UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ - REITORIA DE PÓS - GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MICHELLY CÁSSIA DE AZEVEDO MARQUES

Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1º grau: contribuições da produção escrita.

Campina Grande/PB
2012

MICHELLY CÁSSIA DE AZEVEDO MARQUES

Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1ºgrau: contribuições da produção escrita.

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

Campina Grande/PB
2012

M357a Marques, Michelly Cássia de Azevedo.
Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1º grau [manuscrito] : contribuições da produção escrita / Michelly Cássia de Azevedo Marques. - 2012.
233 p. : il. color.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.
"Orientação: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo, Departamento de Matemática".

1. Avaliação reguladora. 2. Produção escrita. 3. Equações. I. Título.

21. ed. CDD 515.25

MICHELLY CÁSSIA DE AZEVEDO MARQUES

Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1º grau: contribuições da produção escrita.

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Matemática, sob a orientação do Professor Doutor Rômulo Marinho do Rêgo.

Aprovada em 24/08/2012

Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo
UEPB
Orientador
Examinadora

Prof. Dr^a^ Helaine Sivini Ferreira
UFRPE
Examinadora

Prof. Dr^a^ Katia Maria de Medeiros
UEPB
Examinadora

DEDICATÓRIA

Ao meu esposo, Ivaldo Moraes Rodrigues, pelo amor, companheirismo e amizade, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Á Deus, meu pai celestial, que sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis.

Ao professor, orientador a sobretudo amigo, Rômulo Marinho do Rêgo, por todo apoio e fé depositados em meu trabalho, agradeço de todo o coração.

Às professoras Helaine Sivini Ferreira e Katia Maria de Medeiros, pelas leituras e modificações sugeridas ao longo desse processo que muito contribuíram para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de nosso trabalho.

À Diretora e à Coordenadora pedagógica do Colégio Nova Visão, pelo total apoio ao desenvolvimento de nossa pesquisa naquela instituição de Ensino, da qual me orgulho de ter dado meus primeiros passo como professora. Agradeço imensamente a oportunidade que me foi dada.

Aos meus pais que sempre me deram o exemplo de trabalho, honestidade, perseverança e dedicação aos estudos.

A todos os professores do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, que de uma forma direta ou indireta, contribuíram ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

Aos colegas de curso pelos momentos de amizade e apoio.

Ao meu esposo, irmãos, familiares e amigos que sempre estiveram ao meu lado, me incentivando e compreendo os momentos de ausência.

RESUMO

Este trabalho final de mestrado consiste no desenvolvimento de um processo avaliativo, tendo como principal característica e diferencial, a utilização da língua materna para identificar as dificuldades de atribuição de significado e verificar o desenvolvimento das representações do formalismo matemático associado ao raciocínio algébrico – dos alunos de uma turma de 7º ano do ensino fundamental. Entendemos avaliação como um processo de comunicação e regulação da aprendizagem, conceito sugerido por Wiliam (2007) e Barlow (2006), autores, que entre outros, influenciaram a elaboração das atividades avaliativas, elaboradas a partir de uma avaliação diagnóstica (pré-teste), cuja implementação e análise foram efetuadas dentro de uma perspectiva qualitativa. Após a análise da produção escrita dos alunos, a partir da categorização, seguindo Fiorentini e Lorenzato (2007) e a elaboração de rubricas (Walle, 2009), concluímos que a escrita dos alunos foi um veículo importante de expressão dos mesmos e que nos permitiu avaliar de forma mais individualizada seus conhecimentos prévios bem como suas dificuldades e avanços ao longo do processo de ensino. Percebemos que essa forma de expressar-se contribuiu para a aprendizagem do formalismo algébrico, tendo em vista que auxiliou na interpretação dessa linguagem e na atribuição de significado para a mesma, como sugerem os relatos escritos e testemunhos dos alunos apresentados nesse estudo. Por outro lado, assim como qualquer meio de comunicação, a escrita apresenta limitações, como dificuldade de interpretação de textos, de palavras; dificuldades na utilização de normas ortográficas etc. Contudo, acreditamos que a produção escrita em língua materna não pode ser negligenciada nas aulas de matemática, devendo ser articulada com outras formas de comunicação como a oralidade, os desenhos, as expressões faciais, os gestos. Todas essas formas podem ser utilizadas e observadas pelo professor como forma de investigar a atribuição de significado dos alunos para os conteúdos estudados, promovendo uma avaliação reguladora e uma maior interação entre alunos e professores.

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação reguladora, produção escrita, Equações.

ABSTRACT

This master's final work is the development of an evaluation process, having as main characteristic and differential use of language to identify the difficulties of assigning meaning and verify the development of representations of mathematical formalism associated to algebraic reasoning - Alumni a class of 7th grade level. We understand evaluation as a process of communication and regulation of learning, concept suggested by Wiliam (2007) and Barlow (2006), authors, among others, influenced the development of evaluation methods, drawn from a diagnostic assessment (pre-test), whose implementation and analyses were conducted within a qualitative perspective. After analyzing the written production of students from the categorization, following Lorenzato and Fiorentini (2007) and the elaboration of items (Walle, 2009), we conclude that the students' writing was an important vehicle for their expression and that allowed us to evaluate more individualized their previous knowledge as well as their difficulties and advances throughout the teaching process. We realize that this way of expressing themselves contributed to the learning of algebraic formalism, considering that assisted in the interpretation of this language and the attribution of meaning to it, as suggested by the written reports and testimonies of students presented in this study. On the other hand, like any medium, writing has limitations such as difficulty in interpreting texts, words, difficulties in the use of orthographic rules etc.. However, we believe that the writing in the mother tongue can not be neglected in math classes, and should be combined with other forms of communication such as oral, drawings, facial expressions, gestures. All these forms can be used and observed by the teacher, to investigate the meaning's assignment of students to the contents studied, promoting a regulatory assessment and greater interaction between students and teachers.

KEYWORDS: Regulatory assessment, written production, Equations

LISTAS

LISTA DE SIGLAS

MEC – Ministério da Educação e Cultura

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNs-EM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

SAEB – Sistema de Avaliação de Ensino Básico

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

UFRN- Universidade Federal do Rio Grande do Norte

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este trabalho de mestrado é fruto de inquietações surgidas a partir de minha prática como professora de Matemática no ensino fundamental. Tendo em vista os novos paradigmas educacionais que surgiram com o advento da Educação Matemática como campo de pesquisa e as novas metodologias que permitem ao aluno uma maior participação e construção do próprio aprendizado, buscávamos explicitar uma forma de avaliação que se adequasse a um modelo de Educação Matemática no qual acreditamos.

Concordamos com Lopes (2010, p. 137) quando esta autora afirma “o que ensinamos e como ensinamos são ações que devem estar atreladas à avaliação”. A partir dessa reflexão, buscamos por meio dessa pesquisa desenvolver um processo avaliativo que permita a efetiva comunicação e regulação da aprendizagem.

O processo avaliativo sugerido nesse estudo tem, como principal característica e diferencial, a utilização das diversas linguagens que permeiam a sala de aula, em especial a que utiliza a língua materna por ser esta que naturalmente nos permite desenvolver processos de comunicação e de atribuição de sentido neste nível de ensino. É por meio da comunicação que podemos identificar as dificuldades de atribuição de significado por parte de alunos a novos conhecimentos; verificar o desenvolvimento das representações – que no caso desse estudo é a introdução da linguagem do formalismo matemático associada ao raciocínio algébrico – verificando os indícios sobre o desenvolvimento da capacidade de generalização e de abstração no momento em que o aluno é introduzido em situações nas quais utiliza padrões para o trabalho com incógnitas.

No Capítulo I discutimos a problemática e o objeto de nosso estudo, além dos motivos que nos levaram a escolher o tema avaliação e comunicação nas aulas de Matemática. Apresentamos também o ambiente onde será desenvolvida a pesquisa e os sujeitos da mesma.

No Capítulo II apresentamos os pressupostos teóricos que fundamentam nossa pesquisa. Discutimos as relações entre a Educação e a Matemática e algumas características desse conhecimento, além das concepções sobre seu ensino e aprendizagem; inclusive a concepção que guia o presente trabalho e nossa prática como professora de Matemática no ensino fundamental. Além disso, abordamos o significado da comunicação e sua importância para a aprendizagem da Matemática. Em particular analisamos como o uso excessivo da linguagem matemática pode dificultar a comunicação entre alunos e professores.

Neste capítulo apresentamos também os problemas e limites da avaliação praticada hoje no âmbito escolar, fazendo uma revisão do que foi discutido por diversos autores e pesquisadores; as relações entre a comunicação e a avaliação escolar; a produção escrita como recurso comunicativo e avaliativo e o conceito de avaliação como comunicação e regulação da aprendizagem que norteia nossa pesquisa. Esse conceito de avaliação é sugerido por Wiliam (2007) e Barlow (2006), autores, que entre outros, influenciaram a elaboração da nossa proposta de avaliação da aprendizagem e as atividades que fazem parte da mesma.

Na última seção do Capítulo II relatamos as dificuldades apresentadas por alunos do 7º ano quando têm o primeiro contato com a Álgebra a partir de leituras de artigos, teses e dissertações; as concepções acerca desse conhecimento e suas influências para seu ensino, além das sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais e de pesquisadores para a introdução da Álgebra nas séries iniciais do 3º ciclo do Ensino Fundamental.

O capítulo III trata da metodologia da pesquisa. Apresentamos os instrumentos de coleta de dados (sequência de atividades avaliativas) formulados a partir de leituras acerca da produção escrita nas aulas de Matemática e da seleção e adaptação de atividades que envolvem a tradução de situações – problema para a linguagem matemática (equações do 1ª grau) em artigos e dissertações que tratam do tema "Ensino da Álgebra e de Equações".

Por fim, no Capítulo IV apresentamos como foi aplicada e desenvolvida em sala de aula avaliação diagnóstica (pré-teste) puja análise contribuiu para elaboração de atividades didáticas e avaliativas a partir das necessidades específicas desses alunos e a sequência de atividades avaliativas de conhecimentos algébricos formulada, os dados coletados e a análise dos mesmos; bem como os indícios de aprendizagem observados e, por fim, nossas conclusões finais.

CAPITULO I- INTRODUÇÃO

1.1 Problemática e objeto de estudo

A comunicação é imprescindível no processo de aprendizagem, pois é por meio dela que se processa a negociação de significados entre professor e aluno, através da associação dos conhecimentos que o aluno traz consigo aos que serão desenvolvidos. Além disso, a comunicação permite ao professor investigar se os alunos estão desenvolvendo e tornando funcionais os conceitos, representações e procedimentos novos, bem como o grau de associação aos seus conhecimentos prévios, ou seja, permite avaliar e acompanhar o processo de aprendizagem.

Contudo, nem sempre a comunicação se estabelece nas aulas de Matemática. Como explica Zuchi (2004) e os demais autores que serão apresentados adiante, diversos fatores, entre os quais uma utilização inadequada da simbologia matemática, pode dificultar uma troca de significados entre professores e alunos, entre alunos e entre estes e os materiais didáticos utilizados, comprometendo a própria avaliação da aprendizagem.

Nessa direção, são cada vez mais comuns os estudos a respeito do uso da língua materna no ensino da Matemática, pois dentro dos novos paradigmas de aprendizagem que prestigiam a inserção do aluno nas práticas desenvolvidas por diversos grupos culturais, entre estas o desenvolvimento de formas de pensar, de representar, de comunicar e de agir sobre a realidade, tendo como referência os conhecimentos fundamentados na ciência e representados pela linguagem matemática, as tarefas de ensino exigem comunicação e em sala de aula esta acontece, no nível fundamental principalmente, por meio da língua natural, usada no cotidiano. Machado (2001, p. 108) ao analisar as relações entre língua materna e linguagem matemática aponta uma impregnação mútua entre ambas:

> [...] enquanto uma componente curricular destinada a todos os indivíduos que passam pela escola, a Matemática não pode ser tratada estritamente como uma linguagem formal. [...] Em vez disso, é mister tratá-la como um sistema de representação que transcende os formalismos, aproximando-a da Língua Materna, da qual inevitavelmente deve impregnar-se[...].

Dentre os conteúdos matemáticos, os conteúdos algébricos são os que requerem dos alunos uma maior utilização inicial de símbolos e regras próprias da linguagem matemática.

> [...] a Álgebra surge como um tema matemático fundamental a partir dos anos intermédios. Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstracta da Álgebra fica *ipso facto* seriamente limitado nas

> suas opções escolares e profissionais e no seu exercício da cidadania democrática. (PONTE, 2006, p.1)

Até desenvolver um pensamento abstrato, a criança só consegue efetuar operações matemáticas de forma significativa a partir de situações reais e concretas, que dão sentido a essas operações. Enquanto tem contato apenas com a Aritmética essa forma de pensamento baseado em modelos concretos é suficiente. Contudo, a capacidade de abstrair, construída paulatinamente, será necessária para o aprendizado da Álgebra e de sua linguagem.

.

> [...] a "'abstração" é um conceito no qual não se leva em conta um valor específico determinado e sim qualquer entre todos os valores possíveis daquilo com que estamos lidando ou ao que estamos nos referindo. [...] (OLIVEIRA; AMARAL, 2001)

Segundo D'Amore (2007, p. 253), um dos momentos mais críticos para a aprendizagem da Matemática é a adolescência:

> Nessa fase, os alunos ainda não adquiriram completamente o domínio da língua comum e tal aprendizagem está ocorrendo; por outro lado, nos níveis de escolaridade freqüentados pelo adolescente, começa na verdade a existir a necessidade do uso da linguagem específica da Matemática não apenas explicativa, mas também formal [...].

Um dos conteúdos mais importantes e decisivos para a evolução do pensamento algébrico dos alunos é o de equações. Ao resolver problemas por meio das equações é necessário traduzir uma situação conhecida em sua língua materna para a linguagem matemática, utilizando símbolos e regras próprias dessa linguagem, e depois interpretar o resultado obtido formalmente para a linguagem materna, atribuindo assim um sentido à mesma. Essa é uma das maiores dificuldades no início da aprendizagem da Álgebra, sobretudo no 7ª ano do ensino fundamental, quando os alunos começam a estudar as equações para resolver problemas, além da interpretação das letras para representar as incógnitas das equações.

Outra fonte de problemas para os alunos é a comunicação de suas ideias e processos de resolução de problemas algébricos em atividades avaliativas por meio da linguagem específica da Matemática, principalmente quando ainda não a dominam. Apesar de ser tema de um grande número de pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática, avaliar continua a ser uma das atividades mais difíceis para um professor de matemática: *"Muitas e muitas vezes, diante da impossibilidade de observar e cuidar de cada um, o olhar vagueia pelo todo, abarcando o grupo, na superfície do coletivo". (*HOFFMANN, 2005, p. 13). Na prática a avaliação escolar ainda cumpre predominantemente um papel seletivo, classificando os alunos em aptos ou inaptos, rotulando e promovendo processos que podem levar a exclusão dos mesmos.

Para Barlow (2006) a avaliação é um processo de comunicação. O professor e o aluno transmitem mensagens durante todo o processo avaliativo, que são interpretadas e devolvidas através de notas, comentários e atitudes: *"[...] sendo mensagem que retorna, ou seja, feedback, a avaliação escolar tem como única finalidade melhorar o desenrolar da ação e torná-la mais condizente com seu projeto".* (BARLOW, 2006, p15)

Segundo o autor, ao avaliar um exercício ou tarefa de um aluno é importante que o professor faça comentários significativos sobre os erros e acertos do mesmo; ampliando os meios de comunicação para além das notas e conceitos. Ou seja, é preciso que o professor estabeleça um processo de retorno após a coleta de informações da aprendizagem dos alunos. Além disso, a avaliação não termina ao expor para os pais e alunos os resultados em boletins, mas é um ponto de partida para tomada de ações e mudanças.

Este ponto de vista é partilhado por Wiliam (2007). Segundo este autor, uma boa avaliação ajuda a promover aprendizagem além de fornecer subsídios para a tomada de decisões do professor, e mais: é necessário que o professor construa um processo de comunicação por meio da promoção de *feedback,* ou seja, realimentação, retorno. Além disso, ao avaliar o trabalho de um aluno o professor deve comunicar ao mesmo onde há falhas e orientá-lo para que possa realizar a tarefa de forma satisfatória. Wiliam (2007, p.1054) denomina esse tipo de avaliação de reguladora e sugere cinco estratégias para seu uso efetivo:

> 1. Clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e criterios para o sucesso; 2. desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidencias de aprendizagem; 3. fornecer feedback que mova os alunos para a frente; 4. levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais; e 5. ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos. (Tradução nossa)

Em se tratando de conteúdos algébricos como o de equações, a priorização da avaliação da aprendizagem de métodos e técnicas está de acordo com a ideia difundida de que aprender matemática é saber usar fórmulas e aplicar regras. Além disso, ao corrigir tarefas que envolvem conteúdos algébricos é bastante comum que os professores considerem apenas as respostas formuladas em linguagem matemática. Muitas vezes os processos de resolução e de raciocínio mentais que o aluno elaborou são descartados, pois ao mesmo não é dada a oportunidade de comunicá-los de outra forma. Estes são aspectos importantes que podem dar informações mais fidedignas sobre a aprendizagem do aluno.

> [...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. Isso faz com que os professores procurem aumentar ainda mais o tempo dedicado a este assunto, propondo em suas aulas, na maioria das vezes, apenas a repetição mecânica de mais exercícios. (BRASIL, 1998, p. 115)

Em contrapartida, segundo os PCN's, as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significado à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Esse ponto de vista também é comum a Ponte (2006, p.6), considerando que:

> A visão mais habitual da Álgebra é que se trata simplesmente de regras de transformação de expressões (monómios, polinómios, fracções algébricas, expressões com radicais) e processos de resolução de equações. [...] Trata-se, claramente, de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática, quer relativos à Antiguidade (resolução de problemas), quer actuais (relações, estruturas algébricas), quer mesmo do período "clássico" da Álgebra (estudo de funções e da variação em geral).

Além disso, os estudantes devem adquirir o hábito de incluir e de ouvir justificativas, que em testes tradicionais geralmente são aceitas apenas por meio da Linguagem matemática. Vários instrumentos de avaliação são citados pelos PCNs, como por exemplo, as provas e trabalhos. Destacamos uma observação a respeito da necessidade dos alunos se expressarem além do uso da linguagem formal matemática:

> As formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas. [...] (BRASIL, 1998, p.55)

A respeito dos instrumentos avaliativos, Wiliam (2007, p.1) identificou a partir de pesquisa realizada, que quando os professores querem saber se seus alunos aprenderam realmente algo, ao invés de provas e testes tradicionais, costumam utilizar atividades como mapas conceituais, discussões, perguntas em sala de aula e ate mesmo as expressões faciais dos alunos. Observa-se que estes instrumentos e técnicas contemplam, em maior ou menor grau, a língua materna ou linguagens não matemáticas como forma de expressão.

Nessa direção, diversos autores apontam as contribuições de instrumentos que utilizam a língua materna como a produção escrita dos alunos para a avaliação da aprendizagem em

Matemática. Para Smole (2001), analisar os escritos dos alunos é quase sempre mais eficaz do que obter dados a partir de uma prova pontual.

> A avaliação como elemento integrante do processo de ensinar e aprender ganha um forte aliado nos textos escritos pelos alunos. Isso ocorre porque os textos dos alunos, aliados às observações que o professor faz durante as aulas, fornecem muitas informações sobre o que compreenderam, que dúvidas apresentaram ou que aspectos do trabalho foram mais relevantes. (SMOLE, 2001, p. 64)

Powell e Bairral (2006, p. 27-28) realizaram estudo sobre a contribuição da escrita para o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo os autores, a escrita é um meio estável que permite aos alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático; presencialmente ou através de meios eletrônicos como a internet.

Schneider (2006), a partir de pesquisa realizada em um curso de mestrado junto a alunos do ensino fundamental identificou, a partir de textos por eles escritos, que houve aprendizagem significativa na construção e reconstrução do conhecimento matemático. Segundo a autora, ao iniciar uma atividade matemática, o professor deve utilizar a linguagem usual e, aos poucos, conforme os alunos vão conseguindo elaborar seus conceitos, passar naturalmente para a linguagem formal.

> O rigor da linguagem matemática deve ser para o aluno uma necessidade, não uma imposição. Esta passagem tornar-se-á branda, podendo ocorrer com a aplicação de atividades que envolvam a escrita em Matemática. Pela escrita, os alunos utilizam a linguagem usual, não deixam de usar a formal, pois esta será uma conseqüência na evolução do conhecimento prévio ao novo conhecimento. (SCHNEIDER, 2006, p, 182)

Diante do que foi exposto e tendo em vista o papel fundamental da língua materna para o processo de comunicação nas aulas de Matemática, buscamos investigar quais as contribuições de atividades que envolvam a produção escrita, em língua materna, para a avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Acreditamos que ao incluir no processo avaliativo oportunidades dos alunos se expressarem por meio da língua materna poderemos conhecer melhor aspectos da aprendizagem que terminam negligenciados em uma avaliação realizada apenas por meio de provas e testes tradicionais com ampla utilização de simbologia matemática.

Formulamos a seguinte questão de pesquisa:

Em que medida a produção escrita em língua materna nas aulas de Matemática pode contribuir para uma avaliação do processo de aprendizagem de equações por alunos do 7º ano do ensino fundamental?

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo dessa pesquisa é desenvolver um processo avaliativo que envolva a produção escrita em língua materna nas aulas de Matemática e analisar as contribuições desse processo para a avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau por alunos do 7ª ano do Ensino Fundamental.

1.1.2 Objetivos específicos

1. Investigar dificuldades e avanços de aprendizagem ao longo do processo didático a partir da utilização da produção escrita dos alunos - aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais;
2. Investigar indícios da tomada de consciência dos alunos sobre sua própria aprendizagem.

1.2 O ambiente e as condições do local da pesquisa

O ambiente escolhido para desenvolvimento desse estudo é o Colégio Particular Nova Visão, situado na cidade de Campina Grande, Paraíba. Fundado há quinze anos, o Colégio destina-se em seu regimento a ministrar a Educação Infantil e o Ensino Fundamental.

Sua clientela é diversificada. A maioria dos alunos pertence à classe média baixa e por isso, possuem pouco acesso às atividades esportivas, artísticas, culturais e de lazer. Portanto, a escola para esses alunos é um espaço privilegiado por contar com ambientes e recursos como: sala de leitura, biblioteca, quadra de esportes, pátio para recreação, laboratório de informática. Os recursos financeiros da instituição são oriundos das matrículas e mensalidades e de contribuições para a realização de eventos educativos Muitas vezes os discentes deixam de fazer as atividades por razões como: falta de incentivo, dificuldades materiais, ausência dos pais ou responsáveis para orientá-los.

Para o Ensino Fundamental, o objetivo do Colégio é proporcionar à criança e ao pré-adolescente a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades com o elemento de auto realização, preparação para o trabalho e o exercício consciente da cidadania, variando em conteúdo e métodos, segundo as fases de desenvolvimento dos alunos, mediante:

I- O desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da oralidade, da escrita e do cálculo;

II- O desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;

III- O fortalecimento dos vínculos da família, dos laços e de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se fundamenta a sociedade;

IV- A compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade.

O currículo do Ensino Fundamental tem uma parte destinada à formação geral que visa a aquisição de uma base comum de conhecimentos que integram o aluno na cultura de seu tempo e na própria sociedade. Os programas, por sua vez, são elaborados pelos professores, tendo em vista um contínuo aprofundamento e consecução dos objetivos educacionais da escola.

A avaliação do desempenho do aluno é feita de forma contínua, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas pontuais ou finais. Segundo o regimento do Colégio Nova Visão, para a avaliação da aprendizagem, deverão ser observados aspectos referentes à atitude dos alunos como a participação, o interesse, a iniciativa e a solidariedade.

1.2.1 Proposta pedagógica do Colégio

O objetivo geral da Proposta Pedagógica do Colégio Nova Visão é valorizar a Educação como um instrumento de humanização e de interação social, proporcionando uma Educação de qualidade através de um trabalho de parceria entre pais, alunos e profissionais da educação, em um processo cooperativo de formação de indivíduos plenos e aptos a construir sua própria autonomia e cidadania, reconhecendo-se como ser único, mas também coletivo.

Em seus pressupostos filosóficos, a escola busca salientar o papel do professor e do aluno na consolidação do conhecimento dentro de uma concepção de trabalhar a interdisciplinaridade e transversalidade. A concepção do aluno é de um sujeito ativo, que transforma o conhecimento. O professor é o profissional, cujo papel principal é o de ser uma ponte, um mediador entre o aluno e o conhecimento. Nesse sentido, a metodologia de ensino adotada pela escola é sócio interacionista, voltada à realidade do aluno, democrática, aberta e participativa.

1.3 Sujeitos da pesquisa

1.3.1 A turma

A turma escolhida é uma das turmas de 7ª ano do Colégio Nova Visão. A razão da opção por essa turma é a de que ela é a única na qual a professora pesquisadora atua. Existe outra turma de 7ª ano no período da tarde, mas possui outra professora. Além disso, é nessa etapa de escolarização que os alunos têm o primeiro contato formal com Equações do 1º grau, conteúdo escolhido para a presente pesquisa.

O 7º ano manhã é formado por 27 alunos, com idades variando de 11 a 13 anos. Os alunos, em sua maioria, vêm seguindo os estudos do 3ª ciclo nesta instituição de ensino e foram alunos da professora pesquisadora no ano anterior (2010).

A turma é bastante participativa e costuma emitir opiniões e dúvidas sobre os assuntos abordados.

1.3.2 A Professora Pesquisadora

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba em 2009, a autora do presente estudo atua no Colégio Nova Visão desde o ano de 2008 e é a professora da turma escolhida para compor os sujeitos da pesquisa.

CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Educação e Matemática

> *"A educação é grande consumidora de sonho. E esse sonho – por que não dizer, ainda que a palavra choque alguns – chama-se esperança! De resto, sem a absoluta convicção de educabilidade de seu aluno ou de seu filho, quem se arriscaria à insana aventura da educação?"* (BARLOW, 2007, p. 8)

A Educação, sobretudo brasileira, está em crise. Os debates acerca de suas problemáticas são frequentes e as sugestões para sua melhoria são muitas, tais como aumento de salários dos professores, investimento em materiais e estruturas das escolas, novas metodologias e tecnologias. Contudo, acreditamos que além de pensar em soluções para o atual quadro da Educação é importante refletir sobre qual é o verdadeiro papel da mesma; pois as ações educativas são guiadas pelos significados e objetivos que atribuímos ao ato de educar.

São muitas as concepções de Educação e os seus objetivos são determinados pelas necessidades de cada época; suas bases sofrem influências de vários fatores, entre os quais as correntes filosóficas e psicológicas em determinados estágios da História. De acordo com essas necessidades, cada sociedade define currículos, papéis de alunos e professores; enfim, toda uma lógica escolar que tem como fim atingir os objetivos traçados.

Vários são os estudiosos, filósofos, psicólogos e educadores que estudaram e defenderam as mais diversas abordagens educativas. O ensino dito "tradicional" é o mais comum nas escolas brasileiras. Segundo Mizukami (1986, p. 7) esse tipo de ensino não se fundamenta em teorias empiricamente validadas, mas numa prática que persiste através dos anos. Nesse tipo de abordagem a Educação é caracterizada pela transmissão de ideias selecionadas e organizadas; o papel do professor é o de transmissor de saberes acumulados e o do aluno de receptor, que deve memorizar o que é ensinado. O tipo de relação entre professor e aluno é vertical. Ao aluno não é permitido questionar os saberes transmitidos e a disciplina é supervalorizada. As aulas são expositivas e a avaliação é feita de forma pontual, em datas marcadas utilizando o instrumento da prova escrita, com questões geralmente típicas e familiares que o aluno deve reproduzir. Se o mesmo obtém uma nota acima de uma determinada média acredita-se que aprendeu; do contrário não.

Além disso, o papel da reflexão na aprendizagem é deixado de lado. Raramente são oferecidas aos alunos oportunidades de expressar suas dúvidas, opiniões e pensamentos. Tudo é padronizado, os métodos não variam de uma classe para outra e todos são avaliados da mesma forma sem levar em consideração as características pessoais e aptidões dos alunos. Segundo Mizukami (1986, p.9) nesse tipo de abordagem, *"[...] o homem é considerado uma espécie de* *tábula rasa; na qual são impressas, progressivamente, imagens e informações fornecidas pelo ambiente*".(MIZUKAMI, 1986, p. 9)

Paulo Freire (1975, p. 33) define esse tipo de abordagem de educação bancária. Segundo Freire, em lugar de comunicar-se, o educador faz depósitos que os educandos recebem pacientemente, memorizam e repetem. *"Eis aí a concepção "bancária" da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los".* (FREIRE, 1987, p. 33)

Freire foi muito crítico quando usou o termo "arquivá-los". Afinal, tudo que foi memorizado pelo aluno parece não ter realmente utilidade, não faz sentido para ele. No ensino tradicional é comum perceber que após algum tempo da realização de exames e provas, os alunos não lembram mais o que foi estudado. Será que realmente esqueceram ou nunca aprenderam? Basta o professor alterar um pouco o enunciado das questões feitas em sala para que os alunos reclamem dizendo:

"- Ainda não aprendi a fazer esse tipo de questão, o professor não ensinou". Esse aprendizado é bastante questionável, sobretudo numa época em que as sociedades buscam inovações e soluções urgentes e criativas para os desafios que surgem. Sabemos que com o avanço da tecnologia e o aperfeiçoamento dos computadores, a memorização de informação tornou-se inútil e sem sentido.

Piaget, na obra Psicologia e Pedagogia (1973), cita problemas centrais do ensino de sua época, que parecem ainda muito atuais:

> Qual o objetivo desse ensino? Acumular conhecimentos úteis? (Mas em que sentido são úteis?) Aprender a aprender? Aprender a inovar, a produzir o novo em qualquer campo tanto quanto no saber? Aprender a controlar, a verificar ou simplesmente a repetir?

Os questionamentos apresentados por Piaget nos fazem refletir sobre qual é e qual deveria ser o verdadeiro papel da educação. Um ensino que não provoca o pensamento e o senso crítico dos estudantes não pode ser capaz de formar pessoas autônomas. Barlow (2007, p. 8) indica uma das etimologias da palavra *"Educar" – conduzir (ducere) para fora (ex), ou seja, para outro lugar, nem sempre previsível*. Para o autor, a educação não pode abrir mão de um projeto, assim como qualquer ação deve ser bem planejada. Contudo, também deve ser flexível. Concordamos com o autor. Não podemos na intenção de educar moldar a criança ou incutir em sua mente aquilo que para nós é o correto ou a verdade, sob pena de contribuir com uma geração de conformados, de pessoas incapazes de mudar o meio, criar soluções para o mundo e para suas próprias vidas. Nesse sentido, acreditamos que ao adotar um processo educativo no qual o aluno possa refletir, comunicar-se e construir seu conhecimento, estaremos verdadeiramente educando.

2.1.1 Educação matemática

> *A Matemática é um assunto acerca do qual é difícil não ter concepções. É uma ciência muito antiga, que faz parte do conjunto das matérias escolares desde há séculos, é ensinada com carácter obrigatório durante largos anos de escolaridade e tem sido chamada a um importante papel de selecção social. Possui, por tudo isso, uma imagem forte, suscitando medos e admirações.* (PONTE, 1992, p.1)

É comum ouvir das pessoas quando descobrem que sou professora de Matemática:

"- Como você é inteligente! Matemática é muito difícil!"

Essa opinião é bastante comum. Segundo Ponte (1992), ela é fruto de um ensino mecânico, no qual os alunos, nas aulas de Matemática, devem apenas memorizar fórmulas prontas. Nesse tipo de ensino, os exercícios, geralmente repetitivos, não têm nenhuma ligação com a realidade do aluno, o que de fato, torna muitas vezes algo difícil de entender e distante da realidade para muitas pessoas.

> A Matemática é geralmente tida como uma disciplina extremamente difícil, que lida com objectos e teorias fortemente abstractas, mais ou menos incompreensíveis. Para alguns salienta-se o seu aspecto mecânico, inevitavelmente associado ao cálculo. É uma ciência usualmente vista como atraindo pessoas com o seu quê de especial. (PONTE, 1992, p.1)

Desde muito cedo aprendi a admirar a Matemática. Fiz parte de uma época em que aprender era memorizar, repetir o que os professores faziam em sala. Por outro lado, durante minha infância tive a oportunidade de conviver, no meio familiar, com tios-professores que me iniciaram no mundo mágico da Matemática. É com nostalgia que recordo as primeiras leituras de Malba Tahan e os desafios e mágicas que me faziam pensar e repensar seus segredos. Meu pai, engenheiro elétrico, sempre me ajudava nas tarefas e minha mãe, professora, contribui bastante para o meu aprendizado escolar.

Sempre tive facilidade de aprender os procedimentos e os algoritmos matemáticos. Na adolescência costumava dar aulas de reforço e percebia que nem todos tinham facilidade para aprendê-los como eu. Diante disto, procurava maneiras diferentes para explicar os cálculos matemáticos, de um jeito mais fácil para meus alunos. Nessa época, acreditava que eu realmente era um ser especial, com dotes divinos para a Matemática. Contudo, percebia que muitos dos meus alunos de reforço perdiam o medo da Matemática quando começavam a entender o significado dos algoritmos e das fórmulas, quando resolviam desafios interessantes. Com o passar do tempo, entendi que eu não era uma privilegiada possuidora de dons superiores, mas apenas alguém que pôde vivenciar experiências positivas com relação à Matemática.

Quando ingressei no Curso de Licenciatura em Matemática me chamavam atenção as disciplinas didáticas, sobretudo a Psicologia. Queria entender porque algumas pessoas tinham facilidade para aprender Matemática e outras não. Fui aluna de um programa de Iniciação Científica (Pibic - CNPQ) e comecei a ter contato com educadores e pesquisadores desse campo. Foi a partir de um projeto de pesquisa desenvolvido com o apoio do CNPQ que pude desenvolver os primeiros estudos acerca da Avaliação Escolar. Além disso, conheci metodologias como a Resolução de Problemas, a Modelagem, o uso de Jogos e de Materiais Concretos, além de Teorias da Aprendizagem como o Cognitivismo, Construtivismo e Sócio culturalismo em eventos de iniciação científica e em disciplinas cursadas no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Nessa época ouvi falar pela primeira vez em Educação Matemática que segundo Lorenzato & Fiorentini (2007, p.5), consiste em *"... uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática".*

Kilpatrick (apud FIORENTINI e LORENZATO, 2007, p. 6) explica que a Educação Matemática, como campo científico e profissional, surgiu a partir da preocupação dos próprios matemáticos e professores de Matemática com a socialização do conhecimento matemático, com a melhoria de suas aulas e atualização e modernização do currículo escolar desse campo científico.

> Embora ainda em construção, poderíamos dizer que o objeto de estudo da Educação Matemática consiste nas múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. (FIORENTINI e LORENZATO, 2007, p. 9)

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 3), o educador matemático distingue-se do matemático propriamente dito. Suas práticas são bastante diferentes, assim como o olhar para esse campo do saber. O matemático tende a conceber a matemática com fim em si mesma; priorizando seus conteúdos formais. O educador matemático entende a Matemática como um meio, um instrumento importante à formação social, colocando-a a serviço da educação. Do ponto de vista científico, os matemáticos buscam produzir novos conhecimentos e ferramentas que possibilitem o desenvolvimento da Matemática pura. Enquanto isso, o educador matemático pesquisa novos conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral dos seus alunos. Essas duas áreas são distintas e importantes.

> [...] a Educação Matemática poderia ser caracterizada como uma atividade multidisciplinar. (D'AMBRÓSIO, 1986, p.35)
> [...] caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de idéias e processos pedagógicos relativos á transmissão/assimilação e/ou à apropriação /construção do saber matemático escolar. (FIORENTINI e LORENZATO, 2007, p. 5)

Entendemos que é imprescindível que o educador matemático possua um domínio do conhecimento matemático; dos conteúdos que irá ensinar. Contudo, isso não basta. Como lida com algo tão complexo como a educação, esse campo do saber relaciona-se com várias outras áreas que tratam do desenvolvimento humano e da aprendizagem. Por isso, é necessário que o educador matemático possua conhecimentos não somente de Matemática, como também de outras disciplinas cientificas a exemplo de Psicologia, História, Filosofia, Epistemologia, Sociologia. Ou seja, que perceba as relações que existem entre o conhecimento matemático, o ser humano e a educação.

2.1.2 O saber matemático e sua aprendizagem numa abordagem construtivista e sócio – culturalista.

> *Podemos assim enunciar quatro características fundamentais do conhecimento matemático: a formalização segundo uma lógica bem definida, a verificabilidade, que permite estabelecer consensos acerca da validade de cada resultado, a universalidade, isto é, o seu carácter transcultural e a possibilidade de o aplicar aos mais diversos fenômenos e situações, e a generatividade, ou seja, a possibilidade de levar à descoberta de coisas novas.* (PONTE, 1992, p. 13)

É bastante comum a ideia de que aprender Matemática é ser capaz de efetuar cálculos. Contudo, é possível que um aluno aprenda a efetuar cálculos sem necessariamente entender o que o resultado encontrado significa. Também é comum que os professores exijam, muitas vezes prematuramente, o rigor e a formalização na apresentação dos raciocínios matemáticos de seus alunos; valorizando de forma exacerbada a linguagem Matemática e os procedimentos formais, punindo os erros na busca de um ideal de perfeição. Dessa forma, são deixados de lado aspectos importantes para a aprendizagem Matemática como a intuição, a reflexão e a negociação de significados. Segundo Barufi (1999) uma vez que conhecer é conhecer o significado, a construção de conhecimentos baseia-se na negociação de significados:

> [...] processo onde todas as pessoas envolvidas têm as mesmas possibilidades de emitir ideias críticas sobre as questões colocadas. [...] na sala de aula o processo de negociação de significados é detonado e controlado pelo professor [...] é essencialmente ele quem realiza a mediação entre o saber matemático cultural, descontextualizado e despersonalizado, e os estudantes que querem construir esse conhecimento, enquanto pessoas enfrentando problemas desafiadores [...] (BARUFI, 1999, p. 37)

Machado (2001, p. 20) destaca que são vários os estereótipos difundidos acerca do conhecimento Matemático. Segundo o autor, estas noções estão solidamente fundadas no senso comum e são aparentemente inquestionáveis.

> São exemplos disso, proposições como as que seguem: A Matemática e exata, a Matemática é abstrata, a capacidade para a Matemática é inata, a Matemática justifica-se pelas aplicações práticas, a Matemática desenvolve o raciocínio.

Segundo Machado essas concepções, amplamente difundidas, dificultam ações pedagógicas mais fecundas e dão origem a diversos problemas enfrentados por professores e alunos em situações de ensino, pois são essas concepções que orientam a ação pedagógica e geram conclusões como as que seguem:

> [...] outros setores de conhecimento não são exatos, a Matemática não comporta resultados aproximados, lidar com abstrações é característica exclusiva da Matemática, é possível um conhecimento sem abstrações; é natural que grande parte das pessoas encontre dificuldades em Matemática; só a Matemática desenvolve o raciocínio; só deve ser ensinado o que comporta aplicações práticas. (MACHADO, 2001, p. 30)

Thompsom (apud PONTE, 1992, p. 18) em estudos sobre as concepções dos professores acerca do conhecimento matemático, identificou que os mesmos tendem para uma visão absolutista e instrumental da Matemática, considerando-a como uma acumulação de fatos, regras, procedimentos e teoremas.

> No entanto, alguns professores, destacando-se do conjunto, assumem uma concepção dinâmica, encarando a Matemática como um domínio em evolução, conduzido por problemas, e sujeito ele próprio a revisões mais ou menos significativas. (THOMPSOM apud PONTE, 1992, p. 18)

Segundo Pavanello & Nogueira (2009), ao se conceber a Matemática como pronta, acabada, perfeita, ensinar e aprender Matemática se reduz à transmissão desse conhecimento para os alunos pelo professor.

> Essa forma de conceber o processo de *ensinar/aprender* deixa para o aluno toda a responsabilidade pelo estabelecimento das conexões entre os diferentes ramos da matemática e entre esta e as demais disciplinas sem, contudo, lhe oferecer o preparo necessário para se desincumbir dessa tarefa. O que cabe ao aprendiz é "seguir a receita", pois raramente é convidado a pensar sobre uma questão, a discuti-la com os colegas, a estabelecer conjecturas, a testá-las. (PAVANELLO & NOGUEIRA, 2009, p. 34)

É natural que as concepções dos professores de Matemática sobre o que é o conhecimento matemático influenciem a sua prática de ensino. Somos guiados por nossas concepções de mundo e profissionalmente não é diferente. Talvez essas concepções expliquem, em parte, a maneira como se ensina matemática ainda hoje.

A essa altura podemos levantar a seguinte questão: O que significa aprender Matemática?

Numa abordagem de ensino Tradicional, aprender é ser capaz de memorizar ou de reproduzir algo. Segundo César (2001, p.3) esta perspectiva conseguiu ser eficaz em diversos casos, pois muitos de nós aprendemos conhecimentos matemáticos desta forma. Por outro lado, ela também se revelou extremamente penalizante para tantos outros, pois pressupõe que professores e alunos se interessam pelas mesmas questões, que dominam formas de raciocínio semelhantes, que dão o mesmo sentido aos conhecimentos e que partilham um mesmo quadro de referências (como o vocabulário e a sintaxe, entre outros).

> Assim, todos os que eram diferentes, foram estigmatizados, pois não eram capazes de corresponder às expectativas que os professores tinham quanto ao papel do aluno e ao que é aprender. O preço a pagar foi elevadíssimo: muitos alunos sucumbiram ao desânimo e acabaram convencidos de que não gostavam de aprender. E, no que se refere à Matemática, muitos deles acreditaram mesmo que não eram suficientemente dotados para aprender, construindo-se uma representação social que a encara como impenetrável para muitos. Assim, inúmeros projetos de vida se viram truncados devido à crença de muitos alunos na sua inaptidão para aprenderem Matemática e à exigência da frequência desta disciplina para uma vasta gama de opções escolares e profissionais. (CESAR, 2001, p.3)

Em contrapartida, historicamente, surgiram teorias com alternativas pedagógicas ao ensino dito tradicional. Um dessas teorias é o Sócio-Culturalismo, cujas ideias estruturais foram desenvolvidas pelo psicólogo russo Vigotsky.

> [...] os sócio culturalistas consideram a cognição como uma forma cultural e historicamente constituída de reflexão e de ação incorporada nas praxes sociais e mediada pela linguagem, interação, signos e artefatos. Como conseqüência, o conhecimento é produzido pelos sujeitos do conhecimento que são, em todos os seus esforços produtivos, incorporados nas tradições de pensamento historicamente constituídas. (RADFORD, 2008, p.9)

Assim como numa abordagem construtivista, o ensino numa abordagem sócio culturalista descreve a aprendizagem como sendo mais que um produto externo ao aluno. São considerados, além dos fatores pessoais, as emoções, o ambiente, os conhecimentos prévios e a integração dos novos conhecimentos aos já existentes na estrutura cognitiva dos alunos.

Nas duas abordagens, os indivíduos são considerados seres capazes de construírem sentidos próprios para o conhecimento e com mentes em reestruturações constantes. No processo de aprendizagem o mundo é reinventado pelos indivíduos que interagem com o conhecimento de acordo com suas experiências pessoais.

> Construtivismo significa isto: a idéia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do Indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais; e se constitui por força de sua ação e não por qualquer dotação prévia, na bagagem hereditária ou no meio, de tal modo que podemos afirmar que antes da ação não há psiquismo nem consciência e, muito menos, pensamento. (BECKER, 2009, p.2)

Radford (2008) ressalta que apesar das semelhanças existentes entre as teorias sócio culturais e construtivistas há algumas diferenças entre elas. Uma dessas diferenças diz respeito á autonomia dos indivíduos. Para os construtivistas a autonomia do sujeito é um pré-requisito para a aquisição do conhecimento. Contudo, Radford (p.9) explica que para as abordagens sócio culturais a autonomia não é um pré-requisito para a aquisição do conhecimento, mas o seu resultado. Ou seja, para aprender o sujeito precisa da mediação dos colegas e professores, até que se torne autônomo.

> [...] para os sócio culturalistas a aprendizagem não necessariamente ou exclusivamente ocorrerá como resultado das reflexões autônomas do aluno na sua tentativa de criar hipóteses viáveis ou fornecer soluções ótimas para um problema. A aprendizagem, na verdade, muitas vezes começa no ponto no qual o aluno deixa de ser capaz de continuar por si mesmo e requer a mediação ativa do professor (esta é uma das idéias da zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky).

Ao invés de dar respostas prontas aos alunos, os professores, em uma perspectiva sócio culturalista, devem mediar o processo de conhecer do aluno. Ou seja, nessa perspectiva, *"o professor tem o papel de fornecer questões e pistas para redirecionar a atenção autônoma do aluno para determinados aspectos não observados de um problema em consideração e que são vitais para se atingir a realização de certas formas de pensamento matemático".* Radford *(p.11)*

Contudo, é fato que nas duas perspectivas, construtivista e sócio culturalista, o sujeito do conhecimento deve passar por situações de conflito e de desequilíbrio, ou seja, situações nas quais o mesmo reflita sobre suas concepções acerca do mundo. Ao ter contato com os conhecimentos escolares é importante que o indivíduo não os entenda ou receba como prontos, como no ensino dito tradicional, mas que possa construí-los sem deixar de lado a importância da mediação dos professores e colegas. Portanto, para aprender não basta memorizar regras ou definições, mas sim resolver problemas, investigar, elaborar hipóteses, refletir, trabalhar em grupo e, sobretudo, comunicar-se.

Nas duas abordagens, aprender é relacionar o novo ao que já se conhece. É interpretar, dar sentido a algo. É criar soluções a partir de algo. É resolver problemas. Portanto, aprender Matemática é atribuir um sentido para a mesma, é resolver problemas por meio dela, é estabelecer relações entre os vários conceitos matemáticos. Nesse sentido são consideradas as características e interesses individuais, pois nem todos aprendem da mesma forma e em um mesmo intervalo de tempo.

> [...] só se aprende quando se sabe interpretar, no seio do seu próprio sistema de pensamento, o conhecimento que pretendemos apropriar, ou seja, se não há aprendizagem sem a intervenção do social, também ela não existe sem a contribuição do que é pessoal ou característico de cada indivíduo (potencialidades do sistema nervoso, um determinado desenvolvimento sócio cognitivo, uma história pessoal composta por diversas vivências, valores, etc.). (CESAR, 2001, p.6)

Portanto, a aprendizagem é uma construção de significados por meio de negociações entre alunos e professores; significados trazidos pelo aluno e aqueles que o professor deseja apresentar. Ao aprender um novo conteúdo matemático, o aluno está se inserindo em uma cultura matemática. Ou seja, além de aprender um conteúdo ou conceito matemático, o aluno começa a fazer parte de uma comunidade que tem um modo particular de pensar, de se comunicar. Contudo, como seres humanos que somos, modificamos nossa cultura. Da mesma forma, o aluno transforma o conhecimento já construído a partir de suas próprias vivências, pois cada ser humano é único e possui experiências prévias diferentes em relação aos conteúdos matemáticos. Cada um de nós constrói de forma particular o próprio conhecimento matemático e a comunicação é um fator decisivo para essa aprendizagem, como veremos adiante.

2.2 Comunicação nas aulas de Matemática.

2.2.1 Comunicação: um processo de interação

> [...] O tema "comunicação" tem adquirido um lugar cada vez mais importante no estudo do processo de ensino-aprendizagem, nomeadamente quando, a partir dos anos 80, os movimentos de reforma do ensino acentuaram a importância da interação e negociação de significados nas situações educativas, que se apresentam essencialmente como bi- (ou mesmo multi-) direcionais. (PONTE e MARTINHO, 2005)

A comunicação é imprescindível no processo de aprendizagem, pois é esta que permitirá a negociação de significados entre professor e aluno; os que o aluno traz consigo e aqueles a serem desenvolvidos visando a sua inserção em uma comunidade de prática.

Além de permitir a negociação de significados, é por meio de processos comunicativos constantes que o professor busca investigar se os alunos estão assimilando os conceitos novos e os associando ou não, aos seus conhecimentos prévios, ou seja, avaliar e acompanhar o processo de aprendizagem. Segundo Bishop e Goffree (1986, p.46) são "regras" para a negociação de significados para as salas de aula, do debate casual ou das regras de discussão:

> Falar e contribuir com frequência; dar aos outros a possibilidade de contribuírem; tratar as outras contribuições com respeito; perguntar quando não entende o contributo dos outros; objectar, se sente que uma contribuição é de algum modo inválida; apresentar razões para as tuas afirmações; tentar separar a ideia da pessoa que a dá.

Os autores continuam afirmando que em segundo lugar, por cima e para além destas regras básicas para a aula está a preocupação do professor em desenvolver a partilha de significados e o professor que deseja promover a negociação como o modo predominantemente na sua sala de aula precisa de:

> [...] questionar e responder a questões; dar razões e pedir por razões; clarificar e pedir clarificação dar analogias e pedir analogias; escrever e pedir por descrições; explicar e pedir explicações dar e receber exemplos. (BISHOP e GOFFREE, 1986, p.46)

Segundo Ponte et all (2007, p. 44) a comunicação permite regular a aprendizagem, pois é por meio dela que o professor pode diagnosticar o progresso dos alunos, suas dificuldades e planejar intervenções.

> A comunicação que ocorre na sala de aula de Matemática marca de forma decisiva a natureza do processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. [...] Nos últimos anos, a comunicação, sobretudo na sua vertente escrita, ganhou uma visibilidade acrescida no ensino da Matemática, surgindo como um dos objetivos curriculares desta disciplina, quer nos documentos oficiais quer em testes e exames. [..] A natureza da comunicação que se desenvolve na sala de aula depende de modo decisivo da forma como o professor a regula e promove. (PONTE et al, 2007, p. 40)

Cândido (2001) destaca a importância da comunicação para a aprendizagem da Matemática:

> [...] em Matemática, a comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da Matemática. Se os alunos forem encorajados a se comunicar matematicamente [...] terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto. (CÂNDIDO, 2001, p.15)

Segundo Cândido, pesquisas recentes afirmam que os estudantes precisam aprender a se comunicar matematicamente e que os professores devem estimular o espírito de questionamento e levar seus alunos a pensarem e comunicarem suas ideias.

Para Ponte (2007), há duas maneiras de se entender comunicação matemática: como transmissão de informações e como um processo de interação social. No primeiro caso, a aprendizagem da matemática e de sua linguagem é encarada como a aquisição de uma organização complexa de símbolos. No segundo caso, o professor não se limita a transmitir informações, mas a organizar tarefas que permitam a troca de ideias, a negociação e construção de conceitos matemáticos. Segundo os autores, nesta última perspectiva ganham grande importância às práticas discursivas que ocorrem na sala de aula, tendo de se questionar se são de fato promotoras da compreensão dos significados e da linguagem da Matemática. Nesse estudo, entendemos comunicação como processo de interação mútua entre professores e alunos e entre alunos, ou seja, um processo de interação sócio-cultural.

2.2.2 Comunicação e linguagem matemática

Apesar de sua importância relatada por diversos autores e pesquisadores para a aprendizagem, nem sempre a comunicação se estabelece nas aulas de Matemática. Como explica Zuchi (2004), a ampla utilização da simbologia matemática pode dificultar a troca de significados entre professores e alunos e a própria avaliação da aprendizagem.

> Geralmente, o formalismo rigoroso matemático não é familiar ao estudante, sendo difícil a decodificação da mensagem. Para que haja compreensão desta, faz-se necessário, além de um contexto adequado, o desenvolvimento e atividades que estimulem e impliquem na

> comunicação oral e escrita, conduzindo o aluno a verbalizar os seus raciocínios. (ZUCHI, 2004)

Segundo Carrasco (2001)

> [...] até que o aluno se torne capaz de utilizar esta linguagem formalizada, ele precisa compreender o significado (a essência) do conceito ou da teoria que está sendo estudada e que se mostra, geralmente, na própria linguagem matemática. E precisa saber falar e escrever sobre este conceito, na sua linguagem usual, para só depois fazê-lo na linguagem simbólica. (CARRASCO apud SCHNEIDER, 2006)

Cândido (2001, p.23) ressalta os riscos da exigência prematura do rigor e formalismo matemático:

> [...] exprimir-se com o rigor em matemática não é algo tão simples. Ao exigirmos dos alunos uma linguagem que consideramos adequada e precisa, corremos o risco de impedir que alguns deles tenham acesso ao sentido dos enunciados matemáticos, o qual se constrói a partir de uma linguagem aproximada, em um trabalho em que o importante é articular significações, relacionar idéias e etapas do raciocínio.

Nessa direção, são cada vez mais comuns os estudos a respeito do uso da língua materna no ensino da Matemática, pois qualquer tarefa de ensino exige comunicação e esta acontece naturalmente por meio da língua comum, usada no cotidiano. Discutiremos a seguir as relações entre a língua materna, a linguagem matemática e a comunicação nas aulas de Matemática.

2.2.3 Língua materna e linguagem matemática

É comum ouvir comentários dos professores de Matemática acerca da dificuldade dos alunos de interpretação e utilização da linguagem matemática. Também é comum que a dificuldade de resolver problemas matemáticos seja atribuída, em grande parte, à dificuldade de interpretação dos problemas escritos em língua materna. As seguintes citações são apresentadas na direção de destacar a importância do uso desta linguagem:

> Como, e o que, são esses conhecimentos e habilidades matemáticos? Não estariam eles na mesma categoria do falar [...] isto é, utilizar a linguagem como meio de comunicação? (D'AMBROSIO, 1986, p.35)

> [...] enquanto uma componente curricular destinada a todos os indivíduos que passam pela escola, a Matemática não pode ser tratada estritamente como uma linguagem formal [...] é mister tratá-la como um sistema de representação que transcende os formalismos, aproximando-a da Língua Materna; da qual inevitavelmente deve impregnar-se[...] (MACHADO, 2001, p. 108)

Segundo Cândido (2001, p. 17) é por meio da língua materna que lemos os enunciados matemáticos, que são feitos os comentários e que interpretamos o que lemos. Esses fatos são notórios e nos levam a questionamentos como: Quais seriam as relações entre a Língua materna e a linguagem Matemática? Quais são suas implicações para o aprendizado da Matemática?

O primeiro fato a ser analisado é a natureza da Matemática como sistema de comunicação. A Matemática não pode ser considerada uma língua, pois apesar de permitir a transmissão de idéias por meio da escrita de símbolos universais, não é falada, ou seja, não detém uma das características principais da Língua: a comunicação por meio da oralidade, como explica Machado (2001, p. 105): “[...] *enquanto concebida como uma linguagem formal, a Matemática não comporta a oralidade, caracterizando-se como um sistema simbólico exclusivamente escrito”.*

Machado destaca uma impregnação, uma dependência mútua entre a Matemática e a Língua materna. Segundo o autor, basta observarmos uma criança que está aprendendo a falar. Paralelamente ela também está tendo os primeiros contatos com números, tempo, dinheiro. Ambas, a linguagem matemática e a língua materna são sistemas de representação da realidade e permitem a comunicação de ideias. Segundo o autor, expressões como as que se seguem podem contribuir para uma compreensão dessa impregnação: chegar a um denominador comum; dar as coordenadas, aparar as arestas; são 8 e meia, hoje é dia 10.

Segundo Machado, é por causa da inexistência de uma oralidade própria que a Matemática se apóia na língua materna. Por exemplo, o nome denominador em matemática toma emprestado um sentido da língua portuguesa, visto que denominador significa aquele que dá o nome, nesse caso o nome da fração; por exemplo, em 2/4 lê-se *dois quartos*. Por outro lado, quando dizemos que precisamos chegar a um denominador comum pedimos emprestado da Matemática a noção de que através da redução de denominadores diferentes a um mesmo denominador teremos uma solução ótima para os dois sujeitos envolvidos em algum impasse. Nesse caso, a Língua materna toma emprestado da Matemática seus significados, daí Machado referir-se à impregnação mútua em seu texto.

Outro aspecto analisado pelo autor é que no desempenho de suas funções, tanto a língua materna como a linguagem matemática não devem ser caracterizadas apenas como códigos. Para Machado (2001, p. 127) a aprendizagem de cada uma das disciplinas deve ser considerada como a elaboração de um sistema de representação da realidade. Portanto, os aspectos semânticos devem ser valorizados tanto quanto os sintáticos. Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) compartilham essa opinião. Segundo os autores priorizar, na prática escolar, apenas um desses níveis (sintático ou semântico) pode representar perda do poder matemático para os alunos.

> Mesmo que se admitisse a possibilidade de um conhecimento de natureza inteiramente técnica, limitando-se a um saber fazer sem uma compreensão mais ampla, sem qualquer explicação do que se faz, isto não abrangeria, com toda certeza, os casos da Língua Materna e da Matemática". (MACHADO, 2001, p. 113)

Para Machado (2001), a Matemática ainda é considerada por muitos como de difícil aprendizado e entendimento, o que faz com que ocorra um conformismo no domínio apenas de suas técnicas. Entretanto, uma verdadeira autonomia intelectual só se viabiliza na medida em que os indivíduos sintam-se capazes de lidar com a Língua Materna e a Matemática de modo construtivo e não apenas como usuários. Entendemos que assim como um cidadão não é considerado alfabetizado apenas por saber escrever seu nome, sem interpretar textos e comunicar ideias através da escrita, não podemos considerar que um aluno aprendeu Matemática simplesmente por utilizar símbolos, algoritmos ou fórmulas. A essência, o significado desses símbolos, fórmulas e algoritmos também devem ser compreendidos.

Ao discutir as relações entre Língua comum (Língua materna) e a linguagem Matemática D'Amore (2007, p. 252) aponta um paradoxo: se por um lado o professor deve ensinar e estimular o uso da linguagem formal Matemática, com seus símbolos e regras próprias, por outro, deve fazê-lo de maneira que essa linguagem não seja obstáculo para a aprendizagem da matemática e, portanto, comunicar-se de uma forma que facilite o entendimento do aluno, ou seja, recorrendo à língua materna.

Segundo D'Amore (2007), um dos momentos mais críticos para a aprendizagem da Matemática é a adolescência:

> Nessa fase, os alunos ainda não adquiriram completamente o domínio da língua comum e tal aprendizagem está ocorrendo; por outro lado, nos níveis de escolaridade frequentados pelos adolescentes começa na verdade a existir a necessidade do uso da linguagem específica da Matemática não apenas explicativa, mas também formal: sem isso a Matemática seria muito pobre [...] Colette Laborde propôs outro problema didático concreto: parece impossível que o estudante aprenda a utilizar a linguagem especifica da Matemática "por osmose", é necessário então existir uma verdadeira e própria atividade didática específica explicitamente pensada nesse sentido. (D'AMORE, 2007, p. 253)

Por outro lado, é também nessa fase que, segundo os Parâmetros curriculares Nacionais de Matemática (3º e 4º ciclos), "[...] *ampliam-se as capacidades para estabelecer inferências e conexões lógicas, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e ideias de maior complexidade, para argumentar expressando ideias e pontos de vista com mais clareza". (BRASIL, 1998, p. 62)*

Nessa direção, Klüsener (2003, apud COURA, 2008), ressalta que antes que o aluno escreva utilizando a linguagem simbólica da Matemática, deve lhe ser dada a possibilidade de desenvolver as expressões e noções matemáticas com o uso de uma linguagem natural:

> [...] com esse procedimento, considera-se que o pensamento se realiza em palavras, não em símbolos, e que é necessário se passar pela verbalização, tanto oral quanto escrita, para só então se chegar ao processo da linguagem simbólica. Nessa perspectiva, ela destaca a linguagem natural/ordinária/habitual como forma de descrever e expressar o conhecimento matemático através da expressão oral, escrita e/ou verbal. (COURA, 2008, p. 24)

Ao concluir esse capítulo novas reflexões sobre a importância da comunicação para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática surgiram. Levantamos o seguinte questionamento: qual a relação da comunicação com a avaliação de aprendizagem, tendo em vista que esta é uma atividade essencialmente comunicativa? A seguir discutiremos essas relações e o papel da comunicação no processo avaliativo.

2.3 Avaliação

2.3.1 Avaliação escolar – problemas e práticas

> [...] entendemos que a avaliação não se dá nem se dará num vazio conceitual, mas sim dimensionada por um modelo teórico de mundo e de educação, traduzido em prática pedagógica. (LUCKESI, 2008, p. 28)

Apesar do grande número de pesquisas realizadas no âmbito da Educação sobre avaliação, esta continua a ser uma das atividades mais difíceis para um professor de Matemática. Como avaliar integralmente os discentes com um número cada vez maior de alunos por sala de aula? Infelizmente, diante da pressão de pais e de donos de escola, na ânsia de cumprir todo o conteúdo programático cobrado nos vestibulares; é difícil reservar o tempo adequado para planejamento e aplicação de uma avaliação integrada ao ensino e que contribua para a aprendizagem dos alunos. "*Muitas e muitas vezes, diante da impossibilidade de observar e cuidar de cada um, o olhar vagueia pelo todo, abarcando o grupo, na superfície do coletivo.*" (HOFFMANN, 2005, p. 13)

Segundo Luckesi (2008, p 18) o sistema de ensino está interessado nos percentuais de aprovação e reprovação, os pais na promoção de seus filhos e os professores, diante de todas as pressões sofridas, utilizam a avaliação como um meio de controlar os alunos para que obtenham as notas necessárias para sua aprovação. Para o autor, essa maneira de encarar a avaliação apresenta desdobramentos, especialmente na relação professor-aluno.

> Os professores elaboram suas provas para provar os alunos e não para auxiliá-los na sua aprendizagem [...] em muitos casos elaboram provas para reprovar seus alunos. (LUCKESI, 2008, p.21)
>
> No que se refere à aprovação ou reprovação, as médias são mais fortes do que a relação professor-aluno. Por vezes, um aluno vai ser reprovado por décimos. (LUCKESI, 2008, p.24)

Barlow (2006) ressalta que é comum encontrar professores que usam as tarefas avaliativas como meio de coerção ou castigo.

> A avaliação, para eles, é a distribuição de prêmios, a classificação trimestral ou mensal, as notas sobre 10 [...] o boletim para os pais assinarem [...] e não o lento trabalho de acompanhamento feito no dia a dia pelos professores: gestos, palavras e mímicas simples [...]. (BARLOW, 2006, p.23)

.

Acerca das concepções e crenças populares a respeito da avaliação Escolar, típica do ensino tradicional, Hoffman (2003) faz alguns questionamentos reflexivos:

> O sistema de avaliação tradicional, classificatório, assegura um ensino de qualidade? A manutenção das provas e notas é garantia do efetivo acompanhamento dos alunos no seu processo de aprendizagem? O sucesso de um aluno na escola tradicional representa o seu desenvolvimento máximo possível? (HOFFMANN, 2003, p.12)

Segundo a autora, é comum encontrar ex alunos bem sucedidos, que em época escolar, não apresentavam um bom desempenho quando avaliados através das provas e exames tradicionais. Por outro lado, quantos dos alunos tidos como excelentes e com boas notas obtiveram posteriormente um bom êxito na vida pessoal e profissional?

> [...] na concepção de avaliação classificatória, a qualidade se refere a padrões preestabelecidos, em bases comparativas: critérios de promoção (elitistas, discriminatórios); gabaritos de respostas às tarefas, padrões de comportamento ideal. Uma qualidade que se confunde com quantidade [...] qualidade numa perspectiva mediadora da avaliação, significa desenvolvimento máximo possível, um permanente vir a ser, sem limites preestabelecidos [...]. (HOFFMAN, 2003, p.26-27)

O mais grave é que para a sociedade a escola de qualidade ainda é aquela que mais reprova. Será que reprovar ou aprovar são os reais objetivos da avaliação escolar? Segundo Hoffman, a avaliação deve promover o aluno, na medida em que seu objetivo principal deve ser contribuir para o aprendizado do aluno e para seu desenvolvimento máximo possível.

Quadro 1- Sucesso na Escola tradicional x Desenvolvimento máximo possível

Sucesso na escola tradicional	**Desenvolvimento máximo possível**
Memorização	Aprendizagem
Notas altas	Compreensão
Obediência	Questionamento
Passividade	Participação

(HOFFMANN, 2003, p.13)

Percebemos, ao analisar o quadro acima, como a Escola ainda permanece distante da realidade. Como podemos esperar que um aluno torne-se um cidadão ativo, um profissional competente e um ser humano responsável se durante toda sua vida escolar não teve a oportunidade de desenvolver tais competências?

Hoffmann (2003, p.66), ressalta que é preciso ultrapassar a sistemática tradicional de buscar os absolutamente certos e errados em relação às respostas do aluno e atribuir significado ao que se observa em sua tarefa. Para isso sugere alguns princípios coerentes com uma avaliação mediadora:

> Oportunizar aos alunos muitos momentos de expressar suas ideias; oportunizar discussão entre os alunos a partir de situações desencadeadoras; realizar várias tarefas [...] procurando entender razões para as respostas apresentadas pelos estudantes; [...] fazer comentários sobre as tarefas dos alunos, [...]; transformar os registros de avaliação em anotações significativas sobre o acompanhamento dos alunos em seu processo de construção de conhecimento. (HOFFMANN, 2003, p. 56)

A seguir continuaremos discutindo acerca dos conceitos e objetivos da avaliação escolar sugeridos por pesquisadores e estudiosos desse tema.

2.3.2 Conceitos e objetivos da avaliação escolar

> De uma forte associação a uma ideia de medida, vista como um acto técnico remetido para os peritos, este entendimento tem progressivamente vindo a deslocar-se para o de avaliação como um acto de comunicação, de interacção entre pessoas e objectos de avaliação, que ocorre num dado contexto social e é por ele determinado (LEAL, 1992, apud SANTOS, 2002)

> Para mim, a competência docente consiste antes de tudo em saber fazer um balanço analítico das aquisições, em medir o trajeto percorrido, em identificar os obstáculos e as resistências, em promover regulações. (TARDIF, 1992, apud PERRENOUD, 2009, p.11)

Quando ouvimos a palavra avaliação lembramos naturalmente de provas e testes tradicionais. Mas serão esses os reais significados da avaliação escolar? Meios de controle e de punição?

Para Luckesi, (2008, p. 33) a avaliação pode ser caracterizada como uma forma de ajuizamento da qualidade do objeto avaliado, fator que implica uma tomada de posição a respeito do mesmo, para aceitá-lo ou para transformá-lo. *[...] Juízo de valor, o que significa uma afirmação qualitativa sobre um dado objeto, a partir de critérios pré-estabelecidos (LUCKESI, 1998)*

Percebemos que o próprio nome avaliação indica uma ação, uma tomada de atitude. Entretanto, geralmente a prática avaliativa pára quando os resultados das provas e exames são expostos para os pais ou comunidade escolar. Os resultados são arquivados nos boletins e cadernetas e logo outro conteúdo é ministrado. É fato notório que a ânsia de cumprir todo o conteúdo dos livros e aqueles cobrados pelos vestibulares por parte das escolas, sobretudo particulares, tem contribuído para essa realidade. Os exercícios de recuperação são realizados, mas apenas mascararam as dificuldades de aprendizagem. Os alunos memorizam as respostas corretas das questões que erraram na prova e repetem no exercício de recuperação, sem ter oportunidade de refletir sobre seus erros.

Em contrapartida, Libâneo, (1994, p.195) afirma que a avaliação é uma tarefa didática necessária e permanente do trabalho docente, que deve acompanhar passo a passo o processo de ensino e aprendizagem. *"É através da avaliação que os resultados vão sendo alcançados no dia a dia do trabalho e a relação professor e aluno são comparados com os objetivos almejados, no sentido de identificar dificuldades e progressos além de se preocupar com a reorientação do trabalho [...]".*

A avaliação também permite uma reflexão sobre o nível de qualidade do trabalho escolar do professor e do aluno. Para o autor a avaliação não é simplesmente a formulação e aplicação de prova ou a atribuição de notas, mas, uma apreciação qualitativa, um diagnostico do aprendizado dos alunos.

> A avaliação deve ter caráter objetivo, capaz de evidenciar os conhecimentos realmente assimilados pelos alunos, de acordo com os objetivos e os conteúdos trabalhados, como também ela deve ser um termômetro dos esforços do professor, para que o mesmo possa analisar os resultados de rendimento escolar dos alunos, e obter informações sobre o desenvolvimento do seu próprio trabalho. (LIBÂNEO, 1994, p.204)

Segundo Hadji (1994, p. 22) a avaliação pode ser definida, num sentido geral, como a gestão do provável.

> Avaliar é proceder a uma análise da situação e a uma apreciação das consequências prováveis do seu ato numa tal situação. A avaliação desenvolve-se no espaço aberto entre dúvida e certeza pela vontade de exercer uma influência sobre o curso das coisas, de "gerir" sistemas em evolução, constituindo o homem o primeiro desses sistemas. A avaliação é o instrumento da própria ambição do homem de "pesar" o presente para "pesar" no futuro.

Para Hadji (1994, p. 27), avaliar pode significar, entre outras coisas: "verificar, julgar, estimar, situar, representar; determinar, dar um conselho, verificar o que foi aprendido, compreendido, retido".

Hoffman (1998) salienta que a avaliação é muito mais que o conhecimento de um aluno, é o reconhecimento do mesmo. Trata-se de perseguir um espírito investigador sobre o processo de aprendizagem de cada aluno, variando e ampliando os modos de observação sobre ele. A avaliação não deve servir para classificar os alunos, mas sim ajudá-los no processo de aprendizagem; ou seja, mediar esse processo. Além disso, os aspectos qualitativos devem prevalecer sobre os quantitativos.

> A análise qualitativa é que fornece ao educador os subsídios essenciais ao processo mediador. A pergunta que se deve fazer sobre qualquer tarefa analisada de um estudante é sempre: o que ele demonstra compreender? O que ele ainda não compreende? A resposta a essa pergunta é que fundamenta a continuidade do processo educativo. (HOFFMAN, 1998, p. 45).

Para Barlow (2006) a avaliação é um processo de comunicação. O professor e o aluno transmitem mensagens durante todo o processo avaliativo, que são interpretadas e devolvidas através de notas, comentários e atitudes. S*endo mensagem que retorna, ou seja, feedback, a avaliação escolar tem como única finalidade melhorar o desenrolar da ação e torná-la mais condizente com seu projeto.* (BARLOW, 2006, p.15*)*

Segundo este autor, ao avaliar um exercício ou tarefa de um aluno é importante que o professor faça comentários significativos sobre os erros e acertos do mesmo; ampliando os meios de comunicação para além das notas e conceitos. Quantos de nós professores temos esse hábito?

Wiliam (2007), ao discutir como um processo de avaliação pode ser essencialmente interativo, auxiliando o professor a descobrir o que tem sido pensado e conhecido, sugere que a avaliaçao pode ajudar professores a "*colher evidencias sobre a aprendizagem do estudante com o objetivo de tornar melhor a instrução por meio de efetuar ajustes, a partir de um melhor entendimento sobre as necessidades dos alunos, em tempo real".* (tradução nossa)

Portanto, para Wiliam, uma boa avaliação ajuda a promover aprendizagem e mais: é necessário que o professor construa um processo de comunicação por meio da promoção de feedback, ou seja, retorno. Ao avaliar o trabalho de um aluno o professor deve comunicar ao mesmo onde há falhas e orientá-lo para que aquele possa realizar a tarefa de forma satisfatória. Wiliam (2007) denomina esse tipo de avaliação de reguladora e sugere cinco estratégias chave para seu uso efetivo:

> 1. Clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; 2. desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidencias de aprendizagem; 3. fornecer feedback que mova os alunos para a frente; 4. levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais; e 5. ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos. (Tradução nossa)

Ao analisar os diversos conceitos e objetivos da avaliação escolar sugeridos pelos autores, percebemos que é consenso que o processo avaliativo deve ajudar o aluno e o professor a perceber se os objetivos pretendidos estão sendo alcançados durante o processo de ensino e aprendizagem, como também a permanente tomada de atitude frente aos resultados alcançados. Além disso, o processo avaliativo deve promover a comunicação entre professores e alunos e entre os alunos, pois é comunicando-se que os alunos podem identificar suas falhas, acertos e dúvidas e os professores diante disto, podem reorientar sua tarefa didática e fazer intervenções com novos questionamentos, novas atividades, ou seja, regular a aprendizagem.

2.3.3 Avaliação da aprendizagem matemática

> A concepção de educação e ensino de matemática mais tradicional privilegia, muitas vezes, o formalismo, o rigor, e o produto final (a resposta correta). Nestes casos, a avaliação é feita ao final do processo educativo através de testes e provas escritas, semelhante aos exercícios que foram trabalhados em sala de aula. (...) O professor acaba tendo uma visão pontual e estática dos alunos, que demonstram nas avaliações suas habilidades em reproduzir e repetir os procedimentos de cálculo e resolução explorados em aula. (SANTOS 1997, p.5 apud NACARATO, 2009)

Os problemas apresentados acerca da avaliação escolar no início desse capítulo também são comuns ao ensino específico da Matemática. Nessa direção, Curi (2002, p.107) destaca a importância de se discutir sobre a função seletiva que o processo de avaliação tem exercido em todos os graus de ensino da Matemática, rotulando e classificando os estudantes.

> Em função disso, muitas vezes o aluno não permanece na escola ou decide por uma carreira futura que não envolva a Matemática. É importante salientar que [...] a organização da avaliação por parte do professor, depende, em grande parte, de suas crenças pessoais, de sua concepção de avaliação, de sua filosofia, daquilo que ele considera justo e eficaz. (CURI, 2002, p. 107)

Segundo a autora, ainda é dominante entre os professores a ideia de que saber Matemática é memorizar regras, fórmulas e esquemas para aplicá-los em exercícios, sem se preocupar com os conceitos envolvidos e o desenvolvimento de atitudes, como também sugerem os PCN's do Ensino Fundamental:

> É preciso repensar certas ideias que predominam sobre o significado da avaliação em Matemática, ou seja, as que concebem como prioritário avaliar apenas se os alunos memorizam as regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções, que, por sua vez, se refletem nas possibilidades de enfrentar situações-problema e resolvê-las. (BRASIL, 1998, P. 54)

Além disso, ao corrigir uma prova de Matemática, é bastante comum em alguns tipos de exames e provas que se considere apenas a resposta correta, as fórmulas utilizadas e os resultados dos cálculos. Os processos de resolução e de raciocínio que o aluno elaborou muitas vezes são descartados. Estes são aspectos importantes que podem dar informações mais fidedignas sobre a aprendizagem do aluno. Contudo, nem todos os instrumentos avaliativos dão oportunidade aos alunos de expressarem seus raciocínios matemáticos; sobretudo os testes de múltipla escolha tão utilizados.

Para Starepravo (1986), se o ensino da matemática se constitui na memorização de fórmulas, regras e algoritmos, a avaliação realizada só pode dar conta de verificar a quantidade de informações que nossos alunos estão sendo capazes de armazenar, porque tal avaliação requer respostas padronizadas, ou seja, a aplicação fiel do que foi ensinado em sala.

Em contrapartida, segundo a autora, se o professor deseja verificar se os alunos aprenderam, ou seja, quais conhecimentos construíram, não pode esperar respostas padrões:

> [...] respostas corretas não revelam, necessariamente, a compreensão dos conceitos. As avaliações devem nos revelar, acima de tudo, o que os alunos ainda não conseguiram compreender, para que possamos trabalhar com tais conceitos em sala. Para isso servem as avaliações! O aluno deve ter a liberdade de expressar o que ele pensa em uma avaliação, não o que o professor quer receber. Caso contrário, de que forma poderíamos saber se o aluno realmente aprendeu? (STAREPRAVO, 1986, p. 3)

Percebemos que uma avaliação dessa natureza deve ser fundamentada por uma prática de ensino coerente com a mesma. Como sugere Lopes (2010, p. 137) o que ensinamos e como ensinamos são ações que devem estar atreladas à avaliação. Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 50), também apontam esse fato. Segundo os autores existe hoje um esforço para que as mudanças da prática docente em sala de aula venham acompanhadas de mudanças também no processo de avaliação.

Os PCNs de Matemática do terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental (BRASIL, 1998, p.54) salientam a necessidade de repensar a maneira como avaliamos, tendo em vista as novas concepções que surgem sobre o que é aprender e ensinar Matemática; principalmente avaliações que consideram importantes apenas a memorização de regras e esquemas e que não verificam a aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática. Os Parâmetros do ensino médio reafirmam a necessidade de mudar tais práticas avaliativas:

> É imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada, pois deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento e, por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles. É pobre a avaliação que se constitua em cobrança da repetição do que foi ensinado, pois deveria apresentar situações em que os alunos utilizem e vejam que realmente podem utilizar os conhecimentos, valores e habilidades que desenvolveram. (BRASIL, 1998, p. 51)

Veremos a seguir quais são as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a avaliação da aprendizagem Matemática

2.3.3.1 Orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Avaliação em Matemática

Segundo os PCNs, a avaliação possui 2 (duas) funções, uma social e outra pedagógica (BRASIL, 1998, p.54). No primeiro caso, a avaliação deve fornecer aos estudantes e professores informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, ou seja, identificar se a capacidade matemática dos alunos é suficiente para que estes possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural. A função pedagógica da avaliação é a de fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem:

> [...] os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados. (BRASIL, 1998, p. 54)

Vários instrumentos de avaliação são citados pelos PCNs, como por exemplo, as provas e trabalhos. Contudo, destaca-se uma observação a respeito da necessidade dos instrumentos avaliativos permitirem aos alunos se expressarem além do uso da linguagem formal matemática, inclusive oralmente.

> As formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas.

Além disso, apresenta-se a necessidade de estabelecer critérios de avaliação para os diferentes tipos de aprendizagem e de conteúdos:

> Por exemplo, numa situação de aprendizagem em que se avalia a capacidade de resolver problemas abertos, os critérios relevantes podem ser o planejamento correto da situação, a originalidade na resolução e a variedade de estratégias utilizadas. É fundamental que na seleção desses critérios se contemple uma visão de Matemática como uma construção significativa, se reconheçam para cada conteúdo as possibilidades de conexões [...]. (BRASIL, 1998, p. 55)

Destaca-se ainda a necessidade de tratar o erro naturalmente, como fator importante e útil para a aprendizagem, desde que seja dada ao aluno a oportunidade de refletir sobre o mesmo. O professor por sua vez, ao observar o erro do aluno, ao dialogar com o mesmo, pode identificar o que este ainda não está compreendendo e assim planejar uma intervenção adequada.

Além de sua função diagnóstica, segundo os PCNs do ensino médio, a avaliação deve ser utilizada como uma estratégia de ensino, ou seja, como um meio capaz de promover o aprendizado.

> A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica. Uma vez que os conteúdos de

> aprendizagem abrangem os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes, é objeto da avaliação o progresso do aluno em todos estes domínios. (BRASIL,1998, p.54)

Veremos a seguir quais são os tipos de avaliação existentes, além disso, qual desses tipos de avaliação será adotado para o presente trabalho.

2.3.4 Tipos de avaliação

Em Haydt (2004, p.16-17) encontramos três funções avaliativas: diagnosticar; controlar e classificar. Segundo a autora, relacionadas a essas três funções, existem três modalidades de avaliação: diagnóstica, formativa e somativa.

A avaliação diagnóstica é aquela realizada no início de um curso, período letivo ou unidade de ensino, com a intenção de constatar se os alunos apresentam ou não o domínio dos pré-requisitos necessários, isto é, se possuem os conhecimentos e habilidades imprescindíveis para as novas aprendizagens. É também utilizada para caracterizar eventuais problemas de aprendizagem e identificar suas possíveis causas, numa tentativa de saná-los.

A avaliação formativa tem função de controle e é realizada durante todo o decorrer do período letivo, com o intuito de verificar se os alunos estão atingindo os objetivos previstos, isto é, quais os resultados alcançados durante o desenvolvimento das atividades. É principalmente através da avaliação formativa que o aluno conhece seus erros e acertos e encontra estímulo para o estudo sistemático. Essa modalidade de avaliação é basicamente orientadora, tanto o estudo do aluno como o trabalho do professor. Nesse sentido, a avaliação formativa está muito ligada ao mecanismo de feedback (retorno), à medida que também permite ao professor detectar e identificar deficiências na forma de ensinar, possibilitando reformulações no seu trabalho didático, visando aperfeiçoá-lo

Entretanto, percebemos que a avaliação formativa só será efetiva se realmente houver um processo de comunicação como sugerem Wiliam (2007) e Barlow (2006). É preciso que o aluno entenda a mensagem que o professor enviou (feedback) através de notas, conceitos ou comentários. O professor, por sua vez, precisa realmente entender o que o aluno pensou, calculou, registrou ao resolver uma tarefa matemática. Infelizmente, nem sempre é isso que ocorre, pois as tarefas avaliativas na maioria das vezes não são planejadas neste sentido, mas sim para cumprir um processo burocrático de atribuição de notas. Nesse estudo, denominamos por avaliação formativa a avaliação que proporciona a comunicação e a regulação da aprendizagem como sugerem Barlow (2006) e Wiliam (2007) respectivamente.

Por sua vez, a avaliação somativa com função classificatória realiza-se ao final de um curso período letivo ou unidade de ensino e consiste em classificar os alunos de acordo com níveis de aproveitamento previamente estabelecidos, geralmente tendo em vista sua promoção de uma série para outra, ou de um grau para outro. Percebemos que esse tipo de avaliação é o mais valorizado por nossas escolas, realizada de forma pontual no final dos bimestres escolares. Um dos motivos que contribui para essa supervalorização pode ser o fato de vivermos hoje em uma sociedade capitalista, excludente e que busca selecionar os mais aptos para o mercado de trabalho.

Sabemos que um dos objetivos da Educação é preparar pessoas para concorrer nesse mercado. Contudo, corremos riscos ao supervalorizar esse tipo de avaliação, pois a mesma não permite ao professor intervir, nem tomar uma posição para a melhoria da aprendizagem dos alunos, pois quando acontece já não há mais tempo para tais ações. Em contrapartida, segundo os autores apresentados, a avaliação deve ser um processo contínuo de comunicação que busca verificar em que medida os objetivos propostos para o processo de ensino estão sendo alcançados; regulando esse processo (realizando os ajustes necessários) através da tomada de atitude frente aos resultados alcançados.

2.3.5 O que avaliamos?

Segundo (PONTE, 1992, p.9) podemos distinguir quatro tipos de conhecimento, intimamente inter-relacionados: (*a) o descritivo, envolvendo conceitos e imagens, (b) o preposicional ou argumentativo, envolvendo cadeias de raciocínios, (c) o activo e processual, o saber fazer, as regras de acção, e (d) o controlo, a metacognição e a reflexão.*

Encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais orientações de atividades que podem promover a avaliação de alguns dos três primeiros tipos de conhecimento citados por Ponte:

> [...] A avaliação de conceitos acontece por meio de atividades voltadas à compreensão de definições, ao estabelecimento de relações, ao reconhecimento de hierarquias, ao estabelecimento de critérios para fazer classificações e também à resolução de situações de aplicação envolvendo conceitos. A avaliação de procedimentos implica reconhecer como eles são construídos e utilizados. A avaliação de atitudes pode ser feita por meio da observação do professor e pela realização de auto avaliações. (BRASIL, 1998, p.55)

Para a avaliação do conhecimento metacognitivo e dos demais conhecimentos, diversos pesquisadores têm sugerido a produção de textos escritos. Segundo esses autores os alunos podem tomar consciência dos seus processos de aprendizagem ao analisar os próprios textos, pois estes são meios estáveis que permitem aos alunos e também professores reverem o desenvolvimento de ideias para a aprendizagem de um conceito, procedimento ou atitude por exemplo. Na seção seguinte apresentaremos os diversos tipos de instrumentos avaliativos, sobretudo os que envolvem atividades escritas em língua materna, sugeridos pelos autores pesquisados e escolhidos para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

2.3.6 Como avaliamos?

Quadro 2 – Classificação das técnicas avaliativas

Técnicas	Instrumentos
1- Observações	1.1 Anedotário 1.2 Lista de checagem 1.3 Escala de classificação
2- Inquirição	2.1 Questionário 2.1.1 Inventário 2.1.2 Escala de atitudes 2.2 Roteiro de entrevista 2.3 Sociograma
3- Testagem	3.1 Teste construído pelo professor 3.2 Teste padronizado 3.2.1 Teste de aproveitamento 3.2.2 Teste de aptidão 3.3.3 Teste de personalidade e interesse

Segundo Mediano (apud HAYDT, 2004, p.56), a técnica de avaliação é o método de se obter as informações desejadas. O instrumento de avaliação é o recurso que será usado para obter tais informações. Acima apresentamos classificação adotada por este autor (p.58).

Nacarato e Araki (2005) destacam que apesar da variedade existente de instrumentos avaliativos, os testes e os exames continuam a ser muito valorizados no ensino atual. Segundo os autores, é preciso rever essa prática, pois esses instrumentos tendem a valorizar apenas os conhecimentos factuais e a rapidez de execução de procedimentos de cálculo.

Nessa direção, segundo Santos (1997, apud PONTES, 2006), os instrumentos e as estratégias utilizadas para avaliar o conhecimento e o raciocínio do aluno devem ser variados e aplicados em vários momentos do processo educativo. O uso de uma variedade de instrumentos vai oferecer ao professor, ao aluno, aos pais e à comunidade escolar um retrato mais fidedigno do que está ocorrendo em termos de raciocínio e aprendizagem matemática do aluno.

Para os PCNs de Matemática – 3º e 4º ciclos do ensino fundamental seja qual for o instrumento escolhido para auxiliar a avaliação é fundamental que os resultados expressos forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas ideias, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos no seu conhecimento matemático. Nesse sentido, diversos autores têm relatado os benefícios da utilização de instrumentos de avaliação que permitem a comunicação de ideias matemáticas através da produção escrita em língua materna, como veremos a seguir.

2.3.6.1 Avaliação, Comunicação e Produção escrita nas aulas de Matemática

> Escrever é uma questão de devir, dizia Deleuze (1997: 11). Devir não como a busca ou aceitação de uma forma que identifica ou imita, mas no extravasamento de fronteiras que encapsulam o vir-a-ser, no encontro com as arestas presentes nas zonas de vizinhanças de um outro de si, na desobstrução dos que habitam no ente existente em cada um de nós. (MESQUITA, 2001, p. 7)

Ao escrever um artigo sobre o papel da avaliação, Perrenoud (2009) explica que uma avaliação mais qualitativa, ao contrário do que parece, é mais precisa, menos falaciosa do que os números; pois permite ao professor avaliar melhor as aquisições e a maneira de aprender dos alunos.

Entendemos que para avaliar de maneira qualitativa é preciso que, entre outros fatores, o professor utilize instrumentos que permitam essa análise. Cada instrumento avaliativo permite avaliar capacidades diferentes. Por exemplo, um teste escrito individual não fornece informações a respeito da capacidade do aluno de interagir com os colegas. Para esse fim seria mais interessante o professor observar esse aluno em sala de aula numa situação em que tenha que argumentar a respeito de suas ideias e de interagir com os colegas durante a resolução de um problema em grupo ou em dupla. Entretanto, segundo Ponte (2007) os testes ainda são supervalorizados como instrumentos avaliativos em Matemática:

> [...] a sobrevalorização dos testes induz o aluno a estudar e a encarar a Matemática de uma maneira que destaca aqueles aspectos que são mais facilmente e habitualmente avaliáveis desta forma: a memorização de fórmulas e regras práticas e o treino na resolução de exercícios tipo. (PONTE et al, 2007, p. 10)

Por outro lado, um teste escrito pode ser adequado para analisar de forma qualitativa a aprendizagem de um aluno, desde que o mesmo possa registrar os passos que realizou para a resolução dos problemas ou questões; seja utilizando a linguagem matemática, desenhos, esquemas ou a língua materna através de textos, por exemplo. Além disso, o professor deve manter uma postura investigativa diante desses registros como sugere Buriasco, Ferreira e Ciani (2009):

> A sugestão de praticar uma avaliação como investigação requer uma mudança do olhar que comumente se lhe atribui. Diferente de uma perspectiva que procura reduzir os processos ás respostas encontradas [...] o foco não está em encontrar as respostas, mas antes, em interrogar os meios, as trajetórias, os caminhos percorridos que as originaram.[...] reconhece-se e valoriza-se a diversidade [...] abre-se espaço para as diferenças entre os estudantes a para muitas interpretações de uma mesma situação. (BURIASCO, FERREIRA e CIANI, 2009, p. 76)

O professor pode ou não considerar úteis os registros escritos pelo aluno. O comum é que se busque apenas o resultado correto, mesmo em provas com questões abertas. Entendemos que essa maneira de avaliar o trabalho dos alunos é fruto de um ensino que busca a padronização, a classificação e a seleção, além das condições de trabalho precárias dos professores, como o grande número de alunos por sala e a carga horária de trabalho elevada.

Em direção oposta, diversos pesquisadores têm estudado as contribuições de instrumentos avaliativos que envolvem a produção em língua materna como a produção de textos, diários de aprendizagem e portfólios para uma avaliação mais qualitativa da aprendizagem em matemática. Segundo os pesquisadores, através dos textos escritos pelos alunos e possível observar aspectos qualitativos conceituais, procedimentais e atitudinais que nem sempre são percebidos através de um teste comum.

> O reconhecimento da escrita nas aulas de Matemática como importante no ensino, no processo de ensiná-la, é bastante promissor. Assim, começa-se a pedir cada vez mais aos alunos para redigirem relatórios ou ensaios, explicando e justificando os seus raciocínios. Esse, contudo, também poderá se constituir em um rico instrumento de avaliação para o professor. (PASSOS, 2009, p. 134).

Segundo Buriasco (2004, apud BURIASCO, FERREIRA e CIANI, 2009), a produção escrita não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, uma vez que frequentemente, essa é a única forma de “diálogo” existente entre estes e os estudantes.

> Essa prática pode propiciar ao professor um olhar mais refinado sobre o envolvimento dos estudantes com a matemática ao lidarem com as tarefas propostas, bem como, pode ajudar a perceber a multiplicidade de processos que os estudantes podem ter desenvolvido, a reconhecer que as resoluções do tipo escolares não são as únicas possíveis, ao aceitar a diversidade, explorar os modos particulares dos estudantes elaborarem suas justificativas, suas explicações, seus argumentos, ou seja, de dar respostas com suas próprias palavras. (BURIASCO, 2004, apud BURIASCO, FERREIRA e CIANI, 2009, p. 82)

Assim como a autora acima, Smole (2001, p. 31) destaca que a produção de textos (atividades escritas) é uma maneira de promover a comunicação nas aulas de Matemática e consequentemente, de obter mais informações para a avaliação da aprendizagem:

> Para o professor, a produção de textos em matemática auxilia a direcionar a comunicação entre todos os alunos da classe; a obter dados sobre os erros, as incompreensões, os hábitos e as crenças dos alunos; a perceber concepções de vários alunos sobre uma mesma idéia e obter evidências e indícios sobre o conhecimento dos alunos.

Segundo Smole, apesar dos professores não encararem a produção escrita como integrante do currículo de Matemática, esta produção é essencial para o ensino-aprendizagem da disciplina. Para os alunos, a produção de textos pode significar a oportunidade de repensarem sobre o que fizeram, ou seja, a partir da leitura dos próprios textos, refletirem sobre suas percepções, descobertas e erros, ou seja, realizarem por meio da reflexão uma auto avaliação.

Assim como os autores acima, Pontes (2010) realizou um trabalho de pesquisa envolvendo a escrita discursiva por meio de registros em diários e produção de textos. Segundo a autora, os alunos aprendem lendo e escrevendo, de modo que a escrita discursiva precisa ser mais utilizada, exercitada e privilegiada por todas as disciplinas escolares.

> Práticas de escrita infelizmente não são comuns em aulas de Matemática. O fato de a matemática possuir sua própria linguagem, numérica ou algébrica, acarreta um abandono do ato de escrita discursiva nessas aulas, o que por um lado torna a linguagem matemática admirada pela sua praticidade; por outro, pode comprometer uma habilidade importante na formação do cidadão. (PONTES, 2010, p. 1)

Pontes destaca que os diários utilizados em sua pesquisa contribuíram para detectar como estava ocorrendo a aprendizagem de seus alunos e sua relação com o conhecimento matemático, ou seja, avaliar a aprendizagem; além de permitir uma reflexão a respeito de sua atuação como professora, rever sua linguagem e estratégias de ensino.

> [...] os registros possibilitaram a regulação das minhas atitudes, tornaram-se a principio uma referência em minha formação profissional e pessoal. [...] Pude perceber, então, como o espaço destinado à escrita, na escola, deveria fundamentar-se também na ideia desse duplo potencial, como forte instrumento para a formação de ambos, professor e aluno, leitor e escritor. (PONTES, 2010, p.5)

Mondoni e Lopes (2009) realizaram uma pesquisa de intervenção com análise qualitativa cujo objetivo foi investigar como a diversidade de instrumentos de avaliação pode contribuir para uma formação matemática significativa. As autoras utilizaram, além dos instrumentos tradicionais como provas e testes individuais e em grupo, a produção de textos, diários, cartas e portfólios. Como resultado dessa pesquisa, concluíram que os alunos revelaram-se reflexivos, críticos e argumentadores no exercício das produções escritas variadas. As autoras destacam a importância dos alunos terem espaços diversificados para demonstrar suas opiniões e aprendizagem.

Coura (2008) realizou um estudo acerca dos textos escritos pelos alunos nas aulas de Matemática nos quais as palavras (língua materna) predominam em relação aos símbolos matemáticos. Os textos foram produzidos pelos alunos de uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de Belo Horizonte, ao realizarem atividades de escrita propostas pelo professor e pela pesquisadora, durante as aulas de Matemática. As análises realizadas a partir desse estudo possibilitaram identificar quatro categorias de escrita matemática utilizada pelos alunos: registrar, expressar-se, explicar e traduzir. Em um estudo anterior, Coura (2005, apud COURA, 2008, p. 13) pesquisou as relações entre Língua materna e Matemática e a interação entre esses dois saberes no contexto escolar. A partir da realização de seus estudos a autora concluiu que essa interação influi no processo de aprendizagem da Matemática:

> [...] a interação entre Matemática e Língua Materna influi no processo de aprendizagem daquela não somente no que se refere à importância da leitura / compreensão nas aulas de Matemática [...] mas também no que se refere à escrita, o uso da Língua Materna contribui no trabalho com a Matemática, pois, à medida que nossos alunos conseguem estruturar de maneira clara e objetiva seus raciocínios matemáticos estarão consolidando a aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Em suma, para comunicar com precisão, em Matemática, nossos alunos precisam organizar as ideias, ordenar o raciocínio e articular conhecimentos. Esse processo acaba trazendo, como retorno, uma sólida aprendizagem dos conteúdos estudados (COURA, 2005, p. 90).

Schneider (2006), em estudo realizado em um curso de mestrado, analisou os textos produzidos por alunos do ensino fundamental a partir de trabalhos desenvolvidos em sala ou fora dela e concluiu que houve aprendizagem significativa na construção e reconstrução do conhecimento matemático. Segundo a autora, ao iniciar uma atividade Matemática, o professor deve utilizar a linguagem usual e, aos poucos, conforme os alunos vão conseguindo elaborar seus conceitos, passar naturalmente para a linguagem formal.

> O rigor da linguagem matemática deve ser para o aluno uma necessidade, não uma imposição. Esta passagem tornar-se-á branda, podendo ocorrer com a aplicação de atividades que envolvam a escrita em Matemática. Pela escrita, os alunos utilizam a linguagem usual, não deixam de usar a formal, pois esta será uma conseqüência na evolução do conhecimento prévio ao novo conhecimento. (SCHNEIDER, 2006, p. 182)

Mesquita (2001) desenvolveu uma pesquisa em uma escola da rede estadual, localizada no interior do Rio Grande do Sul, cuja temática de interesse voltou-se para a aprendizagem da álgebra elementar focalizando a construção de ideias consideradas necessárias à resolução de equações de primeiro grau. Nesse estudo, a autora tinha como hipótese a ideia que somente o uso da simbologia matemática poderia ser um fator de dificuldade para a compreensão inicial de sentenças algébricas, assim como para expressar, de diferentes maneiras, as ideias que envolvem incógnitas, simetria e igualdade. Em sua pesquisa, os alunos realizaram atividades nas quais puderam utilizar, além da linguagem formal matemática, a escrita em língua materna, através de um recurso pedagógico que a autora denominou de escrita matemática:

> [...] o aluno ou o professor seleciona alguma questão matemática a ser desenvolvida. Antes de iniciar a solução, divide-se longitudinalmente uma folha em branco em duas partes. Uma delas utiliza-se para realizar a tarefa registrando através da simbologia matemática e na outra, registra-se em prosa os procedimentos adotados para a resolução. É um processo simultâneo, no qual se pretende o encontro entre diferentes linguagens na produção de aprendizagens significativas, isto é, aprendizagens que multiplicam significados. (MESQUITA, 2001, p.6)

Como resultado de sua pesquisa ação Mesquita identificou que o uso da escrita na construção de aprendizagens significativas favoreceu a visualização do trajeto cognitivo revelado pelo aprendiz.

> A professora da classe pode reconhecer diferentes procedimentos de saber utilizados por seus alunos, podendo assim auxiliá-los no ato pedagógico, ou melhor, colaborar na construção do saber. Igualmente, a utilização da prosa conjuntamente com o símbolo matemático, forneceu evidências dos significados construídos, oportunizando novos desafios sobre o que foi exposto e sugerindo variadas formas de pensar em torno do que estava sendo aprendido (p. 8)

Além disso, segundo a autora, a utilização da escrita favoreceu a instalação de um ambiente de cooperação na aprendizagem "*O contato com o material produzido pelo colega, a observação das múltiplas compreensões construídas, o questionamento sobre a interpretação desenvolvida, foi potência para um rico diálogo matemático na elaboração do saber*". (p.8)

> É importante salientar que a escrita não excluiu o ato da comunicação verbal [...] elas funcionam como complemento, possibilitando aos envolvidos revelar as intenções utilizadas na opção por algum caminho de resolução [...] também desejo enfatizar que o ato da escrita matemática não é privilégio somente do aluno. Ao professor também caberá tal escolha no seu exercício pedagógico. Ainda sobre os alunos, posso dizer que [...] o ato de pensar sobre suas experiências matemáticas, o registro em prosa e a elaboração de imagens em torno dos conhecimentos trabalhados, contribuíram para o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Sobre a utilização do recurso da folha de duplo registro escrito (língua materna e linguagem matemática) Mesquita ressalta que além de revelar a complexidade dos pensamentos dos alunos ou em alguns casos, parte desses pensamentos, foi terreno fértil para revelar ansiedades sobre estar correto, sobre ideias que são consideradas inapropriadas ou sobre outras conexões realizadas.

Entre as vantagens já citadas da produção escrita para o ensino-aprendizagem e avaliação da Matemática, uma vem sendo largamente discutida: a possibilidade de através dos textos escritos os alunos desenvolverem processos metacognitivos, como veremos a seguir.

2.3.6.2 Escrita e metacognição

Para Fávero (2005, p.287) é necessário recuperar a importância da auto regulação no funcionamento cognitivo de cada sujeito e uma das abordagens privilegiadas para o estudo dessas regulações tem sido a metacognição.

> Entendemos por regulação da aprendizagem todo o acto intencional que, agindo sobre os mecanismos de aprendizagem, contribua directamente para a progressão e/ou redireccionamento dessa aprendizagem.[...] a regulação das aprendizagens poderá advir de uma multiplicidade de processos, dos quais identificamos: a avaliação formativa; a co avaliação entre pares; e a auto avaliação. (SANTOS, 2002, p.1)

Nessa direção, Ponte (1992, p.9) alerta para o fato de que na prática tradicional do ensino da Matemática ainda se valoriza muito o aspecto processual do conhecimento; os algoritmos e as fórmulas. Segundo o autor, esta visão é fruto das influências do movimento da Matemática Moderna, no qual "*os aspectos descritivos e preposicionais (através da imposição de uma linguagem mais formalizada e valorizando o papel das estruturas algébricas mais abstratas) foram supervalorizados, mas sem muito êxito".* Em contrapartida, Ponte sugere uma mudança de paradigmas:

> Atualmente o ensino da Matemática parece, sobretudo, centrar-se nos processos mais elaborados de raciocínio – resolução de problemas e pensamento de ordem superior – acerca dos quais, no entanto, ainda pouco se sabe. (PONTE, 1992, p.9)

Powell (2001, apud PONTES, 2010, p.6) aponta a escrita em aulas de matemática como um dos meios para promover o resgate do pensamento, a reflexão e organização de ideias, ou seja, para auxiliar o aluno a compreender seus próprios processos de aprendizagem e de raciocínio matemático; desenvolver o pensamento de ordem superior (metacognitivo) citado por Ponte a partir da reflexão:

> [...] refletir e refletir criticamente nas experiências matemáticas da escrita de um aluno pressupõe um aprendiz ativo, não um passivo. Essa ação acoplada ao caráter revelador da escrita reflexiva indica que a escrita pode influenciar significativamente a cognição e a metacognição de um aluno. (p. 77)

Segundo Alarcão (1991, apud PONTE, 1992), a reflexão pode incidir sobre um dos três níveis:

> (a) o dos meios ou técnicas para atingir certos objetivos [...] (b) o das relações entre princípios ou concepções e práticas, tendo em conta as suas consequências e as suas implicações, e (c) o do quadro social, político e ético em que se desenvolve a nossa ação.

Percebemos que os níveis citados por Alarcão estão relacionados aos conteúdos procedimentais, conceituais e atitudinais apresentados na seção 1.3.5 desse estudo.

Segundo Smole (2001, p.30) escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais, pois a partir dessa atividade, os alunos têm a oportunidade de usar habilidades como ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou e no que poderia ser melhor. Ou seja, refletir sobre seu próprio pensamento, o que é uma capacidade metacognitiva.

A linguagem natural, oral ou escrita, é, para Connoly (1989, apud COURA, 2008), tanto um instrumento expressivo, com o qual comunicamos o que pensamos previamente, quanto um instrumento reflexivo, por meio do qual pensamos, sozinhos ou com outros, sobre o que estamos fazendo. Para o autor, nossa linguagem natural opera como um meta discurso de todos os nossos outros sistemas simbólicos, inclusive da Matemática.

Apresentamos a seguir as opções de atividades que utilizam a produção escrita nas aulas de Matemática, sugeridas por alguns dos autores acima.

2.3.6.3 Algumas opções de atividades escritas para avaliação em Matemática

Smole (2001, p.35-40) destaca como importante que as produções escritas tenham sempre um destinatário, ou seja, é preciso que haja um leitor em potencial dos escritos para que as atividades tenham sentido. A autora aponta diversos momentos nos quais essas produções podem ser utilizadas:

1. ao iniciar um novo tema, com o objetivo de investigar o que o aluno já sabe;
2. após uma atividade, para relatar dúvidas, ou o que fizeram, aprenderam ou perceberam durante a atividade;
3. após o término de um assunto, para produzir uma síntese, resumo ou parecer sobre o tema desenvolvido, relatando as ideias centrais.

Smole fornece ainda algumas sugestões de ações para os professores que podem contribuir para o bom andamento e desenvolvimento de atividades desse tipo nas aulas de Matemática:

- valorizar a escrita usando-a sempre que possível para que o aluno se familiarize com essas atividades;
- ter paciência ao iniciar atividades desse tipo pois alguns alunos podem ser resistentes inicialmente;

- nunca tolher o processo, criando um ambiente no qual a supervalorização do erro acabe por desestimular o ato de escrever

Powell e Bairral (2006) também relatam atividades de produção escrita que podem ser utilizadas como instrumentos de avaliação em Matemática:

1. Escrita livre

Segundo os autores acima, esse tipo de escrita é uma ferramenta expressiva para escritores gerarem idéias antes de compor um texto. Significa por exemplo, que em determinado período de tempo previamente estipulado o aluno possa escrever sem parar. Há dois tipos de escrita livre citada pelos autores:

Particular – quando se escreve para si;

Pública – quando se escreve para compartilhar idéias com outras pessoas

Segundo Powell e López (1989 apud POWELL e BAIRRAL, 2006) há quatro finalidades diferentes da escrita livre:

- Permitir ao escritor entrar em contato com sua realidade interior;
- Afastar preocupações da mente e diminuir ansiedades (como por exemplo, sentimentos relacionados com a Matemática, tarefas a serem executadas, avaliações de conteúdo etc);
- Refletir sobre processos matemáticos e
- Construir notas de rascunho para futuros diários de aprendizagem.

2. Diários de aprendizagem

Segundo Powell e Bairral (2006), assim como a escrita livre, os diários de aprendizagem funcionam como importante instrumento para reflexão. Entretanto, os diários são sempre públicos e os alunos devem escrever diariamente, ou depois de cada tarefa, expondo, examinando, refletindo sobre processos de resolução de problemas ou de ideias matemáticas. Segundo os autores, uma lista contendo instruções sobre como escrever o diário pode ser apresentada aos alunos como forma de estimular seu pensamento e reflexão. Além disso, o professor deve recolher os diários semanalmente e fazer comentários sobre os textos produzidos. Esses comentários não devem constituir-se em juízos de valor (notas por exemplo), mas em perguntas, sugestões que encorajam a continuidade da elaboração e melhorias.

3. Diários de bordo

O diário de bordo pode ser um caderno cujos conteúdos são construídos coletivamente pelos próprios discentes. Ao invés do aluno copiar do quadro o conteúdo, da forma como é organizado pelo professor, esses alunos devem expressar no diário de bordo os trabalhos segundo sua própria criatividade e iniciativa. Ou seja, registrar com suas próprias palavras aquilo que considera mais importante.

4. Relatórios de entrada múltipla

Este instrumento é um veículo para refletir e construir imagens de um determinado conteúdo ou tarefa matemática e um meio de registro dessas reflexões. No formulário do relatório, há várias colunas onde o aluno pode escrever a partir da leitura das reflexões anteriores já registradas. Segundo Powell e Bairral, em relatórios de entrada múltipla, é imprescindível que os discentes reflitam novamente ou meta-reflitam sobre o que escreveram em versões anteriores. A reflexão em diários de entrada múltipla pode ter continuidade e gerar mais questões, assuntos e diferentes compreensões.

5. Portfólios e processofólios

O portfólio (porta folhas) é outro tipo de instrumento que favorece a seleção e a ordenação de produções escritas dos alunos ao longo de determinado trabalho. Também pode ser utilizado como instrumento avaliativo, pois ilustra diversos aspectos da aprendizagem de cada aluno. Segundo Powell e Bairral no portfólio podem conter anotações, provas, trabalhos, exercícios; todos selecionados pelos professores e alunos colaborativamente.

O processofólio é uma ferramenta semelhante a um portfólio. Contudo neste há uma organização e análise mais pormenorizadas de determinados trabalhos realizados durante certo conjunto de aulas. Essa organização é deixada à imaginação e à criatividade de cada aluno.

A seguir veremos as concepções acerca do ensino da Álgebra, as diretrizes didáticas para seu ensino no 3ª e 4º ciclos do Ensino fundamental e as dificuldades de aprendizagem desse conteúdo apresentados pelos autores pesquisados. Os apontamentos a seguir e os dispostos até o presente momento, nortearam nossa proposta didática para a avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e a formulação das atividades nas quais esses alunos poderão comunicar suas idéias, através do uso da escrita em língua materna articulada com a linguagem formal matemática.

2.4 Álgebra no ensino fundamental

2.4.1 Álgebra e o pensamento algébrico.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.82) as concepções acerca da álgebra escolar são variadas e todas influenciaram e ainda continuam influenciando ações pedagógicas para o ensino desse campo do saber matemático. A seguir apresentamos as concepções citadas pelos autores:

Concepção processológica – a Álgebra e encarada como um conjunto de procedimentos para abordar certos tipos de problemas, com sequências padronizadas de passos.

Concepção linguístico-estilística – encara a Álgebra como uma linguagem específica, criada para expressar concisamente os procedimentos para resolver problemas algébricos. Segundo os autores, essa concepção é mais exigente que a anterior, pois nesse caso não basta apresentar um processo de resolução do problema, mas esse processo deve ser traduzido em uma linguagem específica. Ainda considera que a língua comum é um obstáculo para a aprendizagem da Álgebra e que para que se avance é necessário a criação de uma nova linguagem (algébrica).

Concepção linguístico-sintática-semântica – como a concepção anterior, esta concebe a Álgebra como uma linguagem específica, contudo seu valor não está apenas na estética e concisão, mas também na generalidade e abstração.

> É apenas quando os signos dessa linguagem específica adquirem o caráter de símbolos, ou seja, é apenas quando se estabelece, ao nível semântico, a sutil e fundamental distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas [...] que essa linguagem revela sua dimensão operatória ou sintática, isto é, sua capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 83)

Concepção linguístico-postulacional- estende o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática. Para esta concepção o caráter simbólico do signo serve não apenas para representar uma quantidade geral, mas também para representar entidades matemáticas como estruturas topológicas, vetoriais etc.

Para Ponte (2006, p. 6) a visão mais habitual da Álgebra é a concepção processológica, que trata simplesmente de regras de transformação de expressões (monómios, polinómios, frações algébricas, expressões com radicais) e processos de resolução de equações. Segundo o autor, o termo Álgebra é geralmente substituído por "cálculo algébrico" o que trata claramente, de uma visão redutora da mesma. Ponte destaca o papel desta visão para a desvalorização de muitos aspectos importantes da Álgebra, quer relativos à Antiguidade (resolução de problemas), quer atuais (relações, estruturas algébricas) ou do período “clássico” da Álgebra (estudo de funções e da variação em geral).

Acreditamos que a exigência prematura do rigor e do formalismo por parte de muitos professores seja influenciada pela concepção linguístico-estilística. Essa concepção despreza o valor da língua materna para o aprendizado da matemática. Em contrapartida, segundo Ponte, a capacidade de utilizar símbolos não é o único objetivo da Álgebra escolar:

> A melhor forma de indicar os grandes objectivos do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é dizer então que se visa desenvolver o *pensamento algébrico* dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso. (PONTE, 2006, p.6)

Ponte se refere ao pensamento algébrico como:

> [...] capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. (PONTE, 2006, p. 7)

Segundo o autor, (p.7) além da capacidade de manipulação de símbolos também é um dos elementos do pensamento algébrico a interpretação do sentido do mesmo, usando-o de forma criativa, na descrição de situações e na resolução de problemas; pois:

> [...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades.”

Segundo o NCTM (2000, apud PONTE, 2006), o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. O desenvolvimento do pensamento algébrico propiciará ao aluno desenvolver capacidades como:

Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas),

Representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (Simbolização),

Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (Modelação),

Analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação).

2.4.2 Ensino de Álgebra – opções didáticas e diretrizes

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.83-84) distinguem três grandes correntes no ensino da álgebra:

Linguístico-pragmática – vincula o papel pedagógico da Álgebra à concepção lingüístico-sintática-semântica dessa disciplina. Essa opção pedagógica sustenta que ao adquirir técnicas e regras algébricas, ainda que de maneira mecânica, o aluno será capaz de resolver problemas. Ou seja, que o aprendizado de cálculos com letras pode ser utilizado posteriormente em resolução de problemas pelos alunos.

Fundamentalista-estrutural - prevaleceu durante o Movimento da Matemática Moderna e baseia-se na concepção lingüístico-postulacional. O papel pedagógico dessa disciplina passa a ser fundamentar vários campos da Matemática escolar. Predominou a crença de que a introdução das propriedades estruturais das operações, que justificassem cada passagem do transformismo algébrico, possibilitaria ao aluno a aplicação dessas estruturas em outras situações e contextos.

Fundamentalista-analógica – volta a vincular o papel pedagógico da Álgebra à resolução de problemas, apoiada na concepção linguístico-semântica-sintática dessa disciplina. Entretanto, não mais recorrendo às propriedades estruturais, mas a recursos analógicos visuais, geométricos ou concretos como figuras geométricas e balanças.

Ao analisar o ponto comum entre as três concepções de Educação algébrica, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.85) defendem que há uma redução negativa do pensamento algébrico à sua linguagem. Para os mesmos é preciso repensar a Educação algébrica, por meio das relações entre pensamento e linguagem, pois a tendência dessa educação tem sido acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta através de uma linguagem algébrica própria, concisa:

> Se estabelecermos uma comparação entre as concepções de álgebra obtidas a partir das várias leituras históricas do desenvolvimento desse campo, e as concepções de Educação algébrica [...] não é difícil concluir que existe uma certa consonância entre elas. De fato, do mesmo modo como as primeiras tenderam a priorizar a linguagem em detrimento do pensamento, também as últimas acabaram enfatizando o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, em detrimento da construção do pensamento algébrico e de sua linguagem.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (p. 85) essa forma de encarar o aprendizado e ensino da álgebra desconsidera o fato de que a linguagem é a manifestação do pensamento, não havendo entre linguagem e pensamento algébrico uma relação de subordinação mais dialética e relatam atividades nas quais, mesmo sem utilizar a linguagem algébrica específica, os alunos foram capazes de desenvolver um pensamento algébrico. Algumas dessas atividades inspiraram a construção da sequência didática de nosso estudo e do pré-teste que serão apresentadas no item 5.4 a seguir. Ainda segundo os autores, o pensamento algébrico pode ser expresso de outras formas e estas não utilizam necessariamente a linguagem matemática:

> [...] não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 88)

Nessa direção, encontramos em Kern (2008) algumas alternativas didáticas para o ensino da Álgebra, particularmente para a introdução do pensamento algébrico por meio de relações funcionais. O autor desenvolveu uma proposta didática para esse fim, envolvendo a generalização de padrões, a resolução de problemas, a modelagem e, finalmente chegando às relações funcionais.

Pensamento algébrico na generalização de padrões

Segundo Kern (2008, p.54), esse enfoque busca o reconhecimento de padrões em sequências numéricas ou geométricas, representando-os posteriormente através de uma linguagem simbólica. Ou seja, a representação simbólica e uma das fases desse processo que já começa nas séries anteriores ao 7º ano em atividades como a que se segue:

Nas sequências abaixo descubra qual o próximo número ou figura:

1, 4, 9, 16, ?

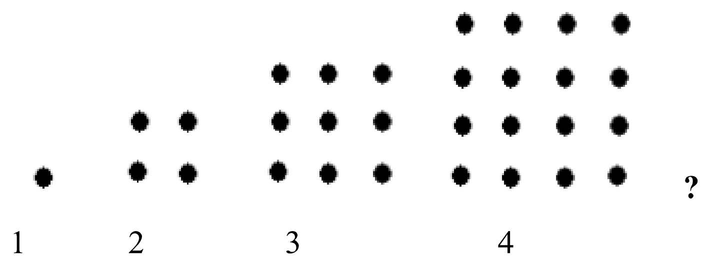


Fig 1- Padrão geométrico

Para este autor na transição da Aritmética para a Álgebra é o pensamento generalizador que produz relações de regularidades entre números, permitindo conclusões para além do alcance da aritmética.

Pensamento algébrico na resolução de problemas

Kern (2008, p. 56) afirma que muitos dos problemas encontrados em livros didáticos propostos para serem resolvidos algebricamente podem ser solucionados mediante o pensamento aritmético e não motivam o aluno a utilizar o pensamento algébrico, recomendando que os professores trabalhem com problemas que provoquem de fato o uso da álgebra.

Kern cita como um bom problema para introdução à Álgebra aqueles que não apresentam conexão direta dos dados com o valor desconhecido, e exemplifica: "380 estudantes se matricularam em atividades esportivas para a temporada. Basquete tem o triplo de estudantes do que há na patinação, e natação tem 114 alunos a mais do que a quantidade de alunos no basquete. Quantos estudantes há em cada atividade?

Segundo Kern (p. 59) é a introdução de uma letra (como x por exemplo) para representar o valor ponto da partida que vai facilitar expressar a estrutura (equação) do problema, que através de outro método aritmético (tentativa e erro por exemplo) levaria muito tempo para ser resolvido.

Pensamento algébrico na modelagem

Sobre modelagem matemática, encontramos a definição de Bassanezi (apud KERN, 2008, p.61):

> [...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. [...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências.

No que se refere ao trabalho com modelagem para o ensino-aprendizagem da álgebra, encontramos no trabalho de Kern as seguintes observações:

> [...] o ponto crucial do processo de modelagem é a fase da formulação que resulta na criação do modelo (expressão simbólica, gráfico, tabela de valores, etc) na base de hipóteses. (BEDNARZ E OUTROS, 1996 apud KERN, 2008 p. 62)

Para Kern, (p.63) há vantagens cognitivas do uso da modelagem para o ensino da álgebra, mesmo na construção de modelos simples, como por exemplo, na identificação das variáveis (em funções) ou incógnitas (equações), o estabelecimento de relações, a explicitação das leis funcionais, a construção de tabelas e gráficos.

Pensamento algébrico nas relações funcionais

Segundo Kern (p. 63) diferentes pesquisas apontam para o aspecto formativo do pensamento algébrico presente no estudo de funções, entre as quais destacamos Kieran et al (1996). Para estes autores um enfoque funcional para álgebra não envolve necessariamente o estudo de funções, mas o uso de letras como variáveis pode ser bastante útil:

> [...] a expressão 3x = 5 pode ser vista como uma função, que transforma cada número x em outro número. Assim x é interpretado como uma variável, pois pode assumir uma amplitude de valores. (KIERAN et al, apud KERN, 2008, p. 63)

No estudo dos autores acima não foram encontradas maiores dificuldades por parte dos alunos que iniciaram seu contato com a Álgebra por meio de variáveis ao se defrontarem com as letras como incógnitas.

Contudo, Janvier (1996 apud KERN, 1996) chama atenção que é importante diferenciar incógnitas de variáveis para que o aluno não confunda ambas ou pense que se trata de identidades.

2.4.2.1 Diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática 3º e 4º ciclos (1998, p.115) a Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Uma das principais orientações dos parâmetros para abordar esse conteúdo é engajar os alunos em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. Apresentamos a seguir uma figura que sintetiza as diferentes interpretações da álgebra escolar e das letras, que segundo os PCNs devem ser articuladas ao longo dos terceiro e quarto ciclos.

Figura 2: Álgebra no ensino fundamental

Fonte: BRASIL (1998, p. 116)

A partir das séries iniciais, de modo informal, os alunos já podem ser introduzidos na "Pré álgebra", articulada com Aritmética em atividades que envolvem padrões numéricos ou geométricos por exemplo. A seguir apresentamos outras atividades sugeridas pelos PCNs para a abordagem desse conteúdo ao longo do terceiro e quarto ciclos:

- Solicitar que adivinhem a regra para transformar números, inventada pelo professor, como: um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11, responde 24 etc.; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado; poderão também discutir as representações $y = 2x + 2$ ou $y = 2(x + 1)$ e a equivalência entre elas.
- O aluno também poderá ser estimulado a construir procedimentos que levam à obtenção das fórmulas para calcular o número de diagonais ou determinar a soma dos ângulos internos de um polígono;
- Situações-problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos. Os alunos podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação

Com relação ao ensino de equações, que é o foco de nosso estudo, os Parâmetros recomendam:

- os alunos precisam perceber que as equações, sistemas e inequações facilitam muito as resoluções de problemas difíceis do ponto de vista aritmético. Nesse caso, a letra assume o papel de incógnita e eventualmente de parâmetro.
- o estudo das técnicas convencionais para resolver equações seja desenvolvido apenas no quarto ciclo, pois em caso contrário os conteúdos do terceiro ciclo ficarão mais extensos, dificultando o trabalho com os demais blocos. Entretanto, é possível que nesse ciclo os alunos traduzam algumas situações-problema por equações. Nesses casos, é desejável que eles desenvolvam estratégias próprias para resolvê-las.

Por fim, segundo os PCNs, as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a sintaxe das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e construir as regras para resolução de equações.

Seguimos as orientações dos Parâmetros para formular nossa proposta didática e processo avaliativo que será discutida adiante.

2.4.2.2 Critérios para avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau no Ensino Fundamental

Segundo os PCNs (BRASIL, 1998, p. 50) embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas.

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe. (regras para resolução) de uma equação.

Nos Parâmetros encontramos alguns critérios de avaliação dos conceitos, procedimentos e atitudes relativas ao conteúdo algébrico:

No 3º ciclo:

- Utilizar a linguagem algébrica para representar as generalizações inferidas a partir de padrões, tabelas e gráficos em contextos numéricos e geométricos.

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de utilizar representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas seqüências numéricas, assim como construir procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples.

No 4º ciclo:

- Resolver situações-problema por meio de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas.

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações-problema por meio de equações (incluindo sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas) aplicando as propriedades da igualdade para determinar suas soluções e analisá-las no contexto da situação-problema enfocada.

Para avaliar as atitudes dos alunos em relação à Matemática os PCNs recomendam que o professor faça alguns questionamentos a partir da observação dos alunos:

> Procura resolver problemas por seus próprios meios? Faz perguntas? Usa estratégias criativas ou apenas as convencionais? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas respostas com clareza? Participa dos trabalhos em grupo? Ajuda os outros na resolução de problemas? Contesta pontos que não compreende ou com os quais não concorda? (p.55)

Em relação a alguns tipos de atividades como a Resolução de problemas, encontramos os seguintes critérios para avaliação dos trabalhos: planejamento correto da situação, a originalidade na resolução e a variedade de estratégias utilizadas.

2.4.3 Dificuldades de aprendizagem da Álgebra apresentadas por alunos do ensino fundamental

Segundo Ponte (2006, p.8), mesmo apresentando um bom desempenho de aprendizagem em relação aos números, os alunos do ensino fundamental deparam-se depois com grandes dificuldades na aprendizagem da Álgebra. Para o autor, uma das razões dessas dificuldades tem a ver com diversas sutilezas e mudanças de sentido dos símbolos quando se passa de um campo para outro. Usiskin (1988, apud PONTE, 2006, p.8) ilustra este problema mostrando a diversidade de sentidos que pode ter o sinal "=":

1 $$A = LW \qquad (1)$$

2 $$20 = 5x \qquad (2)$$

3 $$\sin x = \cos x \tan x \qquad (3)$$

$$1 = n\frac{1}{n} \qquad (4)$$

4 $$y = kx \qquad (5)$$

> A expressão (1) traduz a fórmula da área do rectângulo (área = comprimento vezes a largura), onde o sinal = representa "um cálculo a realizar". A expressão (2) contém uma equação "para resolver", ou seja, indica que é preciso encontrar o "valor de *x*". A expressão (3) representa uma identidade, algo que é sempre verdadeiro. A expressão (4) indica uma propriedade dos números inteiros. E, finalmente, a expressão (5) representa a função de proporcionalidade directa e, neste caso "=" indica uma relação e não algo que seja para calcular ou resolver. (PONTE, 2006, p.9)

Outra fonte de problemas para a introdução da Álgebra citada por Ponte (2006) é o seu excessivo uso de símbolos. Contudo, o autor lembra que os símbolos matemáticos já são usados pelos alunos desde o estudo da Aritmética e que o estudo da Álgebra apenas acrescenta mais símbolos aos já conhecidos pelos alunos, além de modificar os sentidos de alguns dos já existentes. Para Ponte, os símbolos não devem ser vistos como vilões para a aprendizagem da Álgebra, mas como importantes instrumentos para simplificar a resolução de problemas. Entretanto, deve ser primordial entender o que esses símbolos significam, caso contrário, o formalismo pode ser prejudicial ao aprendizado dos alunos.

Além das dificuldades já citadas, Ponte destaca outras encontradas em Booth (1994) e Rojano (2002):

> Dar sentido a uma expressão algébrica, não ver a letra como representando um número, atribuir significado concreto às letras, pensar uma variável com o significado de um número qualquer, passar informação da linguagem natural para a algébrica, compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =, não distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3).

Das dificuldades citadas por Kern (2008) destacamos a de compreensão do aluno para a importância de aprender Álgebra. Segundo o autor, essa dificuldade se traduz em situações nas quais diante de um problema, os alunos preferem ou só conseguem utilizar procedimentos aritméticos para sua resolução. Outra dificuldade citada por Kern é a de transcrição de problemas para a linguagem matemática, uma das maiores preocupações de nosso estudo e que nortearam o desenvolvimento da proposta avaliativa discutida no próximo capítulo.

CAPÍTULO III - METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1 Abordagem Metodológica

Para planejar as etapas da presente pesquisa seguimos Fiorentini e Lorenzato (2007). Segundo os autores um pesquisa passa por 3 fases: *"[...] começa com a elaboração do projeto investigativo, passa pelas fases de coleta e análise de dados ou informações e, finalmente, o processo de elaboração do relatório* ou texto *final."* (FIORENTINI & LORENZAT0, 2007).

Consideramos que por sua natureza, essa pesquisa deveria ter uma abordagem qualitativa. Segundo Lüdke e André (1986, p.18): "*o estudo qualitativo [...] é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e* focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada". Para os autores a pesquisa qualitativa possui as seguintes características:

> [...] tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. (p.11) [...] as circunstancias particulares em que um determinado objeto se insere são essenciais para que se possa entendê-lo. Da mesma maneira as pessoas, os gestos, as palavras estudadas devem ser sempre referenciadas ao contexto onde aparecem. [...] Os dados coletados são predominantemente descritivos [...] O pesquisador deve, assim, atentar para o maior número de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para melhor compreensão do problema que está sendo estudado. [...] A preocupação com o processo é maior que com o produto. O interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas. [...] O 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador (p.12) e [...] A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo (p.13)

Sendo a professora a própria pesquisadora, no contexto de suas aulas e no ambiente no qual leciona, consideramos esse estudo como uma pesquisa ação.

> Pode-se observar que as origens da pesquisa- ação [...] uma investigação que caminhe na direção da transformação de uma realidade, implicada diretamente na participação dos sujeitos que estão envolvidos no processo, cabendo ao pesquisador assumir os dois papéis, de pesquisador e de participante, e ainda sinalizando para a necessária emergência dialógica da consciência dos sujeitos na direção de mudança de percepção e de comportamento. (FRANCO, 2005, p. 487)

Além disso, os problemas e questionamentos que impulsionaram nosso estudo surgiram a partir da reflexão sobre nossa própria prática de ensino e avaliação e o desenvolvimento da pesquisa visa a transformação dessa prática.

> [...] a pesquisa ação, estruturada dentro de seus princípios geradores, é uma pesquisa eminentemente pedagógica, dentro da perspectiva de ser o exercício pedagógico, configurado como uma ação que cientifica a prática educativa, a partir de princípios éticos que visualizam a contínua formação e emancipação de todos os sujeitos da prática. [...] Se alguém opta por trabalhar com pesquisa- ação, por certo tem a convicção de que pesquisa e ação podem e devem caminhar juntas quando se pretende a transformação da prática. (FRANCO, 2005, p.483; 485)

Destacamos ainda algumas ações apontadas por Franco (2005, p. 493-494) para a realização da pesquisa-ação, que acreditamos estarem de acordo com a presente pesquisa e seus objetivos:

> [...] a ação referendada à pesquisa ação deve estar vinculada a procedimentos decorrentes de um agir comunicativo; as ações empreendidas devem emergir do coletivo e caminhar para ele; as ações em pesquisa ação devem ser eminentemente interativas, dialógicas, vitalistas; a ação deve conduzir a entendimento/negociação/ acordos; as ações devem se reproduzir na produção de um saber compartilhado [...]

Construímos os instrumentos de coleta de dados (instrumentos avaliativos) que utilizam além da linguagem matemática, a escrita em língua materna a partir das idéias de autores apresentados no capítulo I desse estudo. A documentação para análise foi composta por:

- Registro dos alunos nas folhas de resposta de duas colunas do Pré-teste (avaliação diagnóstica), inspirado em atividades sugeridas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e nos relatórios de entrada múltipla de Powel e Bairral (2006),
- Registro dos alunos nas folhas de duas colunas (atividades 1, 3 e 4) inspirados em atividades de Mesquita (2001) e Oliveira (2006),
- Relatório desenvolvido a partir da atividade 2 (Jogo da Linguagem matemática) elaborado a partir de adaptação de atividades encontradas em Smole (2001) e Powel e Bairral (2006);
- Atividade de auto avaliação adaptada de Powell e Bairral (2006) (atividade 5);
- Diário de campo da Professora – investigadora; contendo a análise das produções escritas dos alunos e as intervenções realizadas no verso das folhas de duas colunas; (FIORENTINI e LORENZATO, 2007)
- Registros em Áudio e Vídeo dos trabalhos desenvolvidos em sala de aula.

Dentre os objetivos do Ensino da Álgebra apresentados na sessão 1.4.2 desse estudo, escolhemos como foco de investigação da nossa proposta avaliativa o desenvolvimento da capacidade dos alunos de representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos, nesse caso a capacidade de resolver problemas por meio das equações e dos símbolos algébricos.

Para avaliar a aprendizagem de Equações do 1º grau por meio dos instrumentos planejados, seguimos os critérios de avaliação sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – 3º e 4º ciclos (seção 1.4.2.2)

Para a análise da produção escrita dos alunos utilizamos a categorização que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), significa *um processo de seleção ou de organização de informações em categorias estabelecidas que contenham elementos ou características comuns.*

A seguir apresentamos os objetivos do processo avaliativo proposto, detalhamos os instrumentos de coleta de dados formulados, assim como a dinâmica de trabalho para aplicação das atividades que envolveram a produção escrita.

3.1.1 Nossa proposta didática para avaliação da aprendizagem de Equações

Como vimos no Capítulo II desse estudo, dentre os conteúdos matemáticos, os conteúdos algébricos são os que requerem dos alunos uma maior utilização inicial de símbolos e regras próprias da linguagem matemática.

Um dos conteúdos mais importantes e decisivos para a evolução do pensamento algébrico dos alunos é o de equações. Ao resolver problemas por meio das equações é necessário traduzir uma situação conhecida em sua língua materna para a linguagem matemática, utilizando símbolos e regras próprias dessa linguagem. Essa é uma das maiores dificuldades no início da aprendizagem da Álgebra, sobretudo no 7º ano do ensino fundamental, quando os alunos começam a estudar as equações para resolver problemas.

Além disso, outra fonte de problemas para os alunos é a comunicação de ideias e processos de resolução de problemas em atividades avaliativas por meio da linguagem específica da Matemática, porque os mesmos ainda não dominam essa linguagem nessa fase.

Tendo em vista as vantagens da produção escrita para a comunicação e a avaliação da aprendizagem matemática, apresentadas no segundo capítulo por diversos autores e pesquisadores é que decidimos investigar as contribuições da produção escrita em língua materna para a avaliação da aprendizagem de equações do 1º grau em processo de construção pelos alunos. Elaboramos uma sequência didática de atividades que articulam a produção escrita em língua materna e linguagem matemática para esse fim. Salientamos que o processo avaliativo não ocorreu em um único momento, mas durante todo o processo de ensino desse conteúdo na busca de atender as 5 (cinco) estratégias sugeridas por Wiliam (2007) para uma avaliação reguladora:

(α) *Clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso*; ou seja explicitar os critérios de avaliação das tarefas antes do seu início;

(β) *Desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidencias de aprendizagem;*

(χ) *fornecer feedback que mova os alunos para a frente através de orientações e questionamentos*; porém sem revelar onde estão os erros ou dando as respostas certas;

(δ) *Levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais*; ou seja, levar esses estudantes a se tornarem mediadores do conhecimento uns dos outros;

(ε) *Ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos*, ou seja, desenvolver processos metacognitivos.

Portanto, consideramos que nosso processo avaliativo possui uma função formativa, ou seja, acompanhar o processo de aprendizagem dos alunos ao longo do ensino para promover as intervenções necessárias de acordo com as informações obtidas, em tempo hábil. Planejamos as atividades (instrumentos de coleta de dados) e os passos para a realização dos trabalhos, a partir do seguinte roteiro:

1. Elaboração e seleção de atividades em livros didáticos e trabalhos de pesquisa que exploram a tradução de problemas em língua materna para a linguagem algébrica e Equações do 1º grau;
2. Adaptação das atividades selecionadas de tal forma que o aluno possa resolvê-las articulando a linguagem algébrica e a língua comum (língua materna);
3. Análise das contribuições das atividades para a avaliação da aprendizagem de equações por alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Dentre as distintas opções didáticas citadas por Kern (2008), optamos pela Resolução de problemas que envolviam incógnitas e a Modelagem de equações para a resolução dos mesmos. Além dos problemas selecionados e adaptados, elaboramos um jogo que relaciona a representação algébrica e em língua materna das equações do 1º grau e uma auto-avaliação que foi a última das atividades da sequência detalhada a seguir.

3.1.2 Sequência de atividades avaliativas para Equações

A sequência de atividades avaliativas foi implementada em uma turma de 7º ano da Escola Particular de Ensino Fundamental Colégio Nova Visão, situada no bairro do Catolé na cidade Campina Grande – Paraiba. A turma escolhida é formada por 27 alunos com idades variando entre 11 e 13 anos. As atividades foram realizadas no segundo semestre de 2011, correspondendo a um total de 10 encontros e 20 aulas (cada aula 50 minutos). Todas as atividades foram realizadas em grupos ou em dupla, exceto a última (auto avaliação), através de trabalhos colaborativos para uma maior interação entre os alunos e a comunicação entre os mesmos; seguindo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993):

> [...] o trabalho colaborativo, além de ser formativo aos alunos - no sentido de aprenderem a trabalhar com o outro -, favorece, também, a discussão e a construção conjunta do conhecimento matemático. Nesse processo, os alunos se apropriam e desenvolvem, apoiados uns nos outros, a linguagem e o pensamento algébricos."

A dinâmica de trabalho foi a seguinte:

- 6 encontros (12 aulas) foram destinados para a resolução de problemas;
- 3 encontros (3 aulas) foram destinados para a realização de um jogo e uma sequência de atividades após o mesmo. Essas atividades foram realizadas na quadra da escola, por apresentar um maior espaço, facilitando o trabalho.
- O ultimo encontro (2 aulas) foi destinado para a discussão com a turma a respeito do que aprenderam com a sequência de atividades através de uma auto avaliação, inspirada em atividades de escrita sugeridas por Powell e Bairral (2006, p. 73).

Para cada uma das atividades formuladas buscamos atender os 4 objetivos da escrita nas aulas de Matemática identificados por Coura (2008): registrar, explicar, traduzir e expressar-se, tendo em vista que nas mesmas os alunos tiveram espaço para:

1. Registrar os passos para a resolução dos problemas em linguagem matemática e em língua comum (materna) e a interpretação do problema ou enunciado;
2. Explicar além da linguagem matemática, por meio da língua materna os passos para a resolução dos problemas e equações, o que pensaram, que meios utilizaram e suas impressões pessoais sobre a atividade;
3. Traduzir uma equação em linguagem matemática para a língua materna e vice versa e

4. Expressar-se de forma oral e escrita, comunicando-se de várias maneiras nas aulas de Matemática; exprimindo seus pensamentos, processos de raciocínio, sentimentos e opiniões a respeito de conteúdos estudados, de dados apresentados ou das atividades planejadas.

Tendo em vista os objetivos acima, nos apoiamos em ideias de Mesquita (2001) para desenvolver um formulário em duas colunas onde em uma delas havia um espaço para os alunos relatarem por escrito (em língua materna) o processo de resolução dos problemas, suas dúvidas, raciocínios ou interpretações. Em todas as atividades (com exceção do jogo e auto-avaliação final), os alunos receberam esse formulário que consiste em uma folha dividida em 2 colunas (anexo 2), onde registraram o processo de resolução através da linguagem matemática (coluna da esquerda) e da língua materna (coluna da direita). Nesta última os alunos escreveram o que pensaram na hora de modelar a equação explicando cada termo da mesma, ou em outros casos relataram como resolveram o problema mentalmente ou por outros meios através de textos escritos. Já na primeira coluna (esquerda) registraram os cálculos matemáticos (somas, subtrações, multiplicações, etc) ou a equação propriamente dita em linguagem matemática (com letras e sinais de operação e igualdade) e seu processo de resolução. No verso da folha havia um espaço para as sugestões da professora e observações acerca da produção escrita dos alunos para a resolução dos problemas. Esse espaço foi inspirado em um instrumento avaliativo desenvolvido por Oliveira (2006, p. 58) e nos formulários de entrada múltipla sugeridos por Powell e Bairral (2006).

Formulamos 5 atividades. Para as atividades 1, 3 e 4 separamos dois dias (2 encontros – 4 aulas cada). Para a segunda atividade (Jogo da linguagem matemática) 3 dias – 6 aulas e para a quinta atividade 1 dia (2 aulas); totalizando 10 encontros- 20 aulas – 50 minutos cada. Após a primeira aula das atividades 1, 2, 3 e 4 a professora pesquisadora levou para casa as folhas de duas colunas (atividades 1 e 3) e os relatórios e textos escritos pelos alunos (atividades 2 e 4) para fazer suas observações por escrito no verso. Na aula seguinte os alunos retomaram cada tarefa lendo as observações. Assim, tiveram a chance de rever seus erros ou tentativas frustradas e pensar a respeito, pois após serem devolvidas aos alunos com as observações as atividades foram retomadas pelo grupo ou duplas no encontro seguinte (quando necessário), em outros casos, os alunos responderam a novos questionamentos a respeito dos problemas sugeridos pela professora. Após o segundo encontro, as folhas foram devolvidas para a professora mais uma vez que fez uma nova intervenção em sala de aula discutindo com a classe, agora em grupo, algumas dúvidas e equívocos cometidos. Todas essas orientações estavam presentes nas folhas das atividades e foram esclarecidas em sala de aula.

Além de promover a comunicação nas aulas de Matemática por meio das atividades nos preocupamos em registrar nossas observações a partir da análise das resoluções dos alunos, pois esse é um meio de fornecer feedback; uma orientação de Wiliam (2007) e Barlow (2006) para a regulação da aprendizagem. A seguir apresentamos a sequência de atividades realizada para a introdução e avaliação da aprendizagem do conceito de equação.

3.1.2.1 Sequência didática

1ª e 2ª encontros (4 aulas)

Nas quatro primeiras aulas sobre equações retomamos o conceito de sentença matemática estudado anteriormente pelos alunos na unidade Expressões algébricas; abordamos o conceito de igualdade e desigualdade através do uso do recurso “balança de dois pratos” e os procedimentos para resolução das equações. Ao final das atividades destacamos a importância e as vantagens da utilização da linguagem matemática para resolver problemas.

Atividade avaliativa 1 – Balança de seu Manoel

1ª etapa (1ª aula) – 1º dia (18 de outubro)

Seu Manoel é dono de um banco na feira de Campina Grande e vende farinha. Quando ele precisa pesar os sacos de farinha que vende utiliza uma balança antiga que ganhou de seu avô. De um lado coloca alguns pesinhos que podem pesar: 50 gramas, 100 gramas, 150 gramas, 200 gramas, 250 gramas, 300 gramas, 500 gramas e 1 Kg (1000 gramas). Veja abaixo a balança e alguns pesinhos:

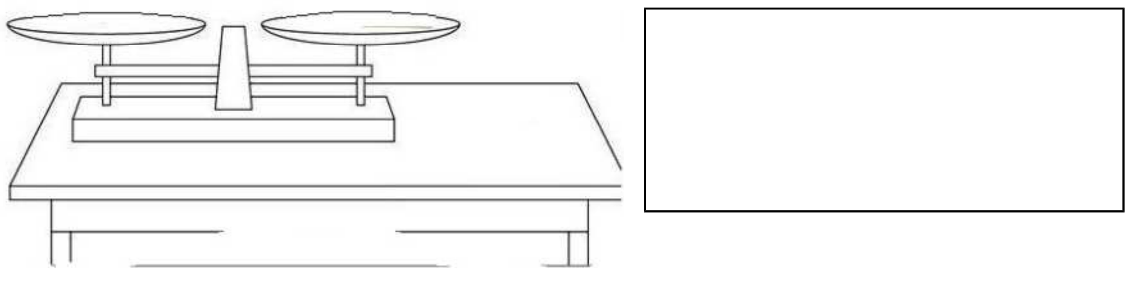


Figura 3: Balança de seu Manoel 1

Para pesar a farinha seu Manoel coloca a mesma em um lado da balança e do outro lado vários pesinhos até que os dois lados fiquem equilibrados. Em um sábado de trabalho na feira, seu Manoel estava pesando um saco de farinha para um cliente e fez as seguintes tentativas usando os pesinhos:

***Tentativa 1**: 1 saco de farinha no prato do lado direito e 2 pesinhos de 100 gramas no lado esquerdo. Mas o prato do lado direito ficou mais baixo que o do lado esquerdo.*

***Tentativa 2**: 1 saco de farinha no prato do lado direito e 1 pesinho de 100 gramas e outro de 200 gramas no lado esquerdo. Novamente o prato do lado direito ficou mais baixo que o esquerdo.*

a) Qual a sentença matemática para a tentativa 1? Registrem no lado direito da folha usando símbolos matemáticos.

b) Qual a sentença matemática para a tentativa 2? Registre novamente no lado direito da folha.

c) Então o peso do saco de farinha é maior ou menor que 300 gramas? Expliquem do lado esquerdo da folha de respostas, com suas palavras, como fizeram para descobrir.

Após as várias tentativas acima, vejam como Manoel fez para conseguir manter o equilíbrio da balança e descobrir o peso do saco de farinha:

Tentativa 3:

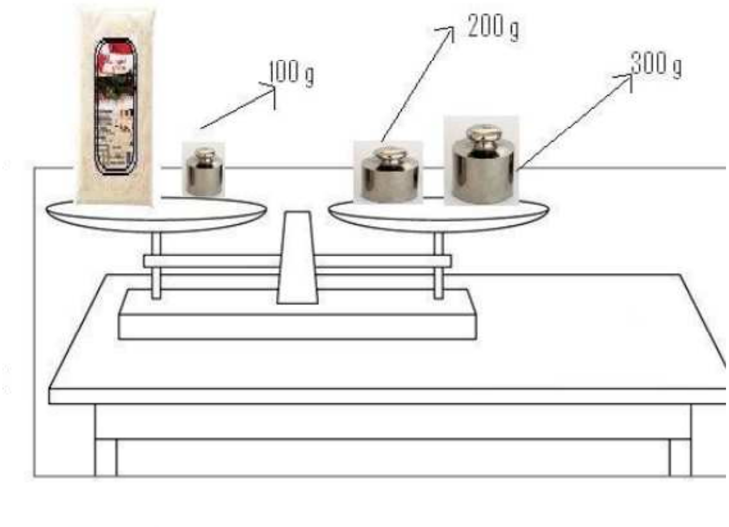


Figura 4: Balança de seu Manoel 2

d) Vocês conseguem descobrir qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo da folha, com suas palavras, como descobriram;

e)) É possível formular uma sentença matemática para resolver esse problema? Registrem-na no lado direito da folha.

f) Usando pesinhos diferentes dos pesos que Manoel usou vocês seriam capazes de fazer a balança ficar em equilíbrio? Explique do lado esquerdo da folha de resposta como fariam e no lado direito a sentença matemática correspondente.

No sábado seguinte Manoel levou seu sobrinho Ricardo para conhecer a feira. Ricardo gostou da balança e resolveu tentar manter o equilíbrio com alguns sacos de farinha iguais e um pesinho e conseguiu. Vejam:

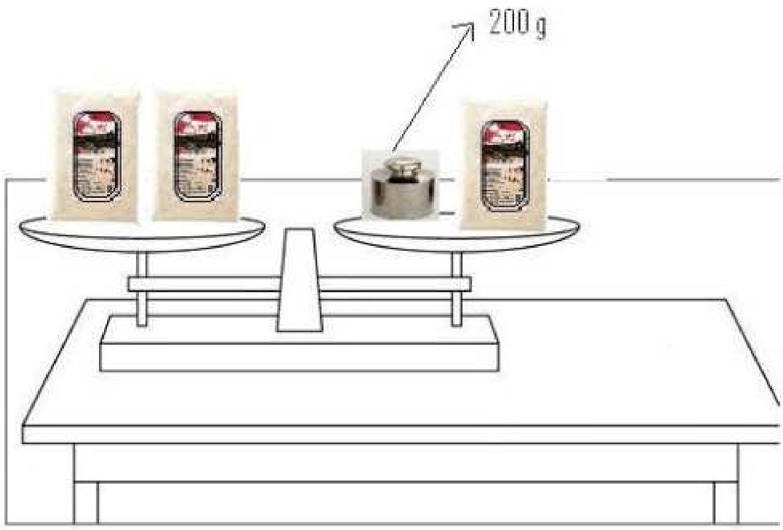


Figura 5: Balança de seu Manoel 3

g)Vocês conseguem descobrir qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo da folha, com suas palavras, como descobriram;

h) É possível formular uma equação (sentença matemática de igualdade) para resolver esse problema? Registrem-na no lado direito da folha.

Ricardo gostou da brincadeira e pensou:" - seu eu tirar um saco de cada lado da balança ela vai permanecer equilibrada"?

i)E vocês? O que acham? Registrem no lado esquerdo da folha de respostas.

j)Como poderíamos representar essa situação através do uso de uma equação e de símbolos matemáticos? Registrem no lado direito da folha.

Depois Ricardo pensou: " - e se eu colocar mais um saco de cada lado, ambos idênticos, será que a balança vai ficar equilibrada*?"*

l)E vocês? O que acham? Registrem no lado esquerdo da folha de respostas.

m)Como poderíamos representar essa situação através do uso de uma equação? Registrem no lado direito da folha.

n) O resultado do peso do saco de farinha mudou depois de todos as modificações acima? O que vocês concluem? Registrem no lado esquerdo da folha.

Quando visitou a feira novamente Ricardo retomou a brincadeira e pegou dois sacos de farinha idênticos para pesar.

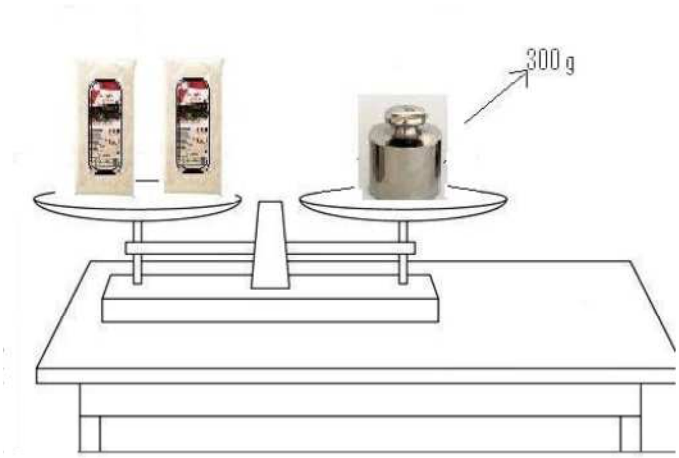


Figura 6: Balança de seu Manoel 4

Dessa vez ele percebeu algo interessante para descobrir o peso do saco de farinha. Ricardo modificou os dois lados da balança e mesmo assim manteve o equilíbrio. Veja como ficou a balança:

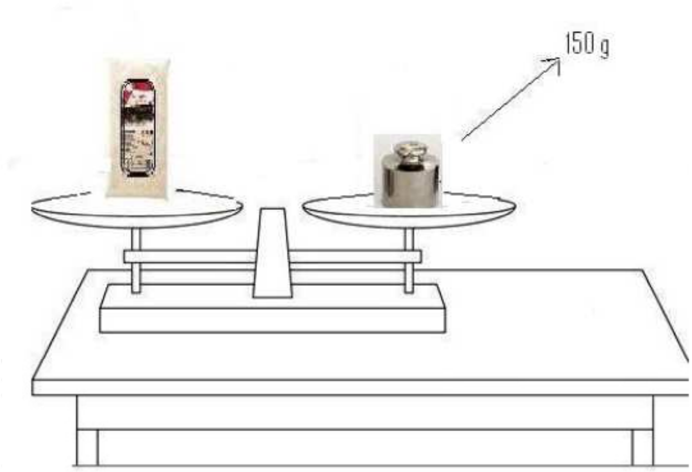


Figura 7: Balança de seu Manoel 5

o) *O que Ricardo fez para descobrir o peso do saco de farinha? Expliquem com suas palavras no lado esquerdo da folha.*
p)É possível formular uma equação para o que Ricardo fez? Escreva utilizando símbolos matemáticos as 2 sentenças para cada um dos passos acima. Registrem-nas no lado direito da folha.

Ricardo continuou pensando e fez algo diferente para descobrir o peso de outro saco de farinha. Observe passo a passo o que ele fez:

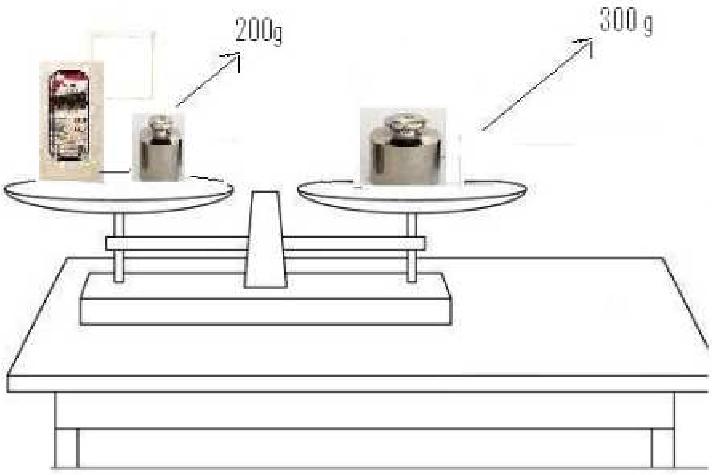


Figura 8: Balança de seu Manoel 6

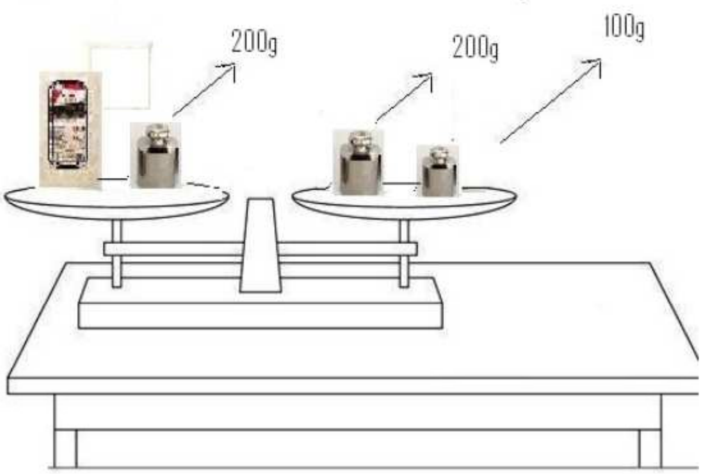


Figura 9: Balança de seu Manoel 7

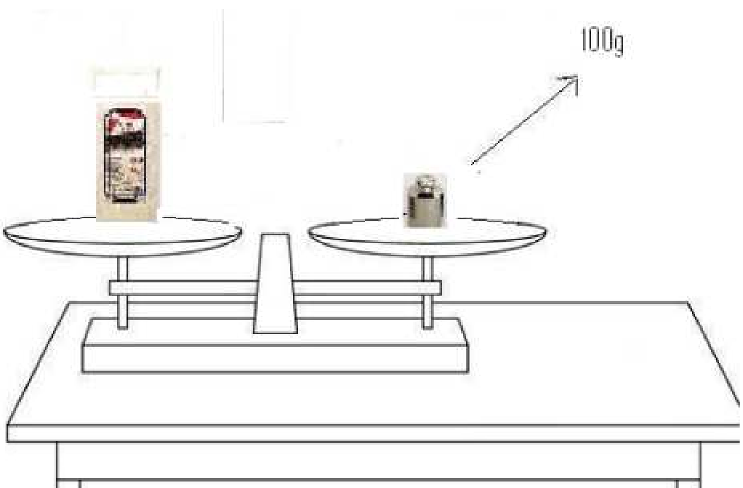


Figura 10: Balança de seu Manoel 8

q)Qual é o peso do saco de farinha? Registrem no lado esquerdo, com suas palavras o que Ricardo fez para descobrir.
r)Escrevam utilizando símbolos matemáticos as 3 sentenças (equações) para cada um dos passos acima, no lado direito da folha.

Com as questões propostas acima buscávamos investigar se os alunos percebiam o sinal de igualdade como indicador de equivalência ou apenas como um indicador de resultado. Além disso, analisar se os mesmos eram capazes de utilizar o conceito de equivalência para descobrir o peso dos sacos através do uso da linguagem algébrica ou de outros meios; iniciando uma discussão acerca dos métodos de resolução de uma equação e suas relações com as operações inversas.

3º, 4º e 5º encontros (6 aulas)

Nesses encontros o objetivo principal foi propor atividades para as quais os alunos traduzissem um problema em língua materna para a linguagem matemática. Discutimos também o significado das palavras equação e incógnita e suas diferenças em relação às expressões e variáveis.

Atividade avaliativa 2 – Jogo da linguagem matemática

Esse jogo foi formulado a partir de outro encontrado em Bonjorno et. al., (2009, p. 38-39) e tem as seguintes características:

- Material necessário: lápis, fichas em cartolina (cada uma de um cor) contendo as seguintes informações:

Fichas tipo 1 (Equações – linguagem matemática)	**Fichas tipo** 2 (perguntas ou problemas em língua materna)
Equação em linguagem matemática a ser resolvida	Problema correspondente na língua comum (materna)

Ex:

2x = 6	Qual é o número cujo dobro é 6?

REGRAS: Os alunos formarão grupo de 6 jogadores, se dividindo em 3 duplas que concorrerão entre si. Para começar devem decidir através de sorteio quem começa e distribuir as fichas de perguntas (tipo 2) igualmente entre as duplas. As fichas de equações (em linguagem matemática ou tipo 1) devem ficar sobre a mesa, viradas para baixo uma em cima da outra. A primeira dupla a jogar começa retirando 1 ficha da pilha de equações e procurando dentre suas fichas de perguntas aquela que é a correspondente para a equação, mostrando para o restante das duplas para que estas confiram. Caso não possua a pergunta correspondente, a dupla deve passar a vez para a dupla seguinte. Marca ponto a dupla que possuir a pergunta correspondente e esta tem o direito de pegar mais uma carta na pilha de equações para dar sequência ao jogo. O jogo termina quando as fichas de equações acabarem e a dupla ganhadora será aquela que mais formou pares de fichas (equações e perguntas-problemas correspondentes).

Pretendíamos proporcionar aos alunos uma atividade estimulante, que permitisse a troca de ideias e interação. Além disso, verificar se os alunos eram capazes de associar o problema a ser resolvido (em linguagem comum) à equação (em linguagem matemática) correspondente.

Acreditávamos que os alunos seriam capazes de associar essa atividade às situações em que precisaram anteriormente traduzir uma expressão escrita em língua materna para a linguagem matemática, utilizando símbolos como letras e sinais de operações; contudo diferenciando as equações das expressões algébricas anteriormente estudadas. Para verificar essa diferenciação, após o fim do período do jogo discutimos em sala com todos os alunos, e incluímos um novo questionamento na lista de perguntas do relatório.

Para elaborar os problemas para as respectivas equações seguimos Coura (2008, p. 93). Segundo a autora há dois tipos de problemas matemáticos: aqueles que são uma tradução direta de uma equação, que envolvem termos matemáticos como: o triplo, a soma, a diferença, por exemplo, e os que não são escritos exclusivamente na linguagem matemática. A autora cita dois problemas que podem esclarecer a diferença entre ambos:

> ***1)*** Ao triplo de um número adicionamos 90. O resultado é igual ao quíntuplo do mesmo número. Qual é esse número? **2)** José e Luís jogam no mesmo time de futebol de areia. No último campeonato, os dois juntos marcaram 52 gols. José marcou 10 gols a mais que Luís. Quantos gols José marcou nesse campeonato?

Acreditávamos que para os alunos os problemas do 2ª tipo seriam considerados de maior dificuldade, como identificado por Coura em sua pesquisa. Além disso, outra dificuldade já esperada por nós era que os alunos fizessem a tradução do problema em língua comum para a linguagem matemática. Por outro lado, pelo fato do jogo favorecer a discussão entre os pares (ao verificar se possuem a ficha com a frase correspondente à equação) e em grupo (ao mostrar para o restante das duplas seu par de fichas) supomos que essas dificuldades seriam amenizadas.

Ao final dessa atividade cada dupla deveria relatar por escrito as dificuldades que encontraram, contando também o que aprenderam sobre equações durante o jogo através de um relatório. O relatório, baseado em atividades de escrita sugeridas por Powell e Bairral (2006, p. 73) e Smole (2001) contou com questões como a seguir, que serviram de guia para confecção pelas duplas:

1. Descreva descobertas que vocês fizeram ao jogar. Ou seja, o que vocês aprenderam sobre equações durante o jogo?
2. Que sugestões vocês podem dar para que um jogador obtenha sucesso no jogo?
3. Descreva as dificuldades que a dupla encontrou para jogar.

O relatório deveria ser entregue à professora, que faria algumas observações acerca das descobertas, dúvidas e sugestões relatadas e o devolveria para cada dupla. Como sugerem Powell e Bairral (2006) esperávamos que essa atividade escrita pudesse contribuir para a reflexão dos alunos sobre sua própria aprendizagem, além de possibilitar uma maior comunicação entre os mesmos e a professora, promovendo informações que contribuiriam para regulação da aprendizagem.

4º encontro (2 aulas)

O objetivo dessa aula era propor novamente atividades para as quais os alunos tivessem que traduzir um problema matemático em língua materna para a linguagem matemática. O conceito abordado foi raiz de uma equação. Além disso, aprofundamos o debate acerca dos processos de resolução de uma equação.

Atividade avaliativa 3 – Montar uma equação

Resolva o seguinte problema escrevendo para ele uma equação: adaptado de Coura (2008, p.161)

Roberto estava pesquisando um assunto de História numa enciclopédia. No outro dia não lembrava mais o número da página, mas lembrou que a soma dos números da página que ele estava lendo mais as duas páginas seguintes era 612. Qual o número da página que Roberto estava lendo no dia anterior?

Essa atividade foi realizada em grupo. Geralmente nesse tipo de situação espera-se que o aluno traduza para a linguagem algébrica o problema, estabelecendo uma letra para representar o valor desconhecido, modelando uma equação. Entretanto, diante das dificuldades já percebidas pela nossa experiência e citadas pelos autores estudados, comsiderávamos possível que os alunos procurassem outras estratégias para resolver o problema. Uma dessas estratégias poderia ser tentativa e erro. Ou seja, os alunos poderiam começar testando valores possíveis para a página do livro, dividindo por exemplo 612 por 3 para deduzir um número de páginas. Este ou outro processo que pudesse surgir não seriam descartados. Os alunos poderiam utilizá-los e registrá-los na folha de duas colunas (linguagem algébrica e língua comum). Contudo, queríamos estimulá-los a tentar modelar uma equação para resolver o problema, mesmo após solucioná-lo, no lado esquerdo da folha. Caso alguma dupla consiguisse resolvê-lo inicialmente através de uma equação, ainda assim deveria registrar a interpretação do problema na coluna esquerda.

O objetivo dessa atividade foi fazer com que os alunos percebessem as vantagens de utilizar a linguagem algébrica – como a economia de tempo e espaço. Para tanto, essas vantagens foram discutidas pelos grupos em debate promovido pela professora além de sugeridas como tema para reflexão da auto-avaliação individual no final da sequência didática.

Acreditávamos que por esse problema não permitir uma tradução direta para a linguagem matemática, apresentaria um maior grau de dificuldade para sua resolução por parte dos alunos. Entretanto, essa dificuldade seria útil no sentido de promover a reflexão dos mesmos para a importância da Álgebra, tendo em vista que para serem capazes de resolver este problema com maior rapidez os alunos precisariam superar o pensamento aritmético modelando uma equação para o mesmo.

5º e 6º encontros (4 aulas)

Para essas aulas os alunos deveriam escrever problemas para as equações dadas em linguagem matemática. Buscávamos discutir o significado da incógnita de uma equação e sua identificação em um problema matemático.

Atividade avaliativa 4: Montar um problema

Observe a equação abaixo e imagine uma situação ou problema para o qual ela poderia ser utilizada.

Exemplos: $y + 10 = 21$ $\qquad$ $2y - 3 = y + 1$

Escreva essa situação na segunda folha que a professora entregou (formulário de duas colunas) e depois troque com o seu colega ao lado. Peça que ele (a) tente resolver o problema utilizando uma equação e faça o mesmo com o problema que ele (a) formulou. Depois troquem novamente os problemas. Verifique se seu (sua) colega utilizou a equação que você recebeu da professora para resolver o problema que você criou. O que você conclui?

Essa atividade foi elaborada inspirada em atividades sugeridas por Fiorentini, Miorin e Miguel (1993, p.90). Os autores defendem que além de analisar situações-problema e elaborar equações ou expressões simbólicas para as mesmas, é importante que o aluno possa atribuir algum significado para as equações ou expressão algébrica e suas incógnitas e variáveis. Nessa direção, Smole (2001, p. 46) sugere que os alunos troquem os textos (problemas) produzidos. Segundo a autora, essa técnica permite a criação da figura de um crítico, um parecerista para o texto escrito, permitindo assim a troca de argumentos e justificativas entre os alunos autores e leitores.

As equações distribuídas para a turma foram distintas. O objetivo era verificar se o aluno seria capaz de transitar entre as representações em língua materna e algébrica dos problemas, além de identificar a incógnita de uma equação. Além disso, esperávamos que a partir dessa atividade que envolve leitura e escrita o aluno pudesse refletir sobre seu próprio aprendizado e encontrar sozinho possíveis erros (próprios ou do (a) colega) na resolução da equação ou na elaboração do problema como sugerem Powell e Bairral (2006).

A principal dificuldade esperada por nós era a formulação do problema e a interpretação do texto formulado pelo colega, tendo em vista que a escrita é um problema comum na faixa etária dos alunos selecionados para esse estudo. Para amenizar essa situação, as explicações orais dos problemas formulados seriam permitidas, mas os alunos seriam orientados a fazê-las apenas no final da atividade, ou seja, quando recebessem dos colegas os problemas que formularam, pois a princípio queremos analisar como os alunos iriam comunicar suas ideias através da escrita e se essa escrita poderia auxiliá-los na identificação dos próprios erros ou dificuldades; além de permitir a avaliação de aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais por parte da professora.

7ª encontro (2 aulas)

Atividade avaliativa 5 - Auto-avaliação

A auto-avaliação a seguir foi realizada no final da sequência de atividades e desenvolvida a partir de formulários sugeridos por Powel e Bairral (2006, p. 88-89). Pretendíamos avaliar aspectos atitudinais e metacognitivos, promovendo uma reflexão do estudante sobre sua própria aprendizagem.

3.2. Avaliação diagnóstica - pré-teste

Realizamos uma avaliação diagnóstica com a intenção de investigar se os alunos apresentavam, ou não, o domínio dos pré-requisitos necessários, isto é, se possuíam os conhecimentos e habilidades imprescindíveis para a aprendizagem de equações. Tendo em vista que o pensamento algébrico envolve, além da capacidade de utilizar símbolos para representar quantidades, a percepção de padrões e a consequente generalização e sua utilização para a resolução de problemas e que essa capacidade já é desenvolvida durante as séries anteriores ao 7º ano, nos 1º e 2º ciclo do ensino fundamental; desenvolvemos um pré-teste na busca de investigar essas e outras capacidades e conhecimentos que poderão auxiliar o aluno na compreensão dos novos conceitos algébricos.

Assim como nas atividades avaliativas para a investigação da aprendizagem de equações desenvolvidas para esse estudo, já explicitadas, no pré-teste elaboramos um espaço para que os alunos escrevessem com suas palavras seus raciocínios e processos de resolução. Todas as questões incluídas tiveram como objetivo geral, além dos específicos, investigar se os alunos detinham a capacidade de interpretar problemas e representar suas resoluções articulando a linguagem matemática e materna.

As questões do pré-teste serão explicitadas a seguir, assim como seus objetivos específicos.

Caro(a) aluno(a)

Em todas as questões a seguir explique com suas palavras na folha de respostas do lado esquerdo como fez para descobrir a solução ou quais foram as dificuldades ou dúvidas que você teve no lado direito, caso não consiga resolvê-las.

*1- **Preencha os círculos encontrando os números misteriosos: (DANTE, 2007, p.55)***

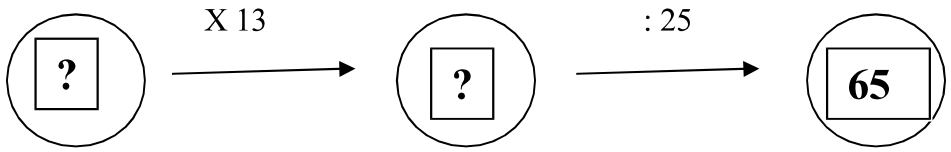


Figura 11: Figura 1 do pré – teste

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção da divisão como operação inversa da multiplicação e a multiplicação como operação inversa da divisão.

2- ***Você consegue descobrir qual é o próximo número da sequência abaixo? (DANTE, 2007, p. 15)***

1, 3, 3, 9, 27, ?

Como poderíamos obter o 10º elemento dessa sequência?

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- obter uma regra mental para a sequencia percebendo uma regularidade na mesma;
- escrever essa regra em linguagem materna ou numérica

3- ***Verdadeiro ou falso? Por quê?***

a) (2 + 3) + 6 = 2 + (3 + 6)

b) 2 x (3 - 5) = 2 x 3 - 2 x 5

c) 2 + 3 = 3 + 2

d) 2 X 1 = 1 X 2

e) 5 + 0 = 5

f) 5 x 8 = 8 x 5

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- reconhecer as propriedades da multiplicação e da adição;
- percepção da necessidade de manter o equilíbrio (igualdade) entre os dois membros das sentenças matemáticas.

4- ***Qual é o valor do $\triangle$?***

a) $\triangle + 5 = -10$

b) $2 \times (\triangle + 2) = 20$

c) $\triangle \times 3 = 60$

d) $40 : 2 = \triangle$

e) $-2 + \triangle = -4$

f) $\triangle : 3 = 1{,}5$

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- identificar as operações inversas;

- efetuar operações com números naturais, inteiros e racionais;
- percepção do "=" como um sinal operacional
- compreensão do símbolo △ como uma representação de uma quantidade única;

5- ***Observe a seguinte sequência construída com quadrados: (SARAIVA et all., 2010)***

Figura 12: Figura 2 do pré – teste

a) Quantos quadrados terá a Fig.4?

b) Quantos quadrados terá a Fig.10? E a Fig.50? Explique seu raciocínio.

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- Construir e representar, por esquema e simbolicamente, os termos de sequências simples, percebendo regularidades.

- Traduzir, por escrito, os raciocínios desenvolvidos

Observe a figura abaixo e responda às questões que se seguem: (SARAIVA et al., 2010)

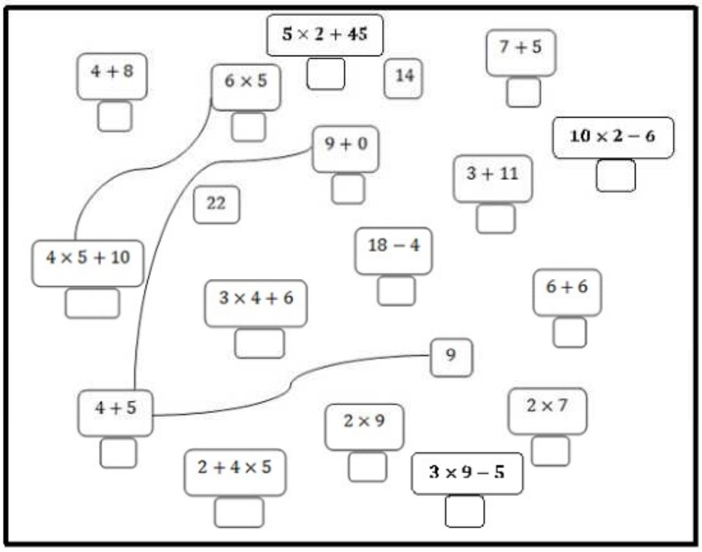


Figura 13: Figura 3 do pré – teste

a) Qual foi o critério usado para estabelecer as ligações entre as expressões?

b) Usando esse critério encontre, pelo menos, mais 4 ligações.

c) Que sinal matemático poderíamos usar no lugar das linhas que ligam as expressões?

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção do "=" como um sinal relacional de equivalência;

- resolver expressões numéricas.

6- ***No criptograma abaixo, quais os valores das figuras?***

$$
\begin{array}{cccc}
 & 6 & \triangle & 5 \\
+ & & & \\
 & 4 & \star & 8 \\
\hline
1 & 0 & 9 & 3
\end{array}
$$

Fig 14: Figura 4 do pré - teste

OBS: as duas figuras possuem valores diferentes.

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:
- percepção dos símbolos como representações de quantidades que podem variar.

08-***Substitua as letras por números, obedecendo o sentido das setas e realizando as operações necessárias:***

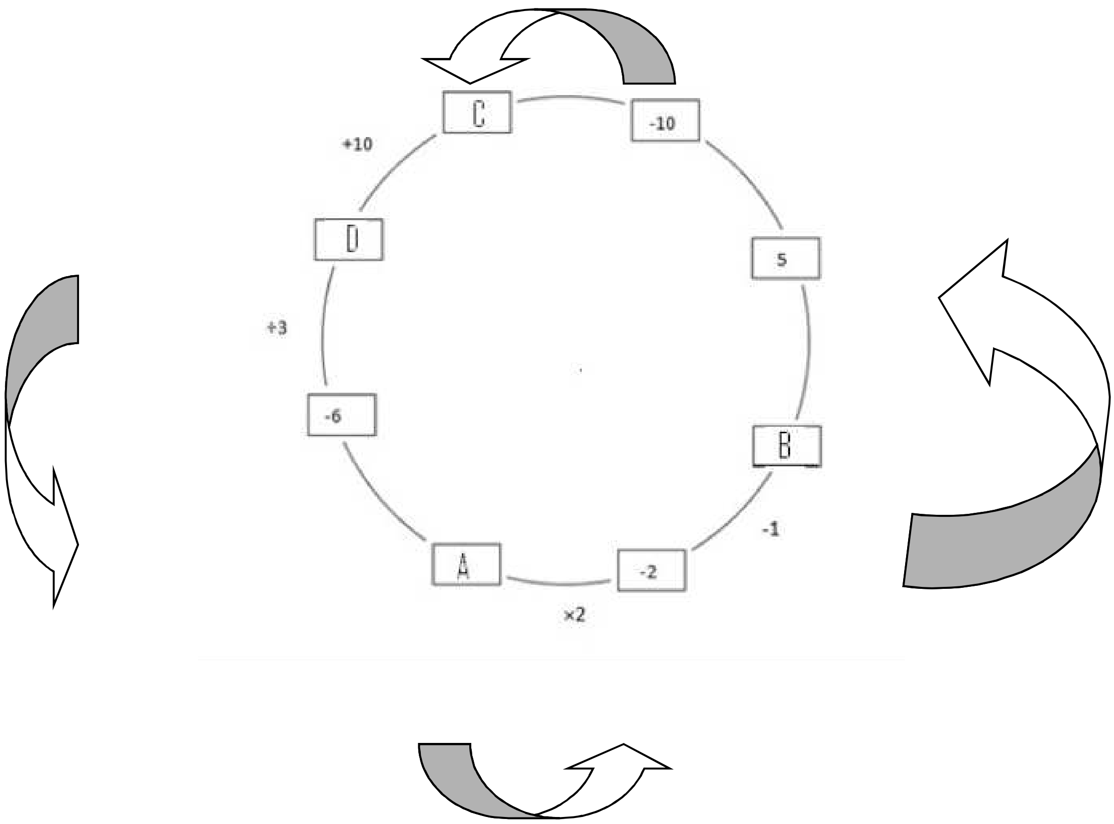


Fig 15: Figura 5 do pré - teste

A) Como fez para encontrar o valor de A?

B) E o valor de B?

C) E o de C?

D) E o de D?

Com esta questão buscávamos investigar se o aluno detém as seguintes competências:

- percepção de que os valores desconhecidos podem ser encontrados realizando as operações inversas;

- realizar operações com números inteiros.

O pré- teste foi realizado no dia 12 de abril de 2011, no período da manhã com início às 07:15 h e término 08:40 h, no horário de aula normal da turma. Todos os alunos (total 26) compareceram e participaram ativamente das atividades, realizadas individualmente e sem consulta a livros, cadernos ou colegas. O principal objetivo do pré-teste foi investigar se os alunos possuem conhecimentos prévios que poderão auxiliá-los na compreensão e aprendizagem dos novos conceitos com os quais começarão a ter contato quando iniciarmos o estudo das expressões algébricas e as posteriores equações do 1º grau, objeto desse estudo. Além disso, algumas questões permitiram investigar evidências do desenvolvimento de alguns aspectos do pensamento algébrico como generalizações e percepção de regularidades geométricas e numéricas.

Realizamos uma análise qualitativa do pré-teste seguindo Van de Walle (2009, p. 104). Segundo o autor é importante ao analisar os trabalhos dos alunos conceituar ao invés de pontuar. Ou seja, comparar o trabalho do aluno com critérios formulados para cada questão (também chamados de Rubricas) e com aquilo que esperamos do trabalho, ao invés de apenas atribuir uma nota através da classificação do trabalho do aluno em "certo" ou "errado", comparando-o com o de outros alunos. "*Rubrica é um referencial que pode ser projetado ou adaptado pelo professor para um grupo* particular de alunos ou uma tarefa matemática particular". (*KULM, 1994, apud WALLE, 2009).*

Seguimos Walle (p. 104,105) e adotamos um exemplo de rubrica citado pelo autor que consiste em 4 graus:

1- **Insatisfatório**- desempenho baixo – a tarefa foi tentada e algum esforço matemático foi realizado. Pode haver fragmentos de desempenho, mas pouco ou nenhum sucesso foi alcançado.

2- **Incompleto** – desempenho parcial – parte da tarefa é realizada, mas falta evidência de compreensão. Uma interferência direta ou ensino adicional é necessária;

3- **Proficiente** – desempenho significativo. Nesse caso, o aluno poderia chegar ao desempenho completo com uma retroalimentação mínima. Erros são secundários, assim, o professor está confiante de que a compreensão é adequada para alcançar o objetivo.

4- **Excelente**, ou desempenho completo. Nesse caso, a estratégia e a execução atendem conteúdo, processos e demandas qualitativas da tarefa. A comunicação é julgada pela efetividade e não por sua extensão. Pode ter erros secundários.

CAPÍTULO IV– RESULTADOS

4.1 Resultados do Pré-Teste

A partir da adaptação da rubrica de Van de Walle (p. 104,105) elaboramos as rubricas para cada uma das 8 questões do pré-teste. Em seguida analisamos as respostas dos alunos e obtivemos os seguintes resultados:

Questão 01-

Quadro 3- resultado da 1ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	3	2	6	15

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, ou os que indicaram valores aleatórios sem efetivamente realizar algum cálculo que pudesse indicar um raciocínio ou estimativa – **insatisfatório**

b) Alunos que testaram valores para resolver o problema seguindo as setas, mas que perderam muito tempo e desistiram da tarefa e ainda outros que obtiveram valores próximos do resultado correto utilizando essas tentativas, mas sem realizar as operações inversas: **incompleto**

c) Alunos que perceberam a relação do problema com as operações inversas, mas que erraram os cálculos ou acertaram apenas um dos valores dos círculos**: proficiente**

d) Alunos que além de perceberem que poderiam resolver o problema utilizando as operações inversas, realizaram os cálculos corretamente: **excelente**

Questão 02-

Quadro 4- resultado da 2ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	0	9	9	8

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

α) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, ou aqueles que indicaram valores aleatórios sem efetivamente realizar algum cálculo que pudesse indicar a percepção de algum padrão – **insatisfatório**

β) Alunos que utilizaram ou perceberam algum padrão, mas que não era válido para todos os números da sequência **- incompleto**

χ) Alunos que perceberam o padrão da sequência, mas que não escreveram esse padrão em linguagem numérica ou com suas palavras; aqueles que perceberam o padrão, mas erraram o cálculo (multiplicação) ou ainda aqueles que perceberam o padrão, acertaram o cálculo do próximo número mas não escreveram a regra para obter outros números da sequência - **proficiente**

δ) Alunos que além de perceberem o padrão e encontrarem o próximo número, escreveram utilizando alguma linguagem a regra para encontrar o próximo número e/ou todos os outros, esclarecendo como fariam para obter o 10º elemento da sequência **- excelente**

Questão 03-

Quadro 5- resultado da 3ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	5	16	4	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que erraram mais de 50% da questão e/ou que não apresentaram evidências por escrito da percepção das propriedades da adição e multiplicação ou da necessidade de verificar as igualdades entre o dois membros das sentenças – **insatisfatório**

b) Alunos que erraram 50 % ou mais de 50% da questão, mas que apresentaram evidências por escrito da percepção de algumas das propriedades da adição e multiplicação e/ou da necessidade de verificar a igualdades entre o dois membros das sentenças: **incompleto**

c) Alunos que erraram menos de 50% da questão e que apresentaram evidências por escrito da percepção das propriedades da adição e multiplicação e/ou da necessidade de verificar a igualdades entre o dois membros das sentenças**: proficiente**

d) Alunos que acertaram mais de 50% da questão e que apresentaram evidências por escrito da percepção das propriedades da adição e multiplicação e da necessidade de verificar a igualdades entre o dois membros das sentenças**: excelente**

OBS: a maioria dos alunos que obteve conceito proficiente errou a letra b (propriedade distributiva da multiplicação)

Questão 04-

Quadro 6- resultado da 4ª questão do pré-teste

conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	3	11	9	3

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que erraram mais de 50% da questão ou que não tentaram resolver alegando não ter entendido ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, ou aqueles que indicaram valores aleatórios sem efetivamente realizar algum cálculo que pudesse indicar um raciocínio satisfatório para resolver os problemas ou a necessidade de igualar os dois membros das sentenças matemáticas– **insatisfatório**

b) Alunos que testaram valores para resolver o problema, que perceberam a necessidade da igualdade entre os dois membros ou a possibilidade de utilizar as operações inversas para encontrar os valores desconhecidos e que erraram 50 % ou mais de 50 % da questão.- **incompleto**

c) Alunos que acertaram mais de 50% da questão, e que perceberam a necessidade da igualdade entre os dois membros ou a possibilidade de utilizar as operações inversas para encontrar os valores desconhecidos **- proficiente**

d) Alunos que acertaram mais de 50% da questão, que perceberam a necessidade de igualar os dois membros das sentenças e que poderiam resolver o problema utilizando as operações inversas, utilizando esse método - **excelente**

OBS: todos os alunos atribuíram um valor único para cada uma das alternativas.

Questão 05-

Quadro 7- resultado da 5ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	12	11	1	2

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, ou aqueles que deixaram a folha de respostas em branco e ainda aqueles que indicaram valores aleatórios sem efetivamente realizar algum cálculo que pudesse indicar a percepção de algum padrão, ou que realizaram cálculos sem seguir nenhum padrão – **insatisfatório**

b) Alunos que utilizaram ou perceberam algum padrão, mas que não era válido para todas as figuras da sequência **- incompleto**

c) Alunos que perceberam o padrão da sequência, mas que não escreveram esse padrão em linguagem numérica, através de um desenho ou com suas palavras; aqueles que perceberam o padrão, mas erraram o cálculo ou ainda aqueles que perceberam o padrão, acertaram a próxima figura mas não perceberam como utilizar a regra encontrada para descobrir as 10ª e 50ª figuras - **proficiente**

d) Alunos que além de perceberem o padrão, encontraram a próxima figura, escreveram em alguma linguagem a regra para encontrá-la, esclarecendo como fariam para obter as 10ª e 50ª figuras da sequência **- excelente**

Questão 06-

Quadro 8- resultado da 6ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	5	11	2	8

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, aqueles que não perceberam que as expressões são equivalentes e que não realizaram as ligações entre as expressões corretamente e que não citaram o sinal de = como possível sinal para substituir as ligações – **insatisfatório**

b) Alunos que perceberam que as expressões ligadas são equivalentes, mas só estabeleceram as ligações corretamente para 1 par de expressões ou não acertaram nenhuma ligação e que não citaram o sinal de = como possível sinal para substituir as ligações **- incompleto**

c) Alunos que perceberam que as expressões ligadas são equivalentes, estabeleceram as ligações corretamente para mais de 1 par de expressões e que não citaram o sinal de = como possível sinal para substituir as ligações **- proficiente**

d) Alunos que perceberam que as expressões ligadas são equivalentes, estabeleceram as ligações corretamente para mais de 2 pares de expressões e que citaram o sinal de = como possível sinal para substituir as ligações**- excelente**

Questão 07-

Quadro 9- resultado da 7ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	0	0	15	11

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, aqueles que tentaram resolver mas não conseguiram ou que estabeleceram o mesmo valor para as duas figuras – **insatisfatório**

b) Alunos que realizaram a adição corretamente, mas atribuíram o mesmo valor para as 2 figuras ou aqueles que conseguiram resolver mas encontraram apenas uma solução **- incompleto**

c) Alunos que realizaram a adição corretamente, atribuíram valores diferentes para as 2 figuras e que conseguiram obter pelo menos 2 soluções diferentes **- proficiente**

d) Alunos que encontraram mais de duas soluções possíveis, realizando corretamente a adição e atribuindo valores diferentes para as duas figuras **- excelente**

Questão 08-

Quadro 10- resultado da 8ª questão do pré-teste

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de alunos	0	0	4	22

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

α) alunos que não tentaram resolver alegando não ter entendido a questão ou que cálculo deveriam utilizar para resolvê-la, aqueles que tentaram resolver mas não conseguiram ou que atribuíram valores aleatórios mas sem nenhum registro escrito que fornecesse indícios da utilização de operações inversas – **insatisfatório**

β) Alunos que conseguiram interpretar a questão corretamente, mas que erraram as operações com os números inteiros ou que tentaram resolver a questão sem utilizar as operações inversas, testando valores sem muito sucesso (menos de 50%)- **incompleto**

χ) Alunos que conseguiram interpretar a questão corretamente, acertaram pelo menos 50% das operações com os números inteiros, mas sem utilizar as operações inversas, testando valores - **proficiente**

δ) Alunos que conseguiram interpretar a questão corretamente, acertaram mais de 50% das operações com os números inteiros, utilizando as operações inversas - **excelente**

4.1.1 Análise dos resultados - pré-teste

Para analisar os dados obtidos com o pré teste seguimos Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Em um artigo sobre a Educação algébrica elementar os autores relatam o trabalho de alunos em atividades semelhantes a do nosso pré-teste, nas quais os mesmos poderiam explicar como resolveram cada questão sem utilizar necessariamente símbolos ou a linguagem específica da Matemática. Algumas questões tratavam de regularidades de sequências numéricas ou geométricas e os alunos foram capazes de descrever esses padrões e regularidades mesmo sem utilizar a linguagem algébrica. Outro tipo de questão citada pelos autores é aquela que envolve leis aritméticas como as propriedades da adição e multiplicação também incluídas em nosso pré-teste.

Encontramos resultados semelhantes aos dos autores acima. Foi possível observar que de maneira geral, os sujeitos de nossa pesquisa já possuem conhecimentos que podem ser considerados como algébricos. Além disso, identificamos através da produção escrita dos mesmos alguns conceitos mal formulados, que são necessários para o aprendizado das equações e de seus métodos de resolução como, por exemplo, o significado do sinal de igualdade como indicador de equivalência e equilíbrio em uma sentença matemática, a compreensão das operações inversas e sua utilização para a resolução de problemas, as operações com números inteiros e racionais entre outras. Para exemplificar, vamos analisar a seguir algumas respostas por escrito, em língua materna, de alguns dos sujeitos de pesquisa, bem como os resultados das rubricas da sessão anterior.

1ª questão

Ao incluirmos a primeira questão no pré-teste, tínhamos como principal objetivo investigar se os alunos conseguiriam resolvê-la de maneira mais rápida através do uso das operações inversas: multiplicação e divisão. A maioria dos alunos (21) não utilizou esse método para resolver a questão testando valores com e sem sucesso, perdendo muito tempo. Esse tipo de raciocínio é considerado aritmético, pois a operação inversa é uma generalização das operações aritméticas e de seus resultados e sua compreensão depende da capacidade de perceber padrões. Acreditamos que este pode ser um ponto dificultador para a compreensão dos métodos de solução de equações nos quais isola-se, por exemplo, a incógnita no 1º membro, através do uso das operações inversas.

Alem disso, boa parte dos alunos sequer estimou algum resultado, relatando a dificuldade de interpretar o problema. A produção escrita foi útil para que pudéssemos compreender os motivos que não levaram os mesmos a responderem corretamente as questões e conhecer melhor qual era a dificuldade de cada um desses alunos. Por exemplo, na 1º questão encontramos relatos por escrito das seguintes dificuldades:

1- interpretação do problema –

"- Não consegui interpretar a questão." Aluna 04

"- Não entendi porque tem x13 e: 25". Aluno 06

2- Percepção das operações inversas-

"- Não consegui achar os números misteriosos, pois não estava achando a divisão que com o número 25 dava 65". Aluno 11

"- Minhas dúvidas foram o número dividido por 25 que iria dar 65". Aluno 23

Esses relatos nos revelam que os alunos entenderam o que deveriam fazer, mas não sabiam como. Ou seja, foi o fato de não perceberem que através das operações inversas obteriam os números misteriosos, o fator determinante para que os mesmos não obtivessem a resposta.

3- Estimativas e cálculos mentais-

Encontramos respostas de alunos que revelaram a dificuldade de realizar cálculos mentais e estimativas, pois os valores citados como resposta sequer se aproximavam do resultado correto. Por exemplo, citamos a solução apontada pelo aluno 09:

"- 11 para o primeiro círculo" (cuja resposta correta era 125)" e 130 para o 2º círculo " (resposta 1625)

Em outro caso pensávamos que o aluno havia realizado uma estimativa mais próxima do resultado correto (aluno 05):

"- 118 para o primeiro círculo e 1534 para o segundo círculo".

Contudo, ao analisar o registro escrito desse aluno para a questão percebemos que ele havia entendido que deveria utilizar operações inversas, mas não soube efetuar a ordem correta dos cálculos:

"- Bom, eu peguei o 65 e fiz 65 x 13 e depois: 25".

Foi a produção escrita que nos permitiu investigar melhor qual era a real dificuldade desse aluno.

A produção escrita também foi útil para investigar os processos utilizados pelos alunos que conseguiram obter a resposta para o problema:

"- Multipliquei 65x25 que deu 1625. Peguei 1625 e dividi por 13 que resultou em 125." Aluna 18

"- Eu multipliquei o último número (65) por (25) que deu o resultado do dividendo e depois dividi (1625) por (13) que dava o primeiro número". Aluna 17

"- Eu fiz 25x65 o resultado eu dividi por 25 deu o resultado de 125 e multipliquei por 13". Aluno 24

Esses relatos nos revelaram claramente que os alunos utilizaram as operações inversas para resolverem o problema e não deixaram margens para dúvidas sobre o real aprendizado desse conceito e de sua operacionalização. A forma como os alunos escrevem, de forma clara e objetiva, transmitem segurança e propriedade do conhecimento. Os 3 relatos indicam o mesmo raciocínio, mas a maneira como cada um explica esse raciocínio é única e muito pessoal.

2ª questão

Essa questão está diretamente relacionada à capacidade algébrica de perceber regularidades e realizar generalizações. Apesar de não saber representar simbolicamente os padrões percebidos alguns alunos souberam escrever com suas próprias palavras uma regra para obter o próximo número da sequência:

"- Multipliquei um número pelo outro ao lado". Aluna 18

"- Eu percebi que o número multiplicando por o próximo dava o outro então multipliquei (9x27) que dava o resultado (244). Aluna 17

"- Eu fiz o cálculo; 1x3=3, 3x3=9; 3x9=27; 9x27=243. E foi assim que consegui responder". Aluna 22

"- 1º número eu multipliquei com o 2º e deu o 3º e fui fazendo isso". Aluno 06

" – Multipliquei o 27 com o 9, o resultado era o próximo número" Aluna 07

Apesar de relatar como conseguiram descobrir o 6º elemento da sequência, nenhum desses alunos relatou como obteria o 10º elemento. Supomos que os mesmos possam ter entendido que deveriam realizar esse cálculo e por isso não relataram como fazê-lo. Um das alunas justificou da seguinte forma sua dificuldade:

"- Não consegui calcular o elemento 10º, pois cada vez os números aumentavam". Aluna 17

Encontramos também alunos que perceberam alguns padrões, como por exemplo, o fato de alguns dos números da sequência serem múltiplos de 3. Outros escreveram que os números eram obtidos através da multiplicação do antecessor por 3, sem contudo perceber que um dos elementos (2º) não seguia essa regra:

"- Eu só fiz multiplicar por três". Aluno 24

"- Multipliquei o 27 por 3". Aluna 10

"- Eu apenas multipliquei os números por 3". Aluno 09

"- Multiplicando o resultado de cada elemento por 3". Aluna 25

Os resultados podem indicar que esses alunos ainda não desenvolveram completamente a capacidade de generalização. Apesar de serem capazes de reconhecer padrões e escrevê-los com suas próprias palavras, os mesmos não compreenderam ao resolver a questão, que a regra (padrão) encontrada só seria válida se servisse para todos os elementos da sequência e não para apenas alguns.

3ª questão

Essa questão tinha como principal objetivo investigar se os alunos reconhecem as propriedades da adição e multiplicação como úteis para verificar a validade das sentenças matemáticas propostas, além do sinal "=" como indicador de equivalência.

A seguir analisamos as produções escritas de alguns alunos ao explicar seus raciocínios e processos de resolução:

Igualdade entre os membros das sentenças

"- Todas são verdadeiras! Somei antes do = e depois somei o outro depois do =". Aluna 10

'- Somei e vi que o resultado deu igual" Aluna 17

" – Somei todos e o resultado deu os números que estão depois do =". Aluna 16

Uso das propriedades da adição e multiplicação

"- Consegui prestando atenção nas trocas de parcelas. Mesmo que uma parcela seja alterada o valor não se altera". Aluno 11

"- Porque todas são comutativas e dependendo da posição dos números não altera o resultado" Aluna 25

"- Fiz os dois cálculos e a ordem dos fatores não altera o resultado". Aluno 23

De todas as propriedades a distributiva foi a menos reconhecida pelos alunos. Apenas 7 dos 26 alunos consideraram a alternativa (b) verdadeira.

Vinte e um (21) dos vinte e seis (26) alunos acertaram mais de 50% das alternativas. Mesmo trocando o nome das propriedades, a maioria dos alunos foi capaz de utilizá-las para verificar a validade das sentenças matemáticas; o que já indica algum desenvolvimento do pensamento algébrico de generalização.

4ª questão

Essa questão envolvia o conceito do sinal de equivalência "=". Encontramos respostas que já indicam essa percepção por parte de alguns alunos e foi a produção escrita dos mesmos que nos ajudou a identificá-la, tendo em vista que boa parte dos sujeitos realizou os cálculos mentalmente para encontrar os valores dos triângulos (símbolo usado na questão para representar os valores desconhecidos). Consideramos esse resultado bastante positivo, pois até o 7º ano os alunos ainda não desenvolveram esse conceito completamente. O mais comum é que os mesmos entendam o sinal de igualdade como um sinal operacional, que indica apenas o resultado de algum cálculo.

Além disso, buscávamos investigar se os alunos seriam capazes de encontrar os valores desconhecidos através das operações inversas; efetuando corretamente operações com números naturais, inteiros e racionais; além de compreender que cada triângulo em cada sentença representava um valor único. A seguir apresentamos as justificativas de alguns alunos para a resolução da questão:

Utilização das operações inversas

"- Eu fiz a prova real, ou seja, eu fiz a conta inversa" Aluna 17

"- Se o + estiver em uma questão faz o resultado com o número da soma com – e x é igual só que com : ". Aluno 06

"- Basta calcular. Se for a soma pega o resultado e subtrai pelo número então dá o primeiro número. Com os outros e do mesmo jeito calculando". Aluna 07

"- Diminui o resultado e o algarismo e deu o que falta no △" Aluna 16

Tentativas com valores aleatórios ou estimativas

"- Eu pensei em um número e depois fiz a conta" Aluna 04

"- Procurei um número que dê aquele resultado" Aluna 18

"- Tentei cada um com 3 números e foram esses que eu consegui" Aluna 10

"- Procurei um número que desse o resultado que tem lá na questão" Aluna 22

Algumas respostas fornecem indícios da percepção do sinal de igualdade como equivalência:

"- Eu fui resolvendo e deu os mesmos resultados". Aluna 14

Mais uma vez, foi a produção escrita que nos ajudou a identificar os processos que os alunos realizaram para encontrar os valores desconhecidos e que nos ajudou a compreender melhor suas dificuldades. Se não tivesse sido dada aos alunos a oportunidade de explicar como haviam resolvido a questão o máximo que poderíamos avaliar em alguns casos (sem registro de cálculos, por exemplo) era se a resposta estava certa ou errada.

As operações para as quais percebemos maior dificuldade foram as que envolveram números inteiros negativos (a) e (e) e decimais (f). Assim como na questão anterior, boa parte dos alunos não conseguiu reconhecer e utilizar a propriedade distributiva da multiplicação (b) – (15 dos 26 alunos). Nenhum dos alunos citou mais de um valor como resposta para cada triângulo em nenhuma das alternativas, o que pode indicar que eles entendem que apenas um valor em cada caso pode satisfazer a igualdade.

5ª questão

Assim como a 2ª questão, esta trata da capacidade de perceber padrões e fazer generalizações. Contudo, nesse caso a sequência é formada por figuras geométricas. A maioria foi capaz de ao menos perceber algum padrão (válido ou não para todos os elementos) e encontrar e explicar como obter o próximo elemento da sequência. Vejamos alguns dos registros escritos que permitiram conhecer melhor os processos de resolução de cada aluno:

Padrão multiplicativo

"- Os quadrados dão o resultado ao dobro do número". Aluna 18

"- Observei os quadrados da questão e vi que era só multiplicar 2 por algum número da sequencia . Vinha 2x1, 2x2, 2x3 e terminei o que pedia". Aluna 04

"- é só multiplicar por 2, ou seja, é sempre o dobro do número da figura". Aluna 07

"- A figura 10 terá 20 e a 50 terá 100, só é multiplicar por dois". Aluno 09

"- Vi o dobro de cada número" Aluno 23

"- É só você duplicar os quadradinhos". Aluno 05

Padrão aditivo

"- Fig. 4 = 8, fig.10=20, fig. 50 =100. Ex: 6 dá 12 quadrados porque 6 + 6= 12". Aluna 10

"- Eu usei a soma de dois em dois" Aluno 13

"- A figura 4 terá 8 pois 4+4=8. A figura 10 terá 20, pois 10+ 10=20". Aluna 16

"- Eu fui somando de 2 em 2" . Aluna 14

"- Procurei uma lógica e a lógica foi se 1+1=2 fig.1, 2+2=4 fig. 2, 3+3=6 fig. 3, então 4+4 =8 fig.4". Aluna 22

"- Acrescentando 2 números a mais a cada passagem". Aluno 08

Consideramos que os alunos que perceberam o padrão multiplicativo possuem uma capacidade de generalização maior. Sabemos que a multiplicação é uma generalização para as adições que possuem as parcelas iguais. Ao contrário, utilizando a soma, é preciso realizar todos os cálculos para chegar enfim ao 50º elemento da sequência. A maioria dos alunos que utilizaram esse processo de resolução obteve o 4º elemento e em alguns casos o 10º, mas não foram capazes de encontrar o 50º elemento da sequencia:

"- Eu não consegui chegar à figura 50 pois é complicado". Aluna 14

Em contrapartida, todos os alunos que perceberam um padrão multiplicativo foram capazes de encontrar o 50º elemento da sequencia.

6ª questão

Com esta questão buscávamos investigar se os alunos seriam capazes de relacionar o sinal de "=" com a equivalência entre as expressões ligadas e realizar as operações necessárias para calcular o valor destas.

Apenas a minoria dos alunos (5 dos 26) citou o sinal "=" como aquele que poderia substituir as ligações entre as expressões.

Acreditamos que este resultado possa estar relacionado ao fato de até essa fase escolar o sinal de igualdade (símbolo) ainda ser usado, na maioria das vezes, apenas para anunciar o resultado de algum cálculo. Em algumas respostas por escrito dos alunos foi possível identificar essa ideia:

"- Eu fui somando cada uma e vendo se lá tinham os resultados"'. Aluna 14

"- Observei a questão e vi que era só para encontrar o resultado e terminar o resto da questão" Aluna 04

"- Eu vi que as expressões ligadas davam o mesmo resultado e algumas levavam a reposta direto". Aluna 15

Assim como nas outras questões do pré teste já analisadas a produção escrita dos alunos nos ajudou a identificar seus processos de raciocínio, tendo em vista que os mesmos ainda não dominam a utilização dos símbolos. No caso dessa questão, o símbolo é o sinal de igualdade e representa equivalência e equilíbrio - conceitos ainda não desenvolvidos completamente até essa fase. Contudo, apesar de não utilizar o símbolo "=" para representar essa relação, os alunos foram capazes de explicar com suas palavras a percepção que tiveram de equivalência entre as expressões. Vejamos as justificativas de alguns alunos por escrito:

"- Fui somando e ligando os resultados que deram iguais" Aluna 22

"- Somei todos os números que foram iguais e depois eu liguei os valores que davam iguais". Aluna 25

"- Somei as contas e que dava o mesmo valor eu ligava". Aluna 10

"- Vendo que o resultado das contas eram os mesmos, eu consegui responder a questão". Aluno 24

"- Somei e vi que tinha somas diferentes e resultado igual e liguei que era o sinal (=)". Aluna 17

"- Contas ligadas são cálculos diferentes de respostas iguais". Aluna 18

7ª questão

Antes de aplicar o pré teste já esperávamos uma maior dificuldade dos alunos para esta questão por dois motivos: a utilização dos símbolos para representar números e o fato da questão admitir mais de uma resposta correta, o que não é muito comum em problemas de Matemática. Por este motivo esperávamos que a maioria dos alunos citasse apenas um valor possível para cada símbolo. Como havíamos previsto, apenas um dos 26 alunos encontrou mais de uma solução possível para o problema.

Escolhemos a adição, pois acreditávamos que esta operação não apresentaria dificuldade para os alunos dessa fase. Contudo, alguns alunos atribuíram valores para as figuras que em um primeiro momento, nos fizeram pensar que os mesmos ainda não conheciam o sentido do "vai um" na soma. Ao analisar as respostas por escrito percebemos que esta não tinha sido o principal motivo de dificuldade, mas sim a de interpretação do problema. Alguns alunos não conseguiram encontrar nenhuma solução para a questão pelo fato de não perceberem que as figuras estavam substituindo os algarismos da dezena de cada parcela da soma e realizam os cálculos isolando as figuras dos outros algarismos, como uma adição à parte. Outros não leram atentamente a observação de que as figuras possuíam valores diferentes e atribuíram o mesmo valor para as duas figuras, mesmo entendendo que as duas estavam representando os algarismos da dezena no algoritmo. Encontramos também alunos que interpretaram que as duas figuras deveriam ter valores diferentes dos outros algarismos que já apareciam no algoritmo e não valores diferentes entre si. Citamos a seguir algumas justificativas por escrito dos alunos que nos ajudaram a perceber as dificuldades de interpretação acima:

"- Eu fui somando os números para ver se dava 9 e a maioria era repetido aí eu pensei 7 + 2 = 9". Aluna14

"- Para dar o resultado equivalente a 9 existem várias possibilidades e a primeira que eu pensei foi 7+2= 9" Aluna 25

"- Esse eu simplesmente somei 4 +5 =9 ou 5+ 4 =9" Aluno 05

"- Colocando os números que faltam" Aluno 13

"- Percebi que os números 7 e 2 não tinham então somei". Aluna 07

Portanto, acreditamos que se houvéssemos fornecido mais informações, como por exemplo, o fato das figuras estarem substituindo os algarismos da dezena no algoritmo, talvez tivéssemos encontrado outros resultados. A análise dessa questão nos fez refletir como a elaboração de um exercício avaliativo pode influenciar no resultado e na análise do mesmo. Acreditamos que a produção escrita nos deu a oportunidade de identificar essa falha, pois do contrário, não teríamos conhecido as interpretações acima nem refletido sobre nossa elaboração do problema.

8ª questão

Essa questão apresentou um maior grau de dificuldade para os alunos, pois o próprio diagrama precisava ser interpretado. Além disso, as letras estavam substituindo números; algo inédito para esses alunos que ainda não tiveram contato com linguagem algébrica. Alguns números seriam encontrados mais facilmente se os alunos realizassem operações inversas – uma dificuldade percebida através da análise das questões anteriores. Como esperávamos, a maioria dos alunos não conseguiu encontrar os valores das letras. Percebemos também dificuldades de realizar operações com números inteiros negativos como nas questões anteriores desse pré teste, mesmo para os alunos que interpretaram a questão corretamente (sentido das setas e das operações).

Vejamos as justificativas de alguns alunos que não responderam essa questão:

"- Não entendi a questão". Aluno 09

"- Não entendi a pergunta" Aluna 01

"- Não consegui fazer não entendi" Aluna 07

"- Não consegui entender a questão, pois não sei como fazer com que as letras se tornassem números". Aluna 04

"- Eu não consegui fazer os cálculos eu não entendi". Aluna 14

"- Não entendi nada". Aluno 23

Dos alunos que interpretaram corretamente a questão apenas 4 conseguiram encontrar o valor de pelo menos 2 letras. Contudo, a dificuldade de utilizar a operação inversa foi unânime para esses alunos como identificado anteriormente na 1ª questão desse pré teste.

4.2 Resultados – Sequência didática

4.2.1 Balança de Manoel

Para analisar o desempenho dos alunos durante a aplicação da sequência didática, seguimos novamente as rubricas de Walle (p. 104,105) adaptando-a para as questões da primeira atividade- "Balança de seu Manoel". As análises foram realizadas durante o processo de ensino e as mesmas nos forneceram informações preciosas para a tomada de decisões e mudanças, novos questionamentos, discussões e adaptações nas atividades planejadas, a partir da investigação das dificuldades e avanços em relação aos indícios de aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. A seguir apresentamos as rubricas e análise dos resultados da 1ª atividade realizada por 12 duplas de alunos, bem como as decisões e intervenções realizadas a partir dessa análise:

Atividade "Balança de seu Manoel"

Quadro 11 - resultado da questão a- atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	6	4	1	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não utilizaram nenhuma linguagem matemática para comparar os dois lados da balança e/ou que atribuíram valores numéricos para representar o peso do saco de farinha:– **insatisfatório**

b) Alunos que utilizaram alguma linguagem matemática para comparar os dois lados da balança mas que atribuíram valores numéricos para representar o peso do saco de farinha: **incompleto**

c) Alunos que utilizaram um símbolo para representar o peso do saco de farinha mas não usaram corretamente os sinais de comparação para representar a sentença matemática **: proficiente**

d) Alunos que utilizaram um símbolo para representar o peso do saco de farinha e sinais de comparação para representar a sentença matemática corretamente: **excelente**

Quadro 12 - resultado da questão b- atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	7	2	2	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não utilizaram nenhuma linguagem matemática para comparar os dois lados da balança e/ou que atribuíram valores numéricos para representar o peso do saco de farinha:– **insatisfatório**

b) Alunos que utilizaram alguma linguagem matemática para comparar os dois lados da balança mas que atribuíram valores numéricos para representar o peso do saco de farinha: **incompleto**

c) Alunos que utilizaram um símbolo para representar o peso do saco de farinha mas não usaram corretamente os sinais de comparação para representar a sentença matemática **: proficiente**

d) Alunos que utilizaram um símbolo para representar o peso do saco de farinha e sinais de comparação para representar a sentença matemática corretamente: **excelente**

Fig 16: Dupla de alunas- Atividade Balança de seu Manoel

Quadro 13 - resultado da questão c- atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	6	2	2	2

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não conseguiram descobrir o peso do saco de farinha e não explicaram com suas palavras como descobriram: **insatisfatório**

b) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha mas não explicaram com suas palavras como descobriram: **incompleto**

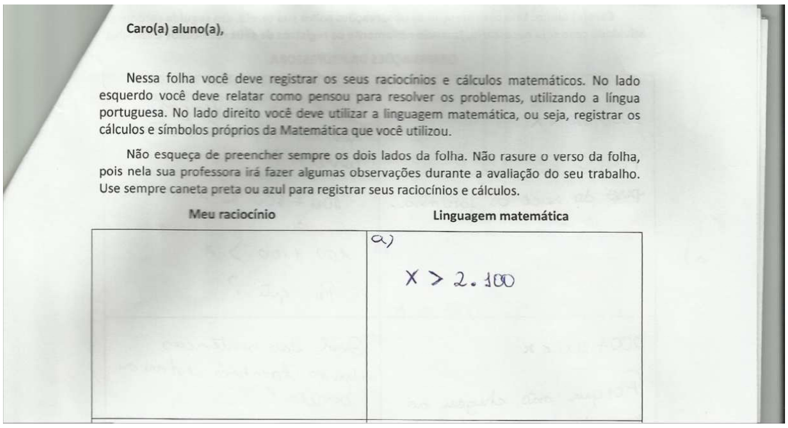
c) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha mas não explicaram de maneira clara, com suas palavras como descobriram**: proficiente**

d) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha e explicaram de forma clara, com suas palavras, como descobriram: **excelente**

A partir desse ponto exemplificaremos como a produção escrita dos alunos para as questões a, b e c, nos forneceram informações importantes para a avaliação de aspectos conceituais:

Aspectos conceituais:

- Algumas duplas representaram o peso do saco de farinha do lado esquerdo da sentença, embora tenha sido dito que o saco estava do lado direito. Acreditamos que a idéia de que o 2º membro (direito) de uma sentença é o resultado do cálculo realizado no 1º membro (esquerdo) – sentido visto para o sinal de igualdade nas séries anteriores- pode ter influenciado a construção da sentença por esses alunos, dificuldade identificada também no pré-teste. Questionamos esses e outros alunos no verso da folha de resposta e oralmente, para que os mesmos pudessem refletir sobre esse aspecto na retomada das atividades (2º dia).

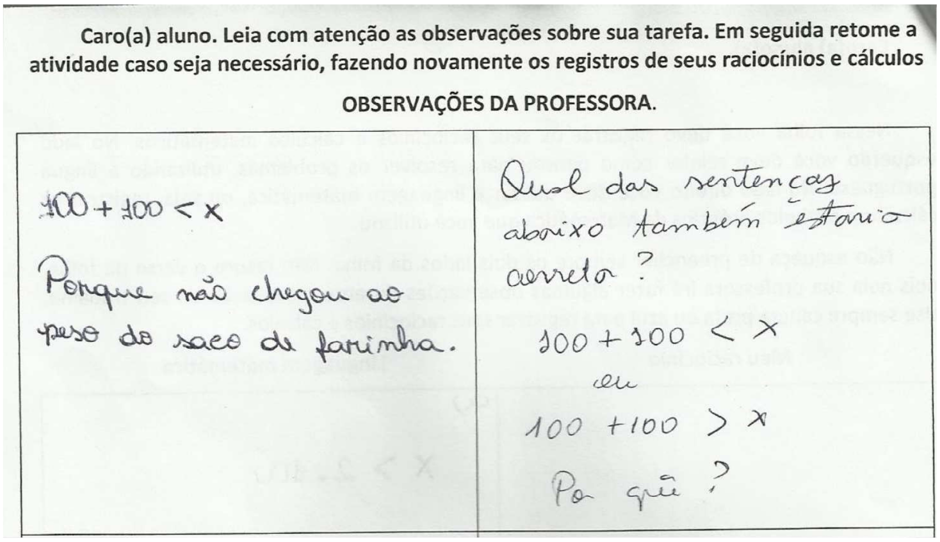

Caro(a) aluno(a),

Nessa folha você deve registrar os seus raciocínios e cálculos matemáticos. No lado esquerdo você deve relatar como pensou para resolver os problemas, utilizando a língua portuguesa. No lado direito você deve utilizar a linguagem matemática, ou seja, registrar os cálculos e símbolos próprios da Matemática que você utilizou.

Não esqueça de preencher sempre os dois lados da folha. Não rasure o verso da folha, pois nela sua professora irá fazer algumas observações durante a avaliação do seu trabalho. Use sempre caneta preta ou azul para registrar seus raciocínios e cálculos.

Meu raciocínio	Linguagem matemática
	a) $X > 2.100$

Fig 17: Resposta da dupla **13 e 7** para a questão **a** da Atividade 1


Caro(a) aluno. Leia com atenção as observações sobre sua tarefa. Em seguida retome a atividade caso seja necessário, fazendo novamente os registros de seus raciocínios e cálculos

OBSERVAÇÕES DA PROFESSORA.

$100 + 100 < x$ Porque não chegou ao peso do saco de farinha.	Qual das sentenças abaixo também estaria correta? $100 + 100 < x$ ou $100 + 100 > x$ Por quê?

Fig 18: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 13 e 7 questão a da Atividade 1

- Algumas duplas conseguiram deduzir corretamente o peso do saco de farinha e explicaram com suas palavras, apesar de não conseguirem utilizar a linguagem matemática corretamente. A escrita desses alunos evidencia a compreensão do conceito de desequilíbrio e equilíbrio e a lógica envolvida em uma balança de dois pratos. Por outro lado dá indícios que os mesmos ainda não estavam seguros ao utilizaram os sinais de comparação > e <. Após os questionamentos no verso das folhas e durante a aula chegamos á conclusão que os mesmos confundiram essa situação (balança) com a posição dos números inteiros em uma reta vertical, pois acreditavam que o lado mais baixo da balança representava um número menor, tal qual em uma reta numérica. Em outros casos não souberam utilizar os sinais > (maior) e < (menor) corretamente. Vejamos um desses casos e a análise da produção escrita:

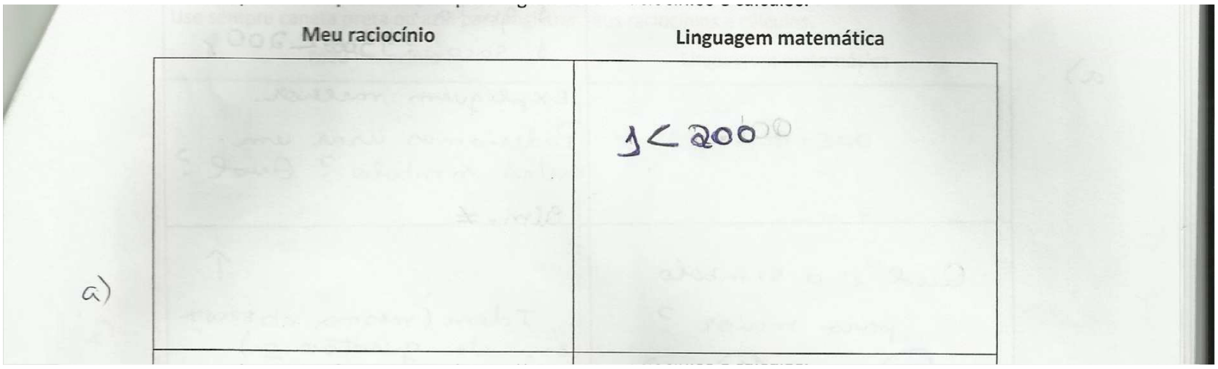


Fig 19: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão a da Atividade 1

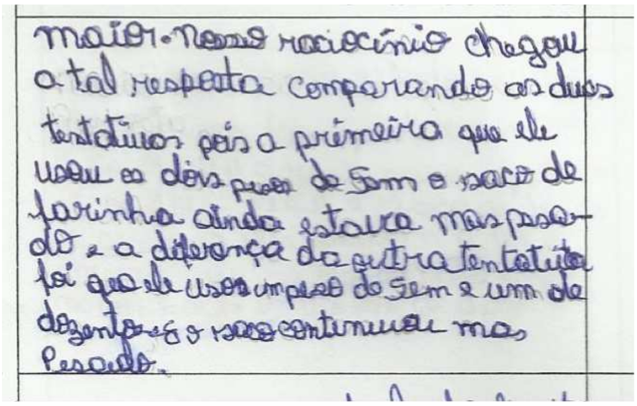
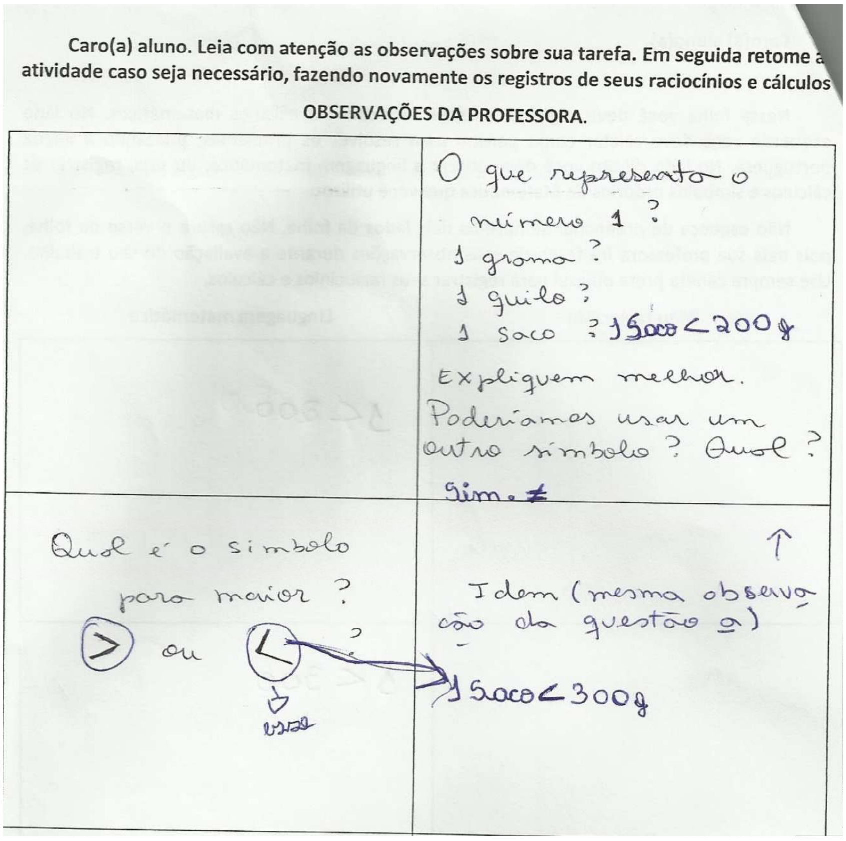


Fig 20: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão c da Atividade 1

Percebemos que as respostas dessa dupla de alunos para as questões a b e c da atividade 1 estavam contraditórias, pois a resposta em língua materna (correta) não correspondia à resposta em linguagem matemática (incorreta). Portanto, realizamos alguns questionamos no verso da folha que nos ajudaram a identificar a real dificuldade dessa dupla. Vejamos:


Caro(a) aluno. Leia com atenção as observações sobre sua tarefa. Em seguida retome a atividade caso seja necessário, fazendo novamente os registros de seus raciocínios e cálculos

OBSERVAÇÕES DA PROFESSORA.

	O que representa o número 1 ? 1 grama ? 1 quilo ? 1 saco ? 1 Saco $<$ 200 g Expliquem melhor. Poderíamos usar um outro símbolo ? Qual ? Sim. $\neq$
Qual é o símbolo para maior ? $>$ ou $<$? usar	Idem (mesma observação da questão a) 1 Saco $<$ 300 g

Fig 21: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 1 e 23 questão a e b da Atividade 1

Analisando apenas as tentativas de uso da linguagem matemática um professor poderia deduzir que esses alunos não conseguiram resolver o problema. Contudo, percebemos que o problema foi resolvido, apesar dos alunos não terem conseguido comunicar seu pensamento corretamente utilizando a linguagem matemática, pois os mesmos acreditavam que o sinal para maior era <. Foi através do uso da linguagem comum que esses alunos puderam comunicar seu raciocínio e que pudemos intervir para que o significado da linguagem matemática fosse compreendido pelos mesmos. A utilização da língua materna associada à linguagem formal, nos permitiu investigar os significados que os alunos atribuíam aos símbolos matemáticos.

Quadro 14 - resultado da questão d- atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	10	2	0	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não conseguiram descobrir o peso do saco de farinha e não explicaram com suas palavras como descobriram: **insatisfatório**

b) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha mas não explicaram com suas palavras como descobriram: **incompleto**

c) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha mas não explicaram de maneira clara como descobriram**: proficiente**

d) Alunos que conseguiram descobrir o peso do saco de farinha e explicaram de forma clara, com suas palavras, como descobriram: **excelente**

O resultado das respostas para essa questão foi animador, a maioria das duplas foi capaz de encontrar o peso do saco o que indica que os mesmos já haviam compreendido a lógica do funcionamento da balança e o conceito de equilíbrio envolvido.

Aspectos procedimentais:

A produção escrita permitiu que identificássemos as estratégias usadas pelos alunos, ou seja, os procedimentos realizados pelos discentes para resolver os problemas apresentados. Vejamos algumas respostas dos mesmos para a questão d e como a produção escrita foi útil para que os alunos explicitassem os seus raciocíonios:

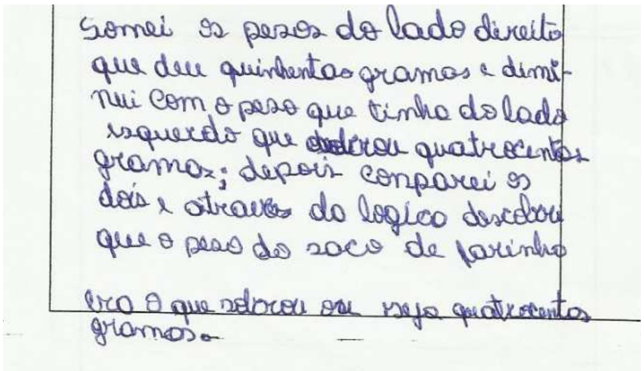
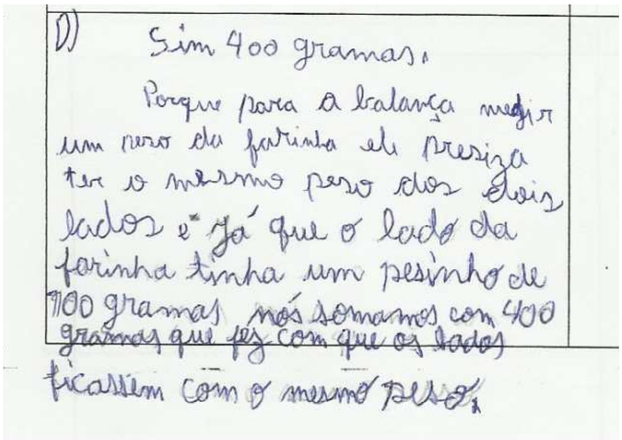

Somei os pesos do lado direito
que deu quinhentos gramos e dimi-
nui com o peso que tinha do lado
esquerdo que sobrou quatrocentos
gramos; depois comparei os
dois e atraves do logico descobri
que o peso do saco de farinha
era o que sobrou ou seja quatrocentos
gramos.

Fig 22: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão d da Atividade 1



D) Sim 400 gramas.
Porque para a balança medir um peso da farinha ele presiza ter o mesmo peso dos dois lados e já que o lado da farinha tinha um pesinho de 900 gramas nós somamos com 400 gramas que fez com que os lados ficassem com o mesmo peso.

Fig 23: Resposta da dupla 6 e 24 para a questão d da Atividade 1

Observamos que as duplas usaram operações inversas para resolver o problema. No primeiro caso, a subtração e no segundo a adição. As duas duplas acima revelam através de sua escrita uma compreensão do problema e do procedimento para realizar a pesagem através da manutenção do equilíbrio na balança.

Quadro 15 - resultado da questão e - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	5	0	7	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não formularam a sentença utilizando o sinal de igualdade e atribuíram valores para o peso do saco: **insatisfatório**

b) Alunos que formularam a sentença utilizando o sinal de igualdade, mas atribuindo valores para o peso do saco: **incompleto**

c) Alunos que formularam a sentença cometendo erros secundários, utilizando uma letra para representar o peso do saco: **proficiente**

d) Alunos que utilizaram uma letra ou símbolo para representar o peso do saco e o sinal de igualdade, formulando a sentença corretamente: **excelente**

Vejamos algumas respostas que nos ajudaram a classificar o desempenho dos alunos nessa tarefa e as principais dificuldades e avanços.

Desempenho incompleto:

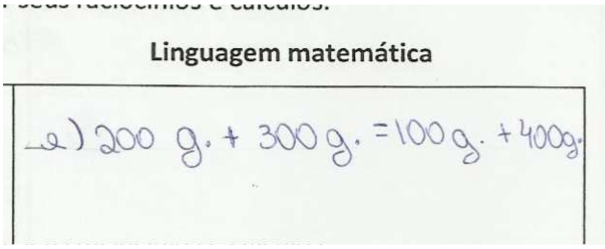


Fig 24: Resposta da dupla 14 e 21 para a questão e da Atividade 1

Vejamos o questionamento realizado no verso da folha:

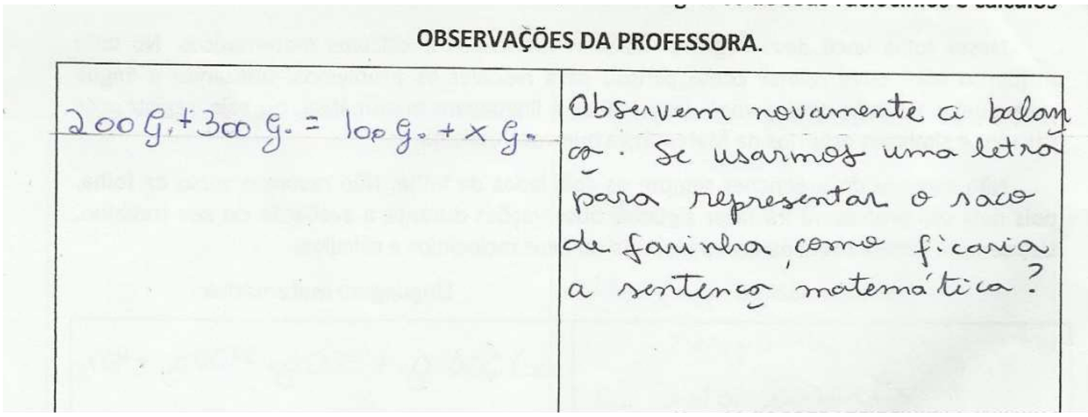


Fig 25: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 14 e 21 questão e da Atividade 1

Novamente, identificamos que a principal dificuldade dos alunos ainda era a utilização dos símbolos ou letras para representar as quantidades desconhecidas. Contudo, acreditamos que a maneira como elaboramos essa questão pode ter influenciado as respostas dos mesmos. Primeiro perguntamos qual era o peso do saco (questão d) e em seguida a sentença (questão e). Ao formular a sentença os alunos já sabiam o peso do saco. Portanto, esse valor não era mais desconhecido e ao elaborar a sentença os mesmos utilizaram o peso encontrado para representar o saco e não um símbolo.

Outra dupla que obteve um desempenho incompleto quando questionada da mesma forma acima apresentou uma resposta diferente. Duplas de alunos que haviam sido classificados em um mesmo grau de desempenho da tarefa apresentaram ainda mais suas individualidades de raciocínio quando começamos a questioná-las sobre suas respostas. Vejamos a resposta de outra dupla para essa tarefa:

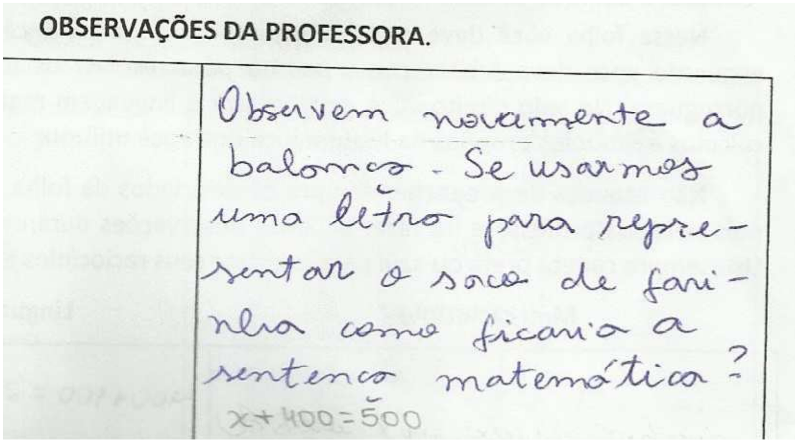


Fig 26: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 10 e 18 questão e da Atividade 1

Essa dupla de alunos substituiu o peso de 100 gramas pela letra e não a incógnita da equação (peso do saco que corresponde a 400g).

Desempenho excelente:

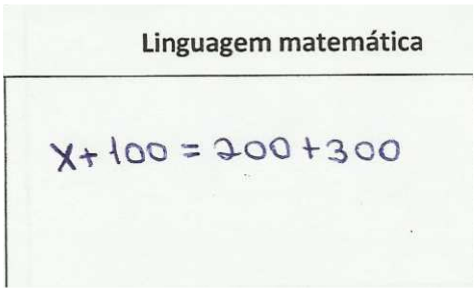


Fig 27: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão e da Atividade 1

Esta dupla, que apresentou uma dificuldade na utilização da linguagem matemática no início da atividade 1, demonstrou a partir dessa questão (e) um avanço após as intervenções realizadas no verso da folha de respostas. Aqui a dupla já consegue elaborar a sentença (equação) corretamente.

Quadro 16 - resultado da questão f - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	0	3	9	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não souberam explicar através do uso da língua materna seu raciocínio e que não conseguiram formular a sentença correspondente ou que formularam, mas sem utilizar uma letra ou símbolo para representar o peso do saco: **insatisfatório**

b) Alunos que souberam explicar através do uso da língua materna seu raciocínio, mas que não conseguiram formular a sentença correspondente ou que formularam, mas sem utilizar uma letra ou símbolo para representar o peso do saco: **incompleto**

c) Alunos que souberam explicar através do uso da língua materna seu raciocínio mas que não conseguiram formular a sentença correspondente usando um símbolo para representar o peso do saco ou que formularam cometendo erros secundários **proficiente**

d) Alunos que souberam explicar através do uso da língua materna seu raciocínio e que conseguiram formular a sentença correspondente corretamente **excelente**

Vejamos algumas respostas que nos ajudaram a classificar o desempenho dos alunos nessa tarefa, as principais dificuldades e avanços além das intervenções realizadas no verso das folhas.

Desempenho incompleto

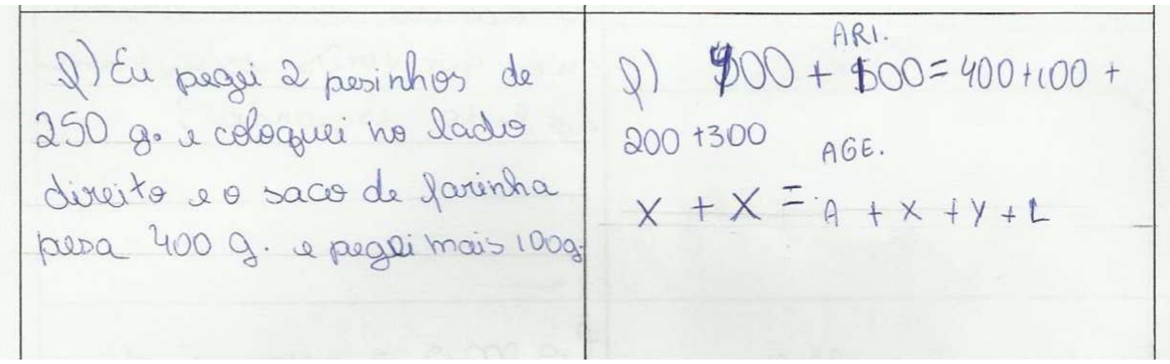
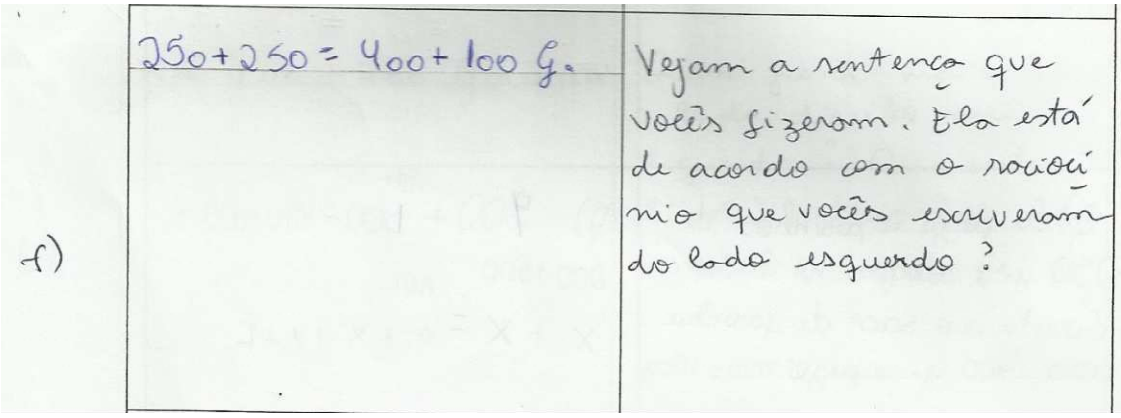


Fig 28: Resposta da dupla 14 e 21 para a questão f da Atividade 1

Apesar de terem feito duas tentativas, a dupla não conseguiu formular uma sentença correspondente ao raciocínio utilizado no lado esquerdo da folha. Contudo, após a retomada da tarefa esses alunos conseguiram identificar o erro e formular uma sentença correspondente. Vejamos:



f)

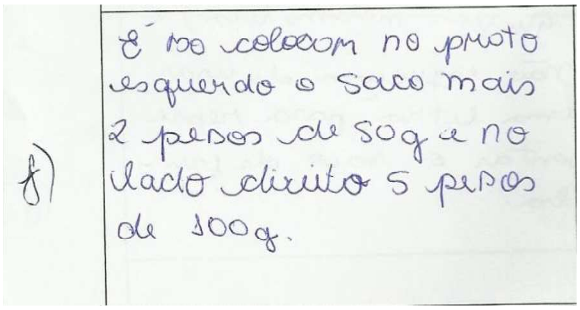
250+250= 400+100 g.

Vejam a sentença que vocês fizeram. Ela está de acordo com o raciocínio que vocês escreveram do lado esquerdo?

Fig 29: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 14 e 21 questão f da Atividade 1

Desempenho proficiente

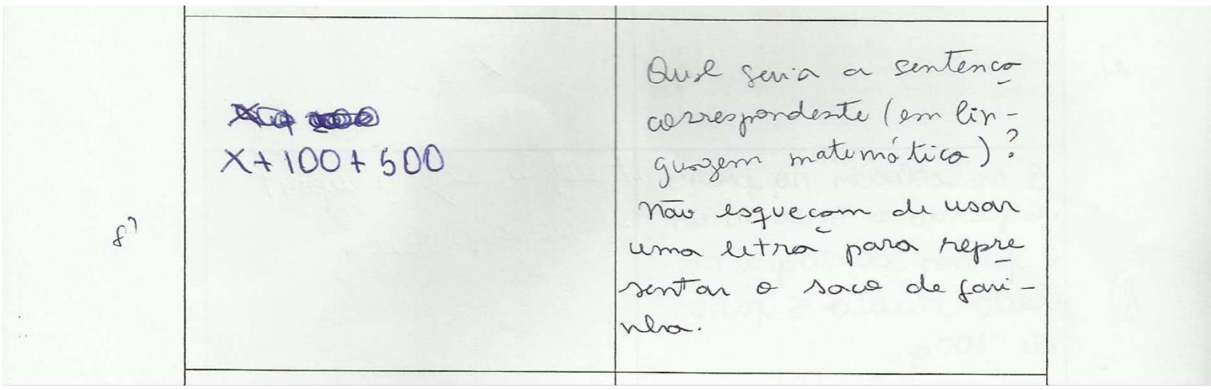
O próximo trio de alunos foi classificado na primeira etapa da tarefa em desempenho incompleto, contudo após as intervenções e retomada da tarefa esses alunos avançaram e pudemos classificar seu desempenho como proficiente. Vejamos:



f) É só coloca no prato esquerdo o saco mais 2 pesos de 50g e no lado direito 5 pesos de 100g.

Fig 30: Resposta do trio 12, 15 e 8 para a questão f da Atividade 1

Este trio de alunos deixou o lado direito (linguagem matemática) em branco, sugerimos no verso da folha que os mesmos retomassem a tarefa e escrevessem a sentença matemática. Vejamos sua resposta:



f)

X+100+500

Qual seria a sentença correspondente (em linguagem matemática)? Não esqueçam de usar uma letra para representar o saco de farinha.

Fig 31: Intervenção para retomada da tarefa – trio 12, 15 e 8 questão f da Atividade 1

O trio de alunos escreveu uma expressão e não uma sentença. A expressão estaria correta se no lugar do segundo sinal (+) houvesse um sinal de igualdade (=); correspondendo a sentença criada em língua materna no lado esquerdo da folha de resposta. Contudo, avançaram, pois aqui já foram capazes de representar através de um símbolo (x) a incógnita do problema (peso do saco).

Desempenho excelente:

A dupla seguinte apresentou inicialmente um desempenho proficiente. Após a retomada da tarefa conseguiu melhorar seu desempenho que pôde ser classificado como excelente na nossa escala de rubricas (após intervenção). Vejamos:

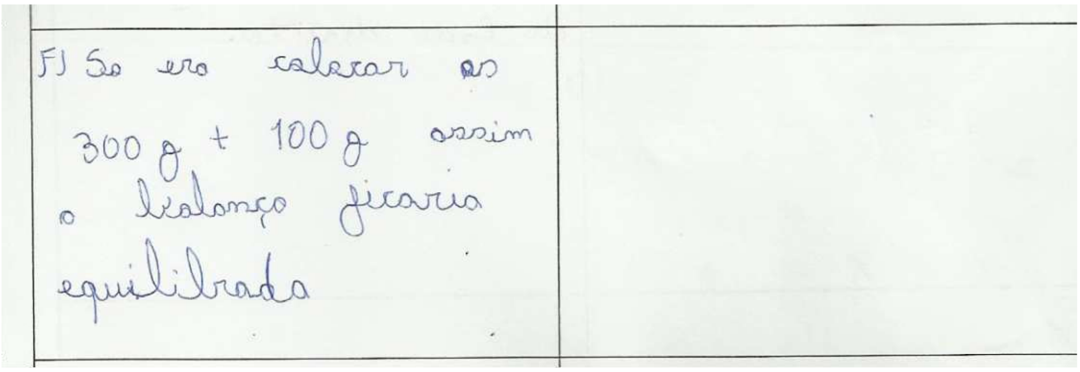


Fig 32: Resposta da dupla 09 e 26 para a questão f da Atividade 1

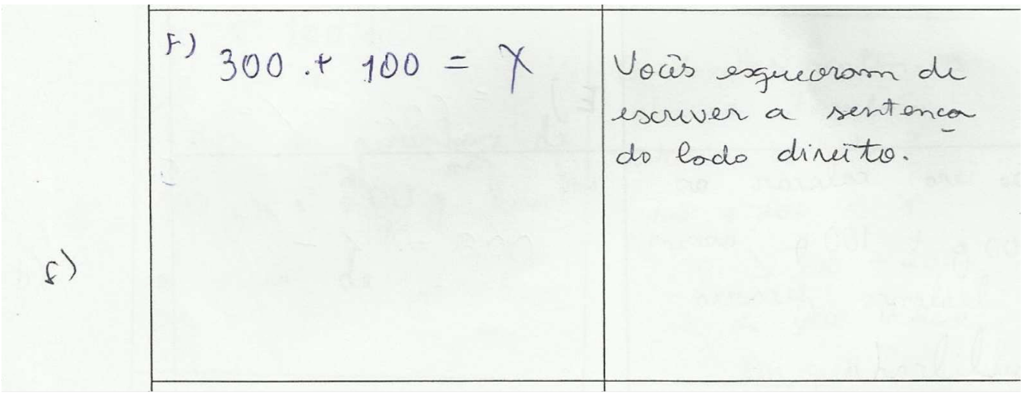


Fig 33: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 09 e 26 questão f da Atividade 1

Quadro 17- resultado da questão g - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	6	2	4	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

α) Alunos que não encontraram o peso correto do saco e não explicaram o método de resolução utilizado: **insatisfatório**

β) Alunos que encontraram o peso correto do saco mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

χ) Alunos que encontraram o peso correto do saco mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

δ) Alunos que explicaram como utilizaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

Para responder a próxima questão os alunos poderiam fazer uso de um pensamento relacional.

> [...] quando um estudante observa uma relação entre os dois lados do sinal de igualdade em vez de realmente calcular as quantidades [...] vai além do cálculo e em vez disso se concentra em um operação ou série de operações que se relacionam com as outras" (WALLE, p. 289)

Durante a análise dessa questão, procuramos evidências do pensamento relacional nas respostas dos alunos. Alguns alunos perceberam, por exemplo, que se retirassem de ambos os lados da balança um saco a mesma permaneceria equilibrada e que mesmo sofrendo mudanças os dois lados poderiam permanecer em equilíbrio.

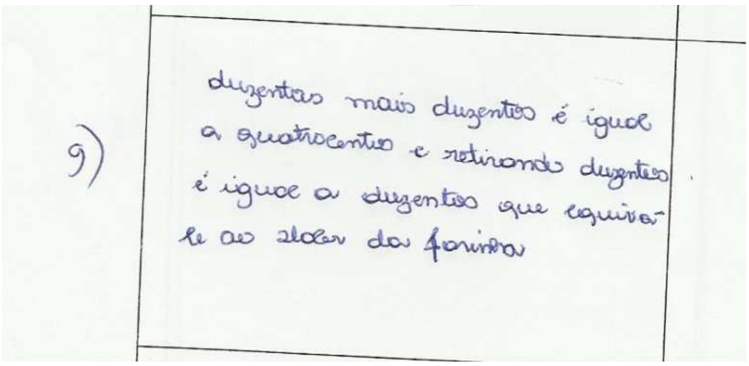


Fig 34: Resposta da dupla 3 e 27 para a questão g da Atividade 1

Encontramos outros raciocínios utilizados pelas duplas de alunos. Vejamos:

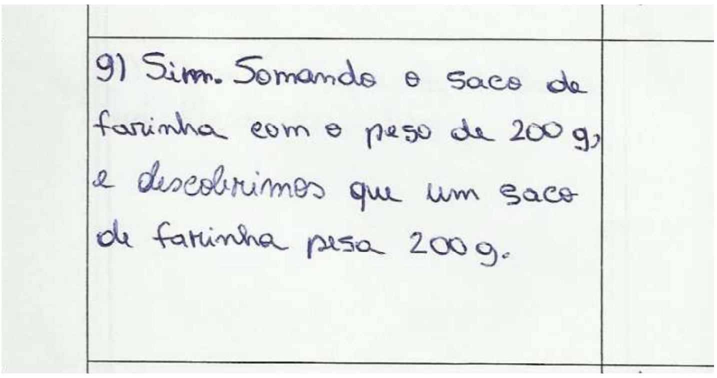

g) Sim. Somando o saco de farinha com o peso de 200 g, e descobrimos que um saco de farinha pesa 200 g.

Fig 35: Resposta da dupla 13 e 7 para a questão g da Atividade 1

O raciocínio acima foi o mais utilizado pelas duplas. Ou seja, os alunos procuravam um valor que somado ao peso do saco do lado esquerdo da balança resultasse em um mesmo peso do outro lado (direito), através de tentativas. Apenas duas duplas utilizaram a operação inversa, ou seja, a subtração de 200 gramas de cada lado da balança. As operações inversas são muito utilizadas para a resolução das equações em métodos que foram apresentados para os alunos após o 2º dia da atividade e após a compreensão do conceito de equação enfatizado nessa fase da tarefa.

Quadro 18 - resultado da questão h - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	5	1	5	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não escreveram uma sentença ou escreveram uma sentença falsa: **insatisfatório**

b) Alunos que escreveram uma sentença verdadeira, mas atribuíram valores para a incógnita do problema: **incompleto**

c) Alunos que escreveram uma equação com erros, mas utilizaram letra para representar a incógnita: **proficiente**

d) Alunos que escreveram corretamente a equação usando letras para a incógnita do problema: **excelente**

Vejamos algumas respostas que nos ajudaram a classificar o desempenho dos alunos nessa tarefa, as principais dificuldades e avanços além das intervenções realizadas no verso das folhas.

Insatisfatório

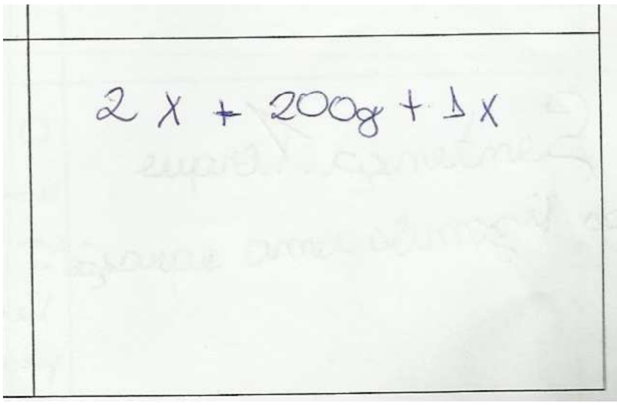


Fig 36: Resposta do trio 12, 15 e 8 para a questão h da Atividade 1

Incompleto

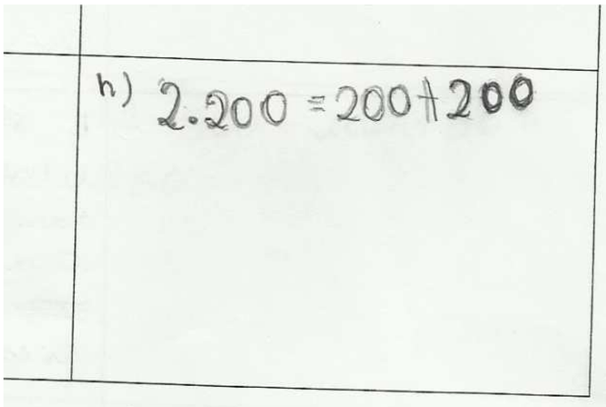


Fig 37: Resposta da dupla 25 e 19 para a questão h da Atividade 1

Proficiente

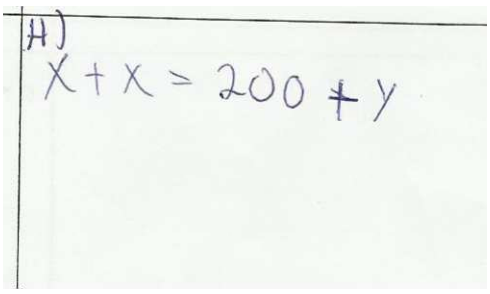


Fig 38: Resposta da dupla 24 e 6 para a questão h da Atividade 1

Essa dupla utilizou uma letra diferente para representar o saco de farinha do lado direito da balança. Nesse caso, como os sacos têm o mesmo peso, os alunos deveriam utilizar uma mesma letra para representar todos os sacos da balança.

Excelente

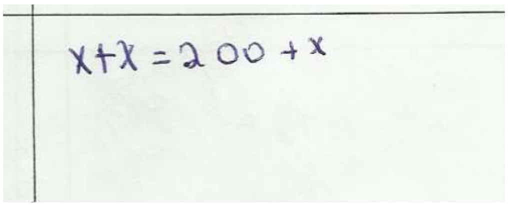


Fig 39: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão h da Atividade 1

A próxima questão tem como objetivo desenvolver o pensamento relacional dos alunos. Vejamos os resultados obtidos.

Quadro 19- resultado da questão i - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	8	4	0	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

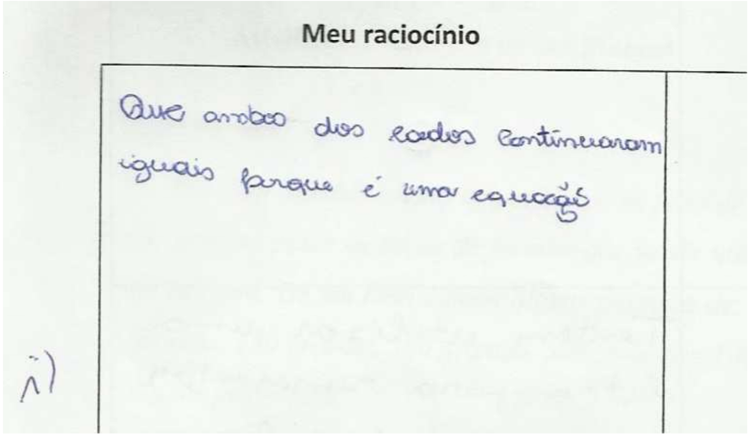
a) Alunos que não encontraram o peso correto do saco e não explicaram o método de resolução utilizado: **insatisfatório**

b) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

c) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

d) Alunos que explicaram como utilizaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

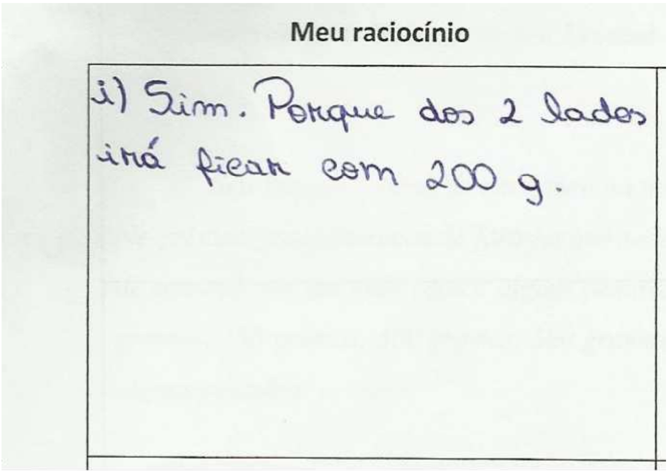
O resultado desta questão evidencia um avanço de aprendizagem, se compararmos com o resultado da questão g, bastante similar.


Meu raciocínio

Que ambos dos lados continuaram iguais porque é uma equação

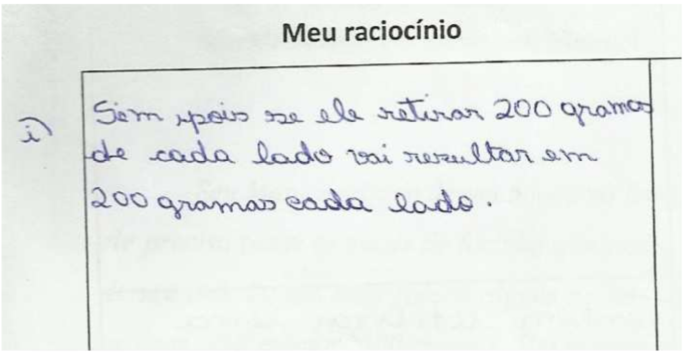
i)

Fig 40: Resposta da dupla 3 e 27 para a questão i da Atividade 1


Meu raciocínio

i) Sim. Porque dos 2 lados irá ficar com 200 g.

Fig 41: Resposta da dupla 13 e 7 para a questão i da Atividade 1


Meu raciocínio

i) Sim pois se ele retirar 200 gramas de cada lado vai resultar em 200 gramas cada lado.

Fig 42: Resposta da dupla 10 e 18 para a questão i da Atividade 1

Quadro 20 - resultado da questão j - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	0	5	7	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não escreveram uma sentença ou escreveram uma sentença falsa: **insatisfatório**

b) Alunos que escreveram uma sentença verdadeira, mas atribuíram valores para a incógnita do problema: **incompleto**

c) Alunos que escreveram uma equação com erros, mas utilizaram letra para representar a incógnita: **proficiente**

d) Alunos que escreveram corretamente a equação usando letras para a incógnita do problema: **excelente**

Incompleto:

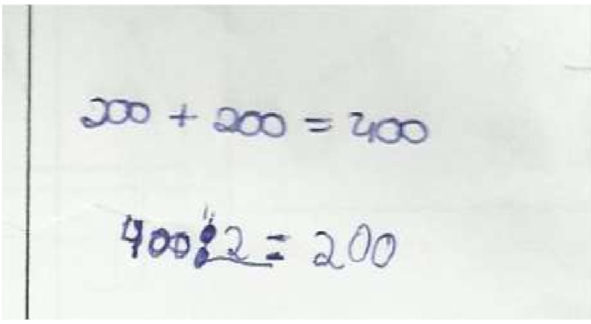


Fig 43: Resposta da dupla 3 e 27 para a questão j da Atividade

Essa dupla registrou os procedimentos e raciocínios utilizados corretamente para resolver o problema. Contudo os alunos atribuíram valor para a incógnita, talvez em virtude de já saberem o peso da saco de farinha, calculado na questão anterior.

Proficiente

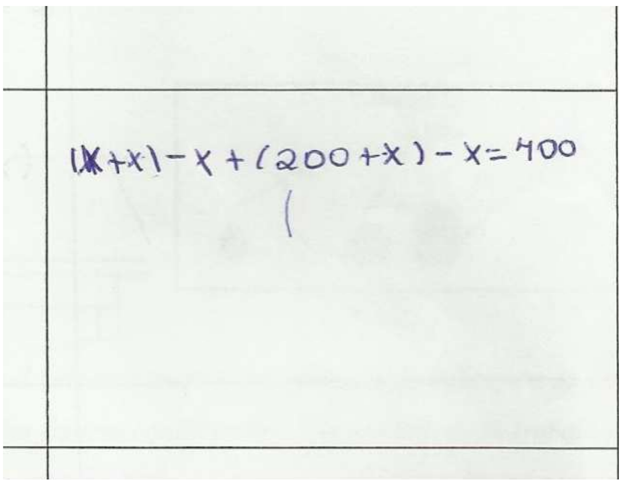


Fig 44: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão j da Atividade 1

A dupla acima escreveu uma equação inusitada e correta. Foram capazes de operar com letras e representar a mudança sugerida na balança. O sinal de igualdade não foi utilizado para representar o equilíbrio entre os dois lados da balança, mas para indicar o resultado da soma dos pesos dois lados da balança. A equação está correta, apesar de não ser a solução esperada por nós.

Quadro 21 - resultado da questão k - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	11	0	1	0

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não encontraram o peso correto do saco e não explicaram o método de resolução utilizado: **insatisfatório**

b) Alunos que encontraram o peso correto do saco mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

c) Alunos que encontraram o peso correto do saco mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

d) Alunos que explicaram como utilizaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

Quadro 22 - resultado da questão l - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	4	0	5	3

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não escreveram uma sentença ou escreveram uma sentença falsa: **insatisfatório**

b) Alunos que escreveram uma sentença verdadeira, mas atribuíram valores para a incógnita do problema: **incompleto**

c) Alunos que escreveram uma equação com erros, mas utilizaram letra para representar a incógnita: **proficiente**

d) Alunos que escreveram corretamente a equação usando letras para a incógnita do problema: **excelente.**

Insatisfatório

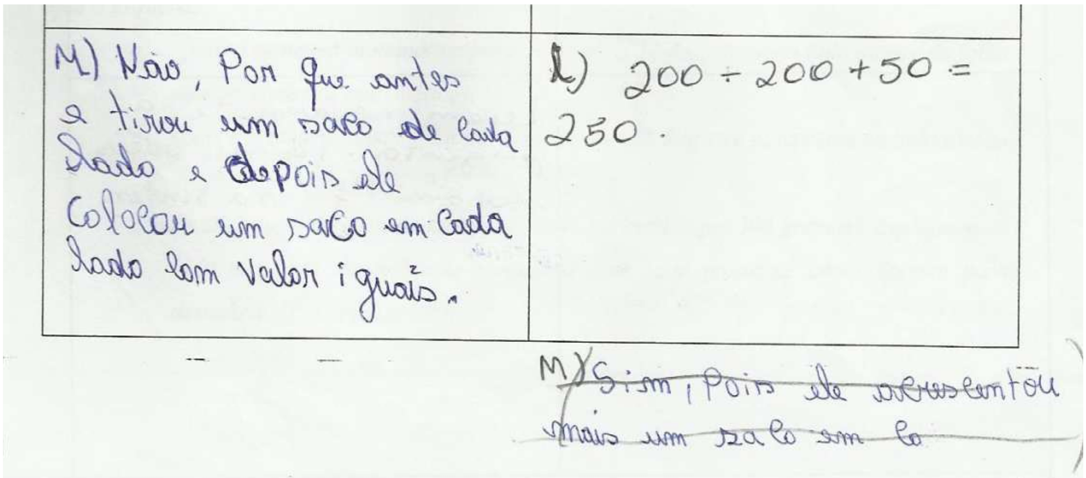


Fig 45: Resposta da dupla 25 e 19 para as questões l e m da Atividade 1

A dupla acima não foi capaz de representar algebricamente o raciocínio correto para a questão m (em língua materna). Contudo, compreendeu o conceito de equilbrio envolvido.

Incompleto

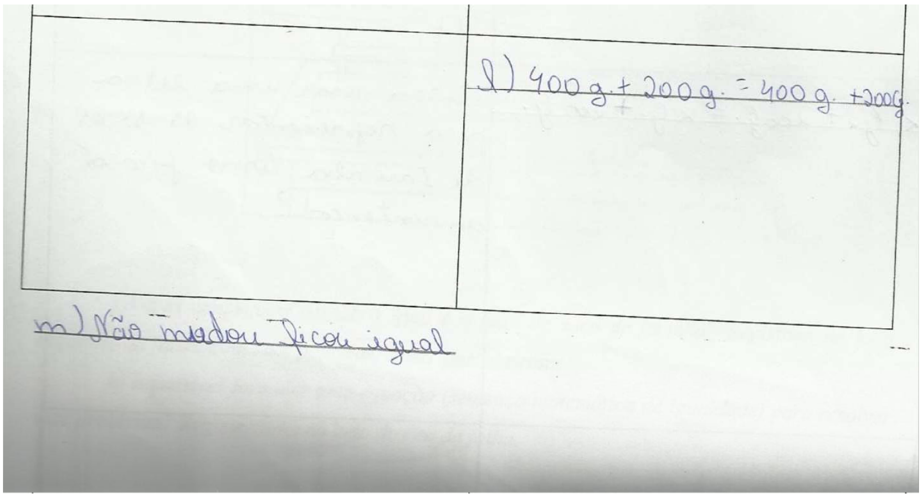


Fig 46: Resposta da dupla 14 e 21 para as questões l e m da Atividade 1

Observamos que alguns alunos entenderam que deveriam continuar a tarefa a partir do último passo realizado, pois algumas respostas para o item m nos deram esse indício. Vejamos**:**

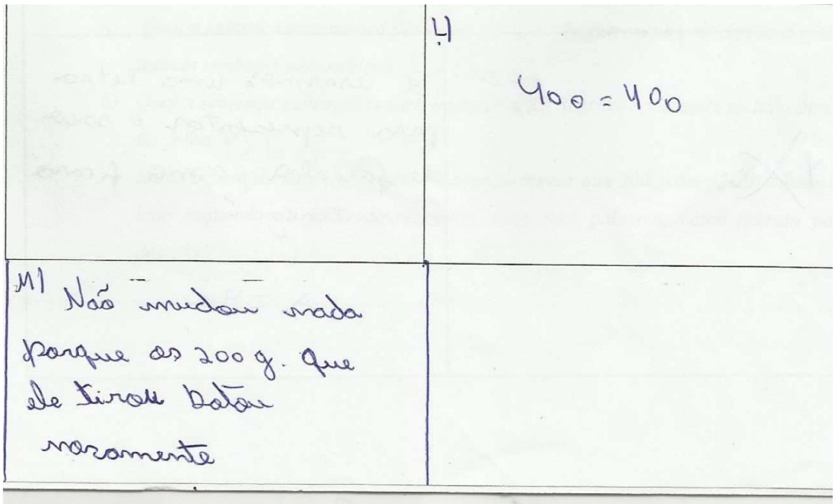


Fig 47: Resposta da dupla 2 e 16 para as questões l e m da Atividade 1

Após acrescentar 200 gramas em cada lado da balança os dois lados deveriam pesar 600 gramas. Esses alunos entenderam que deveriam continuar realizando as mudanças considerando a situação anterior (item k). Quando formulamos o problema estávamos nos referindo ao modelo da balança do item g. Portanto, entendemos que a questão não havia sido formulada claramente. Mas a resposta dos alunos está correta considerando o raciocínio utilizado pelos mesmos, apesar de não ser a esperada por nós. A escrita dos alunos permitiu identificar nossas próprias falhas de comunicação. Uma outra dupla representou algebricamente o mesmo raciocínio, vejamos:

Excelente

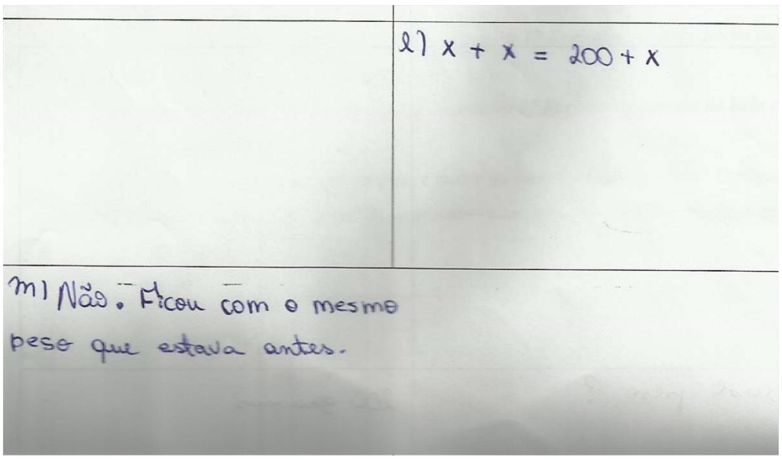


Fig 48: Resposta da dupla 13 e 7 para a questão l da Atividade 1

Quadro 23 - resultado da questão m - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS		11	1	

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

α) Alunos que não encontraram o peso correto do saco e não explicaram o método de resolução utilizado: **insatisfatório**

β) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

χ) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

δ) Alunos que explicaram como utilizaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

A maioria dos alunos interpretou a pergunta do item m como "a balança continuou equilibrada?". Contudo, o que queríamos investigar era se os alunos percebiam que apesar das modificações realizadas a partir do item g, o peso do saco de farinha não havia mudado.

Após a conclusão da primeira etapa da tarefa 1 (1º dia), realizamos algumas intervenções na aula seguinte antes de dar continuidade à mesma no 2º dia (itens n, o, p e q):

a) Definimos formalmente Equações como sentença de igualdade;
b) Apresentamos e discutimos com a turma a possibilidade da incógnita de uma equação aparecer no segundo membro da mesma;
c) Explicitamos contra-exemplos de equações com balanças desequilibradas e apresentamos os sinais de desigualdade > e < para esses casos;

Quadro 24 - resultado da questão n - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	6	3	2	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

α) Alunos que não explicaram o método de resolução utilizado: **insatisfatório**

β) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

χ) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

δ) Alunos que explicaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

Insatisfatório

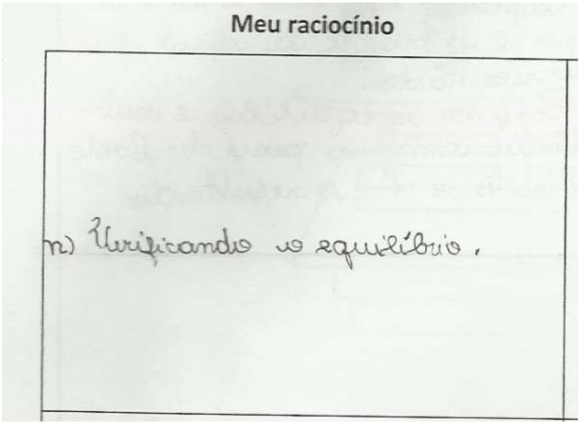


Fig 49: Resposta da dupla 17 e 22 para a questão n da Atividade 1

Incompleto

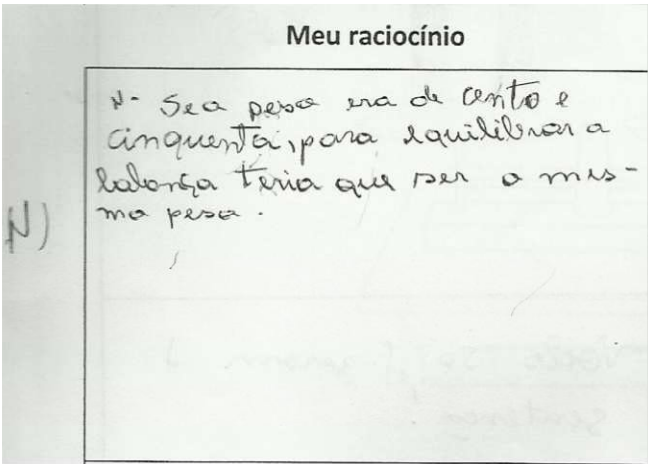
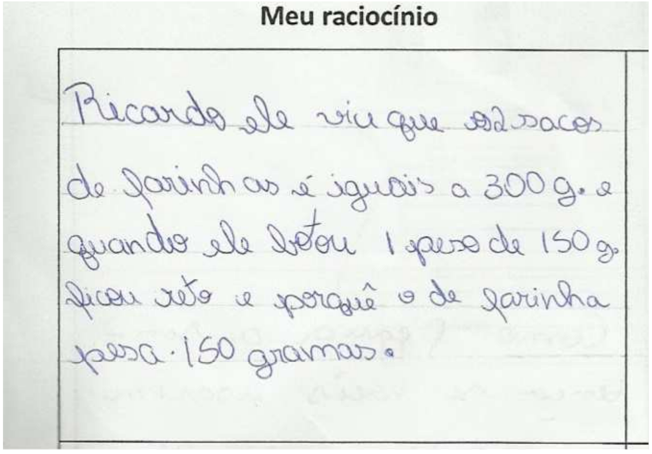


Fig 50: Resposta da dupla 19 e 25 para a questão n da Atividade 1

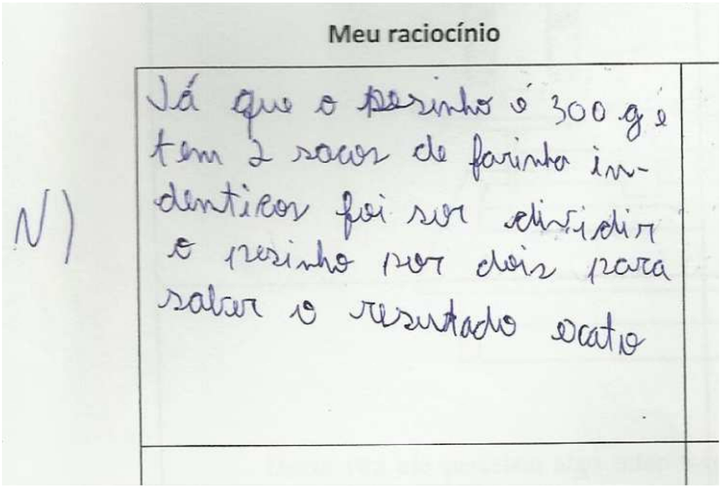
Proficiente


Meu raciocínio

Ricardo ele viu que 2 sacos de farinhas é iguais a 300 g. e quando ele botou 1 peso de 150 g. ficou reto e porquê o de farinha pesa. 150 gramas.

Fig 51: Resposta da dupla 14 e 21 para a questão n da Atividade 1

Excelente


N)

Meu raciocínio

Já que o ~~pesinho~~ é 300 g e tem 2 sacos de farinha indenticos foi ser dividir o pesinho por dois para saber o resultado exato

Fig 52: Resposta da dupla 29 e 6 para a questão n da Atividade 1

Quadro 25 - resultado da questão o - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	0	8	3	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não escreveram as sentenças ou que escreveram sentenças falsas: **insatisfatório**

b) Alunos que escreveram as sentenças verdadeiras, mas sem registrar as operações realizadas para a transformação ocorrida na balança, atribuindo valores para a incógnita: **incompleto**

c) Alunos que escreveram as sentenças verdadeiras, demonstrando as operações realizadas para a transformação ocorrida na balança com erros secundários, utilizando símbolos para a incógnita: **proficiente**

d) Alunos que escreveram as sentenças verdadeiras, demonstrando as operações realizadas utilizando símbolos para a incógnita: **excelente.**

Insatisfatório

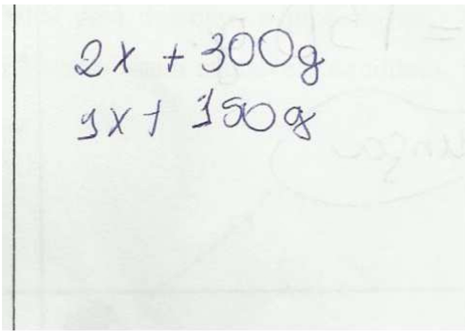


Fig 53: Resposta da dupla 8 e 15 para a questão o da Atividade 1

Essa dupla escreveu expressões, no lugar do símbolo de igualdade utilizaram o símbolo de adição (+). Contudo após um questionamento, refletiram e corrigiram o próprio erro. Vejamos:

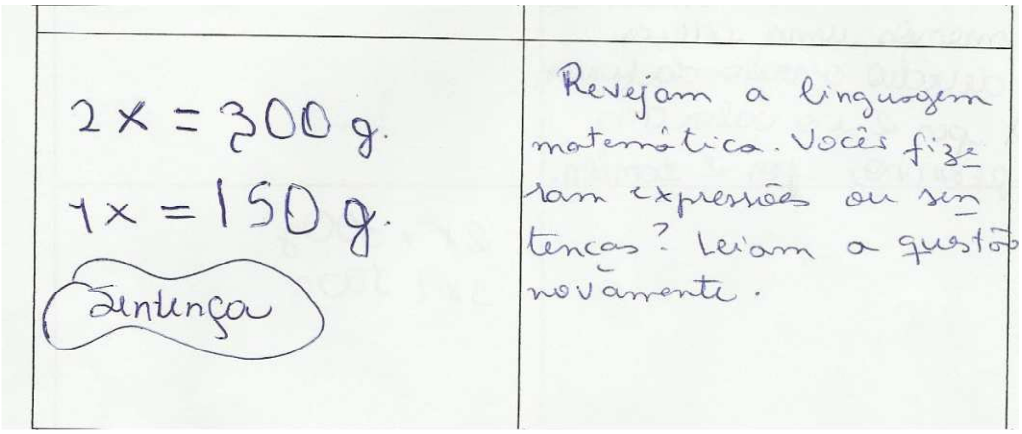


Fig 54: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 8 e 15 questão o da Atividade 1

Incompleto

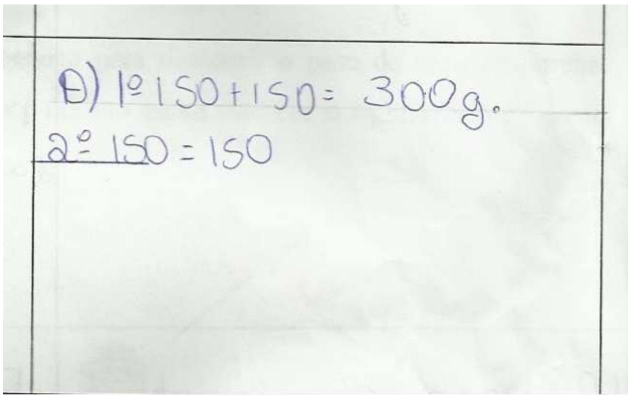


Fig 55: Resposta da dupla 14 e 21 para a questão da Atividade 1

Proficiente

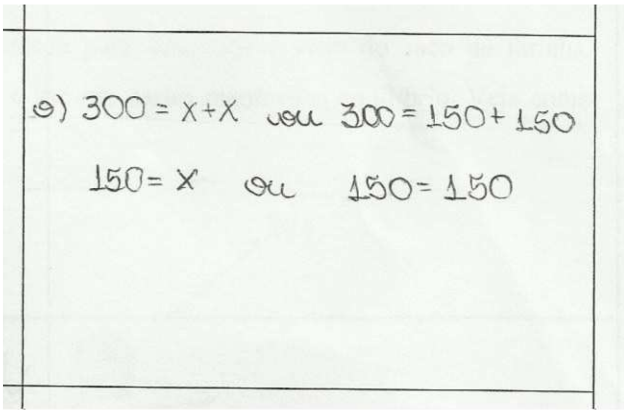


Fig 56: Resposta da dupla 17 e 22 para a questão o da Atividade 1

Quadro 26 - resultado da questão p - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	3	4	4	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma

a) Alunos que não explicaram o método de resolução utilizado e não encontraram o peso do saco: **insatisfatório**

b) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não explicaram o método de resolução utilizado: **incompleto**

c) Alunos que encontraram o peso correto do saco, mas que não foram claros na explicação do método de resolução utilizado: **proficiente**

d) Alunos que explicaram corretamente um pensamento relacional para encontrar o peso do saco: **excelente**

Insatisfatório

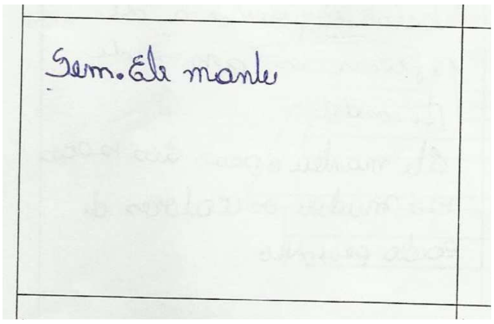

Sem. Ele mente

Fig 57: Resposta da dupla 1 e 23 para a questão da Atividade 1

Incompleto

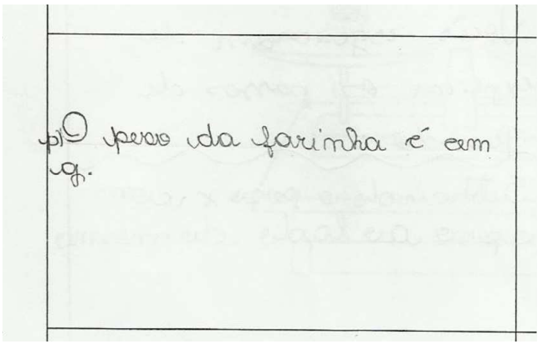

p) O peso da farinha é em g.

Fig 58: Resposta da dupla 17 e 22 para a questão p da Atividade 1

Proficiente

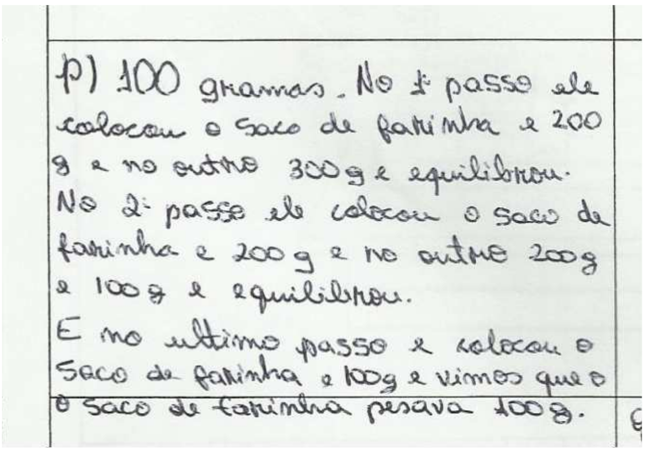

p) 100 gramas. No 1º passo ele colocou o saco de farinha e 200 g e no outro 300g e equilibrou.
No 2º passo ele colocou o saco de farinha e 200g e no outro 200g e 100g e equilibrou.
E no ultimo passo e colocou o saco de farinha e 100g e vimos que o o saco de farinha pesava 100g.

Fig 59: Resposta da dupla 7 e 13 para a questão da Atividade 1

Excelente

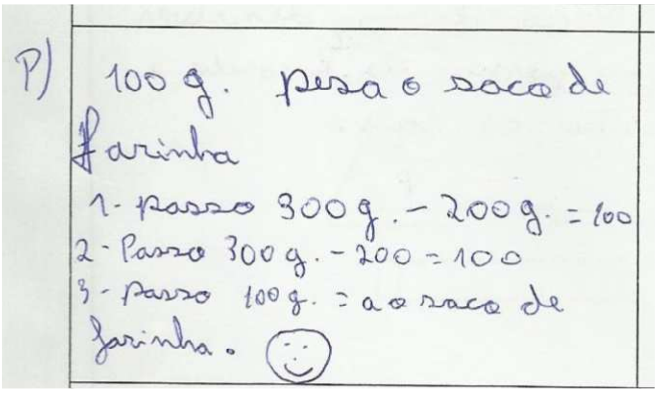


Fig 60: Resposta da dupla 2 e 16 para a questão p da Atividade 1

Quadro 27 - resultado da questão q - atividade "Balança de seu Manoel"

Conceito	EXCELENTE	PROFICIENTE	INCOMPLETO	INSATISFATÓRIO
Nº de DUPLAS	7	3	1	1

Para essa questão classificamos os desempenhos dos alunos da seguinte forma:

a) Alunos que não escreveram as sentenças ou que escreveram sentenças falsas: **insatisfatório**

b) Alunos que escreveram sentenças verdadeiras, mas atribuindo valores para a incógnita: **incompleto**

c) Alunos que escreveram as sentenças verdadeiras, com erros secundários, utilizando símbolos para a incógnita: **proficiente**

d) Alunos que escreveram as sentenças verdadeiras, utilizando símbolos para a incógnita: **excelente.**

Insatisfatório

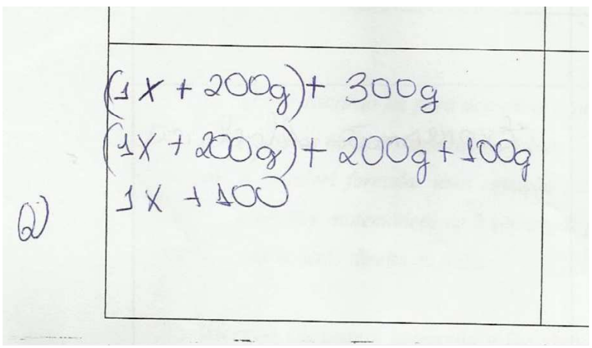


Fig 61: Resposta da dupla 8 e 15 para a questão q da Atividade 1

Essa dupla de alunos estava cometendo sempre o mesmo erro. Utilizava o sinal de soma no lugar da igualdade para representar o equilíbrio. Contudo, confirmando o resultado após a intervenção na questão o, os alunos identificaram e corrigiram o próprio erro. O desempenho dos mesmos poderia ser agora classificado como excelente. Percebemos que ao dar oportunidade aos alunos de refletir estamos verdadeiramente oportunizando o aprendizado dos mesmos. Vejamos:

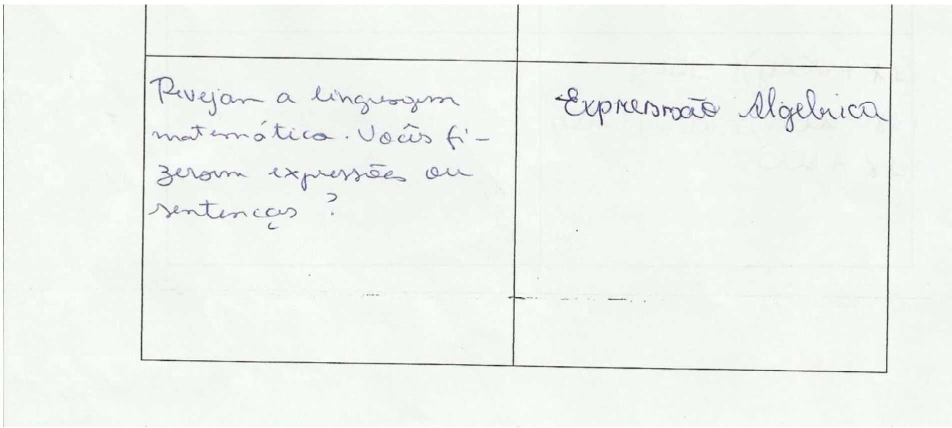


Fig 62: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 8 e 15 questão q da Atividade 1

Incompleto

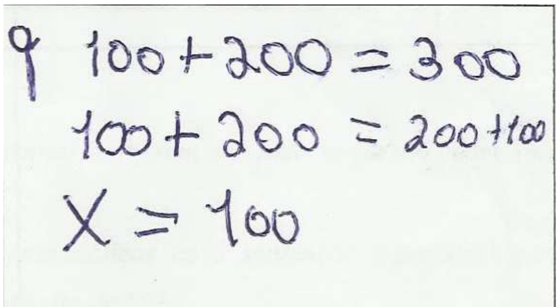


Fig 63: Resposta da dupla 5 e 11 para a questão q da Atividade 1

Proficiente

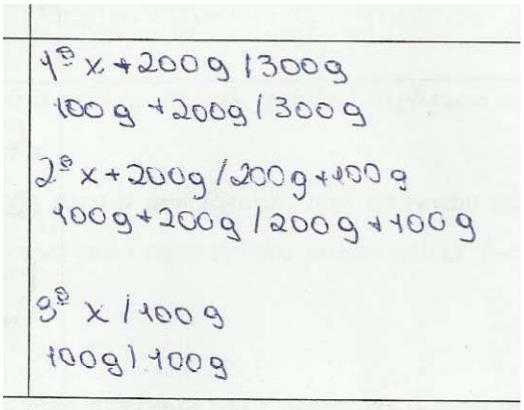


Fig 64: Resposta da dupla 10 e 18 para a questão q da Atividade 1

Vejamos a nova resposta da dupla após as intervenções no verso da folha de respostas:

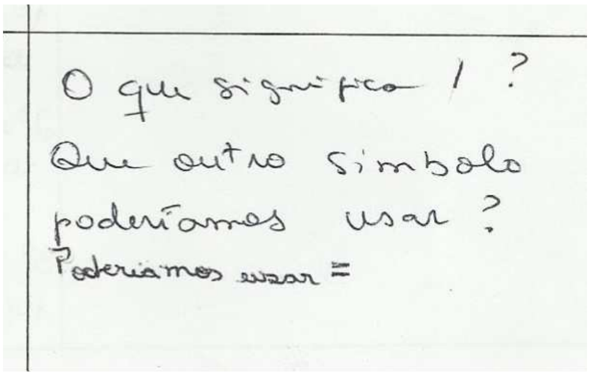


Fig 65: Intervenção para retomada da tarefa – dupla 10 e 18 questão q da Atividade 1

Excelente

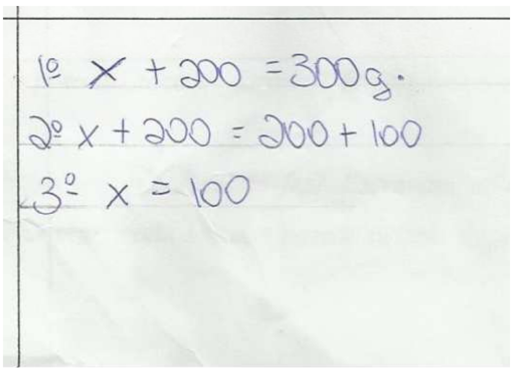


Fig 66: Resposta da dupla 14 e 21 para a questão q da Atividade 1

Diante do que foi apresentado podemos fazer uma síntese das contribuições da produção escrita para a avaliação da aprendizagem dos alunos na 1º atividade. Vejamos:

1– A produção escrita foi útil para investigar dificuldades e avanços na aprendizagem dos alunos tendo em vista que:

- A partir da leitura das respostas dos alunos e, sobretudo, das intervenções e novos questionamentos realizados, pudemos conhecer melhor suas dúvidas e particularidades. Duplas ou trios de alunos que foram classificados em uma mesma rubrica, apresentaram singularidades em suas escritas que dificilmente seriam identificadas em uma atividade que não utilizasse o uso da língua materna como forma de expressão, o que nos permitiu conhecer melhor as dificuldades desses alunos e intervir para seu aprendizado, nos dirigindo aos mesmos de maneira mais individualizada;
- A utilização da escrita materna associada à simbologia matemática (folha de duas respostas) nos permitiu conhecer quais os significados que os alunos atribuíam aos símbolos que estavam utilizando, o que nos permitiu regular as aprendizagens, fazendo os ajustes necessários, resultado encontrado também por Mesquita (2001) e Coura (2008).
- Os resultados das rubricas melhoraram significativamente ao longo da atividade, após a intervenção e retomada da tarefa pelos alunos, o que nos dá indícios de melhoria na aprendizagem dos mesmos; pois seus desempenhos puderam ser classificados em graus superiores na nossa escala de rubricas após grande parte das intervenções e retomada das tarefas.
- A produção escrita nos auxiliou na avaliação de aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes, nos possibilitando intervir antes do término da tarefa. Percebemos assim a potencialidade da análise da escrita dos alunos para a regulação das aprendizagens, ou seja, efetuar ajustes a partir de um melhor entendimento das necessidades dos mesmos, como sugere William (2007).

2– A produção escrita auxiliou os alunos na tomada de consciência sobre sua aprendizagem pois, ao retomar as atividades a partir da leitura de nossos apontamentos e de suas resoluções, puderam reconhecer os próprios erros, o que é uma capacidade metacognitiva. Os alunos estranharam inicialmente o fato da tarefa ter sido devolvida sem correções e em um primeiro momento resistiram em dar continuidade a partir dos apontamentos feito por nós no verso das folhas de duas colunas. Contudo, após o terceiro dia de atividade os alunos mostraram-se mais independentes, buscando em suas próprias reflexões e em discussões com os colegas a validação de suas respostas.

3– As atividades favoreceram a cooperação na aprendizagem e nos permitiram avaliar aspectos sugeridos pelos PCNs (p.55) como pontos de investigação em relação à aprendizagem de atitudes. Podemos destacar os seguintes pontos relativos à nossa avaliação dos aspectos atitudinais para a primeira tarefa:

- A utilização da escrita não excluiu a comunicação verbal, pelo contrário, muitas vezes a provocou, tendo em vista que os trabalhos foram desenvolvidos em pares ou grupos. Os alunos se mostraram participativos e colaborativos, não houve resistência por parte da maioria em realizar os trabalhos juntamente como os colegas. Alguns casos de resistência ocorreram, mas isso foi superado com uma breve conversa sobre a natureza das atividades em um diálogo com a turma.
- Apesar da dificuldade de alguns alunos em comunicar suas ideias através da escrita, os mesmos demonstraram grande esforço em justificar suas respostas e resolver os problemas.

4.2.2 Jogo da linguagem matemática

Fig 67: Jogo da linguagem matemática

A 2ª atividade – Jogo da linguagem matemática – teve início a partir da 5ª aula (3º dia) após o início da sequência didática.

Durante sua aplicação fizemos algumas alterações, inclusive incluímos mais dois dias (4 aulas) devido sua potencialidade, o envolvimento e participação dos alunos na mesma.

Essa atividade foi dividida em 3 etapas:

1º etapa (2 aulas)- os alunos jogaram em quartetos – dupla contra dupla e no final da aula construíram um relatório a partir das respostas para 9 perguntas acerca da tarefa. Além disso, preencheram uma tabela com os pares de fichas que formaram durante o jogo (fichas amarelas e pretas).

2º etapa (2 aulas) **-** os alunos registraram em dupla os cálculos para a resolução das fichas pretas-problemas – para os pares de fichas que formaram no dia anterior. Ao final da tarefa puderam fazer alterações nos pares de fichas em sua tabela, caso percebessem algum erro ou par incorreto.

3º etapa (2 aulas) – os alunos registraram em dupla os cálculos para a resolução das fichas amarelas-equações- para os pares de fichas formados no 1º dia. Ao final da tarefa puderam novamente fazer alterações nos pares de fichas, caso percebessem algum erro ou par incorreto**.**

Em nenhuma das aulas foi dado aos alunos um gabarito para que verificassem os pares de fichas corretos. Queríamos que os mesmos refletissem e encontrassem por si próprios os erros. Portanto, orientamos os discentes a procederem da seguinte maneira a partir do 2º dia da tarefa: ao resolver o problema (ficha preta) deveriam verificar se a solução era cabível para a ficha amarela correspondente (equação) em sua tabela. Vejamos os resultados e a análise de algumas respostas para a atividade:

Qual é o triplo do número cujo dobro é seis?

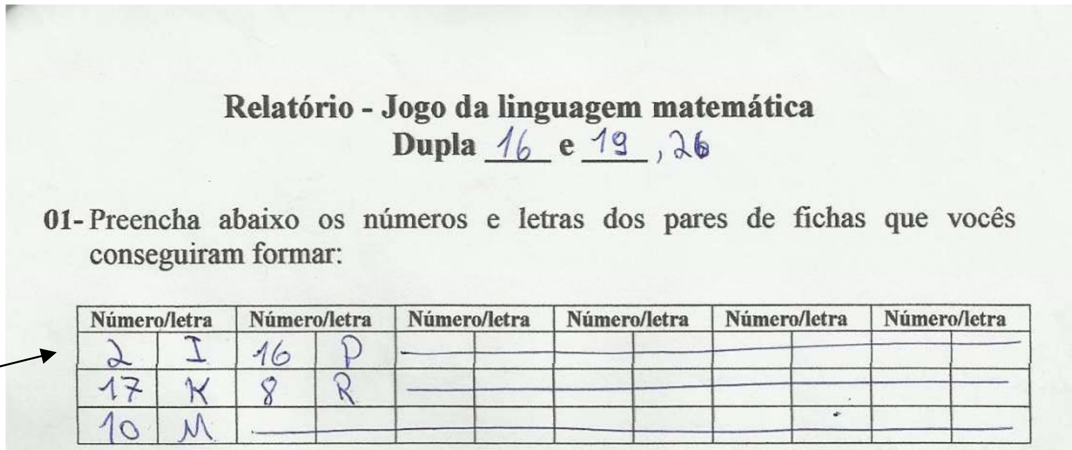
Figura 68--ficha I – jogo da linguagem matemática

O trio de alunos 19,16 e 26 no 1º dia da atividade encontrou a seguinte ficha para o problema I:

$$b + b + b = 6$$

Figura 69: ficha 2 – jogo da linguagem matemática

Não era possível resolver esse problema fazendo uma tradução direta para a linguagem matemática das palavras “dobro” e “triplo”. Era necessário interpretar o problema, o que acreditamos, tornou sua resolução mais difícil para os alunos.



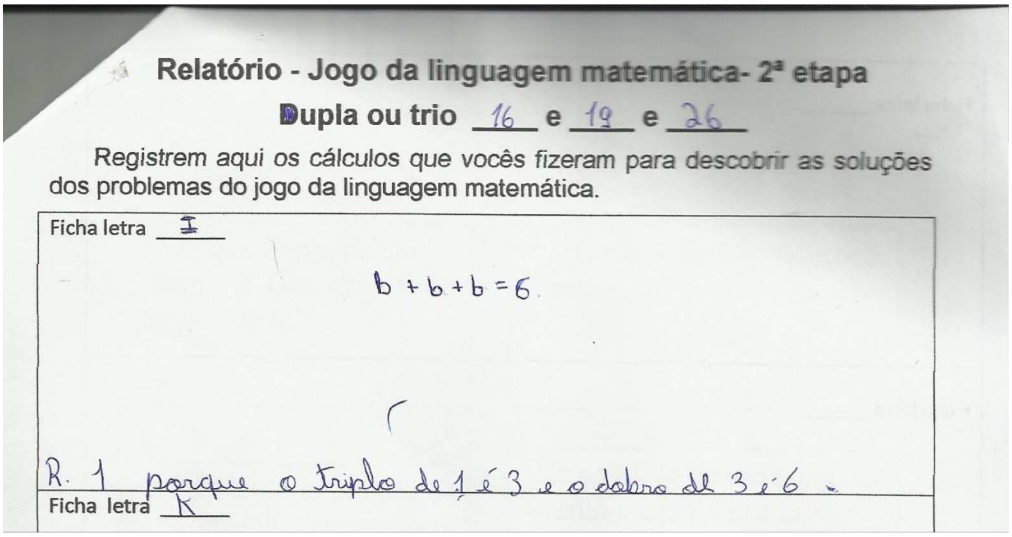
Relatório - Jogo da linguagem matemática
Dupla 16 **e** 19 , 26

01- Preencha abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês conseguiram formar:

Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra	
2	I	16	P								
17	K	8	R								
10	M										

Figura 70- tabela do trio de alunos 16, 19 e 26 para a 1ª etapa – jogo da linguagem matemática

Vejamos a resolução dos alunos para essa equação no 2º dia da tarefa:



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio 16 e 19 e 26

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra I

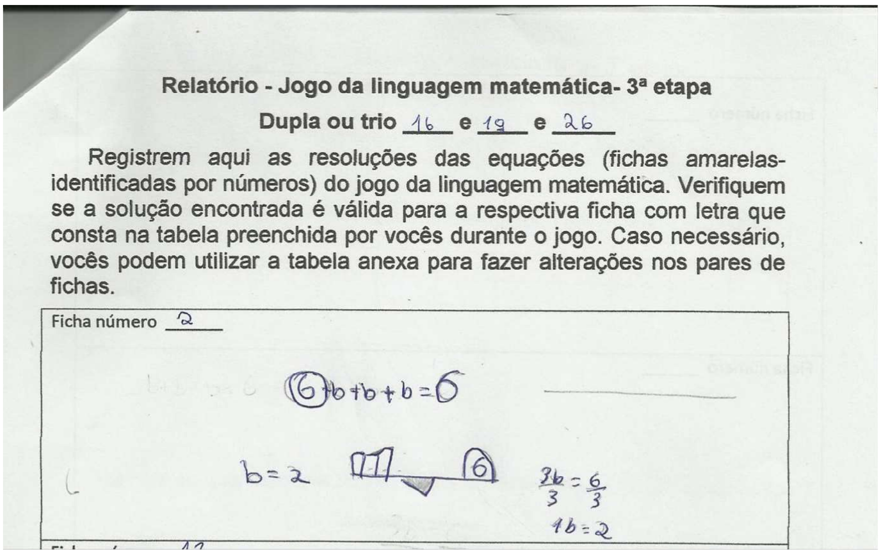
$b+b+b=6$

R. 1 porque o triplo de 1 é 3 e o dobro de 3 é 6.

Ficha letra K

Figura 71- resposta do trio 16, 19 e 26 – 2º etapa – atividade jogo da linguagem matemática

Percebemos que ao resolver o problema em linguagem matemática os alunos ficaram confusos – qual das palavras "dobro" ou "triplo" deveria aparecer na equação? Contudo, ao retomar a tarefa no 3º dia - fichas com problemas – foram capazes de resolver a equação acima corretamente e entenderam que o valor encontrado não satisfazia o problema. Esse era o nosso objetivo ao planejar essa tarefa, pois ao resolverem as equações (fichas amarelas) e problemas (fichas pretas) – 2ª e 3ª etapa – separadamente e depois comparar suas soluções, queríamos que os alunos verificassem se o resultado encontrado tornava a equação verdadeira, ou seja, se a equação era a adequada para o problema e vice-versa. No caso acima, após as reflexões e retomadas da tarefa, os alunos foram capazes de encontrar o próprio erro e a solução correta para o problema. Percebemos o avanço desses alunos e eles também ficaram cientes disso. Vejamos:



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla ou trio 16 e 19 e 26

Registrem aqui as resoluções das equações (fichas amarelas- identificadas por números) do jogo da linguagem matemática. Verifiquem se a solução encontrada é válida para a respectiva ficha com letra que consta na tabela preenchida por vocês durante o jogo. Caso necessário, vocês podem utilizar a tabela anexa para fazer alterações nos pares de fichas.

Ficha número 2

$6 \; b+b+b=6$

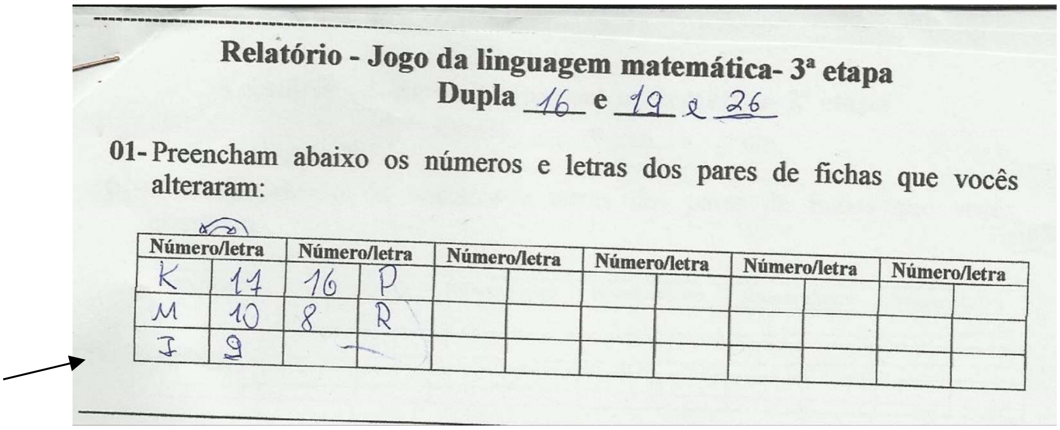
$b=2$

$\frac{3b}{3}=\frac{6}{3}$

$1b=2$

Figura 72 - resposta do trio 16, 19 e 26 – 3º etapa – atividade jogo da linguagem matemática

Os alunos recorreram ao modelo da balança visto na tarefa anterior para resolver o problema e conseguiram. Ao final da tarefa, no 3º dia, o trio de alunos alterou a tabela para esse par de fichas, encontrando a ficha correspondente em linguagem matemática. Vejamos:



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla 16 e 19 e 26

01- Preencham abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês alteraram:

Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra	
K	11	16	P								
M	10	8	R								
I	9		—								

Figura 73 - tabela do trio de alunos 16, 19 e 26 para a 3º etapa – jogo da linguagem matemática

$$6 = 2.\ x$$

Figura 74 - ficha 9 – jogo da linguagem matemática

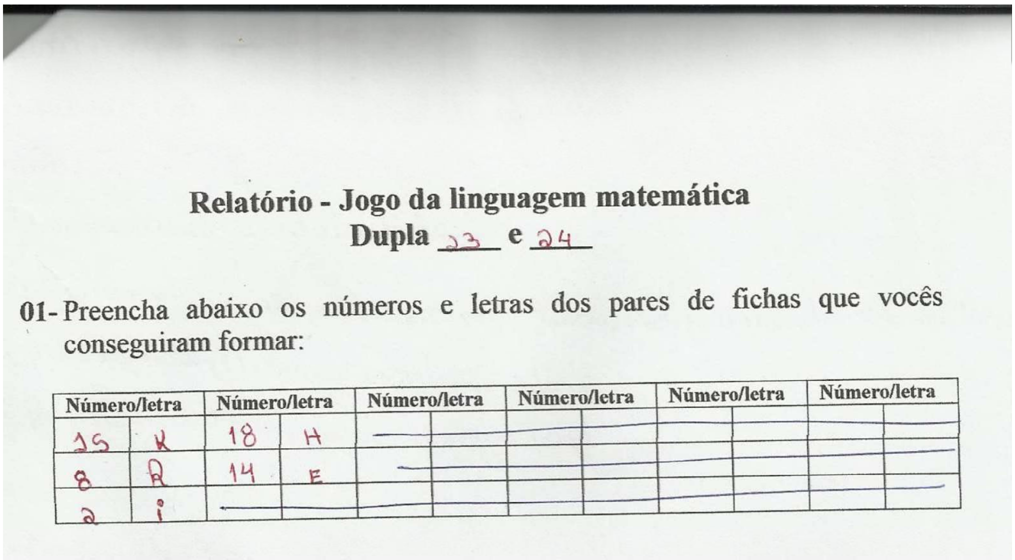
Uma outra dupla de alunos, no primeiro dia da atividade, também formou um par de fichas incorreto para o jogo da linguagem matemática. Vejamos:

A soma das idades de dois irmãos gêmeos é 8 anos. Qual a idade dos irmãos?

Figura 75 - ficha R – jogo da linguagem matemática

$$2b + 2b = 8$$

Figura 76 - ficha 8 – jogo da linguagem matemática



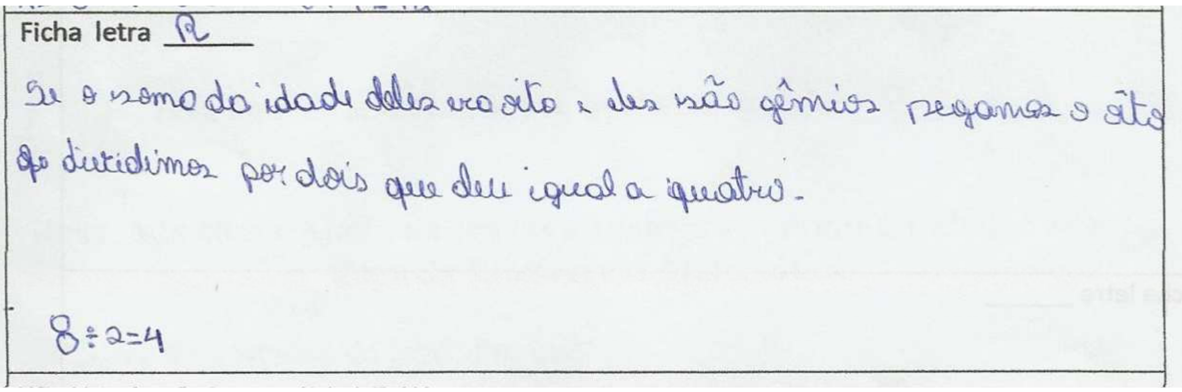
Relatório - Jogo da linguagem matemática
Dupla 23 e 24

01- Preencha abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês conseguiram formar:

Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra	
15	K	18	H								
8	R	14	E								
2	i										

Figura 77 - tabela da dupla de alunos 23 e 24 para a 1ª etapa – jogo da linguagem matemática

Vejamos a resolução dos alunos para o problema da ficha R na sequência da tarefa:



Ficha letra R

Se a soma da idade deles era oito e eles são gêmios pegamos o oito e dividimos por dois que deu igual a quatro.

$8 \div 2 = 4$

Figura 78- resposta da dupla 23 e 24 – 2º etapa– atividade jogo da linguagem matemática

Observamos que o raciocínio dos alunos para resolver o problema é válido. Contudo, os mesmos apresentaram dificuldade em traduzir o problema para a linguagem matemática, tendo em vista que a ficha com a equação acima (número 8) não corresponde ao problema. Novamente, no 3º dia, orientamos os alunos a confrontar a solução encontrada para o problema – idade 4 anos (ficha preta) - com a solução da equação (ficha amarela) para verificar se o par de fichas estava correto. Quando solicitamos que os alunos nesse mesmo dia resolvessem a equação registrada na tabela do 1º dia da atividade a dupla já havia percebido que as fichas não formavam um par correto e registrou a resolução da equação da ficha correta para esse problema (ficha 6) ao invés da ficha 8 registrada anteriormente, demonstrando compreensão do problema. Vejamos:

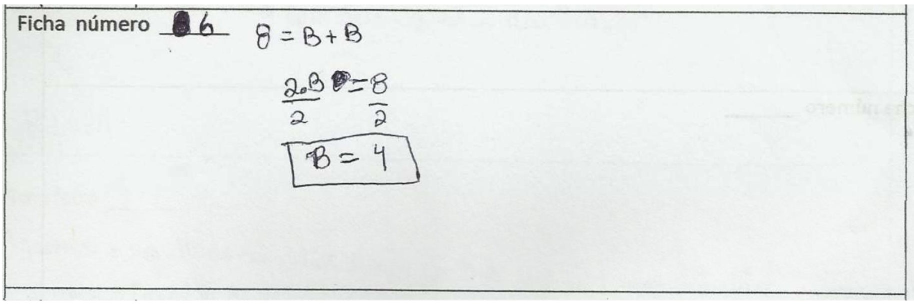
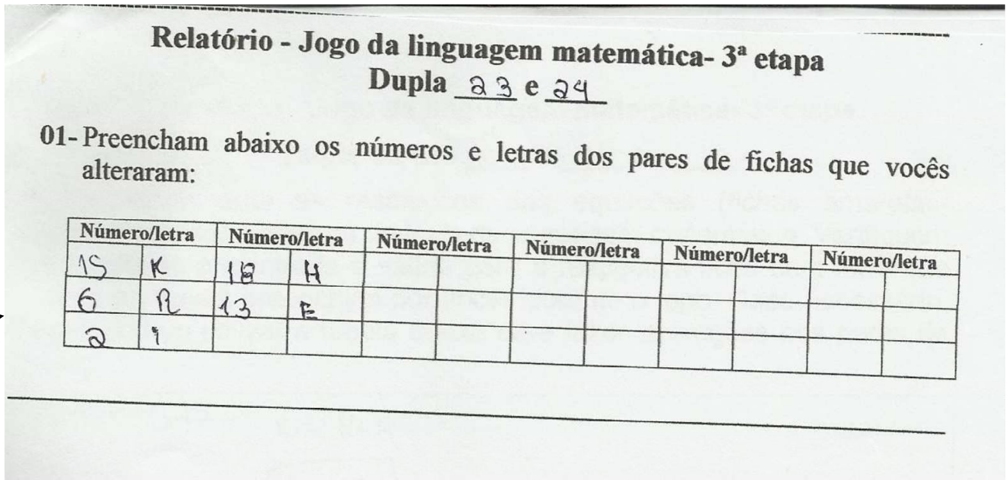


Figura 79 - resposta da dupla 23 e 24 – 3º etapa – atividade jogo da linguagem matemática

É interessante notar que apesar da incógnita aparecer no segundo membro da equação a dupla de alunos parece compreender que a equação pode ser alterada sem perder sua veracidade, pois ao resolver a equação os alunos inverteram a ordem dos membros da mesma para facilitar sua resolução.

$$8 = b + b$$

Figura 80 - ficha 6 – jogo da linguagem matemática



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla 23 **e** 24

01- Preencham abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês alteraram:

Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra	
15	K	18	H								
6	R	13	E								
2	1										

Figura 81 - tabela da dupla 23 e 24 para a 3º etapa – jogo da linguagem matemática

Figura 82 - jogo da linguagem matemática

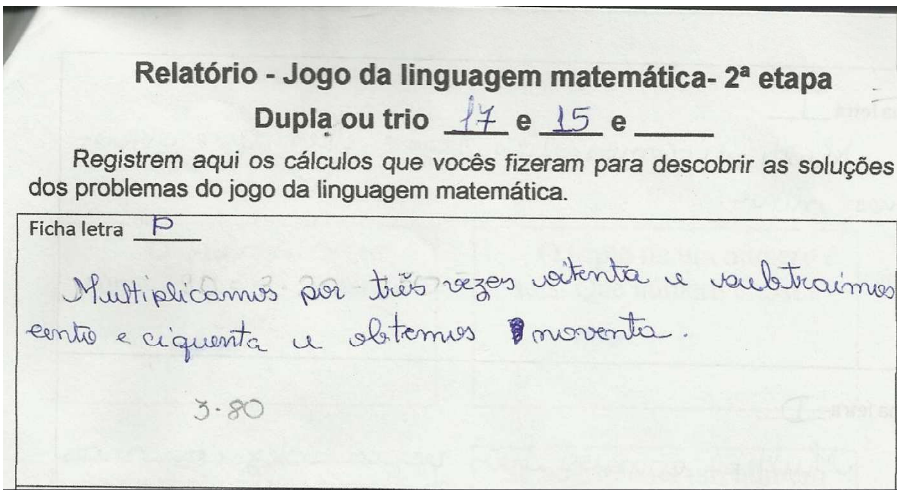
Os alunos obtiveram um bom resultado no primeiro dia (1ª etapa) da 2ª atividade. Boa parte das duplas acertou mais de 50% dos pares de fichas marcados em suas tabelas durante o jogo. Percebemos que o tempo não foi suficiente para algumas duplas de alunos responderem completamente o questionário sobre essa atividade no 1º dia, por isso, demos um tempo a mais na aula seguinte às duplas que deram respostas superficiais ou que deixaram questões em branco para concluírem a mesma. Ainda no primeiro dia do jogo pedimos que os alunos ao resolverem os problemas (fichas pretas), verificassem se havia alguma resposta errada para os pares de fichas, observando se as soluções para os problemas eram também soluções para as equações (fichas amarelas) correspondentes, registradas por eles em suas tabelas. Entretanto o resultado não foi o esperado; poucos reconheceram os erros e fizeram alterações nos pares de fichas formados.

Acreditávamos que esse resultado se devia em parte ao curto tempo que os alunos tiveram para fazer essas alterações (15 minutos restantes da aula). Diante disso optamos por continuar a tarefa da seguinte forma:No 2ª dia (2ª etapa) do jogo da linguagem matemática pedimos que os alunos resolvessem as fichas pretas (com problemas) registrando seu raciocínio por escrito. Após realizarem essa tarefa pedimos novamente que os mesmos verifiquem se os pares de fichas que eles formaram estavam corretos ou não. Acreditávamos que de posse da resolução e confirmando a anterior (através de tentativa ou outros meios) os alunos se sentiriam mais seguros para rever suas respostas. Contudo, não foi o que aconteceu. Percebemos que os alunos se sentiram envergonhados em reconhecer seus erros. Diante disso, realizamos um diálogo sobre a naturalidade do erro com a turma antes da sequência das atividades no 3º dia da tarefa. Destacamos nesse diálogo que ao perceber onde erramos estamos avançando, pois isso significa que já aprendemos algo. Vejamos algumas resoluções para os problemas (fichas pretas) e os raciocínios utilizados pelos alunos:

Algumas duplas utilizaram tentativas para encontrar as incógnitas dos problemas como evidenciam os seguintes registros:

Se do triplo de um número subtrairmos 150 obteremos noventa. Que número é esse?

Figura 83 - ficha P– jogo da linguagem matemática



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio 17 e 15 e _____

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra P

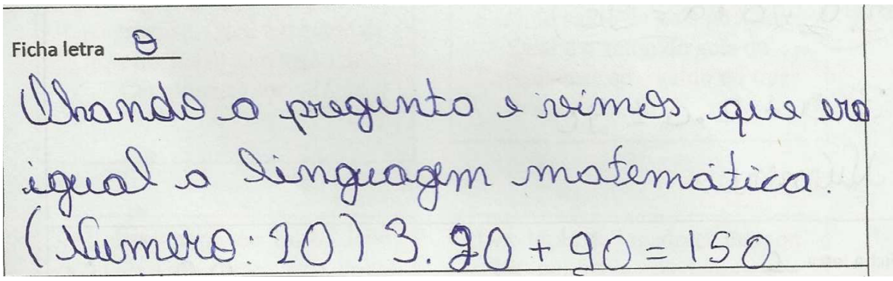
Multiplicamos por três vezes oitenta e subtraímos cento e ciquenta e obtemos noventa.

3·80

Figura 84- resolução dos problemas fichas pretas – dupla 17 e 15 - 2º etapa – jogo da linguagem matemática

Ao triplo de um número adicionamos noventa e obtemos 150. Que número é esse?

Figura 85 - ficha O– jogo da linguagem matemática


Ficha letra O

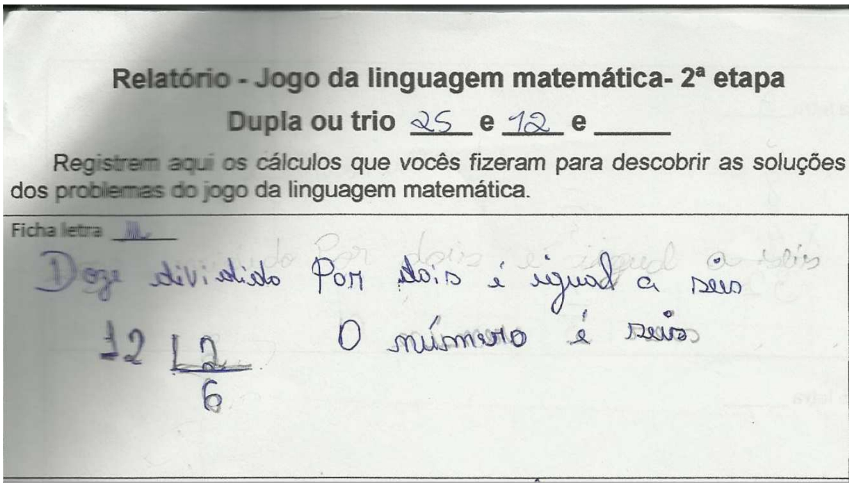
Olhando a pergunta e vimos que era igual a linguagem matemática.
(Numero: 20) 3. 20 + 90 = 150

Figura 86 - resolução dos problemas fichas pretas – dupla 8 e 13 - 2º etapa – jogo da linguagem matemática

Observamos que as duplas e os trios de alunos alternavam o uso de dois métodos de resolução para os problemas na mesma tarefa: tentativa e operações inversas. Para problemas mais simples que envolviam apenas uma operação como multiplicações, somas ou diferenças os alunos, em sua maioria, recorreram ás operações inversas. Já para problemas que envolviam divisões ou mais de uma operação os alunos recorriam às tentativas, ou seja, testavam valores até encontrar um que satisfizesse o problema. A análise da produção escrita nos ajudou a perceber a multiplicidade de resoluções dos alunos a partir de suas justificativas e explicações, resultado encontrado por nós no pré-teste desenvolvido para este estudo e por outros autores como Buriasco (2004). Vejamos casos em que os alunos utilizaram operações inversas para resolver os problemas:

Qual é o número cujo dobro é doze?

Figura 87 - ficha M– jogo da linguagem matemática



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio 25 **e** 12 **e** _____

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra ____

Doze dividido Por dois é igual a seis

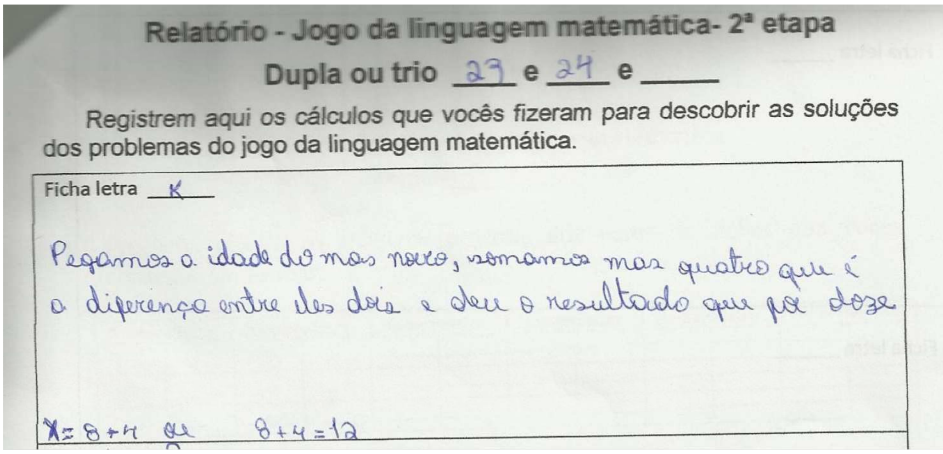
12 |2
6

O número é seis

Figura 88 - resolução dos problemas fichas pretas – dupla 25 e 12 - 2º etapa – jogo da linguagem matemática

Dois irmãos nasceram com uma diferença de quatro anos. Se o mais novo tem oito anos, qual é a idade do mais velho?

Figura 89 - ficha K– jogo da linguagem matemática



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio 23 **e** 24 **e** _____

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra K

Pegamos a idade do mais novo, somamos mais quatro que é a diferença entre eles dois e deu o resultado que foi doze

X= 8+4 ou 8+4=12

Figura 90 - resolução dos problemas fichas pretas – dupla 23 e 24 - 2º etapa – jogo da linguagem matemática

Figura 91– retomada da tarefa- 3ª etapa – Jogo da linguagem matemática

No 3ª dia (3ª etapa) do jogo da linguagem matemática apresentamos os métodos de resolução de equações e pedimos que os alunos resolvessem as fichas amarelas (com equações) através desses métodos. Após realizarem essa tarefa pedimos novamente que os mesmos verificassem se os pares de fichas que eles formaram estavam corretos ou não. Durante a resolução das equações, no 3º dia da tarefa, observamos que os alunos recorreram frequentemente ao modelo da balança, visto na atividade anterior (Balança de Manoel), contudo ainda não se sentiam seguros em utilizar o método das operações inversas para resolver as equações em linguagem matemática, apesar de terem recorrido a essas operações quando resolveram os problemas (fichas pretas). Essa dificuldade foi frequente nos casos em que apareciam números negativos ou uma divisão em um dos membros dessas equações. Nesses casos, os alunos recorriam à tentativas para encontrar o valor da incógnita. Vejamos algumas resoluções para as equações (fichas amarelas) que exemplificam os avanços e dificuldades de alguns trios e duplas de alunos:

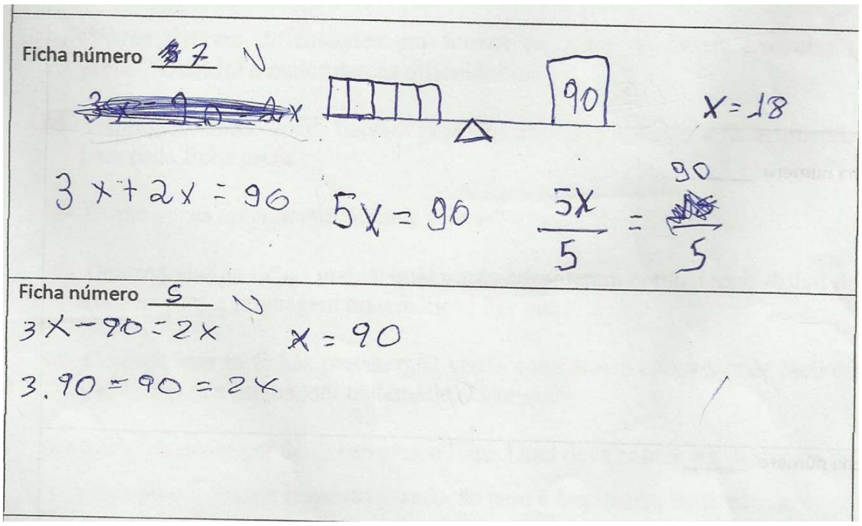
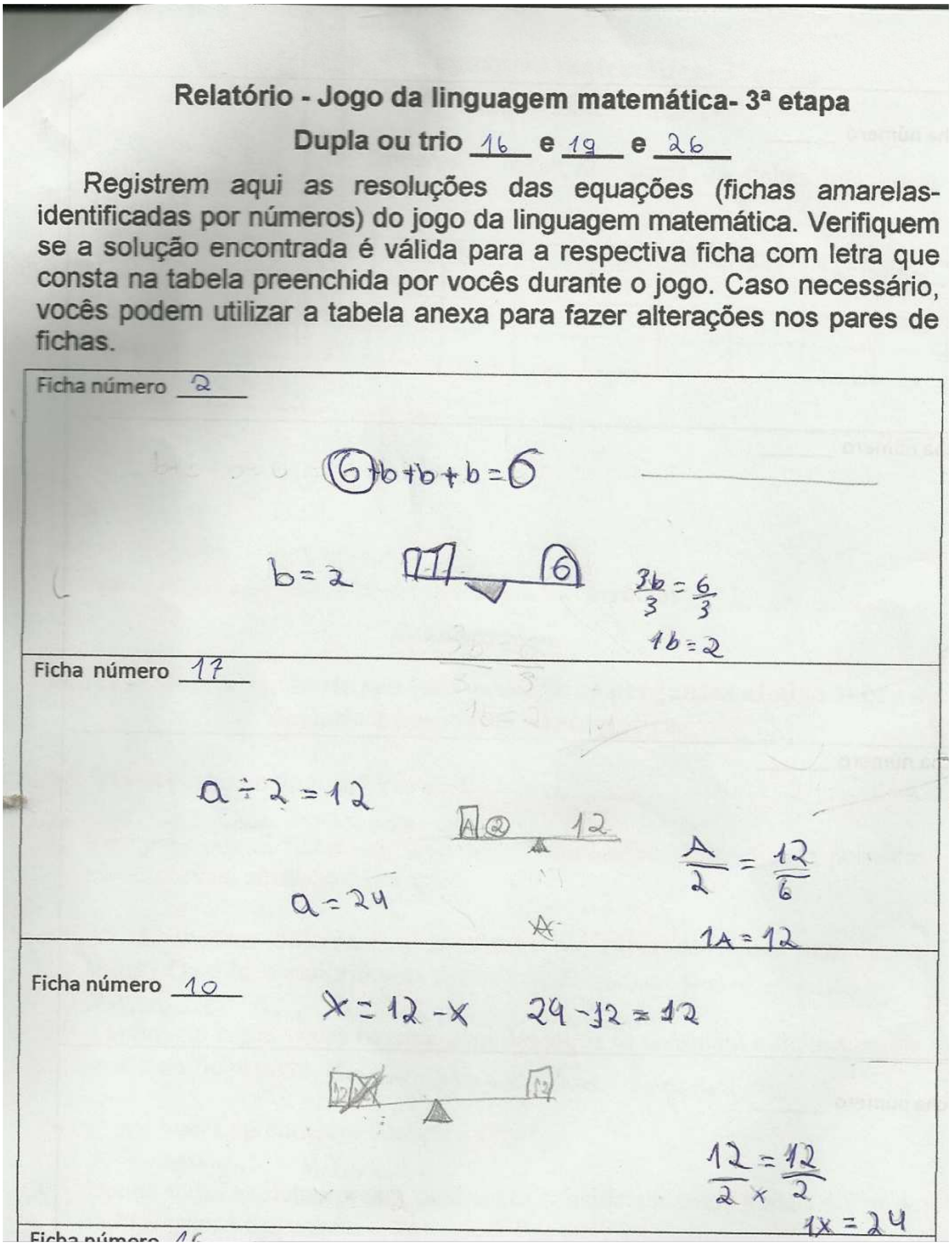


Figura 92 - resolução das equações – fichas amarelas – dupla 20 e 10- 3º etapa – jogo da linguagem matemática

Para resolver a equação da ficha 7 os alunos recorreram ao modelo da balança e conseguiram resolvê-la através do método das operações inversas. Contudo para a ficha 5, que possuía uma equação similar, os alunos recorreram à tentativas para encontrar o valor da incógnita e não desenharam a balança. Para utilizar o modelo da balança é necessário considerar os números que aparecem na equação como pesos e os alunos não conseguiram entender como um desses pesos poderia ser negativo**.** Essa dificuldade foi percebida em atividades de diversas outras duplas. Vejamos:



Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla ou trio 16 **e** 19 **e** 26

Registrem aqui as resoluções das equações (fichas amarelas- identificadas por números) do jogo da linguagem matemática. Verifiquem se a solução encontrada é válida para a respectiva ficha com letra que consta na tabela preenchida por vocês durante o jogo. Caso necessário, vocês podem utilizar a tabela anexa para fazer alterações nos pares de fichas.

Ficha número 2

$6 + b + b + b = 6$

$b = 2$

$\frac{3b}{3} = \frac{6}{3}$

$1b = 2$

Ficha número 17

$a \div 2 = 12$

$a = 24$

$\frac{A}{2} = \frac{12}{6}$

$1A = 12$

Ficha número 10

$x = 12 - x$ $\quad 24 - 12 = 12$

$\frac{12}{2x} = \frac{12}{2}$

$1x = 24$

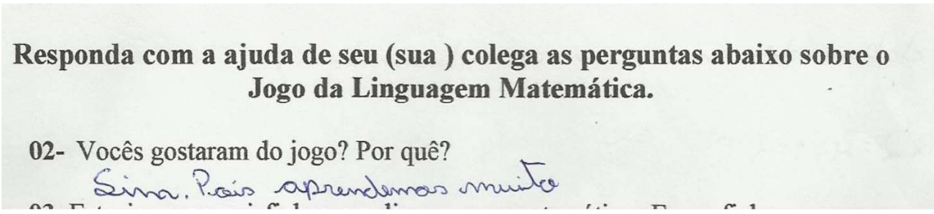
Figura 93 - resolução das equações – fichas amarelas – trio 16, 19 e 26- 3º etapa – jogo da linguagem matemática

Para resolver a ficha 2 o modelo da balança foi útil. Além disso, não apareciam na equação números negativos e esse trio resolveu a equação através das operações inversas. Contudo para as fichas 17 e 10 os alunos tiveram dificuldades em interpretar com o modelo da balança e em ambos os casos recorreram à tentativas para encontrar o valor desconhecido. Acreditamos que os alunos percebiam sempre uma equação como o início de alguma pesagem na balança e não entendiam que a equação poderia representar uma alteração realizada em uma balança. Diante disso optamos por discutir em sala, com toda a turma, essas situações e retomar a discussão sobre como manter o equilíbrio da balança realizando operações inversas antes de encerrar a tarefa.

Não fizemos observações nas folhas de respostas dos alunos para a 2ª e 3ª etapa da atividade jogo da linguagem matemática, pois queríamos investigar nessas etapas se os alunos encontrariam seus próprios erros refletindo sozinhos sobre a tarefa. Nossas observações foram feitas por escrito apenas para o primeiro dia da atividade, quando os alunos responderam um relatório com perguntas acerca do jogo. Fizemos alguns novos questionamentos após a leitura das respostas dos alunos, que responderam novamente no 2º dia da atividade. Vejamos as respostas para as perguntas do questionário e algumas intervenções:

2– Vocês gostaram do jogo? Por quê?

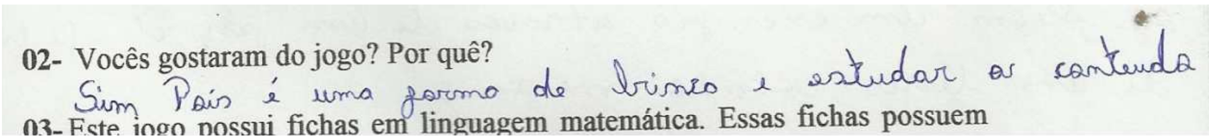
Todas as duplas e trios de alunos responderam que sim.


Responda com a ajuda de seu (sua) colega as perguntas abaixo sobre o Jogo da Linguagem Matemática.

02- Vocês gostaram do jogo? Por quê?

Sim. Pois aprendemos muito

Figura 94 - resposta do trio 16 , 19 e 26 – 1ª etapa – 2ª questão – Relatório- jogo da linguagem matemática


02- Vocês gostaram do jogo? Por quê?

Sim Pois é uma formo de brinca e estudar os conteuda

03- Este jogo possui fichas em linguagem matemática. Essas fichas possuem

Figura 95 - resposta da dupla 9 e 11 – 1ª etapa – 2ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Os alunos se envolveram bastante com a atividade e participaram ativamente. Foi notório que os mesmos ficaram motivados desde o início.

3– Esse Jogo possui fichas em linguagem matemática. Essas fichas possuem expressões ou equações? Por quê?

Apenas 5 das 12 duplas e trios responderam que eram equações. Quatro dessas duplas justificaram que eram equações pois eram sentenças de igualdade ou porque possuíam sinal de igualdade e um trio não justificou. Diante disso, no início do 2º dia para essa tarefa relembramos com os alunos as diferenças entre expressões e sentenças, conceituando equação como sentença de igualdade.

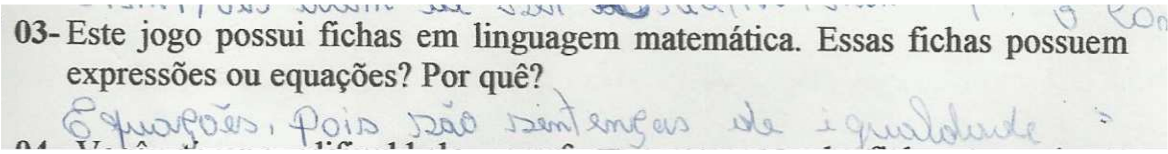

03- Este jogo possui fichas em linguagem matemática. Essas fichas possuem expressões ou equações? Por quê?
Equações, pois são sentenças de igualdade

Figura 96 - resposta da dupla 25 e 12 – 1ª etapa – 3ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

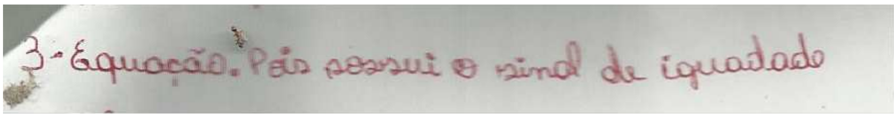

3-Equação. Pois possui o sinal de iguadade

Figura 97- resposta da dupla 23 e 24 – 1ª etapa– 3ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

4– Vocês tiveram dificuldades em formar os pares de fichas amarelas e pretas? Qual foi a maior dessas dificuldades?

Apenas 3 das duplas e trios admitiram ter tido dificuldades. Vejamos:

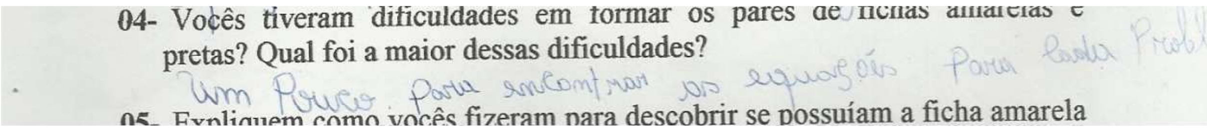

04- Vocês tiveram dificuldades em formar os pares de fichas amarelas e pretas? Qual foi a maior dessas dificuldades?
Um pouco. Para encontrar as equações para cada Probl
05- Expliquem como vocês fizeram para descobrir se possuíam a ficha amarela

Figura 98 - resposta da dupla 25 e 12 – 1ª etapa– 4ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

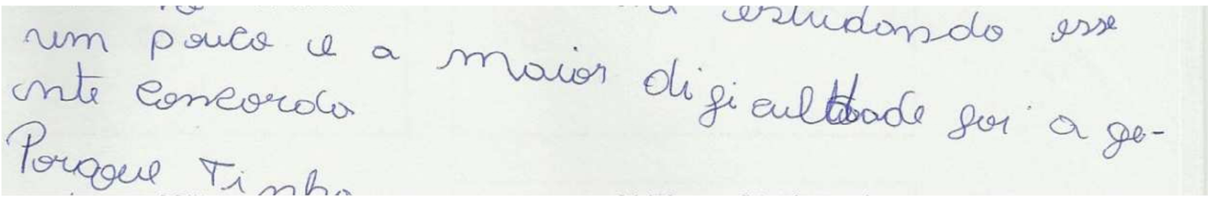
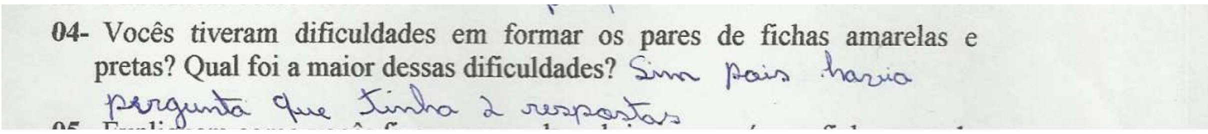

estudando esse
um pouco e a maior dificuldade foi a ge-
nte concorda
Porque Tinha

Figura 99 - resposta da dupla 14 e 21 – 1ª etapa– 4ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

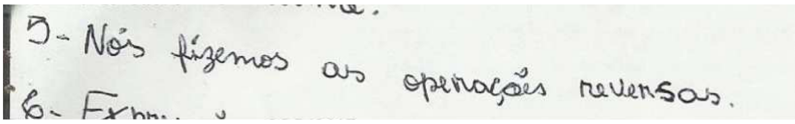


04- Vocês tiveram dificuldades em formar os pares de fichas amarelas e pretas? Qual foi a maior dessas dificuldades? Sim pois havia pergunta que tinha 2 respostas

Figura 100 - resposta do trio 16, 19 e 26 – 1ª etapa – 4 ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

5– Expliquem como vocês fizeram para descobrir se possuíam a ficha amarela para cada ficha preta.

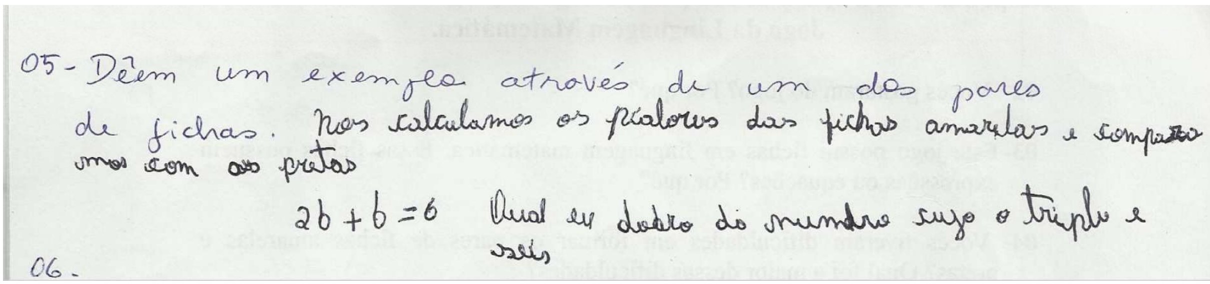
No primeiro dia da tarefa não demos dicas para os alunos de como eles iriam encontrar as fichas correspondentes. Queríamos investigar quais as estratégias usadas pelas duplas e trios para posteriormente, na sequência da atividade, discutir esses métodos com a turma. Vejamos as respostas de algumas duplas e trios de alunos:



5- Nós fizemos as operações reversas.

Figura 101- resposta da dupla 5 e 7 – 1ª etapa –5ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

A resposta parece indicar que os alunos entenderam a pergunta como: “Como vocês resolveram as equações?”. Após um novo questionamento os alunos explicaram melhor como haviam realizado a tarefa:



05- Dêem um exemplo através de um dos pares de fichas. Nos calculamos os valores das fichas amarelas e comparamos com as pretas

$2b + b = 6$ Qual eu dobro do numero sujo o triplo e seis

06-

Figura 102- resposta da dupla 5 e 7 – 1ª etapa– 5ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Esses alunos demonstram compreender que para que as fichas formassem um par as duas teriam que ter uma mesma solução, bem como serem a tradução uma da outra.

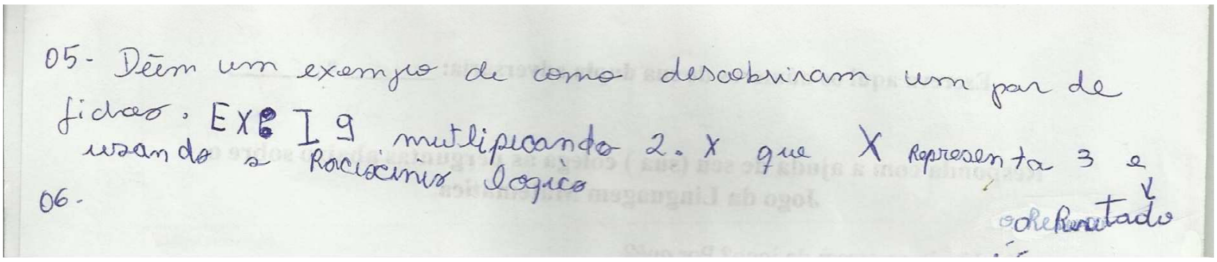

05- Dêem um exemplo de como descobriram um par de fichas. EX: I 9 mutlipicando 2. X que X Representa 3 e usando o Raciocinio logico o Resultado
06-

Figura 103 - resposta da dupla 20 e 10 – 1ª etapa – 5ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

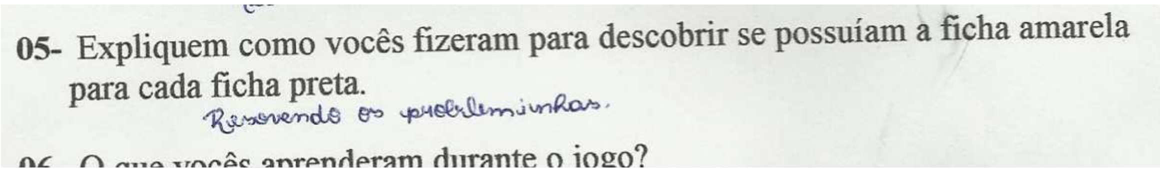

05- Expliquem como vocês fizeram para descobrir se possuíam a ficha amarela para cada ficha preta.
Resolvendo os probleminhas.
06- O que vocês aprenderam durante o jogo?

Figura 104 - resposta da dupla 4 e 22 – 1ª etapa – 5ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

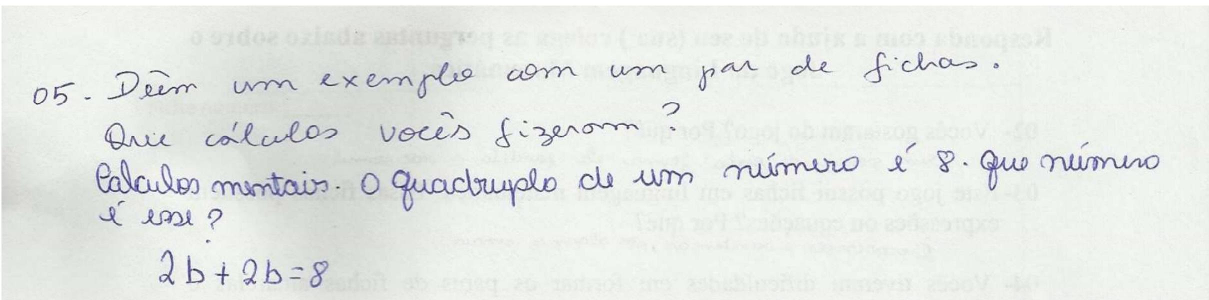

05- Dêem um exemplo com um par de fichas.
Que cálculos vocês fizeram?
Calculos mentais. O Quadruplo de um número é 8. Que número é esse?
$2b + 2b = 8$

Figura 105 - resposta da dupla 4 e 22 – 1ª etapa – 5ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

6– O que vocês aprenderam durante o jogo?

Algumas respostas indicam a aprendizagem de atitudes. Vejamos:

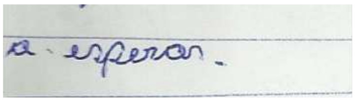

a esperar.

Figura 106- resposta da dupla 10 e 20 – 1ª etapa – 6ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Outros alunos destacaram aspectos cognitivos:

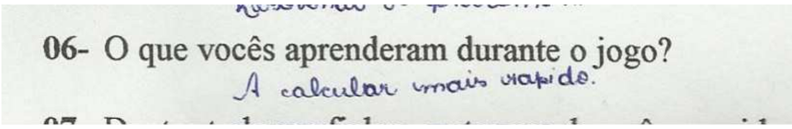

06- O que vocês aprenderam durante o jogo?
A calcular mais rapido.

Figura 107- resposta da dupla 4 e 22 – 1ª etapa– 6ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

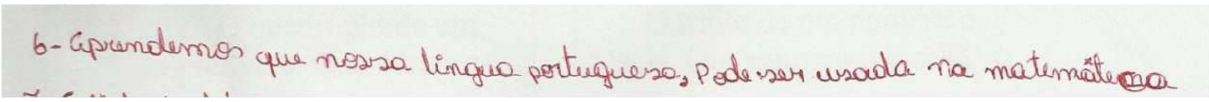

6- Aprendemos que nossa lingua portuguesa, Pode ser usada na matemática

Figura 108 - resposta da dupla 23 e 24 – 1ª etapa – 6ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

7– Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais difícil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

Quadro 28- respostas dos alunos para a 7º questão - Relatório – 1ª etapa jogo da linguagem matemática

FICHA	Nº duplas/trios	FICHA	Nº duplas/trios
A	1	K	
B		L	2
C		M	
D		N	1
E	1	O	
F		P	
G	2	Q	
H		R	
I		nenhuma	2
J	2		

Algumas dessas fichas assinaladas pelos alunos possuem problemas que não podem ser traduzidos de forma direta para a linguagem matemática e que precisam ser melhor interpretados. Além disso, percebemos que o aparecimento de operações de divisões e de números negativos também são características desses problemas apontados pelos alunos no quadro acima. Uma das duplas deu a seguinte resposta**:**

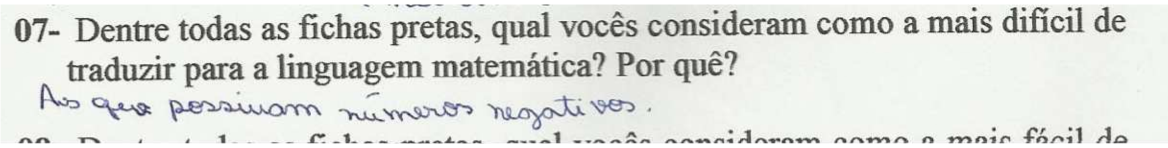

07- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais difícil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?
Os que possuem números negativos.

Figura 109- resposta da dupla 1 e 18 – 1º etapa – 7ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

8– Dentre todas as fichas pretas quais vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

Quadro 29- respostas dos alunos para a 8º questão - Relatório – 1ª etapa jogo da linguagem matemática

FICHA	Nº duplas/trios	FICHA	Nº duplas/trios
A	2	K	
B		L	
C	1	M	
D	1	N	
E		O	
F		P	1
G	1	Q	
H		R	
I	2	nenhuma	4
J			

A maioria dos alunos destacou aqui problemas que são traduzidos facilmente para a linguagem matemática, resultado encontrado por diversos outros autores em pesquisas e já esperado por nós. Vejamos algumas justificativas que confirmam nossa conclusão:

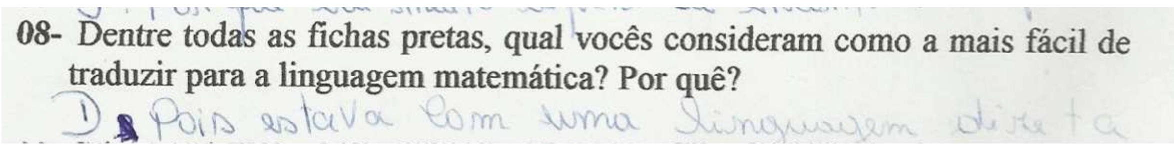
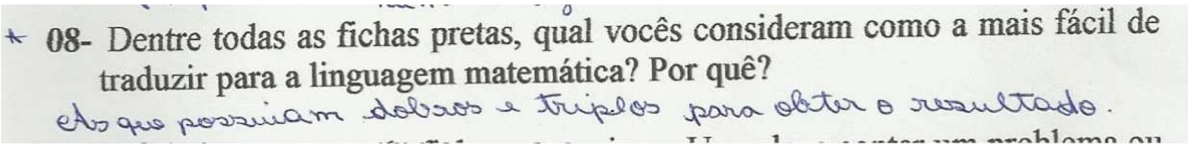
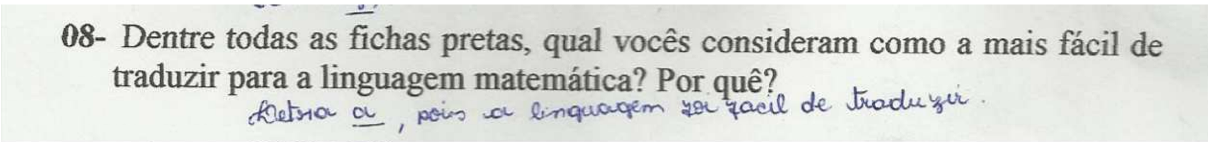

08- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?
1) Pois estava com uma linguagem direta

Figura 110 - resposta da dupla 25 e 12 – 1º etapa – 8ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática


08- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

As que possuíam dobros e triplos para obter o resultado.

Figura 111- resposta do trio 1, 18 e 27 – 1º etapa – 8ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

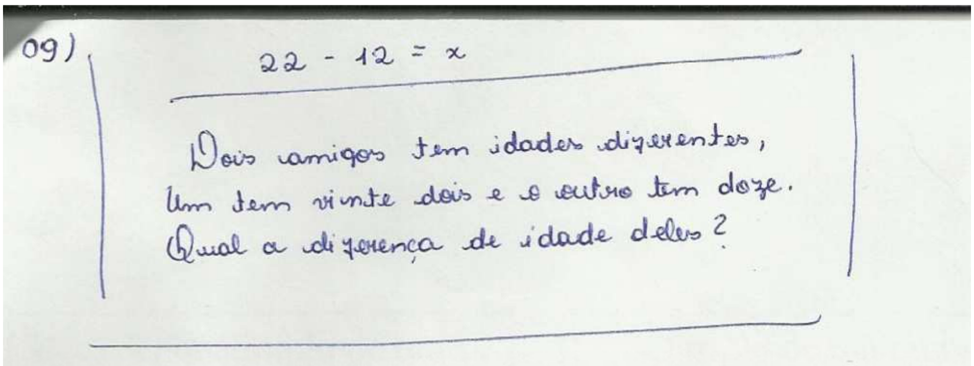

08- Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

Letra a, pois a linguagem foi fácil de traduzir.

Figura 112- resposta da dupla 4 e 22 – 1º etapa – 8ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

9– Criem mais um par de fichas para o jogo. Uma deve conter um problema ou pergunta e a outra a respectiva tradução para a linguagem matemática.

Vejamos alguns pares de fichas criados pelos alunos:


09) $22 - 12 = x$

Dois amigos tem idades diferentes, Um tem vinte dois e o outro tem doze. Qual a diferença de idade deles?

Figura 113- resposta da dupla 4 e 22 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

É interessante notar que a dupla acima ainda parece apresentar a ideia de que o 2º membro da equação é o resultado de um cálculo feito no primeiro – primeira ideia para o sinal de igualdade visto nos primeiros anos do ensino fundamental. Contudo o problema foi bem formulado e a equação está perfeita.

Vejamos uma outra dupla:

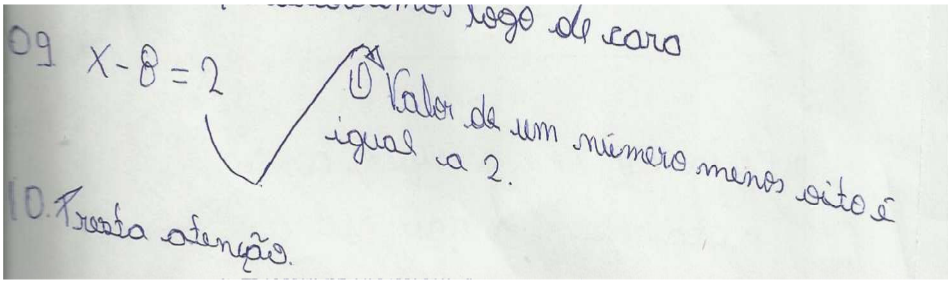


Figura 114- resposta da dupla 8 e 13 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Apesar da equação acima ser uma tradução direta do problema, consideramos que essa dupla apresentou uma equação mais complexa, tendo em vista que a incógnita não é o resultado de um cálculo como no problema apresentado pela dupla anterior.

Alguns alunos criaram problemas muito similares aos encontrados nas fichas do jogo:

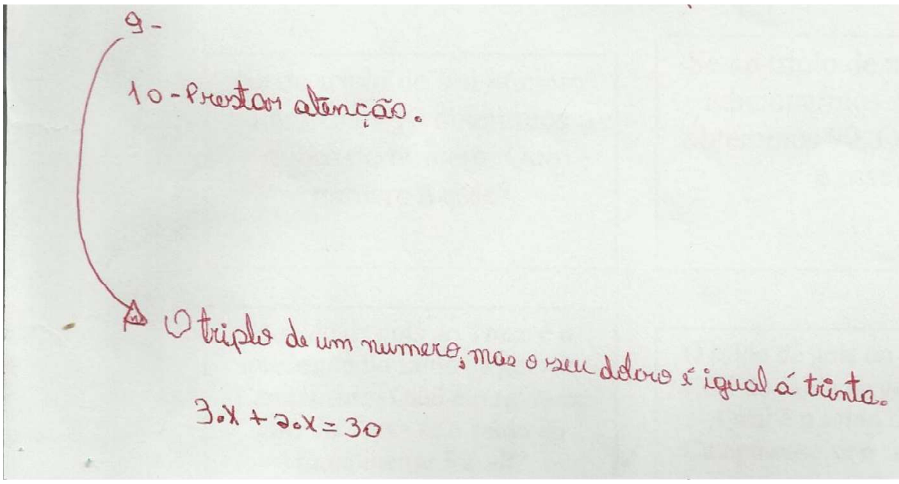


Figura 115- resposta da dupla 23 e 24 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Apesar das diferenças apresentadas entre as duplas acima, todas tiveram um desempenho que pode ser classificado como excelente, pois conseguiram formular o problema e a equação correspondente para o mesmo.

Vejamos alguns casos de desempenhos que poderiam ser classificados como proficientes, incompletos e insuficientes, em uma escala de rubricas como as apresentadas na 1º atividade dessa sequência e algumas análises acerca das dificuldades e avanços de algumas duplas:

Proficiente:

A seguinte dupla atribuiu valor para a incógnita do problema que criaram, contudo a sentença criada é verdadeira.

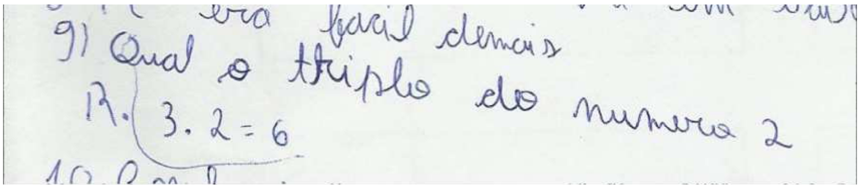

9) Qual o triplo do numero 2
R. 3.2 = 6

Figura 116 - resposta da dupla 2 e 6 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Os alunos poderiam ter utilizado uma letra pra representar a incógnita do problema (o triplo do número dois) e a equação seria: 3.2= x

O trio de alunos abaixo escreveu uma equação indeterminada. Contudo não conseguiram elaborar um problema para a mesma.

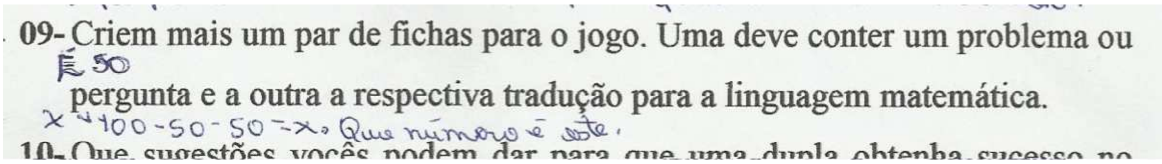

09- Criem mais um par de fichas para o jogo. Uma deve conter um problema ou pergunta e a outra a respectiva tradução para a linguagem matemática.
É 50
x + 100 - 50 - 50 = x. Que número é este.

Figura 117 - resposta do trio 1 , 18 e 27 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Incompleto:

No caso abaixo os alunos escreveram uma sentença falsa, além de atribuírem valor para a incógnita do problema poderíamos classificar esse desempenho como incompleto.

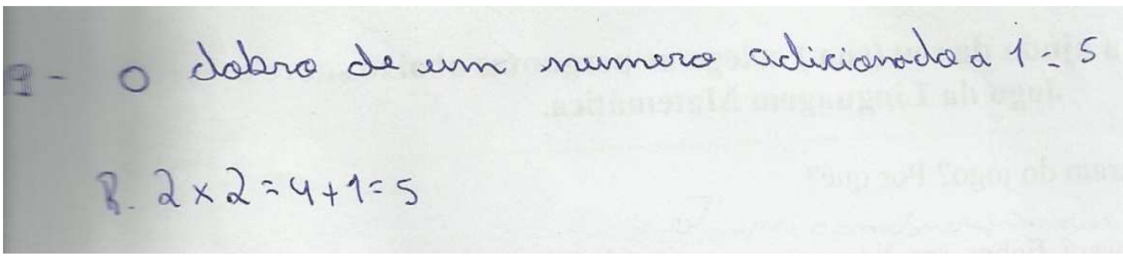
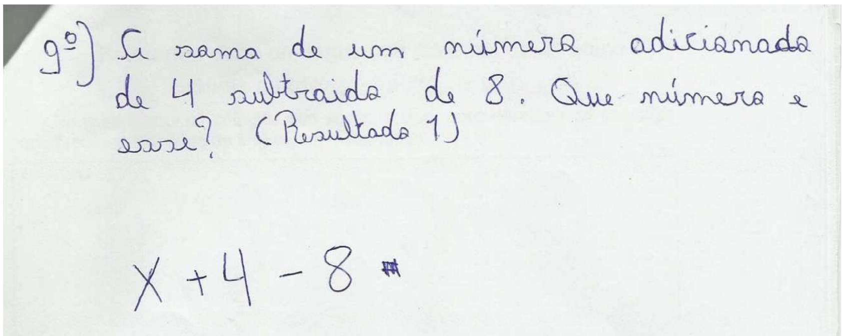

9- O dobro de um numero adicionado a 1 = 5
R. 2x2=4+1=5

Figura 118 - resposta do trio 16, 19 e 26 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

A equação para esse problema deveria ser: $2x + 1 = 5$. Os alunos acima demonstram entender o sinal de igualdade como indicador de resultado de algum cálculo. Vemos que no segundo membro da sentença os alunos adicionaram 1 ao resultado do dobro da incógnita do problema (dois).

Insuficiente

No caso abaixo os alunos escreveram uma expressão e não uma equação.


9º) A soma de um número adicionado de 4 subtraido de 8. Que número e esse? (Resultado 1)

$X + 4 - 8$

Figura 119 - resposta da dupla 9 e 11 – 1º etapa – 9ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

10– Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo?

Quando elaboramos essa questão tínhamos o intuito de investigar as estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar os pares de fichas do jogo e fazê-los refletir sobre seu aprendizado. Contudo os alunos destacaram aspectos mais gerais, não relacionados às estratégias utilizadas. Mais uma vez percebemos que não havíamos sido claros na escrita com relação ao que os alunos deveriam responder. Vejamos algumas respostas**:**

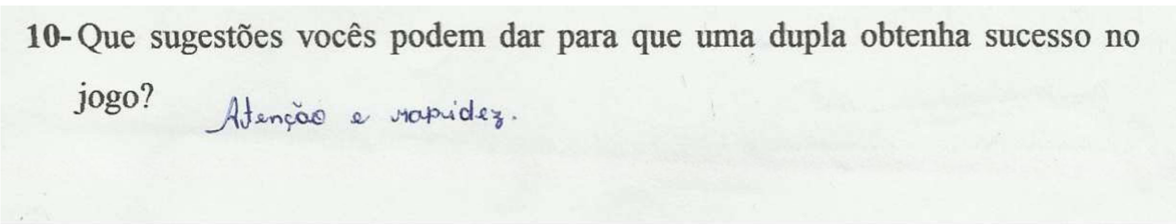

10- Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo? Atenção e rapidez.

Figura 120- resposta da dupla 4 e 22 – 1º etapa – 10ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

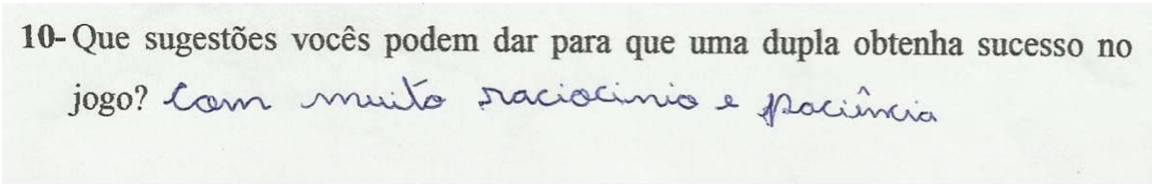

10- Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo? Com muito raciocinio e paciência

Figura 121 - resposta do trio 16, 19 e 26 – 1º etapa – 10ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

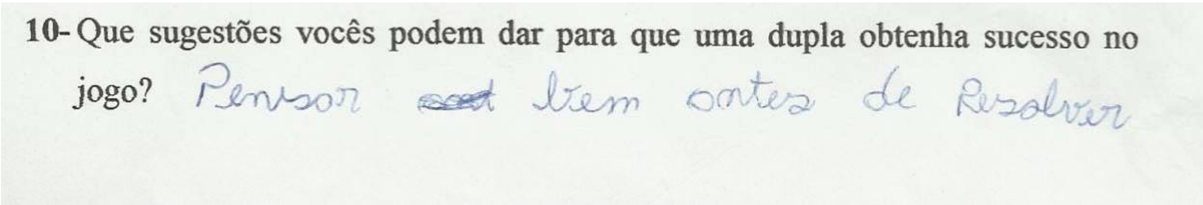

10- Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo? Pensar bem antes de Resolver

Figura 122- resposta da dupla 25 e 12 – 1º etapa – 10ª questão – Relatório - jogo da linguagem matemática

Ao final da 2ª atividade – jogo da linguagem matemática, podemos destacar os seguintes pontos em relação às contribuições da produção escrita para a avaliação da aprendizagem:

Aprendizagem de conceitos:

- Os alunos apresentaram maior dificuldade em compreender e modelar as equações para os problemas que não permitiam uma tradução direta (como aqueles que apresentam palavras como dobro, triplo etc). Resultado encontrado também por Coura (2008). Acreditamos que esse resultado possa ser explicado, em parte, pela dificuldade de interpretação de leitura desses alunos e de tradução para a linguagem matemática.
- Alguns alunos ainda não compreendiam as diferenças entre equação e expressão algébrica.

Aprendizagem de procedimentos:

- Boa parte dos alunos recorreu ao modelo da balança de dois pratos para modelar as equações dos problemas. Contudo os alunos tiveram dificuldade em modelar equações com subtrações ou divisões em um dos lados da balança. Como já havíamos identificado na nossa avaliação diagnóstica, essas duas operações são as aquelas que mais os alunos apresentam insegurança em efetuar. Uma das razões pode ser o fato de necessitarem de um raciocínio inverso, tendo em vista que estas são operações inversas da adição e da multiplicação. Foi interessante notar que ao relatar por escrito em língua materna o raciocínio para a resolução de um problema os alunos recorriam muitas vezes às operações inversas, por outro lado, quando deveriam utilizar essas operações para resolver as equações correspondentes aos mesmos problemas, usando a linguagem matemática, os alunos se sentiam inseguros e terminavam recorrendo a tentativas para encontrar o valor desconhecido da equação. Percebemos que essa dificuldade é natural, tendo em vista que os alunos nesta fase apresentam um domínio muito maior da língua materna, já conhecida, do que do formalismo algébrico.

- Aspectos atitudinais

A atividade nos permitiu avaliar, dentre outros aspectos já citados na primeira atividade, por exemplo, como os alunos produziam suas respostas: de maneira criativa ou buscavam repetir exemplos que mostrávamos no quadro? Isto pôde ser verificado quando pedimos que os alunos elaborassem novas fichas para o jogo. Alguns alunos apenas repetiram fichas já existentes alterando apenas seus valores. Um outro aspecto que analisamos foi a participação dos alunos e o seu envolvimento durante a primeira etapa. Realizamos essa atividade em um outro espaço, fora da sala de aula, na quadra de esportes. Alguns alunos permaneceram com uma postura de sala de aula, outros passaram a agir de forma inadequada, atrapalhando os colegas e não demonstrando interesse em participar. Além disso, para responder as perguntas do relatório alguns alunos escreveram apenas sim ou não, sem se preocupar em argumentar e elaborar justificativas. Diante disso, solicitamos que esses alunos retomassem as questões no dia seguinte da tarefa para que pudessem justificar suas respostas.

Aspectos metacognitivos:

- As nossas expectativas com relação a este aspecto não foram atendidas completamente nessa atividade. Apenas a minoria dos alunos identificou os erros na formação de duplas de fichas para o jogo da linguagem matemática e os corrigiram. Acreditamos que entre os alunos ainda prevalece a ideia de que as atividades avaliativas têm como objetivo a atribuição de notas, o que pode ter influenciado os alunos a não apontarem seus erros formalmente na tabela, com receio de serem prejudicados quando da atribuição de suas notas. Por outro lado, percebemos, sobretudo ao ler as respostas dos alunos para o relatório sobre o jogo, que as dificuldades e dúvidas dos alunos percebidas por nós também foram percebidas por eles. Portanto, os alunos estavam conscientes de suas próprias dificuldades. Este resultado é bastante positivo pois percebemos que estávamos trilhando um bom caminho na busca de avaliar a aprendizagem desses alunos e que as atividades estavam sendo úteis para a comunicação e para a auto-regulação.
- No início da 1ª atividade (balança de Manoel), quando solicitamos que os alunos retomassem a tarefa e verificassem o que tinham feito na aula anterior, notamos um descontentamento. Alguns estranharam o fato da tarefa não estar corrigida, com os erros apontados, e reclamavam. Contudo, na 2ª atividade (jogo da linguagem matemática) percebemos que os alunos

já estavam agindo com mais naturalidade diante dessa prática e revendo seus trabalhos mesmo sem serem solicitados através de nossas observações. Percebemos que a partir do avanço das tarefas os alunos se tornavam mais críticos, autônomos e reflexivos. Este resultado também foi encontrado por Mondoni e Lopes (2009).

- A leitura e releitura das tarefas dos alunos e os apontamentos feitos por nós na busca de compreender as dúvidas e os significados de suas respostas nos fizeram refletir sobre como estávamos nos comunicando com esses alunos, tanto oralmente como por escrito. Percebemos como a forma de planejar uma tarefa ou como esta está escrita pode gerar dificuldades de aprendizagem para os discentes e identificamos algumas falhas na maneira como formulamos algumas questões para nossa sequência de atividades. Percebemos também que estávamos nos aproximando mais de cada um dos nossos alunos individualmente, e que antes nos comunicávamos efetivamente apenas com alguns deles.

4.2.3 Montar uma equação

A 3ª atividade da sequência didática foi a resolução em grupo (trios) do seguinte problema - adaptado de COURA (2008, p.161):

Roberto estava pesquisando um assunto de História numa enciclopédia. No outro dia não lembrava mais o número da página, mas lembrava que a soma dos números da página que ele estava lendo mais as duas páginas seguintes era 612. Qual o número da página que Roberto estava lendo no dia anterior?

Figura 123 – alunos resolvendo em grupo o problema da 3ª atividade

Após 10 minutos da aula percebemos que os alunos não avançavam na atividade e depois de conversar com alguns trios de alunos identificamos que eles não haviam interpretado corretamente o problema. Foi necessário discutir o problema em conjunto com a turma para que todos o entendessem. A partir do seguinte diálogo os alunos avançaram na resolução da tarefa. Vejamos:

Professora: "- Tentem lembrar das expressões que a gente estudou antes das equações que também tinham linguagem matemática. Ou seja que a gente traduzia do português para a matemática, o dobro de x lembram? O triplo é ... x menos 1... x – 1 é o quê em português? Vamos dar um exemplo."

Aluno – " é um número qualquer""

Professora – "é um número qualquer é o quê?

Aluno – "menos um"

Professora- "ok. Vamos tentar lembrar outra coisa que pode ajudar. Vamos tentar lembrar do jogo da linguagem matemática. Quando a gente tinha lá um problema e uma equação para descobrir se era um par ou não, se formava par, se aquela equação era para aquele problema o que a gente fazia? Tudo isso vai ajudar a resolver esse problema que vocês têm aí. Certo? Agora, é preciso ler direitinho. A gente tem que descobrir, ler, refletir o problema. Vamos pensar assim: Quantas páginas estão envolvidas nesse problema?

Alunos: "Três. Três páginas".

Aluno: "duas"

Professora: "Duas ou três?"

Alunos: "duas... três"

Aluno: "sim duas páginas seguintes"

Professora: "Então tem a página que ele estava lendo que ele não lembra o número."

Aluno: "E as duas seguintes."

Professora: "E o que ele vai fazer com essas páginas?"

Aluno: "Somou"

Professora: "No problema está bem claro que ele somou. Mas ele não somou duas páginas não. Porque tem a página que ele está lendo."

Aluna : "E as duas seguintes"

Professora: "É e as duas seguintes. Vamos lá de novo todo mundo está ciente que são três páginas? Agora ele quer descobrir qual?"

Aluna: "A página que ele estava lendo."

Ptofessora: "Todo mundo entendeu que são três? Sim ou não?"

Alunos:"Sim!

Aluno: "Sim são três professora."

Professora: “Sim são três páginas envolvidas no problema, mas só uma ele quer descobrir, qual é?”

Aluna: “A que ele estava lendo.”

Professora: “E a que ele estava lendo é a primeira a segunda ou a terceira?”

Aluna: “Primeira”

Aluna: “ Segunda”

Professora: “ Olha, ele estava lendo uma página e no outro dia ele não lembrava, mas lembrava que a soma dela com as duas seguintes....!”

Aluna: “ Então ela é a primeira.”

Aluno : “Era a primeira que ele estava lendo”

Profesora: “Então a página que ele estava lendo na sequência das três páginas era a primeira a segunda ou a terceira?”

Alunos: “A primeira”.

Percebemos que no diálogo acima transcrito, fazemos uma negociação de significados, tendo em vista que desenvolvemos um processo de comunicação, promovendo uma interação entre os alunos, o confronto de ideias. Ao dialogar com os alunos buscávamos investigar se os mesmos estavam compreendendo o problema, dando a eles a oportunidade de expressarem suas ideias, de contribuírem. Durante o dialogo percebemos que os alunos ainda não estavam seguros na interpretação do problema e a razão dessa dificuldade poderia ser alguma palavra mal compreendida em seu enunciado. Apesar de alguns alunos afirmarem com segurança que a página procurada era a primeira, a expressão facial de outros e a sua insegurança em emitir uma opinião nos dava indícios de que os mesmos ainda não haviam compreendido o problema. Vejamos a continuidade dessa conversa:

Aluno: “Se fosse a anterior era a terceira.”

Ptofessora: “Ele falou anterior no problema?”

Alunos : “Não”

Aluno: “É segunda professora”.

Professora: “Não confundam segunda com seguinte. Pode ser que vocês estejam confundindo isso. É isso que vocês estão confundindo?”

Alunos: “Não”

Professora: “Seguinte é a mesma coisa que consecutivo”.

Aluno : “O que vem depois?”

Professora: “Isso. O que vem depois. Quando a gente diz assim: o dia seguinte é o quê? É o dia que vem antes ou que vem depois?”

Alunos: “Depois”

Professora: “Então vamos pensar assim: se ele está lendo uma página e a soma dessa página com as duas seguintes... seguintes são as que vem depois ou antes?”

Alunos: “Depois”

Professora: “Então quer dizer que a que ele estava lendo era a primeira dessas três. Não quer dizer que é a primeira do livro. Vocês acham que é a primeira do livro?”

Alunos: “Não.”

Aluno: “Não. Como é que vai dar 612?”

Professora: “Se fosse a primeira do livro e a primeira fosse 1, quanto dava a soma das três?”

Aluno: “É .. dava seis.”

Professora: “Dava seis: como? Por quê? Explica”

Aluno: “1, 2, 3...”

Ptofessora: “Por que 1 mais 2 mais 3... Então tem como essa página ser a página 1?”

Alunos: “Não”.

Ptofessora: “Mas são três consecutivas, certo? São páginas avançadas. Agora vamos pensar o que acontece com um número que vem após o outro? A gente já estudou isso em expressões.”

Aluno: “Antecessor”

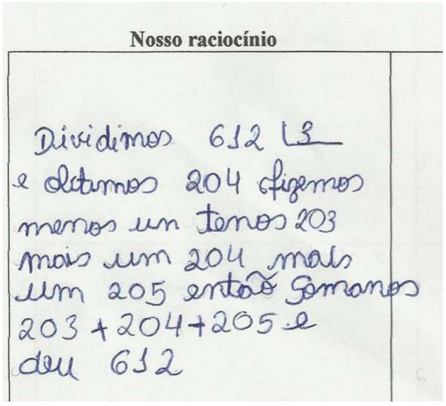
Ptofessora: “Ou quando um vem antes do outro?”

Aluno: “Sucessor e antecessor.”

Porfessora: “Vamos pensar. Porque tudo que a gente está estudando sempre tem relação com alguma coisa que a gente já estudou. Não é assim que a agente aprende matemática e tudo na vida? Ok gente, ajudou? Está mais claro agora?”

A turma continuou a tarefa e fomos acompanhando cada dupla, intervindo quando necessário.No início da aula explicamos para os alunos que eles deveriam traduzir para a linguagem algébrica o problema, estabelecendo uma letra para representar o valor desconhecido, modelando uma equação no lado direito da folha. Além disso, explicar com suas palavras como raciocinaram para resolver o mesmo do lado esquerdo. Dedicamos dois dias para essa atividade e os alunos puderam retomar a tarefa no segundo dia lendo as nossas observações no verso da folha. Acreditamos que por esse problema não permitir uma tradução direta para a linguagem matemática, apresentou um maior grau de dificuldade para modelagem da equação e os alunos optaram incialmente por utilizar outros métodos. Contudo foram estimulados a elaborar a equação para o problema, mesmo depois de, em alguns casos, já terem descoberto o valor da incógnita.

Uma das estratégias utilizadas pelos trios no início da tarefa foi tentativa e erro. Os alunos começaram testando valores possíveis para a página do livro - somaram essas páginas e conferiam se o resultado era 612. Outra estratégia utilizada por alguns alunos foi dividir 612 por 3 para deduzir uma das páginas da sequência. Mas em alguns casos os alunos ainda ficaram confusos: o resultado dessa divisão era a página que Roberto estava lendo? O resultado da divisão era a primeira, a segunda ou a terceira página? Para ter certeza alguns alunos fizeram tentativas para descobrir a sequência de páginas corretas antes de encontrar e resolver a equação. Vejamos como alguns trios de alunos resolveram o problema antes de elaborar a equação para o mesmo:


Nosso raciocínio

Dividimos 612 | 3
e obtemos 204 fizemos
menos um temos 203
mais um 204 mais
um 205 então somamos
203 + 204 + 205 e
deu 612

Figura 124 - resposta do trio 3, 13 e 15- 3ª atividade- montar uma equação – coluna esquerda

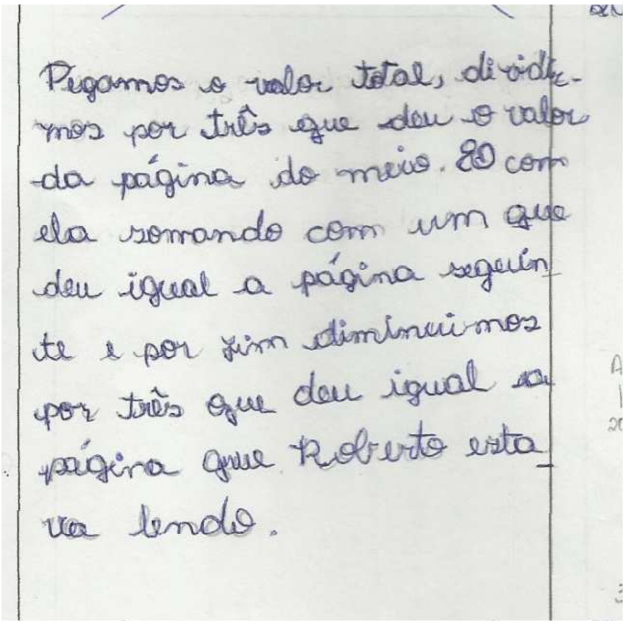
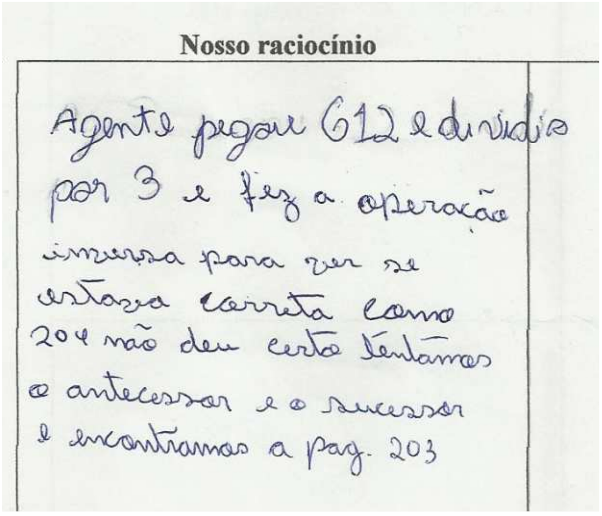

Pegamos o valor total, dividi-
mos por três que deu o valor
da página do meio. 80 com
ela somando com um que
deu igual a página seguin-
te e por fim diminuimos
por três que deu igual a
página que Roberto esta-
va lendo.

Figura 125 - resposta do trio 1, 22 e 23- 3ª atividade- montar uma equação - coluna esquerda


Nosso raciocínio

Agente pegou 612 e dividio por 3 e fez a operação inversa para ver se estava correta como 204 não deu certo tentamos o antecessor e o sucessor e encontramos a pag. 203

Figura 126 - resposta do trio 26, 16 e 12- 3ª atividade- montar uma equação - coluna esquerda

A estratégia acima foi a mais utilizada entre os trios (antes de formular a equação). Entretanto ao analisar como os alunos modelaram as equações identificamos algumas dificuldades particulares de cada trio de alunos que foram, em sua maioria, superadas após alguns questionamentos no verso das folhas e durante as aulas. Vejamos:

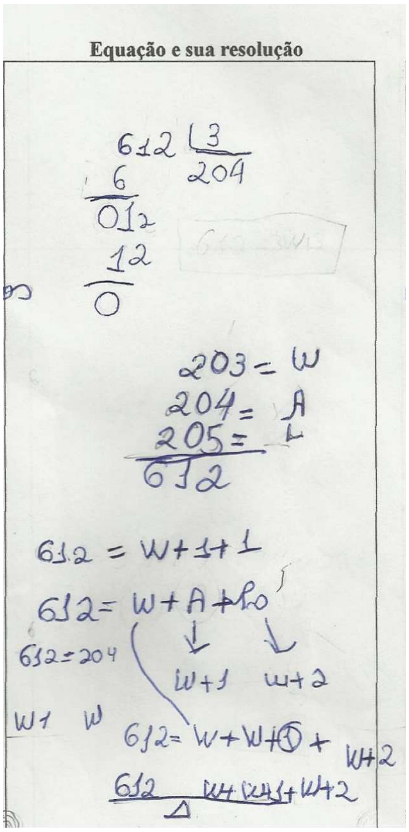


Figura 127 - resposta do trio 3, 13 e 15- 3ª atividade- montar uma equação – coluna direita

Vemos acima que o primeiro trio começou a escrever a equação já conhecendo os números das páginas, pois estavam certos de que a primeira página era o número 203. Questionamos os alunos acima ainda em sala sobre o significado dos números “1” que eles colocaram na equação e os mesmos explicaram que a segunda página era a primeira mais um e que a terceira era a segunda mais um. Orientamos os alunos a substituírem a segunda e terceira página também por letras, mas observando o que essas páginas eram em relação à primeira (incógnita do problema). Os alunos conseguiram modelar a equação apesar de não terem concluído sua resolução para verificar se com a mesma era possível encontrar o número da página que Roberto estava lendo. Fizemos a seguinte observação para retomada da tarefa:

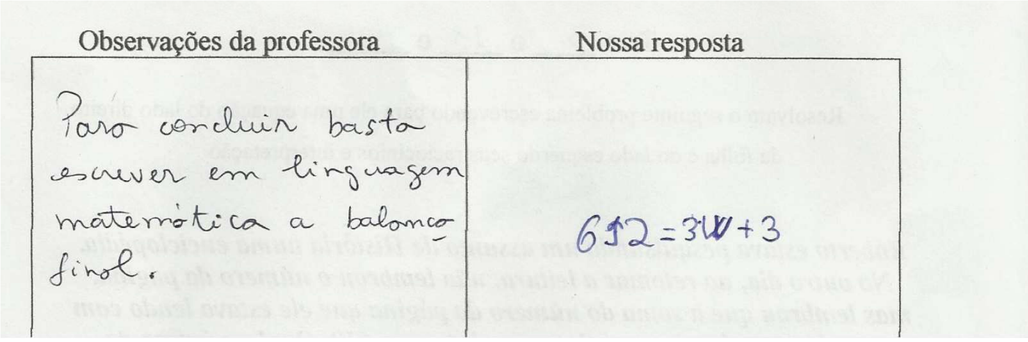


Figura 128 - resposta do trio 3, 13 e 15- 3ª atividade- montar uma equação – retomada da tarefa

Novamente os alunos apenas simplificaram a equação, mas não conferiram se com a mesma era possível encontrar a página que Roberto estava lendo. Contudo a equação está perfeita. Vejamos como o trio 1, 22 e 23 modelou sua equação:

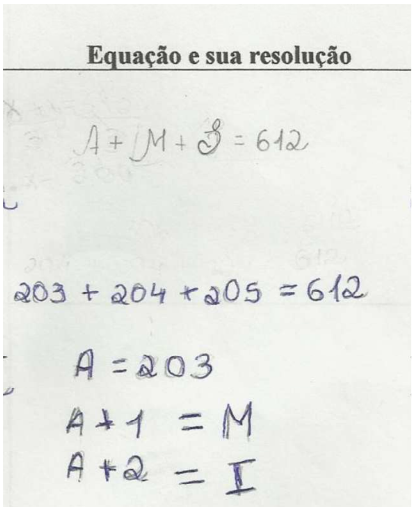


Figura 129 - resposta do trio 1, 22 e 23 3ª atividade- montar uma equação – coluna direita

Esse trio atribuiu valores para as páginas do livro na equação, apesar de terem deduzido corretamente as relações entre essas páginas nas equações abaixo da primeira. Fizemos uma intervenção orientando que os alunos substituíssem essas equações criadas por eles na primeira equação:

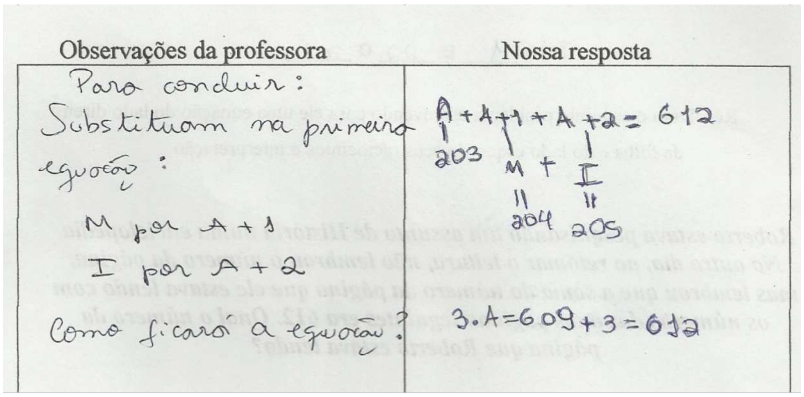


Figura 130 - resposta do trio 1, 22 e 23 3ª atividade- montar uma equação – retomada da tarefa

A equação está quase correta, exceto o fato dos alunos terem escrito que 3A = 609 + 3, pois 3 A é o triplo da primeira página que é 203. A equação correta seria: 3A + 3 = 612 .

O terceiro trio fez uma equação traduzindo o método utilizado no lado esquerdo da folha para a linguagem matemática. Grande parte dos trios fez o mesmo. Entretanto, como já haviam calculado a página que Roberto estava lendo os alunos perceberam que a equação não satisfazia o problema (encontrar a primeira página) e forçaram o resultado (ver rasura no final da equação). Fizemos uma observação a respeito disso e os alunos reconheceram que a equação era adequada para encontrar a segunda página e não a primeira. Vejamos:

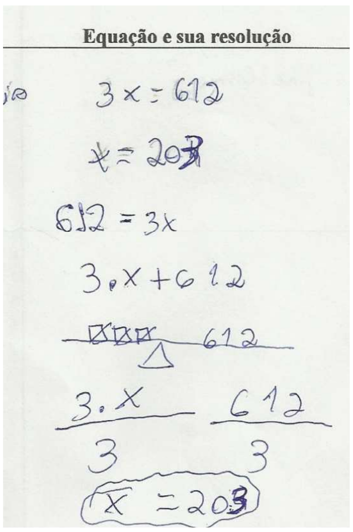
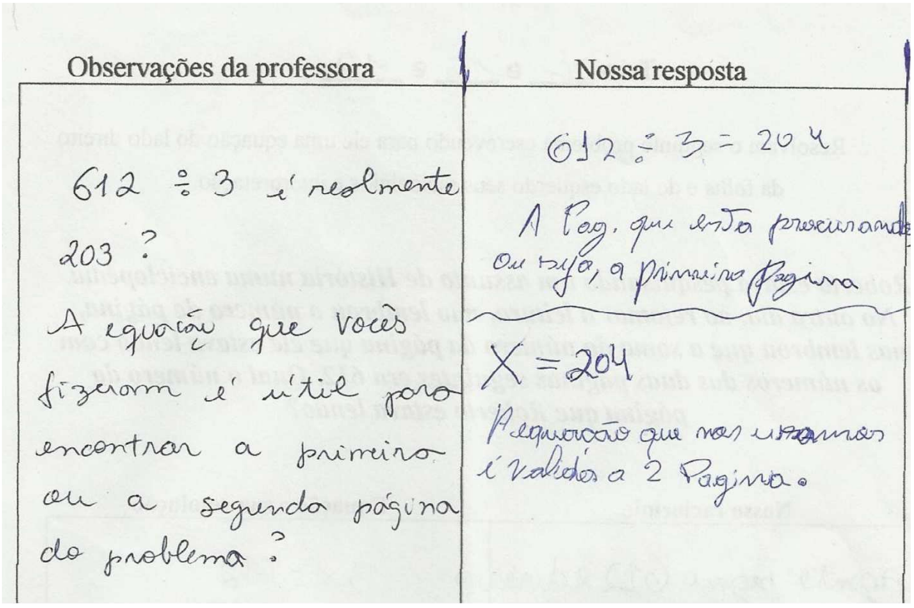


Figura 131 - resposta do trio 26, 16 e 12 - 3ª atividade- montar uma equação – coluna direita



Observações da professora	Nossa resposta
612 ÷ 3 é realmente 203 ? A equação que vocês fizeram é útil para encontrar a primeira ou a segunda página do problema ?	612 ÷ 3 = 204 A Pag. que esta procurando ou seja, a primeira página X = 204 A equação que nos usamos é valida a 2 Pagina.

Figura 132 - resposta do trio 26, 16 e 12- 3ª atividade- montar uma equação – retomada da tarefa

Vejamos as contribuições dessa tarefa para a avaliação da aprendizagem em processo:

Levando em consideração os critérios sugeridos pelos PCNs (1988, p.55) para a avaliação de atividades que envolvem resolução de problemas em Álgebra, destacamos os seguintes pontos:

1. Planejamento da resolução, originalidade nas resolução e variedade de estratégias:

- Os alunos recorreram inicialmente a estratégias aritméticas para a resolução do problema, como tentativa e erro. Contudo isto é natural, tendo em vista que esses alunos passam por um momento de transição de raciocínio aritmético e algébrico e que portanto buscam apoiar-se em estratégias já conhecidas e validadas para resolver os problemas. Uma dessas estratégias e a tentativa de encontrar valores que satisfazem o problema e esta foi utilizada por grande parte dos alunos. Outra parte dos alunos usou como estratégia inicial dividir a soma das páginas por 3, valendo-se da ideia de que encontrariam um valor médio apesar de não terem certeza inicialmente do que esse valor representaria: a primeira, segunda ou terceira das páginas citadas no problema. A produção escrita foi primordial para perceber as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos e suas dificuldades como demonstramos nos exemplos citados.

2- Capacidade de resolver problemas por meio das equações:

- Os alunos não apresentaram problemas significativos em utilizar as propriedades das igualdades para resolver as equações por eles formuladas. As operações inversas já não representaram uma dificuldade significativa para os alunos nessa tarefa. O conceito de equilíbrio também já era compreendido pelos alunos nesta fase. Os alunos também não apresentaram dificuldades em distinguir adição algébrica da adição aritmética, pois os mesmos não somaram letras e números, distinguindo-os nas equações.
- Como os alunos procuraram resolver o problema inicialmente sem recorrer a uma equação, ao modelar a mesma já possuíam um valor para a incógnita. Alguns alunos substituíram esses valores na equação em vez de atribuir uma letra ou símbolo no lugar da incógnita. Essa dificuldade quando do início da utilização de linguagem algébrica foi identificada também por diversos outros autores como Booth (1994) e Rajano (2002). Contudo, ao final da tarefa os alunos foram capazes em sua maioria, de analisar a solução do problema e verificar se a mesma satisfazia a equação formulada e vice-versa, reconhecendo por exemplo, em alguns casos, que o valor encontrado através de suas equações não resolvia o problema, pois não representavam o número da primeira página (incógnita da equação) e sim a segunda ou a terceira página da sequência. Portanto, apesar de apresentarem uma dificuldade no início da tarefa, após o diálogo com a turma e seu prosseguimento em grupo, os alunos foram capazes de identificar a incógnita do problema ao final da tarefa.
- Apesar de utilizaram inicialmente estratégias aritméticas para resolver o problema apresentado, os alunos se mostraram capazes de elaborar equações, embora nem sempre essas equações permitissem encontrar a incógnita do problema mas outros valores que de alguma forma estavam relacionados ao mesmo.

A produção escrita dos alunos e o diálogo que tivemos com a turma nos permitiu identificar suas diferentes dificuldades e intervir, principalmente com relação a modelagem da equação. Ao fim da tarefa os alunos ainda não percebiam como a formulação de uma equação pode facilitar a resolução de um problema. Acreditamos que essa dificuldade também citada por Kern (2008) foi em parte provocada pela escolha do problema para a nossa atividade. Reconhecemos que o problema apresentado é mais facilmente resolvido através das estratégias utilizadas inicialmente pelos alunos do que com a utilização de uma linguagem formal., principalmente porque os alunos ainda estão aprendendo essa linguagem e identificaram caminhos mais fáceis de resolver o problema. Contudo, consideramos o resultado dessa tarefa positivo, tendo em vista que o problema apresentava um grau de dificuldade médio para alunos que estão iniciando o estudo de equações, pois era necessário relacionar a segunda e a terceira página com a primeira. Posteriormente, com o avanço dos estudos, os alunos poderiam resolver o mesmo problema através de um sistema de equações, deduzindo 3 equações através das relações entre as três páginas. Apesar dos alunos em sua maioria não terem conseguido deduzir essas relações através de uma linguagem algébrica mostraram ser capazes de formular equações corretamente, compreendendo o conceito de equilíbrio e operando com os símbolos e números envolvidos nas mesmas. Portanto, apesar de muitas vezes os alunos não apresentarem as respostas esperadas por nós o trabalho desenvolvido pelos mesmos foi significativo, pois demonstra os seus avanços de aprendizagem e que esses alunos são capazes de desenvolver estratégias próprias para a resolução de problemas, construindo seu conhecimento.

4.2.4 Montar um problema

Nesta atividade os alunos deveriam escrever problemas para as equações dadas. Cada aluno recebeu uma folha contendo uma equação diferente de todas as outras de seus colegas. De posse da equação o passo seguinte era criar um problema, imaginar uma situação que se adequasse à essa equação e escrevê-la na segunda folha que entregamos (formulário de duas colunas). Depois disso, os alunos trocaram os problemas e tentaram resolver o problema do (da) colega. O último passo da tarefa foi trocar novamente os problemas e verificar se o (a) colega utilizou a equação que estava na primeira folha assinalando na mesma uma das seguintes opções:

(   ) meu (minha) colega utilizou a equação desta folha e conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

( ) meu (minha) colega utilizou a equação desta folha mas não conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

( ) meu (minha) colega não utilizou a equação desta folha mas conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

(   ) meu (minha) colega não entendeu o problema que eu criei;

(   ) meu (minha) colega não utilizou a equação desta folha pois o problema que eu criei não poderia ser resolvido pela mesma;

(   ) ____

____

A última alternativa estava em branco para que os alunos utilizassem caso quisessem relatar algo diferente.

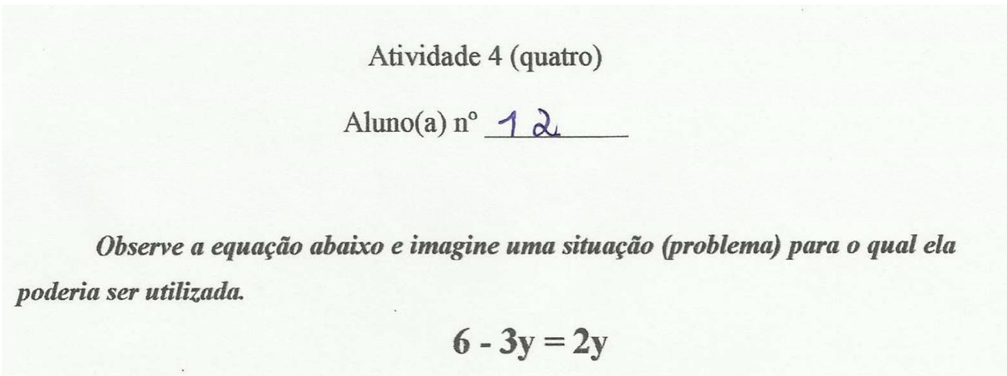
Essa atividade foi elaborada inspirada em ideias de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993, p.90). Os autores defendem que além de analisar situações-problema e elaborar equações ou expressões simbólicas para as mesmas, é importante que o aluno possa atribuir algum significado para as equações ou expressão algébrica e suas incógnitas e variáveis. Smole (2001, p. 46) sugere que os alunos formulem seus próprios problemas e que troquem os textos (problemas) produzidos com outros colegas. Segundo a autora, essa técnica permite a criação da figura de um crítico para o texto escrito, permitindo assim a troca de argumentos e justificativas entre os alunos autores e leitores.

As equações distribuídas para a turma foram distintas. Queríamos investigar se os alunos seriam capazes de transitar entre as representações em língua materna e algébrica dos problemas, além de identificar a incógnita de uma equação. Além disso, esperávamos que a partir dessa atividade que envolve leitura e escrita o alunos pudessem refletir sobre seu próprio aprendizado e encontrar possíveis erros (próprios ou do (a) colega) na resolução da equação ou na elaboração do problema como sugerem Powell e Bairral (2006).

A principal dificuldade esperada por nós antes de propor a atividade aos alunos foi a redação do problema e a interpretação do texto formulado pelo colega, tendo em vista que a escrita é um problema comum na faixa etária dos alunos selecionados para esse estudo. Para amenizar essa situação, as explicações orais dos problemas formulados foram permitidas, mas os alunos foram orientados a fazê-las apenas no final da atividade, ou seja, quando receberem dos colegas os problemas que formularam, pois a princípio queríamos analisar como os alunos iriam comunicar suas ideias através da escrita e se essa escrita poderia auxiliá-los na identificação dos próprios erros ou dificuldades; além de permitir a nossa avaliação de aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais do aprendizado dos alunos.

Vejamos algumas resoluções e as análises que os alunos fizeram da produção dos colegas:

O aluno 12 recebeu a seguinte equação:



Atividade 4 (quatro)

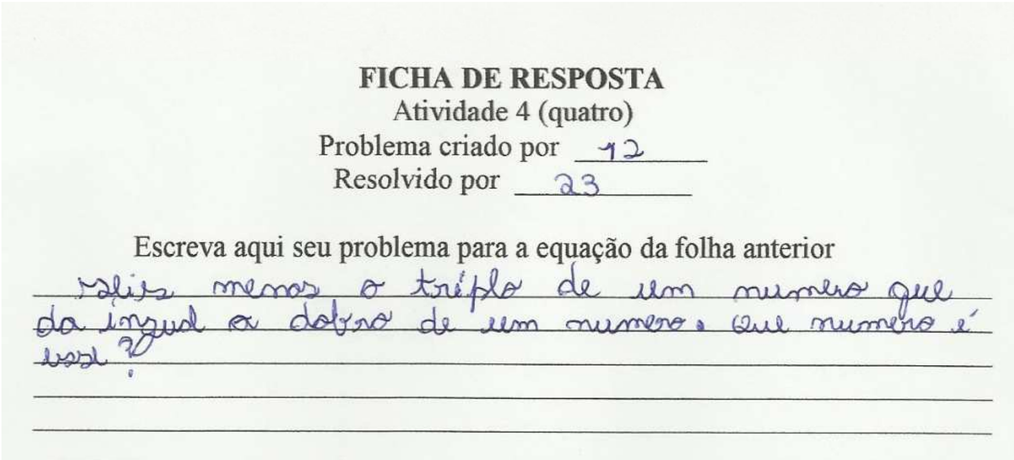
Aluno(a) nº 12

Observe a equação abaixo e imagine uma situação (problema) para o qual ela poderia ser utilizada.

$$6 - 3y = 2y$$

Figura 133 - equação recebida pelo aluno 12- 4ª atividade – Montar um problema

Vejamos o problema que esse (a) aluno (a) criou:


FICHA DE RESPOSTA
Atividade 4 (quatro)
Problema criado por 12
Resolvido por 23

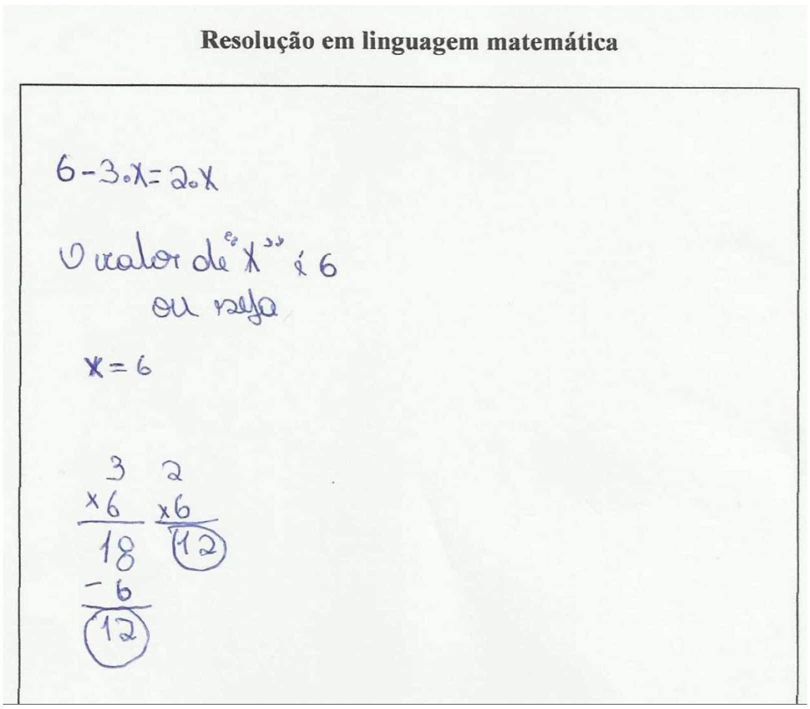
Escreva aqui seu problema para a equação da folha anterior

seis menos o tríplo de um numero que da ingual o dobro de um numero. Que numero é esse?

Figura 134 – problema criado pelo aluno 12- 4ª atividade – Montar um problema

O aluno optou por fazer uma tradução direta do problema, como havíamos identificado no jogo da linguagem matemática, os alunos ainda apresentam mais facilidade de resolver esse tipo de problema**.**

Por sua vez, o aluno 23 que recebeu esse problema do aluno 12, o resolveu da seguinte forma:


Resolução em linguagem matemática

$6-3.x=2.x$

O valor de "x" é 6
ou seja
$x=6$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline 18 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \\ \times 6 \\ \hline 12 \end{array}$$

Figura 135 – Resolução do aluno 23 para 4ª atividade – Montar um problema

Percebemos que o aluno 23 não se sentiu seguro em utilizar as operações inversas estudadas e preferiu resolver testando um valor. Contudo a solução está incorreta, pois o valor que satisfaz a equação não é 6 e sim -6.

Após receber o problema resolvido o aluno 12 fez a seguinte avaliação do trabalho do colega:

Marque uma ou mais das alternativas abaixo:

(X) meu (minha) colega utilizou a equação desta folha e conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

.

Figura 136 – avaliação do trabalho do colega – aluno 12 - 4ª atividade – Montar um problema

O aluno 12 também não percebeu que a solução para o problema da equação não estava correta, apesar da equação estar de acordo com a recebida na primeira folha. Por outro lado, o aluno 23 criou um problema e o aluno 12 tentou resolvê-lo. Vejamos:

Atividade 4 (quatro)

Aluno(a) nº 23

Observe a equação abaixo e imagine uma situação (problema) para o qual ela poderia ser utilizada.

$$-6 = a + 8$$

Figura 137- equação recebida pelo aluno 23- 4ª atividade – Montar um problema

FICHA DE RESPOSTA

Atividade 4 (quatro)

Problema criado por 23

Resolvido por 12

Escreva aqui seu problema para a equação da folha anterior

O saldo de gols do santos é menos seis, e o saldo de gols palmeiras é a soma de um número mais oito, o resultado dessa soma é igual ao sal-do de gols do santos, qual o número que soma com oito?

Figura 138 – problema criado pelo aluno 23- 4ª atividade – Montar um problema

Ao analisar a resolução do aluno 23 para o problema criado pelo aluno 12, pensamos inicialmente que os números negativos ainda eram fonte de dificuldade para esse aluno, mas ainda não conhecíamos a real fonte dessa dificuldade. Contudo esse aluno conseguiu atribuir significado para um número negativo ao elaborar um problema para a equação de sua folha. Portanto acreditamos que a fonte de dificuldade desse aluno pode não ser com relação aos números negativos, mas sim a compreensão da operação subtração. O aluno efetuou a subtração como se ela fosse comutativa, tal qual uma adição, quando formulou e resolveu a equação do colega 12. Ou seja, esse aluno acredita que pode resolver uma subtração 6 -3x tal qual uma 3x -6 essa concepção errônea pode ter sido construída e mantida desde o início da aprendizagem da subtração ou apenas quando do estudo dos números negativos. Conversamos com os alunos a respeito da comutatividade durante a continuação das aulas.

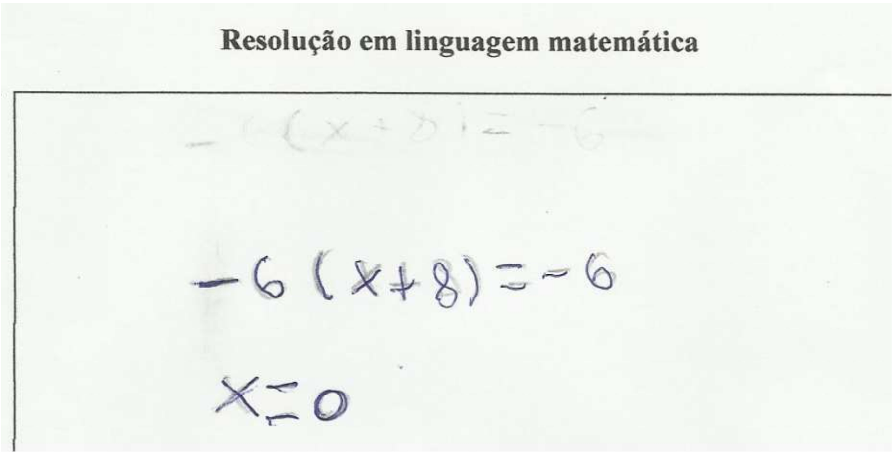


Figura 139 – Resolução do aluno 12 para 4ª atividade – Montar um problema

O aluno 12 não conseguiu interpretar corretamente o problema do aluno 23**.**

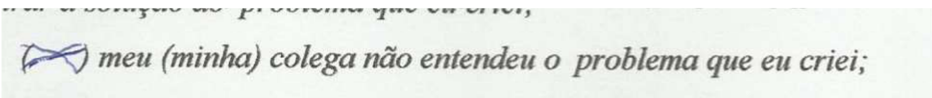


Figura 140 – avaliação do trabalho do colega – aluno 23- - 4ª atividade – Montar um problema

A tarefa nos permitiu avaliar diferentes aspectos relativos a aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes, tanto na formulação de problemas como na resolução dos mesmos. Vejamos:

Aprendizagem de conceitos:

Ao formular problemas:

- A dificuldade percebida até a realização da 2ª tarefa (jogo da linguagem matemática) em distinguir equações e expressões algébricas foi superada. Não encontramos fichas com expressões formuladas no lugar das equações solicitadas.
- Com relação à identificação da incógnita dos problemas, percebemos que alguns alunos acreditavam que quando uma letra aparecia mais de uma vez em uma mesma equação isso significava que existia mais de um valor desconhecido na mesma. Portanto ao formular um problema para equações desse tipo alguns alunos solicitavam a solução de dois números desconhecidos ao invés de apenas um. Antes de dar sequência a última tarefa apresentamos aos alunos equações com duas ou mais incógnitas e destacamos as diferenças em relação às equações que estávamos tentando traduzir nessa fase.
- Os alunos não apresentaram dificuldades em criar problemas para equações nas quais a incógnita aparecia no 2º membro da equação como por exemplo: $30 = 2x$
- Os alunos não apresentaram dificuldades em atribuir significado para números negativos ao formular os problemas. Para tanto, utilizaram situações em que tratavam de saldos bancários, saldos de gols etc.

Ao resolver problemas:

- Com relação à identificação da incógnita em problemas criados para equações nas quais as letras apareciam apenas uma vez ou equações nas quais não apareciam somas ou subtrações em um de seus membros, não houve problemas de interpretação. Por outro lado, os alunos tiveram dificuldade em entender os problemas criados pelos colegas para equações mais extensas. Fez-se necessário uma explicação oral desses problemas para que os mesmos fossem compreendidos. Através da observação do diálogo entre os alunos, percebemos que, muitas vezes os alunos que haviam formulado os problemas tinham em sua mente uma interpretação correta das equações, contudo tiveram dificuldade em organizar essas ideias através da escrita materna.

Aprendizagem de procedimentos:

1- Ao formular problemas: Ao formular problemas para as equações dadas (traduzir as equações), os alunos optaram na maior parte das vezes, por fazer uma tradução direta dos problemas utilizando palavra como dobro, triplo etc. Já havíamos percebido este fato em outras atividades anteriores como por exemplo na atividade jogo da linguagem matemática. Naquela tarefa, os alunos escreveram, no relatório sobre o jogo, que as equações que apresentavam somas ou subtrações ou mais de uma letra em um dos membros foram as mais difíceis de serem resolvidas. Nesta fase de nossa sequência os alunos continuavam apresentando a mesma dificuldade. Contudo, percebemos que para equações mais simples como 3x= 12 utilizaram mais a tradução direta, já para equações mais extensas ou que nas quais uma mesma letra aparecia mais de um vez em um ou nos dois membros das equações como por exemplo $3x - x = 24$, os alunos produziram problemas mais complexos e criativos, apesar de algumas vezes esses problemas necessitarem de alguns ajustes para uma melhor compreensão dos mesmos.

2- Ao resolver problemas:

Os alunos se revelaram mais seguros ao utilizar as operações inversas para resolver as equações. O método das tentativas passou a ser menos utilizado em comparação com tarefas anteriores. Contudo as operações inversas foram utilizadas com maior número de acertos nos casos em que apareciam nas equações somas ou multiplicações. Quando apareciam subtrações ou divisões os alunos ficavam confusos. Acreditamos que este fato possa estar relacionado ao modelo da balança, pois ao resolver problemas através desse modelo é mais comum subtrair pesos dos dois lados (operação inversa da soma) e dividir os dois lados da balança por um determinado valor (operação inversa da multiplicação) do que somar ou multiplicar os dois membros da equação (balança) por um mesmo número. Percebemos que alguns alunos ainda se mostravam muito presos á esse modelo inicial e concreto de uma equação e que era preciso superar este modelo de pensamento apesar de o mesmo ser válido, para que os alunos pudessem compreender e atribuir outros significados para equações maiores e mais complexas. Contudo, sabemos que para isso é preciso tempo e a utilização das equações em outros contextos como em geometria, matemática financeira, ou seja, diferentes situações que poderiam contribuir para uma maior compreensão da modelagem de equações, neste e em outros anos do ensino fundamental e médio. Ou seja, não poderíamos nem esperávamos quando do início das atividades que todos os alunos atingissem um mesmo nível de compreensão de uma equação e de suas maneiras de resolução, mas esperávamos que todos pudessem compreender o mínimo necessário para avanços posteriores, o que acreditamos termos conseguido.

Aprendizagem de atitudes

Os alunos se mostraram participativos e não houve diferença na dedicação para as duas etapas das tarefa – criar ou resolver problemas. Este é um ponto positivo pois os alunos demonstraram valorizar o trabalho dos colegas. Não identificamos pontos negativos como ridicularização do trabalho do outro ou recusa em trocar os problemas. Apesar da idade os alunos se mostraram maduros ao analisar o trabalho alheios, fazendo críticas construtivas e apropriadas.

Aspectos metacognitvos

Podemos afirmar que este foi um dos aspectos mais importantes dessa atividade. Pois ao criar a figura do parecerista dos textos escritos pretendíamos provocar nos alunos uma reflexão sobre como estavam se comunicando através da escrita. Como sugeriam Powell e Bairral (2006) a escrita auxiliou os alunos na identificação dos próprios erros ou dificuldades em interpretar as equações ou em traduzí-las para uma linguagem matemática. Posteriormente, quando os discentes puderam explicar oralmente para os colegas os problemas formulados conseguiram organizar melhor suas ideias e melhoraram os enunciados dos seus problemas.

Observamos que como qualquer forma de comunicação a produção escrita pode dar margens a dúvidas e incompreensões. Os alunos dessa faixa etária e que participaram desse estudo, ainda apresentam dificuldades em produzir textos e se comunicar através da escrita. Portanto, as explicações orais e os diálogos são auxiliares para atividades como as sugeridas nesse estudo. Diante disso, acreditamos que apesar das contribuições relatadas, a produção escrita apresenta suas limitações.

Ao elaborar atividades didáticas o professor deve estar atento à linguagem utilizada, se esta está adequada ao nível dos alunos, e em muitos casos, auxiliar os mesmos na leitura das atividades, na descoberta dos sentidos das palavras que aparecem no texto, nos enunciados. Ou seja, é preciso dialogar, conversar, aproximar-se do aluno. E nada é tão eficaz nesses casos como a oralidade, pois é aquela forma de comunicação mais utilizada pelo aluno e pelos professores em sala de aula.

4.2.5 Auto avaliação

A auto avaliação foi a 5ª e última atividade realizada e foi desenvolvida a partir de formulários sugeridos por Powel e Bairral (2006, p. 88-89). Pretendíamos avaliar aspectos atitudinais e metacognitivos, promovendo uma reflexão do estudante sobre sua própria aprendizagem. A seguir apresentamos o modelo do formulário auto-avaliativo, que foi utilizado e preenchido individualmente pelos alunos e os comentários dos alunos para as questões abertas:

5ª atividade -

Formulário de auto avaliação da unidade – Equações.

Aluno (a) nº ______

Caro (a) aluno (a), esse formulário irá ajudá-lo(a) a refletir sobre o seu aprendizado. Não há respostas certas ou erradas, apenas sua opinião. Seja sincero(a) e não esqueça de responder todas as perguntas.

1– **Nesta unidade estive:** (pode marcar mais de uma alternativa)

( ) feliz

( ) triste

( ) sozinho

( ) integrado

( ) motivado

( ) desmotivado

( ) ___________________________

2– Quanto ao tempo para realizar as tarefas em sala:

( ) foi excessivo

( ) foi suficiente

( ) não foi suficiente

3– Quanto ao tempo que destinei aos meus estudos em casa foi:

( ) excessivo

( ) suficiente

( ) insuficiente

4– **As atividades foram:** (pode marcar mais de uma alternativa)

( )divertidas ( )chatas

( )difíceis ( )inúteis ( )fáceis ( ) interessantes

( )_____________________________

5– **Quanto às equações:** (pode marcar mais de uma alternativa)

Tenho certeza que já aprendi:

( ) resolver as equações e encontrar o valor das letras ;

( ) encontrar as equações para os problemas;

( ) inventar problemas para as equações;

( ) ________________________________

____

____

Ainda tenho dificuldade para:

( ) resolver as equações e encontrar o valor das letras;

( ) encontrar as equações para os problemas;

( ) inventar problemas para as equações;

( )________________________________

____

____

6– A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

( ) Balança de Manoel

( ) O jogo da linguagem matemática

( ) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

( ) Criar um problema para uma equação

Porque:

____

____

____

7– Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

____

____

____

____

____

8– Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

( ) Gostei

( ) Não gostei

Porque

____

____

____

____

9– Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

( ) Gostei

( ) Não gostei

Porque ____

____

____

10– Para concluir, escreva nas linhas a seguir um texto contando o que você aprendeu sobre equações. Não esqueça de acrescentar no texto palavras como: SOLUÇÃO, INCÓGNITA, PROBLEMA, SENTENÇA e outras que você considera importantes e que se relacionam com as equações.

____

____

____

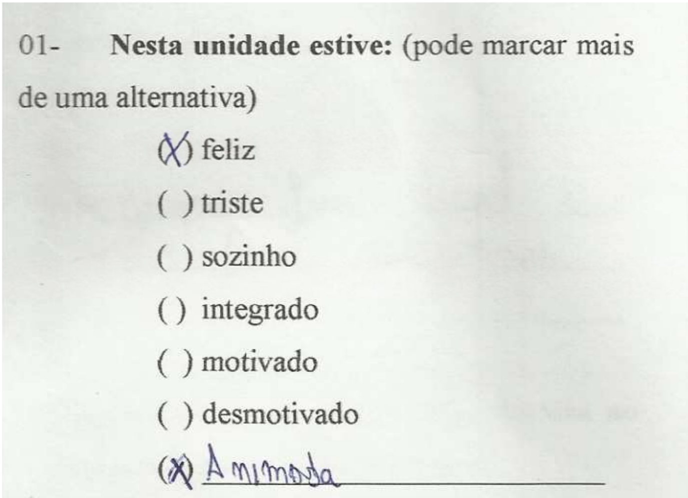
Para a primeira questão obtivemos o seguinte resultado:

Nesta unidade estive:

Quadro 30- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 1º questão

Alternativa	Feliz	Triste	Sozinho	Integrado	Motivado	Desmotivado	Outro
Nº de alunos	**16**	**2**	**2**	**16**	**11**	**1**	**5**

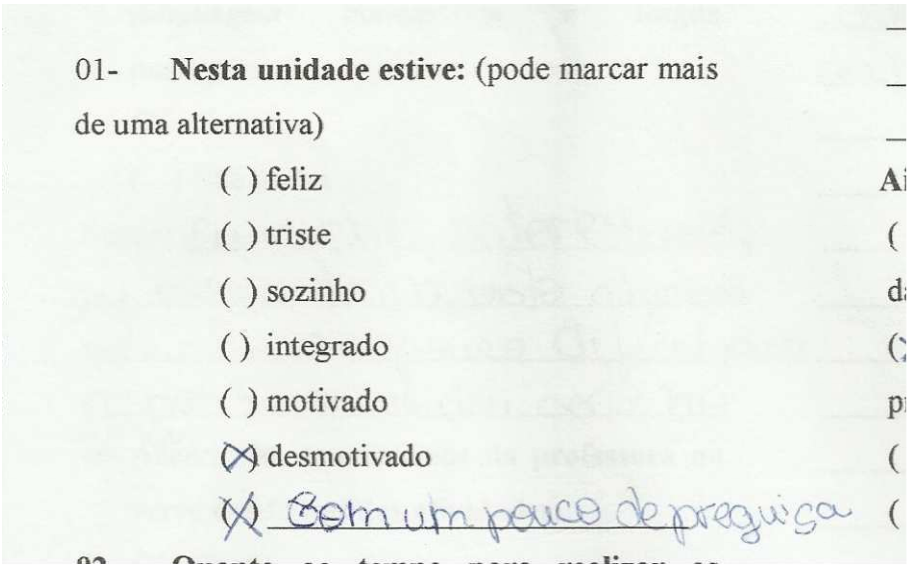
Vejamos algumas alternativas incluídas pelos alunos em “outro”:



01- **Nesta unidade estive:** (pode marcar mais de uma alternativa)

(X) feliz
( ) triste
( ) sozinho
( ) integrado
( ) motivado
( ) desmotivado
(X) Animada

Figura 141 – comentário do aluno 10 - 5ª atividade – 1ª questão



01- **Nesta unidade estive:** (pode marcar mais de uma alternativa)

( ) feliz
( ) triste
( ) sozinho
( ) integrado
( ) motivado
(X) desmotivado
(X) Com um pouco de preguiça

Figura 142 – comentário do aluno 21 - 5ª atividade – 1ª questão

Para a 1ª questão os alunos puderam marcar quantas alternativas considerassem necessário. Além disso, incluímos o espaço em branco para que pudéssemos oferecer mais uma alternativa de expressão para os mesmos.

Vejamos a opinião dos alunos quanto ao tempo destinado às atividades em sala de aula (2 º questão):

Quanto ao tempo para realizar as tarefas em sala:

Quadro 31- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 2º questão

Alternativa	**Excessivo**	**Suficiente**	**Não foi suficiente**
Nº de alunos	**1**	**20**	**6**

A maioria dos alunos considerou o tempo que tiveram para realizar as tarefas em sala como suficiente. Entretanto, acreditamos que isto é fruto de algumas mudanças que realizamos nas atividades planejadas durante o processo de ensino, tendo em vista que estendemos o tempo para algumas dessas atividades a partir das necessidades percebidas.

Vejamos as respostas para a 3ª questão:

Quanto ao tempo que destinei aos meus estudos em casa foi:

Quadro 32- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 3º questão

Alternativa	**Excessivo**	**Suficiente**	**Não foi suficiente**
Nº de alunos	**4**	**16**	**7**

Como vemos acima, alguns alunos se mostraram bastante sinceros com relação ao tempo destinado aos estudos em casa, reconhecendo que este tempo não foi suficiente em alguns casos.

Para a quarta questão obtivemos o seguinte resultado:

As atividades foram:

Quadro 33- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 4º questão

Alternativa	**Divertidas**	**Difíceis**	**Fáceis**	**Chatas**	**Inúteis**	**interessantes**	**Outra**
Nº de alunos	**13**	**9**	**4**	**1**	**0**	**19**	**2**

A maioria das respostas foi positiva, o que nos permite avaliar que os alunos gostaram das atividades desenvolvidas.

Vejamos quais as respostas dos alunos para a quinta questão:

Tenho certeza que já aprendi:

Quadro 34- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 5º questão

Alternativas	Resolver as equações	Encontrar equações para os problemas	Inventar problemas para as equações	Outra
Nº de alunos	17	13	15	3

Ainda tenho dificuldade para:

Quadro 35- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 5º questão

Alternativas	Resolver as equações	Encontrar equações para os problemas	Inventar problemas para as equações	Outra
Nº de alunos	7	10	10	2

Os alunos puderam marcar mais de uma alternativa na quinta questão. As dificuldades percebidas pelos alunos foram as mesmas percebidas por nós. Dentre as atividades realizadas a 3ª (terceira) e 4º (quarta) foram aquelas para as quais os alunos tiveram realmente mais dificuldades tendo em vista que os mesmos precisavam interpretar problemas ou cria-los articulando a Língua materna. Contudo, os alunos perceberam a importância e a contribuição dessas atividades para sua aprendizagem de equações, como veremos adiante nos comentários escritos pelos alunos para a 8ª questão desse formulário.

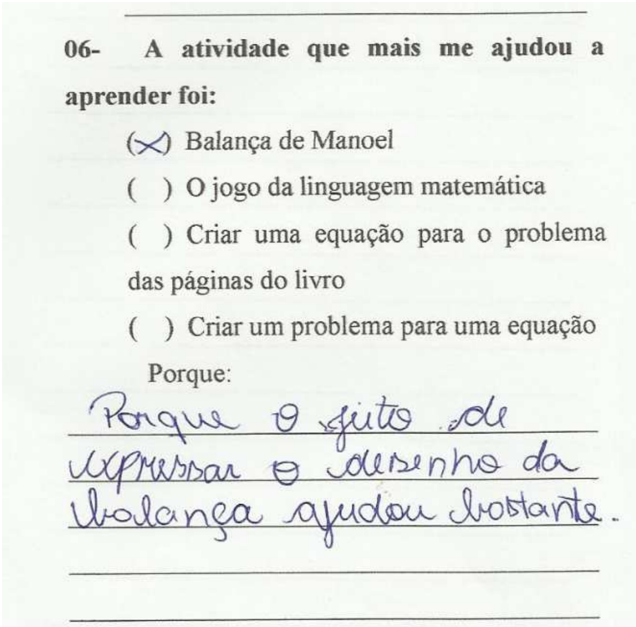
Vejamos quais as respostas dos alunos para a sexta questão:

A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

Quadro 36- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 6º questão

Alternativas	Balança de manoel	Jogo da linguagem matemática	Criar uma equação	Criar um problema
Nº de alunos	14	8	1	4

Vejamos algumas justificativas dos alunos:


06- **A atividade que mais me ajudou a aprender foi:**

(X) Balança de Manoel

( ) O jogo da linguagem matemática

( ) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

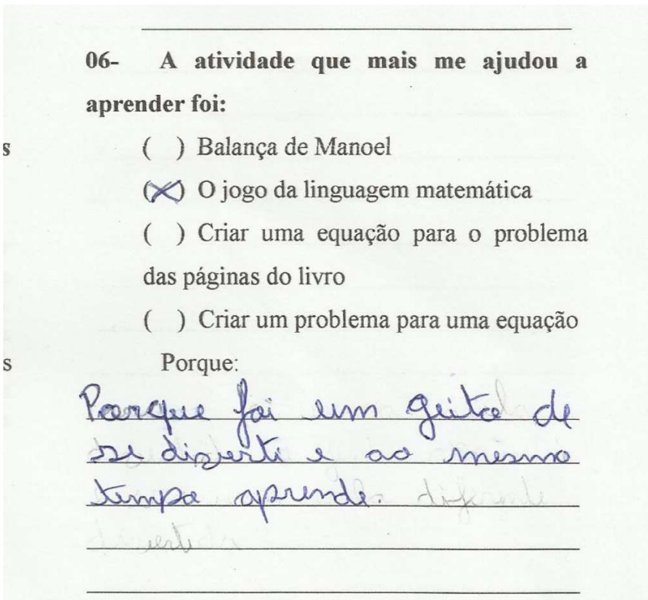
( ) Criar um problema para uma equação

Porque:

Porque o jeito de expressar o desenho da balança ajudou bastante.

Figura 143 – comentário do aluno 15- 5ª atividade – 6ª questão

Para nossa surpresa, a “Balança de Manoel” foi a atividade preferida pela maioria dos alunos, ficando á frente do jogo. Interessante notar que no início da sequência didática os alunos reclamaram bastante da necessidade de rever a atividade a partir de nossos comentários nos versos das folhas. Contudo, percebemos que ao longo do processo os mesmos começaram a retomar suas tarefas naturalmente como mencionamos anteriormente.


06- **A atividade que mais me ajudou a aprender foi:**

( ) Balança de Manoel

(X) O jogo da linguagem matemática

( ) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

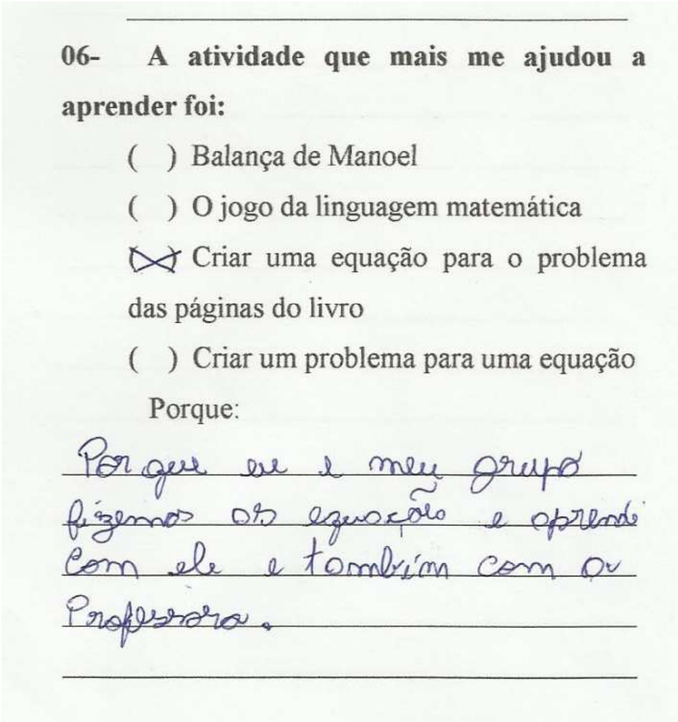
( ) Criar um problema para uma equação

Porque:

Porque foi um geito de se diverte e ao mesmo tempo aprende.

Figura 144 – comentário do aluno 16- 5ª atividade – 6ª questão

Todos os alunos que destacaram a atividade do Jogo da linguagem matemática mencionaram que se divertiram bastante durante a mesma e que aprenderam sobre linguagem matemática. Alguns alunos destacaram a importância do trabalho em grupo para seu aprendizado. Percebemos, na escrita do aluno abaixo que para o mesmo ficou claro que os colegas o ajudaram a aprender.



06- A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

( ) Balança de Manoel

( ) O jogo da linguagem matemática

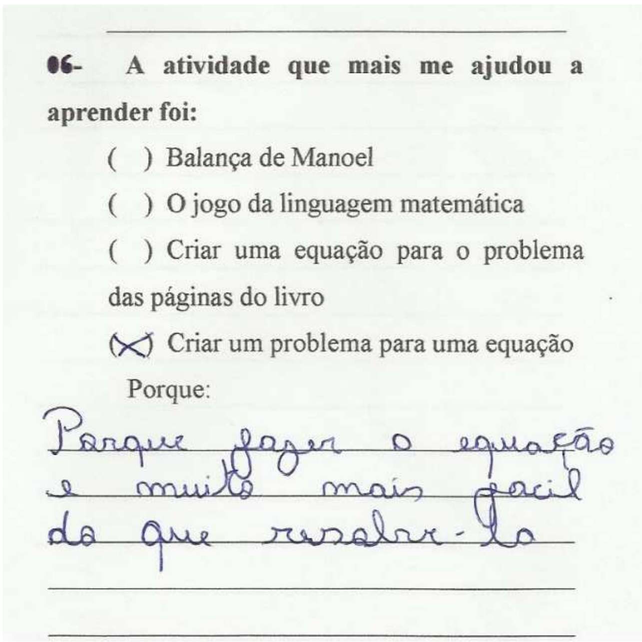
(X) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

( ) Criar um problema para uma equação

Porque:

Por que eu e meu grupo fizemos os equação e aprendi com ele e tambím com a Professora.

Figura 145 – comentário do aluno 12 - 5ª atividade – 6ª questão



06- A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

( ) Balança de Manoel

( ) O jogo da linguagem matemática

( ) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

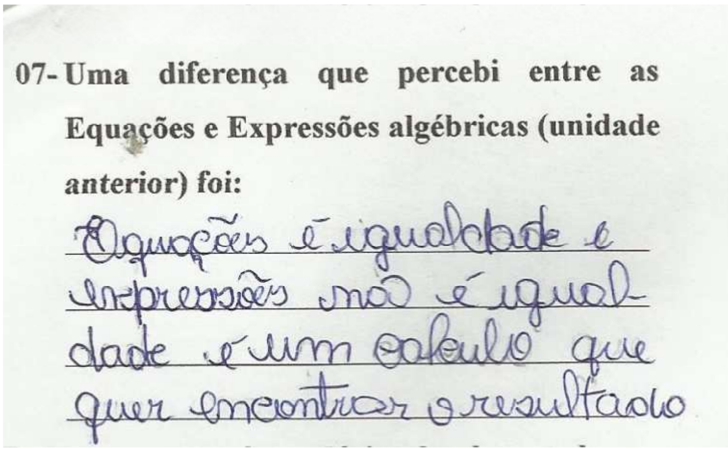
(X) Criar um problema para uma equação

Porque:

Porque fazer o equação e muito mais facil do que resolver-lo

Figura 146 – comentário do aluno 9- 5ª atividade – 6ª questão

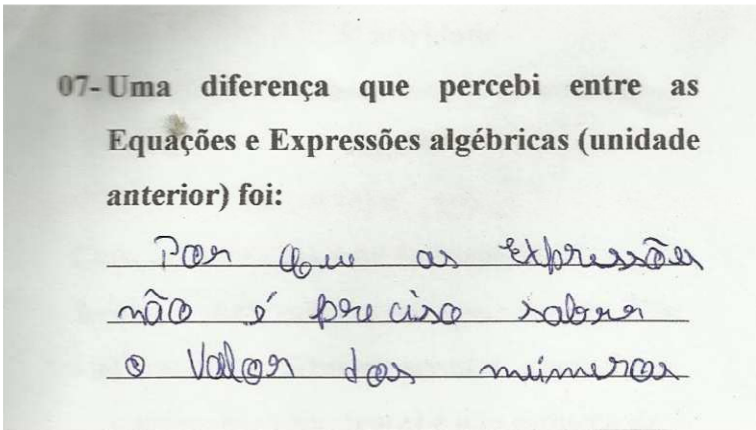
A partir da escrita dos alunos percebemos que os mesmos já conseguiam distinguir, na maioria dos casos, as expressões e equações. Vejamos algumas respostas que dão indícios de que os alunos parecem compreender as diferenças entre esses dois objetos matemáticos:


07- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

Equações é igualdade e expressões não é igualdade é um calculo que quer encontrar o resultado

Figura 147 – comentário do aluno 17 - 5ª atividade – 7ª questão

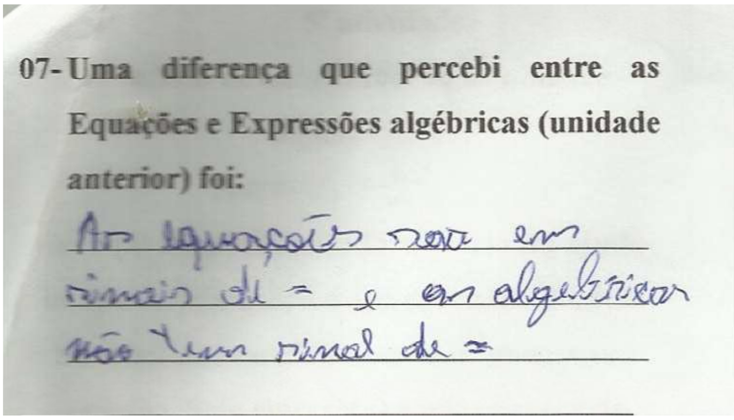
Quando o aluno menciona a palavra "cálculo" entendemos que o mesmo se refere às operações realizadas para encontrar o valor numérico das expressões como estudado na unidade "Expressões Algébricas". Por exemplo, como calcular o valor da expressão 3x + 1 para x = 10.


07- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

Por que as expressões não é precisa saber o valor dos números

Figura 148 – comentário do aluno 13- 5ª atividade – 7ª questão

Nesse caso, o aluno provavelmente se refere a "incógnita" das equações quando menciona "o valor dos números".

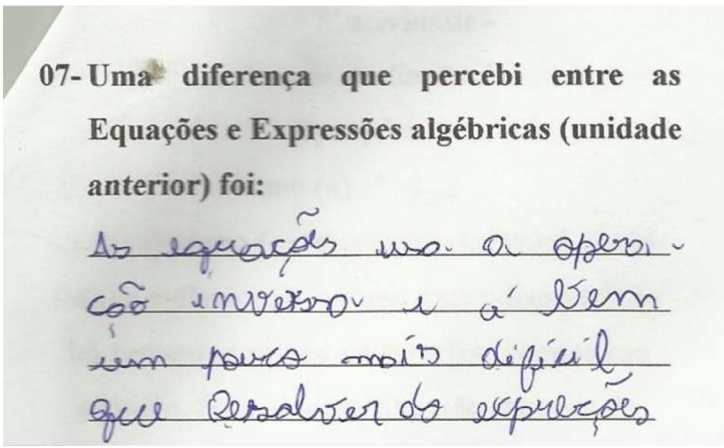


07- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

As equações tem em sinais de = e as algebricas não tem sinal de =

Figura 149 – comentário do aluno 26- 5ª atividade – 7ª questão

Interessante notar que esse aluno provavelmente já percebe o sinal de “=” como indicador de equivalência e equilíbrio, conceitos estudados durante a sequência de atividades dessa pesquisa. Pois o mesmo identificou esse sinal como uma característica das equações e que as distinguem das expressões estudadas anteriormente.



07- Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

As equações usa a operação inversa e é bem um pouco mais difícil que resolver as espreções

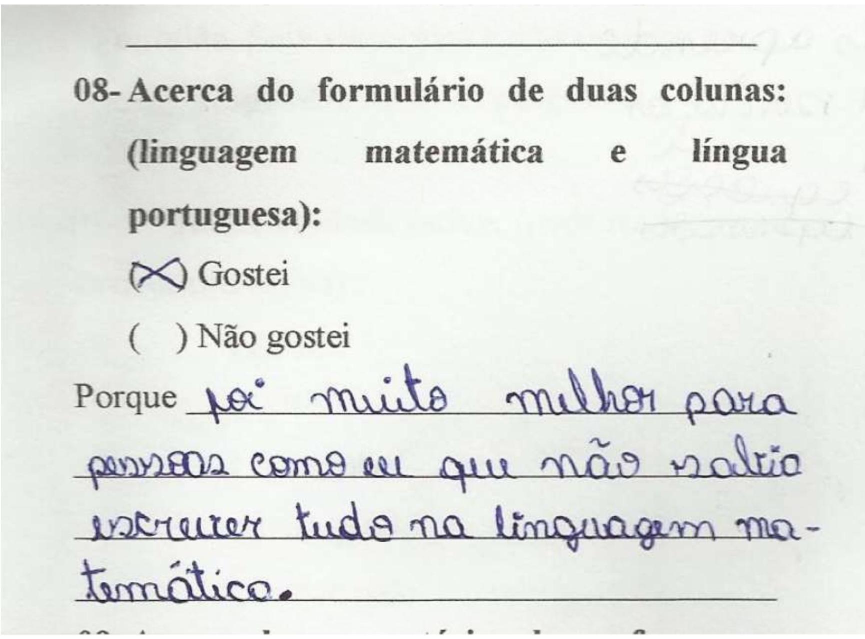
Figura 150 – comentário do aluno 12- 5ª atividade – 7ª questão

Mais uma característica importante das equações percebida pelo aluno acima. Interessante notar que para diferentes alunos nós vemos diferentes características das equações mencionadas, porém todas válidas. Mais uma vez a escrita dos alunos revela suas individualidades e nos permite conhecer mais profundamente como o conceito de equações foi compreendido pelos mesmos, quais os aspectos que foram compreendidos e quais aqueles que ainda parecem obscuros.

Vejamos as respostas dos alunos para a oitava questão:

Quadro 37- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 8º questão

Alternativa	Gostei	Não gostei
Nº de alunos	23	4

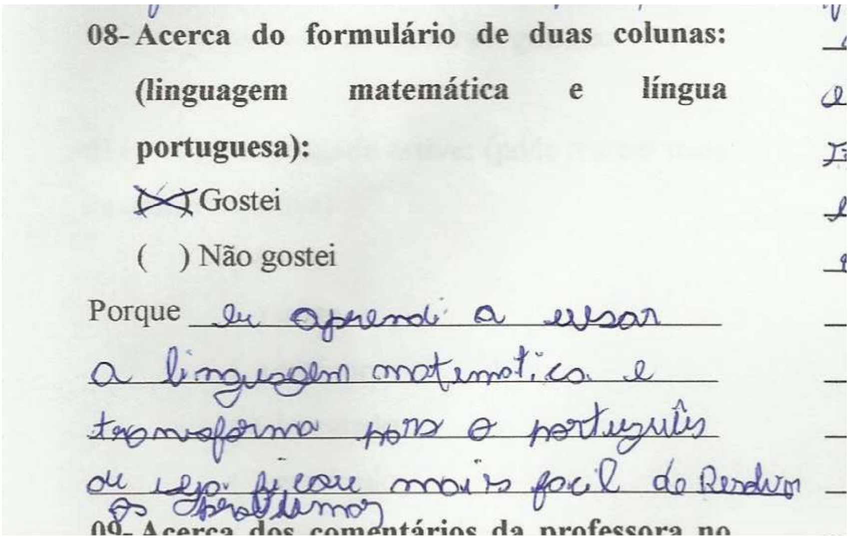

08- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque foi muito melhor para pessoas como eu que não sabio escrever tudo na linguagem matemática.

Figura 151 – comentário do aluno 23- 5ª atividade – 8ª questão

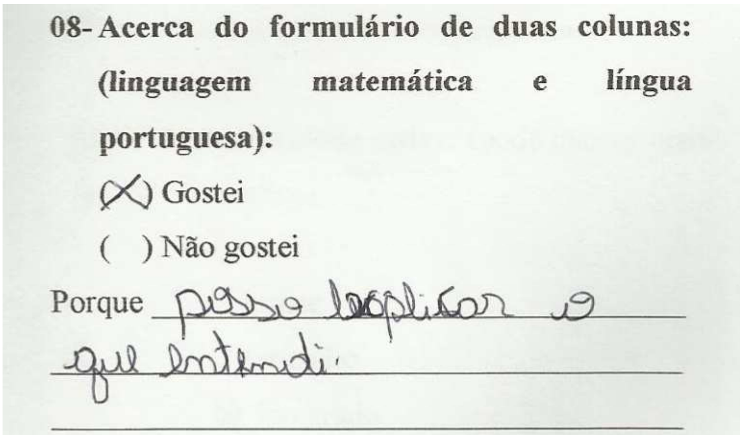

08- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque eu aprendi a usar a linguagem matematica e transforma para o portuguÊs ou seja ficou mais facil de Resolver os problemas

Figura 152 – comentário do aluno 12- 5ª atividade – 8ª questão

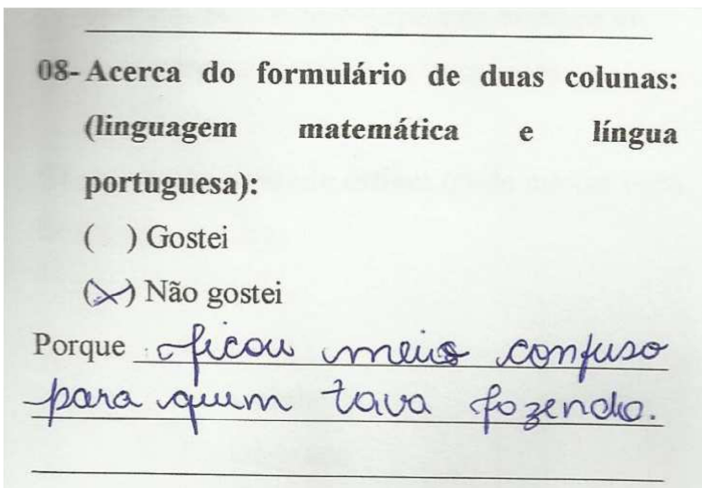

08- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque posso explicar o que entendi.

Figura 153 – comentário do aluno 11- 5ª atividade – 8ª questão

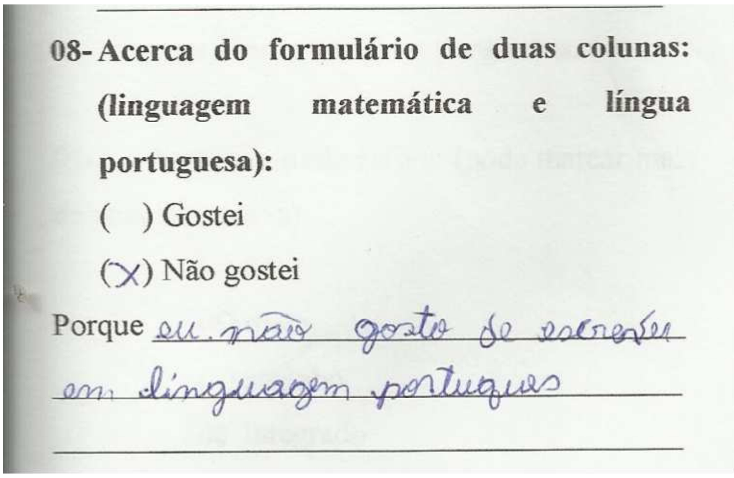

08- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

( ) Gostei

(X) Não gostei

Porque ficou meio confuso para quem tava fazendo.

Figura 154 – comentário do aluno 15- 5ª atividade – 8ª questão



08- Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

( ) Gostei

(X) Não gostei

Porque eu não gosto de escrever em linguagem portugues

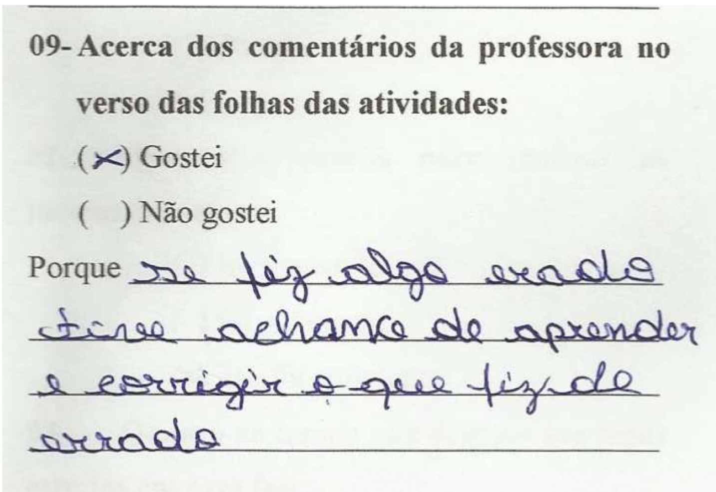
Figura 155– comentário do aluno 3- 5ª atividade – 8ª questão

Vejamos as respostas dos alunos para a nona questão:

Quadro 38- respostas dos alunos para a 5 ª atividade 9º questão

Alternativa	Gostei	Não gostei
Nº de alu-nos	24	3

A seguir apresentamos algumas justificativas dos alunos que gostaram dos comentários da professora no verso das folhas de respostas:



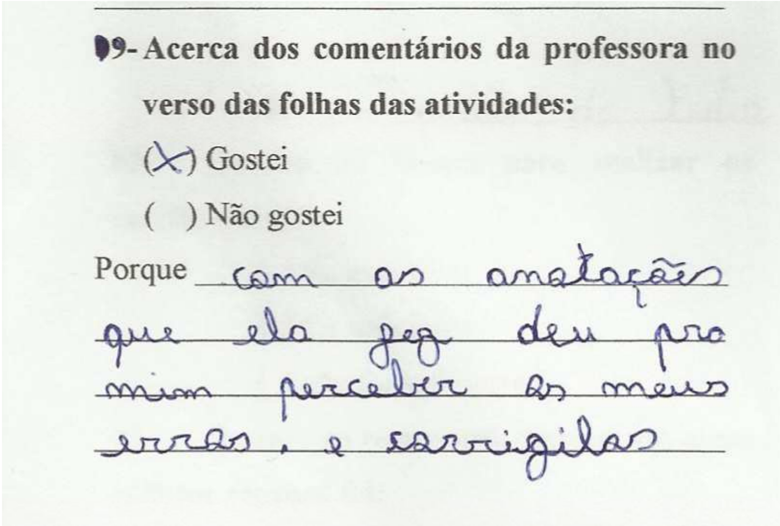
09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque se fiz algo errado terei achance de aprender e corrigir o que fiz de errado

Figura 156 – comentário do aluno 8 - 5ª atividade – 9ª questão



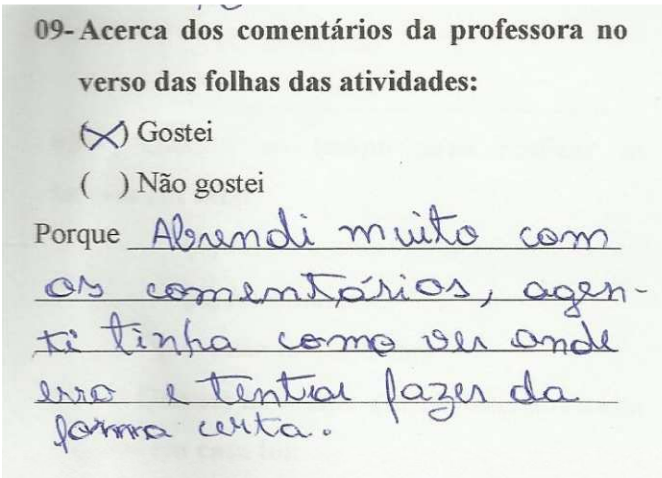
09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque com os anotações que ela pog deu pro mim percebe os meus erros, e corrigilas

Figura 157 – comentário do aluno 9 - 5ª atividade – 9ª questão



09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

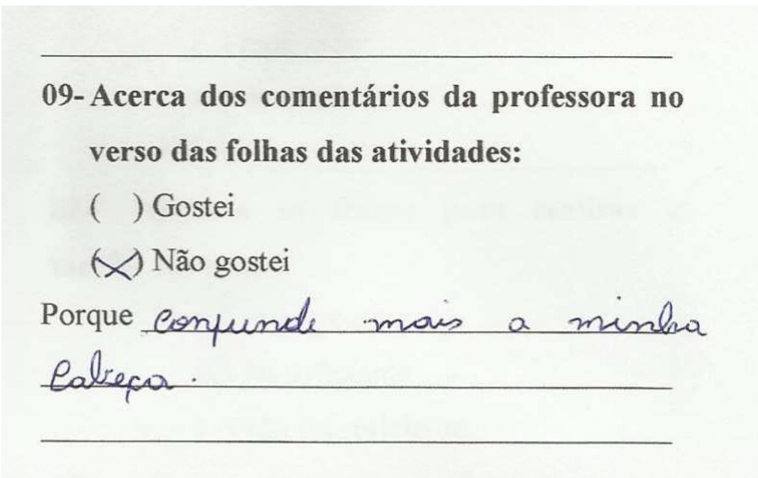
(X) Gostei

( ) Não gostei

Porque Abrendi muito com os comentários, agenti tinha como ver onde erro e tentar fazer da forma certa.

Figura 158 – comentário do aluno 19 - 5ª atividade – 9ª questão

Vejamos algumas justificativas dos alunos que não gostaram dos co,mentários da professora no verso das folhas de respostas:



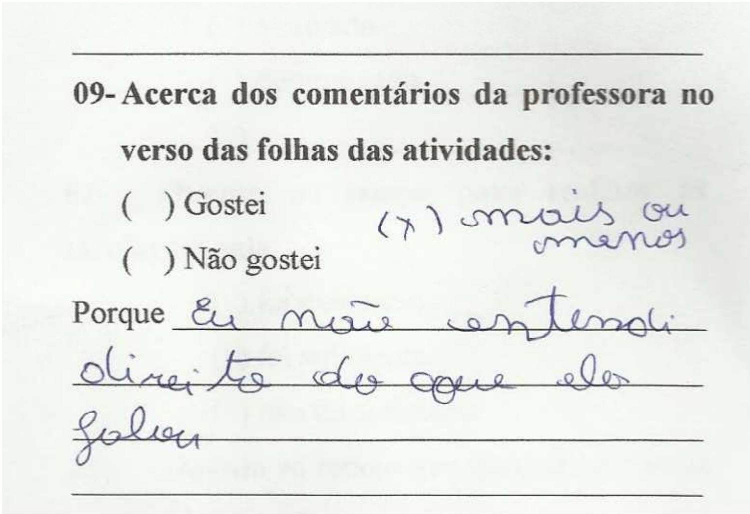
09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

( ) Gostei

(X) Não gostei

Porque confunde mais a minha cabeça.

Figura 159 – comentário do aluno 20 - 5ª atividade – 9ª questão



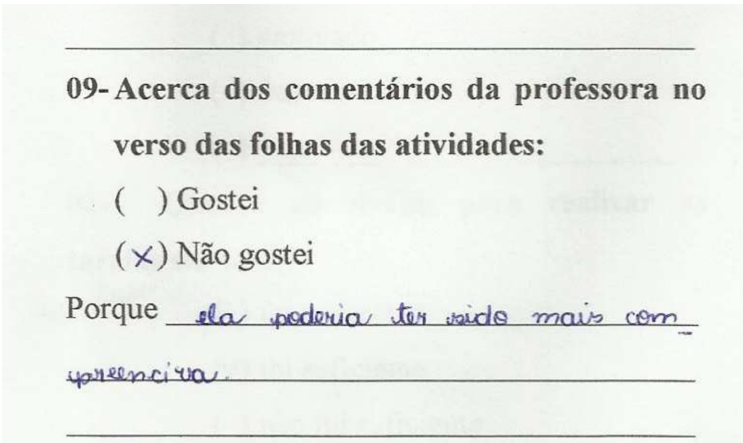
09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

( ) Gostei (x) mais ou menos

( ) Não gostei

Porque Eu não entendi direito do que ela falou

Figura 160 – comentário do aluno 14 - 5ª atividade - 9ª questão



09- Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

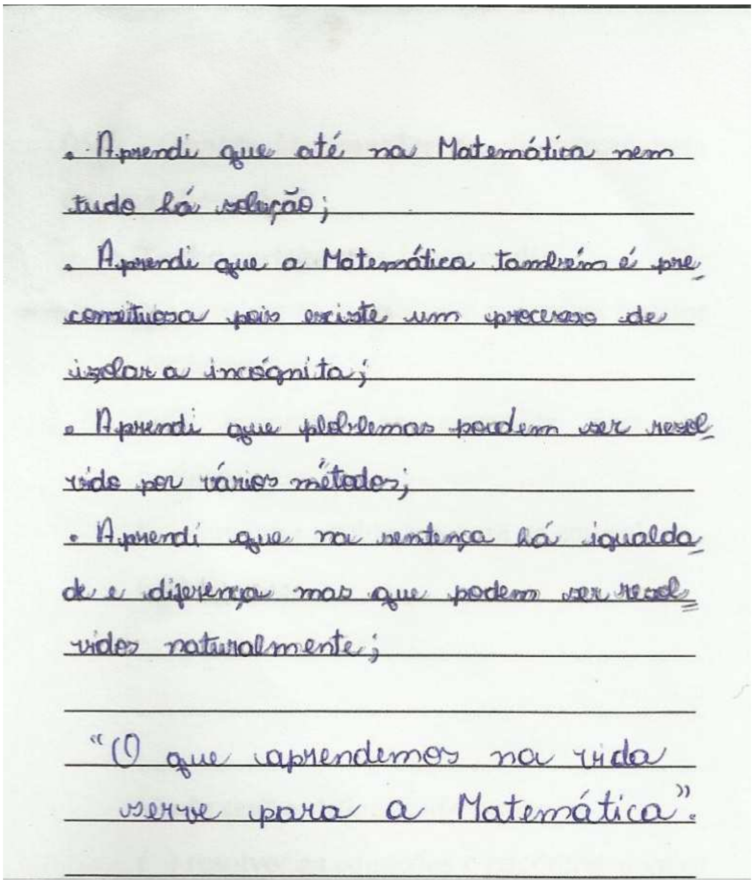
( ) Gostei

(x) Não gostei

Porque ela poderia ter sido mais com preenciva.

Figura 161 – comentário do aluno 22 - 5ª atividade – 9ª questão

A última questão da atividade de auto avaliação foi produzir um pequeno texto contando o que aprendeu durante a unidade “Equações”. Vejamos algumas produções dos alunos:

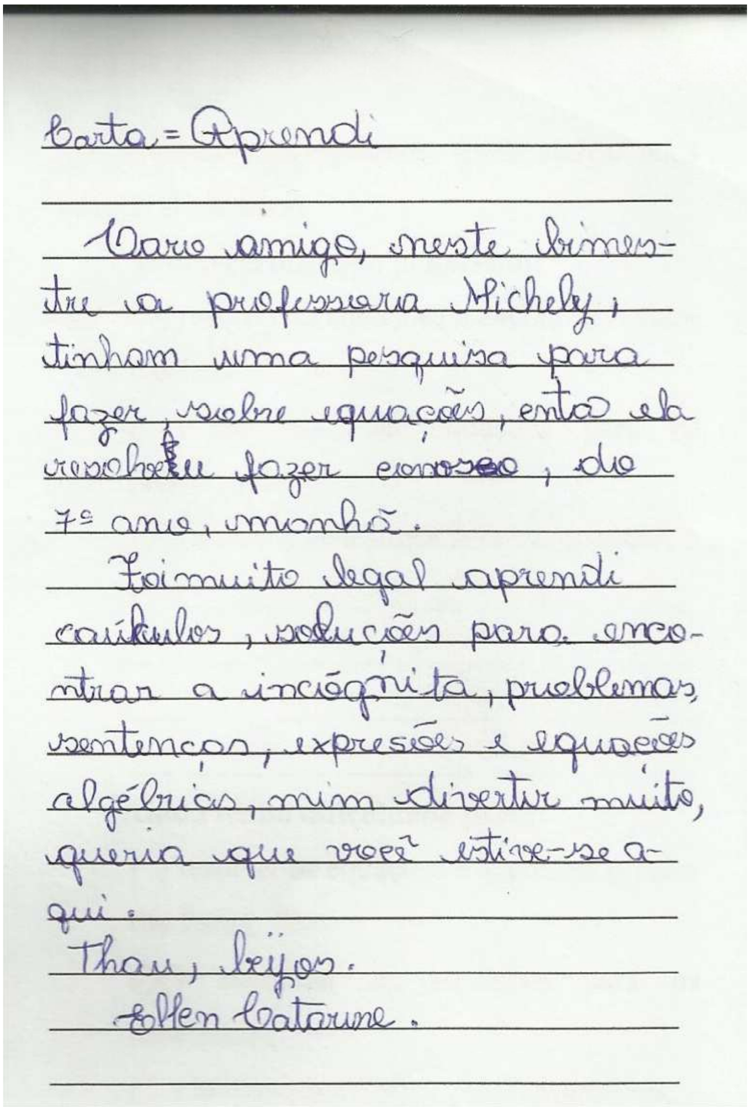


- Aprendi que até na Matemática nem
tudo há solução;
- Aprendi que a Matemática também é pre
conceituosa pois existe um processo de
isolar a incógnita;
- Aprendi que problemas podem ser resol
vido por vários métodos;
- Aprendi que na sentença há igualda
de e diferença mas que podem ser resol
vidos naturalmente;

"O que aprendemos na vida
serve para a Matemática".

Figura 162 – texto produzido pelo (a) aluno (a) 22- 5ª atividade – 10ª questão

O texto da aluna acima é bastante revelador e inspirador. A mesma menciona em seu relato aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais de sua aprendizagem de maneira criativa e singular. Dificilmente conheceríamos aspectos tão profundos da aprendizagem dessa aluna por meio de uma atividade que solicitasse apenas a resolução de uma equação ou problema. Ao conversar com outros professores, os mesmos relataram o talento dessa aluna para escrever poesias, aspecto ainda não conhecido por nós, apesar de conviver com a mesma por dois anos. A escrita dos alunos nos permitiu conhecê-los melhor e foi também uma forma de oportunizar para muitos deles a utilização de seus dons e habilidades, muitas vezes negligenciados em nossas aulas de matemática.


Carta = Aprendi

Caro amigo, neste bimestre a professora Michely, tinham uma pesquisa para fazer, sobre equações, então ela escolheu fazer conosco, do 7º ano, manhã.

Foi muito legal aprendi cálculos, soluções para encontrar a incógnita, problemas, sentenças, expresões e equações algébricas, mim divertir muito, queria que você estive-se aqui.

Thau, beijos.

Ellen Catarine.

Figura 163 – texto produzido pelo (a) aluno (a) 17- 5ª atividade – 10ª questão

A aluna acima fez um relato de como foram as aulas e destaca os pontos principais estudados. Apesar de curto fica claro no texto que a mesma gostou das atividades e que apresenta uma atitude bastante positiva diante do novo, além disso, a satisfação de fazer parte da turma escolhida para a pesquisa. O aluno abaixo escreve em seu texto aspectos que para o mesmo ainda não estão claros. Percebemos que o aluno faz uma reflexão sobre sua aprendizagem ao escrever o texto e apesar de reconhecer que ainda não aprendeu determinados aspectos com relação às equações, se mostra otimista diante dessas dificuldades; motivado para aprender.

coisas e com a
pesquisa teve um
um bom aprofundame-
nto, aprendi como
resolver problemas de
uma maneira menos
complicada. As soluções
para os problemas
resolvi sem dificuldades
ainda tenho dificul-
dades de como isolar
a incógnita mais vou
aprender. as sentenças
desde cedo dominava
elas. as expressões ja
tenho na minha
cabeça muitas coisas
dominei mas tenho
que assumir equação
é difical

Figura 164 – texto produzido pelo (a) aluno (a) 15- 5ª atividade – 10ª questão

CONCLUSÕES

O objetivo dessa pesquisa foi desenvolver um processo avaliativo que envolva a produção escrita em língua materna nas aulas de Matemática e analisar as contribuições desse processo para a avaliação da aprendizagem de Equações do 1º grau por alunos do 7ª ano do Ensino Fundamental. Procurávamos investigar dificuldades e indícios de avanços de aprendizagem ao longo do processo didático a partir da utilização da produção escrita dos mesmos, observando aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais. Além disso, investigar indícios da tomada de consciência dos alunos sobre sua própria aprendizagem.

A partir da análise das respostas dos alunos para o pré-teste percebemos que os mesmos já possuíam um bom desenvolvimento do pensamento algébrico, sobretudo da capacidade de perceber padrões. Apesar desses alunos não utilizarem na maioria das vezes uma linguagem matemática, a língua materna em sua vertente escrita foi um instrumento eficaz para que os mesmos pudessem expressar suas ideias matemáticas. Contudo, sabíamos que o desenvolvimento da capacidade de utilizar a linguagem matemática e do significado de seus símbolos é um dos fatores determinantes para o desenvolvimento do pensamento abstrato e por este motivo, não podíamos descartá-la. Por outro lado, acreditávamos que a produção escrita seria útil para uma maior comunicação dos alunos de suas interpretações e raciocínios, funcionando como uma ponte para o domínio dessa linguagem específica e mais concisa. Por este motivo, decidimos articular duas formas de escrita, (linguagem matemática e língua materna), nas atividades avaliativas desenvolvidas por nós para este estudo. Além disso, buscávamos realizar, por meio das atividades formuladas, um trabalho colaborativo, pois acreditamos que este é um dos meios de promover comunicação nas aulas de Matemática.

A partir da aplicação da sequência de atividades identificamos algumas potencialidades e também limitações na utilização da produção escrita para avaliação da aprendizagem de equações. Podemos afirmar, a partir dos resultados obtidos, que a escrita dos alunos foi um veículo importante de expressão dos mesmos e que nos permitiu avaliar de forma mais individualizada seus conhecimentos prévios bem como suas dificuldades e avanços ao longo do processo de ensino, de uma maneira qualitativa. Diante disto, pudemos intervir de maneira mais individualizada e efetiva a partir das necessidades específicas desses alunos. Os discentes puderam reconhecer, em muitos casos, os próprios erros, a partir da leitura e releitura de suas produções escritas e das observações no verso da folha de respostas escritas por nós.

Diante dos resultados obtidos e apresentados nesse estudo concluímos que a produção escrita dos alunos nos auxiliou de forma significativa na avaliação formativa, ou seja, no acompanhamento da aprendizagem ao longo do processo didático. A produção escrita dos alunos nos ajudou a compreender o caminho percorrido pelos mesmos para a aprendizagem dos conceitos, procedimentos e atitudes; cada avanço em superar as dificuldades de aprendizagem de cada um desses aspectos e como os alunos tornavam-se mais participativos, críticos e autônomos ao longo de cada atividade cumprida. Ao longo do processo de ensino os resultados das rubricas melhoraram significativamente após a intervenção e retomada da tarefa pelos alunos, o que evidencia o avanço da aprendizagem dos mesmos; ou seja, o desempenho dos discentes pôde ser classificado em um grau maior na nossa escala de rubricas após grande parte das intervenções e retomada das tarefas. Além disso, ao conhecer melhor as dificuldades dos alunos pudemos conhecer melhor a nós mesmos, nossas falhas, regulando assim nossa própria comunicação o que nos permitiu evoluir também como profissional.

Acreditamos que a produção escrita foi um instrumento de auxílio para a tomada de consciência dos alunos sobre sua própria aprendizagem – aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais; como queríamos investigar no início dessa pesquisa. Nosso papel como professora se transformava paulatinamente e percebíamos que os alunos não nos solicitava para apontar seus erros, mas para argumentar e confrontar suas ideias e raciocínios com os dos colegas, ou seja, para que exercêssemos uma função mediadora.

Por outro lado, assim como qualquer meio de comunicação, a escrita apresenta suas limitações e muitos fatores podem ocasionar interferências nas mensagens como: dificuldade de interpretação de textos, de palavras; dificuldades na utilização de normas ortográficas, a maneira como o professor se comunica através de palavras ou gestos etc. Contudo, acreditamos que a escrita não pode ser negligenciada nas aulas de matemática e que a mesma pode contribuir para a aprendizagem desta. Além disso, outras formas de comunicação devem ser articuladas como a oralidade, os desenhos, as expressões faciais, os gestos. Todas essas formas podem ser utilizadas pelo professor como forma de investigar a atribuição de significado dos alunos para os conteúdos estudados, promovendo uma avaliação reguladora e uma maior interação entre alunos e professores.

REFERÊNCIAS

BARLOW, Michel. **Avaliação Escolar: mitos e realidades**. Tradução Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2006. 176 p.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade de São Paulo, 2007. Arquivo consultado em 15 de março de 2011, às 15:00. Disponível na internet via: http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Barufi.pdf

BECKER, Fernando. **O que é construtivismo?** Desenvolvimento e Aprendizagem sob enfoque da Psicologia II. UFRGS- PEAD 2009/1. Arquivo consultado no dia 04.10.2010, às 15:00 hs. Disponível na internet via: http://livrosdamara.pbworks.com/f/oquee_construtivismo.pdf.

BISHOP, A. J.; GOFFREE, F. **Dinâmica e organização da sala de aula**. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G. OTTE, ; E M. Reidel, 1986. p. 15-28.

BONJORNO, J.C.; OLIVARES,A.; BONJORNO, R.A.; GUSMÃO,T. **Matemática: Fazendo a Diferença**. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção Fazendo a diferença)

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais** / Ensino Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF. 1998.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio.** Secretaria de Educação Fundamental – Brasília:1998; MEC/SEF.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; CIANI, Andréia Büttner. **Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos)**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 33, 2009, p 69 a 96.

CÂNDIDO, Patrícia T. **Comunicação em Matemática**. In: Diniz & Smole (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas:* habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CÉSAR, Margarida**. E o que é isso de aprender?** Reflexões e exemplos de um processo complexo. In Actas do ProfMat2001 (pp. 103-109). Vila Real: APM. Arquivo consultado em 21.11.2010, às 16:00. Disponível na internet via: http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/mcesar/textos%202001/E%20o%20que%20e%20isso%20de%20aprender.pdf.

COURA, Flávia Cristina Figueiredo. **A escrita matemática em uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação. Belo Horizonte: UFMG, 2008. Arquivo consultado no dia , às 16:00. Disponível na internet via http://dspace.lcc.ufmg.br/dspace/bitstream/1843/FAEC-85LJKL/1/disserta__o.pdf.

CURI, Edda. **Avaliação e formação de professores: propostas e desafios.** Revista Educação Matemática, São Paulo, SBEM, 2002, nº 11A – Edição Especial.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação. Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática** [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – 6º ano do Ensino Fundamental.** São Paulo: Sistema de Ensino SER, 2007.

FÁVERO, Maria Helena. **Psicologia e conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2005.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar...** A educação algébrica elementar. Pro-Posições, *4*(1), 78-91, 1993.

_______________; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. (2005). **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Arquivo consultado no dia 11 de fevereiro , às 16:00.

Disponível na interner via: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc.

____________; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos** - 2ª Ed.rev.- Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção Formação de Professores)

FRANCO, M. A. S. **Pedagogia da pesquisa-ação.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. Arquivo consultado em 15 de março de 2011 às 17:00. Disponível na internet via: http://www.scielo.br/pdf/%0D/ep/v31n3/a11v31n3.pdf

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**, 17ª. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo.** Das intenções aos instrumentos. Porto: Porto Editora, 1994.

HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo Ensino- Aprendizagem**. São Paulo: Ática, 2004.

HOFFMAN, Jussara. **Pontos e contrapontos: do pensar ao agir em avaliação**. Porto alegre: Mediação, 1998. 7ª edição.

__________________. **Avaliação Mediadora – uma prática em construção da pré-escola à universidade**. Porto Alegre: Mediação, 2003.

__________________. **O jogo do contrário em avaliação**. Porto Alegre: Mediação, 2005. 192 p.

KERN, Newton Bohrer. **Uma introdução ao pensamento algébrico através das relações funcionais.** Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática). Programa de Pós-graduação em Ensino de Matematica. Porto Alegre: UFRGS, 2008. Arquivo consultado no dia 11 de fevereiro de 2011, às 16:00. Disponível na internet via: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novas_abordagens/modulo_I/dissertacao_newton_kern.pdf.

LIBÂNEO, J.C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, Celi Espasandini; MUNIZ, Maria Inês Sparranpan. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 19. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos da Educação e ensino).

MACHADO, Nilson José. Matemática e Língua Materna. **Análise de uma impregnação mútua** – 5º ed. – São Paulo: Cortez, 2001.

MESQUITA, C. G. R de. **A escrita matemática: espaço para aprendizagens que fabricam significados e produzem sentidos**. ANPEd, 2001. Arquivo consultado no dia 30.01.2011, às 15:00. Disponível na internet via: http://www.unemat-net.br/prof/foto_p_downloads/x_mesquita_escrita_matematica_sala_de_aula.pdf.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti**. Ensino: As abordagens do Processo**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos de educação e ensino)

MONDONI, Maria Helena de Assis; LOPES, Celi Espasandin. **O Processo da Avaliação no Ensino e na Aprendizagem de Matemática.** Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 33, 2009, p. 189 a 204

NACARATO, Adair Mendes; ARAKI Tetsuo. (2005). **A produção de textos nas aulas de matemática.** Anais do XV Congresso de Leitura do Brasil. Disponível na internet, arquivo consultado no dia 27/11/2010, às 10:00 via http://www.alb.com.br/anais15/Sem04/tetsuoaraki.htm.

OLIVEIRA, Jorge Martins de; AMARAL, Júlio Rocha do. **O pensamento abstrato**. Arquivo consultado em 01 de fevereiro de 2011. Disponivel na internet em: http://www.cerebromente.org.br/n12/opiniao/pensamento.html.

OLIVEIRA, Rodrigo L. **Pensamentos Matemáticos em Diálogos Escritos**. In: CRISTOVÃO, Eliana M e FIORENTINI, Dario (orgs). Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, Campinas, SP, Alínea, 2006, p.55-72

PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglion. **Processos de leitura e escrita nas aulas de matemática, revelados pelos diários reflexivos e relatórios de futuros professores**. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (organizadoras). Educação Matemática, leitura e escrita. Armadilhas, utopias e realidade. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009. - (Série Educação Matemática)

PAVANELLO, Regina Maria; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Avaliação em Matemática: algumas considerações.** Estudos em Avaliação Educacional, v.17, n.33, jan/abr/2006, Acesso em 27 de outubro de 2006. Disponível em: http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1275/1275.pdf.

PERRENOUD, Philippe**. O papel da avaliação**. In: Pátio – Revista Pedagógica. Porto Alegre: Editora Artmed. Ano XIII, nº. 50, maio/julho 2009, p 8-11.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense, 1970.

PONTE, J.P. (1992). **Concepções dos professores de matemática e processos de formação**. Arquivo consultado no dia 27/11/2010, às 10 horas. Disponível na internet via http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Concepcoes-educacao.pdf.

PONTE, J.P; MARTINHO, Maria Heleno. (2005). **Comunicação na sala de aula de matemática. Práticas e reflexões de uma professora de Matemática**. Arquivo consultado em 04 de fevereiro de 2011. Disponivel na internet via: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9847/1/Martinho- ponte_05%20SIEM_.pdf

__________. (2006). **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Eds.), Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE. **(Ficheiro pdf)**. . Arquivo consultado em 01 de fevereiro de 2011. Disponivel na internet via :http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm

__________.GUERREIRO , António, CUNHA Helena, DUARTE José, MARTINHO Helena , MARTINS Cristina, MENEZES Luís , MENINO Hugo, PINTO Hélia, SANTOS Leonor, VARANDAS José Manuel, VEIA Luciano; VISEU Floriano. **A comunicacão nas praticas de jovens pro-**

fessores de Matematica. Revista Portuguesa de Educação, 2007, 20(2), pp. 39-74. 2007, CIEd - Universidade do Minho. Arquivo consultado em 04 de fevereiro de 2011. Disponivel na internet via http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/rpe/v20n2/v20n2a03.pdf

PONTES, Regina Célia Mussi. **A escrita de diários em aulas de matemática: espaço de formação e aprendizagem.** Arquivo consultado no dia 27/11/2010 às 10 horas. Disponível na internet via: http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss05_01.pdf.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: Interações e possibilidades.** Campinas, SP: Papirus, 2006 – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

RADFORD, L. (2008). **Theories in Mathematics Education: A Brief Inquiry into their Conceptual Differences.** Working Paper. Prepared for the ICMI Survey Team 7. The notion and role of theory in mathematics education research. Arquivo consultado em 27/11/2010 às 10 horas. Disponível na internet via: http://www.laurentian.ca/Laurentian/Home/Departments/School+of+Education+French/Faculty+and+Staff/Luis+Radford/Publications/publications.htm?Laurentian_Lang=en-CA

RIBEIRO, Célia. Metacognição: **Um Apoio ao Processo de Aprendizagem. Psicologia: Reflexão e Crítica**, 2003, 16(1), pp. 109-116. Disponível na internet, arquivo consultado no dia 23 de novembro de 2010, às 17:00 horas, via: http://www.scielo.br/pdf/%0D/prc/v16n1/16802.pdf

SANTOS, Leonor. (2002). **Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como. Disponível na internet.** Arquivo consultado no dia 11 de março de 2011, às 23:00 horas. Disponível na internet via: http://area.fc.ul.pt/en/artigos%20publicados%20nacionais/F.pdf

SARAIVA, Manuel Joaquim; PEREIRA, Magda Nunes; BERRINCHA, Rogério Inácio. (2010). **Sequências e expressões algébricas - aprendizagem da resolução de equações a partir de igualdades numéricas. Tarefas para o 7.º ano de escolaridade. Materiais de apoio ao professor**. Arquivo consultado em 20 de março de 2001, ás 16:00 hs. Disponível na internetvia:http://apm.pt/files/_Materiais_Sequencias_e_Equacoes-27Nov2010_4cfc0d6a04497.pdf

SCHNEIDER, Marizoli Regueira. **Produção escrita: Caminho para aprendizagens significativas a partir da construção e reconstrução do conhecimento matemático.** Dissertação (Mestrado em

Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matematica. Porto Alegre: PUC, 2006.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Textos em Matemática: Por Que Não?** In: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed. 2001. p. 29- 68.

STAREPRAVO, Ana Ruth. (1986). **O que a avaliação de matemática tem revelado aos professores: conhecimentos construídos ou informações acumuladas?** Artigo consultado no dia 11 de março de 2011, às 23:00 horas. Disponivel na internet via http://magiadamatematica.com/uerj/licenciatura/07-o-que-a-a-avaliacao-em-matematica-tem-revelado-aos-professores.pdf

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental- Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. São Paulo: Artmed, 2009.

WILIAM, Dylan. **Keeping learning on track.** Classroom Assessment and the regulation of learning.Second Handbook of research on mathematics teaching and learning, 2007.

ZUCHI, Ivanete. **A importância da linguagem no ensino de Matemática**. In: Educação Matemática em revista - SBEM. Campinas: Gráfica FE/Unicamp - CEMPEM. Ano 11. n.16, maio 2004, p 49-55.

ANEXOS

Fichas para resposta – 1ª atividade- Balança de Manoel

Caro(a) aluno(a),

Nessa folha você deve registrar os seus raciocínios e cálculos matemáticos. No lado esquerdo você deve relatar como pensou para resolver os problemas, utilizando a língua portuguesa. No lado direito você deve utilizar a linguagem matemática, ou seja, registrar os cálculos e símbolos próprios da Matemática que você utilizou.

Não esqueça de preencher sempre os dois lados da folha. Não rasure o verso da folha, pois nela sua professora irá fazer algumas observações durante a avaliação do seu trabalho. Use sempre caneta preta ou azul para registrar seus raciocínios e cálculos.

Meu raciocínio	Linguagem matemática

Caro(a) aluno. Leia com atenção as observações sobre sua tarefa. Em seguida retome a atividade caso seja necessário, fazendo novamente os registros de seus raciocínios e cálculos

OBSERVAÇÕES DA PROFESSORA. (VERSO)

Exemplos de fichas para o jogo da linguagem matemática – 2ª atividade

O quádruplo de um número é 8. Que número é esse? A	$2b + 2b = 8$ 8
O triplo de um número é seis. Que número é esse? B	$2b + b = 6$ 12
Se do triplo de um número subtrairmos 90 obteremos o dobro do número. Que número é esse? C	$3x - 90 = 2x$ 5
Se ao triplo de um número adicionarmos seu dobro obteremos 90. Que número é esse? D	$3x + 2x = 90$ 7
O saldo de gols do Treze é o quádruplo do saldo de gols do Campinense. Qual é o saldo de gols do Treze se o saldo do Campinense for -8? E	$a = (-8) \cdot 4$ 13

O saldo de gols do Campinense é 1/4 do saldo de gols do Treze. Qual é o saldo de gols do Campinense se o saldo do treze for -8? F

$(-8) : 4 = d$

14

José disse para seu irmão João: eu tenho o quádruplo de bolinhas de gude que você tem no bolso. Quantas bolinhas de gude tem José se João tiver oito bolinhas?

G

$8 = b : 4$

4

Um dupla de jogadores marcou 150 pontos juntos. Um deles marcou 90 pontos a mais que o outro. Quantos pontos marcou o segundo jogador?

H

$x = 150 - 90$

18

Qual é o triplo do número cujo dobro é seis?

I

$6 = 2. x$

9

Qual é o dobro do número cujo triplo é seis?

J

$b + b + b = 6$

2

Dois irmãos nasceram com uma diferença de quatro anos. Se o mais novo tem oito anos, qual é a idade do mais velho? K	$x = 8 + 4$ 15
Dois irmãos nasceram com uma diferença de quatro anos. Se o mais velho tem oito anos, qual é a idade do mais novo? L	$8 - 4 = x$ 3
Qual é o número cujo dobro é doze? M	$x = 12 - x$ 10
A metade de um número é doze. Que número é esse? N	17 $12 = \frac{a}{2}$
Ao triplo de um número adicionamos noventa e obtemos 150. Que número é esse? O	$3. a + 90 = 150$ 11

Se do triplo de um número subtrairmos 150 obteremos noventa. Que número é esse? P

$90 = 3.\,x - 150$ 16

A soma de um número com seu triplo é igual a oito. Qual é o número? Q

$3.\,y + y = 8$ 1

A soma das idades de dois irmãos gêmeos é 8 anos. Qual a idade dos irmãos? R

$8 = b + b$ 6

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA - 1º dia - 1º etapa

Este jogo contém 36 fichas:

18 Fichas tipo 1 - amarelas	**18 Fichas tipo 2 - pretas**
(linguagem matemática)	(perguntas ou problemas em língua portuguesa)

Os participantes formarão grupo de 4 jogadores, dividindo-se em 2 duplas que concorrerão entre si. Para começar devem decidir através de sorteio quem começa e distribuir as fichas em linguagem matemática (tipo 1 - amarelas) igualmente entre as duplas. As fichas do tipo 2 (pretas) devem ficar sobre a mesa, viradas para baixo uma em cima da outra. A primeira dupla a jogar começa retirando 1 ficha da pilha de fichas pretas procurando dentre suas fichas amarelas aquela que é a correspondente para o problema ou pergunta (ficha preta), mostrando para a dupla adversária para que esta confira. Caso não possua a ficha amarela correspondente, a dupla deve passar a vez para a outra dupla. Marca ponto a dupla que possuir a ficha amarela correspondente e esta tem o direito de pegar mais uma carta na pilha de fichas pretas para dar sequência ao jogo. O jogo termina quando todas as fichas pretas acabarem e a dupla ganhadora será aquela que mais formou pares de fichas amarelas e pretas.

OBSERVAÇÃO

Ao final do jogo cada dupla deve entregar o relatório anexo preenchido.

Relatório - Jogo da linguagem matemática
Dupla ____ e ____

1– Preencha abaixo os números e letras dos pares de fichas que vocês conseguiram formar:

Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra		Número/letra	

Escreva aqui os números de sua dupla adversária: _______ e _______

Responda com a ajuda de seu (sua) colega as perguntas abaixo sobre o Jogo da Linguagem Matemática.

2– Vocês gostaram do jogo? Por quê?

3– Este jogo possui fichas em linguagem matemática. Essas fichas possuem expressões ou equações? Por quê?

4– Vocês tiveram dificuldades em formar os pares de fichas amarelas e pretas? Qual foi a maior dessas dificuldades?

5– Expliquem como vocês fizeram para descobrir se possuíam a ficha amarela para cada ficha preta.

6– O que vocês aprenderam durante o jogo?

7– Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais difícil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

8– Dentre todas as fichas pretas, qual vocês consideram como a mais fácil de traduzir para a linguagem matemática? Por quê?

9– Criem mais um par de fichas para o jogo. Uma deve conter um problema ou pergunta e a outra a respectiva tradução para a linguagem matemática.

10–Que sugestões vocês podem dar para que uma dupla obtenha sucesso no jogo?

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA- 2º dia- 2º etapa

Relatório - Jogo da linguagem matemática- 2ª etapa

Dupla ou trio ____ e ____ e _____

Registrem aqui os cálculos que vocês fizeram para descobrir as soluções dos problemas do jogo da linguagem matemática.

Ficha letra ______
Ficha letra ______
Ficha letra ______
Ficha letra ______
Ficha letra ______

JOGO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA- 3º dia- 3º etapa

Relatório - Jogo da linguagem matemática- 3ª etapa

Dupla ou trio ____ e ____ e _____

Registrem aqui as resoluções das equações (fichas amarelas - identificadas por números) do jogo da linguagem matemática. Verifiquem se a solução encontrada é válida para a respectiva ficha com letra que consta na tabela preenchida por vocês durante o jogo. Caso necessário, vocês podem utilizar a tabela anexa para fazer alterações nos pares de fichas.

Ficha número ______
Ficha número ______
Ficha número ______
Ficha número ______

3ª atividade- montar uma equação

Trio ____ e ____ e _____

Resolvam o seguinte problema escrevendo para ele uma equação do lado direito da folha e do lado esquerdo seus raciocínios e interpretações.

Roberto estava pesquisando um assunto de História numa enciclopédia. No outro dia, ao retomar a leitura, não lembrou o número da página, mas lembrou que a soma do número da página que ele estava lendo com os números das duas páginas seguintes era 612. Qual o número da página que Roberto estava lendo?

Nosso raciocínio	**Equação e sua resolução**

Observações da professora	Nossa resposta

4ª atividade – montar um problema

Atividade 4 (quatro)

Aluno(a) nº __________

Observe a equação abaixo e imagine uma situação (problema) para o qual ela poderia ser utilizada.

$$\mathbf{-6 = a + 8}$$

Escreva essa situação ou problema na folha anexa e depois troque com o seu colega ao lado. Peça que ele (a) tente resolver o problema que você criou utilizando uma equação e faça o mesmo com o problema que ele (a) formulou.

Depois troquem novamente os problemas. Verifique a equação que seu (sua) colega utilizou para resolver o problema que você criou.

Marque uma ou mais das alternativas abaixo:

(   ) meu (minha) colega utilizou a equação desta folha e conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

( ) meu (minha) colega utilizou a equação desta folha mas não conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

( ) meu (minha) colega não utilizou a equação desta folha mas conseguiu encontrar a solução do problema que eu criei;

(   ) meu (minha) colega não entendeu o problema que eu criei;

(   ) meu (minha) colega não utilizou a equação desta folha pois o problema que eu criei não poderia ser resolvido pela mesma;

(   ) ____

____

FICHA DE RESPOSTA (4ª ATIVIDADE)
Problema criado por _________
Resolvido por ____________

Escreva aqui seu problema para a equação da folha anterior
____
____
____
____
____
____

Resolução em linguagem matemática

5ª atividade -

Formulário de auto avaliação da unidade – Equações.

Aluno (a) nº ______

Caro (a) aluno (a), esse formulário irá ajudá-lo(a) a refletir sobre o seu aprendizado. Não há respostas certas ou erradas, apenas sua opinião. Seja sincero(a) e não esqueça de responder todas as perguntas.

11– **Nesta unidade estive:** (pode marcar mais de uma alternativa)

( ) feliz

( ) triste

( ) sozinho

( ) integrado

( ) motivado

( ) desmotivado

( ) ___________________________

12– Quanto ao tempo para realizar as tarefas em sala:

( ) foi excessivo

( ) foi suficiente

( ) não foi suficiente

13– Quanto ao tempo que destinei aos meus estudos em casa foi:

( ) excessivo

( ) suficiente

( ) insuficiente

14– **As atividades foram:** (pode marcar mais de uma alternativa)

( )divertidas ( )chatas

( )difíceis ( )inúteis ( ) fáceis ( ) interessantes

( )____________________________

15– **Quanto às equações:** (pode marcar mais de uma alternativa)

Tenho certeza que já aprendi:

( ) resolver as equações e encontrar o valor das letras;

( ) encontrar as equações para os problemas;

( ) inventar problemas para as equações;

____

____

Ainda tenho dificuldade para:

( ) resolver as equações e encontrar o valor das letras;

( ) encontrar as equações para os problemas;

( ) inventar problemas para as equações;

( )________________________________

____

16– A atividade que mais me ajudou a aprender foi:

( ) Balança de Manoel

( ) O jogo da linguagem matemática

( ) Criar uma equação para o problema das páginas do livro

( ) Criar um problema para uma equação

Porque:____

17– Uma diferença que percebi entre as Equações e Expressões algébricas (unidade anterior) foi:

____

____

18– Acerca do formulário de duas colunas: (linguagem matemática e língua portuguesa):

( ) Gostei

( ) Não gostei

Porque____

____

19– Acerca dos comentários da professora no verso das folhas das atividades:

( ) Gostei

( ) Não gostei

Porque ________________________________

20– Para concluir, escreva um texto contando o que você aprendeu sobre equações. Não esqueça de acrescentar no texto palavras como: SOLUÇÃO, INCÓGNITA, PROBLEMA, SENTENÇA e outras que você considera importantes e que se relacionam com as equações.