



Universidade Estadual da Paraíba
PRÓ- REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

PRODUTO FINAL:
PROPOSTA DIDÁTICA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU.

MICHELLY CÁSSIA DE AZEVEDO MARQUES

INTRODUÇÃO

A comunicação é imprescindível no processo de aprendizagem, pois é por meio dela que se processa a negociação de significados entre professor e aluno, através da associação dos conhecimentos que o aluno traz consigo aos que serão desenvolvidos. Além disso, a comunicação permite ao professor investigar se os alunos estão desenvolvendo e tornando funcionais os conceitos, representações e procedimentos novos, bem como o grau de associação aos seus conhecimentos prévios, ou seja, permite avaliar e acompanhar o processo de aprendizagem.

Contudo, alguns fatores podem dificultar a comunicação nas aulas de Matemática. Como explica Zuchi (2004), diversos fatores, entre os quais uma utilização inadequada da simbologia matemática, pode dificultar uma troca de significados entre

professores e alunos, entre alunos e entre estes e os materiais didáticos utilizados, comprometendo a própria avaliação da aprendizagem.

Nessa direção são comuns os estudos a respeito do uso da língua materna no ensino da Matemática, pois dentro dos novos paradigmas de aprendizagem que prestigiam a inserção do aluno nas práticas desenvolvidas por diversos grupos culturais, entre estas o desenvolvimento de formas de pensar, de representar, de comunicar e de agir sobre a realidade, tendo como referência os conhecimentos fundamentados na ciência e representados pela linguagem matemática, as tarefas de ensino exigem comunicação e em sala de aula esta acontece, no nível fundamental principalmente, por meio da língua natural, usada no cotidiano. Machado (2001, p. 108) ao analisar as relações entre língua materna e linguagem matemática aponta uma impregnação mútua entre ambas:

[...] enquanto uma componente curricular destinada a todos os indivíduos que passam pela escola, a Matemática não pode ser tratada estritamente como uma linguagem formal. [...] Em vez disso, é mister tratá-la como um sistema de representação que transcende os formalismos, aproximando-a da Língua Materna, da qual inevitavelmente deve impregnar-se[...].

Dentre os conteúdos matemáticos, os conteúdos algébricos são os que requerem dos alunos uma maior utilização inicial de símbolos e regras próprias da linguagem matemática.

[...] a Álgebra surge como um tema matemático fundamental a partir dos anos intermédios. Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstracta da Álgebra fica *ipso facto* seriamente limitado nas suas opções escolares e profissionais e no seu exercício da cidadania democrática. (PONTE, 2006, p.1)

Até desenvolver um pensamento abstrato, a criança só consegue efetuar operações matemáticas de forma significativa a partir de situações reais e concretas, que dão sentido a essas operações. Enquanto tem contato apenas com a Aritmética essa forma de pensamento baseado em modelos concretos é suficiente. Contudo, a capacidade de abstrair, construída paulatinamente, será necessária para o aprendizado da Álgebra e de sua linguagem.

[...] a “abstração” é um conceito no qual não se leva em conta um valor específico determinado e sim qualquer entre todos os valores possíveis daquilo com que estamos lidando ou ao que estamos nos referindo. [...] (OLIVEIRA; AMARAL, 2001)

Segundo D’Amore (2007, p. 253), um dos momentos mais críticos para a aprendizagem da Matemática é a adolescência:

Nessa fase, os alunos ainda não adquiriram completamente o domínio da língua comum e tal aprendizagem está ocorrendo; por outro lado, nos níveis de escolaridade freqüentados pelo adolescente, começa na verdade a existir a necessidade do uso da linguagem específica da Matemática não apenas explicativa, mas também formal [...].

Um dos conteúdos mais importantes e decisivos para a evolução do pensamento algébrico dos alunos é o de equações. Ao resolver problemas por meio das equações é necessário traduzir uma situação conhecida em língua materna para a linguagem matemática, utilizando símbolos e regras próprias dessa linguagem, e depois interpretar o resultado obtido formalmente para a linguagem materna, atribuindo assim um sentido à mesma. Essa é uma das maiores dificuldades no início da aprendizagem da Álgebra, sobretudo no 7^a ano do ensino fundamental, quando os alunos começam a estudar as equações para resolver problemas, além da interpretação das letras para representar as incógnitas das equações.

Outra fonte de problemas para os alunos é a comunicação de suas ideias e processos de resolução de problemas algébricos em atividades avaliativas por meio da linguagem específica da Matemática, principalmente quando ainda não a dominam. Apesar de ser tema de um grande número de pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática, avaliar continua a ser uma das atividades mais difíceis para um professor de matemática: *“Muitas e muitas vezes, diante da impossibilidade de observar e cuidar de cada um, o olhar vagueia pelo todo, abarcando o grupo, na superfície do coletivo”*. (HOFFMANN, 2005, p. 13). Na prática a avaliação escolar ainda cumpre predominantemente um papel seletivo, classificando os alunos em aptos ou inaptos, rotulando e promovendo processos que podem levar a exclusão dos mesmos.

Para Barlow (2006) a avaliação é um processo de comunicação. O professor e o aluno transmitem mensagens durante todo o processo avaliativo, que são interpretadas e devolvidas através de notas, comentários e atitudes: *“[...] sendo mensagem que retorna, ou seja, feedback, a avaliação escolar tem como única finalidade melhorar o*

desenrolar da ação e torná-la mais condizente com seu projeto". (BARLOW, 2006, p15)

Segundo o autor, ao avaliar um exercício ou tarefa de um aluno é importante que o professor faça comentários significativos sobre os erros e acertos do mesmo; ampliando os meios de comunicação para além das notas e conceitos. Ou seja, é preciso que o professor estabeleça um processo de retorno após a coleta de informações da aprendizagem dos alunos. Além disso, a avaliação não termina ao expor para os pais e alunos os resultados em boletins, mas é um ponto de partida para tomada de ações e mudanças.

Este ponto de vista é partilhado por Wiliam (2007). Segundo este autor, uma boa avaliação ajuda a promover aprendizagem além de fornecer subsídios para a tomada de decisões do professor, e mais: é necessário que o professor construa um processo de comunicação por meio da promoção de *feedback*, ou seja, realimentação, retorno. Além disso, ao avaliar o trabalho de um aluno o professor deve comunicar ao mesmo onde há falhas e orientá-lo para que possa realizar a tarefa de forma satisfatória.

Em se tratando de conteúdos algébricos como o de equações, a priorização da avaliação da aprendizagem de métodos e técnicas está de acordo com a ideia difundida de que aprender matemática é saber usar fórmulas e aplicar regras. Além disso, ao corrigir tarefas que envolvem conteúdos algébricos é bastante comum que os professores considerem apenas as respostas formuladas em linguagem matemática. Muitas vezes os processos de resolução e de raciocínio mental que o aluno elaborou são descartados, pois ao mesmo não é dada a oportunidade de comunicá-los de outra forma. Estes são aspectos importantes que podem dar informações mais fidedignas sobre a aprendizagem do aluno.

[...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. Isso faz com que os professores procurem aumentar ainda mais o tempo dedicado a este assunto, propondo em suas aulas, na maioria das vezes, apenas a repetição mecânica de mais exercícios. (BRASIL, 1998, p. 115)

Em contrapartida, segundo os PCN's, as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

de situações-problema que confirmam significado à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Esse ponto de vista também é comum a Ponte (2006, p.6), considerando que:

A visão mais habitual da Álgebra é que se trata simplesmente de regras de transformação de expressões (monómios, polinómios, fracções algébricas, expressões com radicais) e processos de resolução de equações. [...] Trata-se, claramente, de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática, quer relativos à Antiguidade (resolução de problemas), quer actuais (relações, estruturas algébricas), quer mesmo do período “clássico” da Álgebra (estudo de funções e da variação em geral).

Além disso, os estudantes devem adquirir o hábito de incluir e de ouvir justificativas, que em testes tradicionais geralmente são aceitas apenas por meio da Linguagem matemática. Vários instrumentos de avaliação são citados pelos PCNs, como por exemplo, as provas e trabalhos. Destacamos uma observação a respeito da necessidade dos alunos se expressarem além do uso da linguagem formal matemática:

As formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas. [...] (BRASIL, 1998, p.55)

A respeito dos instrumentos avaliativos, Wiliam (2007, p.1) identificou a partir de pesquisa realizada, que quando os professores querem saber se seus alunos aprenderam realmente algo, ao invés de provas e testes tradicionais, costumam utilizar atividades como mapas conceituais, discussões, perguntas em sala de aula e até mesmo as expressões faciais dos alunos. Observa-se que estes instrumentos e técnicas contemplam, em maior ou menor grau, a língua materna ou linguagens não matemáticas como forma de expressão.

Nessa direção, diversos autores apontam as contribuições de instrumentos que utilizam a língua materna como a produção escrita dos alunos para a avaliação da aprendizagem em Matemática. Para Smole (2001), analisar os escritos dos alunos é quase sempre mais eficaz do que obter dados a partir de uma prova pontual.

A avaliação como elemento integrante do processo de ensinar e aprender ganha um forte aliado nos textos escritos pelos alunos. Isso

ocorre porque os textos dos alunos, aliados às observações que o professor faz durante as aulas, fornecem muitas informações sobre o que compreenderam, que dúvidas apresentaram ou que aspectos do trabalho foram mais relevantes. (SMOLE, 2001, p. 64)

Powell e Bairral (2006, p. 27-28) realizaram estudo sobre a contribuição da escrita para o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo os autores, a escrita é um meio estável que permite aos alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático; presencialmente ou através de meios eletrônicos como a internet.

Schneider (2006), a partir de pesquisa realizada em um curso de mestrado junto a alunos do ensino fundamental identificou, a partir de textos por eles escritos, que houve aprendizagem significativa na construção e reconstrução do conhecimento matemático. Segundo a autora, ao iniciar uma atividade matemática, o professor deve utilizar a linguagem usual e, aos poucos, conforme os alunos vão conseguindo elaborar seus conceitos, passar naturalmente para a linguagem formal.

O rigor da linguagem matemática deve ser para o aluno uma necessidade, não uma imposição. Esta passagem tornar-se-á branda, podendo ocorrer com a aplicação de atividades que envolvam a escrita em Matemática. Pela escrita, os alunos utilizam a linguagem usual, não deixam de usar a formal, pois esta será uma conseqüência na evolução do conhecimento prévio ao novo conhecimento. (SCHNEIDER, 2006, p. 182)

Diante do que foi exposto e tendo em vista o papel fundamental da língua materna para o processo de comunicação nas aulas de Matemática, elaboramos uma proposta didática que envolve a produção escrita, em língua materna, para a avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Acreditamos que ao incluir no processo avaliativo oportunidades dos alunos se expressarem por meio da língua materna poderemos conhecer melhor os aspectos da aprendizagem que terminam negligenciados em uma avaliação realizada apenas por meio de provas e testes tradicionais com ampla utilização de simbologia matemática.

A sequência didática de atividades que será apresentada a seguir articula a produção escrita em língua materna e linguagem matemática através de um processo avaliativo que não ocorre em um único momento, mas durante todo o processo de

ensino desse conteúdo na busca de atender as 5 (cinco) estratégias sugeridas por Wiliam (2007) para uma avaliação reguladora:

- (a) *Clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso;* ou seja, explicitar os critérios de avaliação das tarefas antes do seu início;
- (b) *Desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidências de aprendizagem;*
- (c) *Fornecer feedback que mova os alunos para a frente através de orientações e questionamentos;* porém sem revelar onde estão os erros ou dando as respostas certas;
- (d) *Levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais;* ou seja, levar esses estudantes a se tornarem mediadores do conhecimento uns dos outros;
- (e) *Ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos,* ou seja, desenvolver processos metacognitivos.

Portanto, o processo avaliativo sugerido nessa proposta possui uma função formativa, ou seja, permitir acompanhar o processo de aprendizagem dos alunos ao longo do ensino para promover as intervenções necessárias de acordo com as informações obtidas, em tempo hábil.

As atividades e os passos para a realização dos trabalhos, foram planejadas a partir do seguinte roteiro:

1. Elaboração e seleção de atividades em livros didáticos e trabalhos de pesquisa que exploram a tradução de problemas em língua materna para a linguagem algébrica e Equações do 1º grau;
2. Adaptação das atividades selecionadas de tal forma que o aluno possa resolvê-las articulando a linguagem algébrica e a língua comum (língua materna);
3. Análise das contribuições das atividades para a avaliação da aprendizagem de equações por alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Dentre as distintas opções didáticas optamos pela resolução de problemas que envolviam incógnitas e a modelagem de equações para a resolução dos mesmos. Além dos problemas selecionados e adaptados, elaboramos um jogo que relaciona a representação algébrica e em língua materna das equações do 1º grau e uma autoavaliação que pode ser aplicada ao final da sequência de atividades detalhada a seguir.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES AVALIATIVAS PARA EQUAÇÕES

A sequência de atividades destina-se para turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Recomenda-se a realização das atividades em 10 encontros e 20 aulas (cada aula 50 minutos). Todas as atividades devem ser realizadas em grupos ou em dupla, exceto a última (autoavaliação), mediante trabalhos colaborativos para uma maior interação entre os alunos e a comunicação entre os mesmos.

Recomenda-se a seguinte dinâmica de trabalho:

- 6 encontros (12 aulas) destinados para a resolução de problemas;
- 3 encontros (6 aulas) destinados a realização de um jogo e uma sequência de atividades após o mesmo, a serem realizadas em um espaço mais amplos (pode ser a quadra da escola), facilitando o trabalho.
- O último encontro (autoavaliação) - (2 aulas) é destinado para a discussão com a turma a respeito do que desenvolveram com a sequência de atividades efetuadas mediante atividades de escrita.

Para cada uma das atividades formuladas buscamos atender os 4 objetivos da escrita nas aulas de Matemática, quais sejam: registrar, explicar, traduzir e expressar-se. Nesta direção deve-se garantir espaço para o aluno:

1. Registrar os passos para a resolução dos problemas em linguagem matemática e em língua comum (materna) e a interpretação do problema ou enunciado;
2. Explicar além da linguagem matemática, por meio da língua materna os passos para a resolução dos problemas e equações, o que pensaram, que meios utilizaram e suas impressões pessoais sobre a atividade;
3. Traduzir uma equação em linguagem matemática para a língua materna e vice versa.
4. Expressar-se de forma oral e escrita, comunicando-se de várias maneiras nas aulas de Matemática; exprimindo seus pensamentos, processos de raciocínio, sentimentos e opiniões a respeito de conteúdos estudados, de dados apresentados ou das atividades planejadas.

Tendo em vista estes objetivos, desenvolvemos um formulário em duas colunas onde em uma delas os alunos devem relatar por escrito (em língua materna) o processo de resolução dos problemas, suas dúvidas, raciocínios ou interpretações. Em todas as atividades (com exceção do jogo e autoavaliação final), os alunos recebem esse formulário que consiste em uma folha dividida em 2 colunas (anexo 2), onde registram o processo de resolução através da linguagem matemática (coluna da esquerda) e da língua materna (coluna da direita). Nesta última os alunos escrevem o que pensaram na hora de modelar a equação explicando cada termo da mesma, ou em outros casos relataram como resolveram o problema mentalmente ou por outros meios através de textos escritos.

Já na primeira coluna à esquerda os alunos registram os cálculos matemáticos (somadas, subtrações, multiplicações, etc) ou a equação propriamente dita em linguagem matemática (com letras e sinais de operação e igualdade) e seu processo de resolução. No verso da folha, disponibiliza-se um espaço para as sugestões da professora e observações acerca da produção escrita dos alunos para a resolução dos problemas.

Na aula seguinte os alunos retomam cada tarefa lendo as observações. Assim, têm a chance de rever seus erros ou tentativas frustradas e pensar a respeito, pois após serem devolvidas aos alunos com as observações as atividades são retomadas pelo grupo ou duplas no encontro seguinte (quando necessário), em outros casos, os alunos respondem a novos questionamentos a respeito dos problemas sugeridos pela professora. Após o segundo encontro, as folhas são devolvidas para a professora que mais uma vez faz uma nova intervenção em sala de aula discutindo com a classe, agora em grupo, algumas dúvidas e equívocos cometidos. Todas essas orientações devem constar nas folhas das atividades e serem explicitadas em sala de aula.

Além de promover a comunicação nas aulas de Matemática por meio das atividades, recomendamos que o professor registre as observações a partir da análise das resoluções dos alunos, pois esse é um meio de fornecer “feedback” para a regulação da aprendizagem.

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

ATIVIDADE AVALIATIVA 1 – BALANÇA DE SEU MANOEL

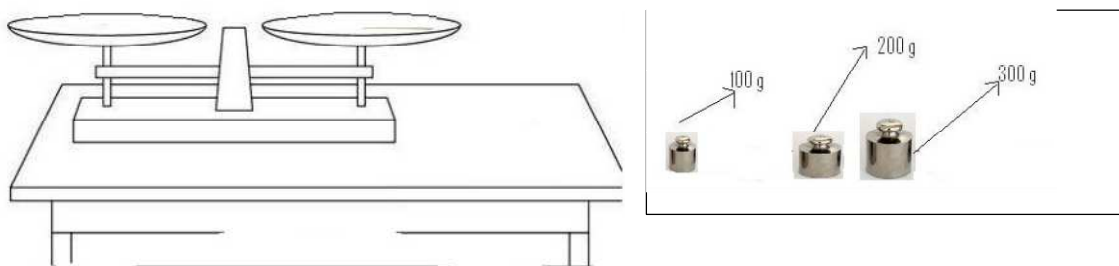
1ª E 2ª ENCONTROS (4 AULAS)

Nas quatro primeiras aulas sobre equações aborda-se o conceito de sentença matemática estudado anteriormente pelos alunos na unidade geralmente denominada de “Expressões algébricas”; abordando-se os conceitos de igualdade e desigualdade mediante o uso do recurso “balança de dois pratos” e os procedimentos para resolução das equações. Ao final das atividades destaca-se a importância e as vantagens da utilização da linguagem matemática para resolver problemas.

Atividade avaliativa 1 – Balança de seu Manoel

1ª etapa (1ª aula) – 1º dia (18 de outubro)

Seu Manoel é dono de um banco na feira de Campina Grande e vende farinha. Quando ele precisa pesar os sacos de farinha que vende utiliza uma balança antiga que ganhou de seu avô. De um lado coloca alguns pesinhos que podem pesar: 50 gramas, 100 gramas, 150 gramas, 200 gramas, 250 gramas, 300 gramas, 500 gramas e 1 Kg (1000 gramas). Veja abaixo a balança e alguns pesinhos:



Para pesar a farinha seu Manoel coloca a mesma em um lado da balança e do outro lado vários pesinhos até que os dois lados fiquem equilibrados. Em um sábado de trabalho na feira, seu Manoel estava pesando um saco de farinha para um cliente e fez as seguintes tentativas usando os pesinhos:

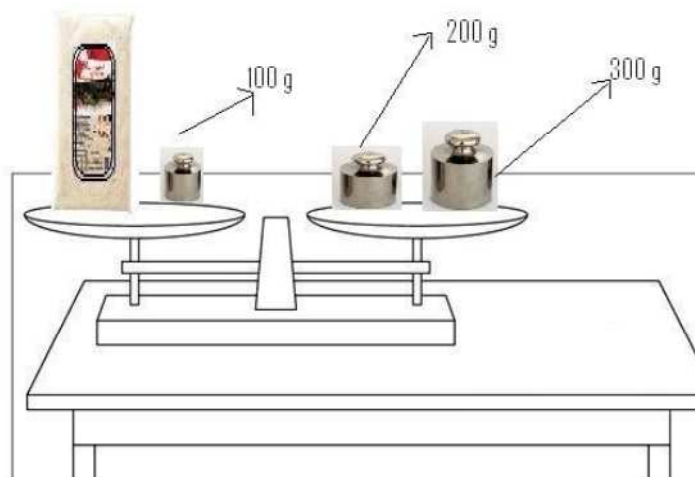
Tentativa 1: 1 saco de farinha no prato do lado direito e 2 pesinhos de 100 gramas no lado esquerdo. Mas o prato do lado direito ficou mais baixo que o do lado esquerdo.

Tentativa 2: 1 saco de farinha no prato do lado direito e 1 pesinho de 100 gramas e outro de 200 gramas no lado esquerdo. Novamente o prato do lado direito ficou mais baixo que o esquerdo.

- Qual a sentença matemática para a tentativa 1? Registrem no lado direito da folha usando símbolos matemáticos.
- Qual a sentença matemática para a tentativa 2? Registre novamente no lado direito da folha.
- Então o peso do saco de farinha é maior ou menor que 300 gramas? Expliquem do lado esquerdo da folha de respostas, com suas palavras, como fizeram para descobrir.

Após as várias tentativas acima, vejam como Manoel fez para conseguir manter o equilíbrio da balança e descobrir o peso do saco de farinha:

Tentativa 3:

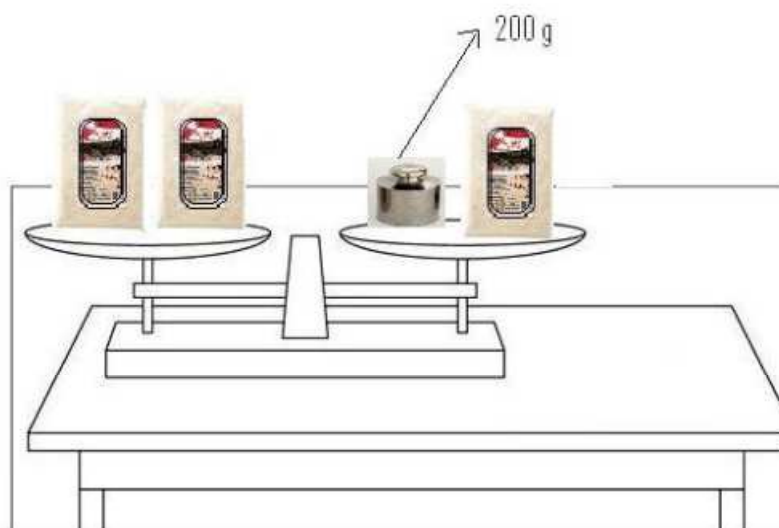


d) Vocês conseguem descobrir qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo da folha, com suas palavras, como descobriram;

e) É possível formular uma sentença matemática para resolver esse problema? Registrem-na no lado direito da folha.

f) Usando pesinhos diferentes dos pesos que Manoel usou vocês seriam capazes de fazer a balança ficar em equilíbrio? Explique do lado esquerdo da folha de resposta como fariam e no lado direito a sentença matemática correspondente.

No sábado seguinte Manoel levou seu sobrinho Ricardo para conhecer a feira. Ricardo gostou da balança e resolveu tentar manter o equilíbrio com alguns sacos de farinha iguais e um pesinho e conseguiu. Vejam:



g) Vocês conseguem descobrir qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo da folha, com suas palavras, como descobriram;

h) É possível formular uma equação (sentença matemática de igualdade) para resolver esse problema? Registrem-na no lado direito da folha.

Ricardo gostou da brincadeira e pensou: “ - se eu tirar um saco de cada lado da balança ela vai permanecer equilibrada”?

i) E vocês? O que acham? Registrem no lado esquerdo da folha de respostas.

i) Como poderíamos representar essa situação através do uso de uma equação e de símbolos matemáticos? Registrem no lado direito da folha.

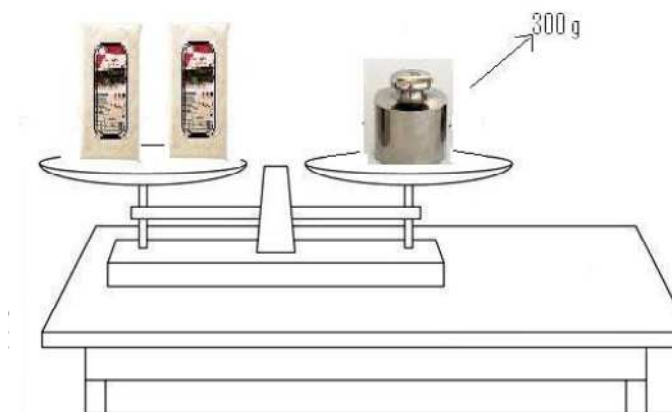
Depois Ricardo pensou: “ - e se eu colocar mais um saco de cada lado, ambos idênticos, será que a balança vai ficar equilibrada?”

j) E vocês? O que acham? Registrem no lado esquerdo da folha de respostas.

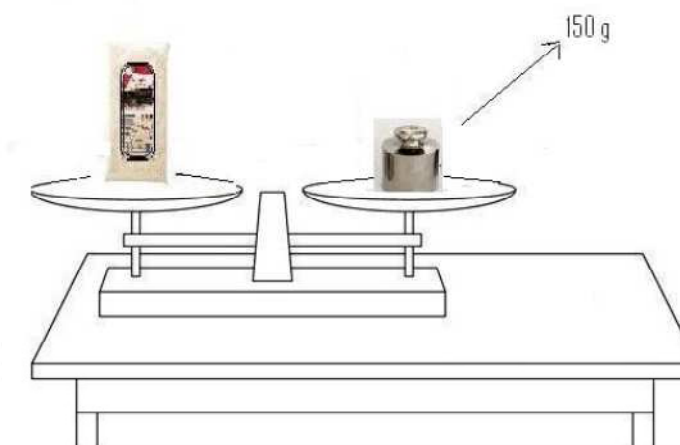
k) Como poderíamos representar essa situação através do uso de uma equação? Registrem no lado direito da folha.

l) O resultado do peso do saco de farinha mudou depois de todas as modificações acima? O que vocês concluem? Registrem no lado esquerdo da folha.

Quando visitou a feira novamente Ricardo retomou a brincadeira e pegou dois sacos de farinha idênticos para pesar.

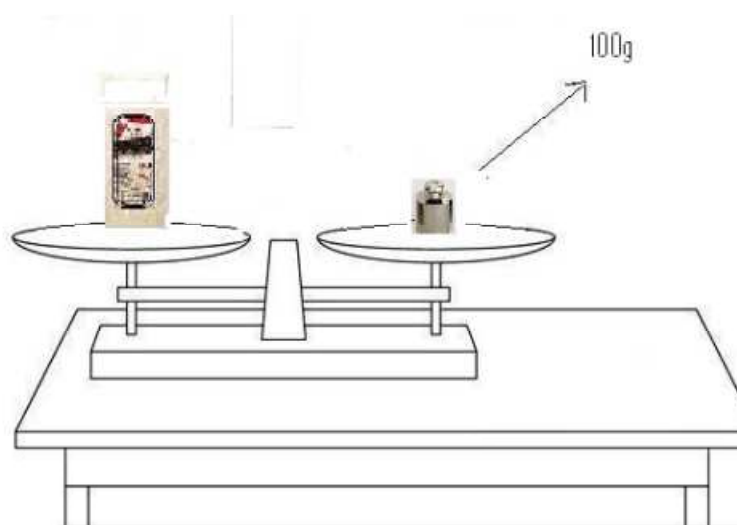
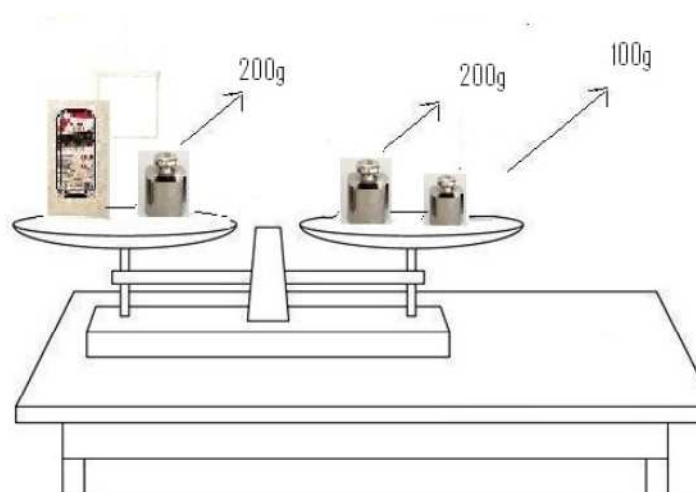
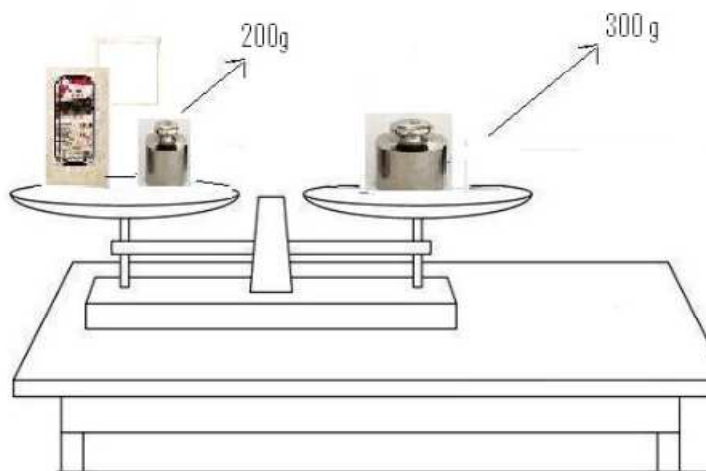


Dessa vez ele percebeu algo interessante para descobrir o peso do saco de farinha. Ricardo modificou os dois lados da balança e mesmo assim manteve o equilíbrio. Veja como ficou a balança:



- m) *O que Ricardo fez para descobrir o peso do saco de farinha? Expliquem com suas palavras no lado esquerdo da folha.*
- n) *É possível formular uma equação para o que Ricardo fez? Escreva utilizando símbolos matemáticos as 2 sentenças para cada um dos passos acima. Registrem-nas no lado direito da folha.*

Ricardo continuou pensando e fez algo diferente para descobrir o peso de outro saco de farinha. Observe passo a passo o que ele fez:



Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

- o) Qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo, com suas palavras o que Ricardo fez para descobrir.*
- p) Escrevam utilizando símbolos matemáticos as 3 sentenças (equações) para cada um dos passos acima, no lado direito da folha.*

Com as questões propostas acima busca-se investigar se os alunos percebem o sinal de igualdade como indicador de equivalência ou apenas como um indicador de resultado. Além disso, analisar se os mesmos são capazes de utilizar o conceito de equivalência para descobrir o peso dos sacos através do uso da linguagem algébrica ou de outros meios; iniciando uma discussão acerca dos métodos de resolução de uma equação e suas relações com as operações inversas.

ATIVIDADE AVALIATIVA 2 – JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

3º, 4º E 5º ENCONTROS (6 AULAS)

Nesses encontros o objetivo principal é propor atividades para as quais os alunos traduzam um problema em língua materna para a linguagem matemática. Discute-se também o significado das palavras “equação” e “incógnita” e suas diferenças em relação às “expressões” e “variáveis”.

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Esse jogo tem as seguintes características:

- Material necessário: lápis, fichas em cartolina (cada uma de um cor) contendo as seguintes informações:

Fichas tipo 1

(Equações – linguagem matemática)

Equação em linguagem matemática a ser resolvida

Fichas tipo2

(perguntas ou problemas em língua materna)

Problema correspondente na língua comum (materna)

Ex:

$$2x = 6$$

Qual é o número cujo dobro é 6?

REGRAS: Os alunos formarão grupo de 6 jogadores, se dividindo em 3 duplas que concorrerão entre si. Para começar devem decidir através de sorteio quem começa e distribuir as fichas de perguntas (tipo 2) igualmente entre as duplas. As fichas de equações (em linguagem matemática ou tipo 1) devem ficar sobre a mesa, viradas para baixo uma em cima da outra. A primeira dupla a jogar começa retirando 1 ficha da pilha de equações e procurando dentre suas fichas de perguntas aquela que é a correspondente para a equação, mostrando para o restante das duplas para que estas confirmem. Caso não possua a pergunta correspondente, a dupla deve passar a vez para a dupla seguinte. Marca ponto a dupla que possuir a pergunta

correspondente e esta tem o direito de pegar mais uma carta na pilha de equações para dar sequência ao jogo. O jogo termina quando as fichas de equações acabarem e a dupla ganhadora será aquela que mais formou pares de fichas (equações e perguntas-problemas correspondentes).

Pretende-se proporcionar aos alunos uma atividade estimulante, que permita a troca de ideias e interação. Além disso, verificar se os alunos são capazes de associar o problema a ser resolvido (em linguagem comum) à equação (em linguagem matemática) correspondente.

Acredita-se que os alunos sejam capazes de associar essa atividade às situações em que precisaram anteriormente traduzir uma expressão escrita em língua materna para a linguagem matemática, utilizando símbolos como letras e sinais de operações; contudo diferenciando as equações das expressões algébricas anteriormente estudadas. Para verificar essa diferenciação, após o fim do período do jogo o professor pode discuti-la em sala com todos os alunos.

Para elaborar os problemas para as respectivas equações seguimos Coura (2008, p. 93). Segundo a autora há dois tipos de problemas matemáticos: aqueles que são uma tradução direta de uma equação, que envolvem termos matemáticos como: o “triplo”, a “soma”, a “diferença”, por exemplo, e os que não são escritos exclusivamente na linguagem matemática. A autora cita dois problemas que podem esclarecer a diferença entre ambos:

- 1) Ao triplo de um número adicionamos 90. O resultado é igual ao quádruplo do mesmo número. Qual é esse número? 2) José e Luís jogam no mesmo time de futebol de areia. No último campeonato, os dois juntos marcaram 52 gols. José marcou 10 gols a mais que Luís. Quantos gols José marcou nesse campeonato?

Acredita-se que para os alunos os problemas do 2^a tipo sejam por eles considerados de maior dificuldade. Além disso, espera-se também dificuldade de que os alunos traduzam o problema em língua comum para a linguagem matemática. Por outro lado, pelo fato do jogo favorecer a discussão entre os pares (ao verificar se possuem a ficha com a frase correspondente à equação) e em grupo (ao mostrar para o restante das duplas seu par de fichas) supõe-se que estas dificuldades sejam amenizadas.

Ao final dessa atividade cada dupla deve relatar por escrito as dificuldades que encontraram, contando também o que aprenderam sobre equações durante o jogo

através de um relatório. O relatório (em anexo), baseado em atividades de escrita conta com questões que servem de guia para confecção pelas duplas:

1. Descreva descobertas que vocês fizeram ao jogar. Ou seja, o que vocês aprenderam sobre equações durante o jogo?
2. Que sugestões vocês podem dar para que um jogador obtenha sucesso no jogo?
3. Descreva as dificuldades que a dupla encontrou para jogar.

O relatório deve ser entregue à professora, para que esta faça suas observações sobre as descobertas, dúvidas e sugestões relatadas e em seguida devolva para cada dupla. Espera-se que essa atividade escrita possa contribuir para a reflexão dos alunos sobre sua própria aprendizagem, além de possibilitar uma maior comunicação entre os mesmos e a professora, promovendo informações que contribuam para regulação da aprendizagem.

Essa atividade pode ser dividida em 3 etapas:

1º etapa (2 aulas)- os alunos jogam em quartetos – dupla contra dupla e no final da aula constroem um relatório a partir das respostas para 9 perguntas acerca da tarefa. Além disso, preenchem uma tabela com os pares de fichas que formaram durante o jogo (fichas amarelas e pretas).

2º etapa (2 aulas) - os alunos registram em dupla os cálculos para a resolução das fichas pretas- problemas – para os pares de fichas que formaram no dia anterior. Ao final da tarefa podem fazer alterações nos pares de fichas em sua tabela, caso percebam algum erro ou par incorreto.

3º etapa (2 aulas) – os alunos registram em dupla os cálculos para a resolução das fichas amarelas- equações- para os pares de fichas formados no 1º dia. Ao final da tarefa podem novamente fazer alterações nos pares de fichas, caso percebam algum erro ou par incorreto.

É interessante que em nenhuma das aulas o professor forneça um gabarito para que os alunos verifiquem os pares de fichas corretos. Dessa forma os mesmos são estimulados a refletir e encontrar por si próprios os erros. Para tanto, os discentes devem ser orientados a procederem da seguinte maneira a partir do 2º dia da tarefa: ao resolver o problema (ficha preta) devem verificar se a solução é cabível para a ficha amarela correspondente (equação) em sua tabela

ATIVIDADE AVALIATIVA 3 – MONTAR UMA EQUAÇÃO

4º ENCONTRO (2 AULAS)

O objetivo dessa aula é a de propor novamente atividades que levem os alunos a traduzir um problema matemático em língua materna para a linguagem matemática. O conceito abordado é o de raiz de uma equação. Além disso, enseja ocasião de aprofundar o debate acerca dos processos de resolução de uma equação.

MONTAR UMA EQUAÇÃO

Resolva o seguinte problema escrevendo para ele uma equação:

Roberto estava pesquisando um assunto de História numa enciclopédia. No outro dia não lembrava mais o número da página, mas lembrou que a soma dos números da página que ele estava lendo mais as duas páginas seguintes era 612. Qual o número da página que Roberto estava lendo no dia anterior?

Recomenda-se que esta atividade seja realizada em grupo. Geralmente nesse tipo de situação espera-se que o aluno traduza para a linguagem algébrica o problema, estabelecendo uma letra para representar o valor desconhecido, modelando uma equação. Diante das possíveis dificuldades, os alunos desenvolvem outras estratégias para resolver o problema. Uma estratégia pode ser tentativa e erro. Ou seja, os alunos começam testando valores possíveis para a página do livro. Outro pode ser, por exemplo, dividir 612 por 3 para deduzir um número de páginas. Estes ou outros processos que podem surgir não devem ser descartados. Os alunos ao utilizá-los, devem registrá-los na folha de duas colunas (linguagem algébrica e língua comum). Contudo, é necessário estimulá-los a tentar modelar uma equação para resolver o problema, mesmo após solucioná-lo, no lado esquerdo da folha. Caso alguma dupla consiga resolvê-lo inicialmente através de uma equação, ainda assim deve registrar a interpretação do problema na coluna esquerda.

O objetivo dessa atividade é o de fazer com que os alunos percebam as vantagens de utilizar a linguagem algébrica – como a economia de tempo e espaço. Para tanto, o professor deve incentivar a discussão dessas vantagens pelos grupos, além de su-

geri-las como tema para reflexão da autoavaliação individual no final da sequência didática.

5º E 6º ENCONTROS (4 AULAS)

Para essas aulas propõem-se questões para as quais os alunos devem escrever problemas para as equações dadas em linguagem matemática. Busca-se discutir o significado da incógnita de uma equação e sua identificação em um problema matemático.

ATIVIDADE AVALIATIVA 4: MONTAR UM PROBLEMA

Observe a equação abaixo e imagine uma situação ou problema para o qual ela poderia ser utilizada.

Exemplos: $y + 10 = 21$

$$2y - 3 = y + 1$$

Escreva essa situação na segunda folha que a professora entregou (formato de duas colunas) e depois troque com o seu colega ao lado. Peça que ele (a) tente resolver o problema utilizando uma equação e faça o mesmo com o problema que ele (a) formulou. Depois troquem novamente os problemas. Verifique se seu (sua) colega utilizou a equação que você recebeu da professora para resolver o problema que você criou. O que você conclui?

Nessa atividade além de analisar situações-problema e elaborar equações ou expressões simbólicas para as mesmas, é importante que o aluno possa atribuir algum significado para as equações ou expressão algébrica e suas incógnitas e variáveis, ou seja, fazer o processo inverso, tornando-se autor de problemas. Sugere-se que os alunos troquem os textos (problemas) produzidos, pois essa técnica permite a criação da figura de um parecerista crítico para o texto escrito, permitindo assim a troca de argumentos e justificativas entre os alunos autores e leitores.

As equações distribuídas são distintas com o objetivo de verificar se o aluno é capaz de transitar entre as representações em língua materna e algébrica dos problemas, além de identificar a incógnita de uma equação. Espera-se que a partir dessa atividade que envolve leitura e escrita, o aluno possa refletir sobre seu próprio aprendizado e en-

contrar sozinho possíveis erros (próprios ou do (a) colega) na resolução da equação ou na elaboração do problema.

Como possível dificuldade, além da formulação do problema, cita-se a interpretação do texto formulado pelo colega, tendo em vista que a escrita é um problema comum na faixa etária dos alunos selecionados para esse estudo. Para amenizar essa situação, as explicações orais dos problemas formulados são permitidas, mas os alunos são orientados a fazê-las apenas no final da atividade, ou seja, quando recebem dos colegas os problemas que formularam, pois a princípio pretende-se analisar como os alunos comunicam suas ideias por meio da escrita e se essa escrita pode auxiliá-los na identificação dos próprios erros ou dificuldades; além de permitir a avaliação de aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais por parte da professora.

7ª ENCONTRO (2 AULAS)

ATIVIDADE AVALIATIVA 5 – AUTO - AVALIAÇÃO

A auto avaliação proposta a seguir pretende avaliar aspectos atitudinais e meta-cognitivos, promovendo uma reflexão do estudante sobre sua própria aprendizagem. A seguir apresentamos o modelo do formulário autoavaliativo, que deve ser preenchido individualmente:

5ª atividade -

Formulário de autoavaliação da unidade – Equações.

Aluno (a) nº _____

Caro (a) aluno (a), esse formulário irá ajudá-lo(a) a refletir sobre o seu aprendizado. Não há respostas certas ou erradas, apenas sua opinião. Seja sincero(a) e não esqueça de responder todas as perguntas.

1- Nesta unidade estive: (pode marcar mais de uma alternativa)

- feliz
- triste
- sozinho
- integrado
- motivado
- desmotivado
- _____

2- Quanto ao tempo para realizar as tarefas em sala:

- foi excessivo
- foi suficiente
- não foi suficiente

3- Quanto ao tempo que destinei aos meus estudos em casa foi:

- excessivo
- suficiente
- insuficiente

4- As atividades foram: (pode marcar mais de uma alternativa)

- divertidas
- chatas

- difíceis inúteis fáceis interessantes

5- Quanto às equações: (pode marcar mais de uma alternativa)

Tenho certeza que já aprendi:

- resolver as equações e encontrar o valor das letras ;
 encontrar as equações para os problemas;
 inventar problemas para as equações;

-
-

Ainda tenho dificuldade para:

- resolver as equações e encontrar o valor das letras;
 encontrar as equações para os problemas;
 inventar problemas para as equações;

-
-

6- A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

- Balança de Manoel
 O jogo da linguagem matemática
 Criar uma equação para o problema das páginas do livro
 Criar um problema para uma equação

Porque:

7- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA - PRÉ-TESTE

O professor pode utilizar ainda a sequência de atividades a seguir para realizar uma avaliação diagnóstica com a intenção de investigar se os alunos apresentam, ou não, o domínio dos pré-requisitos necessários, isto é, se possuem os conhecimentos e habilidades imprescindíveis para a aprendizagem de equações. Tendo em vista que o pensamento algébrico envolve, além da capacidade de utilizar símbolos para representar quantidades, a percepção de padrões e a consequente generalização e sua utilização para a resolução de problemas e que essa capacidade já é desenvolvida durante as séries anteriores ao 7º ano, nos 1º e 2º ciclo do ensino fundamental; este pré-teste busca investigar capacidades e conhecimentos que poderão auxiliar o aluno na compreensão dos novos conceitos algébricos.

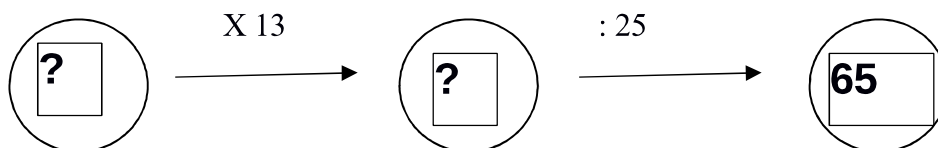
Assim como nas atividades avaliativas para a investigação da aprendizagem de equações desenvolvidas para esse estudo, já explicitadas, no pré-teste recomenda-se a disponibilização de espaço para que os alunos escrevam com suas palavras seus raciocínios e processos de resolução. As questões aqui incluídas têm como objetivo geral, além dos específicos, investigar se os alunos detêm a capacidade de interpretar problemas e representar suas resoluções articulando a linguagem matemática e materna.

As questões do pré-teste serão explicitadas a seguir, assim como seus objetivos específicos.

Caro(a) aluno(a)

Em todas as questões a seguir explique com suas palavras na folha de respostas do lado esquerdo como fez para descobrir a solução ou quais foram as dificuldades ou dúvidas que você teve no lado direito, caso não consiga resolvê-las.

1- Preencha os círculos encontrando os números misteriosos: (DANTE, 2007, p.55)



Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção da divisão como operação inversa da multiplicação e a multiplicação como operação inversa da divisão.

**2- Você consegue descobrir qual é o próximo número da sequência abaixo?
(DANTE, 2007, p. 15)**

1,3, 3, 9, 27, ?

Como poderíamos obter o 10º elemento dessa sequência?

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- obter uma regra mental para a sequência percebendo uma regularidade na mesma;
- escrever essa regra em linguagem materna ou numérica.

3- Verdadeiro ou falso? Por quê?

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------------------------|
| a) $(2 + 3) + 6 = 2 + (3 + 6)$ | b) $2 \times (3 - 5) = 2 \times 3 - 2 \times 5$ |
| c) $2 + 3 = 3 + 2$ | d) $2 \times 1 = 1 \times 2$ |
| e) $5 + 0 = 5$ | f) $5 \times 8 = 8 \times 5$ |

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- reconhecer as propriedades da multiplicação e da adição;
- percepção da necessidade de manter o equilíbrio (igualdade) entre os dois membros das sentenças matemáticas.

4- Qual é o valor do \triangle ?

- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| a) $\triangle + 5 = -10$ | b) $2 \times (\triangle + 2) = 20$ |
| c) $\triangle \times 3 = 60$ | d) $40 : 2 = \triangle$ |
| e) $-2 + \triangle = -4$ | f) $\triangle : 3 = 1,5$ |

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- identificar as operações inversas;
- efetuar operações com números naturais, inteiros e racionais;
- percepção do “=” como um sinal operacional
- compreensão do símbolo \triangle como uma representação de uma quantidade única;

5- Observe a seguinte sequência construída com quadrados: (SARAIVA et al., 2010)



a) Quantos quadrados terá a Fig.4?

b) Quantos quadrados terá a Fig.10? E a Fig.50? Explique seu raciocínio.

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

-Construir e representar, por esquema e simbolicamente, os termos de sequências simples, percebendo regularidades.

-Traduzir, por escrito, os raciocínios desenvolvidos

6- Observe a figura abaixo e responda às questões que se seguem: (SARAIVA et al., 2010)

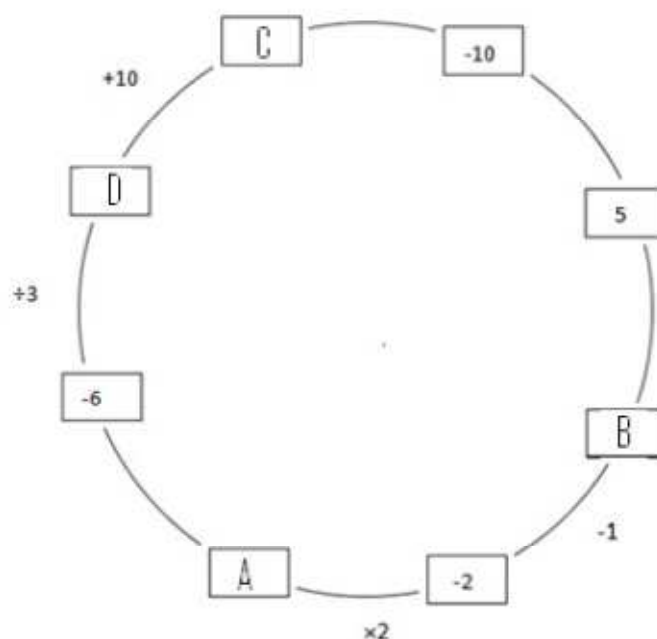
a) Qual foi o critério usado para estabelecer as ligações entre as expressões?

b) Usando esse critério encontre, pelo menos, mais 4 ligações.

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção dos símbolos como representações de quantidades que podem variar.

08-Substitua as letras por números, obedecendo o sentido das setas e realizando as operações necessárias:



A) Como fez para encontrar o valor de A?

B) E o valor de B?

C) E o de C?

D) E o de D?

Com esta questão busca-se investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção de que os valores desconhecidos podem ser encontrados realizando as operações inversas;
- realizar operações com números inteiros.

FOLHA DE RESPOSTAS

Escreva aqui como fez para resolver as questões	Escreva aqui suas dúvidas ou dificuldades caso não consiga resolver alguma questão
01	01
02	02
03	03
04	04
05-	05
06	06
07-	07
08-	08

Sugere-se uma análise qualitativa do pré-teste visando verificar se os alunos são capazes de conceituar ao invés de pontuar. Ou seja, comparar o trabalho do aluno com critérios formulados para cada questão (também chamados de *rubricas*) e com aquilo que espera-se do trabalho, ao invés de apenas atribuir uma nota através da classificação do trabalho do aluno em “certo” ou “errado”, comparando-o com o de outros alunos. “*Rubrica é um referencial que pode ser projetado ou adaptado pelo professor para um grupo particular de alunos ou uma tarefa matemática particular*”. (KULM, 1994, apud WALLE, 2009).

Adotamos um exemplo de rubrica em 4 graus:

- 1- **Insatisfatório**- desempenho baixo – a tarefa foi tentada e algum esforço matemático foi realizado. Pode haver fragmentos de desempenho, mas pouco ou nenhum sucesso foi alcançado.
- 2- **Incompleto** – desempenho parcial – parte da tarefa é realizada, mas falta evidência de compreensão. Uma interferência direta ou ensino adicional é necessária;
- 3- **Proficiente** – desempenho significativo. Nesse caso, o aluno poderia chegar ao desempenho completo com uma retroalimentação mínima. Erros são secundários, assim, o professor está confiante de que a compreensão é adequada para alcançar o objetivo.
- 1- **Excelente**, ou desempenho completo. Nesse caso, a estratégia e a execução atendem ao conteúdo, processos e demandas qualitativas da tarefa. A comunicação é julgada pela efetividade e não por sua extensão. Pode ter erros secundários;

REFERÊNCIAS

BARLOW, Michel. **Avaliação Escolar: mitos e realidades**. Tradução Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2006. 176 p.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade de São Paulo, 2007. Arquivo consultado em 15 de março de 2011, às 15:00. Disponível na internet via:

http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Barufi.pdf

BECKER, Fernando. **O que é construtivismo?** Desenvolvimento e Aprendizagem sob enfoque da Psicologia II. UFRGS- PEAD 2009/1. Arquivo consultado no dia 04.10.2010, às 15:00 hs. Disponível na internet via:

http://livrosdamara.pbworks.com/f/oquee_construtivismo.pdf.

BISHOP, A. J.; GOFFREE, F. **Dinâmica e organização da sala de aula**. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G. OTTE, ; E M. Reidel, 1986. p. 15-28.

BONJORNO, J.C.; OLIVARES, A.; BONJORNO, R.A.; GUSMÃO, T. **Matemática: Fazendo a Diferença**. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção Fazendo a diferença)

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais / Ensino Fundamental**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF. 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília:1998; MEC/SEF.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; CIANI, Andréia Büttner. **Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos)**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 33, 2009, p 69 a 96.

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

CÂNDIDO, Patrícia T. **Comunicação em Matemática**. In: Diniz & Smole (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CÉSAR, Margarida. **E o que é isso de aprender?** Reflexões e exemplos de um processo complexo. In Actas do ProfMat2001 (pp. 103-109). Vila Real: APM. Arquivo consultado em 21.11.2010, às 16:00. Disponível na internet via: <http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/mcesar/textos%202001/E%20o%20que%20e%20isso%20de%20aprender.pdf>.

COURA, Flávia Cristina Figueiredo. **A escrita matemática em uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação. Belo Horizonte: UFMG, 2008. Arquivo consultado no dia , às 16:00. Disponível na internet via http://dspace.lcc.ufmg.br/dspace/bitstream/1843/FAEC-85LJKL/1/disserta_o.pdf.

CURI, Edda. **Avaliação e formação de professores: propostas e desafios**. Revista Educação Matemática, São Paulo, SBEM, 2002, nº 11A – Edição Especial.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação. Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática** [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – 6º ano do Ensino Fundamental**. São Paulo: Sistema de Ensino SER, 2007.

FÁVERO, Maria Helena. **Psicologia e conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2005.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar... A educação algébrica elementar**. Pro-Posições, 4(1), 78-91, 1993.

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

_____ ; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. (2005). **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Arquivo consultado no dia 11 de fevereiro , às 16:00. Disponível na internet via: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>.

_____ ; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos** - 2ª Ed.rev.- Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção Formação de Professores)

FRANCO, M. A. S. **Pedagogia da pesquisa-ação**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. Arquivo consultado em 15 de março de 2011 às 17:00. Disponível na internet via: <http://www.scielo.br/pdf/%0D/ep/v31n3/a11v31n3.pdf>

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**, 17ª. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo**. Das intenções aos instrumentos. Porto: Porto Editora, 1994.

HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo Ensino- Aprendizagem**. São Paulo: Ática, 2004.

HOFFMAN, Jussara. **Pontos e contrapontos: do pensar ao agir em avaliação**. Porto alegre: Mediação, 1998. 7ª edição.

_____. **Avaliação Mediadora – uma prática em construção da pré-escola à universidade**. Porto Alegre: Mediação, 2003.

_____. **O jogo do contrário em avaliação**. Porto Alegre: Mediação, 2005. 192 p.

KERN, Newton Bohrer. **Uma introdução ao pensamento algébrico através das relações funcionais**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática). Programa de Pós-graduação em Ensino de Matematica. Porto Alegre:

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

UFRGS, 2008. Arquivo consultado no dia 11 de fevereiro de 2011, às 16:00. Disponível na internet via: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novas_abordagens/modulo_I/dissertacao_newton_kern.pdf.

LIBÂNEO, J.C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, Celi Espasandini; MUNIZ, Maria Inês Sparranpan. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 19. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos da Educação e ensino).

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna. Análise de uma impregnação mútua** – 5º ed. – São Paulo: Cortez, 2001.

MESQUITA, C. G. R de. **A escrita matemática: espaço para aprendizagens que fabricam significados e produzem sentidos**. ANPEd, 2001. Arquivo consultado no dia 30.01.2011, às 15:00. Disponível na internet via: http://www.unemat-net.br/prof/foto_p_downloads/x_mesquita_escrita_matematica_sala_de_aula.pdf.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: As abordagens do Processo**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos de educação e ensino)

MONDONI, Maria Helena de Assis; LOPES, Celi Espasandini. **O Processo da Avaliação no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 33, 2009, p. 189 a 204

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

NACARATO, Adair Mendes; ARAKI Tetsuo. (2005). **A produção de textos nas aulas de matemática**. Anais do XV Congresso de Leitura do Brasil. Disponível na internet, arquivo consultado no dia 27/11/2010, às 10:00 via <http://www.alb.com.br/anais15/Sem04/tetsuoaraki.htm>.

OLIVEIRA, Jorge Martins de; AMARAL, Júlio Rocha do. **O pensamento abstrato**. Arquivo consultado em 01 de fevereiro de 2011. Disponível na internet em: <http://www.cerebromente.org.br/n12/opiniaio/pensamento.html>.

OLIVEIRA, Rodrigo L. **Pensamentos Matemáticos em Diálogos Escritos**. In: CRISTOVÃO, Eliana M e FIORENTINI, Dario (orgs). Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, Campinas, SP, Alínea, 2006, p.55-72

PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglioni. **Processos de leitura e escrita nas aulas de matemática, revelados pelos diários reflexivos e relatórios de futuros professores**. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (organizadoras). Educação Matemática, leitura e escrita. Armadilhas, utopias e realidade. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009. - (Série Educação Matemática)

PAVANELLO, Regina Maria; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Avaliação em Matemática: algumas considerações**. Estudos em Avaliação Educacional, v.17, n.33, jan/abr/2006, Acesso em 27 de outubro de 2006. Disponível em: <http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/ae/arquivos/1275/1275.pdf>.

PERRENOUD, Philippe. **O papel da avaliação**. In: Pátio – Revista Pedagógica. Porto Alegre: Editora Artmed. Ano XIII, nº. 50, maio/julho 2009, p 8-11.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense, 1970.

PONTE, J.P. (1992). **Concepções dos professores de matemática e processos de formação**. Arquivo consultado no dia 27/11/2010, às 10 horas. Disponível na internet via <http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Concepcoes-educacao.pdf>.

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

PONTE, J.P; MARTINHO, Maria Heleno. (2005). **Comunicação na sala de aula de matemática. Práticas e reflexões de uma professora de Matemática.** Arquivo consultado em 04 de fevereiro de 2011. Disponível na internet via: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9847/1/Martinho-ponte_05%20SIEM_.pdf

_____. (2006). **Números e álgebra no currículo escolar.** In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores** (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE. **(Ficheiro pdf)**. Arquivo consultado em 01 de fevereiro de 2011. Disponível na internet via :http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm

_____. GUERREIRO , António, CUNHA Helena, DUARTE José, MARTINHO Helena , MARTINS Cristina, MENEZES Luís , MENINO Hugo, PINTO Hélia, SANTOS Leonor, VARANDAS José Manuel, VEIA Luciano; VISEU Floriano. **A comunicação nas praticas de jovens professores de Matematica.** Revista Portuguesa de Educação, 2007, 20(2), pp. 39-74. 2007, CIEd - Universidade do Minho. Arquivo consultado em 04 de fevereiro de 2011. Disponível na internet via <http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/rpe/v20n2/v20n2a03.pdf>

PONTES, Regina Célia Mussi. **A escrita de diários em aulas de matemática: espaço de formação e aprendizagem.** Arquivo consultado no dia 27/11/2010 às 10 horas. Disponível na internet via: http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss05_01.pdf.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: Interações e possibilidades.** Campinas, SP: Papyrus, 2006 – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

RADFORD, L. (2008). **Theories in Mathematics Education: A Brief Inquiry into their Conceptual Differences.** Working Paper. Prepared for the ICMI Survey Team 7. The notion and role of theory in mathematics education research. Arquivo consultado em 27/11/2010 às 10 horas. Disponível na internet via: <http://www.laurentian.ca/Laurentian/Home/Departments/School+of+Education+French/>

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

[Faculty+and+Staff/Luis+Radford/Publications/publications.htm?Laurentian_Lang=en-CA](http://www.fatec.br/Faculty+and+Staff/Luis+Radford/Publications/publications.htm?Laurentian_Lang=en-CA)

RIBEIRO, Célia. **Metacognição: Um Apoio ao Processo de Aprendizagem. Psicologia: Reflexão e Crítica**, 2003, 16(1), pp. 109-116. Disponível na internet, arquivo consultado no dia 23 de novembro de 2010, às 17:00 horas, via: <http://www.scielo.br/pdf/%0D/prc/v16n1/16802.pdf>

SANTOS, Leonor. (2002). **Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como. Disponível na internet.** Arquivo consultado no dia 11 de março de 2011, às 23:00 horas. Disponível na internet via: <http://area.fc.ul.pt/en/artigos%20publicados%20nacionais/E.pdf>

SARAIVA, Manuel Joaquim; PEREIRA, Magda Nunes; BERRINCHA, Rogério Inácio. (2010). **Sequências e expressões algébricas - aprendizagem da resolução de equações a partir de igualdades numéricas. Tarefas para o 7.º ano de escolaridade. Materiais de apoio ao professor.** Arquivo consultado em 20 de março de 2001, às 16:00 hs. Disponível na internet via: http://apm.pt/files/_Materiais_Sequencias_e_Equacoes_-_27Nov2010_4cfc0d6a04497.pdf

SCHNEIDER, Marizoli Regueira. **Produção escrita: Caminho para aprendizagens significativas a partir da construção e reconstrução do conhecimento matemático.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Porto Alegre: PUC, 2006.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Textos em Matemática: Por Que Não?** In: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.* Porto Alegre: Artmed. 2001. p. 29- 68.

STAREPRAVO, Ana Ruth. (1986). **O que a avaliação de matemática tem revelado aos professores: conhecimentos construídos ou informações acumuladas?** Artigo consultado no dia 11 de março de 2011, às 23:00 horas. Disponível na internet via

Proposta didática elaborada para Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo – Agosto de 2012.

<http://magiadamatematica.com/uerj/licenciatura/07-o-que-a-a-avaliacao-em-matematica-tem-revelado-aos-professores.pdf>

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental- Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. São Paulo: Artmed, 2009.

WILIAM, Dylan. **Keeping learning on track**. Classroom Assessment and the regulation of learning. Second Handbook of research on mathematics teaching and learning, 2007.

ZUCHI, Ivanete. **A importância da linguagem no ensino de Matemática**. In: Educação Matemática em revista - SBEM. Campinas: Gráfica FE/Unicamp - CEMPEM. Ano 11. n.16, maio 2004, p 49-55.

ANEXOS

Fichas para resposta – 1ª atividade- Balança de Manoel

Caro(a) aluno(a),

Nessa folha você deve registrar os seus raciocínios e cálculos matemáticos. No lado esquerdo você deve relatar como pensou para resolver os problemas, utilizando a língua portuguesa. No lado direito você deve utilizar a linguagem matemática, ou seja, registrar os cálculos e símbolos próprios da Matemática que você utilizou .

Não esqueça de preencher sempre os dois lados da folha. Não rasure o verso da folha, pois nela sua professora irá fazer algumas observações durante a avaliação do seu trabalho. Use sempre caneta preta ou azul para registrar seus raciocínios e cálculos.

Meu raciocínio	Linguagem matemática

Caro(a) aluno. Leia com atenção as observações sobre sua tarefa. Em seguida retome a atividade caso seja necessário, fazendo novamente os registros de seus raciocínios e cálculos
OBSERVAÇÕES DA PROFESSORA. (VERSO)

FICHAS PARA O JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA – 2ª
atividade

O quádruplo de um número é 8. Que número é esse?

A

$$2b + 2b = 8$$

8

O triplo de um número é seis. Que número é esse?

B

$$2b + b = 6$$

12

Se do triplo de um número subtrairmos 90 obteremos o dobro do número. Que número é esse?

C

$$3x - 90 = 2x$$

5

Se ao triplo de um número adicionarmos seu dobro obteremos 90. Que número é esse?

D

$$3x + 2x = 90$$

7

O saldo de gols do Treze é o quádruplo do saldo de gols do Campinense. Qual é o saldo de gols do Treze se o saldo do Campinense for -8?

E

$$a = (-8) \cdot 4$$

13

O saldo de gols do Campinense é $\frac{1}{4}$ do saldo de gols do Treze. Qual é o saldo de gols do Campinense se o saldo do treze for -8? **F**

$$(-8) : 4 = d$$

14

José disse para seu irmão João: eu tenho o quádruplo de bolinhas de gude que você tem no bolso. Quantas bolinhas de gude tem José se João tiver oito bolinhas?

G

$$8 = b : 4$$

4

Um dupla de jogadores marcou 150 pontos juntos. Um deles marcou 90 pontos a mais que o outro. Quantos pontos marcou o segundo jogador?

H

$$x = 150 - 90$$

18

Qual é o triplo do número cujo dobro é seis?

I

$$6 = 2 \cdot x$$

9

Qual é o dobro do número cujo triplo é seis?

J

$$b + b + b = 6$$

2

Dois irmãos nasceram com uma diferença de quatro anos. Se o mais novo tem oito anos, qual é a idade do mais velho?

K

$$x = 8 + 4$$

15

Dois irmãos nasceram com uma diferença de quatro anos. Se o mais velho tem oito anos, qual é a idade do mais novo?

L

$$8 - 4 = x$$

3

Qual é o número cujo dobro é doze?

M

$$x = 12 - x$$

10

A metade de um número é doze. Que número é esse?

N

17

$$12 = \frac{a}{2}$$

Ao triplo de um número adicionamos noventa e obtemos 150. Que número é esse?

O

$$3 \cdot a + 90 = 150$$

11

Se do triplo de um número subtrairmos 150 obteremos noventa. Que número é esse?

P

$$90 = 3 \cdot x - 150$$

16

A soma de um número com seu triplo é igual a oito. Qual é o número?

Q

$$3 \cdot y + y = 8$$

1

A soma das idades de dois irmãos gêmeos é 8 anos. Qual a idade dos irmãos?

R

$$8 = b + b$$

6

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA- 1º dia- 1º etapa

Este jogo contém 36 fichas:

18 Fichas tipo 1 - amarelas

(linguagem matemática)

18 Fichas tipo 2 - pretas

(perguntas ou problemas em língua portuguesa)

Os participantes formarão grupo de 4 jogadores, dividindo-se em 2 duplas que concorrerão entre si. Para começar devem decidir através de sorteio quem começa e distribuir as fichas em linguagem matemática (tipo 1 - amarelas) igualmente entre as duplas. As fichas do tipo 2 (pretas) devem ficar sobre a mesa, viradas para baixo uma em cima da outra. A primeira dupla a jogar começa retirando 1 ficha da pilha de fichas pretas procurando dentre suas fichas amarelas aquela que é a correspondente para o problema ou pergunta (ficha preta), mostrando para a dupla adversária para que esta confira. Caso não possua a ficha amarela correspondente, a dupla deve passar a vez para a outra dupla. Marca ponto a dupla que possuir a ficha amarela correspondente e esta tem o direito de pegar mais uma carta na pilha de fichas pretas para dar sequência ao jogo. O jogo termina quando todas as fichas pretas acabarem e a dupla ganhadora será aquela que mais formou pares de fichas amarelas e pretas.

OBSERVAÇÃO

Ao final do jogo cada dupla deve entregar o relatório anexo preenchido.

Relatório - Jogo da linguagem matemática

Dupla ____ e ____

- 1- Preencha abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês conseguiram formar:

Número/letra	Número/letra	Número/letra	Número/letra	Número/letra	Número/letra

Escreva aqui os números de sua dupla adversária: _____ e _____

Responda com a ajuda de seu (sua) colega as perguntas abaixo sobre o Jogo da Linguagem Matemática.

- 2- Vocês gostaram do jogo? Por quê?
- 3- Este jogo possui fichas em linguagem matemática. Essas fichas possuem expressões ou equações? Por quê?
- 4- Vocês tiveram dificuldades em formar os pares de fichas amarelas e pretas? Qual foi a maior dessas dificuldades?
- 5- Expliquem como vocês fizeram para descobrir se possuíam a ficha amarela para cada ficha preta.
- 6- O que vocês aprenderam durante o jogo?
- 7- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais difícil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?
- 8- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?
- 9- Criem mais um par de fichas para o jogo. Uma deve conter um problema ou pergunta e a outra a respectiva tradução para a linguagem matemática.
- 10- Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo?

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA- 2º dia- 2º etapa

Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio _____ e _____ e _____

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

Ficha letra _____

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA- 3º dia- 3º etapa

Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla ou trio ____ e ____ e ____

Registrem aqui as resoluções das equações (fichas amarelas-identificadas por números) do jogo da linguagem matemática. Verifiquem se a solução encontrada é válida para a respectiva ficha com letra que consta na tabela preenchida por vocês durante o jogo. Caso necessário, vocês podem utilizar a tabela anexa para fazer alterações nos pares de fichas.

Ficha número _____

Ficha número _____

Ficha número _____

Ficha número _____

Ficha número _____

Ficha número _____
Ficha número _____
Ficha número _____
Ficha número _____
Ficha número _____

3ª atividade- montar uma equação

Trio ____ e ____ e ____

Resolvam o seguinte problema escrevendo para ele uma equação do lado direito da folha e do lado esquerdo seus raciocínios e interpretação.

Roberto estava pesquisando um assunto de História numa enciclopédia. No outro dia, ao retomar a leitura, não lembrou o número da página, mas lembrou que a soma do número da página que ele estava lendo com os números das duas páginas seguintes era 612. Qual o número da página que Roberto estava lendo?

Nosso raciocínio

Equação e sua resolução

--	--

Observações da professora

Nossa resposta

FICHA DE RESPOSTA (4ª ATIVIDADE)

Problema criado por _____

Resolvido por _____

Escreva aqui seu problema para a equação da folha anterior

Resolução em linguagem matemática

5ª atividade -

Formulário de auto avaliação da unidade – Equações.

Aluno (a) nº _____

Caro (a) aluno (a), esse formulário irá ajudá-lo(a) a refletir sobre o seu aprendizado. Não há respostas certas ou erradas, apenas sua opinião. Seja sincero(a) e não esqueça de responder todas as perguntas.

1- Nesta unidade estive: (pode marcar mais de uma alternativa)

- feliz
- triste
- sozinho
- integrado
- motivado
- desmotivado
- _____

2- Quanto ao tempo para realizar as tarefas em sala:

- foi excessivo
- foi suficiente
- não foi suficiente

3- Quanto ao tempo que destinei aos meus estudos em casa foi:

- excessivo
- suficiente
- insuficiente

4- As atividades foram: (pode marcar mais de uma alternativa)

- divertidas chatas
- difíceis inúteis fáceis interessantes
- _____

5- Quanto às equações: (pode marcar mais de uma alternativa)

Tenho certeza que já aprendi:

- resolver as equações e encontrar o valor das letras;
- encontrar as equações para os problemas;
- inventar problemas para as equações;

Ainda tenho dificuldade para:

- resolver as equações e encontrar o valor das letras;
 - encontrar as equações para os problemas;
 - inventar problemas para as equações;
 - _____
-
-

6- A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

- Balança de Manoel
- O jogo da linguagem matemática
- Criar uma equação para o problema das páginas do livro
- Criar um problema para uma equação

Porque: _____

7- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

8- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

- Gostei
- Não gostei

Porque _____

9- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

- Gostei
- Não gostei

Porque _____

10- Para concluir, escreva um texto contando o que você aprendeu sobre equações. Não esqueça de acrescentar no texto palavras como: SOLUÇÃO, INCÓGNITA, PROBLEMA, SENTENÇA e outras que você considera importantes e que se relacionam com as equações.