

Em meio a esse processo de tradução, podemos destacar um grande problema que assola o processo de ensino e aprendizagem: os alunos aprendem a manipular os símbolos seguindo uma série de regras sem haver compreensão tornando-se apenas meros reprodutores. Portanto, a associação de tais símbolos ao seu significado referencial torna-se a cada vez mais difícil. Ou seja, mediante a forma na qual a matemática está sendo apresentada aos alunos, estes não conhecerão como também não conseguirão enxergar a sua verdadeira essência.

Gómez-Granell (1998) ressalta que aprender uma linguagem não é aprender uma série de regras e sim adquirir um grau de competência comunicativa que permita usar tal linguagem adequadamente. Assim, segundo a autora:

> Saber matemática implica dominar os símbolos formais independentemente das situações específicas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim o requeiram (GÓMEZ-GRANELL, 1998, p.274).

Contrapondo-se a essa ideia, infelizmente, o processo de aprendizagem matemática para muitos docentes ainda é visto como um fenômeno de mera repetição. Ou seja, dizemos que o aluno aprendeu determinado conteúdo quando ele está participando alinhadamente com a proposta e visão estabelecida pelo professor, manipulando símbolos de acordo com determinadas regras, sem se deterem no significado desses símbolos.

Entretanto, diante das mudanças que estão em andamento em nossa sociedade é uma pena que as salas de aulas continuem centradas em uma pedagogia de transmissão de informação apenas. Segundo D'Ambrósio (2003), é preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exibição, que levam a um receber passivo do conteúdo, por processos que estimulem os alunos a participação e que podem vir a estimular os alunos na construção do pensamento lógico-matemático de forma significativa e na convivência social.

Nesse processo é importante que os professores vejam o aluno como sujeito da aprendizagem, é ele quem realiza a ação de aprender. Logo, é preciso que o aluno esteja no centro do processo de ensino-aprendizagem onde o professor tem a função de auxiliar o seu desenvolvimento percebendo onde o aluno se encontra para oferecer subsídios necessários ao alcance de novas aprendizagens.

O professor consciente da insatisfação por parte dos alunos deve procurar novos elementos que os motivem a enxergar a essência da Matemática, ocasionando assim um possível rompimento na representatividade de uma disciplina obscura e incompreensível.

Segundo os PCNEM (BRASIL, 1999), no âmbito escolar, a inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC ocasionam uma mudança no processo ensino-aprendizagem:

> À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (BRASIL, 1999, p.40).

O aluno assume uma postura ativa em que o autoditadismo, a pró-atividade e a colaboração são aspectos centrais que dizem respeito à essa mudança. Ao mesmo tempo, o professor atua como mediador, facilitador e incentivador do educando para formar alunos críticos que buscam construir seu próprio saber.

Nesse aspecto, as TIC podem auxiliar o professor na proposição de espaços criativos para a aprendizagem, além de facilitar a compreensão de conceitos, o desempenho na resolução de problemas e o raciocínio lógico dedutivo do aluno. Ponte *et al* (2003) afirmam que:

> As TIC permitem perspectivar o ensino da Matemática de modo profundamente inovador, reforçando o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica(PONTE *et al,* 2003, p.160).

É importante salientar que a inserção de recursos das TIC depende da ação professor, uma vez que ele é o responsável pela organização pedagógica da sala de aula, pela escolha das tarefas, pelos tipos de comunicação a serem estabelecidos e pelos processos de interação que promovem a negociação de significados em sala de aula.

Sobre esta mesma ótica, vemos o professor como um sujeito mediador da relação entre o aluno e o conhecimento matemático, e esta relação pode ser redefinida com a presença da informática como outro elemento de mediação. A sua inserção na relação aluno-professor-conhecimento matemático é bem mais que um modismo, é um direito como parte de um letramento tecnológico voltado para a leitura e compreensão desta nova mídia, como sugere Borba e Penteado (2001), uma vez que o computador está fortemente presente em nossa sociedade.

De acordo com Borba (1999) os ambientes de aprendizagem propiciados por softwares educativos podem aprimorar a didática desenvolvida na sala de aula sobre os conteúdos curriculares e potencializar o processo de ensino e da aprendizagem, enfatizados pela experimentação matemática, o que acarreta novas possibilidades de conceituação, dentro de uma visão construtivista.

Um recurso potencial para estes processos são os programas ou *softwares* de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra. O GeoGebra é um software educativo voltado para a Matemática, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino. Combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo. Essas possibilidades contribuem para a experimentação e uso das tecnologias dentro do âmbito educacional propulsionando a produção de sentidos matemáticos, na dimensão de pensamentos e aprendizagem Matemática.

De acordo com Ponte (2003) investigar é descobrir relações, padrões, procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Na Investigação, o aluno aprende Matemática assumindo papéis de matemático à medida que procura compreender uma dada situação com um nível de desafio que o convida a especulação. Ainda, segundo o autor, em uma atividade de Investigação Matemática o aluno parte de uma questão geral pouco estruturada e tenta formular uma questão mais específica e sobre ela produz várias conjecturas que devem ser testadas para que em caso de refutações as questões sejam revistas ou novas questões sejam avaliadas até ganharem credibilidade.

Na proposta da Investigação Matemática (PONTE, 2003) a utilização dos ambientes de Geometria dinâmica refletem uma mudança comportamental do professor e dos alunos, havendo uma verdadeira troca de ideias entre estes. Nesse sentido, o professor está mais propício a sair da sua zona de conforto na qual ele consegue prever o ambiente, e entrar em uma zona de risco, na qual requer tomada de decisões sobre situações não previstas ou não experienciadas.

Deste modo, não podemos mais fechar nossos olhos à necessidade que temos de inovar e oportunizar aos nossos alunos momentos reais de construção de conhecimento. Estamos presenciando um desenvolvimento científico e tecnológico e, em contrapartida, observando descontentamento e insatisfação dos nossos alunos. Assim, temos a função como educadores, de resgatar o desejo de aprender e, mais especificamente, o desejo de aprender Matemática e de estimular os futuros professores para esse trabalho.

Problemática e justificativa

Para justificar inicialmente esta pesquisa, no que diz respeito à formação de professores para uso das tecnologias computacionais, realizamos um diagnóstico. Em novembro de 2015, elaboramos e aplicamos um questionário (Apêndice A) com 42 alunos pré concluintes (útimo ano) dos cursos de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), ambas do *Campus* de Campina Grande, e da Universidade Federal da Paraíba (UFPB/ *Campus* IV) em Rio Tinto. O levantamento apurou informações no que diz respeito ao conhecimento, usos e experiências com *software* de Geometria Dinâmica e, particularmente, com o Geogebra que é um dos mais divulgados do tipo na atualidade.

Os dados revelaram que dentre os participantes, 50% já atuam como professores de Matemática, 76% conhecem o *software* GeoGebra e 88% deles gostariam de aprender sobre o *software* para utilizá-lo em suas aulas. Assim podemos inferir que mesmo conhecendo o software, todos sentem a necessidade de um estudo mais aprofundado sobre o mesmo.

Vale destacar também que 92% dos alunos da UFPB que participaram do questionário, além de possuírem conhecimentos sobre o GeoGebra também conhecem o *software* Wimplot, diferenciando-se assim dos alunos das demais universidades. Ressaltamos a singularidade dos alunos da UFCG, quanto aos conhecimentos do *software* GeoGebra. Este fato revela que a formação de professores para uso de tecnologias ainda não é uma prioridade em cursos de Licenciaturas.

Além disso, outro dado bastante relevante é que 100% dos participantes da pesquisa da licenciatura em Matemática da UEPB afirmaram não ter utilizado o *software* GeoGebra em nenhuma disciplina do curso até o presente momento. Dentre eles, 40% descobriu o *software* em um congresso ou por um colega. Entretanto, 90% apresentam interesse em aprender a utilizar o software em suas aulas de Matemática.

Dessa forma, os dados levantados neste diagnóstico apontam a necessidade de ações de formação que valorizem o uso de tecnologias e, especificamente, os softwares educacionais como recurso auxiliar para o ensino e para a aprendizagem em Matemática.

Assim, entendemos que um dos problemas centrais para a inserção das tecnologias no espaço escolar pode estar relacionado com a falta de competências mínimas do professor.Tais competências deveriam ser desenvolvidas já nos processos iniciais de formação do professor de Matemática. Acreditamos que a simples presença de tecnologias na escola não garante a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem, tampouco bastaria aos professores conhecimentos sobre o conteúdo matemático objeto do seu ensino ou o domínio de uma tecnologia para uma atuação didático-pedagógica.

Sabemos que os professores devem ter clareza que o recurso tecnológico não deve ser o objetivo do ensino, mas o meio. Ou seja, o uso da tecnologia, qualquer que seja ela, do papel e lápis aos programas computacinais de Geometria Dinâmica 3D, deve ser integrada à uma perspectiva metodológica de ensino de Matemática como a Resolução de problemas, a Modelagem Matemática ou a Investigação Matemática, por exemplo. No entanto, também acreditamos ser necessário outros saberes nesse processo.

Segundo Tardiff (2011), a relação dos docentes com os saberes é formada de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana, o que justifica e situa a nossa problemática nas questões da formação profissinal.

Como recorte para esta pesquisa, escolhemos, a seguinte problemática para a qual buscamos por respostas*: quais os saberes necessários à formação do professor de matemática para desenvolver a Investigação Matemática com suporte do software Geogebra em sua futura ação profissional?*

Objetivos

Objetivo Geral: Discutir a formação inicial do professor de Matemática e os saberes docentes a partir de uma proposta metodológica que integra o uso do Geogebra com a Investigação Matemática.

Objetivos Específicos:

- Analisar currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática da Paraíba considerando a atenção dada para a Investigação Matemática e para o uso de sistemas de Geometria Dinâmica.
- Identificar saberes necessários à formação inicial do professor de Matemática para a proposta da Investigação com recurso do software GeoGebra.

Objetivos Procedimentais:

- Levantamento diagnóstico com estudantes pré-concluintes da Licenciatura em Matemática da UFPB, UEPB e UFCG;
- Estruturar uma intervenção didática na proposta da Investigação Matemática com suporte do Geogebra voltada para um conteúdo do Ensino Fundamental;
- Desenvolver a proposta com uma turma de alunos pré-concluintes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba;
- Analisar com professores da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba a proposta construída.

Considerações Metodológicas

Em termos metodológicos, esta pesquisa é de natureza qualitativa, pois conforme nos assegura Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 33), esse tipo de pesquisa "utiliza a coleta de dados sem medição numérica para descobrir ou aprimorar perguntas de pesquisa no processo de interpretação", possuindo um raciocínio que "se baseia principalmente na percepção e na compreensão humana" (STAKE, 2011, p.21).

Este trabalho situa-se na modalidade de pesquisa pedagógica, na qual o pesquisador realiza investigações em seu fazer pedagógico em sala de aula (SAMPIERI, COLLADO E LUCIO, 2013). Para o delineamento da pesquisa o procedimento adotado será um estudo de caso caracterizado pelo estudo profundo de um ou mais objetos, de maneira que permita o seu amplo e detalhado conhecimento.

Para o levantamento dos dados necessários à compreensão da problemática anunciada, metodologicamente a pesquisa foi desenvolvida em etapas, a saber:

Etapa 1 – Diagnóstico. Aplicamos um questionário (Apêndice A) com estudantes pré-concluintes da Licenciatura em Matemática da UFPB, UFCG e UEPB a respeito dos conhecimentos sobre *softwares* educacionais voltados para o processo de ensino e aprendizagem, mais especificadamente sobre conhecimentos acerca do *software* GeoGebra e da utilização do mesmo em situações de formação na Licenciatura.

Etapa 2 – Intervenção. Após a definição da turma pré-concluinte onde desenvolveríamos a intervenção, um novo levantamento diagnóstico foi realizado. Nesta fase construímos uma atividade investigativa com suporte do software GeoGebra para ser desenvolvida com licenciandos em Matemática da UEPB. Exploramos a generalização do Teorema de Pitágoras.

Etapa 3 – Avaliação e Saberes da formação. Nesta fase analisamos os resultados da intervenção, juntamente com um professor da UEPB, com o objetivo de investigar os saberes necessários aos estudantes para a prática da profissão considerando a proposta elaborada, no que diz respeito à compreensão da proposta e significado da proposta para sua formação, bem como as contribuições da proposta para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Maiores detalhes sobre o desenvolvimento da pesquisa serão dados no capítulo 4 que trata do desenvolvimento da mesma.

Estrutura do Texto

A apresentação textual desta pesquisa está estrtuturada em seis capítulos. No capítulo 1 – *A Formação do Professor de Matemática*, tratamos sobre a formação do professor em Matemática. Assim apresentamos umabreve pespectiva histórica da formação do professor de matemática baseada nos autores Moreira e David (2007) e Valente (2008). Além disso apontamos dados retirados dos Projetos Políticos Pedagógicos da Universidade Federal da Paraíba, da Universidade Federal de Campina Grande e Universidade Estadual da Paraíba. Um dos principais referenciais teóricos deste capítulo trata dos saberes docentes com a pespectiva de Tardif (2011).

No capítulo 2 – *As Tecnologias e a Matemática Escolar*, discutimos sobre o ensino de Matemática com recurso das tecnologias e os sistemas de Geometria Dinâmica. Assim utilizamos como principais referências estudos centrados em Borba, Silva e Gradinidis (2014).

No capítulo 3 – *A Investigação Matemática,* apresentamos o conceito de Investigação Matemática e a atividade investigativa que foi desenvolvida na Etapa 2 desta pesquisa na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira(2009).

No Capítulo 4 – *A Investigação no contetxo da formação: dados da pesquisa*, exibimos os dados coletados em cada uma das etapas da pesquisa.

No Capitulo 5 – *Análise dos Saberes para Investigação Matemática com GD*, apresentamos uma análise dos saberes necessários para a integração do *software* GeoGebra com a Investigação Matemática a partir dos dados observados e à luz do referencial teórico e metodológico escolhido.

Capitulo 6 – *Consideracões Finais,* trazemos uma reflexão do cenário matemático atual, a formação inicial dos professores e algumas pespectivas de mudanças que venham contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

1 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A formação de professores está intrinsecamente ligada com a transformação das práticas pedagógicas. De acordo com Valente (2008):

> O ofício de ser professor de matemática, como a maioria das profissões, é herdeiro de práticas e saberes que vêm de diferentes épocas. Amalgamados, reelaborados, descartados, transformados, eles constituem uma herança através da qual é possível a produção de novos saberes e a criação de novas práticas presentes no cenário pedagógico atual. Afinal de contas por que ensinamos, o que ensinamos aos nossos alunos e da maneira como ensinamos? Por que valorizamos determinadas práticas e não outras? Quem somos nós professores de matemática? (VALENTE, 2008,p.2)

Essas são questões presentes nas reformas educativas dos últimos anos, em que se questiona a qualidade da educação, a competência dos professores e das instituições formadoras. De acordo com Moreira e David (2007, p.11):

> Quando se iniciaram as licenciaturas no Brasil, elas se constituíam de três anos de formação específica e mais um ano para a formação pedagógica. O saber considerado relevante para a formação profissional do professor era, fundamentalmente, o conhecimento disciplinar específico. O que hoje é denominado formação pedagógica se reduzia a didática e esta, por sua vez, um conjunto de técnicas úteis para a transmissão do saber adquirido nos três anos iniciais. (MOREIRA e DAVID, 2007, p.13)

Assim, durante muito tempo, essa formação subdividida entre específica e pedagógica foi considerada suficiente para a preparação do indivíduo para toda a sua vida profissional. Contudo, o avanço do conhecimento nas últimas décadas e o seu inter-relacionamento com a atuação profissional trouxe à tona a necessidade de atualização e de aprimoramento constante.

> A partir da década de 1970, no bojo de uma intensa discussão sobre o papel social e político da educação, começam a se configurar mudanças estruturais nos cursos de licenciatura. Entre as propostas e concepções em debate, destaca-se a perspectiva segundo o qual o processo de formação do professor deveria se desenvolver de maneira mais integrada em que o conhecimento disciplinar específico não constituísse mais o fundamento único ao qual se devessem agregar métodos apropriados de "transmissão". (MOREIRA ; DAVID, 2007, p.13)

Nesse instante, começa a se observar uma mudança gradual na estruturação dos cursos, dessa vez não mais limitados a técnicas de ensino e incluindo de acordo com Moreira e David (2007), disciplinas como Sociologia da Educação, Política Educacional, entre outras. Essas disciplinas foram chamadas na década de 1980, as disciplinas integradoras, constituindo-se, um novo modelo, que se mantém até hoje. Levando posteriormente a uma reflexão crítica entre a teoria e a prática, inerentemente os saberes profissionais.

As concepções que servem de análises para esses saberes docentes profissionais, denominados segundo Moreira e David (2007) de Matemática Acadêmica ou Matemática Científica, são tomadas como saber fundamental, aquele a partir do qual os outros saberes associados ao exercício da profissão passam a fazer sentido.

1.1 Os Saberes Docentes

Segundo Tardif (2011) a questão do saber dos professores não pode ser separada das outras dimensões do ensino, nem do estudo do trabalho realizado diariamente pelos professores de profissão, de maneira mais especificada. O autor defende a ideia de que o saber dos professores é um saber social.

Esse saber é social porque é partilhado por todo um grupo de agentes, onde sua posse e utilização repousam sobre todo um sistema que garante sua legitimidade e orienta sua definição e utilização. Também é resultado de uma negociação entre diversos grupos, como por exemplo, a universidade, a administração escolar, o sindicato, os grupos científicos, o Ministério da Educação, entre outros. Além disso, esse saber está intrinsicamente voltado para práticas sociais. De acordo com Tardif (2011):

> Contrariamente ao operário de uma indústria, o professor não trabalha apenas um “objeto”, ele trabalha com sujeitos e em função de um projeto: transformar os alunos, educá-los e instruí-los. Ensinar é agir com outros seres humanos; é saber agir com outros seres humanos que sabem que lhes ensina; é saber que ensino a outros seres humanos que sabem que sou um professor, etc. Daí decorre todo um jogo sutil de conhecimentos, de reconhecimentos e de papéis recíprocos, modificados por expectativas e perspectivas negociadas. Portanto, o saber não é uma substância ou um conteúdo fechado em si mesmo; ele se manifesta através de relações complexas entre o professor e seus alunos. (TARDIF,2011, p 13)

Por conseguinte podemos dizer que os saberes dos professores são caracterizadas por um processo de evolução com o tempo e com as mudanças sociais, intimamente relacionadas com uma sociedade, sua cultura e hierarquias. Em outras palavras, Tardif (2011) ressalta que:

> O saber dos professores não é um conjunto de conteúdos cognitivos definidos de uma vez por todas, mas um processo em construção ao longo de uma carreira profissional na qual o professor aprende progressivamente a dominar seu ambiente de trabalho, ao mesmo tempo em que se insere nele e o interioriza por meio de regras de ação que se tornam parte integrante de sua "consciência prática". (TARDIF, 2011, p.14)

Ou seja, de acordo com Tardif (2011) é impossível compreender a natureza do saber dos professores sem colocá-lo em íntima relação com o que os professores, nos espaços de trabalho cotidiano, são, fazem, pensam e dizem. Os saberes dos professores é um processo de ligações constantes entre sua trajetória de vida, seja ela profissional ou pessoal, tais como emoções, cognições, expectativas com o que eles fazem, resultando em uma transação dinâmica inserida no trabalho escolar. Tardif (2011) ressalta ainda:

> Os saberes de um professor são uma realidade social materializada através de uma formação, de programas de práticas coletivas, de disciplinas escolares, de uma pedagogia institucionalizada, etc., e são também, ao mesmo tempo os saberes dele.(TARDIF, 2011, p 16)

Nesta ótica podemos vislumbrar que as relações dos professores com os saberes são relações mediadas pelo trabalho que lhes fornece a essência necessária para enfrentar e solucionar situações cotidianas. Portanto, trata-se de um trabalho multidimensional, trantando assim de vários aspectos, ligando elementos de seu meio pessoal e profissional a sua situação socioprofissional, ao seu trabalho diário na escola e na sala de aula.

Igualmente, podemos dizer que os saberes dos professores também é plural, bem como temporal, uma vez que, como já foi dito anteriormente, é adquirido no contexto de uma história de vida e de uma carreira profissional. Além disso, diferentemente das outras profissões, antes mesmo de ensinarem, os futuros professores viveram nas salas de aula e nas escolas e, portanto em seu futuro local de trabalho. Segundo Tardif (2011):

> Essa imersão é necessariamente formadora, pois leva os futuros professores a adquirirem crenças, representações e certezas sobre a prática do ofício do professor, bem como sobre o que é ser aluno. Em suma, antes mesmo de começarem a ensinar oficialmente, os

> professores já sabem, de muitas maneiras, o que é o ensino por causa de toda a sua história escolar anterior. Além disso, muitas pesquisas mostram que esse saber herdado da experiência escolar anterior é muito forte, que ele persiste através do tempo e que a formação universitária não consegue transformá-lo nem muito menos abalá-lo (TARDIF, 2011, p 20).

Vale ressaltar que essa temporalidade que permeia os saberes dos professores não se limita às suas histórias escolares ou familiares, mas também considera um processo temporal marcado pela construção do saber profissional compreendido no âmbito de sua carreira. Portanto, cada indivíduo interioriza de maneiras diferentes, e para ensinar é necessário inicialmente aprender a ensinar, ou seja, aprender a dominar progressivamente os saberes necessários à realização do trabalho docente. Dessa forma, cada ser em sua trajetória profissional se apropria desse saber não necessariamente em tempo uniforme.

Nesta ótica, o alicerce da prática e da competência profissional está voltado para a experiência da prática cotidiana, mobilizando saberes, reutilizando-os, adaptando-os e transformando-os pelo e para o trabalho. Logo podemos admitir que o corpo docente tem uma função social estrategicamente tão importante quanto a da comunidade científica e dos grupos produtores de saberes. Entretanto, segundo Tardif (2011):

> A relação dos docentes com os saberes não se reduz a uma função de transmissão dos conhecimentos já constituídos. Sua prática integra diferentes saberes, com os quais o corpo docente mantém diferentes relações. Pode-se definir o saber docente como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais (TARDIF, 2011, p. 30)

Portanto, os saberes dos professores não podem ser vistos de forma individual. Podemos inferir mediante o exposto que a relação dos docentes com os saberes é formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana. Assim, partindo dessa conjectura, Tardif (2011) destaca a existência de quatro tipos de saberes associados aos saberes docentes: os saberes da formação profissional, os saberes disciplinares, os saberes curriculares e os saberes experienciais.

Os saberes da formação **profissional** é o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores. Essas ciências não se limitam a produzir conhecimentos, mas procuram também acionar a prática do professor. Assim, podemos dizer que a prática docente mobiliza diversos saberes que podem ser chamados de pedagógicos. Os saberes pedagógicos são concepções provenientes de reflexões que conduzem a atividade educativa.

Além dos saberes produzidos pelas ciências da educação e dos saberes pedagógicos a prática docente incorpora ainda saberes sociais definidos e selecionados pela instituição universitária. Estes saberes segundo Tardif (2011) integram-se igualmente à prática docente através da formação dos professores nas diversas disciplinas oferecidas pela universidade, podendo assim chamá-los de saberes **disciplinares**. São saberes encontrados nas universidades, sob a forma de disciplinas, correspondendo aos diversos campos de conhecimentos, transmitidos nos cursos de departamentos universitários independentemente das faculdades e de cursos de formação de professores.

Ao longo de seu percurso profissional, os docentes devem também apropriar-se de saberes que podemos chamar **curriculares**. Esses saberes Tardif descreve como saberes que correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para cultura erudita. Sendo-lhes apresentados concretamente sob a forma de programas escolares que os professores devem aprender a aplicar.

Outro saber discutido por Tardif são os saberes **experienciais**, adquiridos no âmbito da prática da profissão docente e que não provêm das instituições de formação, nem dos currículos. São saberes práticos e formam um conjunto de representações a partir das quais os professores interpretam, compreendem e orientam sua profissão e sua prática cotidiana em todas as dimensões, constituindo assim a cultura docente em ação.

No quadro a seguir apresentamos de acordo com a classificação de Tardif (2011) o significado de cada um dos saberes citados seguidamente de exemplos:

Quadro 1 - Classificação dos Saberes Docentes

CLASSIFICAÇÃO DOS SABERES DOCENTES		
SABERES	**DEFINIÇÃO**	**EXEMPLO**
Profissionais	O conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores. O professor e o ensino constituem objetos de saber para as ciências humanas e para as ciências da educação. (p 36)	Aquisição de saberes no decorrer da formação profissional, relacionado a técnicas e métodos de ensino.
Disciplinares	Correspondem aos diversos campos do conhecimento, aos saberes de que dispõe a nossa sociedade, tais como se encontram hoje integrados nas universidades, sob a forma de disciplinas, no interior de faculdades e de cursos distintos. (p.38)	Saberes identificados e reconhecidos aos diferentes campos de conhecimentos (linguagem, ciências exatas, ciências humanas, ciências biológicas, etc.)
Curriculares	Correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais as instituições escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita. (p.38)	Apresentam-se concretamente sob a forma de programas escolares (objetivos, conteúdos, métodos) que os professores devem saber e aplicar.
Experienciais	Constituem os saberes nos quais os próprios professores, no exercício de suas funções e na prática de sua profissão, desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio. Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados. (p.38)	Resultam do próprio exercício da atividade profissional dos professores, produzidos por meio da vivência escolar.

FONTE: Adaptado de Tardif (2011)

Integrado aos saberes expostos acima, os próprios professores, no exercício de suas funções desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio. Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados.

> Essas articulações entre a prática docente e os saberes fazem dos professores um grupo social e profissional cuja existência depende, em grande parte, de sua capacidade de dominar, integrar e mobilizar tais saberes enquanto condições para sua prática. (TARDIF,2011, p 39)

Portanto, os saberes dos professores não podem ser vistos de forma individual. Tecendo esse olhar, podemos notar o quão importante é o papel do professor no processo de formação e produção dos saberes sociais. Entretanto a valorização está voltada para a comunidade científica, pois a relação que os professores mantêm com os saberes é de apenas “transmissores”, de “portadores” ou de “objetos” do saber deixando a legitimação para a comunidade. Além de não controlarem nem a definição nem a seleção dos saberes curriculares e disciplinares, os professores não controlam nem a definição nem a seleção dos saberes pedagógicos transmitidos pelas instituições de formação.

> A relação que os professores estabelecem com os saberes da formação profissional se manifesta como uma relação de exterioridade: as universidades e os formadores universitários assumem as tarefas de produção de legitimação dos saberes científicos e pedagógicos, ao passo que os professores compete apropriar-se desses saberes, no decorrer de sua formação, como normas e elementos de sua competência profissional, competência essa sancionada pela universidade e pelo Estado. Os saberes científicos e pedagógicos integrados à formação dos professores precedem e dominam a prática da profissão, mas não provêm dela. (TARDIF,2011, p 41)

Então "*quais saberes servem de base ao trabalho dos professores no ambiente escolar?".* Este é um questionamento que tem dominado de maneira geral, a literatura norte – americana e anglo – saxônica produzidas nas duas últimas décadas, bem como se faz presente na Europa desde o início da década de 1990 aproximadamente, e começa a penetrar em vários países latino – americanos, especialmente no Brasil, segundo Tardif (2011, p.227).

Historicamente Tardif (2011, p.228) ressalta o postulado que tem guiado as pesquisas nos últimos vinte anos: "os professores de profissão possuem saberes específicos que são mobilizados, utilizados e produzidos por eles no âmbito de suas tarefas cotidianas". Nesse aspecto os professores são sujeitos que possuem, utilizam e produzem saberes específicos ao seu ofício ao seu trabalho. Assim, tais considerações levam a subjetividade dos professores no centro das pesquisas sobre o ensino e sobre a escola. O que se propõe é que se pare de considerar os professores, por um lado, como técnicos que aplicam conhecimentos produzidos e, por outro, como agentes sociais cuja a atividade é determinada exclusivamente por forças ou mecanismos sociológicos. Ou seja, para compreender a natureza do ensino é absolutamente necessário levar em conta a subjetividade dos atores em atividades, isto é, a subjetividade dos próprios professores. De fato,

> Um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir de significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimentos e um saber – fazer provenientes de sua própria atividade e partir dos quais ele a estrutura e a orienta. (TARDIF, 2011, p. 230)

Logo, se faz necessário que toda pesquisa sobre o ensino leve em consideração o ponto de vista do professor, ou seja, a subjetividade de atores em ação, os conhecimentos e o saber – fazer por eles mobilizados na ação cotidiana. Tardif (2011, p.230) ressalta que “A pesquisa sobre o ensino deve se basear num diálogo fecundo com os professores, considerados não como objetos de pesquisa, mas como sujeitos competentes que detêm saberes específicos ao seu trabalho”.

Assumindo o postulado citado acima, devemos admitir que a prática dos professores não é somente um espaço de aplicação de saberes provenientes da teoria, mas também um espaço de produção de saberes específicos oriundos dessa mesma prática.

> O trabalho dos professores de profissão deve ser considerado como um espaço prático específico de produção, de transformação e de mobilização de saberes, e portanto, de teorias, de conhecimentos e de saber-fazer específicos ao ofício de professor. (TARDIF, 2011, p. 234)

Nessa perspectiva de acordo com Tardif (2011), equivale a fazer do professor da educação básica, tal como o professor universitário ou o pesquisador da educação, um sujeito no qual desenvolve, possui teorias, conhecimentos e saberes de sua própria ação. Entretanto, essa é uma ideia no qual se opõe à concepção tradicional da relação entre teoria e prática. Segundo essa concepção o saber é produzido fora da prática e sua relação com a prática, por conseguinte, só pode ser uma relação de aplicação. Remetendo a um domínio de visões da formação do professor, no qual os mesmos são vistos como aplicadores de conhecimentos produzidos pela pesquisa universitária, pesquisa essa que se desenvolve, a maioria das vezes, fora da prática do ofício do professor.

Essa concepção tradicional além de redutora é contrária à nossa realidade: “Hoje, sabemos que aquilo que chamamos de ´teoria`, de ´saber` ou de ´conhecimentos` só existe através um sistema de práticas e de atores que as produzem e as assumem.” (TARDIF, 2011, p.235)

Com o desenvolvimento da pesquisa, buscaremos identificar para os saberes trazidos por Tardif (profissionais, curriculares e disciplinares) exemplos de saberes da formação de professores de Matemática específicos para o trabalho com o software Geogebra integrado com a proposta da Investigação Matemática. Sobre o saber experencial, por investigarmos apenas a formação inicial, não consideraremos em nossa análise. Embora estejamos conscientes que existem saberes dos licenciandos que provém de suas experiências como estudantes na escola.

1.2 As Licenciaturas em Matemática: UFPB, FCG e UEPB

Para caracterizar o processo formativo dos licenciandos em Matemática, buscamos as propostas dos atuais Projetos Políticos Pedagógicos (PPC) de três licenciaturas em Matemática do Estado da Paraíba. Nosso objetivo foi de identificar na estrutura curricular de cada uma, aquelas que indicam uma formação para o uso de tecnologias computacionais (especificamente *softwares* educacionais), como também da metodologia Investigação Matemática.

Os PPC analisados foram da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) do *Campus* IV, instituição da qual a professora orientadora faz parte do quadro profissional docente; a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) do *Campus* I, na qual a mestranda cursou a graduação; e a Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), *Campus* I, instituição com a qual a mestranda tem vínculo atual como aluna. No Apêndice B, constam os fluxogramas e informações referentes a estrutura dos cursos analisados.

1.2.1 Universidade Federal da Paraíba – UFPB/ *Campus* IV

O Curso de Licenciatura em Matemática, segundo o Projeto Político Pedagógico (UFPB, 2007), tem como objetivo garantir uma sólida formação em conteúdos matemáticos, formação pedagógica dirigida ao trabalho do professor e em conteúdos de áreas afins, necessárias ao exercício do magistério, que possibilite a vivência crítica da realidade do ensino em sua região, tornando os alunos capazes de experimentar propostas interdisciplinares.

Assim, o docente como aluno egresso deve ser capaz de tomar decisões, refletir sobre sua prática e ser criativo na ação pedagógica, a partir da realidade em que se encontra inserido. Mais do que isso, ele deve avançar para uma visão de que a ação prática é geradora de conhecimentos.

No que se refere às competências e habilidades pedagógicas do educador matemático, o licenciado em matemática deverá ter as capacidades de:elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica; analisar, selecionar e produzir materiais didáticos; analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica; desenvolver estratégias de ensino que favoreçam à criatividade, à autonomia e à flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente e contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica (UFPB, 2007, p.7).

Quanto à formação docente, detendo nossos olhares para a orientação sobre o uso das tecnologias computacionais da licenciatura em Matemática da UFPB, constatamos duas componentes curriculares: *Informática Aplicada a Matemática*ofertada no primeiro período do curso e *Laboratório do Ensino de Matemática I*, ofertada no quinto período, ambas ofertadas pelo Departamento de Ciências Exatas, obrigatórias e não contendo pré-requisitos.

A disciplina *Informática Aplicada a Matemática*contempla uma carga horária de 60 horas aulas, sendo de quatro créditos,cuja a ementa consiste em:

> O computador como recurso tecnológico no processo ensino/aprendizagem, sua evolução e formas de aplicação na educação, observação e análise de estudos e pesquisas realizadas e em realização no país em outras realidades. Experiências estruturadas pelo e para o aluno. Perspectivas da utilização do computador no sistema de ensino: aspectos psicológicos, sociais e políticos. Aplicativos: Processadores de Textos, Bancos de Dados e Planilha Eletrônica. Maple. Winplot. Cabri-Geométric. (UFPB, 2007, p. 19)

A disciplina Laboratório do Ensino de Matemática I contempla uma carga horária de 45 horas aula, correspondendo a 3 créditos, sua ementa consiste na proposta de "Desenvolvimento de projetos e resoluções de problemas com apresentações orais dos alunos; Utilização dos recursos das novas tecnologias; Palestras e Vídeos". (UFPB, 2007, p. 20)

No que diz respeito sobre a formação para o uso de metodologias de ensino, a UFPB em seu curso de Licenciatura Plena em Matemática, de acordo com o PPC, oferece uma disciplina denominada *Laboratório de Ensino de Matemática II*, de natureza obrigatória, contemplando 45 horas aulas relacionadas a uma disciplina de três créditos, catalogada com a seguinte ementa: Modelagem matemática. Trabalho de resolução de problemas através de várias metodologias. Trabalho com problemas referentes à razão, proporção, regra de três, percentagem, uso de software, com assunto dos ensinos fundamental e médio. (UFPB, 2007, p. 20).

Ao analisarmos o fluxograma do curso em licenciatura em Matemática da UFPB, podemos inferir baseando-se nas disciplinas citadas acima, como também no questionário diagnóstico aplicado com os participantes, que a mesma oferece aos seus alunos uma base para a formação docente, uma vez que foi possível perceber que ela oferece aos licenciandos disciplinas alicerçadas em recursos para o aluno utilizar a tecnologia para aprender a Matemática do Curso, bem como para ele utilizar em sala de aula enquanto professor de Matemática da Educação Básica.

Quanto a estrutura curricular das disciplinas, voltando-se para a importância das TIC no âmbito escolar, chamamos atenção para a posição no fluxograma do curso da disciplina *Informática Aplicada a Matemática*, que embora tenha um papel importante para a formação docente, acreditamos que no segundo período do curso os alunos ainda não possuem maturidade suficiente para explorar as possibilidades da mesma com foco no ensino da Matemática escolar. Tomando como base a experiência quando graduanda da UFCG.

1.2.2 Universidade Federal de Campina Grande – UFCG/ *Campus* I

O Curso de Graduação em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, modalidade Licenciatura, de acordo com o PPC de 2008 tem como objetivo a formação de professores para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.

A estrutura curricular proposta visa assegurar que os egressos do Curso de Matemática desta modalidade sejam adequadamente preparados para uma carreira de magistério e pesquisa em Ensino da Matemática, assim como, para um processo contínuo de educação permanente. Esta estrutura procura manter a uniformidade entre os cursos dos períodos diurno e noturno, respeitando as especificidades do público alvo de cada turno.

Segundo o PPC, o currículo do Curso na modalidade Licenciatura foi elaborado de maneira a desenvolver as seguintes competências e habilidades nos profissionais da área de Matemática:

> Capacidade de aprendizagem continuada, sendo a sua prática a fonte de produção de conhecimento;Capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares;Capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias;Capacidade de estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento;Capacidade de expressar-se com clareza, precisão e objetividade;Capacidade de interpretação e representação gráfica;Capacidade de analisar e selecionar material didático e elaborar propostas alternativas para a sala de aula;Capacidade de planejar cursos com criatividade, fazendo as necessárias adaptações metodológicas e de sequências didáticas; Habilidade de identificar e relacionar vários campos da matemática para elaborar modelos, resolver problemas e interpretar dados; Capacidade de trabalhar com conceitos abstratos na resolução de problemas. (UFCG, 2008, p.19)

No que diz respeito à formação na licenciatura em Matemática para o uso das tecnologias computacionais no processo de ensino e aprendizagemaUFCGoferece duas componentes curriculares de 4 créditos ou 60 horas, denominadas *Introdução a Ciências e Computação* e *O Computador como Instrumento de Ensino*, ambas obrigatórias. Sendo a primeira distribuída em seu fluxograma diurno a ser cursada no primeiro período do curso e a segunda no quarto, entretanto no fluxograma noturno devem ser cursadas no segundo e terceiro período respectivamente.

A componente curricular *Introdução a Ciências e Computação* é ofertada pela Unidade Acadêmica de Sistemas e Computação, pelo Centro de Engenharia Elétrica e Informática, cujos objetivos são:

> Apresentar ao aluno conhecimento básico sobre informática e suas aplicações, bem como o sistema de computação e seus diversos componentes; Capacitar o aluno a resolver problemas usando Planilhas Eletrônicas; Planejar soluções de problemas através do uso de computador; Desenvolver e testar algoritmos e Capacitar o aluno a projetar, elaborar e depurar soluções de problemas usando programas na linguagem FORTRAN. (UFCG, 2008, p. 41)

A ementa desta disciplinacompreende:"Introdução ao computador. Componentes básicos de um computador. Terminologia básica. Algoritmos. Fundamentos de construção de algoritmos. Operações de controle. Estudo de uma linguagem algorítmica de alto nível" (UFCG, 2008, p.42).

Já a componente curricular *O Computador como Instrumento de Ensino* tem como pré-requisito a disciplina *Introdução a Ciências e Computação*, cujosobjetivossão:

> Dar ao aluno condições de utilizar recursos de multimídia, principalmente o computador, como uma ferramenta auxiliando no processo ensino/aprendizagem. A ementa está alicerçada da seguinte maneira:Utilização do Computador como ferramenta de auxílio ao processo de ensino-aprendizagem: Editoração Eletrônica. Familiarização com Softwares Matemáticos e Educacionais em geral (disponíveis). Recursos Multimídia e ferramentas de acesso a informação em rede.(UFCG, 2008, p. 32)

Tendo como ementa:

> Utilização do Computador como ferramenta de auxílio ao processo de ensino-aprendizagem: Editoração Eletrônica. Familiarização com Softwares Matemáticos e Educacionais em geral (disponíveis). Recursos Multimídia e ferramentas de acesso a informação em rede(UFCG, 2008, p.32)

Ao crivo de disciplinas relacionadas com a formação para o uso de metodologias de ensino, de acordo como o PPC de 2008, podemos inferir três componentes curriculares de 60horas aulas, pertinentes a disciplinas de quatro créditos de natureza obrigatória: *Laboratório de Ensino de Matemática*, *Metodologia de Ensino da Matemática I* e *Metodologia de Ensino da Matemática II*.

A componente*Laboratório de Ensino de Matemática*, tem como pré-requisito a Geometria Euclidiana Plana, por conseguinte está sendo proposta no fluxograma do curso diurno para ser cursada no sexto período possuindo a seguinte ementa:

> Aspectos históricos dos materiais didáticos no ensino de matemática. O ensino de matemática em laboratório; Abordagem teórico-metodológica sobre o uso de determinados materiais didáticos, incluindo instrumentos tecnológicos no ensino de matemática; Elaboração e produção de material didático para o ensino de matemática e Oficina pedagógica de matemática. (UFCG, 2008, p.46)

Bem como, os seguintes objetivos:

> Desenvolver no aluno uma consciência crítica, uma atitude de investigação diante do que ele não sabe, de busca do conhecimento; Levar o aluno a aprender a aprender, incentivar a descoberta e a experimentação, estimular a criatividade e habilidades manuais e artísticas; Elaborar e produzir materiais didáticos para serem usados em sala de aula como auxiliar na compreensão e na aprendizagem de conceitos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio; Usar o lúdico como auxiliar no processo de ensino e aprendizagem; Fazer com que o aluno perceba a ideia de "laboratório" no ensino e na aprendizagem da matemática; Levar o aluno a perceber a importância do uso de

> materiais concretos no ensino de matemática; Possibilitar ao aluno o uso de materiais didáticos, incluindo instrumentos tecnológicos no ensino de matemática. (UFCG, 2008, p.45)

As componentes curriculares *Metodologia do Ensino de Matemática I e II* são ofertadas pelo Centro de Humanidades pela Unidade Acadêmica de Educação. *Metodologia de Matemática I* não contém pré-requisito, cuja a ementa é:

> Números e operações. Contagem e sistema de numeração: bases decimal e não-decimal. Operações básicas: bases decimal e não-decimal. Números racionais: representação fracionária e representação decimal. Operações com frações e com números decimais. Tratamento da informação. (UFCG, 2008, p.50).

Seus objetivos são:

> Levar o aluno a perceber o conhecimento matemático como uma linguagem necessária à cidadania; Permitir que o aluno estabeleça comparações entre sistemas de bases não-decimais e o sistema de base dez, com o propósito que haja maior compreensão deste último; Possibilitar ao aluno que resolva situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis. (UFCG, 2008, p.45)

A *Metodologia da Matemática II* tem como pré-requisito *Metodologia da Matemática* I, e apresenta a seguinte ementa:

> Espaço e forma. Explorando o espaço. Figuras planas. Figuras espaciais. Grandezas e medidas. As grandezas geométricas. A grandeza tempo e a grandeza massa. Sistema monetário. Tratamento da informação(UFCG, 2008, p.49).

Os objetivos desta componente curricular são:

> Levar o aluno a perceber o conhecimento geométrico nas suas relações com o seu ambiente; Possibilitar ao aluno compreender espaço e forma como um meio de integrar-se com outros conhecimentos matemáticos e outras disciplinas; Estimular o aluno a fazer tratamento da informação através de recursos geométricos. (UFCG, 2008, p.50)

A UFCG oferece aos seus licenciandos em Matemática uma formação acadêmica que contempla o uso de recursos tecnológicos como apoio para o aluno no que diz respeito aos seus processos de compreensão da Matemática como também oferece subsídios para utilização no âmbito escolar para uma matemática mais significativa, dando condições da utilização de recursos de multimídia, principalmente o computador como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, pautados na familiarização com *softwares* educativos.

Após a coleta de dados com os alunos da UFCG referente ao questionário diagnóstico (Apêndice A), constatamos que 90% dos alunos participantes da pesquisa conhecem algum *software* que possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Foi citado o*software* GeoGebra, onde o mesmo lhes foi apresentado cursando alguma disciplina na academia.

Em relação ao uso de outras metodologias de ensino, vale ressaltar que nenhuma disciplina faz inferência ao uso da Investigação Matemática, embora contenham disciplinas, como por exemplo *O Computador como Instrumento de Ensino* no qual daria suporte para essa implementação.

Observando a posição na estrutura curricular no qual as disciplinas estão distribuídas constatamos que a disciplina *O Computador como Instrumento de Ensino*, que está no terceiro período no fluxograma noturno e quarto período no fluxograma diurno do curso, deveria ser proposta no quinto ou sexto período, paralela à disciplina de Práticade Ensino de Matemática III.Dessa forma, os alunos teriam conhecimentos sólidos em Matemática e ainteração de disciplinas beneficiaria a compreensão da teoria com a prática, uma vez que os alunos estariam apontando e discutindo os eventuais problemas, como também, estariam procurando determinadas soluções e exercendo na prática uma matemática mais dinâmica e interativa voltada para o ensino da mesma.

1.2.3 Universidade Estadual da Paraíba – UEPB / *Campus* I

O Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus I, segundo o Projeto Político Pedagógico vigente desde 2006, tem como objetivo geral "Formar Educadores Matemáticos com o domínio do fenômeno educativo, capazes de uma atuação crítica e transformadora nos diversos âmbitos do ensino Fundamental e Médio, bem como, da sua pratica educativa" (UEPB, 2006, p. 10). Apresenta como objetivos específicos:

> Construir profissionais responsáveis e atuantes no ensino da matemática, colocando-os em contato com as mais recentes pesquisas na área de Educação Matemática, favorecendo a integração ensino, pesquisa e extensão; Conceber educadores com sólida formação matemática, ou seja, consolidar, aprofundar e ampliar os conceitos matemáticos já construídos e leva-los a adquirir bem como construir novos conhecimentos; Formar profissionais que sejam capazes de incorporar em sua atividade docente os recursos oferecidos pelas novas tecnologias; Preparar professores que estejam cientes de suas

> responsabilidades sociais e adotem uma atitude continua de analise critica da realidade, para atuarem de forma mais consequente e menos excludente nos sistemas de ensino. (UEPB, 2006, p. 10)

A UEPB diferentemente das universidades federais citadas anteriormente não disponibiliza disciplinas por créditos, mas sim disciplinas distribuídas semestralmente. O curso de Matemática oferece aos licenciandostrês disciplinas voltadas para a formação docente com orientação para o uso das tecnologias computacionais, denominadas *Informática Aplicada a Matemática I, Informática Aplicada a Matemática II* e *Introdução a Informática.*

A disciplina *Informática Aplicada a Matemática I*contempla 30 horas aulas,e possui a seguinte ementa: “Noções básicas sobre informática na educação; Noções básicas sobre informática na educação matemática; Noções básicas de softwares educativos; Noções básicas sobre o uso da Internet como fonte de pesquisa acadêmica” (UEPB, 2006, p.31). Tendo como objetivo:

> Discutir qualitativamente a utilização da informática como ferramenta de auxílio ao professor de matemática da educação básica; Desenvolver breves reflexões pedagógicas sobre o processo de ensino-aprendizagem de informática na educação Matemática, considerando aspectos teóricos, especialmente da educação Matemática e dos Parâmetros Curriculares Nacionais; Analisar de maneira crítica de softwares matemáticos enfatizando seu uso no ambiente escolar e sua influência no processo ensino-aprendizagem. (UEPB, 2006, p.31)

A disciplina *Informática Aplicada a Matemática II* segue a ementa:

> Desenvolvimento investigativo de aplicações para o ensino básico e sua transposição didática; Aplicabilidade de recursos tecnológicos como ferramenta para o ensino-aprendizagem da educação básica; Interação em ambientes virtuais de aprendizagem voltados para a educação básica; A Internet como ferramenta para auxílio ao professor de matemática. (UEPB, 2006, p. 32).

Tendo como objetivos:

> Analisar as potencialidades da Informática no ensino e na aprendizagem de Matemática e nas questões referentes ao uso do computador em sala de aula; Encontrar metodologias que possibilitem o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de conceitos Matemáticos; Promover uma reflexão crítica dos professores quanto às suas posturas em relação às tecnologias de comunicação aplicadas à Educação Matemática; Investir na formação de professores qualificados para lidar com os fenômenos ligados ao uso da Informática em sala de aula; Possibilitar aos alunos um trabalho de integração de diversos campos da Matemática, através da utilização do

> softwares Cabri-géométre e da linguagem Logo, bem como estudar as contribuições que este curso poderá trazer pra sua prática profissional; Compreender e utilizar ambientes de Ensino à Distância. (UEPB, 2006, p.33)

A disciplina *Introdução a Informática* contempla 60 horas aulas,com a seguinte ementa: "Introdução à Microinformática; Uso de um Sistema Operacional (Ex: Windows 95/98/NT); Processador de Texto (Ex: Word 7) Planilha Eletrônica (Ex: Excel 7)" (UEPB, 2006, p. 35). Sendo a mesma conduzida através dos seguintes objetivos:

> Introduzir na mente do aluno a cultura do computador (histórico e uso) e fornecer-lhe condições para que o computador seja uma ferramenta de trabalho auxiliar na resolução de problemas correlatos (processamento de texto, manuseio de dados numéricos, busca de informações)à sua área de conhecimento. (UEPB, 2006, p.35)

No que diz respeito a metodologias de ensino, o curso contempla duas disciplinas: *Laboratório de Ensino de Matemática I* e *Laboratório de Ensino de Matemática II.*

A disciplina *Laboratório de Ensino de Matemática I,*demanda 33 horas aulas, com a seguinte ementa:

> Aspectos gerais da metodologia de resolução de problemas. A resolução de problemas no ensino de matemática. Pratica na resolução de problemas de matemática. Estudo de problemas de matemática com aspectos não usuais em relação ao ensino formal. A resolução de problemas e a prática da investigação de Matemática Elementar. (UEPB, 2006, p.48).

Tendo como objetivos:

> Explorar problemas de matemática, perceber regularidades, fazer conjecturas, fazer generalizações, desenvolver o pensamento dedutivo e o indutivo. Aprender a utilizar diferentes fontes de informação para a solução de problemas de Matemática, adquirindo uma atitude flexível para desenvolver ideias não usuais. Identificar, analisar e produzir materiais e recursos para a investigação de problemas de Matemática. Adquirir confiança pessoal em desenvolver atividades matemáticas. Trabalhar a compreensão dos processos de descoberta em Matemática. Estudar a metodologia do ensino da Matemática através de problemas tendo em vista a formação de professores da Escola Fundamental. (UEPB, 2006, p.48)

A disciplina de *Laboratório de Ensino de Matemática II* também contempla uma carga horária de 33 horas aulas, com a seguinte ementa:

> Aspectos gerais da metodologia de resolução de problemas. A resolução de problemas no ensino de matemática. Pratica na resolução de problemas de matemática. Estudo de problemas de matemática com aspectos não usuais em relação ao ensino formal. O uso de materiais concretos, jogos, quebra cabeças, desafios matemáticos e modelagem e a resolução de problemas e a prática da investigação em Matemática no Ensino Médio. (UEPB, 2006, p. 49).

Tendo como objetivos:

> Explorar problemas de matemática, perceber regularidades, fazer conjecturas, fazer generalizações, desenvolver o pensamento dedutivo e o indutivo. Aprender a utilizar diferentes fontes de informação para a solução de problemas de Matemática, adquirindo uma atitude flexível para desenvolver ideias não usuais. Identificar, analisar e produzir materiais e recursos para a investigação de problemas de Matemática. Adquirir confiança pessoal em desenvolver atividades matemáticas. Trabalhar a compreensão dos processos de descoberta em Matemática. Estudar a metodologia do ensino da Matemática através de uso de materiais concretos, jogos, quebra cabeças, desafios matemáticos e modelagem tendo em vista a formação de professores do Ensino Médio. (UEPB, 2006, p. 49).

O curso em licenciatura em Matemática da UEPB, de acordo com o PPC, propicia aos seus alunos noções básicas sobre informática na educação, desenvolvimento de aplicações para o ensino básico e sua transposição didática, aplicabilidade de recursos tecnológicos, como também o uso da internet como auxilio do professor de matemática na análise de suas potencialidades. Oferece, portanto, aos seus alunos uma formação no que diz respeito aos uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, dando-lhes subsídios suficientes para o exercício da profissão.Entretanto como já citado anteriormente, os participantes da pesquisa afirmam não ter conhecimento sobre qualquer*software* que possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem ou até mesmo conhecem de ouvir falar. É válido salientar, que a UEPB está em processo de atualizações do PPC.

No quadro a seguir apresentamos a distribuição das disciplinas dos três Cursos que estão relacionadas com os recursos tecnológicos discutidos e também com metodologias de ensino de Matemática.

De uma forma geral, percebemos que as três universidades UFPB, UFCG e UEPB trazem em seus cursos de Licenciatura em Matemática disciplinas que oferecem aos seus licenciandosa perspectiva da utilização de recursos tecnológicos na formação matemática, enquanto alunos, e também que apresentam e discutem outros recursos na perspectiva da atuação profissional, enquanto futuros professores. Embora, conforme suas ementas e a quantidade de disciplinas para a discussão das tecnologias como ferramenta para o ensino de Matemática, percebemos que a UEPB tem dedicado maior atenção à esta questão.

Quadro 2 - Componentes curriculares

COMPONENTES CURRICULARES – PPC			
INSTITUIÇÕES DE ENSINO	**OBJETIVOS DA COMPONENTE CURRICULAR** **Tecnologias como recurso do aluno**	**Tecnologias como recurso do professor**	**METODOLOGIAS DE ENSINO**
UFPB (2007)	**Informática Aplicada a Matemática** (2º período)	**Laboratório do Ensino de Matemática I** (6º período)	**Laboratório do Ensino de Matemática I** (6º período) **Laboratório do Ensino de Matemática II** (7º período)
UFCG (2008)	**Introdução a Ciências e Computação** (Diurno 1º período e noturno 2º período)	**Computador como Instrumento de Ensino** (Diurno 4º período e noturno 3º período)	**Laboratório de Ensino de Matemática** I (Diurno 6º período e noturno 5º período) **Metodologia da Matemática I** (Diurno e noturno 1º período) **Metodologia da Matemática II** (Diurno 3º período e noturno 2º período)
UEPB (2006)	**Introdução a Informática** (1º semestre)	**Informática Aplicada a Matemática I** (2º período) **Informática Aplicada a Matemática II** (Diurno 2º período e noturno 3º período)	**Laboratório de Ensino de Matemática I** (1ºsemestre) **Laboratório de Ensino de Matemática II** (2ºperíodo)

Fonte: PPC dos cursos da UFPB (2007), da UFCG (2008) e da UEPB (2006)

Esta análise também permitiu observar como metodologias diversas, a exemplo da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, integram os cursos analisados.

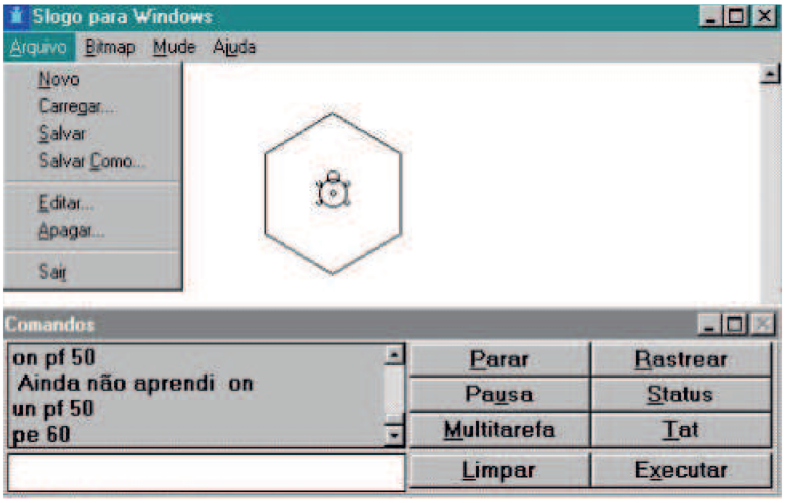
Cabe observar que não foi identificado em nenhuma proposta de Curso a metodologia da Investigação Matemática separada da Resolução de Problemas. No capítulo 3 trataremos da Investigação Matemática.

2 AS TECNOLOGIAS E A MATEMÁTICA ESCOLAR

2.1 Breve histórico sobre a inserção das tecnologias computacionais no Brasil

Para Borba et al (2014), o uso das tecnologias na educação matemática pode ser apresentado em quatro fases. A primeira fase é caracterizada fundamentalmente pelo uso do software LOGO, que teve início por volta de 1985. Uma linguagem desenvolvida nos EUA, no *MassachuettsInstituteofTechnology*, a partir das pesquisas feitas pelos matemáticos Seymour Papert e Wallace Feurzeig. A Figura 1, ilustra o layout do software com a tartaruga ao centro, após contruir o hexágano conforme os comandos específicos.

Figura 1 – Interface do Sotware LOGO



Fonte: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_funcoes.php

Durante essa fase, expressões como "tecnologias informáticas" (TI) ou tecnologias computacionais começaram a ser utilizadas pelas pessoas para se referirem ao computador ou *software*, por exemplo. Além disso o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutido na área da Educação Matemática.

Neste cenário destacamos os trabalhos de pesquisadores como José Armando Valente, Janete Frant, Lulu Healy e Léa Fagundes. Eles desempenharam papéis fundamentais com relação a produção de conhecimentos na área de acerca de possibilidades do uso de TI na transformação de práticas pedagógicas e didáticas. Conforme Borba et AL (2014, p.18):

> O construcionismo (PAPERT,1980) é a principal perspectiva teórica sobre o uso pedagógico do LOGO, enfatizando relações entre linguagem de programação e pensamento matemático. O design do LOGO permite, através da digitação de caracteres, o input de comandos de execução. A linguagem de programação é utilizada para a compreensão do significado de execução dos comandos em relação a sua representação com caracteres, bem como para formar sequências de comandos específicos que permitam uma execução sequencial do programa.
>
> Cada comando LOGO determina um procedimento a ser executado por uma tartaruga (virtual). Os movimentos da tartaruga, como passos e giros, possibilitam a construção de objetos geométricos como segmentos de reta e ângulos. A natureza investigativa do LOGO diz respeito à construção de sequências de comandos (um algoritmo) que determina um conjunto ordenado, ou sequencial, de ações que constituam uma figura geométrica.
>
> De acordo com Fagundes (1986,p.314) "as trocas entre a organização cognitiva da criança e os objetos simbólicos [do LOGO] apresentam uma natureza funcional". Ou seja, trocas simbólicas na interação entre o usuário e o LOGO, envolvendo aspectos da programação computacional, permitem "a observação do funcionamento de mecanismos presentes na construção de conhecimentos" (p.315).

Deste modo, podemos vislumbrar a aquisição do conhecimento propiciada pelo LOGO como sendoum relacionamento das pessoas com o meio, tornando o aluno ativo de sua aprendizagem. Além disso o software permite aos alunos estabelecer relações entre representações algébricas e representações geométricas dinâmicas. Os registros das sequências formadas permite ao professor a identificação e qualificação do pensamento matemático do aluno.

Ao mesmo tempo, na primeira fase surge também a perspectiva da inserção de laboratórios de informática nas escolas, sendo alimentada pela iniciativa do Ministério da Educação que patrocinou um projeto denominado EDUCOM, destinado ao desenvolvimento de pesquisas e metodologias sobre o uso do computador como recurso pedagógico.

A segunda fase teve início na primeira metade dos anos 1990, com a popularização de computadores pessoais. Deste modo a aquisição e manipulação tornou-se algo mais natural na sociedade. Entretanto, nessa fase existia uma grande diversificação em volta do uso dos computadores, alguns professores e estudantes enxergavam o papel do computador em suas vidas, outros nem utilizavam por falta de interesse, oportunidades, insegurança e até mesmo o medo. Outros ainda eram contra seu uso educacional e não os via como agente transformador, outros vislumbrando o seu papel cognitivo, enveredaram a explorar possibilidades didáticas pedagógicas com o uso da TI.

Mediante este cenário, diversos *softwares* educacionais foram produzidos por empresas, governos e pesquisadores. Uma diversidade de cursos de formação para inserção das TI em sala de aula começou a surgir. Neste aspecto, os professores tiveram que sair de sua zona de conforto em direção a zona de risco até que tais tecnologias fossem inseridas em suas aulas.

Nesta fase os *softwares* voltados às múltiplas representações de funções como o Winplot, o Fun e o Graphmathica e de geometria dinâmica CabriGéomètre e o Geometricks tiveram grande destaque. Segundo Borba, Silva e Gradanidis (2014), esses softwares tiveram destaque pela sua natureza dinâmica, visual e experimental. A seguir as figuras 2, 3 e 4 ilustram as interfaces de alguns desses *softwares*.

Figura 2 – Interface do CabriGeomètre

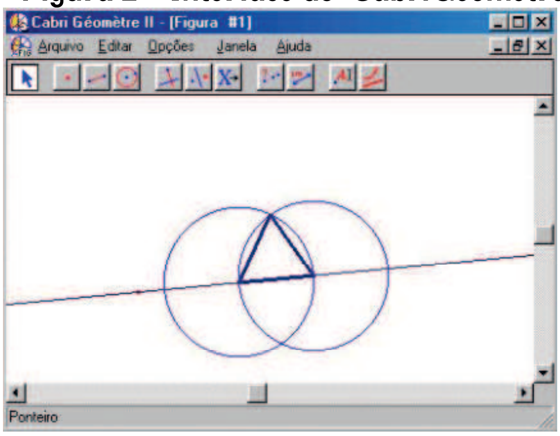
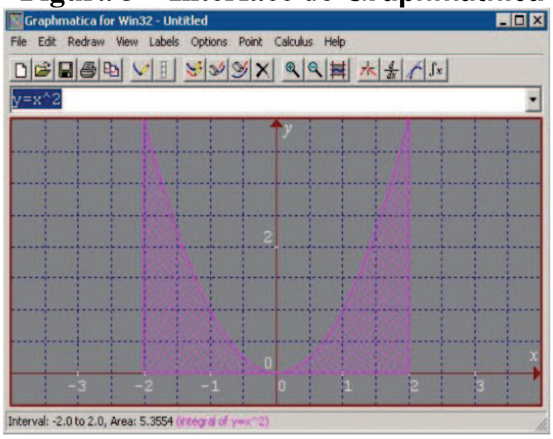
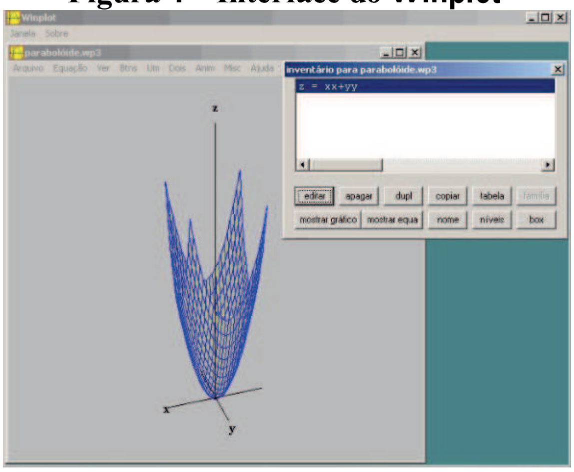


Figura 3 – Interface do Graphmathica



Fonte: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_funcoes.php

Figura 4 – Interface do Winplot



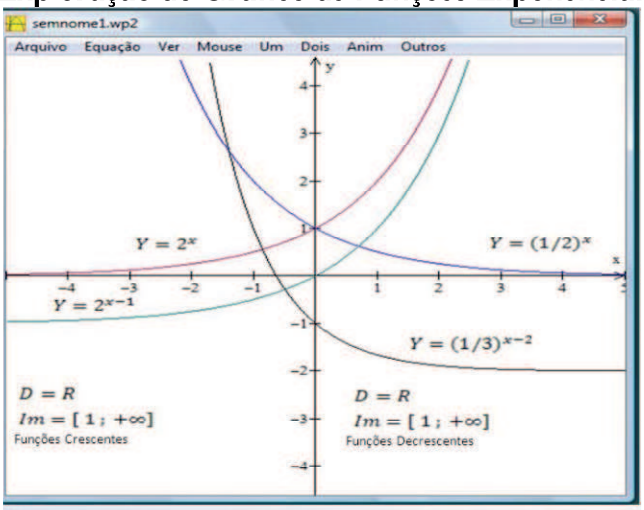
Fonte: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_funcoes.php

A diferenciação entre desenho e construção foi também uma característica presente nessa fase propiciada pelos *softwares* de geometria dinâmica (GD). Anteriormente à eles, essa visualização limitava-se ao construir objetos geométricos com papel, lápis, régua e compasso, mas com eles, por meio da prova do arrastar essa distinção começou a ser significativa. Consoante com Borba et al (2014, p.24)

> [...]em uma construção, a figura sempre preserva suas propriedades fundamentais quando um dos elementos "móveis" que a compõem é arrastado. Se arrastarmos uma figura e ela não mantiver suas propriedades fundamentais, a figura é apenas um desenho. (BORBA ET AL, 2014, p.24)

Em razão da propagação dessa conquista, novas possibilidades de atividades embasadas no cenário da investigação matemática ganharam espaço. Um exemplo prático volta-se para as representações gráficas de funções geradas com calculadoras gráficas ou computadores usuais, a partir do uso do software como Derive, Winplot e Graphmatica, podendo serem explorados e elaborados em diversos níveis de ensino. A Figura 5 exemplifica no *software* Wimplot alguns gráficos de funções exponenciais.

Figura 5 – Exploração do Gráfico de Funções Exponenciais no Winplot



Fonte: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_funcoes.php

A terceira fase do uso das tecnologias na educação matemática teve início por volta de 1999 com o advento da internet, ocasionando uma reforma no campo educacional. A internet passou a ser utilizada como fonte de informação e como meio de comunicação entre docentes e discentes.

De acordo com Borba et al (2014) nessa fase surgem e consolidam expressões como “tecnologias da informação” e “tecnologia da informação e comunicação (TIC)”, como também, segundo os PCN (BRASIL,1998 p.140) “as novas tecnologias da informação oferecem alternativas de educação a distância, o que possibilita a formação contínua, trabalhos cooperativos e interativos”.

Essas interações propiciadas pelos ambientes virtuais potencializam o processo de ensino e aprendizagem e podem ser vistas como amplificadores cognitivos e em consonância com os PCN (BRASIL,1998 p.140), uma vez que eles servem “para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção do conhecimento por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores”.

Essa fase teve início em meados de 2004, com o advento da internet rápida e em particular, em relação ao uso de tecnologias em educação matemática, estamos vivenciando essa fase até os dias atuais, onde a qualidade de conexão e quantidade de recursos com acesso à internet têm sido aprimorados, transformando a comunicação online.

Segundo, Borba et al (2014, p.35) a quarta fase faz referênciaao uso das “tecnologias digitais” (TD). Esta é caracterizada por diversos aspectos como o uso da Geometria Dinâmica, a diversificação nos modos de comunicação e o avanço nas tecnologias móveis.Sobre a Geometria Dinâmica, tem-se destaque para o GeoGebra que trataremos com mais detalhes na sessão a seguir por ter sido a ferramenta escolhida para apoiar o desenvolvimento da nossa proposta de pesquisa.

O Quadro 3 resume o que caracteriza cada um dos aspectos citados relativos nesta fase de uso da tecnologias na educção matemática.

Quadro 3 – Aspectos que caracterizam o uso das TD na quarta fase

Aspectos que caracteriza o uso das TD na quarta fase	
GeoGebra	• Integração em GD e múltiplas representações de funções; • Cenários inovadores de investigação matemática.
Multimodalidade	• Diversificados modos de comunicação passaram a estar presentes no ciberespaço; • Uso de vídeos na internet; • Fácil acesso a vídeos em plataforma ou repositórios (YouTube e TED Talks); • Produção de vídeos com câmaras digitais e softwares de edição com interfaces amigáveis.
Novos designes e interatividade	• Comunicadores online – telepresença (Skype); • Ambientes virtuais de aprendizagem (Moodle, ICZ e Seconlife); • Aplicativos online (applets); • Objetos virtuais de aprendizagem (RIVED).
Tecnologias móveis ou portáteis	• Celulares inteligentes, tablets, laptops, dentre outros: o Comunicação por sms; o Multifuncionalidade; o Câmeras digitais, jogos e outros aplicativos; o Multiconectáveis (USB); o Interação através do toque de tela; o Acesso à internet
Performance	• Estar online em tempo integral; • Internet na sala de aula; • Reorganização de dinâmicas e interações nos ambientes escolares; • Redes sociais (Facebook); • Compartilhamento de vídeos (YouTube); • A matemática dos estudantes para ir além da sala de aula: o Torna-se pública no ciberespaço; o Presente em diversos tipos de diálogos e cenários sociais;
Performance Matemática digital	• Uso das artes na comunicação de ideias matemáticas; • Estudantes e professores como artistas; • Produção audiovisual e disseminação de vídeos na internet; • Narrativas multimodais e múltiplas identidades online; • Surpresas, sentidos, emoções e sensações matemáticas; • Ambientes multimodais de aprendizagem; • Novas imagens públicas sobre a matemática e os matemáticos.

Fonte: Borba et al (2014, p.35)

A junção de todos os aspectos citados anteriormente reflete uma a fase com múltiplas possibilidades,proporcionando a população tecer novos olhares para o ensino de Matemática. Entretanto, é preciso destacar que as fases estão interligadas umas com as outras porque o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior, por conseguinte muitos aspectos que surgiram nas três primeiras fases estão integradas nessa quarta fase sendo por vezes reestruturados ou apenas adaptados ao uso das tecnologias digitais.

2.2 Orientações Nacionais para o uso de tecnologias na Educação Básica

O uso de tecnologias na Educação Básica é fortemente defendido nos principais textos de referência nacional, inclusive, para a formação matemática do aluno. De fato, tanto nos documentos voltados para o Ensino Fundamental, a exemplo dos Parâmetros Curricualres Nacionais (PCN) quanto para o Ensino Médio, como Orientações Curriculares Nacionais (OCEM), é possível ter uma dimensão da importância desse recurso para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p.140), o desenvolvimento das tecnologias da informação permite que a aprendizagem ocorra em diferentes lugares e por diferentes meios. Refletindo novas possibilidades para criar, inovar, imaginar, questionar, encontrar soluções e tomar decisões. Para os PCN (BRASIL, 1998)

> O uso do computador possibilita a interação e a produção de conhecimento no espaço e no tempo: pessoas em lugares diferentes e distantes podem se comunicar com recursos da telemática. (BRASIL,1998 p. 147)

A inserção do computador no ensino permite criar ambientes de aprendizagem que fazem surgir novas formas de pensar e aprender. Para os PCN, o computador:

> - Favorece a interação com uma grande quantidade de informações, que se apresentam de maneira atrativa, por suas diferentes notações simbólicas (gráficas, linguísticas, sonoras, etc.);
> - Pode ser utilizado como fonte de informação. Existem inúmeros softwares que oferecem informações sobre assuntos em todas as áreas de conhecimento. Além disso é possível utilizar a internet como uma grande biblioteca sobre todos os assuntos;
> - Possibilita a problematização de situações por meio de programas que permitem observar regularidades, criar soluções, estabelecer relações, pensar a partir de hipóteses, entre outras funções;
> - Favorece a aprendizagem ativa controlada pelo próprio aluno, já que permite representar ideias, comparar resultados, refletir sobre sua ação, e tomar decisões, depurando o processo de construção de conhecimentos;
> - Desenvolve processos metacognitivos, na medida em que o instrumento permite pensar sobre os conteúdos representados e as suas formas de representação, levando o aluno a "pensar sobre o pensar"(BRASIL, 1998 p. 147).

Considerando as OCEM (BRASIL, 2006, p.70) toda situação de ensino e aprendizagem devem agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o "pensar matematicamente". Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados.

Entretanto, inerentemente ao estabelecimento desse processo é imprescindível observar para a tríade, professor-aluno-saber. Uma vez que esse processo envolve alguém que ensina, alguém que aprende, e algo que é o objeto de estudo, todos interligados com a subjetividade do professor e do aluno. Essas relações existenciais que permeiam todo esse sistema didático condiciona a uma vasta complexidade.

De acordo com OCEM (BRASIl, 2006, p.81), uma concepção de ensino e aprendizagem fortemente presente nas ecolas é aquela onde a aprendizagem é vista como acúmulo de conhecimentos, e o ensino baseia-se essencialmente na "verbalização" do conhecimento por parte do professor. Nesse aspecto, estaríamos trantando o processo de ensino e aprendizagem como um sistema fechado: definição → exemplos → exercícios.

> A introdução de um novo conceito matemático dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de um certo número de exemplos, que serveriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como "exercício de fixação". (BRASIL, 2006, p. 81)

Assim, nenhuma ligação seria efetivada com os conhecimentos já adquiridos. Nessa ótica, o conteúdo é apresentado de forma superficial, não havendo assim uma apropiciação da construção do conhecimento, o que ocorre é uma transmissão de conhecimento pautada em meras repetições.

Entretanto, mediante o crescente processo de industrialização e de urbanização acarretado pelo avanço da tecnologia, a sociedade de forma inerente cria novas faces, por sua vez novos hábitos, repercutindo em toda a humanidade, principalmente no meio escolar, exigindo novas metodologias de ensino, no qual transforme o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e interativo. A inserção das tecnologias é uma das ferramentas na qual oferece aporte para esse novo processo de ensino. De acordo com as OCEM:

> Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por

> um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática. (BRASIL, 2006, p.87).

Logo, se faz necessário refletirmos sobre a relação entre as TIC e a educação como uma transformação da própria prática educativa, possibilitando novas e ricas situações de aprendizagem, onde os alunos possam explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, alicerçados na experimentação, testificação de hipóteses, esboçando conjecturas e criando estratégias para resolver problemas.

No tocante ao ensino de geometria, por exemplo, as contribuições do uso de tecnologias são vastas, conforme apontam as OCEM (BRASIL, 2006):

> Para o aprendizado da geometria, há programas que dispõem de régua e compasso virtuais e com menu de construção em linguagem clássica da geometria – reta perpendicular, ponto médio, mediatriz, bissetriz, etc. Feita uma construção, pode-se aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as relações geométricas impostas à figura – daí serem denominados programas de geometria dinâmica. Esses também enriquecem as imagens mentais associadas às propriedades geométricas. Por exemplo: para o Teorema de Pitágoras, partindo do triângulo retângulo e dos quadrados construídos sobre seus lados, podemos construir uma família de "paralelogramos em movimento" que, conservando a área, explica por que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas construídas sobre os catetos. Com a geometria dinâmica também se pode fazer modelação geométrica. Isso significa captar, com a linguagem geométrica, o movimento de certos mecanismos (uma porta pantográfica, um ventilador, um pistão) ou os movimentos corporais (o caminhar, o remar, o pedalar). Identificar o elemento que desencadeia o movimento e, a partir dele, prosseguir com uma construção sincronizada, em que se preserva a proporção entre os elementos, exige, além de conhecimento em geometria, uma escolha de estratégia de resolução do problema, com a elaboração de um cronograma de ataque aos diferentes subproblemas que compõem o problema maior. É uma atividade que coloca em funcionamento diferentes habilidades cognitivas – o pensar geométrico, o pensar estratégico, o pensar hierárquico(OCEM 2006, p. 88).

Outro fator bastante importante ao uso das tecnologias no meio escolar é a escolha do programa a ser utilizado em sala. Conforme as OCEM (BRASIL, 2006) a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado.

> Nessa situação, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de idéias que revelam uma intensa atividade intelectual. (BRASIL, 2006, p.90)

Na seção a seguir, traremos possibilidades dos sistemas de Geometria Dinâmica para a compreensão da matemática escolar.

2.3 A Geometria Dinâmica e o GeoGebra

No âmbito educacional, os avanços tecnológicos vem possibilitando o desenvolvimento de processos educativos mais dinâmicos e interativos, desencadeando novas possibilidades de ensino e de aprendizagem. De acordo com Borba et al (2014, p.17), "as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática."

Dentro desse contexto é preciso destacar os ambientes de Geometria Dinâmica (GD) como uma das relações mediadoras que podem contribuir significativamente para o ensino da Matemática da atualidade. Esses ambientes possibilitam construções geométricas de fácil manuseio, além de fornecer oportunidades de explorar propriedades geométricas tanto intuitivamente quanto indutivamente. Transladando os alunos de um nível visual de entendimento para níveis de descrição ou até mesmo de abstração.

> A contribuição dos programas de Geometria Dinâmica segue em dois ramos. Primeiro provêm um ambiente no qual estudantes podem explorar livremente. Dessa forma, eles podem facilmente verificar suas intuições e conjecturas durante o processo de procura de padrões, propriedades e etc. Segundo, esses programas provêm formas não tradicionais para os estudantes aprenderem e entenderem os métodos e conceitos matemáticos permitindo construir figuras complexas e facilmente realizar, em tempo real, uma quantidade enorme de transformações nestas figuras, proporcionando ao estudante o acesso a uma grande variedade de exemplos que dificilmente seriam possíveis em ambientes não computacionais ou em ambientes computacionais estáticos (MARRADES & GUTÍERREZ, 2000, p.88).

A principal característica desses ambientes é a possibilidade do arrastar, permitindo que os alunos explorem situações problemas e façam conjecturas sobre o conteúdo que estão estudando. Nos ambientes de GD, após uma construção, o aluno pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção preservando as propriedades originais. Ou seja, um *software* de GD possibilita a partir de uma única construção um número arbitrário de testes o que seria praticamente impossível simplesmente com o uso da régua e do compasso. De fato, para Marrades e Gutíerrez (2000, p. 95)

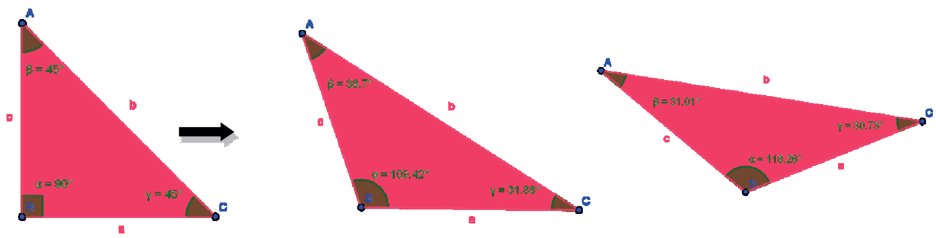
> Os programas de Geometria Dinâmica auxiliam o professor a criar ambientes de aprendizado nos quais o aluno pode experimentar e observar a permanência ou não de propriedades matemáticas, propondo e verificando conjecturas de forma muito mais simples se comparada a qualquer outra forma tradicional utilizando régua e compasso. (MARRADES; GUTÍERREZ, 2000,95)

Esse arrastar permite a diferenciação entre construir uma figura ou simplesmente desenhá-la. Quando uma figura é construída, o usuário não pode fazer apenas uma aproximação e sim ter a clareza sobre as relações entre os diferentes elementos da figura, caso contrário ela não mantém seu formato original ao ser arrastada.

Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008) destacam que o arrastar permite ao usuário mover livremente certos elementos de um desenho e observar outros elementos que correspondem as condições alteradas. Fornecendo a impressão que o desenho está sendo deformado continuadamente em todo o processo do arrastar, enquanto mantêm as relações que foram especificadas como essenciais da construção original.

Comumente a visão sobre desenhar e construir um objeto matemático se misturam. Observemos o exemplo em que um aluno em um ambiente de GD é solicitado a construir um triângulo retângulo. De forma simples, utilizando o *software* GeoGebra, clica na ferramenta *polígonos*, em seguida na ferramemta *ângulos*e têm-se o desenho solicitado.

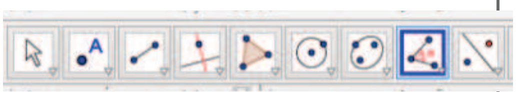
Figura 6 – Desenhando e movendo um triângulo retângulo



Fonte: Acervo próprio

Porém, quando um dos vértices é arrastado, seu triângulo não possui mais um ângulo reto, descaracterizando assim sua construção e como resultado tem-se os dois últimos triângulos da ilustração acima. Entretanto, ao “construir” um triângulo retângulo as propriedades fundamentais que o definem (no caso possuir um ângulo reto) continuam existindo mesmo quando um dos seus vértices é arrastado pela tela. Para tanto, é necessário utilizarmos ferramentas e procedimentos específicos. No Quadro 4 a seguir, apresentamos uma possibilidade de construção utilizando as ferramentas por meio das propriedades.

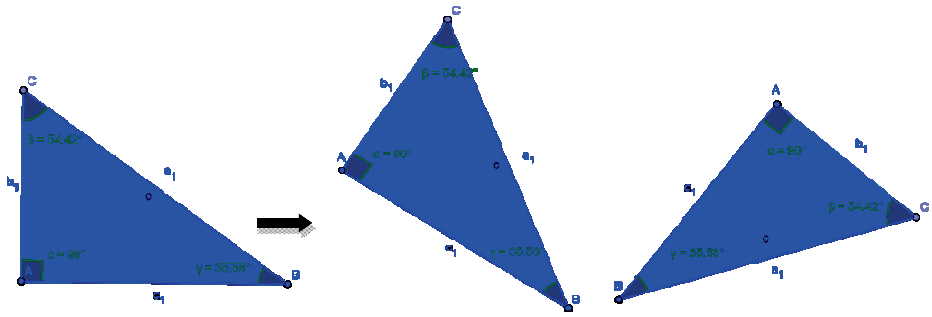
Quadro 4 - Construção de um Triângulo Retângulo/ Ferramenta

Ferramentas necessárias	Passo a passo
	Construa um segmento de reta AB.
	Trace uma perpendicular a esse seguimento. E sobre a reta, obtenha o ponto C.
	A partir do segmento AB e da perpendicular formada, clique na ferramenta polígonos e construa o triângulo ABC.
	Em seguida com a ferramenta ângulos, clique nos vértices B, A e C, observando assim que o ângulo formado será de 90º. Repita o procedimento construindo os demais ângulos.
	Clique na ferramenta mover e arraste qualquer um dos vértices. Logo perceberá que os ângulos B e C irão alterar o seu valor, entretanto o ângulo A permanecerá medindo 90º

Fonte: Acervo próprio

Como resultado, temos a possibilidade de mover o triângulo retângulo, a partir de um de seus vértices, obtendo outros semelhantes, como mostra a figura a seguir:

Figura 7- Construção e movimentação de um Triângulo Retângulo



Fonte: Acervo próprio

Com isso, pode-se afirmar que se o uso do *software* for apenas para expor aos alunos as figuras prontas, estes terão a visão do ambiente como uma ferramenta para desenho.

Gravina (1996) demonstra que o ensino de Geometria tem recebido pouca atenção, sendo ensinada de forma mecânica, sem a preocupação em destacar os conceitos envolvidos.O professor com o aporte do livro didático enuncia conceitos, definições e propriedades, entretanto muitas vezes são memorizados e futuramente reproduzidos pelo aluno sem sua devida compreensão.

> Os livros escolares iniciam o ensino de Geometria com definições, nem sempre claras acompanhadas de desenhos bem particulares, os ditos desenhos prototípicos. Por exemplo quadrados com lados paralelos às bordas da folha de papel, retângulos sempre com dois lados diferentes, altura em triângulos acutângulos, entre outros. Isso leva os alunos a não reconhecerem desenhos destes mesmos objetos quando em outra situação. E mais, os alunos passam a acreditar que a posição relativa do desenho ou seu traçados particular façam parte das características do objeto, o que os leva a estabelecer desequilíbrios na formação dos conceitos. O aspecto de construção de objetos geométricos raramente é abordado. Dificilmente encontramos no livro esolar a opção "construa" e no entanto, esta é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos. (GRAVINA, 1996, p.2)

Deste modo, para Gravina (1996), a GD proporciona uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos.

King &Shattschneider (1997) destacam alguns benefícios e aplicações de um sistema computacional de GD, tais como:

- Prova de Teoremas: A capacidade de experimentação de hipóteses pode motivar a busca pela prova de um teorema, pois induz à convicção de sua validade.
- Precisão e visualização: Pode-se medir ângulos e distâncias e calcular relações com precisão, permitindo facilmente a verificação empírica de hipóteses e teoremas. Os conceitos de um teorema podem ser compreendidos por visualização.
- Exploração e Descoberta: A manipulação de construções permite que se explore a Geometria e que "novas" relações e propriedades sejam descobertas.

Observemos que os três aspectos citados são de grande importância, pois embora a GD não possa provar teoremas, pode ajudar e sugerir caminhos para a prova final, além disso proporciona a precisão, tendo em vista que construções imprecisas podem conduzir o aluno a conclusões errôneas. Portanto, podemos utilizar um programa de GD para revelar relações geométricas intrínsecas que poderiam passar desapercebidas numa representação estática.

Nessa abordagem de ensino, deixa-se o estigma do professor como o detentor do saber, passando a ser um mediador orientando as atividades que visem a exploração e descobertas e que favoreçam a criatividade e a interação, podendo assim incentivar o espírito investigativo do aluno solicitando justificativas para provas e relações encontradas.

Contudo, apesar de todo potencial gerado na inserção de *softwares* de GD na sala de aula é preciso um preparo adequado por parte do professor, pois a tarefa de utilizar programas de GD não é simples, embora os programas permitam a elaboração de situações que favoreçam a construção de conhecimentos, eles não ensinam. Cabe ao professor criar bons problemas que usem os recursos de GD, propiciando ao aluno o aprimoramento de suas habilidades matemáticas. Lembrando ainda que o aluno é a peça chave do seu próprio aprendizado e sua postura participativa é o requisito mínimo para compreensão do assunto discutido.

Tratando especificamente do Geogebra, criado por MarkusHohenwarter em 2001, é um software que pode ser utilizado em ambiente de sala de aula, reconhecido por seu caráter inovador na Educação Matemática. De acordo com informações do site[1] do Instituto São Paulo do Geogebra: Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de **300000** downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo.

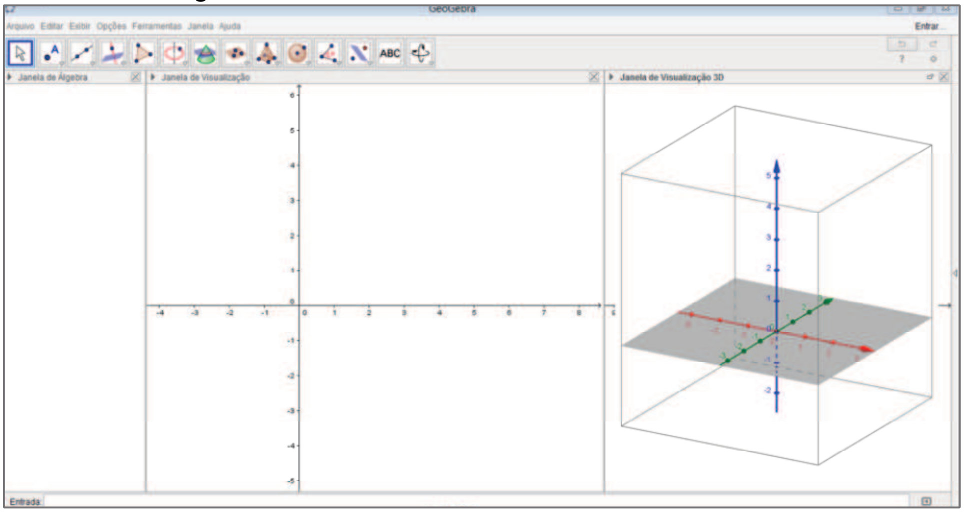
Escrito em *Java*, roda em qualquer plataforma (Microsoft Windows, Linux, Macintosh) e pode ser baixado através do link. http://www.geogebra.org. A partir desse endereço temos acesso a diferentes formas de utilização do GeoGebra seja como, aplicativo online ou *software*, como também ter acesso a outros tipos de materiais educacionais.

O objetivo do Dr.Hohenwarter ao desenvolver o *software*GeoGebrafoi encontrar uma ferramenta que auxiliasse no ensino de Matemática, por meio de uma combinação entreentes geométricos e algébricos. Assim, o GeoGebra possui uma janela gráfica no qual permite visualizar e fazer uma conexão entre a fórmula algébrica e sua respectiva representação geométrica simultaneamente.

Em outubro de 2014, foi disponibilizada uma versão de teste trazendo algumas novas ferramentas, como a janela de visualização 3D. Esta janela de visualização permite uma exibição tridimensional com ferramentas adicionais para esta função, porém mantendo os mesmos recursos de manipulação que as versões anteriores do software já possuíam. A interface do *software* está apresentada na figura 6 abaixo:

[1]Fonte: http://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html. Acesso em: 04 de Fevereiro de 2017

Figura 8 – Interface do software GeoGebra 3D



Fonte: Acervo próprio

O GeoGebra é de fácil manuseio e permite ao usuário realizar diversas construções geométricas além de uma infinidade de animações, o que contribui significantemente para o estudo da Geometria, uma vez que os conceitos que os professores têm dificuldades de apresentar utilizando apenas o quadro branco, podem ser compreendidos através das ferramentas dinâmicas que este software apresenta.

De acordo com informações do site do Instituto São Paulo do GeoGebra[2]:

> O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação [...] Algumas características importantes [são]:
>
> - Gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas;
> - Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
> - Ferramentas de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
> - Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
> - *Software* gratuito e de código aberto.
>
> Por ser livre, o software GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático. [...] É a apresentação do

[2]Fonte: http://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html

> dinamismo de situações que permitem ao professor e aluno levantar conjecturas e testar hipóteses.

Portanto, o GeoGebra é uma ferramenta interessante que pode ser inserida na prática do professor de Matemática.Comungamos com Polya (1965) quando diz que:

> Um professor de matemática tem em suas mãos uma grande oportunidade: se utiliza seu tempo exercitando seus alunos em operações rotineiras, matará neles o interesse, impedirá seu desenvolvimento intelectual; porém se estimula neles a curiosidade, poderá despertar-lhes o gosto pelo pensamento independente. (POLYA, 1965)

Assim, buscaremos usar a GD do software Geogebra para criar essas situações de apredizagem. Para Borba e Villarreal (2005), uma atividade matemática elaborada com base na noção de experimentação com tecnologias deve buscar oferecer meios para o(a):

- Criação e simulação de modelos matemáticos;
- Geração de conjecturas matemáticas;
- Exploração de diversificadas formas de resoluções;
- Manipulação dinâmica de objetos construídos;
- Realização de testes de conjecturas usando um grande número de exemplos, modificando representações de objetos, simulando componentes de construção, etc;
- Convencimento sobre a veracidade de conjecturas;
- Elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas;
- Criação e conexão entre diferentes (e múltiplos) tipos de representações de objetos matemáticos;
- Exploração do caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos;
- Incentivo à combinação de raciocínios intuitivo, indutivo ou abdutivo, que podem contribuir ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo;
- Criação de atividades matemáticas “abertas controladas”, ou seja, com direcionalidade ao seu objetivo;
- Ensinar e aprender matemática de forma alternativa;
- Compreensão de conceitos;
- Conhecimento de novas dinâmicas, formas de conectividade e relações de poder em sala de aula;
- Envolvimento com um novo tipo de linguagem (informática) na comunicação matemática, além da escrita;
- Criação de diferentes tipos de símbolos e notações matemáticas;
- Aprofundamento em variados níveis de rigor matemático;
- Identificação de incoerências conceituais e/ou aprimoramento do enunciado.

Esses aspectos caracterizam a experimentação das tecnologias dentro do âmbito educacional proporcionando a produção de sentidos matemáticos, na dimensão de pensamentos e aprendizagem matemática.

2.3 O computador nas escolas públicas: retrato da realidade

A sociedade atual exige que a escola ofereça aos alunos sólida formação cultural e competência técnica, favorecendo o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades e atitudes que permitam a adaptação e a permanência no mercado de trabalho, como também a formação de cidadãos críticos e reflexivos e que possam exercer sua cidadania ajudando na construção de uma sociedade mais justa PCN (BRASIL, 1998).

Neste sentido, é importante que as escolas ofereçam estrutura adequada para que seus alunos possam atender à essa demanda da sociedade. Entre tais demandas, o uso do computadorfigura como recurso indispensável para esse objetivo de formação cidadã.

Um levantamento sobre o acesso às tecnologias educacionais nas escolas brasileiras nos permite identificar com mais clareza o quadro atual brasileiro e as mudanças sofridas ao longo do tempo. Para tanto, utilizamos como fonte de consulta o site Todos Pela Educação que é uma plataforma online que tem como objetivo monitorar os indicadores referentes a cada uma das 20 metas do Plano Nacional de Educação (PNE) e de suas respectivas estratégias, como também oferecer análises sobre as políticas públicas educacionais já existentes e que serão implementadas ao longo dos dez anos de vigência do Plano.

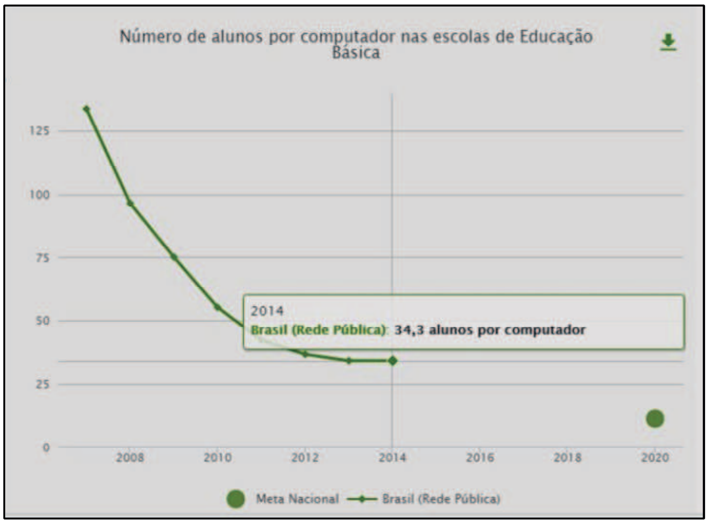
A ideia é que a ferramenta possa apoiar gestores públicos, educadores e pesquisadores, mas especialmente ser um instrumento à disposição da sociedade para que qualquer cidadão brasileiro possa acompanhar o cumprimento das metas estabelecidas.

No Brasil, o número de computadores por aluno na rede pública brasileira vem crescendo desde 2007. Segundo informações do site governamental Todos pela Educação[3],em 2007havia um computador para cada 133 matriculados. Conforme última consulta realizada, de acordo o site citado, cuja informações foram retiradas do Censo

[3]Fonte: www.todospelaeducação.org.br. Acesso em: 04 de Fevereiro de 2017

da Educação Básica de 2015, realizado anualmente pelo Ministério da Educação, esse número vêm diminuindo cada vez mais. Veja a Figura 9, a seguir.

Figura 9 - Alunos por computador nas escolas de Educação Básica



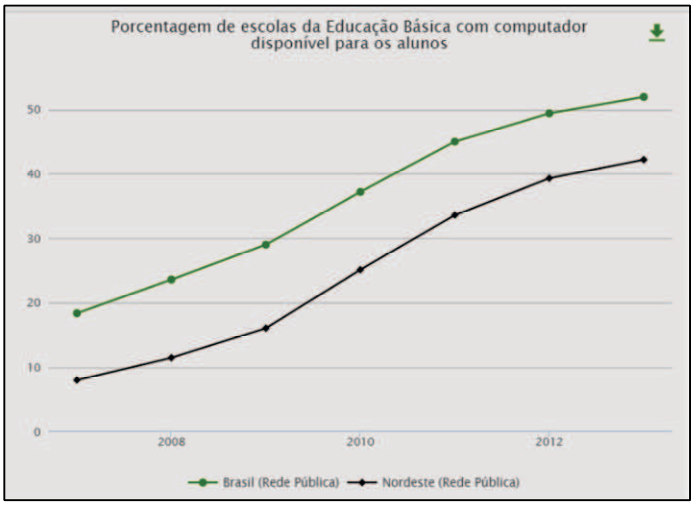
Fonte: MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

Para a construção do indicador, só foram contabilizados os computadores que são disponíveis para uso dos alunos, não considerando os computadores de uso administrativo. O indicador é equivalente ao total de matrículas da Educação Básica sobre o total de computadores disponíveis para os alunos em todos os estabelecimentos.Este indicador apresentou uma boa redução de 2007 a 2014, caindo de 133,4 alunos por computador para 34,3. Porém, é visível que nos últimos anos ele estagnou, pois em 2012 era de 36,8.

Outro dado bastante relevantediz respeito a porcentagem de escolas que oferecem a seu alunado essa ferramenta de ensino. Segundo o gráfico da Figura 10, observamos um grande crescimento entre 2007 e 2013, subindo de 18,4% para 51,9%.

Comportamento semelhante observa-se entre as escolas do nordeste. Porém, há um grande desafio pela frente, pois 48% das escolas públicas da Educação Básica não tem computador disponível para os alunos. Para a construção do indicador, foram consideradas as escolas com ao menos um computador disponível para uso dos alunos, não considerando os computadores de uso administrativo.

Figura 10 - Porcentagem de escolas com computador/alunos - Brasil e Nordeste



Fonte: MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

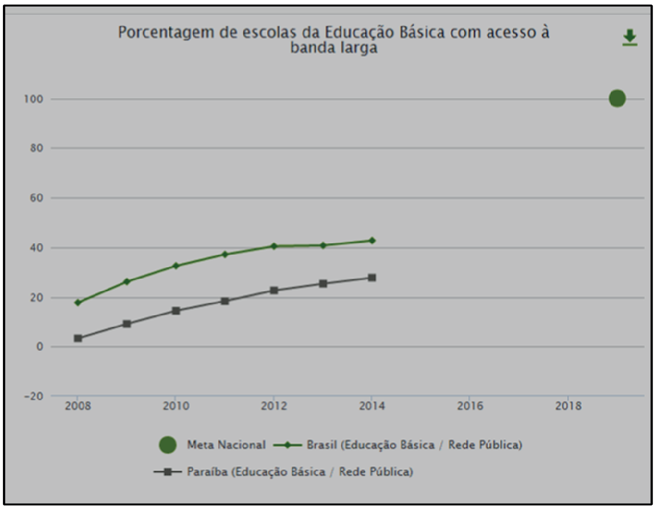
Uma das metas do Plano é universalizar, até o quinto ano de vigência deste PNE, o acesso à rede mundial de computadores em banda larga de alta velocidade e triplicar, até o final da década, a relação computador/aluno nas escolas da rede pública de Educação Básica, promovendo a utilização pedagógica das tecnologias da informação e da comunicação, como mostram os gráficosna figura 11 seguinte:

Figura 11 - Utilização Pedagógica das TIC

Fonte: MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

Nesta estratégia, temos duas propostas: o aumento no número de escolas com acesso à banda larga e também elevar a relação computador/aluno na rede Pública.Este indicador mostra a porcentagem de escolas da Educação Básica que possui acesso à banda larga. O percentual de estabelecimentos de rede Pública com acesso à banda larga apresentou um grande crescimento de 2008 a 2013, de 17,7% para 40,7%. Porém, ao observar apenas os dados dos últimos dois anos, percebe-se que esse percentual estagnou. Em 2014 o percentual ao acesso a rede Pública foi de 42,7% e a Paraíba contava com um percentual de 27,7%. Observe graficamente essa informações na figura abaixo:

Figura 12 - Escolas da Educação Básica com acesso a banda larga



Fonte: MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

Numa perspectiva estadual e nacional, considerando dados do dossiê sobre a proporção de computadores por alunose da existência do laboratório de informática nas escolas públicas, podemos perceber o processo de mudança no qual a Paraíba está inserida.

De fato, considerando os últimos sete anos de acordo com o último Censo Escolar realizado no ano de 2014, percebe-se uma diferença entre o cenário nacional e o do Estado da Paraiba, no que diz respeito ao número de alunos por computador. A distribuição do computador por aluno na Paraíba veio melhorando a cada ano, findando em 2014 em um numero bastante representativo. Confira na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1 – Número de Computador disponível por alunos/ Rede pública de ensino

ANO	BRASIL	PARAÍBA
2007	133,5	236
2008	96,4	153,9
2009	75,1	103,4
2010	55,3	71,7
2011	42,3	54,1
2012	42	42,8
2013	34,7	34,7
2014	34	34

Fonte:MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

Percebemos que em ambos os contextos, com o passar, dos últimos cinco anos, a distribuição de alunos por computador na Paraíba vem aumentando enquanto no Brasil vem diminuindo.

De acordo com os dados encontrados no site, a quantidade de laboratórios de informática no Brasil e no estado da Paraíba, vem crescendo gradativamente. Em 2007 o cenário nacional contava com 12.516 escolas da rede pública com a inserção desse recurso, e o Estado para Paraíba com apenas 147 escolas também da rede pública correspondendo a 37,8%. Ao passar dos anos, detendo os olhares para o último Censo realizado no ano de 2013 podemos perceber o quanto esses números aumentaram, o Brasil por exemplo conta com 17.746 e a Paraíba 348 escolas públicas no qual contém laboratórios de informática. Veja a evolução dessa conquista ao passar dos anos na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 – Educação Básica com Laboratório de Informática

ANO	BRASIL	PARAÍBA
2007	71,2%	37,8%
2008	84,8%	64,5%
2009	89,2%	85,5%
2010	90,8%	85,2%
2011	91,8%	83,4%
2012	92,4%	83,4%
2013	91,5%	87,2%

Fonte:MEC/Inep/Deed/Censo Escolar/Preparação: Todos Pela Educação

Analisando os dados da tabela acima podemos constatar que a estatística é realizada com respeito a quantidade de laboratórios de informática, porém nada diz respeito a uma contribuição significativa no processo educativo, tendo em vista que a qualidade da estrutura e utilização nesse sistema é o fato mais relevante.

Uma pesquisa de campo realizada por Silva e Medeiros (2014) pautada no funcionamento dos laboratórios de informática nas escolas públicas municipais e estaduais de Campina Grande - PB deixa em evidência que a quantidade não gera qualidade. O objetivo principal da pesquisa foianalisar as formas de uso dos laboratórios de informática e se os professores têm se apropriado desse espaço para construção do conhecimento.Com espaço amostral de trinta e cinco escolas, foi constatado que o laboratório está sendo utilizado de forma obsoleta, sem muita importância e esmero (SILVA; MEDEIROS, 2014)

Conforme a pesquisa citada, na maioria das escolas o laboratório de informática tem sido apenas visitado pelos alunos e com a motivação de utilizar instrumentos de diversão e entretenimento, somando a um comportamento institucional de liberar o acesso dos alunos aos laboratórios apenas nas “aulas vagas” para não deixar o aluno “sem fazer nada”. Em outra pequena parcela das escolas pesquisadas, os laboratórios permanecem fechados com a justificativa de falta de manutenção (SILVA; MEDEIROS, 2014).

Assim, podemos perceber que as novas tecnologias tem mudado o comportamento e a visão do mundo.Antes o ser humano mantinha seus relacionamentos sociais, profissionais ou pessoais exclusivamente pelo mundo metafísico, hoje além disso, contam também com um mundo virtual, acarretando um novo cidadão.A escola por sua vez tenta dia após dia se adaptar ou acompanhar essas modernidades no sistema educativo, pois acredita em suas potencialidades para motivar e auxiliar os estudos. Noentato, mais do que inserir no sistema esse processo evolutivo hodierno é necessário intensificar a cultura para que os professores estejam aptos para utilizarem efetivamente as novas tecnologias no âmbito educacional.

3 A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

3.1 Conceituando a Investigação em Matemática

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detetivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informações sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (BRAUMANN, 2002, p.5)

Mediante as palavras de Braumann citadas acima, podemos perceber a importância da inserção da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem, refletindo como um poderoso processo de construção de conhecimento, a investigação colabora na promoção de uma aprendizagem efetiva. Consoante com Ponte, Brocardo e Oliveira(2009)

> As investigações reportam-se a diversos objetivos curriculares. Em primeiro lugar, pretende-se que o aluno seja capaz de usar conhecimentos matemáticos na resolução da tarefa proposta. Em segundo lugar, pretende-se que o aluno desenvolva a capacidade de realizar investigações. E, em terceiro lugar, pretende-se promover atitudes, tais como a persistência e o gosto pelo trabalho investigativo. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2009, p. 109)

Investigar é procurar conhecer o que não se sabe. É descobrir relações entre objetos conhecidos e desconhecidos, procurando identificar certas propriedades. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira(2009) uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito a argumentação, a demonstração e a avaliação do trabalho realizado. Nesse processo o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.23) diferenciam a Investigação Matemática da Resolução de Probemas. Para os autores, na Resolução de Problemas os encunciados "indicam claramente o que é dado e o que é pedido. [...] A solução é sabida de antemão pelo professor e a resposta do aluno ou está certa ou está errada". Numa Investigação as questões não estão "bem definidas no início", cabendo ao aluno a responsabilidade de defini – las para formular e sistematizar os problemas e resoluções.

Os autores esclarecem que em contextos de sala de aula, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados. Para eles:

> Significa tão-só, que reformulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difícieis. Significa pelo cotrário trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado.
> (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2006, p.9)

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira(2009) o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Logo, ele é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. Assim, a investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, permite que o espírito da matemática genuína torne-se presente, constituindo uma poderosa metáfora educativa.

3.2 Atividade investigativa na sala de aula de Matemática

O processo da inserção da investigação na sala de aula permite sempre prevermos o seu início, entretanto após a aplicação nunca se sabe como ela irá acabar.

> A variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage ás intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2009, p. 25)

O desenvolvimento de uma atividade investigativa de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) ocorre habitualmente em três fases:

- Introdução da tarefa, em que o professor faz à proposta a turma, oralmente ou escrito;
- Realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma;
- Discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

O papel do professor nesse momento é de extrema importância, tendo em vista que o mesmo, tem de garantir que todos os alunos entendem o sentido da tarefa e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. Pois, nesse momento o aluno não está a frente de uma questão bem delimitada a que tem de dar uma resposta, fazendo mais ou menos cálculos, mas ele próprio deve formular as suas questões com base na situação que lhe é apresentada.

Vale salientar que a etapa inicial da situação é uma etapa no qual os alunos necessitam gastar algum tempo, logo essa exploração é potencializada quando trabalhada em grupo, vislumbrando o surgimento de várias alternativas para a tarefa proposta.

O surgimento das conjecturas podem acontecer de diversas formas, como por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas. Esse processo tende por vezes a ficar demarcado no pensamento do aluno não existindo a formulação explícita da conjectura. Daí então a grande importância da realização de um registro escrito do trabalho da investigação. Pois de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) é somente quando se dispõem a registrar suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitar as suas ideias e estabelecerconsensos e um entendimento comum quanto às suas realizações.

A justificativa das conjecturas é fundamental para que o processo investigativo não saia empobrecido. Como afirma Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) se por um lado, é necessário insistir na realização de testes de conjecturas e se, de fato, uma conjectura torna-se mais credível à medida que resiste a sucessivos testes, por outro lado, os alunos devem compreender que o teste, só por si, não confere o estatuto de conclusão aos seus resultados. No entanto essa é uma vertente do trabalho investigativo que apresenta frequentemente relegações para segundo plano ou por vezes até mesmo esquecida comprometendo-se assim a eficácia da construção do aprendizado.

A partilha dos conhecimentos adquiridos no final de uma investigação constitui-se um momento muito importante, tendo em vista a abertura de um espaço onde os alunos podem confrontar estratégias, justificações e conjecturas ali expostas, cabendo ao professor desempenhar um papel de moderador. Entretanto é necessário que o professor tenha espírito de vigilância, observando se os resultados mais significativos envolvidos na atividade foram expostos.

> O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. É, ainda, um momento privilegiado para despertar os alunos para a importância da justificação matemática das suas conjecturas. No caso dos alunos ainda pouco familiarizados com as investigações, o modelo que o professor oferecer nessa fase da aula é determinante para que esses comecem a perceber o sentido de uma demonstração matemática.
>
> A fase de discussão é, pois fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação. (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2009, p. 41)

As investigações permitem a criação de um ambiente bastante favorável a boas aulas de discussões entre os alunos. No entanto, a cultura no qual permeia uma aula de matemática é perceptível a falta de comunicação entre professor e aluno. Desse modo é natural que o professor sinta algumas dificuldades de como extrair todas as possibilidades e potencialidades do trabalho investigativo para realizar aulas de discussões produtivas.

O ambiente de aprendizagem que se cria na sala de aula esta intrinsicamente interligado com o sucesso da investigação, pois de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009):

> É fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como ao seus colegas. O aluno deve sentir que suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor. (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2009, p.28)

Portanto, na fase inicial de uma investigação, o professor deve criar esse tipo de ambiente e informar aos alunos do papel que se propõe desempenhar. Tendo sido assegurado a compreensão dos alunos acerca do que está sendo solicitado e do que irão realizar o docente assume um papel de retaguarda, auxiliando apenas quando necessário.

Além desse ambiente propício e o auxílio perante a realização de uma atividade investigativa, o professor tem a função de escolher questões ou situações que potencialmente desafiem seus alunos, garantindo que os mesmos sintam-se motivados aumentando a possibilidade de esses se envolverem na atividade. Gerando assim, um espírito interrogativo perante as ideias matemáticas.

Habitualmente nas aulas de matemática os alunos tendem a ser mais afirmativos do que interrogativos debruçando-se apenas a procurar respostas mediante questões propostas pelo professor. Nesse sentio, a inserção das investigações na sala de aula ajuda o professor a combater essa tendência mostrando aos seus alunos como é possível interrogar matematicamente as situações e formular boas questões.

O professor precisa acompanhar a realização da investigação, pois é imprescindível observar se os alunos compreenderam bem a tarefa e como reagiram a ela. Assim ao se aproximar de um grupo o professor procura compreender o pensamento do(s) aluno(s) fazendo perguntas e solicitando explicações, evitando ajuizar sobre o seu trabalho. Nesse momento o registro viabiliza tal procedimento, no entanto muitos alunos não possuem um registro organizado daquilo que fizeram ocasionando uma limitação na comunicação da matemática oral desfavorecendo a avaliação do seu progresso.

Por meio dessas informações o professor adota a estratégia de interação com os seus alunos de acordo com as necessidades que neles detecta. Seja apenas uma averiguação que tudo está ocorrendo positivamente ou uma postura interrogativa conduzindo-os para um caminho mais adequado.

Similar a qualquer outra atividade de aprendizagem, as investigações matemáticas estão também acopladas ao processo de avaliação.

> Essa avaliação permitirá ao professor saber se os alunos estão progredindo de acordo com suas expectativas ou se, pelo contrário, é necessário repensar a sua ação nesse campo. Além disso, permitirá ao aluno saber como o seu desempenho é visto pelo professor e se

> existem aspectos a que precisa dar mais atenção. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2009, p. 109)

Para avaliar esses objetivos, o professor tem uma variedade de instrumentos, como de natureza oral e escrita, que podem ser utilizados individualmente ou em grupo. Um relatório é uma produção escrita, realizada por um aluno ou grupo de alunos, tendo em vista apresentar um trabalho previamente desenvolvido. Na contemplação desse relatório os alunos podem expor suas conclusões que tiraram no decorrer da realização de uma tarefa de investigação como também os processos que usaram para chegar a essas conclusões.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) colocam que um relatório deve incluir uma descrição o mais detalhada possível do trabalho que realizou e pode ser enunciada da seguinte forma:

> - Tente descrever os passos que seguiu para explorar a tarefa que ela foi proposta. Procure explica-los de uma forma clara e organizada. Registre todos os valores com que trabalhou e, nos casos em que tal se mostre adequado, não hesite em apresentar desenhos, tabelas, esquemas...
> - Procure resumir o que aprendeu depois de realizar esse trabalho.
> - Organize um comentário geral em relação a tudo o que fez. Pode por exemplo, referir o interesse que a tarefa lhe despertou, quais os aspectos em que teve maior dificuldade e a forma como decorreu o trabalho em grupo.(PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA 2009, p. 111)

Outro roteiro, feito num estilo diferente, inclui também uma informação sobre os aspectos que o professor terá em conta na avaliação dos alunos.

Quadro 5 - Roteiro para a elaboração de um relatório

ROTEIRO PARA A ELABORAÇÃO DE UM RELATÓRIO
• Identificação do aluno ou grupo de aluno • Título • Objetivo do trabalho incluindo as questões iniciais • Descrição do processo de investigação, (incluindo tabelas e/ou esquemas, esboços de gráficos, organização dos dados recolhidos...) das tentativas realizadas e das dificuldades encontradas • Conclusões • A sua apreciação crítica da tarefa proposta • A apreciação autocrítica da sua intervenção no trabalho • Bibliografia e outros materiais consultados
Aspectos que serão tidos em conta a avaliação
• Organização do trabalho • Descrição e justificação dos procedimentos utilizados • Correção e clareza dos raciocínios

• Correção dos conceitos matemáticos envolvidos • Correção e clareza da linguagem utilizada • Criatividade

Fonte: PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA(2009, p.117)

Vale ressaltar que seja o roteiro construído na sala de aula ou apresentado já estruturado pelo professor, durante a elaboração será necessário dialogar ao longo desse processo, clarificando o que é pretendido e dando-lhes algumas hipóteses. Após serem elaborados inicia-se o processo de avaliação, podendo traduzir numa escala quantitativa ou qualitativa. O importante, no entanto não é a escala, mas os critérios que são usados nessa avaliação, bem como os comentários que o professor escreve para os alunos.

Vejamos a seguir dois quadros que tratam de níveis de avaliação dos relatórios dos alunos sobre a atividade da investigação realizada. No primeiro (Quadro 6) considera-se apenas uma caracterização geral do relatório dos alunos. No segundo (Quadro 7), consideram-se diversas dimensões concretas, a saber: o conhecimento matemático, estratégias e processos de raciocínio e comunicação.

Quadro 6 - Escala Unidimensional de Avaliação de Relatórios

Nível	Caracterização
4 - Bom	• A ideia principal é comunicada com clareza e maturidade; • As ideias estão bem organizadas do ponto de vista lógico; • O conteúdo está bem desenvolvido; • A linguagem é boa ou excelente; • A estrutura gramatical é boa ou excelente • A apresentação é boa ou excelente
3 - Aceitável	• A ideia principal é comunicada de modo satisfatório; • As ideias estão organizadas de modo satisfatório; • O conteúdo é aceitável; • A linguagem é satisfatória; • A estrutura gramatical é satisfatória; • A apresentação é satisfatória
2 - Insuficiente	• A ideia principal está vagamente apresentada; • As ideias estão mal organizadas; • O conteúdo está mal desenvolvido; • A linguagem é algumas vezes pouco apropriada; • A estrutura gramatical contém erros; • A apresentação é fraca.
1 – Muito deficiente	• A ideia principal não se percebe; • As ideias estão muito mal organizadas; • O conteúdo é muito pobre; • A linguagem é inadequada; • A estrutura gramatical é muito incorrecta; • A apresentação é muito má qualidade.

Fonte: PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA(2009, p. 119)

Quadro 7 - Escala Multidimensional de Avaliação de Relatórios (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 200

Nível	Conhecimento Matemático	Estratégias e Processos de Raciocínios	
4	Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema.Usa terminologia e notação apropriada.Executa completa e corretamente os algoritmos	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal.Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles.Indica uma estratégia apropriada e sistemática para a resolução do problema e mostra, de forma clara o processo de solução.O processo de solução é claro e sistemático.	Apresenta uma r descrição ou explic um diagrama co efetivamente com suporte, argumentos exemplos e contraex
3	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema.Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada.Executa completamente algoritmos.Os cálculos estão na generalidade corretos contendo eventualmente pequenos erros.	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal ou informal.Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles.Mostra, de forma clara o processo de solução.O processo de solução é completo, e sistemático.	Apresenta uma re descrição ouexpli apropriado e qu comunica efetivame como suporte, arg corretos, embora co
2	Mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos do problema.A resposta contém erros de cálculo.	Identifica alguns elementos importantes do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles.Mostra alguma evidência do processo de solução, mas esse está incompleto ou pouco sistematizado.	Mostra um progre completar o problem é ambígua ou pouc claro ou pouco pre difícil interpretação ou baseados em pre
1	Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos do problema.Falha no uso dos termos matemáticos.A resposta tem erros de cálculos graves	Usa informação exterior irrelevante.Falha na identificação, quase por completo, de aspectos importantes ou coloca muita ênfase em elementos pouco importantes.Reflecte uma estratégia inadequada para resolver problema.Dá evidência incompleta do processo de solução.O processo de solução não existe, é de difícil identificação ou não está sistematizado.	Apresenta alguns e partes significativas Inclui um diagrar problemática de um pouco claro ou de d Falta a explicação o
0	Mostra não compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema.	Tenta usar informação exterior irrelevante.Falha na indicação de quais elementos do problema são apropriados para a resolução.Copia partes do roblema mas sem procurar a solução.	Comunica de form não representam de palavras não reflect

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.122) esses quadros foram construídos na seguinte perspectiva: "Escolhe-se um objetivo ou um conjunto de objetivos que possam ser graduados em diferentes níveis. Depois faz-se corresponder a cada par objetivo-nível uma descrição de aspectos observáveis nos relatórios dos aluno."

Em linhas gerais podemos observar que o primeir quadro apresenta-se em termos globais, a todos os aspectos do desempenho dos alunos, entretanto o segundo distingue três tipos de objetivo: conhecimento matemático, estratégias e processos de raciocínio e comunicação, permitindo obter informações mais detalhada.

As escalas usadas devem ser do conhecimento dos alunos, gerando um leque de transparência e uma oportunidade de sua autoavaliação. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009,123) salientam que: "A utilização dessas escalas ajudam os professores não só a avaliar os relatórios dos alunos, mas também a estruturar e monitorizar de modo mais seguro o seu desempenho durante a realização das tarefas de investigação."

Outra forma de avaliação do trabalho investigativo é a ***observação informal*** dos alunos durante a realização da tarefa e na fase da apresentação das suas conclusões. Esses momentos propiciam ao professor recolher muita informação sobre as atitudes dos alunos, como por exemplo a maneira como mobilizam os conhecimentos matemáticos formais e informais.

> A observação é um bom meio de conhecer o modo como os alunos reagem às tarefas de investigação, o modo como as interpretam e a estratégia de trabalho que desenvolvem, os seus processos de raciocínio, bem como os conhecimentos matemáticos que usam e nas competências de cálculo que evidenciam. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA 2009, p. 125)

Além disso as ***apresentações orais*** no culminar de uma atividade de investigação também é uma ótima ferramenta de avaliação quando os alunos permitem conhecer ao professor e seus colegas o trabalho por si realizado. Favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação e argumentação, podendo ser usada individualmente ou em grupo. Nesse contexto faz-se necessário uma apreciação do professor enfatizando o desempenho realizado, mesmo que de forma breve, salientando os progressos, como também apontando algumas sugestões no qual possa contribuir positivamente para sua tarefa.

> As apresentações orais permitem avaliar uma variedade de objetivos, incluindo atitudes e valores, a compreensão do processo de

> investigação, a pertinência das estratégias, os processos de raciocínio, o uso de conceitos, as competências de cálculo e a capacidade de comunicação oral. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA 2009, p. 125)

A limitação encontrada quanto ao uso dessa avaliação é o tempo que consomem. Se todos os alunos forem chamados com muita frequência a realização dessa avaliação, as apresentações tornam-se cansativas, gerando um espaço negativo no ambiente de trabalho da sala de aula.

O uso dessas avaliações multifacetadas permite ao professor uma observação direta aos alunos e grupos durante a realização da tarefa, podendo assim alternar esses processos entre apresentações orais e elaborações de relatórios. O aluno necessita saber que seu trabalho será avaliado, sobretudo, tal como qualquer outro trabalho realizado na disciplina de matemática, para que ganhem consciência dos seus pontos fortes e fracos e saibam como melhorar, se necessários, o seu desempenho.

Além da condução da investigação em sala de aula o professor tem a função de escolher questões ou situações que potencialmente desafiem seus alunos, garantindo que os mesmos sintam-se motivados aumentando a possibilidade desses se envolverem na atividade.

3.3 Análise prévia da Investigação Matemática: generalizando o Teorema de Pitágoras

Seguimos a proposta de Ponte, Brocado e Oliveira (2009, p.117) sobre como estruturar e conduzir proposta da Investigação Matemática. Assim, conduzimos a intervenção em três fases: (i) introdução da tarefa, momento ao qual o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; (ii) realização da investigação, (iii) discussão dos resultados. No Apêndice C, encontra-se o Planejamento da Intervenção.

A seguir explicitaremos como a atividade investigativa foi planejada e as anális prévias da atividade matemática dos alunos.

Introdução da Tarefa - Nesse instante, devemos garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade, entretanto em hipótese alguma o professor deve dizer o que de fato é para fazer, pois poderá condicionar a exploração a realizar pelos alunos. De acordo com os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2009), a interpretação da tarefa deve ser, ela própria, um dos objetivos dessas aulas. Assim, iniciaremos um breve discurso do tipo:

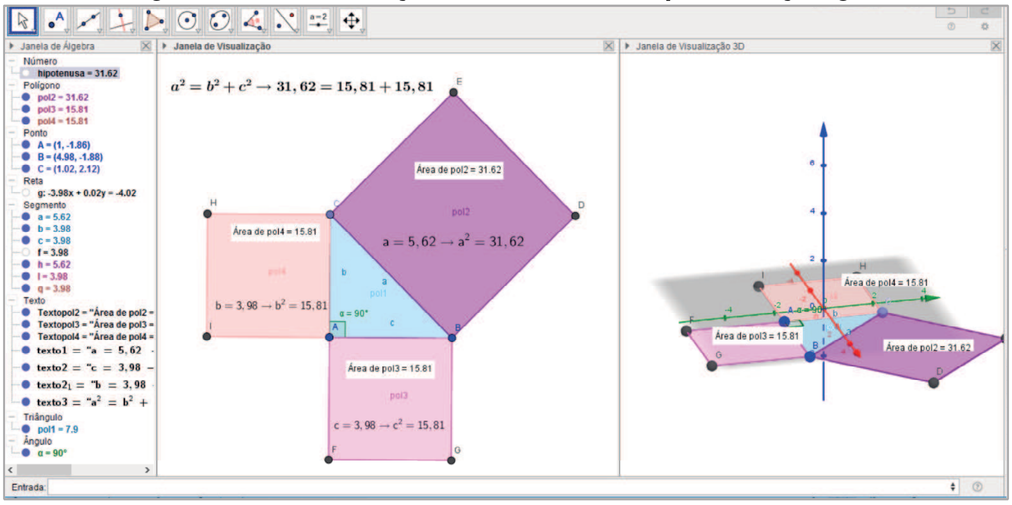
Sobre o Teórema de Pitágoras, ele é um dos teoremas mais conhecidos dentro da Matemática escolar, tanto por ser considerado um instrumento de grande relevância na resolução de certos tipos de problemas matemáticos, quanto pelos fatos e lendas que envolvem a história de Pitágoras.

Certamente, os estudantes da Licenciatura possuem conhecimentos prévios a respeito do Teorema de Pitágoras e eles serão necessários para desenvolver a investigação. De fato, questionamentos do tipo: como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras? Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado? Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Qual a relação dessa representação geométrica com o enunciado do Teorema? são aspectos a serem mobilizados e essenciais na tarefa que proporemos.

Esperamos que os alunos reconheçam a necessidade do triângulo ser retângulo no Teorema de Pitágoras, assim como a relação existente entre a área dos quadrados construídos com as medidas dos lados desse triângulo retângulo, em uma interpretação geométrica. O **Teorema de Pitágoras** estabelece essa relação algebricamente da seguinte forma *em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.*

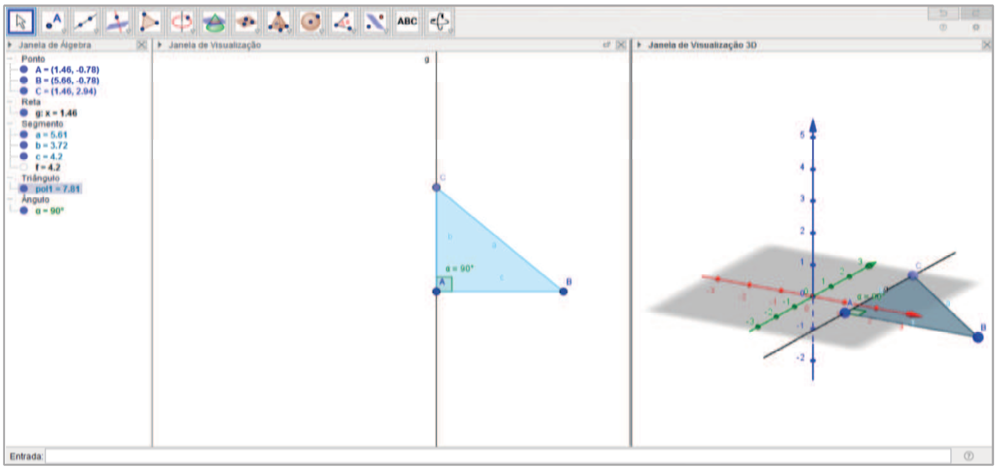
Em sala, executamos uma sequência de passos que permitirá a construção no GeoGebra de uma representação geométrica do Teorema. Enquanto isso, os estudantes observarão o procedimento, mas serão levados a apresentar e questionar sobre elementos que permitem estabelecer a relação algébrica e geométrica do Teorema. Por exemplo, os valores das medidas dos lados do triângulo e dos quadrados e o valor das áreas. A construção que será apresentada aos alunos está ilustrada na Figura 13.

Figura 13 – Construção finalizada da representação geométrica



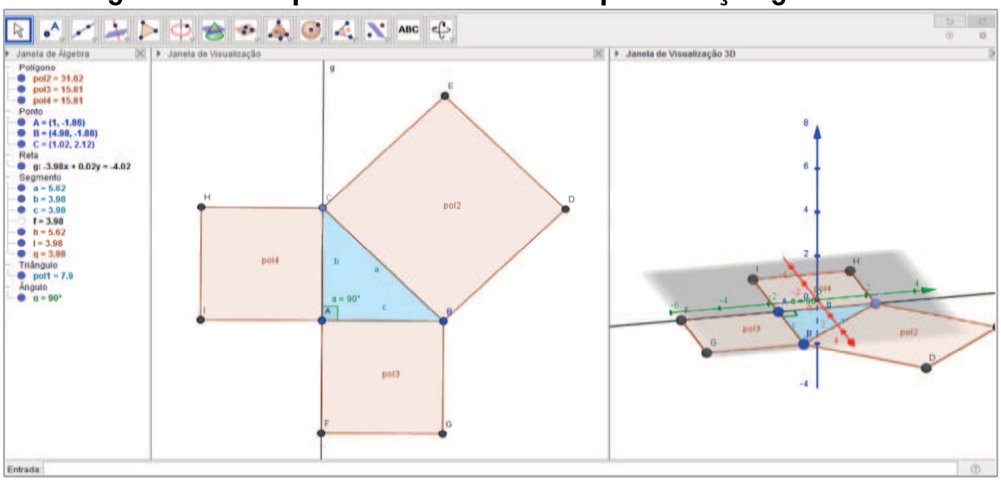
Fonte: Acervo próprio

Figura 14 -Construção de um Triângulo Retângulo



Fonte: Acervo próprio

Figura 15 – Etapa intermediária da representação goemétrica



Fonte: Acervo próprio

As figuras 14 e 15 representam uma sequência intermediária de etapas até a sua versão final. Utilizamos o Geogebra 3D. Na figura 14, observa-se uma reta perpendicular ao segmento AB, deixando-a em evidência para que os alunos possam enxergar a necessidade de sua existência para a criação do ângulo reto. Na Figura 15, tem-se os quadrados construídos sobre cada um dos lados do triângulo retângulo e as respectivas áreas. Na Figura 13, colorimos os quadrados e utilizamos a ferramenta *inserir texto dinâmico* para que as medidas obtidas se atualizassem na expressão geral $a^2 = b^2 + c^2$, onde a é hipotenusa e b e c são os catetos do triângulo retângulo.

O arranque da aula de investigação se dará com a seguinte pergunta inspirada na proposta de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.83): *Se construirmos outras figuras geométricas, em vez de quadrados sob os lados do triângulo retângulo, a relação entre as áreas são mantidas?*

Deixaremos que os alunos investiguem autonomamente usando o GeoGebra, mas poderemos sugerir que explorem, por exemplo, com triângulos equiláteros para iniciar a investigação. Eles usarão a mesma construção que foi discutida e esta será disponibilizada em cada computador. Os alunos trabalharão em duplas. É importante salientar, que independente da faixa etária dos alunos devemos nessa fase inicial garantir que o alunos compreendam o que significa investigar.

Realização da Investigação - Nesse momento, o professor passa a desempenhar mais um papel de observador, procurando entender os trabalhos dos alunos e auxiliando de forma imparcial, quando necessário. Para tanto, continuaremos com alguns questionamentos, como por exemplo: Que conjecturas podem estabelecer? Tem motivos que os levem a pensar que ela é sempre verdadeira?

Os alunos poderão pensar que o Teorema é válido para quaisquer figuras geométricas. O interessante é que explorem diferentes figuras, ou seja, polígonos regulares e não regulares. Podemos sugerir que construam semicírculos. É necessário perceber que o Teorema de Pitágoras é válido para quaisquer polígonos regulares, ou seja, para todos polígonos que possuírem os lados e os ângulos com medidas iguais.No Apêndice E encontra-se uma demonstração para a generalização da relação de Pitágoras. Sobre o Geogebra, poderemos auxiliar à medida que necessitem de apoio, visto que, possivelmente, é um recurso que poucos tem conhecimento.

Buscaremos estimular o desenvolvimento de alguns processos como: a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas, e ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho.

Discussão dos resultados – Nesse instante a recapitulação do trabalho realizado constitui um dos momentos mais importantes. O confronto de estratégias, conjecturas e justificações postas pelos os alunos criam momentos ímpares vivenciados na Matemática. Logo, após cada dupla de aluno estabelecer suas conjecturas, os testes realizados,bem como suas justificativas, abriremos um espaço de debate, afim de chegarmos em uma generalização verdadeira e aceita por todos no software GeoGebra. Em seguida apresentaremos uma generalização algébrica do Teorema de Pitágoras (Apêndice E) e terminaremos o momento com o preenchimento de um relatório feito pelas duplas (Apêndice D). Este relatório servirá como material de avaliação e de nossa análise.

4 NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO: ETAPAS E DADOS DA PESQUISA

Como dito na Introdução desta dissertação, o desenvolvimento desta pesquisa ocorreu por etapas. A seguir apresentaremos os dados coletados em cada uma e que serviram de material para análise a ser apresentada no capítulo seguinte.

4.1 Etapa 1 – Diagnóstico

Aplicamos um questionário (Apêndice A) com estudantes pré-concluintes da Licenciatura em Matemática da UFPB, UFCG e UEPB a respeito dos conhecimentos sobre *softwares* educacionais voltados para o processo de ensino e aprendizagem, mais especificamente sobre conhecimentos acerca do *software* GeoGebra e da utilização do mesmo em situações de formação na Licenciatura. Os resultados desse diagnóstico foram apresentados na justificativa desta pesquisa.

Considerando o cenário de formação inicial do professor na UEPB, UFCG e UFPB e com o questionário, observamos que a falta de conhecimentos profissionais seria então uma possível justificativa da não inserção das TIC no espaço escolar, uma vez que a formação inicial poderia ter essa responsabilidade. Além desse fato, os dados levantados apontaram para a necessidade de ações de formação especificadamente na UEPB de forma a valorizar o uso das tecnologias, uma vez que entre as universidades analisadas, a mesma apresentou um resultado insatisfatório no quesito conhecimento de softwares.

Assim, a intervenção ocorreu durante a componente curricular Metodologia da Pesquisa em Matemática do professor Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, no turno da noite, no dia 13 fevereiro de 2017, às 20:00 horas, com duração de 80 minutos, no departamento de Psicologia da UEPB, na sala 04. Contou com a participação de vinte e um (21) licenciandos do sétimo período que foram identificados por letras do nosso alfabeto.

Inicialmente, apresentamos a proposta de nossa pesquisa com o objetivo de deixá-los informados e inteirados a cerca desse cenário educacional, como também para dar ênfase a importância que as TIC possuem no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, apresentamos as considerações dos PCN (BRASIL, 2006) que enfatizam a importância dos recursos didáticos na sala de aula. Contudo, vale salientar que esses recursos, devem ser integrados a situações que levem os alunos ao exercício da análise, reflexão como base da atividade matemática.

Aproveitamos a oportunidade e rapidamente realizamos um breve discurso acerca da gênese dessa pesquisa, almejando despertar o interesse e, consequentemente, o nascimento de novos pesquisadores em Educação Matemática.

Em seguida, levantamos um debate sobre a importância da Matemática e a ótica na qual ela é vista pelos alunos comportando-se muitas vezes como um filtro social, de difícil acesso ao entendimento. Estávamos preocupados com o desenvolvimento de uma perspectiva crítica das metodologias postas em salas de aula e objetivando ativar o olhar para novas metodologias de ensino no qual possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Enfatizamos a beleza da matemática perdida no processo transmissão e recepção, pois de acordo com os conceitos de Paulo Freire (1996), ensinar não é transferir conhecimento, mas criar novas possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.

Além disso, de forma sucinta apresentamos o que seria a Investigação Matemática, considerando os conceitos de Ponte (2009) e sua relevância para o processo de ensino e aprendizagem. Seguimos com a finalização desse momento com a aplicação do mesmo questionário diagnóstico (Apêndice A). Observemos na imagem a seguinte, a concentração de todos durante a aplicação do questionário.

Figura 16 - Aplicação do questionário

Fonte: Acervo Próprio

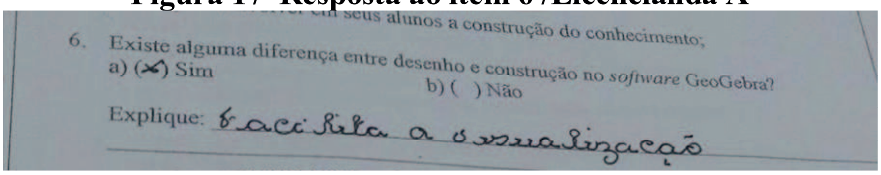
Após a aplicação do questionário, e realizando as respectivas análises, podemos observar que os resultados com esses dados não foram tão diferentes da primiera sondagem com licenciandos da UEPB. De forma geral, os participantes não possuíam conhecimentos do *software*. Podemos constatar essa informação, analisando os vinte e um questionários aplicados.

Considerando a primeira questão, *Você conhece o software GeoGebra?*, podemos dizer que esses alunos possuem um perfil diferente, pois 81% afirmaram que sim e 19% afirmaram que não.Um resultado bastante satisfatório tendo em vista a aplicação do primeiro questionário aplicado. Ao indagarmos sobre como conheceram o *software* 28,6% afirmaram ter conhecido através de um congresso, apresentado por um colega e até mesmo pela internet e 66,7% afirmam terem conhecido na universidade cursando uma disciplina. Fato esse, bastante positivo.

Ao questionarmos sobre como utilizaram o *software,* 4% afirmam terem utilizados em uma oficina ou minicurso, 66,7% em uma disciplina e 14,3% afirmam terem utilizados no seu dia-dia escolar. Um fato curioso sobre essas afirmações é que ao responderem a quarta pergunta: *Caso você conheça o software GeoGebra, sabe manipular suas ferramentas*?, 33,3% afirmaram que sim e 66,7% afirmaram que não. Porém, ao indagarmos sobre a diferença entre desenho e construção no *software* Geogebra, 38,1% não conseguem detectar a real diferença entre os mesmos, 47,6% afirmam não haver diferença e 14,3% afirmam haver diferença.

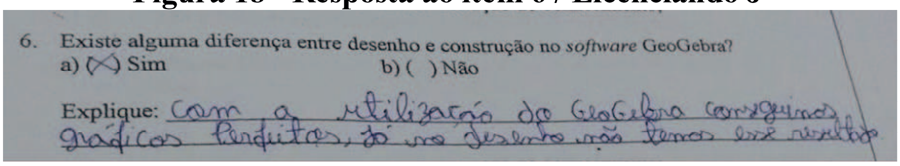
No entanto, ao analisarmos os questionários desses 14,3% que afirmaram haver diferença, notamos conceitos equivocados. De fato, as imagens abaixo, exemplificam respostas sobre esse caso.

Figura 17–Resposta ao item 6 /Licencianda A


6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (x) Sim b) ( ) Não
Explique: facilita a visualização

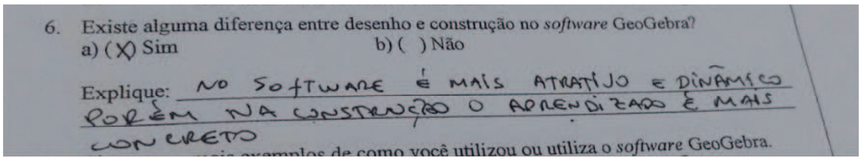
Fonte: Acervo Próprio

Figura 18 - Resposta ao item 6 / Licenciando J


6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (x) Sim b) ( ) Não
Explique: Com a utilização do GeoGebra conseguimos gráficos perfeitos, já no desenho não temos esse resultado

Fonte: Acervo Próprio

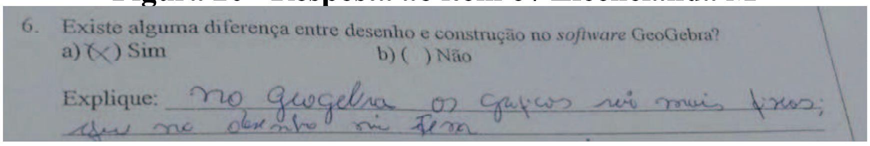
Figura 19 - Resposta ao item 6 / Licenciando V



6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (X) Sim b) ( ) Não
Explique: NO SOFTWARE É MAIS ATRATIVO E DINÂMICO PORÉM NA CONSTRUÇÃO O APRENDIZADO É MAIS CONCRETO

Fonte: Acervo Próprio

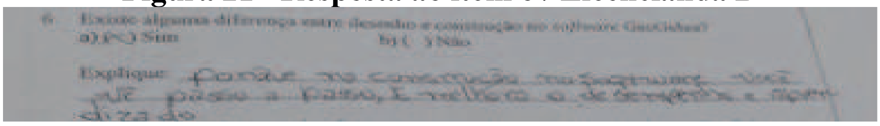
Figura 20 - Resposta ao item 6 / Licencianda M



6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (X) Sim b) ( ) Não
Explique: no geogebra os graficos sai mais fixos;

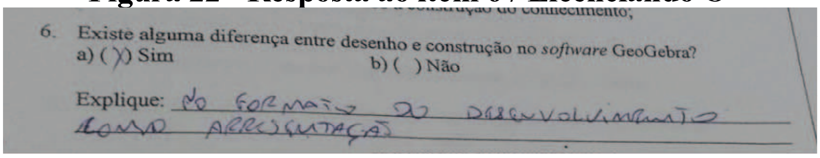
Fonte: Acervo Próprio

Figura 21 - Resposta ao item 6 / Licencianda B



Fonte: Acervo Próprio

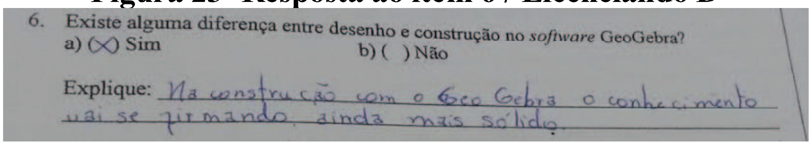
Figura 22 - Resposta ao item 6 / Licenciando O



6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (X) Sim b) ( ) Não
Explique: NO FORMATO DO DESENVOLVIMENTO COMO APRESENTAÇÃO

Fonte: Acervo Próprio

Figura 23 -Resposta ao item 6 / Licenciando D



6. Existe alguma diferença entre desenho e construção no *software* GeoGebra?
a) (X) Sim b) ( ) Não
Explique: Na construção com o GeoGebra o conhecimento vai se firmando ainda mais sólido.

Fonte: Acervo Próprio

Mediante as respostas observa-se um perfil de alunos confusos quanto aos conceitos de desenhar e construir, básicos do ponto de vista da Geometria Dinâmica, já apresentados neste texto (capítulo 2), o que nos leva a imaginar que certos da possível diferença, tentaram adivinhar por mero "achismo".

Logo chegamos a uma conclusão que os questionários aplicados não diferem do primeiro questionário aplicado na UEPB. Os alunos que afirmaram ter conhecimento, na verdade, apenas sabem da existência do mesmo não de suas aplicações e contribuições ao ensino de matemática. Entretanto, podemos detectar um ponto bastante positivo, talvez o início de uma descoberta para o mundo da educação dos licenciandos da UEPB. Todos os alunos se dispuseram a aprender e mostraram-se curiosos e ansiosos para nossa próxima intervenção. Além disso, o princípio para a mudança é o desejo da mudança.

Almejamos consolidar uma troca de conhecimentos. Assim como identificar os saberes necessários para a aplicação da Investigação Matemática em conjunto aplicação com o *software.* A disciplina Metodologia da Pesquisa em Matemática, veio ao encontro de nosso estudo, sendo uma via de mão dupla para todos. Por um lado, apresentamos as TIC como instrumento de ensino e aprendizagem, a Investigação Matemática como uma forma de construir o pensamento matemático e, por outro lado, segundo algumas observações e comentários, e em conversa com o professor Lamartine, a aplicação do questionário causou um grande impacto na turma, servindo como inspiração, palavra usada por alguns dos discentes presentes, uma vez que estão no sétimo período, elaborando seus projetos de pesquisa.

4.2 Etapa 2 – Intervenção

Nesta fase construímos uma atividade investigativa com suporte do *software* GeoGebra para ser desenvolvida em uma turma de licenciandos em Matemática da UEPB. Apresentamos nossa proposta no capítulo anterior.

De acordo com o planejado, a intervenção ocorreu no dia 06 de março de 2017 às 20:00 horas, no laboratório de informática (Figura 24) do PPGCEM da UEPB, na disciplina Metodologia da Pesquisa do professor Dr.José Lamartine da Costa Barbosa no turno da noite, com dezesseis licenciandos. Essa intervenção foi registrada por vídeo e áudio a partir dos quais pudemos tecer algumas análises.

Figura 24 - Laboratório de Informática do PPGCEM

Fonte: Acervo Próprio

Os Licenciandos foram organizados em 2 grupos de 2 ou 3 compenentes, sendo: Grupo 1 – Licenciandos B e D; Grupo 2 – Licenciandos L e F; Grupo 3 – Licenciandos V e G.; Grupo 4 – Licenciandos E e J; Grupo 5 – Licenciandos N, C e O.

4.2.1 Introdução da Tarefa

O arranque da aula teve início através de questionamentos sobre conhecimentos prévios a respeito do Teorema de Pitágoras. Para tanto tecemos questionamentos, tais como: O que é o Teorema de Pitágoras? Como podemos enunciá-lo? Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado? Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Conseguem fazer a ligação dessa representação geométrica a com o enunciado do Teorema?

Observamos no desenvolvimento desta etapa que os licenciandos estavam bastantes tímidos e dentre os presentes apenas um aluno conseguiu enunciar o Teorema de Pitágoras. O diálogo transcrito a seguir exemplifica esse momento em sala:

Pesquisadora: *Olha só, para iniciar essa aula de hoje, eu coloquei alguns questionamentos. Vocês são alunos do sétimo período, não é isso? Então vocês já devem conhecer o famoso Teorema de Pitágoras. Assim, eu gostaria de saber se algum de vocês saberia enunciar esse Teorema para mim. O que seria o Teorema de Pitágoras?*

Os alunos se entre olhavam, balançavam a cabeça e nada falavam.

Pesquisadora: *Alguém? Algum de vocês poderiam dizer a mim? Gente, estamos aqui, juntos para aprender. E aí, o que seria esse Teorema de Pitágoras?*

Os alunos permaneciam em silêncio.

Pesquisadora: *Olha só... Eu estudei o PPC de vocês e vi que na grade curricular já cursaram as básicas e por sua vez já estudaram a disciplina ao qual contempla esse conteúdo.(risos) E aí?*

Licenciando E: *Bom, a definição de sala de aula seria o maior lado do triângulo retângulo, que é também a hipotenusa, ao quadrado é igual à soma dos catetos, que é os outros lados menores ao quadrado.*

Pesquisadora: *Pronto, ele falou aqui o seguinte: o quadrado da medida da hipotenusa, nada mais seria que o quê? A soma dos quadrados das medidas dos catetos. Gente, apenas esse grupo conseguiu, alguém mais? Alguém?*

Licencianda B: *É isso mesmo.*

Pesquisadora:*Vocês já pararam para analisar quando o Teorema é utilizado?*

Licenciando J: *Onde?*

Pesquisadora: *Sim.*

Licenciando J: *Em sala de aula.*

Pesquisadora: *Em que mais? Em que consiste sua aplicação?*

Licenciando J: *Onde envolve triângulos retângulos.*

Pesquisadora: *Ótimo! Então, sabemos o seguinte: Que só podemos aplicar o Teorema de Pitágoras, se existir o quê?*

Licenciando J: *Um triângulo retângulo.*

Pesquisadora: *Alguém de vocês, poderia vir aqui na lousa, no quadro e expor para mim uma representação do Teorema?*

Licenciando E: *Vai J!*

Licenciando J: *Como é?*

Licenciando V: *Vou não, sei não...*

Pesquisadora: *Como vocês poderiam representar o teorema geometricamente? Um desenho...*

Licenciando J: *Eu vou! Posso fazer aqui? Acordei disposto hoje.*

Pesquisadora: *Pode, mas vamos esperar se algum grupo sabe representar...*

Licenciando E: *Parece que não, (risos)*

Licencianda B: *Não!*

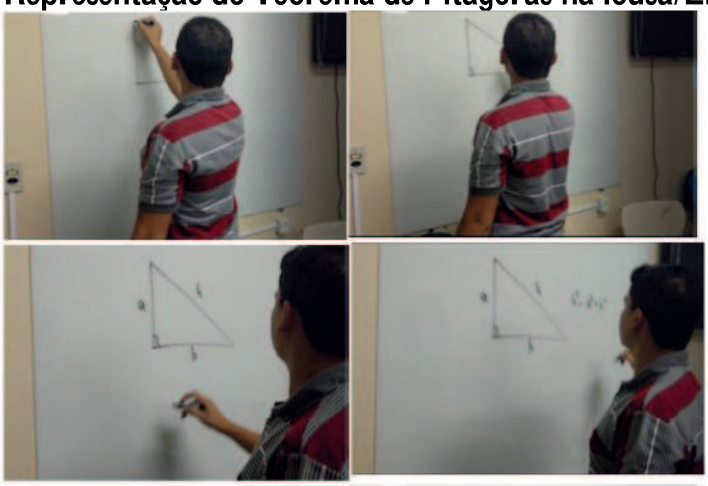
Licenciando J: *Posso?*

Pesquisadora: *Pode!*

Licenciando J: *Ta bom assim?*

Assim, o licenciando J vai até a lousa e faz a representação apresentada na figura 25.

Figura 25 - Representação do Teorema de Pitágoras na lousa/Licenciando J



Fonte: Acervo Próprio

Pesquisadora: *Ótimo! Olha só pessoal, ele fez aqui o quê?*

Licencianda B*: Um triângulo retângulo*

***Licencianda G**: $h^2=a^2+b^2$*

***Pesquisadora:** Na verdade ele fez apenas um triângulo retângulo.*

Observe que nesse instante, nem ele nem a turma havia entendido, ou até mesmo não tinha conhecimento sobre a real representação geométrica do Teorema. Logo, os questionamentos a respeito dessa representação continuaram.

***Pesquisadora:** Olha o Teorema de Pitágoras, diz o seguinte, o quadrado da medida da hipotenusa, vai ser igual ao quadrado das medidas de seus catetos. Certo? Mas, se eu pedisse para você transcrever para mim, a minha fala, ou seja, a definição, no quadro, na lousa. Como ficaria? Fazendo um desenho, um esboço desse Teorema?*

***Licenciando L**: Pronto... Agora complicou!*

***Licenciando J**: Tu quer, que desenhe os quadrados ali é?*

***Pesquisadora:** Isso, para ser de fato uma representação do Teorema, eu preciso fazer os quadrados em cada lado desse triângulo retângulo. Olha só, apenas o grupo de J, conseguiu fazer a representação... Vamos ter mais atenção! A seguir pessoal, eu questiono: Qual a relação dessa representação com o enunciado do Teorema? Existiria alguma relação?*

***Licenciando V:** Sim!*

***Pesquisadora:** Qual? Alguém poderia me dizer?*

***Licenciando J:** Tipo, a área do quadrado desses dois (aponta com os dedos) é igual... a soma da área deles dois é igual a área da hipotenusa.*

***Pesquisadora:** ele vai tirar dez, viu gente! Alguns de vocês são professores?*

***Licencianda B:** Eu sou!*

***Pesquisadora:** Quando você menciona o Teorema em sala, você faz a relação da representação com a definição?*

***Licencianda B:** Pela definição. Mostrando justamente o triângulo...*

***Pesquisadora:** Gente, é imprescindível, que vocês apresentem aos alunos, o que significa cada letrinha... o a^2 significa o quê? $b^2 + c^2$ o que significa? Inerentemente eu estou trabalhando com o que?*

***Licenciando V:** Quadrados.*

***Pesquisadora:** Além de quadrados, indo mais profundo, estou trabalhando com o quê?*

***Licencianda C:** Triângulos.*

***Pesquisadora:**Quadrados... Triângulos... O quê gente, estou trabalhando, de forma indireta?*

***Licenciando J**: A área.*

> ***Pesquisadora:*** *Vocês, necessitam falar aos alunos o real significado dessas letras... Para quando os alunos visualizarem o triângulo de outra forma, não recair no erro que a sempre será sempre a hipotenusa.*

Pelo diálogo acima, podemos observar que os licenciandos não possuíam clareza acerca do que seria o h^2, a^2 e c^2. O cálculo das áreas está implícito, mas não haviam se atentado a isso.Também identificamos dificuldades no licenciando J no que diz respeito ao uso da linguagem e da expressão das relações entre...quando diz "*a área do quadrado desses dois é igual a área da hipotenusa."* *para dizer que* *o somatório das áreas dos catetos é igual a área da hipotenusa.*

Seguindo no relato da intervenção, apresentamos à turma o *software* GeoGebra e suas respectivas ferramentas, mostrando a funcionalidade de algumas janelas, bem como a finalidade das ferramentas ali inseridas.

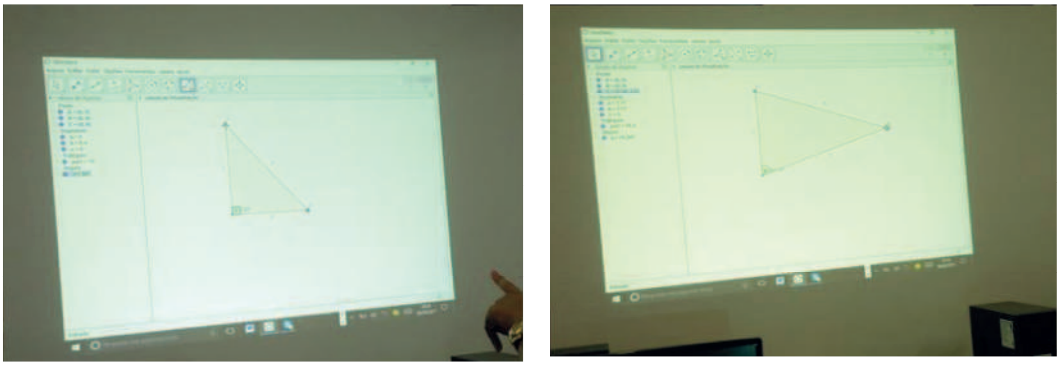
Mediante o reconhecimento da condição de que o triângulo seja retângulo no Teorema de Pitágoras, solicitamos que os alunos seguissem o protocolo de construção do Triângulo Retângulo, disponível no roteiro impresso entregue, para realizar a construção no *software* Geogebra. Este protocolo está presente no Quadro 4 deste texto.

Apesar dos alunos estarem manipulando o *software* pela primeira vez, tudo ocorreu de forma tranquila, o protocolo de construção não deixou dúvidas e os licenciandos estavam bastante encantados com todo esse cenário. Aproveitamos a oportunidade e discutimos a diferença entre uma construção e um desenho realizado no *software*. Lembramos que este foi um item analisado no diagnóstico. Vejamos o seguinte diálogo com a turma:

> ***Pesquisadora:*** *Atenção! Todos que estão aqui, preencheram aquele questionário? Vocês lembram quando eu questionei se vocês conheciam o software e em seguida eu solicitava a diferença entre uma construção e um desenho?*
>
> ***Licenciando J:*** *Sim!*
>
> ***Pesquisadora:*** *Pois bem, dentre todos os licenciandos que responderam ao questionário, apesar de alguns terem afirmado ter conhecimento do software, nenhum acertou essa diferenciação. Prestem atenção, eu vou desenhar aqui um triângulo, que possue um ângulo de 90º graus. Farei um polígono qualquer e vou pedir para marcar o ângulo. Imaginem a seguinte situação: Construa um triângulo retângulo. Esse meu desenho está correto?*
>
> ***Licenciando E:*** *Sim! Têm o ângulo de 90º graus.*
>
> ***Pesquisadora:*** *Ok! Olhem o que vai acontecer... Eu vou vim aqui na primeira janela, na ferramenta mover e vou movimentar o pontinho C. O que aconteceu?*

Neste instante mostramos o que ocorre quando simplemesmente desenhamos no software. A figura a seguir ilustra estes dois momentos na aula.

Figura 26 - Pesquisadora mostrando a diferença entre desenho e construção



Fonte: Acervo Próprio

Licenciando O: *Sumiu...*

Pesquisadora: *Sumiu! O valor do ângulo foi alterado. Isso aconteceu porque quando eu desenhei o triângulo, eu não utilizei nenhuma propriedade. E observem, que quando vocês foram construir o triângulo retângulo, eu solicitei que vocês criassem uma reta o que?*

Licenciando J: *Perpendicular.*

Pesquisadora: *Isso! Eu solicitei uma reta perpendicular. Pois, toda vez que tenho um segmento de reta e crio sobre ela uma perpendicular, automaticamente, estou criando um ângulo de 90º graus. Agora, cliquem na ferramenta mover na primeira janela, e movimentem qualquer um dos vértices. O que aconteceu? Movam sem medo, para cima, para baixo. O ângulo de 90º foi preservado?*

Licencianda C: *Foi preservado.*

Licencianda B: *Ele permaneceu.*

Pesquisadora: *Então qual é a diferença entre construir uma figura no software e desenhar? Ora, se você construir, por mais que você movimente as propriedades vão ser preservadas. Tá bem assim? Todos conseguiram?*

A seguir, solicitamos a construção de quadrados, sobre cada um dos lados do triângulo construído, medissem a área, compara-se com a área do quadrado feito sobre a hipotenusa e por fim movimentamssem a construção para verificar o que aconteceu.

Pesquisadora: *Agora, vou solicitar que vocês construam quadrados, para verificarmos o teorema. Do mesmo jeito que J, fez na lousa, eu gostaria que vocês fizessem no software... (Após alguns minutos) Olha! Lá conseguiram! Já estão até editando... Aqui, conseguiram?*

Licenciando L: *Onde faço?*

Pesquisadora: *Polígonos, têm no roteiro. Gente conseguiram? Ok, ok, ok, beleza, aqui ok também! Houve uma divergência aqui... Parem um pouquinho todo mundo e vamos observar apenas essa construção... Vejamos, na oitava janela, têm a ferramenta ângulo, abaixo têm a ferramenta área, cliquem nela e em seguida no quadrado ao qual vocês construíram. Quando terminarem me avise.*

Licencianda B*: Acho que consegui.*

Licenciando E: *Nós conseguimos.*

Pesquisadora: *Vocês do quarto grupo conseguiu?*

Licenciando O*: Não!*

Pesquisadora: *Pronto turma, vamos lá discutir um pouquinho as construções. Quando eu solicitei a construção de quadrados, o que vocês poderiam me dizer da construção do grupo 4 e a do grupo de vocês.*

Licenciando J: *Não é um quadrado, (risos)*

Licenciando L: *Nem um retângulo... Não sei que figura é essa.*

Licenciando E: *É um trapézio... Era para ter feito um quadrado.*

Pesquisadora: *Parabéns! Você vai ganhar mais um ponto. Atenção! Quando J veio na lousa ele desenhou quadrados. Os quadrados possuem lados de mesma medida, ou seja, o quadrado é perfeito. Possuem lados iguais. Quando vocês construíram, fizeram uma figura de quatro lados, porém não possuíam a mesma medida. Vocês fizeram um polígono qualquer. Deveriam ter feito um...*

Licenciando E: *Quadrado.*

Pesquisadora: *Isso, justo. Com a ferramenta polígono regular.*

Licenciando L: *Eu fiz com polígono.... Não batia.*

Licencianda G: *Nunca ia bater!*

Pesquisadora: *Então faça agora, eu vou lhe esperar.*

Licenciando L: *Ok!*

Pesquisadora: *Pronto gente, vocês verificaram as áreas? Deixe-me fazer um questionamento: O que vocês observaram? O que vocês poderiam me falar a respeito dessa área construída? Vejam a minha hipotenusa possui medida igual a 9,26 e a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é 85,76. O meu cateto inferior, têm medida 7,12 e área do quadrado construído tem 50,74 e o outro cateto possui medida 7,12 e área do quadrado construído 50,74. O que vocês poderiam me dizer em relação a isso?*

Pesquisadora:*(Licencianda G sussurra)Fale, continue, não tenha medo.*

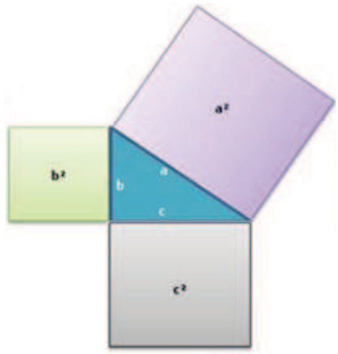
Licencianda G: *A soma das duas áreas é igual aquela lá de cima, a hipotenusa.*

Pesquisadora: *Ótimo...*

Sobre a construção do grupo IV, explicamos ao leitor que eles usaram a ferramenta *Polígono* invés de utilizar *Polígono Regular*, e assim obtiveram na construção dos polígonos quaisquer polígono de quatro lados, não quadrados.

Como produto da construção, tínhamos como objetivo que eles obtivessem no Geogebra a seguinte representação (Figura 27), semelhante a figura 15:

Figura 27 - Representação geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: www.google.com.br

Ao fim do diálogo, aproveitamos o encantamento de todos pela verificação do Teorema e mais uma vez ressaltamos a importância das TIC, no processo de ensino e aprendizagem. O licenciando E, balança a cabeça e mostra-se não tão satisfeito assim.Vejamos a seguinte argumentação do licenciando:

> ***Licenciando E****: Será?*
>
> ***Pesquisadora:*** *Você não concorda?*
>
> ***Licenciando E:*** *E se você pegar uma escola que não têm laboratório?*
>
> ***Pesquisadora:*** *Ora, se a escola não possuir computadores para os alunos manusear, construir, você pode usar o software para apresentar em sala determinados conteúdos, destacando suas propriedades. Mostrando passo a passo. Concorda?*
>
> ***Licenciando E:*** *É... Talvez.*
>
> ***Licencianda G:*** *Já vai ser, com certeza diferente. Melhor!*

Segue do diálogo que o licenciando questiona sobre a hipótese da falta de laboratórios de informática nas escolas, respondemos que, não necessitamos necessariamente de um laboratório, porque, se tivermos a oportunidade de mostrar todo o processo de construção, informando as ferramentas utilizadas e ao fim levantarmos um espaço de formação de conjecturas, estaremos propiciando aos alunos um momento rico e dinâmico.

4.2.2 Realização da Investigação

Com o software GeoGebra solicitamos que os licenciandos investigassem possíveis generalizações deste teorema pensando na seguinte questão, proposta no livro de Ponte (2009) na página 84: *Se construir outras figuras geométrica (polígonos), em vez de quadrados, a relação entre as áreas mantém-se?* Vejamos o seguinte diálogo, acerca desse questionamento:

> ***Pesquisadora***: Turma, será que o Teorema é valido apenas para quadrados?
>
> ***Licenciando L***: Acho que sim. Não tem que ser quadrado? Imagine, uma figura que não têm lados...
>
> ***Pesquisadora***: Uma figura que não tem lados?
>
> ***Licenciando L***: Sim, sei lá!Pegue uma folha e rasgue... Um corpo redondo... Não vai dar certo! Um círculo por exemplo.
>
> ***Licenciando V***: Uma que não tenha lados poligonais, não daria certo.
>
> ***Pesquisadora***: Hum... vamos testar?
>
> ***Licenciando J:*** Não daria certo. Relacionando com a álgebra, h^2, por exemplo, da definição.
>
> ***Licenciando V***: Pela definição no caso...
>
> ***Licenciando J***: Isso, talvez desse certo para outro teorema, mais esse... Não! Se eu colocar outra coisa vai mudar. Porque é o quadrado da hipotenusa. Quadrado... De acordo com a álgebra é quadrado, talvez outro teorema, esse não. Conforme a álgebra diz, não daria certo.

Observamos que inicialmente os liceniandos conjecturam sobre a possibilidde de se ter outras figuras formadas a partir do lados do triângulo, mas logo descartam por que acreditam ser válido apenas para quadrados.

Para o licenciando J, o teorema deve ser analisado do ponto de vista da álgebra, assim a medida de um dos lados do triângulo deve ser elevada ao quadrado e não do ponto de vista geométrico, onde nesse caso teríamos como um valor para a área de uma figura, no caso, ao quadrado por se tratar da área de um quadrado. O diálogo continua:

> ***Pesquisadora***: Será gente?
>
> ***Licencianda B***: Eu também acho... Pela definição, ele está certo.
>
> ***Licenciando L***: Diga! A senhora sabe!

***Pesquisadora*:** Sei, mas estou questionando vocês! Depois chegaremos a uma conclusão.

***Licenciando V*:** É a minoria, a senhora é minoria. A maioria diz que não. Diga!

***Licencianda G*:** Eu acredito que só vale para quadrados.

***Licenciando L*:** Eu acho que vale para lados poligonais.

***Pesquisadora*:** Você quer dizer qualquer polígono?

***Licenciando V*:** Se fosse retângulos, por exemplo dava para desenrolar esse muído aí...

***Pesquisadora*:** Será? Vamos testar! Para não apagar a construção, ocultem os quadrados. Clique no polígono e com o botão direito, clique em exibir rótulo e objeto. Da mesma forma, que vocês verificaram para quadrados, eu gostaria que vocês verificassem para outros polígonos quaisquer.

***Licenciando L*:** Regular, né?

***Pesquisadora*:** Isso.

***Licenciando L*:** Oh ohohohoh

***Licenciando V*:** Opa! Bateu!

***Licencianda G*:** Bateu?

***Licenciando V*:** Bateu! Tem que ser polígonos regulares no caso.

***Pesquisadora*:**E aí, deu certo?

***Licenciando V*:** Deu, bateu!

***Pesquisadora*:**Verificaram a área?

***Licencianda G*:** Deu certo.

***Licenciando V*:** Verificamos para um pentágono, ai deu. Não estava dando certo porque era irregular, mas esse aí é regular.

***Pesquisadora*:**Ótimo, gostei de sua observação.

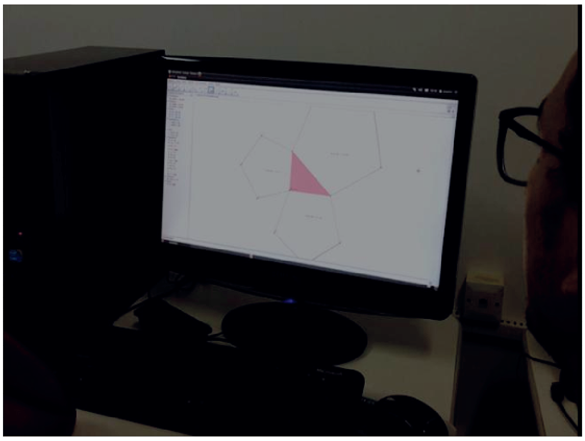
***Pesquisadora*:**Eu gostaria que você justificasse porque deu certo.

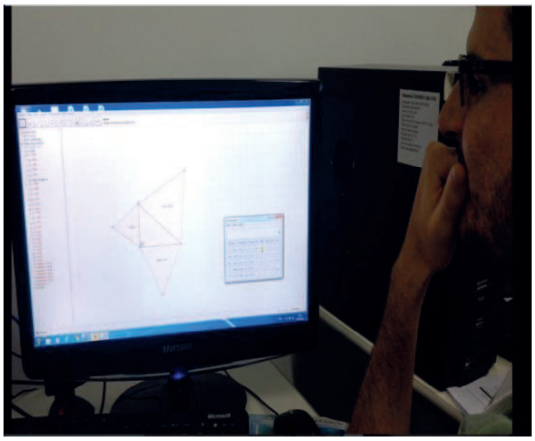
***Licenciando V*:** Sim, dá outra vez que fiz o polígono e não deu certo, era porque era de um formato irregular, e desse modo agora, fizemos com a opção do geogebra polígono regular.

Neste momento observamos o fato de que o Geogebra, através da diferenciação entre a ferramenta Polígono e Polígono Regul, permitiu que os licenciandos identificassem que polígono regulares generalizam a relação de Pitágoras.

Além desse fato, a observação da igualdade entre os valores das áreas obtidos pelo software também indicavam para o caminho da generalização. Desse momento em diante os alunos seguiram para o teste de diferentes polígonos regulares. As figuras a seguir ilustram duas construções de dois grupos:

Figura 28 - Licenciandos L e V(esquerda) e Licenaciando E (direita)





Fonte: Acervo Próprio

Percebemos, nesse momento que o licenciando E investiga com o auxílio da calculadora, realizando uma comparação entre áreas apresentadas na tela. O diálogo continua com o objetivo que eles mobilizem conclusões a partir da exploração realizada:

Pesquisadora: Parabéns! E vocês conseguiram?

Licencianda B: Deu.

Pesquisadora: Qual figura?

Licencianda B: O hexágono.

Pesquisadora: Então gente, na questão cinco. Se construíssemos outras figuras, ao invés de quadrados, daria certo?

Licencianda G: Sim.

Pesquisadora: Verificamos isso, para quais figuras?

Licencianda G: Pentágono, hexágono, octógono, triângulos ...

Licenciando L: Com onze lados, da certo também.

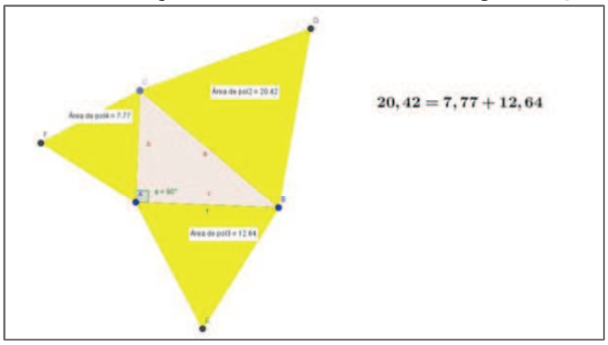
Licenciando V: Bateu.

Pesquisadora: Então, se eu pedisse para vocês generalizar o Teorema de Pitágoras, como vocês falariam hoje, depois dessa descoberta.

Licencianda B: O Teorema é válido para qualquer polígono regular.

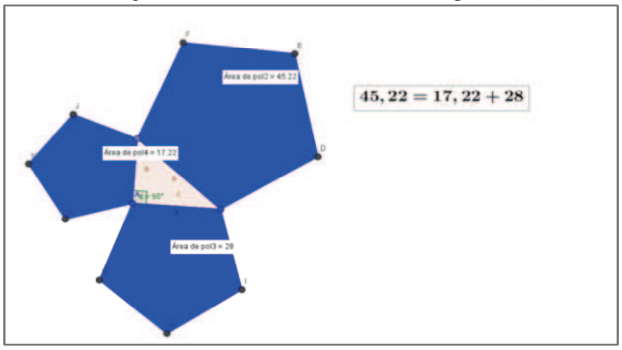
As imagens a seguir foram reproduzidas a partir das verificações da generalização do Teorema de Pitágoras feita pelos licenciandos no Geogebra e exemplificam as construções realizadas pelos quatro grupos considerando triângulos, pentágonos, hexágonos e dodecaedros construídos sobre os catetos dos triângulos:

Figura 29- Generalização do Teorema de Pitágoras (Alunos E e J)



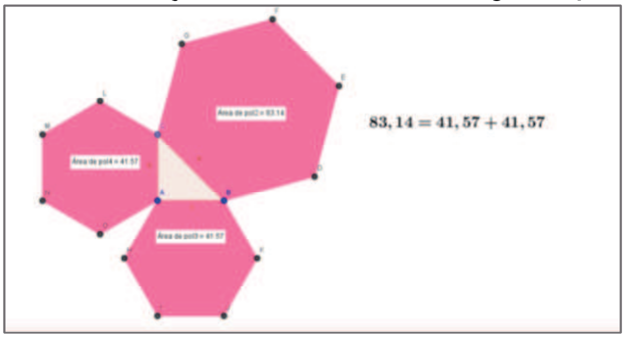
Fonte: Acervo Próprio

Figura 30 - Generalização do Teorema de Pitágoras (Alunos N, C, O e F)



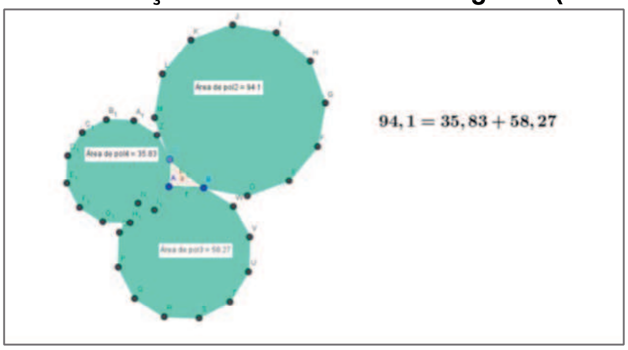
Fonte: Acervo Próprio

Figura 31 - Generalização do Teorema de Pitágoras (Alunos B e D)



Fonte: Acervo Próprio

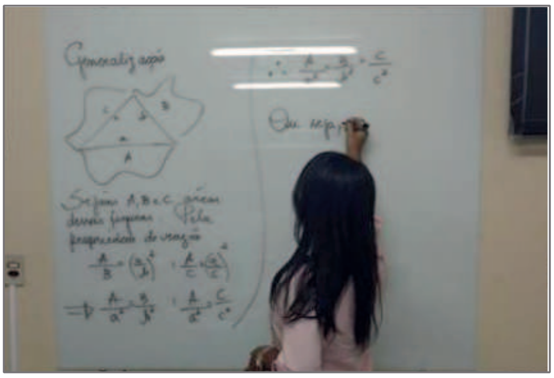
Figura 32 - Generalização do Teorema de Pitágoras (Alunos L, V e G)



Fonte: Acervo Próprio

Finalizamos esse momento com a generalização compreendida por toda a turma, apresentamos a demonstração do Teorema generalizado, para quaisquer figuras semelhantes (WAGNER, 2005; OLIVEIRA, 2008). De fato, dois polígonos regulares (polígonos com lados e ângulos de mesmas medida) com o mesmo número de lados, tem sempre ângulos iguais e lados proporcinais, portanto, são figuras semelhantes. A figura a seguir ilustra esse momento na intervenção.

Figura 33 - Generalização do Teorema de Pitágoras na lousa



Fonte: Acervo Próprio

Aproveitamos a oportunidade para salientar a importância da demonstração em matemática, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2008) é necessário que os professores desenvolvam em seus alunos a percepção da importância que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais lógicos têm na função de construir conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

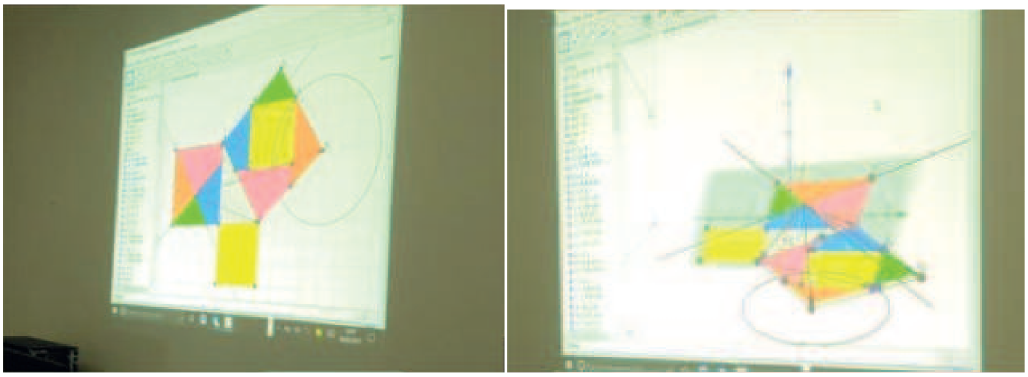
A generalização do Teorema na lousa, foi um momento diferente e de grande impacto para toda a turma. A todo instante eles mostravam-se impressionados com toda aquela manipulação algébrica, além disso vale salientar que apesar de ser a primeira vez que estavam vendo o desenvolvimento de uma demonstração do Teorema de Pitágoras, no decorrer da mesma eles davam sinais que estavam entendendo cada passo.

Encontrar palavras para descrever o que estava sendo promovido e a reação de toda a turma, é algo extremamente difícil. Observando a transcrição a seguir detacamos a curiosidade e o encantamento com tudo o que estava ocorrendo.

> ***Pesquisadora:*** *Gente, o que fizemos hoje no software foi uma verificação, ou seja, utilizamos o software Geogebra para verificar que o Teorema de fato é válido. Mas, eu gostaria de apresentar para vocês algo belíssimo, que sou apaixonada... a demonstração no software.*

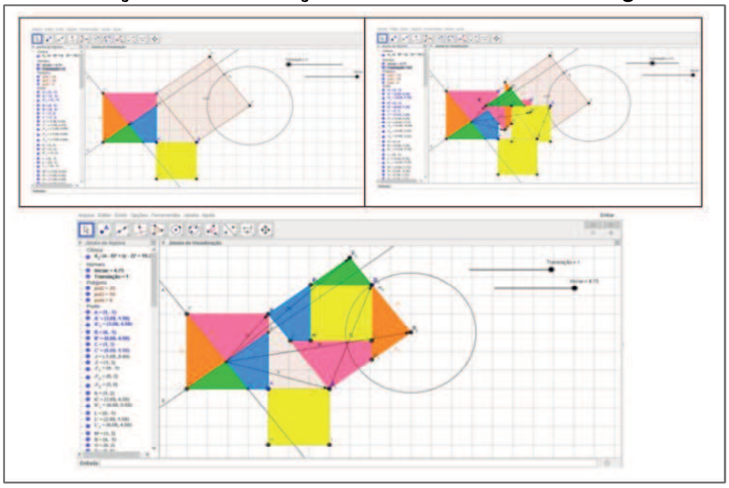
Neste momento apresentamos uma validação no *software* GeoGebra do Teorema do Pitágoras usando a demonstração de Perigal. Esssas construções estão ilustradas na figuras a seguir:

Figura 34 - Demonstração de Perigal no GeoGebra(3D)



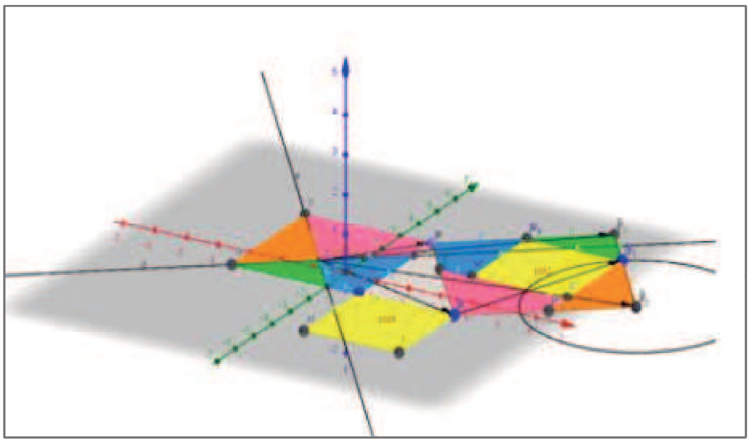
Fonte: Acervo Próprio

Figura 35 – Construção da validação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra



Fonte: Acervo Próprio

Figura 36 - Teorema de Pitágoras no GeoGebra em 3 D



Fonte: Acervo Próprio

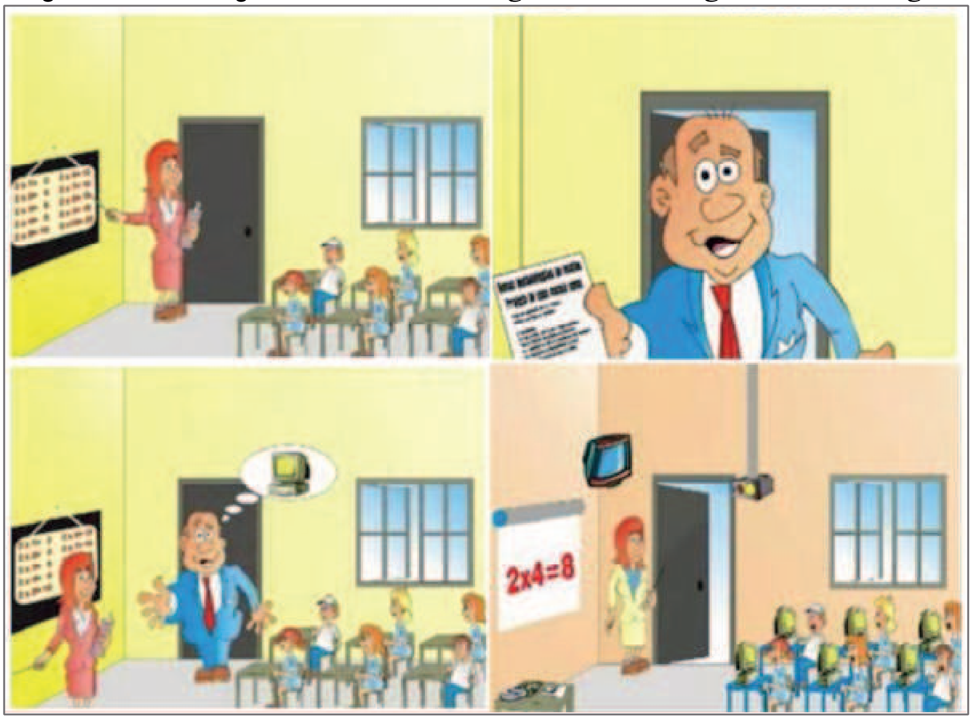
Exibimos a ferramenta Janela de Visualização 3D objetivando potencializar a visualização.

> ***Licenciando L:*** *Késia...*
>
> ***Pesquisadora:*** *Um momentinho! Observem que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é exatamente a área do quadrado que tem a medida do lado igual a medida da hipotenusa.*
>
> ***Licenciando L:*** *Posso?*
>
> ***Pesquisadora:*** *Só mais um poquinho... Gente, vou aqui no seletor, clico com o botão direito e vou animar a demonstração, observem que as áreas dos catetos vão se sobrepor a área da hipotenusa a todo instante. Além disso vocês podem visualizar tudo isso em 3D.*
>
> ***Licencianda G:****Onde encontro?*
>
> ***Pesquisadora:*** *No BaixaKi, versão 5.0. Posso mostrar em seguida a vocês.*
>
> ***Licenciando O:*** *Ela estava baixando quando cheguei...*
>
> ***Pesquisadora:****Diga L*
>
> ***Licenciando L:*** *Você pode enviar para mim?*
>
> ***Pesquisadora:*** *Posso sim, com certeza.*
>
> ***Licenciando J:*** *Eu quero!*
>
> ***Licencianda B:*** *Eu também quero.*
>
> ***Pesquisadora:*** *Então, vamos fazer o seguinte, vou anotar no quadro o meu email, um de vocês envia solicitando eu repasso e em seguida ele repassa para vocês. Hum... conhecem alguma demonstração do Teorema?*
>
> ***Licenciando E:*** *Não!*
>
> ***Licenciando L:*** *Essa foi a primeira, pra mim sim...*

Em seguida, abrirmos um espaço de reflexão sobre as TIC. Mediante o avanço das tecnologias é inimaginável centrarmos o processo de ensino e aprendizagem pautado apenas na transmissão/recepção e reprodução. Não podemos fechar nossos olhos para a grande contribuição que elas vem causando no meio educacional. Vejamos um exemplo: como mostrar a sobreposição das áreas dos catetos sobre a área da hipotenusa, do Teorema de Pitágoras na lousa? Impossível! Observemos que as ferramentas do *software*GeoGebra causam uma diferença no processo de construção ao conhecimento.

Entretanto, para enfatizar que a simples presença da tecnologia em sala de aula não traz grandes mudanças para o processo de ensino e aprendizagem, apresentamos e discutimos com a turma o papel das tecnologias a partir do curta-metragem “Tecnologia e Metodologia”.

Figura 37 - Imagens do curta metragem “ Tecnologia x Metodologia”



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=IJY-NIhdw_4

Observando algumas cenas da curta-metragem selecionada acima, a professora é surpreendida por um novo projeto ao qual sua escola foi selecionada, a sua sala de aula, estaria passando por uma transformação, sendo inserida e adaptada ao mundo tecnológico, com novas metodologias de ensino, pautada na instalação de novos equipamentos, permitindo assim ser uma escola moderna.

Após a inserção dos aparelhos, a professora permanece utilizando a mesma metodologia de ensino, substituindo a lousa por retroprojeções. Gerando assim o grande questionamento: Essa transformação causou alguma diferença quanto a construção do conhecimento? Não, a metodologia utilizada foi a mesma. Portanto, salientamos que as TIC são de fato uma grande ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem, porém é necessário um planejamento e estudo para a mesma contribuir de forma significativa.

4.2.3 Discussão dos Resultado da Intervenção

Finalizamos a intervenção com o preenchimento do relatório pelos licenciandos após as discussões. Almejando uma interação maior entre os licenciandos, subdividimos a turma novamente em 5 grupos: Grupo 1 – Licenciandos B e D, Grupo 2 – Licenciandos L e F, Grupo 3 – Licenciandos V e G, Grupo 4 – Licenciandos E e J e Grupo 5 – Licenciandos N, C e O. Portanto, gostaríamos destacar que os relatórios foram preenchidos em comum acordo de dois ou três alunos.

A avaliação de uma aula inserida nos padrões da Investigação Matemática como já foi mencionada no capítulo anterior é realizada através da análise de relatórios. Para tanto, consideraremos o que indica Ponte (2009) no nosso Quadro 7, onde os indicadores *Conhecimento Matemático*, *Estratégias e Processos de Raciocínio* e *Comunicação* são organizados em uma escala de zero (0) a quatro (4). Assim, além de classificar cada grupo, trouxemos exemplos para justificar a nossa análise considerando os indicadores mencionados.

No que diz respeito ao *Conhecimento Matemático* tomaremos como análise os conceitos de triângulos, polígonos regulares e irregulares; cálculo de áreas; Teorema de Pitágoras expresso pela relação algébrica e na representação geométrica pautada em uma interpretação do Teorema como uma relação entre as áreas das figuras; a terminologia e notação da representação algébrica presentes no problema. Para tanto, tomaremos as respostas das questões 1, 2, 3 do Relatório.

No que diz respeito às *Estratégias e Processos de Raciocínio,* analisaremos se eles identificaram alguns elementos importantes do problema como: a diferença entre polígonos regulares e irregulares em busca da generalização do Teorema de Pitágoras, e se mostraram ter percebido que para resolver o problema era preciso saber se a relação entre as áreas das figuras construídas foi mantida ou não. Para tanto, tomaremos as respostas das questões 5, 6, 7, 8, e 9 do Reltaório.

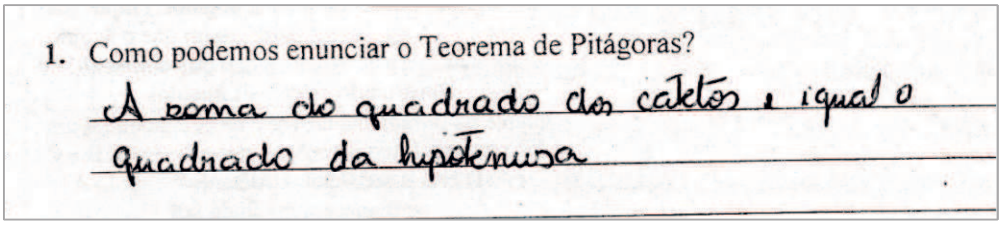
No que diz respeito à *Comunicação,* tomaremos como análise se, de forma geral, eles apresentam como suporte os argumentos corretos das conjecturas realizadas e se estes estavam logicamente corretos. Para tanto, tomaremos as respostas das questões 7, 8 e 9 do Relatório como também um registro em vídeo das conjecturas estabelecidas da generalização do Teorema durante a intervenção didática.

4.2.3.1 Análise do Relatório da Investigação – Grupo 1

O grupo 1, composto pelos alunos B e D, no que diz respeito ao *Conhecimento Matemático*, mostraram compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos do problema. Classificando-se assim nesse aspecto no nível 3.

Os licenciandos apresentam a ideia do Teorema de Pitágoras, no entanto o uso da terminologia ou da linguagem é posta de forma insuficiente. Vejamos a figura abaixo.

Figura 38 –Enuniação doTeorema de Pitágoras (Grupo 1)

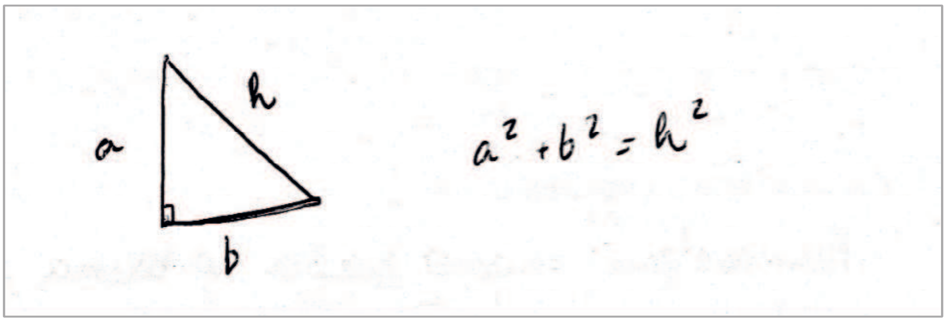

1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?

A soma do quadrado dos catetos é igual o quadrado da hipotenusa

Fonte: Acervo Próprio

De fato, o cateto ou a hipotenusa não podem ser elevados ao quadrado, mas sim as medidas desses lados. No relatório do grupo, observamos a seguinte representação do Teorema de Pitágoras:

Figura 39 - Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras (Grupo 1)

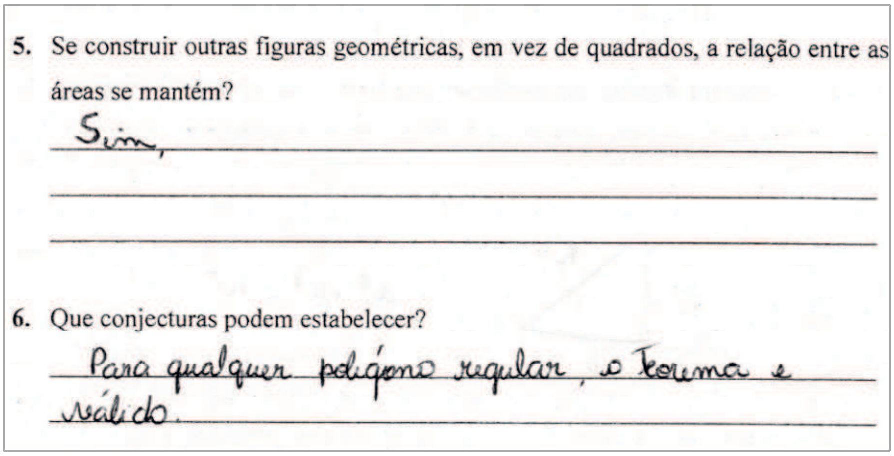


Fonte: Acervo Próprio

Observe que o grupo apresenta o triângulo retângulo e a seguir expõe uma relação algébrica correta, embora invertida. No entanto, ela não representa a idéia de área da representação geométrica do Teorema. Dessa forma, atribuímos nível 3 para este aspecto da análise.

Quanto ao aspecto *Raciocínios e Estratégias*, o Grupo 1 não mostra de forma clara o processo de solução, apresentando apenas uma compreensão limitada. Ao longo de suas conjecturas observamos soluções incompletas. Dessa forma, atribuímos nível 2 para este aspecto da análise. Veja na figura abaixo:

Figura 40 - Conjecturas (Grupo 1)



5. Se construir outras figuras geométricas, em vez de quadrados, a relação entre as áreas se mantém?

Sim,

6. Que conjecturas podem estabelecer?

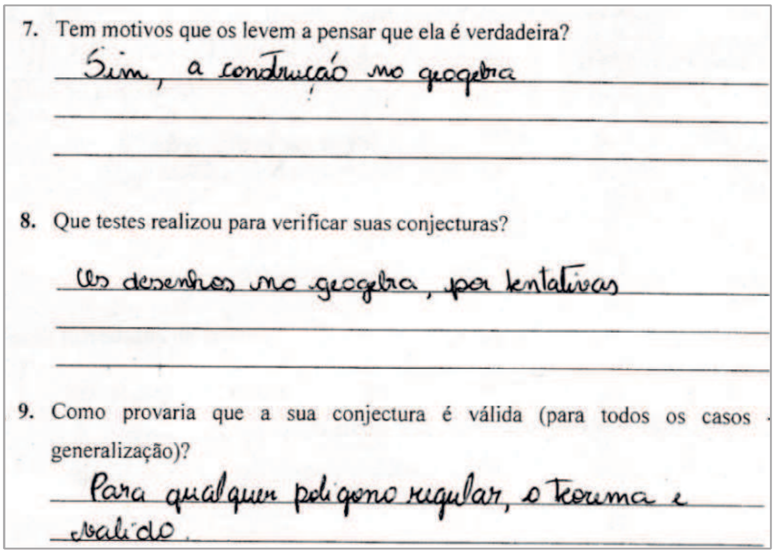
Para qualquer polígono regular, o Teorema é válido.

Fonte: Acervo Próprio

Na quinta pergunta ao questionarmos: “ Se construir outras figuras geométricas, em vez de quadrados, a relação entre as áreas se mantêm? ” Observe que os licenciandos afirmaram apenas que sim. Logo, essa afirmação está falsa. Em seguida, na sexta pergunta, apontam para um ponto bastante importante, a necessidade do polígono ser regular.

Quanta a *Comunicação*, apesar dos licenciandos apresentarem uma compreensão do Teorema de Pitágoras, a comunicação posta é bastante frágil. Observemos a figura abaixo.

Figura 41– Conjecturas (Grupo 1)


7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

Sim, a construção no geogebra

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

Os desenhos no geogebra, por tentativas

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos - generalização)?

Para qualquer polígono regular, o teorema é válido.

Fonte: Acervo Próprio

Notemos que, durante as arguições postas acima, os licenciandos não são claros em suas respostas, afirmam terem feitos desenhos no *software* GeoGebra, no entanto não deixam evidentes quais testes foram realizados. Ou seja, os licenciandos omitem partes bastante significativas do processo, classificando-se assim quanto a *Comunicação* ao nível 1.

A seguir, o Quadro da análise do relatório de acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte aplicada a este grupo de Licenciandos.

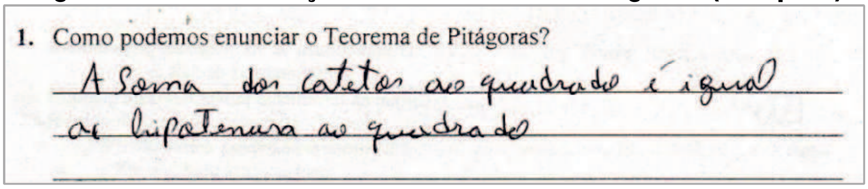
Quadro 8 - Análise do Relatório – Grupo 1 (Licenciandos B e D)

Análise do Relatório – Grupo 1 (Licenciandos B e D)		
		Nível
Conhecimento Matemático	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada.	**3**
Estratégias e Processos de Raciocínios	Identifica alguns elementos importante do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles. Mostra algumas evidências do processo de solução, mas está incompleto ou pouco sistematizado.	**2**
Comunicação	Apresenta alguns elementos satisfatórios, mas omite partes significativas do problema. Falta a explicação ou descrição ou é difícil seguir.	**1**

4.2.3.2 Análise do Relatório da Investigação – Grupo2

O Grupo 2, composto pelos alunos L e F, no que diz respeito ao *Conhecimento Matemático,* mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos, porém as respostas no decorrer do relatório apresentam erros, como por exemplo na terminologia. Dessa forma eles foram classificados no nível 2. Verifiquem na figura abaixo como o grupo enunciou o Teorema de Pitágoras, após toda a discussão feita em sala de aula.

Figura 42 - Enunciação do Teorema de Pitágoras (Grupo 2)


1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?

A Soma dos catetos ao quadrado é igual ao hipotenusa ao quadrado

Fonte: Acervo Próprio

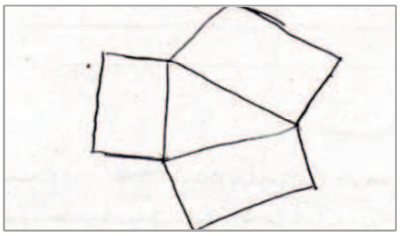
O grupo, nos leva a entender uma confusão conceitual relacionado ao Teorema de Pitágoras. Diante da sentença acima, os licenciandos estão afirmando que a soma das medidas dos catetos ao quadrado é igual a medida da hipotenusa ao quadrado. Algebricamente, considerando *b* e *c* como catetos e *a* como hipotenusa teríamos:

$$(b+c)^2 = a^2$$

Ou seja, a relação algébrica acima, não representa o Teorema de Pitágoras, além disso é uma sentença falsa. Também destacamos o mal uso da linguagem matemática, uma vez que não existe “soma de catetos” e sim “soma dos valores das medidas”, como também é incorreto dizer hipotenusa ao quadrado, uma vez que hipotenusa refere-se a um dos lados do cateto e não à uma medida que pode ser elevada ao quadrado.

Ao representarem geometricamente o teorema não tiveram o devido cuidado com as formas das figuras, ao invés de quadrados, apresentaram retângulos e o triângulo não representa um triângulo retângulo. Confira na imagem abaixo.

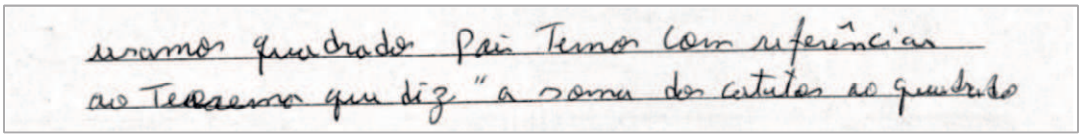
Figura 43 - Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras (Grupo 2)



Fonte: Acervo Próprio

No entanto ao discorrer sobre a relação existente entre a representação geométrica com o enunciado do Teorema, afirmaram ser quadrados. De fato, na imagem a seguir temos:

Figura 44 – Relação existente entre a representação geométrica e o enunciado do Teorema de Pitágoras (Grupo II - licenciandos L e F)

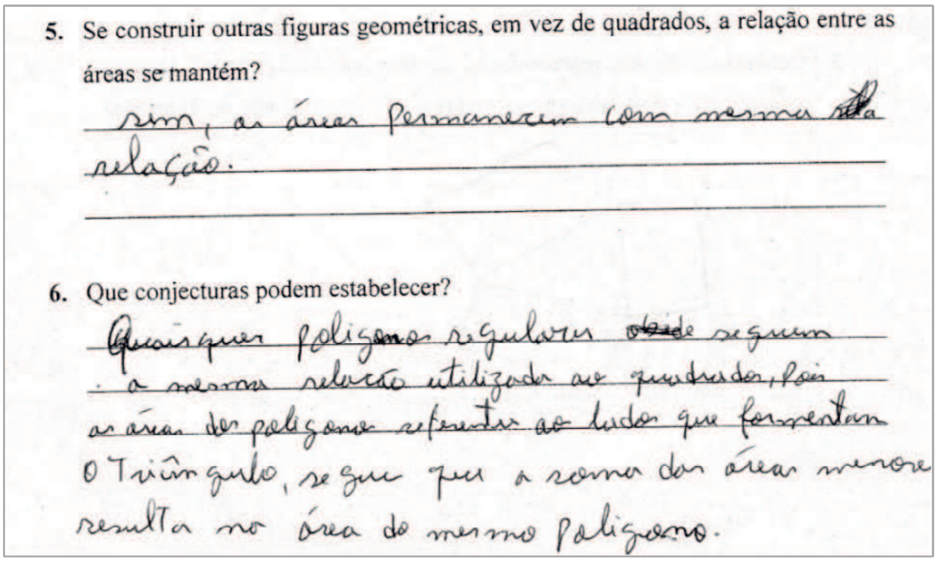


usamos quadrados pois temos com referências ao Teorema que diz " a soma dos catetos ao quadrado

Fonte: Acervo Próprio

Quanto as *Estratégias e Raciocínio*, identificamos elementos importantes, mas a compreensão ainda se apresenta debilitada. Observando a figura a seguir:

Figura 45 – Conjecturas do Grupo 2 (Licenciandos L e F)



5. Se construir outras figuras geométricas, em vez de quadrados, a relação entre as áreas se mantém?

sim, as áreas permanecem com mesma ~~rela~~ relação.

6. Que conjecturas podem estabelecer?

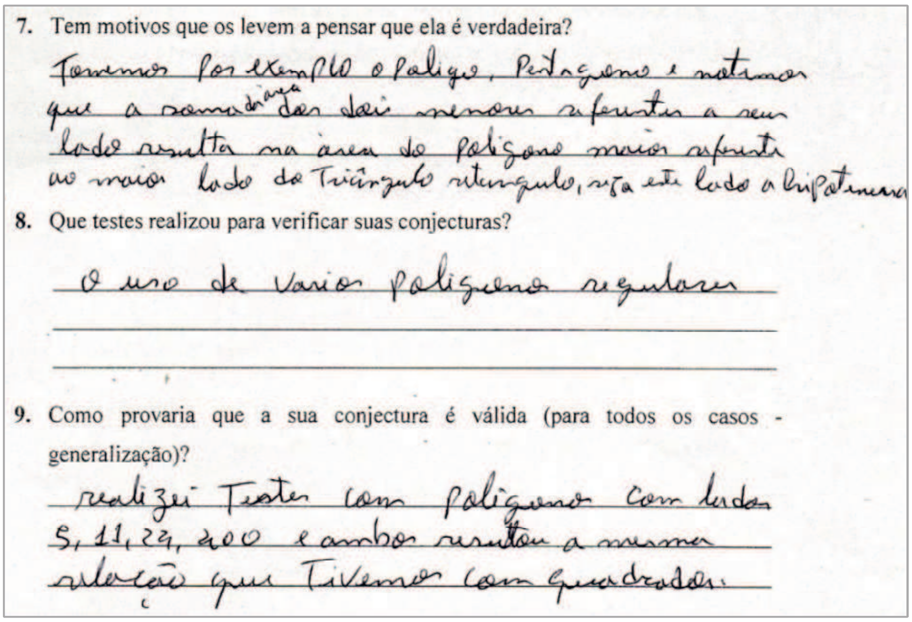
Quaisquer polígonos regulares ~~obede~~ seguem a mesma relação utilizada aos quadrados, pois as áreas dos polígonos referentes aos lados que formentam o Triângulo, segue que a soma das áreas menores resulta na área do mesmo polígono.

Fonte: Acervo Próprio

Perceba, que o grupo afirma a possibilidade da construção de outras figuras geométricas, no entanto faz menção apenas aos polígonos, porém sabemos e verificamos em sala juntos que é válido apenas para polígonos regulares. Acreditamos que tenha sido apenas uma falta de atenção, tendo em vista que esse erro foi visto, apresentado e discutido em sala de aula, além disso, na sexta arguição, como podemos ver na figura acima, ele descreve as conjecturas para polígonos regulares. Dessa forma, atribuímos o grupo ao nível 2.

Quanto a *Comunicação* o grupo apresenta alguns elementos significativos, mas a descrição é pouco clara. Como exemplo, podemos considerar a respostas dada à questão 6 anteriormente discutida. Vejamos mais um exemplo na figura a seguir.

Figura 46 – Conjecturas (Grupo 2)


7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

Temos por exemplo o paligo, Pentagono e notamos que a soma da área dos menores referentes a seu lado resulta na área do poligono maior referente ao maior lado do Triângulo retangulo, seja este lado a hipotenusa

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

O uso de varios poligonos regulares

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos - generalização)?

realizei Testes com poligonos com lados 5, 11, 29, 200 e ambos resultou a mesma relação que Tivemos com quadrados.

Fonte: Acervo Próprio

Observe na figura que os licenciandos apresentam um exemplo de seus motivos para a generalização do Teorema ser verdadeira, afirmam ter realizados vários testes para polígonos regulares, porém, não deixa claro, como foi feita essa verificação. Dessa forma, atribuímos nível 2 para este aspecto da análise. A seguir, o quadro da análise do relatório de acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte.

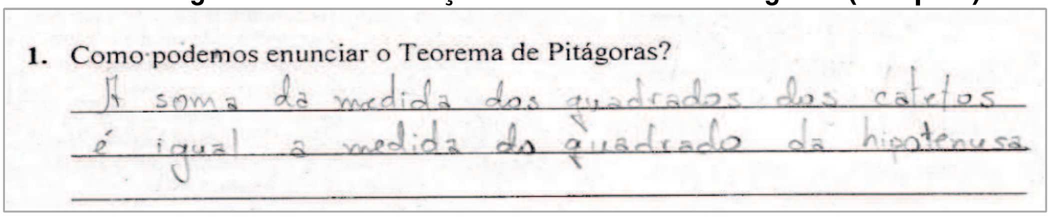
Quadro 9 - Análise do Relatório – Grupo 2 (Licenciandos L e F)

Análise do Relatório – Grupo II (Licenciandos L e F)		
		Nível
Conhecimento Matemático	Mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos do problema. A resposta contém erros de cálculo.	**2**
Estratégias e Processos de Raciocínios	Identifica alguns elementos importante do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles. Mostra algumas evidências do processo de solução, mas está incompleto ou pouco sistematizado.	**2**
Comunicação	Mostra um progresso significativo na direção de completar o problema, mas a descrição ou explicação é ambígua ou pouco clara. A comunicação é vaga ou de difícil interpretação e os argumentos são incompletos ou baseados em premissas pouco importantes.	**2**

4.2.3.3 Análise do Relatório da Investigação – Grupo 3

O grupo 3 é composto pelos alunos V e G. De acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte quanto ao *Conhecimento Matemático,* classificamos o grupo no nível três. Os licenciandos desse grupo demostraram compreender quase completamente os conceitos e princípios matemáticos. Assim como também usaram quase que corretamente a terminologia e notação apropriadas. Exemplificamos com a enunciação do Teorema no recorte da figura a seguir

Figura 47 - Enunciação do Teorema de Pitágoras (Grupo 3)


1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?

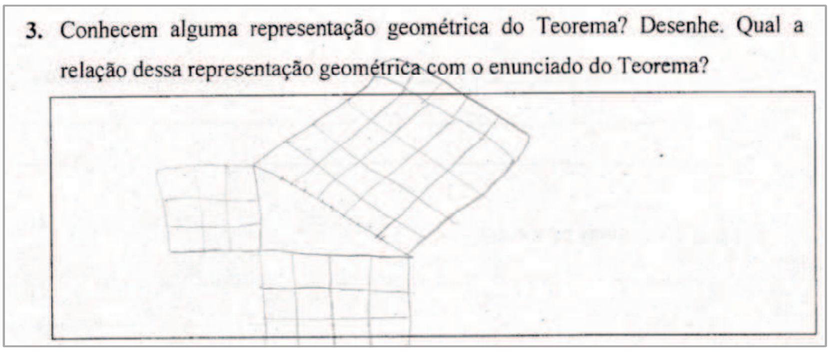
A soma da medida dos quadrados dos catetos é igual a medida do quadrado da hipotenusa

Fonte: Acervo Próprio

Como nos grupo anteriores, expressar o teorema em linguagem natural tem sido um requesito difícil para os licenciandos. Notemos que na frase “medida dos quadrados dos catetos” devereia ser escrita “as medidas dos catetos ao quadrado”. No entanto, este grupo fez uso da palavra “medida”.

Os licenciandos apresentaram a representação geométrica do Teorema de forma interessante e diferente dos demais grupos:

Figura 48 - Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras (Grupo 3)

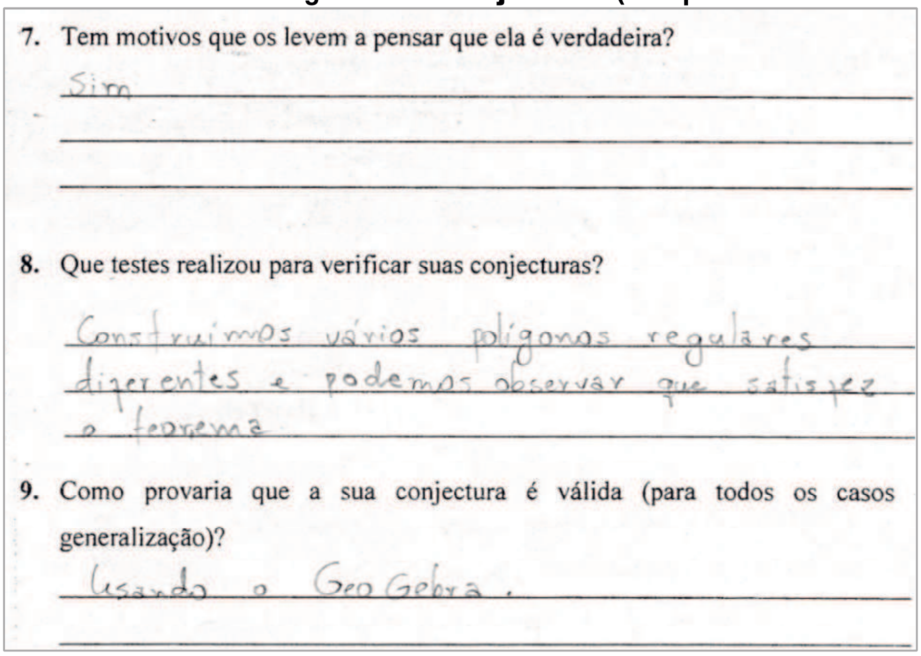

3. Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Desenhe. Qual a relação dessa representação geométrica com o enunciado do Teorema?

Fonte: Acervo Próprio

Em relação a *Estratégias e Raciocínio*, os licenciandos, apresentam poucas evidências do processo de solução. Dessa forma, atribuímos ao nível 2 este aspecto de análise. Observamos que este grupo não respondeu à segunda pergunta do item 3.

Quanto a *Comunicação*, é exibida de forma bastante sintética e debilitada quanto à presença de vários elementos importantes durante o processo de solução, como por exemplos quais testes foram realizados e como foram feitos os testes para a formulação de suas conjecturas. Exemplificamos esses aspectos na figura abaixo.

Figura 49 – Conjecturas (Grupo 3


7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

Sim

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

Construimos vários polígonos regulares diferentes e podemos observar que satisfez o teorema

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos generalização)?

Usando o GeoGebra.

Fonte: Acervo Próprio

Verificamos no registro da figura que os licenciandos foram bastante sintéticos, suas descrições, afirmam ter construídos vários polígonos regulares diferentes e comprovaram que o teorema foi satisfeito? do Teorema com o *software* GeoGebra, apesar de nada falarem especificamente sobre a área.

Além disso, durante a realização da investigação na intervenção (diálogo transcrito na página 97), o diálogo dos licenciandos nos faz perceber que a partir dos testes realizados no *software*, conseguiram entender a generalização. Percebemos que inicialmente eles construíram um polígono qualquer, verificaram que não é possível a existência do Teorema daquela forma. A seguir após as discussões em sala, ao solicitarmos a generalização, os licenciandos expõe a necessidade da existência dos polígonos serem regulares. Logo, consideramos a Comunicação posta no relatório e na intervenção ao nível 3.

A seguir, o quadro da análise do relatório de acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte.

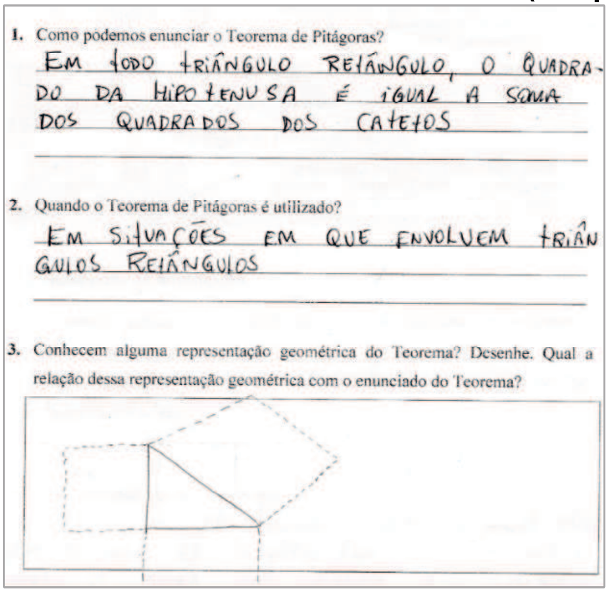
Quadro 10 - Análise do Relatório – Grupo 3

Análise do Relatório – Grupo IV (Licenciandos V e G)		
		Nível
Conhecimento Matemático	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada.	**3**
Estratégias e Processos de Raciocínios	Identifica alguns elementos importante do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles. Mostra algumas evidências do processo de solução, mas está incompleto ou pouco sistematizado.	**2**
Comunicação	Na generalidade, comunica efetivamente com audiência e apresenta como suporte, argumentos que estão logicamente corretos, embora contendo pequenas imperfeições.	**3**

4.2.3. 4 Análise do Relatório da Investigação – Grupo 4

O grupo 4 é composto pelos alunos E e J. Na análise do relatório, o grupo exibiu um *Conhecimento Matemático* bom, mostraram compreender quase completamente os conceitos e princípios matemáticos, usando quase corretamente uma terminologia apropriada. A figura a seguir ilustra as respostas dadas para as questões 1,2 e 3.

Figura 50 - Conhecimentos Matemáticos (Grupo 4)



1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?

EM TODO TRIÂNGULO RETÂNGULO, O QUADRADO DA HIPOTENUSA É IGUAL A SOMA DOS QUADRADOS DOS CATETOS

2. Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado?

EM SITUAÇÕES EM QUE ENVOLVEM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

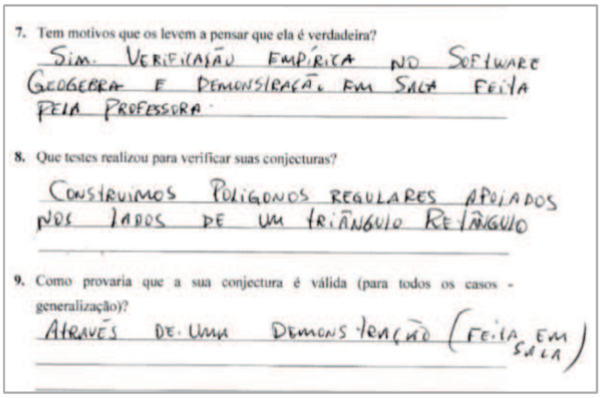
3. Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Desenhe. Qual a relação dessa representação geométrica com o enunciado do Teorema?

Fontre: Acervo Próprio

Perceba que os licenciandos descrevem "o quadrado da hipotenusa", " soma dos quadrados dos catetos", isto é, usam uma terminologia errônea, apesar de apresentar a ideia do Teorema de Pitágoras corretamente. Dessa forma, atribuímos nível 3 para este aspecto. Observemos que este grupo não respondeu à segunda pergunta da pergunta 3.

Quanto às *Estratégias, Processos de Raciocínio* e a *Comunicação* é posta de forma bastante clara, apresenta argumentos fortes e usa informações relevantes, identificando os elementos importantes, mostrando uma compreensão da relação entre eles. Logo, atribuímos ao nível 3 este aspecto.de análise.Vejamos alguns exemplos na figura abaixo.

Figura 51 – Conjecturas (Grupo IV)



7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

SIM. VERIFICAÇÃO EMPÍRICA NO SOFTWARE GEOGEBRA E DEMONSTRAÇÃO EM SALA FEITA PELA PROFESSORA.

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

CONSTRUIMOS POLÍGONOS REGULARES APOIADOS NOS LADOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos - generalização)?

ATRAVÉS DE UMA DEMONSTRAÇÃO (FEITA EM SALA)

Fonte: Acervo Próprio

Embora os licenciandos aprsentem a verificação da generalização no *software* GeoGebra, assim como também a demonstração algébrica realizada na sala de aula, como argumentos para a possibilidade da generalização, deixam de mencionar um fator bastante importante, a relação entre as áreas. Fator essencial, ao qual foi observado, comentado, mas não descrito.

A seguir, o quadro da análise do relatório de acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte.

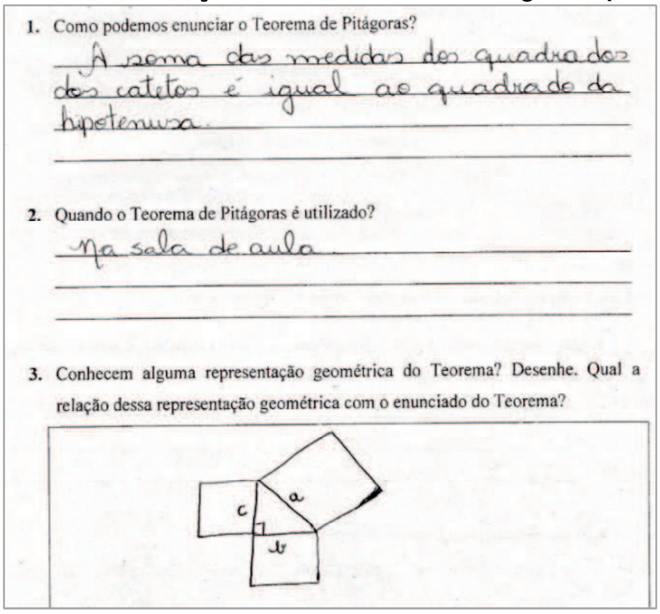
Quadro 11 - Análise do Relatório – Grupo 4 (Licenciandos E e J)

Análise do Relatório – Grupo IV (Licenciandos E e J)		
		Nível
Conhecimento Matemático	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada.	**3**
Estratégias e Processos de Raciocínios	Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles.	**3**
Comunicação	Na generalidade, comunica efetivamente com audiência e apresenta como suporte, argumentos que estão logicamente corretos, embora contendo pequenas imperfeições.	**3**

4.2.3. 5 Análise do Relatório da Investigação – Grupo 5

O grupo 5 é composto pelos licenciandos N, C e O. Em relação ao *Conhecimento Matemático,* classificamos o grupo de acordo com os indicadores de Ponte, no nível 3, por apresentar uma compreensão quase completamente dos conceitos e dos princípios matemáticos. Observemos na figura abaixo um exemplo.

Figura 52 - Enunciação do Teorema de Pitágoras (Grupo V)



1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?

A soma das medidas dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

2. Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado?

Na sala de aula

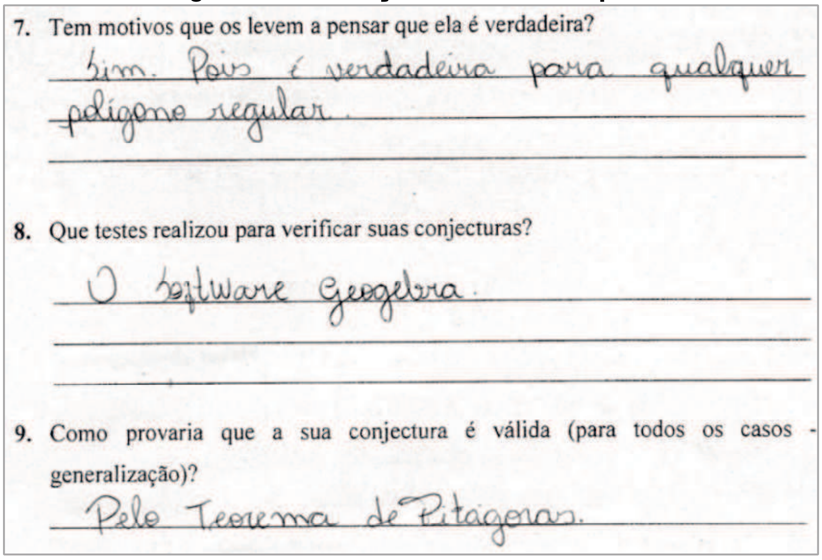
3. Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Desenhe. Qual a relação dessa representação geométrica com o enunciado do Teorema?

Fonte: Acervo Próprio

Observe que os licenciandos cometerem um equívoco, no uso da terminologia acima. O enunciado está quase certo: a soma das medidas ao quadrado dos catetos ou a soma das medidas dos catetos ao quadrado, é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, pois, não existe quadrado da hipotenusa. Além disso, analisando a resposta da segunda arguição, os licenciandos nos leva a entender que o Teorema é aplicado apenas na sala de aula, no entanto, sabemos que o Teorema de Pitágoras, possui inúmeras aplicações nas diversas áreas de atuação do homem. Observemos também, que este grupo não respondeu à segunda pergunta da pergunta 3.

As *Estratégias* e *Processos de Raciocínio* foram apresentados de forma bastante frágil. As evidências do processo de solução são mínimas e apenas mencionam o software sem dar indicações do seu uso, mas não apresentaram detalhes. Assim, atribuímos nível 2 para esse aspecto. Quanto a *Comunicação*, o grupo não comunicou ideia alguma, apena dando respostas diretas. Dessa forma atribuímos nível 1, para este aspecto.

Figura 53 – Conjecturas do Grupo V



7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

Sim. Pois é verdadeira para qualquer polígono regular.

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

O software Geogebra.

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos - generalização)?

Pelo Teorema de Pitágoras.

Fonte: Acervo Próprio

A seguir, o quadro da análise do relatório de acordo com os indicadores da escala multidimensional, posta por Ponte.

Quadro 12 - Análise do Relatório – Grupo 5 (Licenciandos N, C e O)

Análise do Relatório – Grupo V (Licenciandos N, C e O)		
		Nível
Conhecimento Matemático	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada.	**3**
Estratégias e Processos de Raciocínios	Identifica alguns elementos importante do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles. Mostra algumas evidências do processo de solução, mas está incompleto ou pouco sistematizado.	**2**
Comunicação	Apresenta alguns elementos satisfatórios, mas omite partes significativas do problema. Falta a explicação ou descrição ou é difícil seguir.	**1**

4.3 Etapa 3 – Avaliação e Saberes de formação

Esta fase teve como objetivo analisar com os professores da Licenciatura em Matemática da UEPB os resultados da intervenção com o objetivo de investigar os saberes necessários aos estudantes para a prática da profissão considerando a proposta elaborada, no que diz respeito à compreensão da proposta e significado da proposta para sua formação, bem como as contribuições da proposta para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Para tanto, realizamos uma entrevista no dia 10 de Abril de 2017 com um professor do PPGECEM que ministra disciplinas voltadas para o uso das TIC na graduação. Vejamos a entrevista:

> ***Pesquisadora:*** *Quais os saberes necessários para a prática da profissão de ser professor com o uso das TIC?*
>
> ***Professor:*** *O professor antes de usar a tecnologia, ele deve primeiro dominar o conteúdo, conhecer as dificuldades dos alunos, conhecer suas limitações, para a partir desses dados ele procurar a tecnologia que irá ajudar nesse processo de ensino e aprendizagem, então não só usar a tecnologia por usar, mas sim, após um planejamento, identificando cada etapa do processo de ensino e aprendizagem para saber se aquela metodologia irá ajudar ou não, e até que ponto será útil para o processo de ensino e aprendizagem.*
>
> ***Pesquisadora:*** *De acordo com seus conceitos e experiência, qual a definição para Saberes Docentes?*
>
> ***Professor:*** *Saber docente, parte da prática desde a formação do professor, a formação inicial, a sua experiência no decorrer dessa prática pedagógica e também a sua aprendizagem da sua formação continuada, então acredito que o conjunto de conhecimento seria o saber docente.*
>
> ***Pesquisadora:*** *Há alguns meses atrás, fizemos uma análise dos PPC da UFCG, UFPB e UEPB, fixando nossos olhares para o uso das TIC nas componentes curriculares dessas universidades. Observamos que a UFCG e UFPB disponibilizam para seus licenciandos quatros disciplinas voltadas para o uso das TIC e a UEPB disponibiliza cinco disciplinas, porém ao aplicarmos um questionário de sondagem 100% dos licenciandos da UEPB, afirmaram não ter utilizado o software GeoGebra em nenhuma disciplina, após a qualificação, reaplicamos o questionário e obtivemos um resultado um pouco diferente, 81% afirmaram que sim e 19% afirmaram não conhecer o software, entretanto dentre os 81%, 67% conheceram o software cursando uma disciplina e apenas 0,09% sabem manipular. Qual seu posicionamento sobre isso?*
>
> ***Professor:*** *Enquanto professor, eu realizo o inverso, me detenho mais a parte prática do que a teórica do software. Apresentamos, discutimos as ferramentas como utilizar, então a partir dessas informações em que o aluno têm, começamos a inserir conceitos, para que o software possa ajudar no processo de ensino e aprendizagem do aluno, tá certo? O intuito é torna-lo prático e não informar a existência do software, é o aluno manusear o software mesmo. Acredito que nas disciplinas apresentadas a esses alunos devam ter apresentado e estudado outro software, a título do GeoGebra. E passado para os alunos o GeoGebra, apenas de forma teórica. Mas, acredito que se mobilizar os professores, pode sim haver um senso comum.*

Pesquisadora: *Quais as contribuições da proposta de nossa pesquisa para o ensino e aprendizagem, quanto aos futuros professores?*

Professor: *É muito importante porque sai do tradicional e surge uma nova e uma ferramenta poderosa no caso que é o uso da tecnologia, isso é importante, a gente não pode fugir dessa realidade. O aluno ele busca e têm facilidade, e as vezes mais do que o professor em manusear as ferramentas, permitindo o professor ser apenas um mediador durante a sua aula. O aluno recebe esse conhecimento teórico, traz para usar no software e a sua criatividade vai muito além daquela do professor. Eles dominam com facilidade. Eu já tive experiência com um aluno com a TIC e a partir daí se motivar para o estudo. Porque descobriu que a praia dele é a tecnologia. O professor é que têm que acompanhar essa tecnologia para dar um suporte maior ao aluno.*

Pesquisadora: *Iniciamos a intervenção questionando os alunos sobre os seus conhecimentos prévios a respeito do Teorema de Pitágoras. Para tanto tecemos questionamentos, tais como: O que é o Teorema de Pitágoras? Como podemos enunciá-lo? Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado? Se conhecem alguma representação geométrica do Teorema. E, dentre os presentes apenas dois ou três licenciandos conseguiram responder de forma plausível. Em seguida, apresentamos o software, construímos um triângulo retângulo e verificamos a veracidade do Teorema. O espírito de satisfação foi permeado em toda a sala de aula, ao realizarmos cada etapa da intervenção, porém ao questionarmos: se construir outras figuras geométricas em vez de quadrados, as relações entre as áreas se mantêm? A relutância e o posicionamento negativo tornaram-se presente. Durante a manipulação, em busca de uma resposta para o questionamento acima, através de um erro acabaram descobrindo a relação entre as áreas com os polígonos regulares e o triângulo retângulo, chegando assim a generalização do Teorema de Pitágoras. Assim, mediante o cenário, ao qual os alunos não tinham conhecimento do software GeroGebra, e através do protocolo de construção não apresentaram dificuldade em sua manipulação, qual seu posicionamento a respeito da grande descoberta feita por eles.*

Professor:*Veja bem, os alunos apresentam uma facilidade muito grande no que diz respeito às TIC, eles vão tomando gosto, fazem testes, avaliam e ficam lá praticando e muitas vezes eles descobrem comandos que até passam despercebidos pela gente. É muito bom. O melhor do software é trabalhar com os erros, o porquê que deu errado, como deu errado... A partir deles, você consegue ajudar os alunos a corrigir o próprio erro, é até melhor, na verdade, é mais interessante. Eu, eu assim, primeiro eu induzo o aluno a errar, para depois, a partir do conhecimento que ele adquiriu durante a oficina ele mesmo identificar o erro e procurar a corrigir. Observe que a generalização foi descoberta a partir de um erro... A comparação da construção durante a oficina funciona. Eu gosto de trabalhar assim. Ótimo!*

Pesquisadora: *Quaisos saberes são necessários à formação do professor de matemática para desenvolver a Investigação Matemática com suporte do software GeoGebra em sua futura ação profissional?*

> ***Professor:****Primeiro, ele têm que conhecer... bom, vamos por etapa. Primeiro durante a formação do professor na universidade a de se ver algumas disciplinas de informática para o ensino de matemática, pois se ele tem oportunidade de conhecer a tecnologia e saber também usar essa tecnologia e fazer o uso em sua prática docente eu acredito que a partir dessa preparação ele terá condição de inserir a TIC na sua prática pedagógica. Então primeiro deve passar pela formação inicial do professor, é importante ele ter essa formação inicial para quando ele for para o mercado de trabalho, ele esteja preparado para pelo menos planejar suas aulas, utilizando uma determinada TIC, aprendida durante seu curso de formação inicial.*

As TIC propiciam oportunidades jamais imaginadas em sala de aula, por meio de quadro e giz. Muito embora, seja recheada de uma vasta lista de benefícios ao âmbito educacional, um ponto ao qual observamos no decorrer de nossas leituras, bem como no posicionamento explícito acima na transcrição da entrevista para o processo de ensino e aprendizagem é o domínio de conteúdo, como também o planejamento da aula, para que a aprendizagem ocorra de forma significativa.

Essa inserção, permite um novo olhar para a matemática, oferecendo um cenário alternativo, criativo e motivador.

5 SABERES PARA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GD

Neste capítulo faremos uma análise dos saberes docentes necessários para o trabalho do futuro professor de Matemática considerando a articulação entre os recursos tecnológicos e a metodologia da Investigação Matemática na abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras.

Para tanto, tomaremos como referência a análise feita a partir da intervenção e da avaliação dos relatórios de investigação, do ponto de vista do professor da UEPB entrevistado e da nossa experiência como docente em formação com a Investigação. Como resultado, retomaremos os saberes docentes curriculares, experienciais, disciplinares e profissionais de Tardif exemplificando de acordo com aqueles mobilizados na nossa pesquisa com os licenciandos.

5.1 Saberes Disciplinares

O saber matemático é considerado um saber disciplinar. Assim, na investigação realizada, a base da atividade considerou saberes matemáticos relacionados ao Teorema de Pitágoras como conceitos, terminologias e notações. Este conjunto de saberes matemáticos se apresenta na Educação Básica (a partir do 9º ano do Ensino Fundamental II sendo utilizado na resolução de diversos problemas até o 3º ano do Ensino Médio) e na formação de professores pode ser revisitado de uma forma ampliada, como fizemos nesta proposta.

No que diz respeito ao saber matemático necessário para o desenvolvimento dessa proposta, a partir da análise do que revelaram os licenciandos e o que revelou o professor entrevistado, podemos dizer que os licenciandos apresentaram saberes prévios sobre o cálculo de áreas dos polígonos, classificação de triângulos, assim como também do Teorema de Pitágoras.

No entanto, apresentaram conceitos e princípios matemáticos sem profundidade. Como por exemplo, ao enunciar o teorema, os licenciandos possuíam a ideia do Teorema de Pitágoras, porém ao enunciá-lo recorriam ao uso da terminologia de forma errônea. A Representação Geométrica do Teorema não foi posta de forma correta em sua grande maioria. Eles desconcheciam a representação geométrica pela ideia de área, desconheciam qualquer demonstraçãodo Teorema (afirmativa dos licenciando E e F). Observe o seguinte diálogo.

> ***Pesquisadora:*** *Então, vamos fazer o seguinte, vou anotar no quadro o meu e-mail, um de vocês envia solicitando eu repasso e em seguida ele repassa para vocês. Hum... conhecem alguma demonstração do Teorema?*
>
> ***Licenciando E:*** *Não!*
>
> ***Licenciando L:*** *Essa foi a primeira, pra mim sim...*

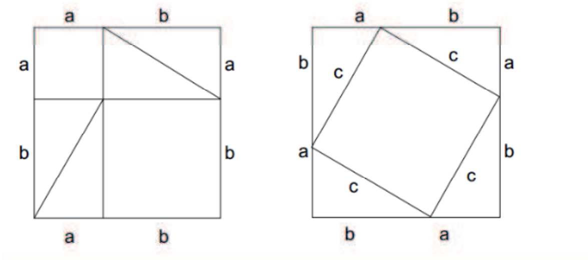
5.2 Saberes Curriculares

O Teorema de Pitágorasé consideravelmente abordado nos programas escolares. De fato, ele está presente, por exemplo, nos PCN do Ensino Fundamental e nos livros didáticos. Nos PCN, por exemplo, temos a orientação de que ele seja apresentado aos alunos no decorrer do terceiro e quarto ciclo, ou seja do sexto ano nono ano.

Sua abordagem deve seguir uma ordem cronológica, totalmente pautada em uma hierarquização de conteúdos, dominada pela ideia de pré-requisitos, cujo o único critério é a definição da estrutura lógica da Matemática. Assim, nessa visão o Teorema de Pitágoras deve ser trabalhado após o desenvolvimento de conceito de semelhança, uma vez necessário na sua demonstração. De fato, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998):

> Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros necessários e deve-se escolher um certo percurso, não existem por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente. Por exemplo, [...]desenvolver o conceito de semelhança, para depois explorar o Teorema de Pitágoras. (BRASIL, 1998, p. 18)

Outro fator bastante importante trazidos pelos PCN é que as atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios citados anteriormente: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Assim, segundo os PCN (BRASIL, 1998):

> Tome-se o caso do teorema de Pitágoras para esclarecer um dos desvios frequentes quando se tenta articular esses domínios. O professor propõe ao aluno, por exemplo, um quebra-cabeças constituído por peças planas que devem compor, por justaposição, de duas maneiras diferentes, um modelo material de um quadrado (ver figura). Utilizando o princípio aditivo relativo ao conceito de área de figuras planas, observa-se que $a^2 = b^2 + c^2$. Diz-se, então, que o teorema de Pitágoras foi provado.
>
> 
>
>
> Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas. Ainda que essas experiências possam ser aceitas como provas no terceiro ciclo, é necessário, no quarto ciclo, que as observações do material concreto sejam elementos desencadeadores de conjecturas e processos que levem às justificativas mais formais. No caso do teorema de Pitágoras, essa justificativa poderá ser feita com base na congruência de figuras planas e no princípio da aditividade para as áreas. Posteriormente, os alunos poderão também demonstrar esse teorema quando tiverem se apropriado do conceito de semelhança de triângulos e estabelecido as relações métricas dos triângulos retângulos. (BRASIL, 1998, p. 126)

Seguindo essas orientações, durante a intervenção apresentamos uma comprovação da relação no *software* GeoGebra e em seguida apresentamos uma demonstração estabelecida pelas relações métricas do triângulo retângulo.

5.3 Saberes profissionais

Tendo em consideração os saberes profissionais, destacamos como necessários para a proposta experiências na formação que tratem do uso de *softwares* para o ensino de matemática como também a sua integração com uma metodologia de ensino.

Podemos constatar que os licenciandos durante a formação profissional descobriram o *software* na teoria. Ou seja, sabiam de sua existência, importância e contribuição no entanto não sabiam a riqueza de suas explorações.

Também constatamos no decorrer da intervenção, que para os licenciandos a Investigação Matemática foi uma experiência inédita na formação. Esse fato revela que experiências como essa devem ser mais recorrentes de forma que os licenciandos possam desenvolver saberes específicos da Investigação, como: elaborar conjecturas e testar, bem como buscar exemplos e contra-exemplos.

5.4 Saberes experienciais

Os professores no decorrer do exercício de suas funções e na prática de sua profissão desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio, ou seja, são constitutivos da prática docente. Logo, esses saberes pertencem a um futuro próximo dos licenciandos em formação. Pois, até o presente momento estão construindo e consolidando saberes no decorrer das simulações postas em situações de ensino durante a graduação.

Confirmando a essa ideia, ao indagarmos sobre o conceito de saber docente, o professor entrevistado ressalta a experiência pedagógica como um fator condicionante desse saber.

> ***Pesquisadora:*** *De acordo com seus conceitos e experiência, qual a definição para Saberes Docentes?*
>
> ***Professor:*** *Saber docente, parte da prática desde a formação do professor, a formação inicial, a sua experiência no decorrer dessa prática pedagógica e também a sua aprendizagem da sua formação continuada, então acredito que o conjunto de conhecimento seria o saber docente.*

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando a questão norteadora da nossa pesquisa, a saber: *quais os saberes necessários à formação do professor de matemática para desenvolver a Investigação Matemática com suporte do software Geogebra em sua futura ação profissional?*, fomos conduzidos a trilhar um caminho onde fosse possível:

- Analisar currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática da Paraíba considerando a atenção dada para a Investigação Matemática e para o uso de sistemas de Geometria Dinâmica.
- Identificar saberes necessários à formação inicial do professor de Matemática para a proposta da Investigação com recurso do software GeoGebra.

Para tanto, foi necessário:

- Estruturar uma intervenção didática na proposta da Investigação Matemática com suporte do Geogebra voltada para um conteúdo do Ensino Fundamental;
- Desenvolver a proposta com uma turma de alunos pré-concluintes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba;
- Analisar com um professor da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba a proposta construída.

Mediante todas as análises dos PPC's da UFCG, UFPB, UEPB, podemos perceber que todas elas, convergem no mesmo objetivo, formar professores de matemática críticos, assim como capacitar cada futuro professo para a atuação no ensino de matemática em todos os níveis. Todas as universidades, oferecem aos seus licenciandos disciplinas que contribuam tanto para o lado profissional do licenciando, como também elementos necessários para a sua formação acadêmica.

De posse dos resultados do primeiro questionário de sondagem, concluímos a necessidade de ações de formações na UEPB. No entanto analisando o fluxograma do curso, foi a universidade dentre as três analisadas que mais oferece aos licenciandos disciplinas voltadas para as TIC. São elas: Introdução a Informática, Informática aplicada a Matemática I, Informática aplicada a Matemática II, Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática II.

Gostaríamos de salientar que o fato dos alunos apresentarem falta de conhecimentos do *software* Geogebra ou de softwares de Geometria Dinâmica no geral, implica em ações de formação durante as disciplinas, outros olhares para o meio tecnológico integrado à educação. Assim, nossa intervenção foi sem dúvida, um acréscimo positivo, na vida de cada licenciando da componente curricular Metodologia da Pesquisa.

Ao longo de nossa pesquisa, pudemos refletir sobre um ensino de matemática que favoreça a formação humana, possibilitando a formação de um ser crítico e capaz de trilhar seu próprio caminho, propriciando momentos aos quais criem habilidades essenciais para o exercício da cidadania e inserção no mercado de trabalho. Além disso, essa reflexão nos permitiu analisar a nossa prática educativa, buscando sempre repensar o nosso fazer pedagógico nos colocando na posição de professor pesquisador de nossa própria prática. Gerando inquietações e movimentos oriundos de uma sede a busca da melhor prática.

Fixando os olhares para os licenciandos, pudemos perceber anseios e curiosidades para conhecer o novo, assim como toda a interação e motivação apresentada durante as intervenções, demarcou um grau de inquietação. Observamos, que em uma das falas dos licenciandos, durante a intervenção, o reconhecimento da importância das TIC foi posta, no entanto, ele se questiona como aplicar em sua realidade.

A intervenção permitiu aos licenciandos a oportunidade de conhecer o *software* GeoGebra, embora não totalmente, manuseando suas ferramentas e aplicando-as diretamente na construção do conhecimento proposto. Assim como também permitiu uma auto reflexão de suas práticas quanto docentes e futuros docentes.

Contudo, após leituras, intervenções e entrevistas acreditamos que os saberes docentes concernentes nesse cencário da integração das tecnologias e da investigação matemática é plural, formados por diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana. Logo, os saberes necessários para a formação de professor de matemática para desenvolver a Investigação matemática com o *software* GeoGebra é a junção de todos os saberes, profissionais, disciplinares, curricular e experienciais.

Porém é válido salientar que a falta de conhecimento sobre a Investigação Matemática não prejudicou nossa intervenção. A curiosidade e o entusiamo dos licenciandos permitiu a realização de uma aula cheia de significados positivos, segundo eles, o conteúdo matemático foi construído e não apresentado. No entanto, para que nmo futuro proponham qualquer atividade investigativa, eles precisam: 1) compreender uma investigação, suas etapas e como proceder em sala de aula; 2) como se avalia uma atividade nessa proposta; 3) compreender a importância dos testes e do levamento de conjecturas; 4) permitir que seus alunos usem de autonomia nessa tarefa.

Associado à Investigação Matemática, o uso do *software* de Geometria Dinâmica Geogebra permitiu agilidade na investigação e a elaboração de conjecturas pois figuras que demorariam muito tempo para serem construídas no papel são criadas em segundos na tela do computador. Além disso, as explorações realizadas são mais interativas com o *software*. Retomando o olhar para a intervenção, podemos notar a praticidade das explorações feitas, realizadas em minutos. Caso, fizéssemos essa atividade com papel, régua , compasso e lápis, todas as realizações dos testes feitos seria exautisvo. Assim, os futuros professores devem também ter conhecimento sobre: 1) a função do software; 2) a hora necessária para a organização e sistematização do conteúdo matemático abordado; 3) planejar e identificar uma proposta que gere discussão e interesse de seus alunos.

No que diz respeito ao conhecimento matemático, observamos uma relação superficial com o Teorema de Pitágoras no que diz respeito a sua representação geométrica e aplicações. Os Licenciandos apresentaram conhecimento proveniente de uma prática escolar mecâmica e baseada na memorização de fórmulas. Além disso, muito mal conseguiram expressar suas ideias, estratégias e raciocínios matemáticos.

Para finalizar, acreditamos ser de responsabiliade da instituição formadora e seus professores, o desenvolvimento de propostas e projetos, bem como de discussões com seus Licenciandos sobre que professores estes querem ser. Este estudo revelou que muitas vezes faz-se necessário repensar a velha matemática tratada na escola sobre um olhar diferenciado no que dis respeito a novas metodologias de ensino e ao uso das tecnologias.

REFERÊNCIAS

BARRÓN Ruiz, A. (1991) Aprendizage por Descubrimiento, Análisis Crítico y Reconstrución Teórica. Salamanca: Ed. Universidad y Amarú.

BORBA, M. C. , PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M.C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M.A.V. (org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285 – 295.

BORBA, M. C et al. *Fases das TecnologiasDigitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.* Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais* do Ensino Fundamental. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: Secretaria do Ensino Fundamental, 1998.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília, MEC, 1999. 113p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (2000) Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Bases Legais. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica.

BRASIL.*Orientações Curriculares para o Ensino Médio.*- Brasília: Ministério da Educação, Secretária da Educação Básica, 2006. – volume 2.

BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática, In: PONTE, J. P., COSTA, C., ROSENDO, A. I., E., FIGUEIREDO, N. R. DIONÍSIO, A. F. (Eds), *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.* Lisboa: SEM – SPCE, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática*: da teoria à prática. Campinas. Papirus 2003.

GRAVINA, M. A. (1996) Geometria dinâmica – uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, pp. 1-13

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática. In: M. J RODRIGO e J. ARNAY (Orgs.). *Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores.* São Paulo: Ática, 1998. p. 15-42.

MARRADES, R. & GUTIÉRREZ (2000). *Proofs produced by secondary school students learming geometry in a dynamic computer environment*. Educational Studies in Mathematics 44(1), 87 – 125.

MOREIRA, P. C; DAVIS, M. M. M. S.. *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.* Belo Horizonte: Autêntica 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

NCTM (1991). Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar. Lisboa. APM.

OLIVEIRA, Juliana Amaral de. Teorema de Pitágoras: Monografia de Especialização em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais - Belo Horizonte 2008.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

PONTE, J. *O computador* : Um Instrumento da Educação. Lisboa: Texto Editora, 1986.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional. In: FIORENTINI, D. (Ed.). *Formação de professores de Matemática*: Explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003, p. 159-192.

SAMPIERRI, R. COLLADO, C. F; LUCIO, M. P. *Metodologia da Pesquisa*. Tradução Daisy Vaz de Moraes. 5º ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, M. C. A matemática na sala de aula ou como transformar singelas vaquinhas em diabólicos monômios. In: CASTRO FILHO, J A.; SANTOS, M. C.; BITTAR, M. *Desafios para a pesquisa em Educação Matemática na sala de aula.* 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. II SIPEMAT. 2008. *Anais...* Recife: UFRPE, 2008.

SILVA, A.; MEDEIROS, D. C. A. *Laboratório de informática nas escolas: que espaço é esse?* Compartilhando Saberes: Revista Digital da Secretaria de Estado da Educação da Paraíba – ISSN 23596201. Disponível em: <http://www.sec.pb.gov.br/revista/index.php/compartilhandosaberes/article/view/7/4>Acesso em 09/03/2016.

STAKE, R. E. *Pesquisa qualitativa:* estudando como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis; revisão técnica: Nilda Jacks. Porto Alegre: Penso, 2011.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2011.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Quem somos nós, professores de matemática?* Cad. Cedes [online], vol.28, nº 74, p. 11 – 23.

APÊNDICE

APÊNDICE A – Questionário Diagnóstico

	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISACENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PPGCEM
Mestranda: Késia de Mélo Hermenegildo Orientadora: Dra. Cibellede Fátima Castro Assis	

QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM

1. Atualmente você é professor de matemática?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

2. Conhece algum *software* no qual possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

   Qual ou quais? ____

3. Conhece o *software*GeoGebra?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

4. Como descobriu o *software*?
   a) ( ) Apresentado em um congresso
   b) ( ) Apresentado na universidade cursando alguma disciplina
   c) ( ) Apresentado por um colega
   d) ( ) Internet

5. No seu curso de licenciatura, à alguma disciplina na qual você utilizou o software GeoGebra?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

   Qual ou quais disciplinas? ____

6. Algum outro software?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

   Qual ou quais disciplinas? ____

7. Nas aulas ministradas nas disciplinas no qual lhe foi apresentado o software GeoGebra você aprendeu a utilizá-lo?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

8. Como você utilizou o *software*GeoGebra?
   a) ( ) fazendo construções
   b) ( ) explorando construções prontas
   c) ( ) apenas o professor utilizou em sala

9. Você gostaria de aprender a utilizar o *software*GeoGebra em suas aulas de matemática?
   a) ( ) Sim b) ( ) Não

10. Se sim, como você gostaria de utilizar o *software*GeoGebra em suas aulas de matemática?
    ____
    ____
    ____

APÊNDICE B – Fluxogramas UFPB/UEPB/UFCG

FLUXOGRAMA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - UFPB

TURNO: DIURNO/NOTURNO

1º Período	2º Período	3º Período	4º Período	5º Período	6º Período	7º Período	8º Período
01 X Fundamentos Antropo-Filosóficos da Educação 04 60	07 X Fundamentos Sócio-Históricos da Educação 04 60	13 X Fundamentos Psicológicos da Educação 04 60	19 01/07/13 Didática 04 60	25 19 Estágio Supervisionado I 05 75	31 25 Estágio Supervisionado II 06 90	37 31 Estágio Supervisionado III 08 120	42 37 Estágio Supervisionado IV 08 120
02 X Metodologia do Trabalho Científico 04 60	08 06 Introdução à Álgebra Linear 04 60	14 X Fundamentos da Geometria Euclidiana 04 60	20 15 Séries e Equações Diferencias Ordinárias. 04 60	26 X História da Matemática 04 60	32 21 Introdução à Álgebra 04 60	38 15 Introdução à Geometria Diferencial 04 60	43 02/35 T.C.C. 04 60
03 X Argumentação em Matemática 04 60	09 04 Cálculo Diferencial e Integral II 04 60	15 06/09 Cálculo Diferencial e Integral III 04 60	21 16 Matemática Elementar 04 60	27 X Laboratório do Ensino da Matemática I 03 45	33 27 Laboratório do Ensino da Matemática II 03 45	39 15 Introdução a Variáveis Complexas 04 60	44 X Libras – Língua Brasileira de Sinais 04 60
04 X Cálculo Diferencial e Integral I 04 60	10 X Informática Aplicada à Matemática 04 60	16 X Introdução à Teoria dos Números 04 60	22 04/09 Estatística 04 60	28 X Tópicos Especiais I 04 60	34 X Tópicos Especiais II 04 60	40 X Tópicos Especiais III 04 60	45 X Tópicos Especiais IV 04 60
05 X AEnsino Básico I 04 60	11 X Matemática para o Ensino Básico II 04 60	17 X Matemática para o Ensino Básico III 04 60	23 X Matemática para o Ensino Básico IV 04 60	29 15/21 Introdução à Análise 04 60	35 02 Pesquisa Aplicada à Matemática 04 60	41 X Optativa 04 60	
06 X Cálculo Vetorial e Geometria Analítica 04 60	12 X Política e Gestão da Educação 04 60	18 04/09 Física Geral I 04 60	24 X Matemática Financeira 02 30	30 X Optativa 04 60	36 X Optativa 04 60		
24 créd. 360 h	24 créd. 360 h	24 créd. 360 h	22 créd. 330 h	24 créd. 360 h	25 créd. 375 h	24 créd. 360 h	20 créd. 300 h

FLUXOGRAMA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - UFCG
TURNO: DIURNO

1º Período	2º Período	3º Período	4º Período	5º Período	6º Período	7º Período	8º Período
4 Álgebra Vetorial e Geometria Analítica 2:2 - 1:4 - 4:4	4 Cálculo Diferencial e Integral I 1:3 - 4:4	1:2 4 Cálculo Diferencial e Integral II 1:4 -2:4 -2:5	1:1 - 1:3 4 Cálculo Diferencial e Integral III 2:6 - 1:7	2:3 4 Estruturas Algébricas	2:5 4 Introdução à Estatística	2:3 - 1:4 4 Análise Matemática para Licenciatura	14 Atividades Complementares(*)
4 Lógica Aplicada à Matemática 2:3	1:1 4 Álgebra Linear I 2:4 - 2:5	2:1 4 Fundamentos de Matemática 1:5 -2:6 -1:7	2:2 - 1:3 4 Equações Difer. Lineares	1:3 - 2:2 4 Introdução à Probabilidade 1:6	2:3 - 1:4 4 Intr. à História da Matemática	6:4 4 Estágio Supervisionado II	3:6 13 Estágio Supervisionado III
4 Leit. e Prod. de Textos Acadêmicos I 4:4	4 Expressão Gráfica 3:3	3:2 4 Fund. da Geometria Euclidiana Plana 4:6	3:1 4 Leit. e Prod. de Textos Acadêmicos II	4:3 4 Física Experimental I 4:4	4:5 4 Prática do Ensino de Matemática IV 2:8	5:5 7 Optativa II	Optativa IV
4 Intr. à Ciência da Computação 5:4	6:1 4 Didática 6:4 - 3:6	4 Física Geral I 3:5- 4:4	1:1 - 1:2 - 4:3 4 Física Geral II	4:2 4 Prática de Ensino de Matemática III 3:6	3:3 7 Lab. de Ensino de Matemática	4 Optativa III	
4 Matemática para o Ensino Médio I	4 Metod. do Ensino da Matemática I 5:3	5:2 4 Metod. do Ensino da Matemática II	4:1 4 O Computador como Instrum. de Ensino	4 Optativa I	6:4 4 Estágio Supervisionado I		
4 Psicol. Educacional da Aprendizagem 4:2	4 LIBRAS	4:2 4 Prática de Ensino de Matemática I 5:4	6:3 4 Prática de Ensino de Matemática II 5:6 - 2:7	4			

Preto: Componentes Curriculares comuns ao bacharelado e à licenciatura   Marron: Componentes curriculares específicos   (*) 210 horas de Atividades Acadêmico-Científico-Culturais realizadas ao longo do Curso

FLUXOGRAMA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - UFCG
TURNO: NOTURNO

1º Período	2º Período	3º Período	4º Período	5º Período	6º Período	7º Período	8º Período	9º Período
4 Álgebra Vetorial e Geometria Analítica 2:3 -1:4- 2:7	4 Cálculo Diferencial e Integral I 1:3 - 2:7	1:2 4 Cálculo Diferencial e Integral II 1:4 - 2:4- 4:4	1:1 - 1:3 4 Cálculo Diferencial e Integral III 3:6 - 1:7	1:3 - 2:3 4 Introdução à Probabilidade 1:6	5:4 4 Introdução à Estatística	1:4 - 3:3 4 Intr. à História da Matemática	1:4 - 3:3 4 Análise Matemática para Licenciatura	14 Atividades Complementares(*)
4 Lógica Aplicada à Matemática 3:3	4 Leit. e Prod. de Textos Acadêmicos I 2:5	1:1 4 Álgebra Linear I 2:4 - 4:4	1:3 - 2:3 4 Equações Difer. Lineares	2:2 4 Leit. e Prod. de Textos Acadêmicos II	3:3 4 Estruturas Algébricas	1:1- 1:2- 3:6 4 Física Geral II	2:6 4 Física Experimental I 2:7	3:7 13 Estágio Supervisionado III
4 Expressão Gráfica 3:4	4 Intr. à Ciência da Computação 5:3	2:1 4 Fundamentos de Matemática 1:6 - 3:6 - 1:7	3:1 4 Fund da Geometria Euclidiana Plana 4:6	3:4 4 Lab. de Ensino de Matemática	4 Física Geral I 2:7 - 2:8	4:6 4 Prática de Ensino de Matemática IV 2:9	4:5 4 Estágio Supervisionado II	Optativa IV
4 Matemática para o Ensino Médio I	4 Psicologia da Aprendizagem 4:3	4:2 4 Didática 4:4 - 4:6	4:3 4 Prática de Ensino de Matemática I 4:5	4:4 4 Prática de Ensino de Matemática II 4:7 -3:8	4:3 4 Prática de Ensino de Matemática III 3:7	4:5 7 Estágio Supervisionado I	7	
4 Metod. do Ensino da Matemática I 5:2	5:1 4 Metod. do Ensino da Matemática II	3:2 4 O Computador como Instr. de Ensino	4 Optativa I	4 LIBRAS	4 Optativa II	4 Optativa III		

Preto - Componentes curriculares comuns ao bacharelado e à licenciatura   Marrom - Componentes curriculares específicos   (*) 210 horas de Atividades Acadêmico-Científico-Culturais realizadas ao longo do Curso

FLUXOGRAMA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – UEPB
TURNO: DIURNO

I SEMESTRE – 300 HORAS – EIXO: EDUCAÇÃO E SOCIEDADE: O PRINCÍPIO EDUCATIVO			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031101	Matemática Básica I	60h	Básico
031102	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática I	30h	Pedagógico
031103	Laboratório no Ensino de Matemática I	30h	Básico
031104	Introdução à Informática	60h	Complementar
031105	Metodologia Científica	60h	Complementar
031106	Filosofia da Educação	30h	Pedagógico
031107	Sociologia da Educação	30h	Pedagógico

II SEMESTRE – 330 HORAS - EIXO: EDUCAÇÃO E SOCIEDADE: O PRINCÍPIO EDUCATIVO			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031201	Matemática Básica II	60h	Básico
031202	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática II	30h	Pedagógico
031203	Laboratório no Ensino de Matemática II	30h	Básico
031204	Cálculo Diferencial	60h	Básico
031205	Linguagem de Programação	60h	Complementar
031206	Introdução à Lógica Matemática	60h	Básico
031207	Informática Aplicada ao Ensino I	30h	Complementar

III SEMESTRE – 360 HORAS EIXO: O COTIDIANO ESCOLAR: A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO NA ESCOLA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031301	Matemática Básica III	60h	Básico
031302	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática III	30h	Pedagógico
031303	Cálculo Integral e Séries	60h	Básico
031304	História da Matemática	60h	Básico
031305	Informática Aplicada ao Ensino II	30h	Complementar
031306	Organização do Trabalho na Escola e o Currículo	60h	Pedagógico
031307	Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem	60h	Pedagógico

IV SEMESTRE – 420 HORAS EIXO: O COTIDIANO ESCOLAR: A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO NA ESCOLA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031301	Matemática Básica IV	60h	Básico
031302	Matemática Básica V	60h	Básico
031303	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática IV	60h	Pedagógico
031304	Física Geral I	60h	Básico
031305	Desenho Geométrico	60h	Básico
031306	Processo Didático, Planejamento e Avaliação	60h	Pedagógico
031307	Introdução à Teoria dos Números	60h	Básico

V – SEMESTRE - 405 HORAS – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031501	Cálculo Vetorial	60h	Básico
031502	Funções de Várias Variáveis	60h	Básico
031503	Física Geral II	60h	Básico
031504	Tópicos de Geometria I	60h	Básico
031505	Estágio Supervisionado I	105	Pedagógico
031506	Álgebra Linear I	60h	Básico

VI SEMESTRE - 405 HORAS - EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031601	Equações Diferenciais Ordinárias	60h	Básico
031602	Pesquisa em Educação Matemática	60h	Complementar
031603	Tópicos de Geometria II	60h	Básico
031604	Estágio Supervisionado II	105h	Pedagógico
031605	Estruturas Algébricas I	60h	Básico
-	Eletiva	60h	-

VII SEMESTRE - 315 HORAS - EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031701	Análise Matemática I	60h	Básico
031702	Estágio Supervisionado III	105h	Pedagógico
031703	Introdução à Probabilidade	60h	Básico
031704	TCC	-	Básico
-	Eletiva	60h	-
-	Eletiva	30h	-

VIII - SEMESTRE - 165 HORAS - EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
031802	Estágio Supervisionado IV	105h	Pedagógico
031803	TCC	-	
-	Eletiva	60h	-

ATIVIDADES ELETIVAS		
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C
031001	Estruturas Algébricas II	60
031002	Álgebra Linear II	60
031003	Análise II	60
031004	Tópicos Especiais de Álgebra	60
031005	Tópicos Especiais de Cálculo	60
031006	Tópicos Especiais de Análise	60
031007	Tópicos Especiais de Geometria	60
031008	Educação Matemática e Sociedade	30
031009	Educação Matemática e Novas Tecnologias	30
031010	Teorias e Práticas em Educação Matemática	60
031011	Investigação em Educação Matemática na Sala de Aula	60
031012	Introdução à Educação Especial	60
031013	Fundamentos Epistemológicos da Matemática	60
031014	Tópicos Especiais em Educação Matemática	60
031015	Estágio Curricular Eletivo	60
031016	Educação Popular	30
031017	Seminários Integradores	Até 30h
031018	Participação em Programas de Extensão	Até 30h
031019	Participação em Programas de Iniciação Científica	Até 60h
031020	Participação em Programas de Monitoria	Até 30h
031021	Participação em Congressos	Até 30h
	MÍNIMO A CURSAR	210h

A integralização curricular será feita em 2.820 (duas mil oitocentas e vinte) horas

Atividades	Carga Horária	Percentagem
Básicas	1.380	49%
Didático-Pedagógicas	870	31%
Complementares Obrigatórias	360	13%
Eletivas	210	7%
CARGA HORÁRIA TOTAL	2820	100%

FLUXOGRAMA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – UEPB
TURNO: NOTURNO

Universidade Estadual da Paraíba - UEPB - Campus I - Campina Grande

Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura Resolução de Aprovação do Projeto Pedagógico UEPB/CONSEPE/024/2007

COMPOSIÇÃO CURRICULAR – Seriado Semestral

TURNO NOTURNO

I SEMESTRE – 300 HORAS – EIXO: EDUCAÇÃO E SOCIEDADE: O PRINCÍPIO EDUCATIVO			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032101	Matemática Básica I	60h	Básico
032102	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática I	30h	Pedagógico
032103	Laboratório no Ensino de Matemática I	30h	Básico
032104	Introdução à Informática	60h	Básico
032105	Metodologia Científica	60h	Complementar
032106	Filosofia da Educação	30h	Pedagógico
032107	Sociologia da Educação	30h	Pedagógico

II SEMESTRE – 300 HORAS – EIXO: EDUCAÇÃO E SOCIEDADE: O PRINCÍPIO EDUCATIVO			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032201	Matemática Básica II	60h	Básico
032202	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática II	30h	Pedagógico
032203	Laboratório no Ensino de Matemática II	30h	Básico
032204	Cálculo Diferencial	60h	Básico
032205	Linguagem de Programação	60h	Complementar
032206	Introdução à Lógica Matemática	60h	Básico

III SEMESTRE – 300 HORAS EIXO: O COTIDIANO ESCOLAR: A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO NA ESCOLA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032301	Matemática Básica III	60h	Básico
032302	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática III	30h	Pedagógico
032303	Cálculo Integral e Séries	60h	Básico
032304	História da Matemática	60h	Básico
032305	Informática Aplicada ao Ensino I	30h	Complementar
032306	Organização do Trabalho na Escola e o Currículo	60h	Pedagógico

IV SEMESTRE – 300 HORAS EIXO: O COTIDIANO ESCOLAR: A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO NA ESCOLA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032401	Matemática Básica IV	60h	Básico
032402	Matemática Básica V	60h	Básico
032403	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática IV	30h	Pedagógico
032404	Introdução à Teoria dos Números	60h	Básico
032405	Informática Aplicada ao Ensino II	30h	Complementar
032406	Processo Didático, Planejamento e Avaliação	60h	Pedagógico

V – SEMESTRE – 300 HORAS – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032501	Cálculo Vetorial	60h	Básico
032502	Prática Pedagógica no Ensino de Matemática V	30h	Pedagógico
032503	Funções de Várias Variáveis	60h	Básico
032504	Desenho Geométrico	60h	Básico
032505	Psicologia, Desenvolvimento e Aprendizagem	60h	Pedagógico
-	Eletiva	30h	Eletivo-

VI SEMESTRE – 315 HORAS – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
032601	Tópicos de Geometria I	60h	Básico
032602	Física Geral I	60h	Básico
032603	Equações Diferenciais Ordinárias	60h	Básico

03.604	Estágio Supervisionado I	105h	Pedagógico
-	Eletiva	30h	-

VII SEMESTRE – 315 HORAS - – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
03.701	Tópicos de Geometria II	60h	Básico
03.702	Física Geral II	60h	Básico
03.703	Estruturas Algébricas I	60h	Básico
03.704	Estágio Supervisionado II	105h	Pedagógico
-	Eletiva	30h	Eletivo

VIII – SEMESTRE – 315 HORAS – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
03.801	Álgebra Linear I	60h	Básico
03.802	Análise Matemática I	60h	Básico
03.803	Pesquisa em Educação Matemática	60h	Complementar
03.804	Estágio Supervisionado III	105h	Pedagógico
-	Eletiva	30h	Eletivo

IX– SEMESTRE – 225 HORAS – EIXO: DOCÊNCIA: INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA			
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C.H.	Conteúdo
03.901	Introdução à Probabilidade	60h	Básico
03.903	Estágio Supervisionado IV	105h	Pedagógico
03.904	TCC	-	Básico
-	Eletiva	60h	Eletivo

ATIVIDADES ELETIVAS		
CÓDIGO	ATIVIDADES/COMPONENTES CURRICULARES	C
03.001	Estruturas Algébricas II	60
03.002	Álgebra Linear II	60
03.003	Análise II	60
03.004	Tópicos Especiais de Álgebra	60
03.005	Tópicos Especiais de Cálculo	60
03.006	Tópicos Especiais de Análise	60
03.007	Tópicos Especiais de Geometria	60
03.008	Educação Matemática e Sociedade	30
03.009	Educação Matemática e Novas Tecnologias	60
03.010	Teorias e Práticas em Educação Matemática	60
03.011	Investigação em Educação Matemática na Sala de Aula	60
03.012	Introdução à Educação Especial	60
03.013	Fundamentos Epistemológicos da Matemática	30
03.014	Tópicos Especiais em Educação Matemática	60
03.015	Estágio Curricular Eletivo	60
03.016	Educação Popular	30
03.017	Seminários Integradores	Até 30h
03.018	Participação em Programas de Extensão	Até 30h
03.019	Participação em Programas de Iniciação Científica	Até 60h
03.020	Participação em Programas de Monitoria	Até 30h
03.021	Participação em Congressos	Até 30h
	MÍNIMO A CURSAR	210h

A integralização curricular será feita em 2.820 (duas mil oitocentas e vinte) horas.

Atividades	Carga Horária	Percentagem
Básicas	1.380	49%
Didático-Pedagógicas	870	31%
Complementares Obrigatórias	360	13%
Eletivas	210	7%
CARGA HORÁRIA TOTAL	2820	100%

APÊNDICE C – Planejamento da Intervenção

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA - UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PPGCEM

Mestranda: Késia de Mélo Hermenegildo

Orientadora: Dr^a^. Cibelle de Fátima Castro Assis

Componente Curricular: Metodologia da Pesquisa	**Turma: 7º Período**

Horário:20h00min	**Duração**: 1h30min	**Números de alunos**:21

Objetivo Geral: Investigar sobre a generalização do Teorema de Pitágoras

Conteúdos:

- Propriedades do Triângulo Retângulo;
- Cálculo de área do quadrado;
- Figuras poligonais regulares e não regulares;
- Representação algébrica e geométrica do Teorema de Pitágoras;

Objetivos Específicos:

- Discutir o uso das TIC no processo de ensino e aprendizagem da matemática;
- Conhecer o *software* GeoGebra e ferramentas para a construção de figuras poligonais e não poligonais.
- Realizar, a partir da construção, investigações sobre o teorema considerando diversos triângulos retângulos;
- Conjecturar, testar e justificar sobre a generalização do Teorema de Pitágoras.

Recursos Materiais: Lousa, lápis, data show, *software* GeoGebra.

Desenvolvimento Metodológico:

- Realizar um breve debate acerca do conceito de como a matemática é visualizada pela sociedade.
- A partir de um curta-metragem "Tecnologia Metodologia" discutir a importância das TIC, bem como a sua inserção no espaço escolar;
- Apresentar a Investigação Matemática, como uma metodologia de ensino poderosa para a aquisição de conhecimentos;
- Aplicação de um questionário de sondagem;
- Levantar questionamentos, sobre os conhecimentos prévios a respeito do Teorema de Pitágoras;
- Construir no GeoGebra o Teorema de Pitágoras;
- Apresentar uma demonstração do Teorema de Pitágoras no *software* GeoGebra;
- Abrir um espaço de conjecturas, confronto de ideias, justificações e recapitulações no *software* GeoGebra pautado no Teorema de Pitágoras.

Avaliação: Oral e escrita, através um relatório observando 1) Conhecimentos Matemáticos, 2) Processo e Estratégias de Raciocínio e 3) Comunicação das ideias.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (2000) Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Bases Legais. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. OLIVEIRA, Juliana Amaral de – Teorema de Pitágoras: Monografia de Especialização em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais - Belo Horizonte 2008. PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

APÊNDICE D – Roteiro de Atividades

	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA - UEPB PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PPGCEM

Mestranda: Késia de Mélo Hermenegildo
Orientadora: Drª. Cibelle de Fátima Castro Assis
Alunos (as): ____
____

ROTEIRO DE ATIVIDADES

Fase 1 - Introdução da tarefa

1. Como podemos enunciar o Teorema de Pitágoras?
____
____
____
____

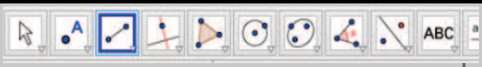
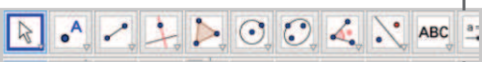
2. Quando o Teorema de Pitágoras é utilizado?
____
____
____

3. Conhecem alguma representação geométrica do Teorema? Desenhe. Qual a relação dessa representação geométrica com o enunciado do Teorema?

____
____

4. Observe o passo a passo da construção da representação geométrica do Teorema de Pitágoras no *software*GeoGebra.

Construção de um Triângulo Retângulo/ Ferramenta

Ferramentas necessárias	Passo a passo
	Construa um segmento de reta AB.
	Trace uma perpendicular a esse seguimento.
	A partir do segmento AB e da perpendicular formada, clique na ferramenta polígonos e construa o triângulo ABC.
	Em seguida com a ferramenta ângulos, clique nos vértices B, A e C, observando assim que o ângulo formado será de 90º. Repita o procedimento construindo os demais ângulos.
	Clique na ferramenta mover e arraste qualquer um dos vértices. Logo perceberá que os ângulos B e C irão alterar o seu valor, entretanto o ângulo A permanecerá medindo 90º
Verificação do Teorema de Pitágoras	
	Após a construção do Triângulo Retângulo, clique na ferramenta Polígono Regular e em seguida clique no seguimento CB, digite 4 vértices, gerando assim um quadrado sobre a hipotenusa, a seguir repita o passo para os catetos

Fase 2 - Realização da investigação

5. Se construir outras figuras geométricas, em vez de quadrados, a relação entre as áreas se mantém?

____
____
____

6. Que conjecturas podem estabelecer?

____
____
____
____
____

7. Tem motivos que os levem a pensar que ela é verdadeira?

8. Que testes realizou para verificar suas conjecturas?

9. Como provaria que a sua conjectura é válida (para todos os casos - generalização)?

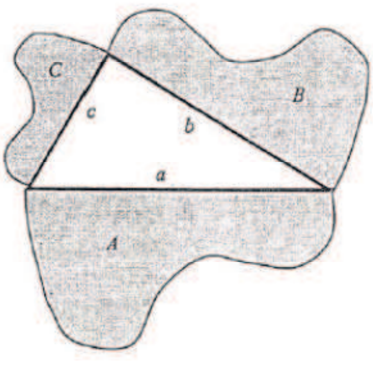
APÊNDICE E – Uma Generalização do Teorema de Pitágoras

Segundo o enunciado do Teorema de Pitágoras, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Vamos demonstrar que esse resultado pode ser generalizado para quaisquer figuras semelhantes construídas sobre os lados de um triângulo retângulo. Utilizamos como fonte Oliveira (2008) e Wagner (2005).

Quando tratamos de polígonos, polígonos semelhantes são aqueles que possuem ângulos iguais e lados correspondentes proporcionais e assim, possuem razão de semelhança igual entre dois lados correspondentes.

Assim, o teorema é válido para polígonos regulares (polígonos com lados e ângulos de mesmas medida) uma vez que dois deles tenham o mesmo número de lados, tem sempre ângulos iguais e lados proporcionais, portanto, são figuras semelhantes.

Para isso, vamos considerar figuras semelhantes quaisquer construídas sobre os lados de um triângulo retângulo de hipotenusa a e os catetos b e c.



Fonte: WAGNER (2005, p. 12)

Sejam A, B e C as áreas dessas figuras, conforme está indicado na figura acima. Pela propriedade de razão entre as áreas de figuras semelhantes, sabemos que ela é igual ao quadrado da razão de semelhança. Daí, temos:

$$\frac{A}{B} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad e \quad \frac{A}{C} = \left(\frac{a}{c}\right)^2,$$

Ou seja, $\frac{A}{a^2} = \frac{B}{b^2}$ $\quad e \quad$ $\frac{A}{a^2} = \frac{C}{c^2}$. Portanto, temos que: $\frac{A}{a^2} = \frac{B}{b^2} = \frac{C}{c^2}$. Da seguinte propriedade das proporções $\frac{B}{b^2} = \frac{C}{c^2} = \frac{B+C}{b^2+c^2}$, obtemos:

$$\frac{A}{a^2} = \frac{B+C}{b^2+c^2}.$$

Como, pelo Teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$, concluímos que $A = B + C$.

Logo, se as figuras forem semelhantes são construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos.

Para o caso do retângulo, consideraremos um contra exemplo para mostrar que a relação pitagórica não é satisfeita. De fato, tomando o triângulo retângulo de lados, 3, 4 e 5, é possível obter dois retângulos semelhantes de medidas 3 e 4, portanto, com área 12. Mas, o terceiro retângulo sobre a hipotenusa de lado 5, deveria ter área igual a 24. O que é impossível, visto que 24 não pode ser decomposto em fatores sendo um deles igual a 5. Portanto, não foi possível obter um terceiro retângulo semelhante aos outros dois tendo um lado com valor 5.