



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

FRANCISCO ADEILTON DA SILVA

**POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO NO CONTEÚDO DE
TRIGONOMETRIA**

CAMPINA GRANDE – PB

AGOSTO – 2017

FRANCISCO ADEILTON DA SILVA

**POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO NO CONTEÚDO DE
TRIGONOMETRIA**

Dissertação de Mestrado apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Área de Concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade.

CAMPINA GRANDE – PB

AGOSTO – 2017

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586p Silva, Francisco Adeilton da.
Potencialidades pedagógicas da história da matemática nos livros didáticos do ensino médio no conteúdo de trigonometria [manuscrito] / Francisco Adeilton da Silva. - 2017.
192 p. : il. color.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ens. de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.
"Orientação: Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática".

1. História da Matemática. 2. Potencialidades pedagógicas.
3. Livro didático. 4. Trigonometria. I. Título.

21. ed. CDD 510.9

FRANCISCO ADEILTON DA SILVA

**POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO NO CONTEÚDO DE
TRIGONOMETRIA**

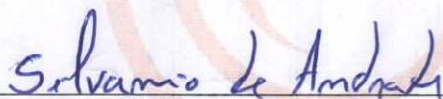
Dissertação de Mestrado apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Área de Concentração: Educação Matemática.

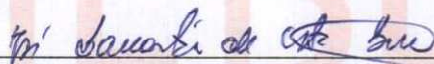
Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

Aprovado em 11 de Agosto de 2017

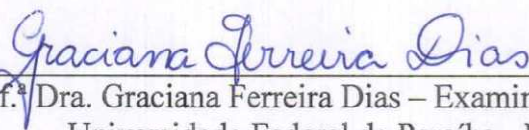
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade - Orientador
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB



Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa – Examinador Interno
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB



Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias – Examinadora Externa
Universidade Federal da Paraíba - UFPB

A Deus Pai criador. Aos meus pais, Adelite e Zé Mariano. À minha esposa Rute Oliveira e ao meu filho Laerte Plácido.

AGRADECIMENTOS

A Deus Pai criador, pelas bênçãos concedidas em minha vida.

À Rute Oliveira pelo companheirismo, pela compreensão e pelo amor nessa difícil jornada.

A Laerte por suportar minhas ausências, causadas pelas viagens e momentos de estudos, pelo carinho e alegria em todos os meus retornos.

A meus pais, Zé Mariano e Adelite, pelas preocupações, pelo apoio incondicional e por sempre acreditarem em mim.

A todos os meus irmãos: Adevaldo, Adegildo, Adevania, Adeson, Brígida Sâmara (*em memória*), Wilson, Adevanilton e Adelailton pela atenção às minhas lamentações e pelo incentivo diário para continuar lutando em prol de novas conquistas.

À toda minha família que, diretamente ou indiretamente, tem contribuído com minha formação e motivado nosso empenho e dedicação diária.

A Wellton Cardoso, amigo, colega de trabalho e grande aconselhador, pela amizade e incentivos constantes, que desde muito cedo tem dividido comigo alegrias, conquistas e dificuldades.

À Samya Oliveira, pela amizade, parceria e paciência nas várias viagens, nos trabalhos acadêmicos e nas boas conversas, contribuições e incentivo constantes.

À Meirenildes Alencar, que na sua gestão como Diretora da EEM Santa Tereza promoveu o apoio certo no momento necessário.

A todos os colegas da EEM Santa Tereza, pela amizade, companheirismo e seriedade no trabalho.

A todos que compõem a Câmara Municipal de Altaneira – CE, que durante nossa jornada promoveu o apoio e entendeu nossas ausências necessárias.

Ao professor Dr. John Fossa que, na fase inicial do mestrado, me recebeu como orientando por ocasião da seleção, e o fez sem ressalvas.

Ao professor Dr. Silvanio Andrade, que acreditou em mim, pelo entusiasmo ao receber a minha proposta de pesquisa e pela orientação, profissionalismo e empatia, a quem devo um crescimento acadêmico considerável.

À professora Dra. Graciana Dias pela participação nas Bancas Examinadoras de qualificação e defesa deste trabalho, pelas valiosas contribuições e pela boa receptividade.

Ao professor Dr. Lamartine Barbosa, pelas contribuições e participação nas Bancas Examinadoras, mesmo não sendo meu orientador, sempre esteve prestativo aos meus pedidos e contribuiu significativamente com minha pesquisa

Ao professor Dr. Joelson Pimentel, Coordenador do PPGECEM, pela amizade, presteza e dedicação.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB, pelos bons momentos de estudos, pela amizade e competência.

Aos colegas, amigos, membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Pós-modernidade (GEPEP) pela amizade, pelos bons momentos de estudos, parceria nos trabalhos acadêmicos e nas boas conversas.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram com os meus estudos.

Muito obrigado!

Francisco Adeilton da Silva.

RESUMO

Este estudo discute as potencialidades pedagógicas da História da Matemática nos livros didáticos do Ensino Médio no conteúdo de Trigonometria. Com o objetivo de analisar as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos do Ensino Médio, a partir das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, apontadas por Miguel (1993); verificar quais das potencialidades pedagógicas da História da Matemática identificadas nos livros didáticos têm o potencial de ser mais efetiva para o ensino da matemática. Caracteriza-se como uma pesquisa de natureza qualitativa com o intuito de aferir aspectos quanto à natureza do conteúdo veiculado e quanto ao objetivo das passagens históricas, descrevendo as características fundamentais que possibilitaram classificá-las de acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Os dados foram construídos a partir da análise das passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos seis livros didáticos de matemática do segundo ano do Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2015. Diante das análises, observamos que a História da Matemática é utilizada como acessório ao conteúdo matemático. A maioria das passagens históricas enaltece a contribuição ou descoberta de uma personalidade importante na História da Matemática, revelando como potencialidade pedagógica a história como fonte de motivação e de objetivos para o ensino-aprendizagem da matemática, que parece ser a potencialidade menos interessante do ponto de vista da compreensão de conceitos matemáticos. As potencialidades que tratam a História da Matemática como estratégia didática foram identificadas em uma parcela reduzida de passagens históricas. Essas potencialidades deveriam ser mais exploradas, visto que contribuem para uma mudança de percepção em relação à matemática, possibilitam a desmistificação da mesma como uma ciência isolada e acabada, à medida que mostram as motivações e aplicações de conceitos matemáticos na história. Outro aspecto desvelado consiste que, em consonância com a literatura, a potencialidade “*A história como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos*” (MIGUEL, 1993), como a que tem potencial de ser mais efetiva para o ensino da matemática, por desempenhar o papel de transformar o aluno em um sujeito ativo, levando-o à compreensão do conteúdo e à formalização de conceitos matemáticos. Observamos um certo interesse em utilizar a História da Matemática nos livros didáticos analisados. Porém, percebemos que essa utilização deve centrar-se mais nas potencialidades pedagógicas que tratam da importância de um conceito matemático ao longo da história, que insere a História da Matemática dentro de um contexto sociocultural, político e econômico, contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem e para uma mudança de percepção em relação à Matemática. Concluímos que no processo de escolha do livro didático, o professor precisa, além dos critérios de avaliação do PNLD, averiguar quais coleções abordam a História da Matemática como um recurso didático, que revelam o desenvolvimento histórico do conteúdo, evidenciando sua origem, evolução e as diferentes formalizações de um mesmo conceito ao longo do tempo.

Palavras-chave: História da Matemática. Potencialidades pedagógicas. Livro didático. Trigonometria.

ABSTRACT

This study discusses the pedagogical potentialities of the History of Mathematics in the textbooks of High School in the content of Trigonometry. It is important to analyze the historical passages in the content of Trigonometry in the textbooks of High School, from the categories of meanings proposed by Alencar (2014) and of the pedagogical potentialities of the History of Mathematics, pointed out by Miguel (1993), and to verify which of the pedagogical potentialities of the History of Mathematics identified in textbooks have the potential to be more effective for the teaching of mathematics. It is characterized as a research of a qualitative nature in order to ascertain aspects regarding the nature of the content and the objective of the historical passages, describing the fundamental characteristics that made it possible to classify them according to the pedagogical potentialities of the History of Mathematics. The data were constructed from the analysis of the historical passages in the content of Trigonometry in the six textbooks of mathematics of the second year of High School, approved by PNLD 2015. Before the analysis, we observe that the History of Mathematics is used as an accessory to the mathematical content. Most of the historical passages extol the contribution or discovery of an important personality in the History of Mathematics, revealing as a pedagogical potential the history as a source of motivation and objectives for teaching-learning of mathematics, which seems to be the least interesting Understanding of mathematical concepts. The potentialities that treat the History of Mathematics as didactic strategy were identified in a reduced portion of historical passages. These potentialities should be further explored, since they contribute to a change of perception in relation to mathematics, they enable the demystification of mathematics as an isolated and finished science, as they show the motivations and applications of mathematical concepts in history. Another aspect revealed is that, in consonance with the literature, the potentiality "History as an instrument in the formalization of mathematical concepts" (MIGUEL, 1993), as having the potential to be more effective for teaching mathematics, plays The role of transforming the student into an active subject, leading him to an understanding of the content and the formalization of mathematical concepts. We observed a certain interest in using the History of Mathematics in the textbooks analyzed. However, we realize that this use should focus more on the pedagogical potentialities that deal with the importance of a mathematical concept throughout history that inserts the History of Mathematics within a sociocultural, political and economic context, contributing to the teaching- Learning and for a change of perception regarding Mathematics. We conclude that in the process of choosing the textbook, the teacher needs, besides the evaluation criteria of the PNLD, to find out which collections approach the History of Mathematics as a didactic resource. Which collections reveal the historical development of the content, evidencing its origin, evolution and the different formalizations of the same concept over time.

Keywords: History of Mathematics. Pedagogical potentialities. Textbook. Trigonometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Papiro de Rhind.....	64
Figura 2: Método utilizado para medir a altura das pirâmides usando semelhança de triângulos	65
Figura 3: Plimpton 322	66
Figura 4: Corda no círculo.....	68
Figura 5: Meia-Corda no círculo	70
Figura 6: Diagrama com síntese do histórico da Trigonometria ocidental	76
Figura 7: Passagem histórica da página 44 do livro Conexões com a Matemática, vol. 2, de Leonardo (2013)	132
Figura 8: Passagem histórica da página 34 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).....	134
Figura 9: Passagem histórica da página 16 do livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013).....	136
Figura 10: Passagem histórica da página 20 do livro Matemática: Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013)	139
Figura 11: Passagem histórica da página 21 do livro Matemática: Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013)	140
Figura 12: Passagem histórica das páginas 10 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	143
Figura 13: Passagem histórica das páginas 11 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	144
Figura 14: Passagem histórica das páginas 12 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	145
Figura 15: Passagem histórica da página 16 do livro Novo Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013).....	147
Figura 16: Passagem histórica da página 44 do livro Conexões com a Matemática, vol. 2, de Leonardo (2013)	154

Figura 17: Passagem histórica da página 24 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).....	157
Figura 18: Passagem histórica da página 25 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).....	158
Figura 19: Passagem histórica da página 26 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).....	159
Figura 20: Passagem histórica da página 7 do livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013)	161
Figura 21: Passagem histórica da página 20 do livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013)	164
Figura 22: Passagem histórica da página 22 do livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013)	165
Figura 23: Passagem histórica das páginas 10 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	168
Figura 24: Passagem histórica das páginas 11 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	169
Figura 25: Passagem histórica das páginas 12 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).....	170
Figura 26: Passagem histórica da página 25 do livro No Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013)	173

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Teses e Dissertações no portal da CAPES e da BDTD	30
Quadro 2: Resumo dos cinco períodos da história da Educação Matemática de acordo com a literatura.....	38
Quadro 3: Lista das Funções Pedagógicas da História da Matemática e suas palavras-chave.....	100
Quadro 4: Resumo das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014)	124
Quadro 5: Relação das categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Conexões com a Matemática, volume 2, de Leonardo (2013).....	125
Quadro 6: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Contexto e Aplicações, volume 2, de Dante (2013)	126
Quadro 7: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Paiva, volume 2, de Paiva (2013)	126
Quadro 8: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Ciências e Aplicações, volume 2, de Iezzi et. al. (2013)	127
Quadro 9: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Ensino Médio, volume 2, de Smole e Diniz (2013).....	128
Quadro 10: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Novo Olhar: Matemática, volume 2, de Souza (2013).....	128
Quadro 11: Classificação das categorias de sentidos quanto as potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993).....	149

Quadro 12: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Conexões com a Matemática, volume 2, de Leonardo (2013)	153
Quadro 13: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: contexto e aplicações, volume 2, de Dante (2013)	155
Quadro 14: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Paiva, volume 2, de Paiva (2013)	160
Quadro 15: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Ciência e Aplicações, volume 2, de Iezzi et al (2013)	162
Quadro 16: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Ensino Médio, volume 2, de Smole e Diniz (2013).....	166
Quadro 17: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Novo Olhar: Matemática, volume 2, de Souza (2013).....	171

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resumo da relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos analisados.....129

Tabela 2: Quanto ao uso da História da Matemática (HM) no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos analisados. 130

Tabela 3: Resumo da relação das potencialidades pedagógicas da História da Matemática de todas as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros analisados 175

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	23
2.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA ESCOLAR.....	23
2.2 O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA	40
2.2.1 Argumentos questionadores sobre o uso da História da Matemática.....	51
2.2.2 Os argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática.....	56
2.3 O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA POR MEIO DO LIVRO DIDÁTICO.....	59
2.4 UMA SÍNTESE DA HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA	62
3 LIVRO DIDÁTICO: ORIGENS, CONCEITOS E LEGISLAÇÕES	78
3.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO	78
3.2 O LIVRO DIDÁTICO HOJE.....	83
3.3 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO.....	85
3.4 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E PROCESSO DE ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA – PNLD 2015.....	87
4 METODOLOGIA	94
4.1 NATUREZA DA PESQUISA.....	94
4.2 CAMINHOS CONSTRUÍDOS.....	96
4.3 MÉTODO DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	97
4.4 ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	98
5 AS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APONTADAS POR MIGUEL (1993) E AS CATEGORIAS DE SENTIDOS DEFINIDAS POR ALENCAR (2014)	100
5.1 UMA FONTE DE MOTIVAÇÃO PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	101
5.2 UMA FONTE DE SELEÇÃO DE OBJETIVOS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	104
5.3 UMA FONTE DE MÉTODOS ADEQUADOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	105

5.4 UMA FONTE PARA A SELEÇÃO DE PROBLEMAS PRÁTICOS, CURIOSOS, INFORMATIVOS E RECREATIVOS A SEREM INCORPORADOS DE MANEIRA EPISÓDICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA	107
5.5 UM INSTRUMENTO QUE POSSIBILITA A DESMISTIFICAÇÃO DA MATEMÁTICA E A DESALIENAÇÃO DE SEU ENSINO.....	108
5.6 UM INSTRUMENTO NA FORMALIZAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS .	110
5.7 UM INSTRUMENTO PARA A CONSTITUIÇÃO DE UM PENSAMENTO INDEPENDENTE E CRÍTICO	111
5.8 UM INSTRUMENTO UNIFICADOR DOS VÁRIOS CAMPOS DA MATEMÁTICA.....	112
5.9 UM INSTRUMENTO PROMOTOR DE ATITUDES E VALORES.....	113
5.10 UM INSTRUMENTO DE CONSCIENTIZAÇÃO EPISTEMOLÓGICA.....	114
5.11 UM INSTRUMENTO DE PROMOÇÃO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E COMPREENSIVA	115
5.12 UM INSTRUMENTO DE RESGATE DA IDENTIDADE CULTURAL	116
5.13 UM INSTRUMENTO REVELADOR DA NATUREZA DA MATEMÁTICA.....	119
5.14 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	119
5.15 AS CATEGORIAS DE SENTIDOS PROPOSTAS POR ALENCAR (2014).....	121
6 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO LIVRO DIDÁTICO E SUAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS	125
6.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS QUANTO ÀS CATEGORIAS DE SENTIDOS DEFINIDAS POR ALENCAR (2014).....	125
6.2 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS QUANTO AO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	130
6.3 CLASSIFICAÇÃO DAS PASSAGENS HISTÓRICAS DEFINIDAS POR ALENCAR (2014) QUANTO AS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APONTADAS POR MIGUEL (1993).....	148
6.4 OCORRÊNCIAS DAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS APONTADAS POR MIGUEL (1993) NOS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS	153
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	179
REFERÊNCIAS	187

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas houve um crescente desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática, o que tem promovido a consolidação dessa área como campo científico, provocando inúmeras discussões a respeito do ensino e da aprendizagem da matemática. Essas discussões têm motivado diversas inquietações sobre as dificuldades de muitos alunos com a aprendizagem da matemática, como ainda, sobre as possibilidades pedagógicas, isto é, as alternativas e os recursos didáticos para o ensino dessa ciência. Também, nessas últimas décadas, uma das alternativas metodológicas que ganhou força e destaque é o ensino da matemática utilizando a História da Matemática como recurso pedagógico.

Durante o curso de Licenciatura em Ciências da Universidade Regional do Cariri (URCA), no período de 2000 a 2004, tivemos contato com a História da Matemática em uma única disciplina, oferecida no nono e último semestre do curso, chamada “História da Matemática”. No entanto, a maneira como essa disciplina foi ministrada não nos proporcionou oportunidades e nem motivação dentro do curso de graduação. Não pudemos vivenciar situações de ensino e aprendizagem que envolvessem a História da Matemática como um recurso didático. Na verdade, foi durante o Curso de Especialização “*Lato Sensu*” em Matemática do Ensino Médio, na mesma Universidade, que tivemos contato com esse tema, em diálogos informais com o Professor Regis Vieira, que lecionou em duas disciplinas relacionadas à Educação Matemática, além de ter sido nosso orientador no trabalho monográfico do referido curso. Contudo, apesar de informais, essas conversas foram suficientes para nos motivar a conhecer mais sobre a referida área de conhecimento.

A partir das análises e observações obtidas pela experiência na docência de Matemática no Ensino Fundamental e Médio há quase uma década na cidade de Altaneira – CE, em algumas ocasiões, tivemos experiências de contar aos alunos histórias relacionadas à História da Matemática ou a fatos que se relacionavam com a Matemática. Nessas ocasiões, percebíamos que essas histórias causavam uma mudança na atenção e no comportamento dos alunos, as aulas se tornavam menos cansativas e mais participativas. Apesar disso, a participação da História da Matemática não era pensada como uma metodologia de ensino.

As convicções que nos motivaram ao empenho na participação da História da Matemática, nas aulas citadas, foram diversificadas. Buscávamos, basicamente, suporte para justificar aos alunos o seguinte: a matemática como uma criação humana; a fundamentação das necessidades práticas e sociais que levava ao desenvolvimento dos conceitos relacionados

a certo conteúdo matemático do currículo escolar; a motivação da aprendizagem desse conteúdo; a exposição de ligações entre a matemática e outras ciências; o registro de curiosidades sobre a matemática e as tentativas de responder a alguns porquês cronológicos, ou seja, “aquelas explicações cuja legitimidade não poderia ser caracterizada como uma necessidade lógica” e que, diferentemente, “são razões de natureza histórica, cultural, casual, convencional que estariam na base de sua aceitação”. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 46).

Foi com as experiências pontuais e a presença da história, principalmente a História da Matemática no trabalho com as turmas de estudantes da Educação Básica, que nos motivamos a buscar na literatura de pesquisa em Educação Matemática alternativas de como integrar a História da Matemática, de forma mais pedagógica, nestas aulas. Como ainda, com a leitura do livro *História na Educação Matemática: Propostas e Desafios*, de Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim (2011), nos deparamos com os argumentos que buscam reforçar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, além de outros argumentos que questionam essas potencialidades.

Ao iniciar o desafio de escrever o projeto de pesquisa para participar da seleção de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, no qual, na primeira fase é necessário apresentar um projeto de pesquisa, planejávamos investigar sobre as dificuldades dos professores no uso da História da Matemática em sala de aula. Com os caminhos percorridos e com a leitura de pesquisas já realizadas nessa área de conhecimento, acabamos por nos inclinar a outro tema, porém, dentro da mesma linha de interesse. Assim, no processo de seleção para o mestrado, apresentamos uma proposta de pesquisa intitulada “Uma investigação sobre o uso da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Médio”. Com o ingresso no referido programa, tendo de início como orientador o professor Dr. John Andrew Fossa, que por problemas de saúde foi substituído pelo professor Dr. Silvano de Andrade, nos dedicamos à pesquisa que deu origem a esta dissertação.

A partir disso, o interesse pelo tema foi crescendo, fizemos um levantamento bibliográfico de pesquisas em Educação Matemática no qual foram realizadas abordagens históricas dos conteúdos de matemática aplicadas para alunos do Ensino Fundamental e Médio. Nessa busca, percebemos que existem muitas dificuldades e escassez de material para incrementar as aulas de matemática utilizando a História da Matemática como recurso metodológico. É notória a escassez de recursos didáticos e até carência de referências bibliográficas que tratam da História da Matemática como uma abordagem voltada ao ensino.

Alguns aspectos merecem ser destacados, como a instituição dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais em 1998, um marco para a educação básica, nos quais a História da Matemática passou a ser indicada como recurso didático. Um ano depois, o PNLD – Programa Nacional do Livro Didático, vinculado ao Ministério da Educação e Cultura – MEC, que tem por objetivo a aquisição e distribuição de livros didáticos para os alunos da rede pública de ensino de todo o país, realiza sua primeira avaliação de livros didáticos. Nesse programa, a História da Matemática passa a constar como item de avaliação.

Segundo Bianchi (2006), na tentativa de acatar as diretrizes traçadas pelo MEC, alguns autores de livros didáticos passaram a incluir menções históricas no desenvolvimento de seus textos, de maneira imprópria. Muitas vezes, esta inserção se resume à apresentação de biografias de alguns matemáticos, de datas ou curiosidades históricas, sem a devida compreensão ou adequação desta abordagem. Assim, percebemos ser significativo examinar a maneira como a História da Matemática é tratada nos livros didáticos e as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se evidenciam no processo ensino-aprendizagem.

Diante das constatações relatadas, o enfoque da nossa proposta de pesquisa ao ingressar no curso de mestrado da UEPB, vinculada à linha de pesquisa História, Filosofia e Sociologia das Ciências e da Matemática, era investigar sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula e como podem influenciar na participação e na aprendizagem dos alunos.

No entanto, os caminhos percorridos, as discussões no grupo de pesquisa, as aulas do mestrado e as conversas com o orientador nos levaram a realizar alterações necessárias e fundamentais para uma melhor investigação. Agora, o livro didático de matemática do Ensino Médio passa a fazer parte do nosso material de análise. Dessa forma, interessa-nos saber: como o conteúdo de Trigonometria é tratado do ponto de vista histórico nos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio? Quais funções pedagógicas da História da Matemática, defendidas por Miguel (1993), se tornam evidentes nessas passagens históricas? E quais das potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes nos recortes históricos dessas obras têm potencial de serem mais efetivas para o ensino da matemática? Como, ainda, podemos levantar o seguinte questionamento: as passagens históricas em determinado conteúdo matemático nos livros didáticos evidenciam essas potencialidades pedagógicas? Em nossa pesquisa, trataremos sobre essas questões.

Para orientar nosso estudo, elegemos como objetivos: analisar as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos do Ensino Médio, a partir das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e as potencialidades pedagógicas da História da

Matemática, apontadas por Miguel (1993); verificar quais das potencialidades pedagógicas da História da Matemática identificadas nos livros didáticos têm o potencial de serem mais efetivas para o ensino da Matemática.

Para fazer essa análise, no levantamento de dados foram escolhidos os seis livros didáticos de matemática do segundo ano do Ensino Médio, pertencentes às seis coleções aprovadas pelo PNLD 2015.

A opção pela Trigonometria como conteúdo de análise nos livros didáticos e investigação numa abordagem histórica se deu por percebermos que nossos alunos apresentavam dificuldades em aplicar conceitos básicos de Trigonometria e em manipular determinados métodos ou técnicas algébricas que são essenciais para formação de conceitos trigonométricos. Como em nossa formação escolar foi nos repassado apenas a Trigonometria no triângulo retângulo, sentíamos a necessidade de compreender suas origens e sua evolução para lecionarmos este conteúdo de maneira mais dinâmica e prazerosa.

Há um certo tempo o conteúdo de trigonometria era abordado nos livros didáticos do primeiro ano do Ensino Médio. As coleções atuais trazem apenas uma introdução sobre esse conteúdo, deixando o aprofundamento para os livros didáticos do segundo ano. Vale salientar que em escolas particulares, muitas vezes, não são utilizados os livros didáticos aprovados pelo PNLD, observamos em nossa prática que as mesmas usam materiais elaborados pela própria instituição de ensino. Diante dessas razões, optamos em realizar nossa investigação nos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2015.

A presente problemática nos motivou a ir além da pura análise da História da Matemática no livro didático, permitiu-nos também, discuti-la no contexto do ensino de matemática como um todo, o que fizemos à luz das pesquisas nesse campo. Buscamos mostrar como tem ocorrido o processo de consolidação da linha de pesquisa em História da Matemática no Brasil, o reflexo deste movimento e sua presença nos livros didáticos e as potencialidades pedagógicas que são reveladas por essa presença.

As pesquisas nos mostram que o uso da história no ensino de várias disciplinas vem se tornando uma realidade cada vez mais presente nos atuais ambientes de ensino e aprendizagem. Quando falamos em história no ensino, não estamos nos referindo exatamente à história de uma disciplina isolada das demais, como por exemplo, a História da Matemática ou a História da Física, que abordam os fatos e os tornam acessíveis apenas dentro dos seus limites, mas estamos mencionando a História, ou as Histórias imbricadas na composição de cada ciência e que as torna vivas e imersas em contextos socioculturais. Estas são as histórias que se desvelaram para proporcionar que determinado corpo de conhecimento fosse instituído

dentro da edificação de uma ciência, as histórias que estão evidentes em cada conteúdo abordado nas salas de aula, em cada componente curricular.

Sobre esse contexto, Nascimento (2011, p. 10) afirma que

[...] o conhecimento de alguns episódios históricos nos permite conhecer o processo social que levou a certo desenvolvimento conceitual, ou a mudanças sociais que resultaram após “tais descobertas”, permitindo assim a formação de uma visão mais realista da natureza da ciência e do meio social que a cerca.

Nesse sentido, devemos reconhecer que a matemática está entrelaçada com a história e o desenvolvimento das civilizações. É nessa linha de pensamento que vários pesquisadores apontam a História da Matemática como uma ferramenta capaz de contribuir no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois ela pode ser relacionada com várias situações dentro da construção do conhecimento, como considera os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. (BRASIL, 1998, p. 42).

Segundo D’Ambrósio (2006), o uso da História da Matemática no ensino de matemática satisfaz o desejo de saber como se originaram e se desenvolveram os assuntos em matemática, ajuda a compreender a nossa herança cultural, proporcionando grande utilidade no ensino e na investigação matemática.

Em D’Ambrósio (2011) é evidenciado que o conhecimento matemático é proveniente da construção humana em sua interação constante com os diversos contextos no ambiente em que se vive, caracterizando-se como uma ferramenta para compreender a realidade e nela interagir. Dessa forma, um corpo de conhecimentos matemáticos, sua história e seu ensino são indissociáveis. Outros autores, tais como Miguel e Miorim (2011), Valente (2004; 2005), Balestri (2008), Bianchi (2006) e Barbosa (2012) nos ajudam a refletir e apontam aspectos positivos e questionadores sobre o uso da História da Matemática no ensino dessa disciplina.

Partindo agora para um viés mais específico, qual seja, o da sala de aula de matemática, percebemos que em muitas aulas dessa disciplina, os professores estão mais preocupados em transmitir, repetir procedimentos e algoritmos do que provocar inquietações e questionamentos nos alunos sobre a evolução histórica dos conceitos ensinados. Em seu estudo, Swetz (1995) descreve o que ocorre em muitas aulas de matemática:

Frequentemente nos encontramos preocupados com o ensino da "matemática" - os símbolos, a parte mecânica, a resposta resultante dos procedimentos - sem realmente ensinar o que "a matemática é" - de onde veio, como foi elaborada, como as ideias foram percebidas, refinadas e desenvolvidas em teorias úteis - em resumo, sua relevância social e humana. (SWETZ, 1995, apud CORRALES FILHO, 2007, p. 2)

Muitas vezes a matemática é apresentada aos alunos sem qualquer referência à sua história, dando maior peso aos procedimentos e técnicas, em vez da reflexão acerca das ideias matemáticas e da compreensão dos significados para os algoritmos, tornando-se deste modo uma atividade mecânica. O uso da História da Matemática pode ser um instrumento fundamental para levar o aluno a compreender os porquês matemáticos, evitando a simples memorização. No entanto, a importância da história não pode se restringir a isso. Se ela é entendida como instrumento de compreensão e avaliação, acreditamos ainda que ela seja um recurso de superação e orientação dos métodos de ação, ou seja, de transformação.

Desse modo, presenciamos um crescente movimento em busca de novas metodologias de ensino, novas alternativas didáticas e a História da Matemática é uma dessas tendências, pois ela auxilia na compreensão da construção do conhecimento e na evolução dos conceitos matemáticos. Inclusive, a construção do que é estudado hoje passou por um longo processo histórico, até chegar à atualidade, assim, muitas descobertas que foram feitas há muito tempo vêm sendo usadas até hoje. Por essa razão, acreditamos ser importante analisar as passagens históricas presentes nos livros didáticos utilizados nas escolas públicas no Brasil e identificarmos as potencialidades pedagógicas dessas abordagens históricas.

Nobre (1996), pesquisador brasileiro da História da Matemática e sua relação com o ensino, alerta para o fato de que muitos conhecimentos matemáticos são transmitidos como se fossem obtidos de forma natural e apresentados como desprovidos de erros e dificuldades. O autor destaca a necessidade do professor observar que a forma acabada na qual hoje se encontra o conceito matemático esconde modificações sofridas ao longo de sua história e que isso deve ser levado em conta na elaboração de atividades para aprendizagem, já que a forma como um assunto é tratado influencia a sua compreensão.

Como podemos perceber, educadores matemáticos e historiadores da matemática têm atribuído à História da Matemática diferentes papéis pedagógicos. Matemáticos como Felix Klein, Henri Poincaré, Morris Kline, Swetz, Zúñiga, dentre outros, atribuíram algumas potencialidades pedagógicas à História da Matemática. Isto é, se referem à História da Matemática como um recurso potencialmente rico para promover e repensar o processo ensino-aprendizagem da matemática, tais como potencialidades pedagógicas: a história como guia metodológico; a história como instrumento de conscientização epistemológica; a história como fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática; a história como fonte de objetivos para o ensino da matemática, etc.

Outro ponto que nos provoca reflexão é sobre a maneira como a História da Matemática é abordada nos livros didáticos. Para Miguel e Miorim (2011), a incorporação de elementos históricos em livros didáticos no Brasil teve início nos anos iniciais da década de 1920, motivada pelas orientações da Reforma Francisco Campos. Já Bianchi (2006), em seu trabalho de conclusão de mestrado, considera três aspectos que tenham, provavelmente, estimulado a participação da História da Matemática em livros didáticos. O primeiro está relacionado com a instituição dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN em 1998, em virtude da História da Matemática passar a ser indicada como recurso didático. O segundo aspecto, com as avaliações dos livros didáticos por meio do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, pois a História da Matemática passa a constar como item de avaliação nesse Programa. Por fim, o último refere-se à consolidação da História da Matemática no Brasil como campo de pesquisa. Essa perspectiva concorre para reforçar a nossa evidência de que é notória a consolidação da presente temática no campo da Educação Matemática.

Com esse estudo pretendemos ainda, trazer contribuições para o campo da Educação Matemática, especialmente para o campo que investiga a participação da História da Matemática na Educação Matemática. Para tal, investigamos como o conteúdo de Trigonometria está sendo abordado do ponto de vista histórico nos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio distribuídos pelo PNLD 2015 e como as funções pedagógicas da História da Matemática, apontadas por Miguel (1993), aparecem nesses recortes históricos desse conteúdo.

Para tanto, estruturamos essa dissertação como segue:

No capítulo seguinte discutimos a respeito da História da Matemática na Educação Matemática. Abordamos a respeito da História da Matemática escolar, bem como sobre o uso da História da Matemática na sala de aula, evidenciando os argumentos questionadores a respeito do uso da História da Matemática e os argumentos reforçadores das potencialidades

pedagógicas da História da Matemática. Tratamos sobre o uso da História da Matemática por meio do livro didático e trazemos uma síntese da história da *Trigonometria*, que foi o tema escolhido para análise das passagens históricas nos livros didáticos de nossa pesquisa.

O terceiro capítulo traz um estudo sobre o livro didático, observando suas origens, sua evolução e sua consolidação como instrumento pedagógico mais utilizado nos ambientes escolares. Abordamos também a origem e o objetivo do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD e seus critérios de avaliação e processo de escolha do livro didático de matemática.

No quarto capítulo apresentamos a metodologia adotada em nossa pesquisa, os caminhos construídos, os métodos de análise dos livros didáticos e os critérios de escolha dos mesmos.

No quinto capítulo, fazemos um estudo sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática propostas por Miguel (1993), cuja presença nas abordagens históricas do conteúdo de Trigonometria, nos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2015, investigamos em nossa pesquisa. Abordamos as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) para análise dos livros didáticos quanto à participação da História da Matemática. Essa categorização facilitou a classificação das passagens históricas em relação às potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993).

No capítulo seguinte, apresentamos os dados obtidos na pesquisa. Abordamos a relação entre as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014) e as potencialidades pedagógicas da História da Matemática propostas por Miguel (1993), além da análise das passagens históricas do conteúdo de Trigonometria nos seis livros didáticos aprovados no PNLD 2015.

Nas considerações finais, retomamos brevemente o trabalho de campo e os principais resultados da investigação. Apresentamos, ainda, reflexões gerais suscitadas pela pesquisa como um todo.

2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, mostraremos como tem ocorrido o processo de consolidação da linha de pesquisa em História da Matemática no Brasil, ressaltando o seu uso na sala de aula, os argumentos questionadores e reforçadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática levantados por vários pesquisadores, a História da Matemática por meio do livro didático e, por fim, uma síntese da história da Trigonometria, que foi o tema escolhido para análise nos livros didáticos.

2.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA ESCOLAR

As atenções com o uso de elementos históricos na matemática escolar brasileira apareceram de forma mais intensa, talvez pela primeira vez, nas primeiras décadas do século XX, com as propostas de um movimento de renovação da educação. Na década de 1930, o primeiro Ministro de Educação e Saúde, Francisco Campos, editou um Decreto contemplando o Movimento da Escola Nova, mais especificamente com as modernas orientações apresentadas na reforma que ficou conhecida como Reforma Francisco Campos, consolidada em 1932. Nessa época, autores de livros didáticos, como Cecil Thiré, Melo e Souza e Euclides Roxo, que assumiram as orientações dessa reforma, incorporaram em suas obras elementos da História da Matemática.

De certo modo, no Brasil, tais preocupações estiveram presentes antes disso, especialmente em livros didáticos de matemática mais antigos, por meio de observações e comentários sobre temas ou personagens da História da Matemática. Isso se deu particularmente no final do século XIX e início do século XX, época em que se podia perceber também, em programas oficiais de Matemática, uma preocupação com a preservação de certos métodos e concepções historicamente produzidos. (MIGUEL; MIORIM, 2011).

No momento de domínio das ideias da Matemática Moderna¹, durante as décadas de 1960 e 1970 e início dos anos 1980, a integração da História na Educação Matemática escolar não era vista com um olhar favorável (VIANNA, 1996). Quando as críticas às propostas do Movimento da Matemática Moderna começaram a se intensificar, nos anos finais da década de 1980, as manifestações em favor da participação da História em textos voltados para a

¹ Movimento de renovação no ensino que ganhou notoriedade mundial, influenciando mudanças nos currículos escolares em diversos países, atribuindo uma importância à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos.

prática pedagógica em Matemática começaram a aumentar. A partir da década de 1990, houve, então, uma ampliação do trabalho com elementos históricos em produções brasileiras destinadas à matemática escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Mesmo diante de todo o legado que o Movimento da Matemática Moderna possa ter nos deixado, se tornou necessário um reencontro entre a História da Matemática e o seu ensino, ancorados por uma série de discursos, em sua maioria, otimistas em favor desse reencontro. Os principais argumentos baseiam-se na ideia da história como possibilidade de humanização da ciência, de motivação, de compreensão da natureza da ciência, de contextualização e de desenvolvimento da capacidade crítica do aluno. Isso pode ser facilmente encontrado em pesquisas acadêmicas ou em documentos oficiais. Por exemplo, Bianchi (2006, p. 87) cita que a “História da Matemática é um importante recurso didático para o ensino e aprendizagem da Matemática e está sendo utilizada, cada vez com maior frequência”.

Dessa forma, apesar das indicações relativas à participação da História da Matemática no ensino serem antigas, foi somente na década de 1990 que seu papel didático, de uma forma mais sistemática e significativa, ganhou destaque e importância.

Baroni (1999) descreve em artigo intitulado *Pesquisa em História da Matemática: questões metodológicas*, publicado no III Seminário Nacional de Educação Matemática, a criação de grupos e/ou núcleos de estudos e pesquisa em HM (História da Matemática) no Brasil:

[...] As pesquisas nesta área foram surgindo por iniciativas individuais. Foi na década de 90 que se pôde perceber um interesse mais direcionado para a HM, com pessoas obtendo formação acadêmica na área e iniciando-se o que podemos chamar de profissionalização da área. (BARONI, 1999, p. 171).

Para confirmar esta crescente consolidação na linha de pesquisa História da Matemática, Miguel e Miorim (2011, p. 15), argumentam que:

Temos presenciado nos últimos anos uma ampliação da presença do discurso histórico em produções brasileiras destinadas à Matemática escolar, dentre as quais se encontram os livros didáticos, os livros paradidáticos e as propostas elaboradas por professores individualmente, por grupos de professores, por escolas ou por órgãos governamentais responsáveis pela elaboração de diretrizes para os ensinos fundamental, médio e superior.

Gradualmente vai aumentando o interesse de educadores, pesquisadores e estudiosos no tema História da Matemática, notamos que esse crescimento se dá acompanhado de uma grande diversidade de formas e abordagens. Nesse sentido, pesquisadores, historiadores,

educadores e demais interessados intensificaram as discussões a respeito do tema por meio de vários encontros realizados para esse fim. Entendemos que evidenciar a participação de pessoas em determinados eventos é, de certo modo, comprovar que este, de fato, está se consolidando. Vamos listar alguns dos eventos realizados durante a década de 1990 que foram fundamentais no aumento das atenções no tema em questão.

No ano de 1993 foi realizado o “I Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática” – ELBHM - na Universidade de Coimbra, com a participação de aproximadamente 90 pessoas, dos quais oito eram brasileiros. Esse encontro propiciou a união entre pesquisadores portugueses e brasileiros (BIANCHI, 2006). Entendemos ainda que este encontro pode ter incentivado a realização de vários eventos, seminários, congressos, no Brasil, e publicações sobre a História da Matemática em revistas específicas da História da Matemática ou da própria Educação Matemática.

Entre os eventos, podemos citar o I Seminário Nacional da História da Matemática – I SNHM, em 1995, na Universidade Federal Rural de Pernambuco, em Recife. Esse Seminário foi muito importante para o movimento da História da Matemática no Brasil, pois veio confirmar a existência da investigação histórico-científica e tornou possível a formação de grupos ou núcleos de pesquisa em várias universidades brasileiras (NOBRE, 1997).

Já no ano de 1997, foi realizado o II Seminário Nacional da História da Matemática – II SNHM, na cidade de Águas de São Paulo – SP, com um aumento considerável no número de participantes, motivando a realização do III SNHM em 1999, na Universidade Federal do Espírito Santo, em Vitória – ES. Esse seminário foi um sucesso, e culminou com a fundação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), comprovando que a área estava em processo de consolidação (BIANCHI, 2006).

Por outro lado, embora o movimento organizado em torno da História da Matemática tenha se intensificado a partir da criação da SBHMat no III SNHM, em março de 1999, as motivações, ações e estudos isolados, quer individuais ou de grupos organizados de pesquisa relacionados a essa temática, podem ser identificados, pelo menos, desde meados da década de 80, no século XX (MIGUEL; MIORIM, 2011).

O tema da História na Educação Matemática também é debatido e apresentado, de forma efetiva, em congressos de Educação Matemática, tanto nacionais quanto internacionais, e é alvo das investigações de grupos de pesquisa que estudam relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Como exemplos podemos citar quatro eventos mais recentes que comprovam a consolidação desse tema:

I. O X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM - 2010), no qual foram apresentados 80 trabalhos relacionados ao tema “História da Matemática e da Educação Matemática”, dentre os quais uma mesa redonda intitulada “História(s) em aula de Matemática”, que teve a participação dos professores Iran Abreu Mendes, Maria Ângela Miorim e Maria Laura Magalhães Gomes (ROQUE, 2012);

II. O XIII Congresso Interamericano de Educação Matemática (XIII CIAEM), que ocorreu em 2011, no qual o tema “História e Epistemologia” contou com 54 trabalhos inscritos (ROQUE, 2012);

III. O XI Encontro Nacional de Educação Matemática (XI ENEM – 2013), onde foram apresentados 128 trabalhos relacionados ao tema “História da Matemática e História da Educação Matemática”. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013); e

IV. O XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM – 2016), no qual foram apresentados 102 trabalhos relacionados ao tema “História da Matemática”, dentre os quais uma mesa redonda intitulada “Explorar a História para desenvolver conteúdos matemáticos na sala de aula”, com a participação dos pesquisadores Iran Abreu Mendes, Ligia Arantes Sad e Miguel Chaquiam. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016).

Pelo número de trabalhos apresentados nos eventos, evidenciamos que a História da Matemática no Brasil tem se mostrado como uma área de pesquisa fértil e promissora. A presença em destaque desse tema nos eventos sobre Educação Matemática, comprova ainda o crescimento no número de Grupos de Pesquisa que desenvolvem suas atividades em áreas especificamente voltadas à História da Matemática ou a áreas correlatas como História e Educação Matemática, História, Filosofia e Sociologia das Ciências e da Matemática, entre outras, ganhando a produção científica voltada à área, novas dimensões e maior importância, como bem mostram as inúmeras teses, dissertações, trabalhos e livros que vem sendo publicados.

Grupos de pesquisas internacionais também foram criados e têm contribuído, significativamente, com seus estudos e discussões, com o tema em questão. De acordo com o estudo de Roque (2012),

Entre grupos internacionais de pesquisa, uma instância importante quanto às relações entre História e Educação Matemática é representada pelo International Study Group on the Relations Between the History and

Pedagogy of Mathematics (HPM), associado à ICMI². Essa associação de pesquisadores tem representantes de vários países, inclusive o Brasil, e entre os seus membros estão pesquisadores em matemática, pesquisadores em Educação Matemática, historiadores da matemática, professores de Matemática e elaboradores de propostas curriculares. (ROQUE, 2012, p. 17).

Existem outros eventos relacionados à História da Matemática, como o “Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia”, o “Colóquio Brasileiro de História da Matemática”, o “Seminário Paulista de História e Educação Matemática” e o “Seminário Cearense de História da Matemática”, eventos concatenados diretamente à História da Matemática (BIANCHI, 2006).

Assim, apesar de indicações referentes à participação da História da Matemática no ensino serem relativamente antigas, podemos ver que é somente há pouco mais de duas décadas que seu papel didático, de uma forma mais sistemática, tem ganho destaque e importância. Hoje, na maior parte dos livros didáticos publicados no Brasil, especialmente naqueles voltados para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, podem ser encontrados trechos relacionados à História da Matemática. Temas específicos da História da Matemática têm sido contemplados, também, no mercado editorial brasileiro, por livros paradidáticos³.

Por outro lado, para discutir sobre história dentro do campo da matemática, é necessário considerar uma importante separação feita por Miguel e Miorim (2011), que distingue História da Matemática, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática. No entendimento dos autores, a História da Matemática é a História da Matemática propriamente dita, feita por historiadores que pesquisam o desenvolvimento da ciência matemática ao longo do tempo. Já a História da Educação Matemática está mais relacionada à evolução dos movimentos institucionais em torno da questão do ensino de matemática e do surgimento e evolução da educação matemática enquanto campo científico. Por exemplo, no Brasil, um relevante trabalho desta natureza é a tese de doutorado de Antônio Miguel, intitulada *Três Estudos Sobre História e Educação Matemática*, defendida na Faculdade de Educação da UNICAMP em 1993.

Com relação à História na Educação Matemática, os autores defendem como sendo todos os estudos que buscam como objeto de investigação os problemas relativos às inserções efetivas da história em diversos campos, entre eles: na formação inicial ou continuada de professores de Matemática; na formação matemática de estudantes; em livros de Matemática

² International Commission on Mathematical Instruction.

³ Como exemplos, podemos citar os livros: *Os números na história da civilização* e *Descobrimo o Teorema de Pitágoras*, ambos da coleção *Vivendo a Matemática*, autor Luiz Márcio Imenes, publicada pela editora Scipione.

destinados ao ensino; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino de Matemática; na investigação em Educação Matemática, etc. (MIGUEL e MIORIM, 2011).

Esta diferenciação, além de esclarecer a localização de cada campo de conhecimento, permite classificarmos esta pesquisa como parte do terceiro significado, isto é, História da Matemática na Educação Matemática.

Nesse sentido, buscaremos as concepções de história, dentro do campo da História da Matemática que se manifestam nos livros didáticos, escolhidos para serem utilizados na disciplina de matemática nas escolas públicas brasileiras de Ensino Médio. Acreditamos que esta seja uma questão que se coloca a priori neste trabalho, pois ao investigar quais funções/potencialidades⁴ pedagógicas da História da Matemática estão dispostas nas passagens históricas nos livros didáticos de matemática, estas funções/potencialidades estarão influenciadas também por aquelas encontradas nas suas fontes, ou seja, nos vários livros e pesquisas em História da Matemática.

Para Valente (2004), a propensão dominante nos estudos históricos da matemática é aquela que discute a história como uma maneira de consolidar o passado, onde não há sentido questioná-lo. Para o mesmo autor, o lugar da construção histórica nessa perspectiva é a própria matemática. Assim os contextos cultural, social, econômico e político da produção matemática são vistos como elementos estranhos à sua construção e não constituintes dela própria.

Em Miguel e Miorim (2011), os autores chamam a atenção para a existência de uma História da Matemática que apresenta uma característica eurocêntrica. Eles citam o trabalho de Paulus Gerdes, historiador holandês, naturalizado moçambicano, que propôs a construção de uma matemática e de uma Educação Matemática motivadoras, através do resgate histórico das construções matemáticas feitas pelo próprio povo moçambicano. Em seu trabalho, Gerdes propõe que a motivação proporcionada pela história se encontra diretamente relacionada ao seu papel como elemento fundamental para a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de determinado grupo social discriminado do contexto escolar (MIGUEL e MIORIM, 2011, p. 25).

Miguel e Miorim (2011) citam ainda que Gerdes não buscou discutir diretamente sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, porém, ele contribuiu

⁴ Em sua tese de doutorado Miguel (1993) caracteriza a diversidade de opiniões a respeito das funções pedagógicas atribuídas à História da Matemática. Já em Miguel (1997), ele analisa alguns argumentos que reforçam as potencialidades Pedagógicas da História da Matemática tomando como base sua tese de doutorado de 1993. Dessa forma, utilizamos em nossa pesquisa os termos funções e potencialidades como sinônimos, assim como fora utilizado por Miguel (1993) e Miguel (1997).

significativamente para um novo ponto de vista dessa discussão. O que se pretende dizer é que ele compreendia a História da Matemática não como um ponto de partida e nem como algo pronto e acabado que pudesse constituir objeto de uso e abuso dos educadores.

Por esse fato, a preocupação fundamental de Gerdes seria reconstruir o sistema educacional moçambicano em bases novas, após a extinção do regime colonial imposto por Portugal, e a principal base dessa reconstrução reside no resgate da memória local, em que a História da Matemática, não a do colonizador, seria um fator motivacional ao valorizar a própria identidade cultural. Percebemos que seu trabalho se insere em um campo de estudos mais específico, o da etnomatemática, porém, é importante explicitar a crítica formulada por Gerdes ao modelo eurocêntrico de escrita da História da Matemática, segundo a qual a imagem da matemática difundida é a criada pelo colonizador (MIGUEL e MIORIM, 2011, p. 26), pronta e acabada, ao invés de problematizadora.

Com as crescentes discussões acerca do uso da História como um recurso didático no ensino da Matemática, pesquisas vão sendo realizadas com o intuito de compreender entre vários aspectos, como a história, especialmente a História da Matemática, é abordada em materiais didáticos voltados para o Ensino Básico e também como a História da Matemática está sendo trabalhada em sala de aula pelos professores.

Podemos citar como exemplo a pesquisa de mestrado de Gomes (2005), intitulada *História da Matemática como metodologia de ensino da matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos*, na qual ele elenca como um dos objetivos, investigar o que um grupo de professores pensa e como seus membros percebem e/ou utilizam a História da Matemática em sala de aula. Para tanto, foi aplicado um questionário semiestruturado a 47 professores atuantes em diferentes níveis. Gomes não especifica de onde são os professores, acreditamos que sejam do estado onde o autor cursou o mestrado. Ele concluiu, então, que:

(...) a História da Matemática é, decididamente, acreditada por todos como elemento enriquecedor, e por vezes, indispensável à formação do educador matemático. Contudo, evidenciamos que, na prática, os conhecimentos históricos estão sendo negligenciados nas salas de aula, tanto nas Instituições de Ensino Superior (IES) quanto nas escolas de níveis Fundamental e Médio. (GOMES, 2005, p. 16).

Desse modo, a ausência do uso da História da Matemática como recurso didático é apontada também por Melo (2003, p. 29): “Atualmente, os professores de matemática em todos os níveis de ensino ainda têm dado pouco destaque à História da Matemática como recurso didático”.

Silva (2010, p. 68) destaca que, apesar das investigações e experiências realizadas por professores e pesquisadores em diversos países estarem proporcionando um aumento na diversidade de possibilidades no que se refere a como integrar a História da Matemática na Educação Matemática, ainda há um certo desconhecimento entre os professores de Matemática sobre as possíveis maneiras de se introduzir a História da Matemática em situações didáticas.

Pesquisando no banco de dissertações e teses do portal da CAPES⁵ e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁶ a respeito de trabalhos envolvendo o uso da História da Matemática na sala de aula e nos livros didáticos de matemática, comprovamos o fortalecimento dessa tendência matemática através da enorme quantidade de pesquisas realizadas nessa área.

Embora a produção na área de Educação Matemática tenha crescido substancialmente nos últimos anos, percebemos que, no Brasil, são raras as pesquisas envolvendo a História da Matemática na Educação Matemática que contemplem ações com estudantes da Escola Básica ou que a análise realizada nos livros didáticos utilizados nessa mesma etapa de ensino busque evidenciar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Como exemplos, escolhemos algumas pesquisas que tratam sobre o uso da História da Matemática como recurso didático, da análise da participação histórica nos livros didáticos de matemática e as que investigam as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, seja em passagens históricas ou por aplicação de atividades históricas.

No quadro 1, a seguir, apresentamos uma síntese sobre esses trabalhos contendo o autor, o ano, o título, o enfoque, os envolvidos e o grau dos mesmos.

Quadro 1: Teses e Dissertações selecionadas no portal da CAPES e da BDTD

Autor/Ano	Título	Enfoque	Grau
Antônio Miguel/ 1993	Três estudos sobre história e educação matemática	Fundamentação de três pontos de vista a respeito de três possíveis formas da relação entre história, história da matemática e a educação matemática	Tese
Iran Abreu Mendes/	Ensino de trigonometria através	Utilização da história na elaboração e execução de atividades voltadas à	Dissertação

⁵ CAPES – Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Site: < www.capes.gov.br >.

⁶ BDTD – Pertence ao Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia (Ibict). Site: <<http://bdtd.ibict.br/>>

1997	de atividades históricas	construção de noções básicas de trigonometria	
Michele Gomes de Ávila/ 2004	História da matemática e resolução de problemas: uma aliança possível	Utilização da história da matemática como recurso didático associada a resolução de problemas no ensino básico	Dissertação
José Roberto Peters/ 2005	A história da matemática no ensino fundamental: uma análise de livros didáticos e artigos sobre história	Investigar a presença da história da matemática nos livros didáticos do ensino fundamental e nas revistas que estão à disposição dos professores	Dissertação
Maria Isabel Zanutto Bianchi/ 2006	Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos	Presença da história da matemática em coleções do terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental	Dissertação
Nora Olinda Cabrera Zúñiga/ 2007	Uma análise das repercussões do programa nacional do livro didático no livro didático de matemática	Investiga as repercussões do PNLD de 1999 até o PNLD de 2005 no currículo do livro didático de matemática de 5ª a 8ª série.	Tese
Marcos Luis Gomes/ 2008	As práticas culturais de mobilização de histórias da matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio	Estudo as práticas culturais de mobilização da história da matemática realizadas por autores de livros didáticos de matemática que escreveram livros para o Ensino Médio	Dissertação
Helenara Regina	Uma abordagem histórico-filosófica	Investiga o processo de construção de uma abordagem histórico-filosófica por	Dissertação

Sampaio/ 2008	na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no ensino médio	meio de uma reconstrução histórica da trigonometria	
Severino Carlos Gomes/ 2011	Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica	Construção de um caderno de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica	Dissertação
Ana Catarina Cantoni Roque/ 2012	Uma investigação sobre o uso da história da matemática numa sala de aula do ensino fundamental	Investiga as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental	Dissertação
Juliana Elvira Mendes de Oliveira/2013	A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas	Proposta metodológica para o ensino dos conteúdos básicos de Trigonometria na Educação Básica com foco em sua evolução histórica e aplicações contemporâneas	Dissertação
Guilherme Henrique Pimentel/ 2014	A história da geometria nos livros didáticos e perspectivas do PNLD	As formas de abordagens da história da matemática em livros do 9º ano do ensino fundamental	Dissertação
Alexandro Coelho	História da matemática no livro	O uso da história da matemática no livro didático de matemática do ensino médio	Dissertação

Alencar/2014	didático de matemática: práticas discursivas		
Graciana Ferreira Dias/ 2014	A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal	Utilização da história da matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos por meio de atividades históricas a partir de fontes originais.	Tese
Elisângela Miranda Pereira/ 2016	A história da matemática nos livros didáticos de matemática do ensino médio: conteúdos e abordagens	Analisar a presença da história da matemática nas seis coleções de livros didáticos de matemática do ensino médio, aprovados pelo PNLD 2015.	Dissertação
João Danival Gil Ocampos / 2016	Redes discursivas sobre a história da matemática em livros didáticos do ensino médio	Discursos movimentados sobre a história da matemática presentes nos livros didáticos de matemática do ensino médio	Dissertação

Fonte: Próprio autor.

Para a construção do quadro 1, realizamos uma filtragem nos trabalhos encontrados e selecionamos as pesquisas que tratam sobre temas relacionados com o que investigamos em nosso estudo. Pelo enfoque de cada pesquisa selecionada no quadro 1, percebemos que estas tratam sobre três tipos não excludentes: a respeito da presença da História da Matemática em livros didáticos; sobre o ensino de trigonometria numa abordagem histórica e a respeito da utilização da História da Matemática como metodologia para o processo ensino-aprendizagem da matemática. A seguir, faremos comentários a respeito de algumas das pesquisas mencionadas no quadro 1.

Em sua pesquisa, Miguel (1993) realizou, através de três estudos, uma investigação sobre o problema da relação entre a história, a História da Matemática e a Educação Matemática com o objetivo de explicitar e fundamentar três pontos de vista pessoais a respeito de três formas dessa relação se manifestar.

No primeiro estudo faz um levantamento, detalhamento e análise dos diferentes papéis pedagógicos atribuídos à história por matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos. O segundo trata-se de recorrer à história e à filosofia da matemática e da educação com a necessidade de um resgate da Educação Matemática na história. O terceiro é um estudo histórico-pedagógico-operacionalizado sobre os números irracionais.

Os resultados de sua pesquisa caracterizam a diversidade de opiniões que buscam estimular a utilização pedagógica da História da Matemática por meio das funções pedagógicas atribuídas à história, destacando as principais funções reveladas nos textos analisados.

No segundo capítulo de nossa pesquisa, faremos uma análise dessas funções, tendo em vista que as utilizamos como parâmetros para a identificação das potencialidades pedagógicas da História da Matemática nas passagens históricas dos livros didáticos analisados no conteúdo de Trigonometria.

Ávila (2004) buscou investigar sobre a utilização da História da Matemática como recurso didático associado à resolução de problemas no Ensino Básico, bem como seu papel unificador dentro da Educação Matemática. Para isso, produziu uma sequência didática, para aplicação em sala de aula, utilizando um problema histórico. A atividade foi desenvolvida em uma turma de 8ª série, atual 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da cidade de Eldorado do Sul – RS. A autora considerou muito positivo os resultados obtidos no trabalho e concluiu que essa abordagem metodológica pode contribuir efetivamente para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Roque (2012) realizou sua pesquisa com estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede municipal da cidade de Belo Horizonte – MG. Buscou investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática, tomando como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada. Delimitou como objetivos do estudo: identificar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula; identificar as formas de participação dos alunos durante a realização de atividades nas quais a História da Matemática está presente, sob a perspectiva de aprendizagem situada adotada; investigar mudanças de participação e consequente aprendizagem desses estudantes na sala de aula,

buscando compreender como a presença da História da Matemática contribui para que ocorram tais mudanças.

Como resultado da investigação, a referida autora verificou que, ao longo do desenvolvimento das atividades com a presença da história, várias potencialidades pedagógicas se fizeram presentes, as quais se destacam: a história como uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática, a história como fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes, a história como instrumento revelador da natureza da matemática e a história como uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem. Roque (2012) concluiu ainda que essas atividades contribuíram para a mudança de participação e conseqüente aprendizagem dos estudantes.

As informações oriundas destas pesquisas nos possibilitaram um melhor entendimento de algumas das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, dentre elas a que considera a história como fonte para seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos para serem incorporados nas aulas de matemática, facilitando nossa análise das passagens históricas nos livros didáticos analisados.

Das pesquisas que investigam a presença da História da Matemática nos livros didáticos de matemática, destacamos a de Bianchi (2006), que analisou a presença da História da Matemática em coleções do terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental (5^a a 8^a série, atuais 6^o ao 9^o ano). Para essa análise, o autor utilizou três aspectos como prováveis estimuladores à presença da História da Matemática em livros didáticos: os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, as avaliações dos livros didáticos pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC e o fortalecimento da História da Matemática no Brasil como campo de pesquisa.

O objetivo do seu trabalho era analisar a forma como a História da Matemática vem sendo inserida nos livros didáticos. Para tanto, estabeleceu uma categorização própria: informação geral, informação adicional, estratégia didática e flash e informação. Em seus resultados, o autor concluiu que, na área, há muito o que se fazer, pois foi observado que as formas mais utilizadas pelos autores se enquadram na categoria informação geral e informação adicional. Segundo o autor, a categoria estratégia didática, considerada a mais interessante do ponto de vista do processo ensino-aprendizagem, pouco aparece nos livros didáticos.

Alencar (2014) também pesquisou sobre o uso da História da Matemática no livro didático de matemática. O objetivo de sua pesquisa foi analisar as práticas discursivas presentes nas passagens da História da Matemática no livro didático de matemática do Ensino

Médio em três das sete coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD 2012. Ele observou que o uso da história no ensino das ciências e da matemática assume uma posição relevante nos contextos de ensino e aprendizagem atualmente, e que a tendência ao uso da história tradicional é predominante na História da Matemática contida no livro didático do ensino médio; que a matemática no livro didático não é praticada como parte do conteúdo matemático, mas sim como acessório a ele e que há mais passagens históricas de caráter informativo ou motivador, poucas onde se usa a história como recurso didático ou como exploração do conteúdo histórico propriamente dito.

O autor concluiu que o livro didático de matemática, no que se refere ao uso da História da Matemática, reforça o paradigma tradicional, historicamente construído e culturalmente determinado no campo científico e pedagógico mais comumente aceito na comunidade matemática. O autor considera que nesse processo, o livro didático, através de suas práticas discursivas, desempenha um papel disseminador relevante, produzindo sentidos e contribuindo para a produção destes em virtude dos seus diversos usos e apropriações, ora reforçando, ora quebrando paradigmas a partir de uma rede de relações que envolve os discursos científico, pedagógico, mercadológico e cultural.

Na pesquisa de Pereira (2016), a autora analisou as seis coleções dos livros didáticos de matemática do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2015. Ela identificou os conteúdos matemáticos que são trabalhados utilizando a História da Matemática e mapeou as menções históricas com relação ao seu formato (exposição didática, estilo e posicionamento no texto). Analisou ainda as funções didáticas desempenhadas pela História da Matemática nestes livros didáticos. Para tal, realizou quatro agrupamentos para a História da Matemática: estratégia didática, elucidação dos porquês, elucidação do para que e formação cultural geral. Apresentou como resultados que a História da Matemática desempenha o papel de possibilitar ao aluno desenvolver algum raciocínio matemático, apresentar como foram desenvolvidos estes raciocínios, em quais circunstâncias e por que foram elaborados certos conhecimentos matemáticos, além de compreender uma aplicação, ao longo do tempo, ou em um período específico, de conhecimentos matemáticos como uma formação de cunho mais geral.

Essas três pesquisas nos forneceram subsídios para categorizar as passagens históricas e traçarmos nossos critérios de análise dos livros didáticos selecionados para investigação. O trabalho de Alencar (2014) foi primordial para nossa categorização das passagens históricas identificadas nos seis livros didáticos analisados. Separamos as passagens históricas em duas categorias de sentidos: quanto ao aspecto relativo à natureza do conteúdo veiculado e quanto aos objetivos da menção histórica.

Mesmo utilizando uma categorização própria, que difere da utilizada por Alencar (2014), o trabalho de Bianchi (2006), trouxe contribuições para identificação das nossas categorias de sentidos quanto aos dois aspectos já mencionados e, posteriormente, para a classificação das passagens históricas quanto às potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Já a pesquisa de Pereira (2016), possibilitou uma melhor compreensão de cada passagem histórica para efetuarmos a classificação de acordo com as potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993).

Com o objetivo de utilizar a história na elaboração e execução de atividades voltadas à construção de conceitos básicos de Trigonometria, Mendes (1997) considera que o professor deve adotar a conduta de orientador numa metodologia que priorize as experiências teóricas ou práticas do aluno. O autor testou suas atividades com grupos de professores de matemática do Ensino Fundamental e Médio do Rio Grande do Norte e do Pará, com o intuito de verificar se as atividades estavam prontas para serem utilizadas pelos alunos. De acordo com os testes, ele comprovou a eficácia pedagógica das informações históricas presentes nas atividades, pois percebeu que as mesmas se revelaram como um grande atrativo, assim como fica cada vez mais claro que tais informações históricas se adequam plenamente ao tipo de clientela que se pretende atingir em estudos seguintes.

Na pesquisa de Sampaio (2008), que objetivava a construção de uma sequência didática fundamentada a partir de uma reconstrução histórico-filosófica do conteúdo de Trigonometria, aplicou-se a sequência didática a alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Londrina-PR. Para isso, Sampaio elaborou e implementou uma sequência didática a partir de um texto histórico matemático. Sua proposta foi desenvolvida junto a estudantes da Escola Básica de uma escola estadual localizada na área metropolitana de Belém – PA. Em sua conclusão, a autora afirma que a abordagem histórica demonstrou ser uma ferramenta eficiente para a aprendizagem de Trigonometria por possibilitar melhor organização da estrutura conceitual, proporcionando a manifestação dos valores cognitivos e sua incorporação ao conhecimento matemático.

Assim como as pesquisas de Ávila (2004) e Roque (2012), os trabalhos de Mendes (1997) e Sampaio (2008) foram balizadores para percepção de algumas das potencialidades destacadas por Miguel (1993) nas passagens históricas identificadas, como ainda na elaboração de uma síntese a respeito da história da Trigonometria, que foi o conteúdo investigado do ponto de vista histórico nos livros didáticos.

Nossa pesquisa bibliográfica pretendeu abordar mais especificamente os três tipos de enfoques que observamos no quadro 1 (presença da história da matemática nos livros

didáticos de matemática, abordagens históricas por meio de uma reconstrução histórica da Trigonometria e a utilização da História da Matemática como metodologia para o processo de ensino-aprendizagem da matemática) por entender que essas perspectivas são importantes para nossa pesquisa. Dessa maneira, ela nos deu subsídio para compreensão histórica da matemática ensinada na escola, do uso do livro didático para esse fim e os instrumentos de avaliação do mesmo, resultando na determinação de cinco períodos de desenvolvimento da História da Educação Matemática, organizados por meio das influências metodológicas do livro didático, conforme resumo apresentado a seguir no quadro 2.

Quadro 2: Resumo dos cinco períodos da história da Educação Matemática de acordo com a literatura

Período	Acontecimentos
1920 a 1930	Institucionalização da matemática na escola
1930 a 1960	Consolidação da matemática escolar no País
1960 a 1980	Momento de influências das ideias do Movimento da Matemática Moderna e expansão da oferta de escolarização
Década de 1980	Objecção às ideias do Movimento da Matemática Moderna e criação da Sociedade Brasileira de Educação matemática
Após 1990	Publicação dos PCN; criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat).

Fonte: Próprio autor.

Diante do exposto até aqui e considerando ainda a escassez de literatura que trate da História da Matemática como uma abordagem voltada ao ensino de matemática no Ensino Médio, nos propusemos a realizar uma pesquisa na qual pretendíamos investigar as funções/potencialidades pedagógicas sobre o uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem da matemática. Dessa forma, apesar dos estudos citados anteriormente já apontarem algumas das funções/potencialidades pedagógicas da História da Matemática que pretendíamos investigar, além de alguns resultados a respeito do uso da História da Matemática no livro didático, o estudo que realizamos diferiu dos mesmos não somente pelo tema que analisamos nos livros didáticos, mas, principalmente, pela investigação sobre o uso da História da Matemática no livro didático ser voltada a identificar quais das 13 funções pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993) estão presentes nas

passagens históricas do conteúdo de Trigonometria dos livros didáticos para o Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2015.

Apesar de encontrarmos fortes razões que defendem o uso didático da História da Matemática, devemos assegurar que não significa, de maneira alguma, que esta seja a abordagem mais correta ou mais adequada para se ensinar matemática. Acreditamos que a História da Matemática é uma das diversas tendências metodológicas do ensino da matemática que, aliadas às demais tendências, tais como o uso de materiais concretos e jogos; a resolução de problemas; a etnomatemática; a modelagem matemática, dentre outras, contribui para uma aprendizagem mais significativa da matemática. Como argumenta Mendes (2005, p. 55),

A utilização da história no ensino da matemática surge como uma proposta que procura enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, podendo levar os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem ensinar.

Nesse sentido, essa gama de pesquisas já realizadas a respeito da História da Matemática e esse período de desenvolvimento da história da Educação Matemática, trazem um direcionamento e contribuições substanciais para efetivação do nosso propósito de investigar a respeito das potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática nas passagens históricas nos livros didáticos do Ensino Médio e em todo desenvolvimento da presente pesquisa.

Partimos do entendimento que investigar como a História da Matemática é abordada nos livros didáticos do segundo ano no conteúdo de trigonometria das seis coleções provadas pelo PNLD 2015, é um fator para evidenciarmos as potencialidades pedagógicas contempladas nas passagens históricas, auxiliando na compreensão dos objetivos, natureza e potencialidades das menções históricas e na convicção de que se torna necessário um tratamento mais adequado, com maior profundidade e melhor utilização da História da matemática nos referidos livros didáticos.

Em meio à consolidação da História da Matemática na Educação Matemática aqui delineada, surgem discussões mais específicas que as apontadas anteriormente. Trata-se de um esforço de estudo e compreensão da História da Matemática enquanto recurso didático na atuação docente.

2.2 O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Os baixos índices de desempenho dos estudantes brasileiros (PISA – 2015⁷; IDEB⁸ - 2015), apontados pelas avaliações internas e externas evidenciam a baixa aprendizagem dos alunos. Tais indicadores tem gerado muita inquietação nos educadores e pesquisadores brasileiros. Nesse sentido, aliados ao avanço tecnológico acelerado da sociedade, esses indicadores têm impulsionado pesquisadores a buscar métodos de ensinar matemática de modo que os alunos não sejam meros espectadores em sala de aula, mas sim capazes de pensar, inferir, opinar, refletir, discutir, argumentar, além de sentir prazer em estudar. Como afirma Micotti (1999, p. 158), “As atuais propostas pedagógicas, ao invés de transferência de conteúdos prontos, acentuam a interação do aluno com o objeto de estudo, a pesquisa, a construção dos conhecimentos para o acesso ao saber”.

Nessa perspectiva, manifesta-se a metodologia da História da Matemática, que segundo Baroni e Nobre (1999), é um dos “instrumentos” que tem ganhado destaque no meio acadêmico-cultural, embora existam outras tendências metodológicas para o ensino de Matemática, como Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Tecnologias, Etnomatemática e Investigação Matemática, dentre outras.

Usar a História da Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem pode favorecer a compreensão da Matemática. Concordamos com a argumentação de Mendes (1997) de que usar a história não irá resolver todos os problemas de aprendizagem apresentados diariamente em sala de aula, mas essa utilização tem potencial pedagógico para minimizá-los.

Reconhecemos ser de fundamental importância considerar os argumentos questionadores e reforçadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes na literatura para não termos a ingenuidade de assumir que a história é a solução para todos os problemas do ensino da matemática. Compartilhamos, porém, da mesma concepção de Miguel e Miorim no sentido de que a história, desde que constituída para fins

⁷ PISA: Programme for International Student Assessment – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. O Pisa avalia estudantes de 15 anos — nessa faixa etária, pressupõe-se o encerramento da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. As provas são aplicadas a cada três anos e abrangem leitura, matemática e ciências. O objetivo do programa é produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes para subsidiar políticas de melhoria da educação básica. A última edição do Pisa contou com 65 países.

⁸ IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2007, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino.

pedagógicos e articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem, pode trazer contribuições significativas para a matemática escolar.

Um documento muito importante para a Educação Básica no Brasil, no sentido de subsidiar a elaboração de currículos, são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nesse documento, que é um referencial de qualidade para o Ensino Fundamental do País, a História da Matemática é citada como um recurso para “fazer Matemática” na sala de aula. Além de indicar os problemas históricos como uma fonte à qual se pode recorrer no trabalho com resoluções de problemas, várias outras funções que a História da Matemática poderia desempenhar no processo de ensino e aprendizagem são consideradas.

Nesse documento é apresentada uma avaliação sobre o tratamento dado ao discurso histórico em nosso País. Os autores dos Parâmetros Curriculares Nacionais entendem que se a História da Matemática for tratada como um tema ou conteúdo específico, seria insuficiente para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Apresentada em várias propostas como um dos aspectos importantes da aprendizagem matemática, por propiciar compreensão mais ampla da trajetória dos conceitos e métodos da ciência, a História da Matemática também tem se transformado em assunto específico, um item a mais a ser incorporado ao rol dos conteúdos, que muitas vezes não passa da apresentação de fatos ou biografias de matemáticos famosos. (BRASIL, 1998, p. 23)

Ainda no texto dos PCN, essas considerações sobre o uso da História da Matemática como recurso didático são concluídas, alertando-se que, nessa abordagem, não é suficiente o professor “situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática”. O que se propõe é que o docente encare a história “como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados”. (BRASIL, 1998, p. 43).

Por outro lado, destacamos a discussão proposta por Imenes (1990), levantando algumas questões a respeito da importância da inclusão dos aspectos históricos no ensino, em um artigo referente à sua dissertação de mestrado publicado no periódico *Bolema*⁹, editado

⁹ BOLEMA – Boletim de Educação Matemática é uma das mais antigas e importantes publicações na área da Educação Matemática no Brasil. Tem como objetivo disseminar a produção científica em Educação Matemática ou áreas afins. O BOLEMA publica artigos, ensaios, e resenhas cujo foco relaciona-se ao ensino e à aprendizagem de matemática ou ao papel da matemática e da Educação Matemática na sociedade. É vinculado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, cuja primeira edição é de 1985, já se tornou um periódico nacional, com corpo editorial e consultores de renome, do país e do exterior.

pela UNESP-Rio Claro. O autor relata que ao longo de sua própria formação esteve sempre presente a concepção de que a matemática se apresenta fechada em si mesma, essa concepção tradicionalmente inspira, permeia e marca o ensino em todos os níveis. Procurando explicar essa ideia, Imenes escreve:

A Matemática apresentada no ensino de Matemática é a -histórica. História é coisa dos homens e, como a Matemática escolar se desenvolve em um ambiente exclusivamente matemático, fechado em si mesmo, onde não entram as coisas dos homens, ela se mostra a-histórica, não aparece como construção humana, não é parte de nossa cultura, não é gerada num ambiente sociocultural. (IMENES, 1990, p. 23).

Percebemos que Imenes (1990) ressalta a forma de apresentação a-histórica, isto é, sem história da matemática em todos os níveis de ensino durante a vida do autor como estudante e professor, pelo menos até o momento em que concluiu sua pesquisa de mestrado.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental, publicados em 1998, confirmam a visão de Imenes, relacionando-a fortemente ao movimento da matemática moderna. A parte do documento que aborda de maneira breve a influência desse movimento faz referências à aproximação que ele procurou promover entre a matemática escolar e a matemática científica, e à preocupação que se passou a ter, no ensino, com abstrações internas à própria matemática.

No Brasil, como em muitos outros países, a proposta dos PCN contrapõe-se a essa visão, e procura caracterizar o conhecimento matemático como um conhecimento que tem uma longa história, que não está pronto e acabado, que se relaciona com outras áreas, enfim, como um conhecimento que transcende suas características como disciplina científica. Assim, o documento procura apresentar facetas da matemática diferentes daquela que acabou sendo a mais enfatizada no ensino ligado ao movimento da matemática moderna.

Por outro lado, os PCN nos mostram, inequivocamente, contrastes em relação à visão que Imenes apresentou, quando se argumenta de forma tão enfática em prol da inclusão da História da Matemática na Educação Matemática. Evidencia-se um esforço pela história contra a a-historicidade com que a matemática se apresenta comumente nas práticas pedagógicas.

Apoio a essa posição de prestígio da história pode ser encontrado em outros documentos curriculares mais recentes, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), relativas aos conhecimentos de matemática. Logo na introdução desse texto já se pode perceber a relevância dada à história, pois, entre as expectativas quanto

aos alunos concluintes do Ensino Médio, insere-se a de que percebam a matemática como um conhecimento social e historicamente construído.

Com relação a utilização da História da Matemática como possibilidade didática, Dias (2014) revela que:

A História da Matemática vem se mostrando um campo vasto de possibilidades didáticas para o ensino-aprendizagem da Matemática, um ramo de estudo de como as teorias Matemáticas se desenvolveram ao longo do tempo, mas especialmente uma fonte de materiais para utilização nas salas de aula. Percebe-se, nesse sentido, um aumento das pesquisas que revelam o potencial da História da Matemática para a metodologia de ensino, trazendo propostas efetivas para a sala de aula em diversos níveis de ensino. (DIAS, 2014, p. 13)

Já a pesquisadora Roque (2012) acrescenta que a História da Matemática pode promover uma maior motivação e participação dos alunos nas aulas de Matemática por dois motivos: primeiro, porque as atividades relacionadas à história facilitam o aprendizado e, segundo, porque a história se mostra como uma possibilidade inovadora nas aulas de matemática, despertando o interesse e motivação para participação dos alunos.

Encontramos em Fossa (2006) argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática, revelando uma importante potencialidade pedagógica que é a história como fonte de motivação. O autor defende que a História da Matemática pode tornar-se motivadora no estudo de novos conceitos matemáticos, despertando o interesse dos estudantes em diversos temas, por meio de problemas e conceitos que se mostraram desafiantes para os matemáticos de épocas diferentes. Ele considera ainda que não devemos, no contexto pedagógico, promover a separação entre a matemática e a sua história por dois aspectos: o primeiro aspecto por entender que o conhecimento matemático é de natureza cumulativa, a matemática é edificada por meio de bases construídas anteriormente. Com o auxílio da história, os alunos poderão ter acesso ao conhecimento matemático construído por outros, além de poderem construir a “sua” matemática, os seus métodos e sua maneira de pensar.

Já o segundo aspecto, pelo fato de que, por meio da História da Matemática, pretende-se que os alunos e os professores tenham uma compreensão profunda e crítica das partes da Matemática que estudam. Nesse mesmo viés, Barbin (2000 apud DEIXA 2010, p. 4) destaca que a História da Matemática encoraja o aluno a refletir que a matemática não é uma ciência paralisada, mas sim um processo contínuo de reflexão humana que vai melhorando ao longo dos tempos, não é um produto acabado, e também não é um conjunto de verdades irrefutáveis.

No entanto, Miguel e Miorim (2011) trazem críticas de historiadores a respeito do potencial motivador inerente à história. Os autores consideram que a existência de um suposto potencial motivador imanente à história, se fosse esse o caso, e o ensino da própria história seria automotivador, o que não é confirmado pela maioria dos professores de história que enfrentam, não apenas o desinteresse de seus alunos por esse campo do saber, como ainda a enorme dificuldade de fazer com que eles compreendam a sua importância, a sua natureza, os seus objetivos e os seus métodos.

Os mesmos autores acrescentam as críticas do historiador alemão Gert Schubring que não acredita nas possibilidades motivadoras da abordagem direta da história na sala de aula, isto é, se opõem a introduzir a história nas aulas por meio de elementos biográficos de matemáticos de renome ou de estudo de textos originais. Ele parte do pressuposto de que os “valores do historicismo” já não estão mais presentes em algumas sociedades. A motivação histórica está associada diretamente à cultura e à sociedade, não podendo ser encarada da mesma forma para todos os países, em todos os momentos históricos. (MIGUEL E MIORIM, 2011).

Diante dessas discussões, surge outra inferência necessária, a participação da História da Matemática na formação inicial do professor de matemática. Como já elencado, quando cursamos a graduação no período de 2000 a 2004, tivemos contato com a História da Matemática em uma única disciplina, oferecida no nono e último semestre do curso, chamada “História da Matemática”. No entanto, a maneira como essa disciplina foi conduzida e estudada não nos permitiu a compreensão da importância da História da Matemática como metodologia pedagógica e muito menos das suas possibilidades didáticas.

Porém, essa discussão e preocupação com a utilização dessa tendência nos cursos de formação inicial de professores não é tão recente. De acordo com Miguel e Brito (1996), recomendações para a inclusão de algum estudo de história em programas de treinamento de professores podem ser encontradas em vários estudos e relatórios de comitês de muitos países. Acrescentam que de 1920 a 1958, através do estudo de John A. Schumaker sobre as tendências na formação de professores de matemática, o curso de História da Matemática foi incluído em cerca de 12% das instituições. Porém, nas décadas de 1960 e 1970, com a predominância do movimento da matemática moderna, desencadeia um significativo desinteresse pelas abordagens históricas no ensino da matemática. Na década seguinte, 1980, acontece o renascimento dessa tendência e as discussões a respeito das potencialidades pedagógicas da História da matemática começaram a ganhar espaço.

Por outro lado, essa discussão no Brasil não é muito antiga. Pesquisas revelam que com a realização do I Encontro Paulista de Educação Matemática, em 1989, os participantes desse evento lamentaram a ausência da disciplina de História da Matemática nos cursos de formação de professores. No entanto, consideraram que somente a inclusão dessa disciplina nos cursos de magistério não possibilitariam que a mesma se transformasse em um instrumento de apoio a prática docente. Essas discussões foram também levadas, Brasil a fora, nos demais eventos em Educação matemática nas décadas seguintes (BIANCHI, 2006).

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, publicados em 1997, trouxeram orientações e defenderam a presença da História da Matemática na formação dos professores.

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 1997, p. 30).

Não podemos defender a posição de que a História da Matemática deva se constituir, na formação do professor de matemática, em apenas mais uma disciplina isolada das demais, o que viria reforçar entre os futuros professores a indesejável separação radical entre matemática e História da Matemática e a oposição entre o lógico e o histórico.

Para se efetivar o uso da história no ensino de matemática, o professor precisa pesquisar e preparar aulas aplicando a História da Matemática, realizar o acompanhamento do currículo por uma explanação do contexto sociocultural e econômico no qual aquela teoria ou prática se criou, como e porque se desenvolveu. Todavia, isso não é muito frequente nos cursos de História da Matemática. Mas para se adotar essa prática, a formação do professor é essencial. Por outro lado, vale reconhecer que nem todo professor de matemática participou de um curso de História da Matemática, a maioria só chega a cursar essa disciplina em um curso de pós-graduação.

Compete ao professor estabelecer de que modo a História da Matemática será incorporada à sua prática pedagógica. Nesse processo é necessário que o professor tenha clareza das diferentes concepções da participação da História da Matemática na sala de aula, avaliando suas implicações pedagógicas. Logo, consideramos que essas discussões sobre a História da Matemática devem fazer parte da formação de professores de matemática. É notório que o ideal seria que o professor de matemática tenha alguma formação em História

da Matemática e de poder fazer em suas aulas uma apresentação mais sistemática sobre o uso da História da Matemática. Hoje em dia, existem vários cursos de aperfeiçoamento e especialização e mesmo pós-graduação *strictu sensu* em História da Matemática.

De certo modo, não é necessário que o professor seja especialista em História da Matemática para fazer uso da mesma em sala de aula, comungamos das convicções e sugestões que D'Ambrósio defende,

Se em algum tema o professor tem uma informação ou sabe de uma curiosidade histórica, deve compartilhar com os alunos. Se sobre outro tema ele não tem o que falar, não importa. Não é necessário desenvolver um currículo, linear e organizado, de História da Matemática. Basta colocar aqui e ali algumas reflexões. Isto pode gerar muito interesse nas aulas de Matemática. E isso pode ser feito sem que o professor tenha se especializado em História da Matemática. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.10).

Em sua pesquisa de doutorado intitulada Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática, Mendes (2001) reforça o fato de que faltam orientações para os professores em termos informativos, isto é, materiais que expressam a respeito do desenvolvimento da matemática e, resultante disso, propostas metodológicas sobre o uso da mesma no ensino da matemática escolar. Dessa forma, isso pode ser um dos fatores que cooperam para a pouca utilização da História da Matemática na sala de aula. O autor justifica que isso acontece porque não é fácil de se encontrar uma História da Matemática centralizada, prioritariamente, no formato escolar, porém encontra-se nos materiais uma História da Matemática construída por pesquisadores e historiadores da matemática, preocupados mais com o contexto científico do conhecimento matemático.

Nessa perspectiva, a respeito da formação inicial do professor de matemática, Fauvel e Van Maanen (2000 apud DEIXA, 2010), sustentam que é necessário incluir na formação do professor, tanto a História da Matemática quanto uma prática para o seu uso em sala de aula, pois apenas o estudo da disciplina não fornece ao professor condições para introduzi-la em suas aulas como ferramenta do ensino, pois, ele necessita de uma visão geral sobre o assunto que pretende abordar com os seus alunos.

De fato, a maioria dos professores desconhece como a História da Matemática pode ser fonte de motivação, de métodos, de seleção de problemas práticos, de formalização de conceitos, de resgate da identidade cultural, mas principalmente fonte de conhecimento matemático, que possibilite a dúvida, a inquietação, a investigação e ainda a produção de textos, de jogos e de atividades para a sala de aula. (DIAS, 2014, p. 14). Esses professores possuem dúvidas e insegurança ao tratar sobre a função da História da Matemática no ensino

e aprendizagem, sobre o modo que devem ser trabalhadas para que possa fazer uso do contexto histórico que ajude a entender a matemática atual e seu papel no mundo. Tais questionamentos têm explicações ou caminhos possíveis, mas continuamente se renovam com o dinamismo da própria ciência, dos interesses dos seus estudiosos e dos instrumentos tecnológicos.

De acordo com a pesquisadora Lígia Arantes Sad, é bom começar por uma reflexão na formação do professor de matemática, buscando atender as preocupações desses profissionais sobre o desenvolvimento matemático de seus alunos, considerando a importância da aprendizagem matemática nesse processo, das potencialidades requeridas aos alunos, bem como o papel da matemática em sua vida, dentro ou fora da escola. Ao mesmo tempo questionamos se a integração de uma abordagem histórica, como uma fonte de produção de conhecimento ou como uma estratégia metodológica para o professor pode contribuir a esse processo de desenvolvimento. (SAD, 2003).

Segundo a mesma autora, o objetivo de se utilizar a História da Matemática como procedimento didático não pode ser encarado como somente narrativo, descritivo, biográfico, mas centralmente de ação problematizadora. Nesse sentido, pode-se trabalhar o objeto matemático selecionado entre diversas produções de significados e conhecimentos que o constituem historicamente, bem como as variações de contextos culturais, econômicos, políticos e religiosos que validaram como tal. Como exemplo podemos citar o conteúdo de funções como “relação entre duas grandezas variadas”, “curvas ou fórmulas referentes a movimento”, “relação representada pela expressão e seu gráfico”, “regra pela qual dá-se um único valor y correspondente para um x ”, etc.

A forma de utilizar a História da Matemática defendida por Ubiratan D' Ambrósio difere, em certos aspectos, da maneira considerada por Lígia Arantes Sad. Enquanto Sad (2003) questiona o uso da história oral e do retratar a vida e obra dos matemáticos como maneira de se motivar o aluno no aprendizado da matemática, D'Ambrósio considera importante e salutar. Pois, segundo D'Ambrósio (1996), para que a História da Matemática seja usada com eficiência pelos professores, é necessário que esta seja relevante para eles próprios, que se acrescente algo para eles. É necessário que a mesma tenha como pressupostos conhecer a matemática do passado, melhorar a compreensão da matemática que irão ensinar, fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática e ampliar o entendimento do desenvolvimento do currículo e de sua profissão.

Ainda em relação ao uso da História da Matemática em sala de aula, D'Ambrósio defende que exercícios práticos usando conhecimentos matemáticos e relativamente simples

de se realizar seriam uma maneira de chamar a atenção dos alunos sobre a presença da matemática no processo de construção da sua cidade.

Um outro exercício interessante, de natureza histórica, é o levantamento de fatos matemáticos numa comunidade. Desde o traçado da cidade (em alguns casos, as cidades brasileiras foram planejadas) até a construção e localização de monumentos. Os urbanistas, os arquitetos, os políticos e empresários, todos fizeram um estudo preliminar e um projeto para suas ações. Fizeram um modelo ou um planejamento, sempre repousando sobre uma análise matemática. Isto pode ser objeto de interessantes pesquisas. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.19).

Uma outra sugestão, de caráter histórico, apontada por D'Ambrósio seria escrever sobre professores de matemática que marcaram uma escola ou mesmo uma comunidade. Se vivos, entrevista-los. Se falecidos, entrevistar parentes, amigos, ex-alunos. Pois, se trata de um tema pertinente, rico e pode trazer informações importantes. “A memória de matemáticos, de professores de matemática e de atividades matemáticas brasileiras é muito importante e deveria ter prioridade em cursos de História da Matemática” (D'AMBRÓSIO, 1996, p.19).

Já para Mendes e Chaquian (2016), as histórias que tratam exclusivamente da vida dos matemáticos ou apenas dos professores de matemática, que tenham apelo fortemente biográfico, podem contribuir de forma apenas ilustrativa para o ensino e a aprendizagem de conceitos, propriedades e relações matemáticas, se as mesmas forem exploradas apenas no âmbito dessas biografias. Uma sugestão apontada pelos autores para que se possa superar essas limitações das biografias é a alternativa de que o professor deve planejar, executar e avaliar o desenvolvimento de projetos de investigação histórica que consigam interligar vida, obra e o fazer matemático desses sujeitos investigados com o objetivo de ir além da simples biografia.

Devemos também ter o cuidado para não transmitir a imagem de que tal descoberta ou acontecimento matemático se deu naquela data específica, com aqueles nomes ou responsáveis, de caráter definitivo. D'Ambrósio sustenta que,

Jamais deve-se dar a impressão, através de um desfile de nomes, datas, resultados, casos, fatos, que se está ensinando a origem de resultados e teorias matemáticas. Sabe-se que as necessidades e as ideias vão se organizando ao longo da história, em tempos e lugares difíceis de serem localizados. Numa certa época, as ideias começam a se organizar, a tomar corpo, e a serem identificadas como isso ou aquilo. A partir daí entram para a "história". Mas não nasceram assim (D'AMBRÓSIO, 1996, p.10).

Mendes e Chaquian (2016) acrescentam outras preocupações e cuidados com o uso da História da Matemática em sala de aula. De acordo com os autores, a utilização de lendas e

mitologias relacionadas às histórias da matemática devem ser tratadas com muita cautela por parte dos professores. Eles aconselham que os professores devem utilizar o material encontrado em muitos livros de literatura ou mesmo em livros sobre a História da Matemática, desde que saibam explorar o potencial imaginativo do material e estimular o exercício de problematização nos alunos, além da capacidade criativa para construir ideias matemáticas e liga-las ao conteúdo programático previsto no planejamento escolar.

Outras histórias das Matemáticas na sala de aula que se apresentam com características um pouco inadequadas para o uso pedagógico são aquelas que se apresentam como sinônimos de narrativas históricas sobre nomes, datas e locais, sem configurar fundamentalmente o desenvolvimento dos conceitos, propriedades e relações matemáticas. Notadamente reiteramos que o professor precisa redirecionar o uso dessas histórias para promover o exercício de uma investigação histórica mais ampliada a partir dessas histórias e encaminhar a composição de um cenário onde as histórias do desenvolvimento conceitual sejam agregadas às informações existentes. (MENDES; CHAQUIAN, 2016, p. 19-20).

Os pesquisadores Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000 apud ROQUE, 2012) apresentam três maneiras diferentes e complementares de integrar a História da Matemática à Educação Matemática. Primeiro, aprendizagem histórica pelo fornecimento de informações históricas diretas. Segundo, aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino-aprendizagem inspirado na história. E por último, desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da matemática por ela mesma quanto do contexto social e cultural em que ela tem se desenvolvido.

Do ponto de vista prático, surgem diversas ponderações e questionamentos sobre como efetivar em sala de aula o uso da História da Matemática como recurso didático. Esses mesmos autores nos fornecem ideias e exemplos de implementação da História da Matemática em sala de aula por meio de:

- a) Recortes históricos: informações históricas de forma direta;
- b) Projetos de pesquisa baseados em textos históricos;
- c) Utilização de fontes primárias;
- d) Fichários, que podem ser trabalhados individualmente ou em grupos e que podem ser de dois tipos: fichários que contêm um conjunto de exercícios com o objetivo de dominar um procedimento ou consolidar um tópico que foi aprendido em sala de aula, ou fichários que são desenhados com um conjunto de questões estruturadas e dirigidas para introduzir um novo tópico, um conjunto de problemas ou questões para discussões;
- e) Pacotes históricos: consistem em uma coleção de materiais focados em um pequeno tópico, com forte ligação com o currículo e prontos para ser usado pelo professor;

- f) Aproveitamento de erros, concepções alternativas, mudança de perspectiva, argumentos intuitivos etc;
- g) Problemas históricos: a História da Matemática fornece um vasto repertório de problemas que podem ser estimulantes e produtivos, tanto para o professor quanto para os alunos. Esses problemas podem ser de vários tipos: problemas sem solução, problemas clássicos, problemas apresentados com propósitos recreativos etc;
- h) Atividades matemáticas experimentais de vários tipos: argumentativas – o professor parte de um problema ou questão específica de História da Matemática e encoraja os alunos a discutirem sobre o assunto; referentes à notação – exploração de diferentes sistemas numéricos e notações; referentes a métodos – usar os dedos para contar, por exemplo;
- i) Jogos: podem ser usados para reexperimentar a vida de matemáticos do passado ou para reordenar argumentos famosos do passado;
- j) Filmes ou outros meios visuais;
- k) Experiências ao ar livre: referem-se, dentre outras coisas, à identificação de formas, configurações e padrões na natureza e na arquitetura de instrumentos históricos;
- l) Internet: pode ajudar na integração da História na Educação Matemática de pelo menos dois modos: como fonte e como uma forma de comunicação. (TZANAKIS; ARCAVI *et al.*, 2000 apud ROQUE, 2012, p. 23).

Diante dessa diversidade de possibilidades para integrar a História da Matemática nas aulas de matemática, Silva (2010) nos traz outras razões para incluir a História da Matemática em sala de aula. Dentre elas, destacamos:

[...] a História é uma fonte inesgotável de problemas curiosos e interessantes que permitem desenvolver e auxiliar a capacidade de resolução de problemas; ela auxilia a superar pré-conceitos e uma visão eurocêntrica de conhecimento ao mostrar as reais contribuições de civilizações não ocidentais (SILVA, 2010, p. 168).

Desse modo, a História da Matemática pode estar presente na sala de aula em vários contextos diferentes, pode ser apresentada de forma lúdica com problemas curiosos, “os enigmas”, como fonte de pesquisa e conhecimento geral, como introdução de um conteúdo ou atividades complementares de leitura, trabalho em equipe e apresentação para o coletivo. Também pode apresentar a matemática com uma gama de possibilidades de atividades diferenciadas que vão muito além das infundáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.

No capítulo 6 desta pesquisa, no qual abordamos a História da Matemática no livro didático, observamos que a maioria das passagens históricas identificadas nos livros didáticos analisados estão longe de contemplar as indicações acima elencadas no sentido de integrar a História da Matemática como recurso didático na sala de aula, notamos que a presença

explícita da História da Matemática nos livros didáticos tem crescido gradativamente, alguns trazem pequenas abordagens, até a inclusão de páginas inteiras com informações históricas sobre a matemática e alguns matemáticos. Infelizmente não podemos afirmar que, juntamente com esse crescente interesse pela História da Matemática, tenha havido uma sensível melhora na forma de apresentação do conteúdo matemático nos livros didáticos ou que os alunos tenham passado a mostrar uma melhor compreensão da matemática.

Por meio da História da Matemática, podemos verificar que a matemática é uma construção humana que foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram. De acordo com D'Ambrósio (1999, p.97), “um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas”.

Assim, é necessário estudar o caminho que pode ajudar o professor a introduzir a História da Matemática nas suas aulas de matemática de modo efetivo e eficiente, tendo sempre o cuidado de não levar o aluno a crer que a História da Matemática é outra disciplina diferente de matemática. Para isso, percebe-se a necessidade de uma combinação dos conteúdos a ensinar.

No entanto, nem todos os pesquisadores que estudam o uso da História da Matemática como recurso didático advogam favoravelmente pela integração da mesma em sala de aula, como veremos a seguir, a respeito dos argumentos que questionam sobre o uso da História da Matemática em sala de aula.

2.2.1 Argumentos questionadores sobre o uso da História da Matemática

Para iniciar, vale salientar que nem todos os autores defendem e incentivam a participação da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. Existem aqueles que levantam problemas e objeções em relação à utilização da história como recurso didático. De acordo com Miguel e Miorim (2011), os argumentos defendidos por esses autores fazem referência à ausência de literatura adequada, à natureza imprópria da literatura disponível, à história como um fator complicador, à ausência do sentido de progresso histórico. Encontramos na literatura autores - tais como Fauvel e Van Maanen, 2000; Miguel, 1993; Vianna, 1995; Miguel, 1997; Miguel e Miorim, 2011 - que elencam argumentos desfavoráveis ou questionadores sobre o uso da História da Matemática em sala de aula.

A respeito do argumento da ausência de literatura adequada, Miguel e Miorim (2011) citam que o uso da História da Matemática por parte do professor torna-se problemático por ausência de literatura adequada anterior aos dois últimos séculos, impedindo a utilização pedagógica da história, pois a maior parte do que se é usualmente ensinado de matemática nas escolas pertence a esse período. Por outro lado, os autores defendem que esse argumento, antes de ser um obstáculo ao desenvolvimento das relações entre história e pedagogia, deveria ser compreendido como uma súplica à necessidade de composição de núcleos de pesquisa em História da Matemática que possam contribuir com a elaboração de reconstituições esclarecedoras de épocas, temas, situações e biografias.

Sobre o segundo argumento (natureza imprópria da literatura disponível), os mesmos autores esclarecem que isso é uma característica específica das publicações matemáticas, em que se destaca os resultados matemáticos e oculta a sua forma de produção, isto é, os procedimentos e métodos subentendidos aos processos de descoberta estariam, inevitavelmente, perdidos. Porém, esse argumento deve ser encarado como um estímulo à continuidade das investigações que buscam uma vinculação entre a História e a educação Matemática.

O terceiro argumento questionador das potencialidades da História da Matemática afirma que a introdução de elementos históricos no ensino da matemática acabaria complicando ainda mais. Ou seja, diante de problemas originais com soluções históricas, os estudantes dispenderiam tempo e esforços para reconstituir um contexto que não lhes é familiar. No entanto, argumentam Miguel e Miorim (2011), o que se perde em tempo e energia, ganha-se em significado, sentido e criatividade. Controverso: se a história é um elemento que dificulta, ao mesmo tempo que esclarece e dá sentido, que torna o processo de aprendizagem árduo e moroso, ao mesmo tempo criativo e natural, como fazer a opção no plano pedagógico? (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Grattam-Guinness responde que não se pode fazer da História da Matemática uma disciplina à parte, como se ela fosse um ramo separado da matemática, mas enfrentá-la como sendo parte fundamental de todos os ramos. O autor chama a atenção para o fato de que, na educação primária, a história é inútil se estiver presente na abordagem dos conteúdos do ensino. Aconselha o que chama de “história satírica”, ou seja, uma imitação do desenvolvimento de um determinado tema ou teoria, omitindo os contextos históricos nos quais ela se desenvolveu, uma história cronológica descontextualizada. (MIGUEL; MIORIM, 2011).

No quarto argumento, Miguel e Miorim (2011) afirmam que as crianças têm pouco ou nenhum sentido do progresso histórico. Esse argumento psicológico apresenta-se como um sério obstáculo à utilização pedagógica da história. Pois o que se analisa não é se a criança consegue recitar mecanicamente um conhecimento estereotipado de fatos históricos isolados, mas se ela é capaz de deslocar-se do seu atual contexto e adquirir uma real compreensão do passado histórico.

Porém, é através do passado pessoal que o adulto adquire a real dimensão desse passado, se espera que a criança não possa ter acesso a ele senão tardiamente. *A priori*, a criança não tem passado, terá que constituí-lo através da coparticipação social e do enraizamento nas estruturas sociais. Além disso, a criança possui a incapacidade de dominar a duração, ou seja, de ordenar os eventos sucessivos ou simultâneos, dificultando a conquista infantil do passado. (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Em nosso levantamento de dados, observamos que o primeiro e o segundo argumento apresentado por Miguel e Miorim (2011) são os que, de certo modo, ainda persistem nos livros das coleções analisadas. Mesmo com uma presença da História da Matemática em crescimento nos livros didáticos, infelizmente, juntamente com esse crescente interesse pela História da Matemática, não tem ocorrido uma melhora substancial na forma de apresentação do conteúdo matemático nos livros didáticos do ponto de vista histórico. Em algumas coleções, a quantidade, a natureza veiculada e o objetivo das passagens históricas tem demonstrado certa redução. Como tratamos no capítulo 6 deste trabalho.

Entretanto, as objeções levantadas por Miguel e Miorim (2011) não foram as únicas. Muitos matemáticos e historiadores da matemática apontaram, em diversas ocasiões, problemas decorrentes ou associados ao uso da História da Matemática. Não temos como objetivo refutá-las, nem mesmo analisá-las pormenorizadamente. Acreditamos que ao discorrer sobre os argumentos reforçadores do uso da História da Matemática haverá ocasião de esclarecermos algumas das questões aqui enumeradas.

De acordo com Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000 apud ROQUE, 2012, p. 19), os argumentos contra a inclusão da História na Educação Matemática são baseados em pelo menos dois tipos de dificuldades: filosóficas e práticas. Sobre a primeira dificuldade temos os seguintes argumentos:

- 1) História não é matemática. Deve-se ensinar matemática, antes de ensinar História;
- 2) A história pode ser mais tortuosa e confusa do que esclarecedora;

- 3) Os estudantes podem ter um senso errático do passado, o que torna a contextualização histórica da matemática impossível sem que eles tenham tido uma ampla educação em história geral;
- 4) Muitos estudantes não gostam de História e como consequência não gostarão de História da Matemática ou não a acharão menos aborrecida do que a Matemática;
- 5) Qual é o objetivo de olhar o passado se o progresso em matemática tem o sentido de tornar rotineira a resolução de problemas difíceis?
- 6) A História pode ser responsável por criar uma cultura machista e um nacionalismo intolerante.

Já sobre os obstáculos de ordem prática, os mesmos autores apontam vários tipos de lacunas, a saber:

- 1) A lacuna do tempo: não há tempo suficiente em sala de aula para o aprendizado da Matemática e ele é ainda menor quando se propõe ensinar também a História da Matemática;
- 2) A lacuna dos recursos: não existem recursos materiais apropriados suficientes para ajudar aqueles professores que poderiam querer integrar informações históricas ao ensino da Matemática;
- 3) A lacuna da especialidade: para se integrar a História ao ensino não só conhecimentos históricos são requeridos, mas também conhecimentos interdisciplinares, o que vai além do conhecimento de que os professores de matemática estão equipados;
- 4) A lacuna da avaliação: não existe uma forma clara ou consistente para integrar um componente histórico na avaliação dos estudantes, e se esse não for avaliado, os estudantes não valorizarão ou darão atenção a ele. (TZANAKIS; ARCAVI, 2000 *et al.* apud ROQUE 2012, p. 19).

Esses argumentos filosóficos e práticos refletem que pode acontecer de estudantes não compreenderão melhor, por exemplo, o conteúdo de Trigonometria, se estudar o método utilizado pelos egípcios para medir a altura das pirâmides usando semelhança de triângulo. Por mais fortes razões, conhecer o contexto em que os egípcios trabalharam não seria de nenhuma valia para o estudante que deseja resolver exercícios em que envolva as funções trigonométricas tangente e cotangente ou a relação fundamental da Trigonometria ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$). Como também, de certa forma, se é difícil encontrar livros didáticos que abordem historicamente os conteúdos, de forma a suprir tais obstáculos, os poucos disponíveis quase nada revelam sobre como se descobre coisas novas em matemática, tendo em vista que o caminho percorrido cronologicamente pelo conhecimento matemático é cheio de avanços e recuos, e se, acima de tudo, todo o esforço dispendido não resulta numa melhor compreensão

da matemática atual. Desse modo, para que perder tempo estudando a História da Matemática?

Outras dificuldades a respeito da incorporação da História da Matemática são apontadas por outros autores. Em Miguel et al. (2009) são apresentadas dificuldades relacionadas ao despreparo dos professores, que não tiveram em sua formação acesso ao estudo das possibilidades de inserção da História da Matemática em suas práticas pedagógicas; dificuldades com o tempo para planejamento de atividades pedagógicas que utilizam a História da Matemática na construção de conceitos; a maneira como a História da Matemática é apresentada nos livros didáticos sem sugestões de como o professor poderia utilizá-la com seus alunos; dados históricos equivocados existentes em livros que fazem uso da história como um recurso meramente ilustrativo; e a inexistência de material bibliográfico que possa ser utilizado em sala de aula. O que implica que nem todo texto sobre História da Matemática tem potencial pedagógico para o ensino da matemática. No entanto, em todas as passagens históricas identificadas nos livros didáticos analisados reconhecemos algumas das potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993).

Nessa perspectiva, observamos na análise dos livros didáticos que uma considerável quantidade de passagens históricas foram constatadas como de pouca utilidade ao contexto das descobertas e ao desenvolvimento da matemática, considerando apenas as questões e problemas colocados pela própria matemática e tomando o contexto da descoberta numa perspectiva de considerar apenas o indivíduo que chegou ao resultado notável, sem buscar-se situar este contexto em diversos aspectos: social, político, econômico, científico, religioso, etc. Desse modo, entendemos que a maneira como a História da Matemática continua sendo abordada, mesmo que defendamos como algo positivo, continua a contribuir para resistência e existência de tais argumentos questionadores do uso da mesma em sala de aula.

Tais argumentos e/ou dificuldades questionadoras das potencialidades pedagógicas da História da Matemática são pertinentes, mas não devem constituir fatores de impedimentos à iniciação do pensamento histórico ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental e/ou no Ensino Médio. É essa iniciação escolar, pedagogicamente adequada, que se constitui como condição necessária à superação gradativa desses obstáculos. Então, a intervenção pedagógica é necessária tanto para construção do pensamento matemático quanto do histórico, se ambos os pensamentos se deparam com obstáculos de natureza distinta à sua constituição isolada, vemos na construção solidária a possibilidade de implantação de uma reciprocidade esclarecedora e superadora.

2.2.2 Os argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática

Como já apontamos, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam que a História da Matemática é um recurso para se “fazer matemática” na sala de aula. Nesse documento são indicados os problemas históricos como uma fonte na qual se pode recorrer no trabalho com resoluções de problemas, promovendo a motivação dos alunos. Outras várias funções que a História da Matemática poderia desempenhar no processo de ensino-aprendizagem são consideradas, algumas delas são discutidas por Miguel (1997) como argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas da História na Educação Matemática. São elas:

- Desenvolver nos alunos atitudes e valores mais favoráveis diante dos conhecimentos matemáticos;
- Servir como instrumento de resgate da própria identidade cultural dos estudantes;
- Auxiliar na compreensão das relações entre os avanços tecnológicos de hoje e a herança cultural das gerações passadas;
- Contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre os objetos matemáticos e desempenhar o papel de uma fonte de caminhos diferenciados para a abordagem de conceitos matemáticos.

Os argumentos utilizados para fundamentar o uso da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da matemática buscam reforçar as funções/potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Os pesquisadores Miguel e Miorim (2011) identificaram a existência de duas categorias diferenciadas de argumentos reforçadores: os de natureza epistemológica e os de natureza ética. Para essa categorização foi levada em consideração a maneira como se compreende a natureza dos elementos considerados como determinantes ou, pelo menos, condicionadores da aprendizagem matemática e/ou da natureza das atitudes e dos valores, ou seja, da natureza ética, via aprendizagem matemática, promovida entre os estudantes (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61).

Esses argumentos foram levantados com base na leitura e análise de documentação produzida por autores diversos e de épocas diversas, dentre os quais se destacam matemáticos, historiadores da matemática e investigadores em Educação Matemática. Em Miguel (1993,

1997, 1999a, 1999b) nos é apresentado uma síntese desses argumentos de natureza epistemológica e ética.

Quando Miguel e Miorim (2011) classificaram os argumentos de natureza epistemológica, qualificaram como “epistemológico” na intenção de que os argumentos aos quais se referiu estão destacando, fundamentalmente, o conhecimento matemático propriamente dito, e não outros domínios da Filosofia, tais como o axiológico, o estético, o metodológico, etc. Ou seja, os argumentos de natureza epistemológica têm o objetivo de fazer com que o aluno compreenda e se aproprie da matemática concebida como um conjunto de resultados, métodos, procedimentos, algoritmos, etc.

Dessa forma, segundo Miguel e Miorim (2011), os argumentos utilizados para justificar a participação da história no processo de ensino-aprendizagem da matemática de natureza epistemológica são:

- Fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino;
- Fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da matemática escolar;
- Fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da matemática escolar;
- Fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da matemática escolar;
- Fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da matemática escolar na atualidade;
- Fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar;
- Fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62).

Os argumentos de natureza ética são:

- Fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da matemática;
- Fonte para compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático com relação a outros tipos de conhecimento;

- Fonte que possibilita a desmistificação da matemática e desalienação do seu ensino;
- Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas;
- Fonte que possibilita uma conscientização epistemológica;
- Fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual;
- Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da matemática;
- Fonte que possibilita uma apreciação da beleza da matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento;
- Fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 62).

Essa divisão entre a natureza epistemológica e ética dos argumentos reforçadores das potencialidades da História da Matemática é fruto da análise feita por Miguel e Miorim (2011) quanto à participação do discurso histórico em produções brasileiras propostas à matemática escolar, considerando diferentes pontos de vista de autores que se dedicam ao estudo sobre a participação da história na Educação Matemática. Os autores identificaram diferenças entre as características das histórias abordadas, os argumentos utilizados para justificar a participação dessas histórias no ensino-aprendizagem e a forma como, efetivamente, a história acaba participando. Foram assim categorizados, pois o objetivo da Educação Matemática é que o estudante construa, por meio do conhecimento matemático, valores e atitudes de várias naturezas, visando à formação integral do ser humano, principalmente do homem público.

Como vimos, apesar dos vários tipos de sugestão com vistas a um uso didático da História da Matemática e dos diversos argumentos reforçadores das suas potencialidades pedagógicas, os livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental e Médio continuam a ser organizados de uma forma quase padrão. Comparando o levantamento feito por Bianchi (2006), que analisou a presença da História da Matemática em coleções do terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), com a pesquisa realizada por Alencar (2014), que investigou sobre as práticas discursivas presentes nas passagens históricas da História da Matemática nos livros didáticos do Ensino Médio e com o levantamento de dados de nossa

investigação, encontramos quase que um consenso nas críticas e/ou pontos positivos. Ou seja, a cada coleção aprovada pelo PNLD, as passagens históricas são repetidas e pouquíssimas mudanças são efetivadas. Assim, observamos que tais argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática não são contemplados nas menções históricas nos livros didáticos e que essa crítica perdura por muitos anos.

2.3 O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA POR MEIO DO LIVRO DIDÁTICO

Nos últimos anos da década de 1920 e no início da década de 1930, alguns autores de livros didáticos incorporaram elementos históricos em suas obras, seguindo as modernas orientações da Reforma Francisco Campos. Em livros didáticos de matemática mais antigos, as atenções com elementos históricos estiveram presentes antes disso, especialmente, por meio de observações e comentários sobre temas ou personagens da História da Matemática. Uma grande parte dos textos históricos presentes nessas obras diz respeito a personagens, povos ou temas específicos da matemática e temáticas histórico-inovadoras, tais como a participação das mulheres em produções matemáticas, todos com o objetivo de despertar o interesse nos jovens estudantes. Desse modo, esses autores se alinham ao entendimento de que a história exerceria um papel motivador no processo de ensino-aprendizagem da matemática. (MIGUEL; MIORIM, 2011).

De acordo com Alencar (2014), o livro didático tem se mostrado um dos mais importantes elos entre o saber científico e o saber escolar. Pois, além de portar o conhecimento, é impregnado de cultura, de concepções e de representações simbólicas, construídas pelas contribuições dos vários atores que interagem nos seus usos e apropriações, tais como autores, editoras, avaliadores, professores, alunos, dentre outros. Conseqüentemente, o livro didático de matemática é esse objeto multifacetado, que tem a função de carregar e comunicar o conhecimento matemático praticado na esfera curricular. Por sua vez, a História da Matemática entra como parte desse conhecimento matemático escolar ou, de alguma forma, está atrelada a ele.

Desse modo, o livro didático assume considerada importância na prática educacional brasileira, isso é inegável, principalmente em países como o Brasil, em virtude da nossa frágil situação educacional. Nesse sentido, em muitos espaços educacionais é dado ao livro didático a incumbência de determinar conteúdos e condicionar estratégias de ensino, em algumas situações, indo mais além, chegando a ditar o ritmo do que se ensina e como se ensina. Por

esse motivo, surgiu a preocupação de fazer uma análise de como esse instrumento de ensino-aprendizagem tem tratado o conteúdo de *Trigonometria* do ponto de vista histórico.

Em nossa pesquisa, de acordo com o referencial teórico analisado, a História da Matemática tem se mostrado um importante e viável recurso didático para as aulas de matemática. Dessa maneira, a forma como essa tendência é abordada nos livros didáticos se torna imprescindível para análise, considerando ainda que no cenário educacional brasileiro, o livro didático é um importante instrumento de apoio ao trabalho do professor.

Alguns autores fazem críticas sobre a maneira como a História da Matemática é tratada nos livros didáticos brasileiros. Para Mendes et al (2006), as informações históricas presentes nos mesmos, “(...) falam sobre figuras históricas e acontecimentos que se constituem em algo meramente desnecessário à aquisição (geração/construção) de conhecimento matemático pelo estudante”. (MENDES *et al.*, 2006, p. 83-84).

Como bem esclarece Bianchi (2006) em seu trabalho de conclusão de mestrado, com a instituição dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN em 1998, a História da Matemática passa a ser indicada como um recurso didático. Com a criação do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, que realiza as avaliações dos livros didáticos, a História da Matemática passa a constar como item de avaliação nesse Programa. Na busca de atender a essas exigências, muitos autores de livros didáticos passaram a incorporar passagens históricas em seus textos, muitas vezes de maneira imprópria. Na maioria das inserções históricas apresenta-se biografias de alguns matemáticos, datas ou curiosidades históricas, sem nenhuma referência ao contexto sociocultural desta abordagem.

Em seu trabalho, Alencar (2014) analisou como a História da Matemática aparece no livro didático de matemática do Ensino Médio, observando aspectos como a forma e o local em que a informação histórica está disposta na obra didática, os objetivos aos quais se destina, a quantidade e a natureza do seu conteúdo. Ele conclui que,

A maior parte das menções históricas faz referências aos feitos heroicos ou notáveis de grandes matemáticos, famosos por suas realizações e contribuições para o desenvolvimento das ciências e da matemática. Quando fazem referência a contextos históricos, estes geralmente estão desconectados de questões sociais, políticas, econômicas e culturais, e mais ligados ao contexto da construção da história na perspectiva da própria matemática. O conhecimento matemático, nesse caso, se auto justifica do ponto de vista histórico. (ALENCAR, 2014, p. 109)

Os livros paradidáticos que tratam sobre a História da Matemática também são importantes por utilizarem alguns aspectos mais lúdicos que os didáticos. No entanto, pelo

estudo realizado por Vianna (1995), após apresentar uma classificação dos livros de História da Matemática segundo maneiras de estruturação e desenvolvimento de seu conteúdo, o autor conclui que esses livros não têm sido escritos visando o ensino da matemática na Educação Básica. De certo modo, a grande maioria dos livros de História da Matemática facilitam ou permitem que o aprendiz se apodere do conhecimento a respeito do desenvolvimento cronológico da matemática, desde a antiguidade até épocas mais recentes; das biografias de alguns matemáticos; da história social da matemática, dando ênfase ao contexto político, econômico, religioso que determinava o momento da criação das ideias matemáticas; de estudos etnográficos e antropológicos com a perspectiva de observar o surgimento e desenvolvimento das ideias matemáticas em diversos povos e culturas. É notório que essa lista não esgota todas as possibilidades e que não é descartada a hipótese de se mesclar várias dessas características em um mesmo livro.

Essas considerações nos permitem concluir que o uso da História da Matemática, por meio do livro didático de matemática reforça o modelo tradicional historicamente construído, de a história deva se basear em documentos, em registros oficiais, devidamente construídos por autoridades, ficando a história atrelada à narrativa escrita em detrimento de outras narrativas, o que é culturalmente determinado no campo científico e pedagógico, porém, aceito comumente pela comunidade matemática. Dessa forma, o livro didático desempenha um papel disseminador relevante nesse processo, contribuindo para a produção de perspectivas por meio dos seus diversos usos e apropriações, que envolve os argumentos científico, pedagógico e cultural.

Como observamos em nossa análise dos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio no conteúdo de Trigonometria, do ponto de vista histórico, identificamos a preocupação de autores e editoras em introduzir ou melhorar elementos da História da Matemática nos livros didáticos. No entanto, como já vimos, quanto às diversas possibilidades dela ser defendida em nível teórico, há uma distância imponente entre a indicação e a utilização efetiva da História da Matemática em sala de aula.

Como podemos acompanhar no capítulo 6 dessa pesquisa, a maioria das menções históricas aparecem como introdução do conteúdo. Assim, se torna importante reafirmarmos que uma introdução a um texto didático deve conter não apenas o esboço histórico da teoria que será usada, mas, principalmente, deve organizar seu conteúdo de modo que a necessidade de uma axiomatização venha a ser percebida pelos alunos. Notemos que não estamos defendendo a ordem histórica cronológica para o ensino, e sim a utilização do desenvolvimento histórico e de problemas que tragam significados para os alunos.

Dessa forma, quando o livro didático possibilita ao professor conhecer bem o desenvolvimento histórico do conteúdo que pretende que seja conhecido por seus alunos, ele poderá estabelecer suas estratégias. Porém, em várias passagens históricas, os autores dos livros didáticos, coerentes com sua apologia ao método axiomático, descartam o esforço empreendido na motivação histórica, usam uma motivação "psicológica" para tornar mais agradável a ideia dos conceitos ou termos primitivos, promovendo o distanciamento entre o prescrito e a prática.

2.4 UMA SÍNTESE DA HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

Elaborar uma síntese da história da Trigonometria é uma tarefa árdua e cheia de dificuldades, tendo em vista que ainda há muitos mistérios na construção desse conceito que envolve diversos estudos das civilizações e do mundo antigo até os últimos séculos. Reconhecer a história é um dos primeiros passos para elaboração da proposta de atividades norteadas pela História da Matemática, como ainda para subsidiar a investigação das passagens históricas nos livros didáticos. Pois, de acordo com Mendes (1997), a história é fonte de subsídios para a construção do conhecimento do homem.

Não temos a intenção de detalhar este conhecimento matemático enfocando a um determinado povo ou período, muito menos focalizar em uma civilização mais do que em outra. Cabe à nossa investigação um enfoque histórico da Trigonometria em que tomamos como referência alguns pesquisadores da História da Matemática, tais como Sampaio (2008), Gomes (2011), Oliveira (2013) e Kniss (2015), os quais apresentam uma visão geral a respeito da história da Trigonometria ressaltando que “cada historiador projeta na história os interesses e a escala de valores do seu tempo, e é de acordo com as ideias do seu tempo e com suas próprias ideias que compreende a sua reconstrução” (CROMBIE 1961, p. 371, apud SAMPAIO, 2008, p.35). Ou seja, o historiador influenciado pelos valores pessoais e sociais de sua época, renova e dinamiza a história em sua reconstrução, fazendo novas escolhas, privilegiando um foco de interesse.

Para iniciarmos, é propício um primeiro questionamento: O que é Trigonometria?

A palavra trigonometria vem do grego *trigonon* - triângulo e *metron* - medida que significa medida do triângulo, sendo o seu conceito apresentado inicialmente de forma sistematizada pelo astrônomo grego Hiparco por volta de 150 a.C. (SAMPAIO, 2008, p.36).

De acordo com o minidicionário Aurélio (2001, p. 687), a palavra Trigonometria é definida como “parte da matemática que estuda as funções circulares elementares e estabelece

os métodos de resolução de triângulos”. Ou ainda, de acordo com o dicionário Gama Kury (2001, p. 792) a trigonometria é a “parte da Matemática que tem por objeto o cálculo de ângulos e lados de triângulos, a partir dos demais elementos conhecidos”.

O surgimento desse ramo da Matemática é muito difícil de ser datado, o início do seu desenvolvimento perdeu-se na pré-história. Ou seja, como algo que foi se desenvolvendo ao longo dos séculos, diversos foram os autores e civilizações que, em diversas épocas, contribuíram para o que hoje conhecemos a respeito. Pelo fato dos seres humanos serem “classificados” em raças, continentes, países e civilizações, isso torna ainda mais complicado afirmar que a Trigonometria foi constituída por uma civilização específica. Pelas informações de estudos já realizados, percebemos que existiram várias relações entre diversos povos na construção do conhecimento matemático. (SAMPAIO, 2008).

Diante do exposto, se torna imprescindível fazermos uma síntese a respeito das contribuições de algumas civilizações sobre o desenvolvimento da trigonometria ao longo da história.

A Trigonometria, mais que qualquer ramo da matemática, desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades práticas, principalmente ligadas à astronomia, agrimensura e navegação. Desse modo, registros revelam que a civilização egípcia foi uma das primeiras a desenvolver conhecimentos rudimentares de Trigonometria, se tornando uma das mais antigas fontes de informação referentes a esse ramo.

Podemos observar no Papiro de Ahmes, o escriba egípcio que o copiou por volta de 1650 a.C. apesar de outros historiadores denominarem-no de Papiro de Rhind, em virtude de sua descoberta em 1858 pelo escocês Henry Rhind, que este contém textos matemáticos egípcios. O papiro, comprado pelo Museu Britânico, contém uma série de tabelas e 84 problemas que envolvem assuntos do dia a dia egípcio: preço do pão, alimentação do gado, armazenagem de grãos de trigo, etc. e as suas soluções. Estes problemas dizem respeito a questões sobre o *seqt* (medida de inclinação) de uma pirâmide. Isto é, *seqt* é o quociente entre o afastamento horizontal pelo vertical (grau de inclinação de uma reta). (SAMPAIO, 2008).

Figura 1 – Papiro de Rhind



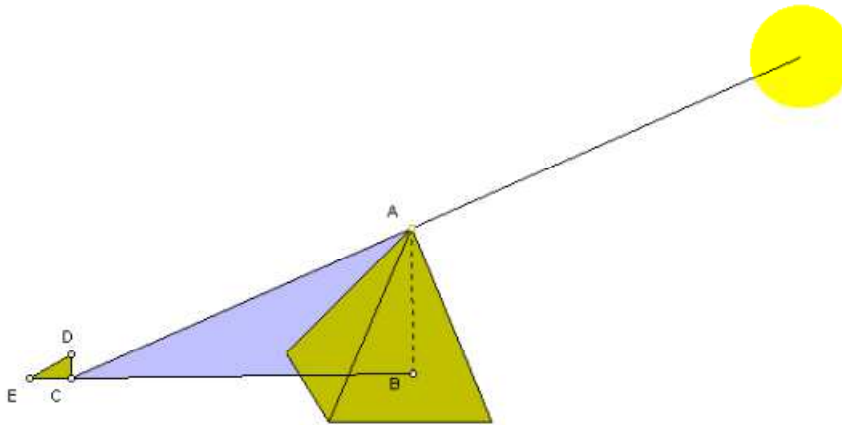
Fonte: <http://mundomatematicodocaldas.blogspot.com.br/2013/10/papiro-de-rhind.html>

O problema de número 56 do papiro de Rhind apresenta especial exigência a respeito de conhecimentos trigonométricos, isto é, nele encontra-se a introdução de um conceito equivalente ao da cotangente de um ângulo. “Problema 56: Se uma pirâmide tem 250 cúbitos de altura e sua base mede 360 cúbitos de lado, qual é o seu seqt?” (OLIVEIRA, 2013, p. 36). Não iremos apresentar a solução desse problema histórico, existem vários caminhos semelhantes para sua solução, duas delas estão em Oliveira (2013, p. 37) e em Kniss (2015, p. 22). Assim, fica claro como os egípcios já faziam uso da Trigonometria há 1650 anos a.C., mais precisamente sobre tangente e cotangente.

Além da utilização da Trigonometria nas medições das pirâmides, os egípcios também construíram tábuas de sombras projetadas por uma vara vertical ou gnômon¹⁰ associadas a sequências numéricas, relacionando seus comprimentos com horas do dia (relógio de sol). Entre os estudiosos gregos, Tales de Mileto (640-550 a. C.) foi considerado pelos historiadores da Matemática uma personalidade entre os matemáticos da antiguidade. Foi através de suas contribuições que foi possível realizar os cálculos sobre a altura das pirâmides e a distância do navio ao porto de Mileto, usando o conhecimento sobre sombras e semelhança de triângulos. (ZELLER, 1944, p. 3, apud SAMPAIO, 2008, p.37).

¹⁰ De acordo com o dicionário Houaiss (2009, p. 975), gnômon: “objeto (estilete, coluna, etc.) que, pela direção ou pelo comprimento de sua sombra no plano horizontal, indica a altura do Sol ou da Lua acima do horizonte e, por conseguinte, a hora do dia.”

Figura 2 – Método utilizado para medir a altura das pirâmides usando semelhança de triângulos.



Fonte: <http://www.matematica.br/historia/calpiramide.html>

Pela figura 2, a vara foi colocada no extremo C da sombra da pirâmide, formando com sua sombra o triângulo DCE, semelhante ao triângulo ABC, medindo as duas sombras e a altura da vara, pode-se determinar então a altura da pirâmide. Dessa forma, $AB/BC = DC/CE$, podemos dizer que essas ideias estavam anunciando a chegada das funções trigonométricas tangente e cotangente. Posteriormente, seu discípulo Pitágoras (570-495 a. C) demonstrou o teorema que originou a fórmula $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$, considerada como a relação fundamental da trigonometria.

De acordo com Struik (1987, p. 98, apud SAMPAIO, 2008, p. 39), a investigação histórica nos possibilita admitir que uma história da Trigonometria não pode ser separada da astronomia. Por meio da História da Matemática percebemos o quanto as necessidades dos povos, relacionadas com a agricultura e a navegação, concederam enorme destaque à astronomia, construindo elementos para o progresso e o desenvolvimento da matemática nas diversas civilizações. Os babilônios tinham grandes interesses pela astronomia, foram excelentes astrônomos por diversas questões, tanto por questões religiosas, quanto pelas épocas do plantio.

Uma notável contribuição do povo babilônio para a trigonometria foi a tábua Plimpton 322¹¹, escrita no período Babilônico Antigo (cerca de 1900 a 1600 a.C.) por meio de análises minuciosas feitas por historiadores. Conclui-se que ela representa uma notável tábua de secantes dos ângulos de 45° e 31°, formada por meio de triângulos retângulos de lados inteiros. Vale salientar que nem os babilônios e nem os egípcios introduziram a medida de ângulos no sentido atual.

¹¹ A tábua recebeu este nome porque pertence à tábua da coleção G.A. Plimpton da Universidade de Colúmbia e é catalogada pelo número 322.

Figura 3 – Plimpton 322



Fonte: <http://ms-matematica.blogspot.com.br/2015/01/plimpton-322.html>

O nome Plimpton é uma homenagem ao editor nova-iorquino George A. Plimpton, que comprou a tábua a partir de um vendedor de arqueologia e a doou com o resto de sua coleção para Columbia University, no meio da década de 1930.

Um outro povo que contribuiu para o desenvolvimento da Trigonometria foi encontrado no Oriente. Por volta de 1110 a.C. os chineses utilizavam os triângulos retângulos para medir distâncias, comprimentos e profundidades. Porém, existem somente evidências a respeito do uso da trigonometria primitiva pelos chineses, não temos registros fíeis de como eram feitas as medições e quais as unidades de medidas utilizadas. Além dos povos da época fazerem seus registros em bambu, material muito perecível, em 213 a.C., foi ordenado uma queima de livros, muitos foram reconstituídos por meio de memória, causando dúvidas na sua autenticidade. Muitos dos conhecimentos sobre a matemática primitiva dos chineses são baseados em informações orais e interpretações de textos originais.

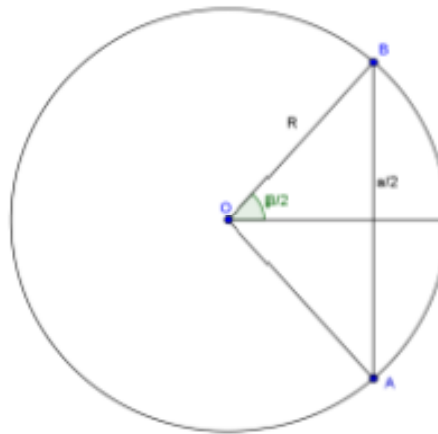
Uma importante contribuição da cultura chinesa para a Trigonometria é o *K'ui-ch'ang Suanshu*, traduzido como “Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática”. Este trabalho é datado do período da Dinastia Han (206 a.C. – 221 d.C.). Contudo, esta era uma cópia, provavelmente reconstituída por memórias, pois o original foi destruído anos antes pelo imperador chinês Shi Huang-ti. Nessa obra encontra-se uma síntese do conhecimento matemático antigo, no qual constam 246 problemas sobre agricultura, procedimentos em negócios, engenharia, agrimensura, resolução de equações e propriedades de triângulos retângulos. (KNISS, 2015).

Já para os gregos, é atribuído o primeiro estudo sobre as relações entre arcos num círculo e os comprimentos das cordas. Vale salientar que já haviam alguns trabalhos escritos apresentando teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas, mas não um estudo específico na área, como por exemplo “Os Elementos de Euclides”, século III a.C. Foi também um grego, Aristarco de Samos, que antes mesmo de Copérnico, em aproximadamente 260 a.C., propôs o sistema heliocêntrico. Embora seus escritos tenham se perdido na história, ele calculou a distância do sol e da lua com relação à terra, no entanto, os métodos utilizados eram muito rudimentares, tendo em vista que não haviam ainda construído a tabela trigonométrica. Em tais medidas era preciso utilizar a medida do raio da terra, e foi Erátostenes de Cirene que obteve maior destaque na estimativa da medida da circunferência da terra. (KNISS, 2015).

Outro astrônomo notável da antiguidade grega foi Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.). Atribui-se a ele a possibilidade de ter introduzido na Grécia a divisão do círculo em 360 graus. No entanto, essa divisão teve origem com os babilônios antigos que fizeram a divisão do zodíaco em 12 partes iguais (conexões com o calendário). É atribuído ainda a Hiparco o fato de ter compilado a primeira tábua trigonométrica. Partindo do entendimento de que cada triângulo estava inscrito dentro de um círculo, ele desenvolveu um sistema para calcular ângulos a partir de cordas, tomando o valor do raio com uma medida de 60 unidades. De fato, isso contribuiu para que a trigonometria grega fosse fundamentada na relação funcional entre as cordas de um círculo e os arcos centrais que subentendem, estabelecendo posteriormente as relações entre os ângulos e os lados do triângulo.

Kennedy (1997, p. 38, apud SAMPAIO, 2008, p. 38) explica que a palavra corda vem do latim *chorda*, “corda de arco”. Quando usada em Matemática, significa a representação do segmento de reta que une os dois pontos extremos de um arco de círculo, podendo ser associada ao ângulo central que intercepta a corda. Dessa forma, foi a função corda que esteve presente no início da trigonometria, e não a função seno. Vale registrar que a corda de um arco não é o seno, o seno da metade do arco seria a divisão da metade da corda pelo raio do círculo.

Figura 4 – Corda no círculo



Fonte: Kniss (2015, p. 27).

Observe na figura 4 que R é o raio da circunferência e β é o ângulo correspondente ao arco \widehat{AB} . As colaborações de Hiparco foram importantes para os avanços da Trigonometria, sendo impulsionadas pelas aplicações na astronomia. Isso, de certo modo, justifica o fato de Hiparco ser considerado o “Pai da Trigonometria”.

Dessa forma, a Trigonometria não estava presa ao plano, pois seus trabalhos foram desenvolvidos por meio de conhecimentos da Trigonometria esférica. Assim, a Trigonometria plana, juntamente com a esférica, foi se desenvolvendo, e vários estudiosos contribuíram com os dois ramos.

Os trabalhos de Hiparco foram ampliados com os escritos de outro grego, Cláudio Ptolomeu (150 d.C.). O livro *Syntaxis Matemática* (Coleção Matemática), chamado mais tarde de *Almagesto*, que significa em árabe “o maior”, é composto por 13 livros que tiveram por base os escritos de Hiparco. Ptolomeu, na verdade, sistematizou e compilou no *Almagesto* uma série de conhecimentos bastante difundidos em sua época. A maior parte da obra é baseada no trabalho do astrônomo e matemático grego Hiparco, cujos livros se perderam. Ptolomeu desenvolveu seus estudos sobre Trigonometria, que consistem em uma tábua de cordas de $\frac{1}{2}$ grau a 180 graus, de meio em meio grau. Isto é, esta tábua fornece os comprimentos de cordas dos ângulos centrais de um círculo dado, de $\frac{1}{2}$ grau a 180 graus, com incrementos de $\frac{1}{2}$ grau. Nesta obra, que foi desenvolvida com base na teoria geocêntrica para explicar o sistema solar, encontramos ainda a fórmula para o seno e cosseno da soma e da diferença de dois ângulos, sempre lembrando que, no início da trigonometria, os teoremas eram expressos na forma geométrica. (SAMPAIO, 2008).

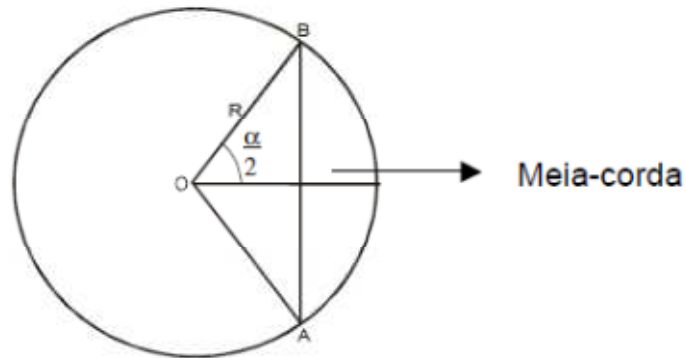
O historiador Kline (1972, p.125, apud SAMPAIO, 2008, p. 42) nos relata que no *Almagesto*, a distinção entre Trigonometria plana e esférica era de pouca relevância para Ptolomeu e que, para solucionar problemas astronômicos, ele calculava arcos de círculos grandes sobre uma esfera.

É notório que as contribuições da civilização grega foram importantíssimas para o desenvolvimento da Trigonometria. Porém, como o comércio romano com o sul da Índia via Mar Vermelho e Oceano Índico estava em expansão, facilitou a transmissão de conhecimentos matemáticos entre os gregos e os babilônios, o que possibilitou novas descobertas. Com as transformações políticas e econômicas ocorridas na Europa Ocidental, causadas pelas invasões dos bárbaros germânicos e pela queda do Império Romano no início de nossa era, outros povos ganharam destaque no cenário intelectual, tais como os indianos, árabes e persas. No século IV da nossa era, com um conjunto de textos denominados de Siddhanta, que significa sistemas de Astronomia e que revolucionou a Trigonometria, ocorre o deslocamento do centro da cultura para a Índia. (OLIVEIRA, 2013)

Segundo o mesmo autor, em aproximadamente 400 d. C. chega o Surya Siddhanta, um texto épico que quer dizer Sistemas do Sol, com poucas explicações e nenhuma prova. De acordo com os hindus, o autor desse texto foi Surya, o deus do Sol. O Surya se tornou importante pelo fato de abrir novas perspectivas para a Trigonometria e por não seguir o mesmo caminho de Ptolomeu, que relacionava as cordas de um círculo com os ângulos centrais correspondentes. Na Astronomia, para aplicar a “função” corda, era necessário dobrar o arco antes de usá-lo na tábua de cordas. Já no Surya, a relação usada era entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, chamada por eles de *jiva*. Isto possibilitou a visão de um triângulo retângulo na circunferência, como na figura 5. Definiam o *jiva* como sendo a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

Desse modo, indica-se que os indianos foram os responsáveis pela introdução da função trigonométrica moderna, que chamamos de seno de um arco. Além disso, os métodos de tabulação se aperfeiçoaram por meio de um estudo da correspondência entre a metade de uma corda de um círculo e a metade de um ângulo subentendido no centro pela corda. Para os indianos, as funções trigonométricas ainda eram definidas como comprimento de um segmento e não como uma relação entre dois comprimentos, como é o caso das funções trigonométricas modernas. (SAMPALIO, 2008).

Figura 5: Meia-Corda no círculo



Fonte: Sampaio (2008, p. 43).

Os indianos tinham conhecimento da matemática grega, introduziram os conceitos de semicorda e empregavam o equivalente a seno, cosseno e senos reversos ($\text{versen}\theta = 1 - \cos \theta$). Através disso demonstraram algumas identidades, além de resolverem problemas com triângulos planos e esféricos. Destaque-se que eles usavam os nossos conhecidos graus, minutos e segundos nas tábuas de senos que construíram. Segundo Vasconcelles (1925, p. 573, apud SAMPAIO, 2008, p. 44), a palavra seno é de origem indiana e significa inclinação, declive. A origem da palavra cosseno foi definida por Edmund Gunter em 1620, pois o cosseno é igual ao seno do complemento (dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é igual a 90°). Ele combinou a palavra “complemento” e “seno”, formando então *co-sinus*, que foi modificada para *cosinus*, e em português cosseno. (KNISS, 2015).

Algum tempo depois, os conhecimentos sobre as identidades pitagóricas se tornaram mais óbvios. Encontramos em Varahamihira, no ano de 505 d. C., no *Pancasiddhantika* (Os Cinco Cânones Astronômicos) o equivalente à fórmula de $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$ (SMITH, 1958, p. 43, apud SAMPAIO, 2008, p. 44), que tabulou o cosseno tão bem quanto o seno para o raio de 120 e descreveu as relações entre estas funções.

Com a expansão econômica do império árabe ocorrido no período do século VIII até o início do século XI, os campos das artes e das ciências viveram excepcional avanço. Com a “fuga” de Maomé para Medina (Hégira), os árabes conquistaram várias regiões da Ásia Ocidental e o árabe se tornou a língua oficial, ao invés do grego e do latim, o que permitiu a fixação e a preservação de obras antigas, que foram traduzidas e assim difundidas entre os intelectuais muçulmanos.

Na Arábia, essa influência começou com a fundação da Escola de Bagdad, no século IX. Um dos seus maiores expoentes foi o príncipe da Síria Mohamed-ben-Geber, conhecido como AL Battani (aproximadamente 850 a 929 d.C.), chamado o Ptolomeu de Bagdad

(OLIVEIRA, 2013). Baseado na Trigonometria indiana, ele escreveu uma obra intitulada “Sobre o movimento das estrelas”, na qual aparecem fórmulas de funções seno e seno reverso, uma tabela de cotangentes, assim como a regra dos cossenos aplicada aos triângulos esféricos. Houve, inicialmente, uma competição nos cálculos astronômicos, de dois tipos de trigonometria - a geometria grega das cordas de Ptolomeu e as tabelas indianas de senos. Esta última foi adotada e a Trigonometria árabe construiu-se sobre a função seno. (SAMPAIO, 2008).

Em sua obra, “o tratado sobre as estrelas”, traduzida para o latim e divulgada na Europa no século XII por Platão de Tivoli (nessa época vários manuscritos árabes foram traduzidos na Espanha), na astronomia, Al-Battani corrigiu alguns dos resultados de Hiparco e Ptolomeu, construiu também uma tabela de cotangente, grau por grau de cada quadrante e fez uso constante da trigonometria esférica cujas fórmulas lhe eram bem conhecidas como, por exemplo, a lei dos cossenos para um triângulo esférico, ou seja, $\cos \alpha = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha$. (SAMPAIO, 2008)

De acordo com Oliveira (2013, p. 44):

Os estudos de Al Battani ficaram entre o Almagesto e Siddhanta e foi por sua influência que a trigonometria hindu foi adotada pelos árabes, principalmente a partir de sua genial ideia de introduzir o círculo de raio unitário e com isso demonstrar que a razão *jiva* é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da medida da hipotenusa.

Depois das importantes contribuições de Al-Battani para a Trigonometria, chegando a ser considerado como o primeiro matemático árabe a aplicar álgebra na Trigonometria, em 980 deu-se início uma organização e sistematização de provas e teoremas da Trigonometria por Abû'l Wêfa, matemático árabe que pelo seu trabalho se tornou digno de destaques entre os matemáticos da sua época. Esse matemático mulçumano contribuiu para o progresso da Trigonometria e para a construção das tabelas trigonométricas, introduzindo a tangente trigonométrica como sendo o resultado da divisão do seno pelo cosseno.

Os árabes adotaram como característica a essência da Trigonometria grega. Porém, acrescentaram fórmulas e novas funções, empregando os métodos indianos, tornando essas fórmulas e funções instrumentos mais úteis e aplicáveis à topografia, arquitetura e astronomia.

Em 1250, merece destaque os escritos do astrônomo Persa Nasir Al-din. Ele havia dado continuidade à obra de Abu'l Wêfa, além de ter se dedicado a trabalhar com a Trigonometria plana e esférica. Nasir Al-din escreveu o primeiro trabalho no qual a Trigonometria plana apareceu como uma ciência independente, desvinculada da Astronomia.

Nos trabalhos desse autor são usadas as seis funções trigonométricas usuais: seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante, e são dadas regras para resolver os vários casos de triângulos planos e esféricos. Isto só seria retomado na Europa no século XV, quando o matemático e astrônomo alemão Johann Müller Von Königsberg (1436-1476), em latim Regiomontanus, que significa montanha do rei, estabeleceu a Trigonometria como um ramo da Matemática.

Diversos matemáticos, considerados importantes no desenvolvimento dessa ciência, contribuíram de forma significativa para o processo de “separação” entre a Trigonometria e a astronomia. Como sustenta Oliveira (2013, p. 63):

Vários matemáticos importantes contribuíram para a consolidação da Trigonometria como ramo da Matemática independente da Astronomia. Podemos citar: o britânico Napier que estabeleceu regras para triângulos esféricos; Jonh Newton (1622-1678) que publicou “*Trigonometria Britannica*”, em 1658, o mais completo livro de seu tempo sobre o assunto; o inglês John Wallis (1616-1703) que expressou fórmulas usando equações em vez de proporções e trabalhou com séries infinitas; Sir Issac Newton (1642-1727) que trabalhou com séries infinitas e expandiu $\arcsen x$ em séries e, por reversão, deduziu a série para $\sen x$.

Voltando a tratar a respeito da obra de Regiomontanus, considerado o primeiro escritor da renascença, nos deparamos com o “Tratado sobre triângulos”, obra dividida em cinco livros, contendo uma Trigonometria completa. Este trabalho foi escrito em 1464, porém, só publicado em 1533. É considerado a primeira obra europeia em que aparece a Trigonometria separada da astronomia. Sendo comprovado com a invenção posterior dos logaritmos e alguns dos teoremas demonstrados por Napier (1550-1617), a Trigonometria descrita por Regiomontanus não diferia basicamente da que se utiliza nos dias atuais. Em sua obra, ele calculou novas tábuas trigonométricas e introduziu na Trigonometria europeia o uso das tangentes, incluindo-as em suas tábuas. Podemos dizer que foi ele quem lançou as fundações para os futuros trabalhos na trigonometria plana e esférica, ampliando o estudo da Trigonometria na Europa. (DA COSTA, 2003).

A ascensão e o declínio do Império Árabe constituem um dos episódios mais notáveis da história. Diante do declínio da Escola de Bagdad, acontece a transferência do centro das atividades intelectuais para o sul da Europa, na Península Ibérica, e com ela o estudo da Trigonometria, particularmente nos triângulos esféricos necessários aos estudos astronômicos.

A partir de 1085, a cidade de Toledo tornou-se o mais importante centro da cultura, após ser liberada pelos cristãos do domínio mouro. Esse fato foi possível devido à vinda dos estudiosos ocidentais com o objetivo de aprender a Trigonometria tal como era transmitida em árabe. No século XII na História da Matemática, os estudiosos latinos passaram a estudar com afinco a Trigonometria como aparecia nas obras de astronomia, com o auxílio das traduções realizadas por tradutores tais como Platão de Tivoli, Gerardo de Cremona, Adelardo de Bath e Robert de Chester. Com isso, a Europa teve acesso à matemática árabe e à herança grega que havia sido conservada, na medida do possível, por eles. (Struik, 1992, apud DA COSTA, 2003, p. 11).

O desenvolvimento da Trigonometria na Europa já vinha ocorrendo desde o século XI com a retomada do conhecimento árabe, proporcionando o desenvolvimento das funções trigonométricas. Vale salientar que a Trigonometria árabe tornou-se conhecida na Europa pela influência do matemático europeu mais habilidoso do século XIII, Leonardo Fibonacci (1175-1250). Ele estudou no norte da África e depois viajou pelo Oriente como mercador, com isso sofreu grande influência dos árabes. Fibonacci viajou pelo Egito, Síria e Grécia e acabou se familiarizando com os métodos árabes. Foi o primeiro mercador ocidental cujos trabalhos apresentaram maturidade. Em 1220 escreveu a *Practica geometriae* (A prática da geometria), onde apresentava alguns elementos de trigonometria recolhidos de fontes árabes, embora usasse a palavra *umbra versa* (sombra reversa) para tangente e *umbra recta* (sombra reta) para a cotangente, se tornando uma aplicação da Trigonometria árabe na agrimensura. (SAMPAIO, 2008).

Sampaio (2008) ainda nos diz que, com a decadência do Império Bizantino, em 1453, ocorreu o deslocamento de refugiados para a Itália, o que facilitou a entrada de muitos documentos da civilização grega e das traduções árabes no Ocidente, expandindo o conhecimento matemático. Desse modo, as atividades matemáticas no século XV concentraram-se nas cidades italianas e nas cidades de Nuremberg, Viena e Praga, na Europa Central, sendo trabalhadas em torno da aritmética, da álgebra e da Trigonometria. A Trigonometria se tornou imprescindível para a realização das grandes descobertas dos navegantes de Portugal e Espanha, para os cálculos de latitudes e longitudes de cidades e de diversos pontos geográficos nos mapas.

Quando tratamos sobre a Trigonometria na Europa, precisamos demarcar que vários matemáticos se destacaram, entre eles Georg von Peurbach (1423-1463). Ele foi o pioneiro da teoria planetária, construiu instrumentos de medição inovadores e escreveu alguns trabalhos

de Astronomia, organizou tábuas de senos e começou a traduzir para o latim, a partir do grego, a obra “O Almagesto”, de Ptolomeu. (KNISS, 2015).

Dentre muitos astrônomos e matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da Trigonometria na Europa, outro que merece destaque é Nicolau Copérnico (1473-1543). Ele adaptou e utilizou o trabalho realizado por Regiomontanus. No ano de sua morte, Copérnico publicou um tratado *De revolutionibus orbium coelestium* (As revoluções das estrelas celestes). Nesse trabalho, ele introduziu passagens importantes sobre trigonometria. A forma como tratou a trigonometria parece ser derivada em parte do que Regiomontanus havia produzido. Essa desconfiança surge pelo fato de Copérnico ter recebido um estudante vindo da Prússia, o matemático Georg Joachim Rheticus (1514-1576), o qual havia tido contato com os trabalhos elaborados por Regiomontanus. (KNISS, 2015).

Rheticus, por sua vez, foi além do realizado por Copérnico. Ele combinou as ideias de Regiomontanus com as de Copérnico e publicou a obra *Opus palatinum de triangulis*, o mais elaborado tratado sobre trigonometria até o momento, publicada em dois volumes. Neste trabalho ele concentrou-se nos triângulos retângulos, abandonando a tradicional consideração das funções trigonométricas com relação ao arco de um círculo e possibilitando que a Trigonometria atingisse um grau de desenvolvimento elevado. Tal abordagem possibilitou tratar o triângulo de forma independente, usando as funções trigonométricas como razões entre lados de um triângulo retângulo. Rheticus também calculou tabelas detalhadas para as seis funções trigonométricas e começou uma série de tabelas calculadas com grau de precisão muito elevado. Entretanto, morreu antes de conseguir terminar. (BOYER, 2010 apud KNISS, 2015).

Não podemos deixar de mencionar nesse relato histórico o notável matemático francês François Viète (1540 – 1603), foi ele quem aplicou um tratamento analítico à Trigonometria.

Foi o primeiro matemático a utilizar letras para representar coeficientes gerais, por isso é considerado como o fundador de uma álgebra literal. Ele iniciou, no Ocidente, a primeira elaboração sistemática dos métodos de cálculo dos triângulos planos e esféricos, aproximados até minutos, com o apoio das seis funções trigonométricas.

Viète comungou dos trabalhos realizados por Regiomontanus e também das contribuições de Rheticus. Ele escreveu o livro *Canon mathematicus seu ad triangula*. Nesse livro ele preparou extensas tabelas de cordas de todas as seis funções de ângulos aproximados até minutos. Nessa obra se observa ainda uma utilização sistemática dos números decimais. Possivelmente, este foi o primeiro livro europeu que apresentou métodos de resolução de

triângulos planos e esféricos com a ajuda das seis funções trigonométricas. Com as diversas contribuições de Viète, a trigonometria foi praticamente completada, mas todos os cálculos foram simplificados no século XVII com a invenção dos logaritmos. (BELL, 1992, apud SAMPAIO, 2008).

Foram muitos os matemáticos que colaboraram para que a Trigonometria avançasse da atribuição de ser usada como instrumento de mensuração de figuras geométricas e se tornasse um conjunto de relações entre números, sem necessidade de recorrer a arcos ou ângulos. Podemos citar o britânico John Newton (1622-1678), que escreveu o tratado *Trigonometria Britannica*, baseado nos trabalhos de outros escritores. Foi considerado um dos mais completos livros do tipo que havia surgido em seu tempo pelo fato de ter antecipado a tendência atual de introduzir divisões centesimais do ângulo nas tábuas trigonométricas. Outro importante passo para a trigonometria foi dado por John Wallis (1616-1703), precursor aos trabalhos de Isaac Newton, ao revelar fórmulas usando equações em vez de proporções, e por trabalhar com séries infinitas. (COSTA, 2003).

O físico e matemático inglês Sir Isaac Newton (1643-1727), considerado por muitos como o “*pai da ciência moderna*”, também deu sua contribuição à trigonometria pois, paralelamente aos seus estudos de cálculo infinitesimal apoiados fortemente na geometria do movimento, trabalhou com séries infinitas, tendo expandido $\arcsen x$ em séries e, por reversão, deduzido a série para $\sen x$. Além disso, comunicou a Leibniz a fórmula geral para $\sen(nx)$ e $\cos(nx)$ tendo, com isso, aberto a perspectiva para o $\sen x$ e o $\cos x$ surgirem como números e não como grandezas. (KNISS, 2015).

Com o físico e matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), a Trigonometria toma sua forma atual, especialmente, quando ele adota a medida do raio de um círculo como unidade e define funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo, como era feito até então. Podemos dizer que Euler foi o “*fundador da trigonometria moderna*”. Ele influenciou nos conceitos básicos, como o seno, que não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas sim a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem. (KNISS, 2015).

De acordo com Sampaio (2008, p. 70),

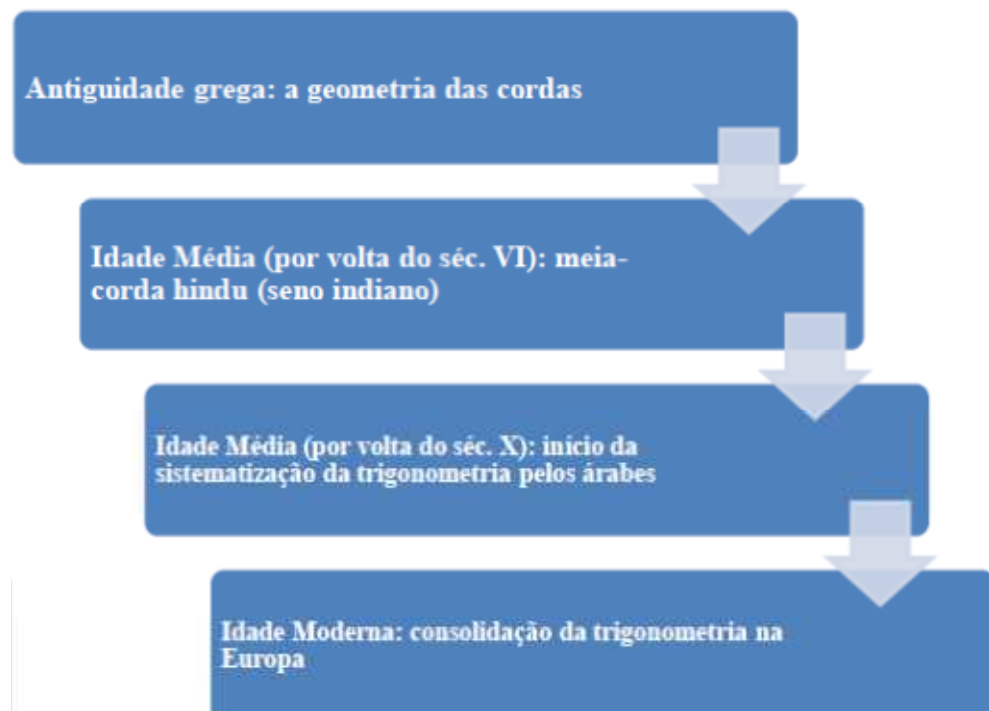
As abreviações *sen*, *cos*, *tang*, *cot*, *sec*, *cosec* foram usadas por Euler na *Introductio* (Introdução) em latim e são mais próximas das formas atuais em inglês do que as abreviações correspondentes das línguas latinas. No final do século XVIII, Euler já havia apresentado todos os teoremas da trigonometria como corolários da teoria das funções complexas, embora para a agrimensura e navegação a trigonometria mantivesse sua utilidade. Assim, a

trigonometria tornou-se um conjunto de relações entre números reais e complexos.

Dessa forma, a Trigonometria que ensinamos aos nossos alunos se deve, até certo modo, ao tratamento que Euler deu a esse ramo da matemática. Vale mencionar que, com o surgimento da imprensa, a cultura se difunde de maneira mais rápida. A partir daí nenhum grupo ou civilização se manteve liderando o desenvolvimento da Trigonometria. Desde a descoberta dos primeiros rudimentos da Trigonometria no Egito e na Babilônia, na antiguidade, foi a Grécia a prevalecer sobre os outros povos do ocidente, na Idade Média o povo árabe. Mas, do século XV em diante, com o desenvolvimento da corrente filosófica do Racionalismo, a atividade matemática desloca-se repetidamente para diversos países.

Diante do exposto, percebemos que diferentes povos e diferentes culturas, em determinadas épocas, contribuíram para o desenvolvimento e para a consolidação da Trigonometria como saber básico no alicerce matemático contemporâneo. Apresentamos a seguir (figura 6) uma síntese da contribuição de diversos povos no desenvolvimento e consolidação da Trigonometria elaborada por Gomes (2011).

Figura 6 – Diagrama com síntese do histórico da Trigonometria ocidental.



Fonte: (GOMES, 2011, p. 20)

Em nossa reconstituição histórica sobre o desenvolvimento da Trigonometria, percebemos que foi necessário que a humanidade percorresse um longo caminho para chegar até a Trigonometria que hoje é ensinada aos nossos alunos. Não tratamos aqui a respeito da evolução do conceito de ângulo, que é latente e fundamental ao desenvolvimento da Trigonometria. Tentamos nesse relato histórico evidenciar parte dessa trajetória. Ao longo das leituras realizadas, observamos e refletimos ser necessário que o professor, ao ensinar Trigonometria, de alguma forma discuta com os alunos questões que os levem a perceber que o conhecimento trigonométrico, assim como acontece com todo conhecimento matemático, passou por um longo período de evolução e que recebeu contribuições de diversos estudiosos pertencentes a várias civilizações. Refletir ainda que, de alguma forma, a evolução possa ser acompanhada e de alguma parte do caminho esse conhecimento pode ser construído com eles.

Como já mencionado na introdução, optamos por investigar o conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos do Ensino Médio, numa abordagem histórica, por dois motivos: primeiro, pelo fato de em nossa formação escolar nos ter sido repassado apenas a Trigonometria no triângulo retângulo, nos deixando uma necessidade de compreender suas origens e sua evolução para lecionarmos este conteúdo de maneira mais dinâmica e prazerosa; segundo, por nossos alunos apresentarem dificuldades em aplicar conceitos básicos de Trigonometria e em manipular determinados métodos ou técnicas algébricas que são essenciais para formação de conceitos trigonométricos.

Entendemos que, conhecendo a origem histórica da Trigonometria, temos a possibilidade de garantir uma prática pedagógica mais eficiente, facilitando a análise das passagens históricas nesse conteúdo, na separação nas categorias de sentidos e na classificação de acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Após esse apanhado histórico sobre a História da Matemática na Educação Matemática, no qual tecemos argumentos à luz de diversos autores que tratam sobre o uso da História da Matemática, tanto em sala de aula quanto nos livros didáticos e, ainda, sobre a história da Trigonometria, considerando que o livro didático é o principal material para nossa investigação, no próximo capítulo abordaremos sobre o mesmo, sobre sua origem, evolução e importância para o processo de ensino-aprendizagem.

3 LIVRO DIDÁTICO: ORIGENS, CONCEITOS E LEGISLAÇÕES

Nesse capítulo trataremos a respeito do livro didático, sua evolução na história e sua função no contexto atual do ensino brasileiro. Nesse sentido, as análises feitas no presente capítulo fundamentam-se principalmente em Bianchi (2006), Alencar (2014) e no Guia PNLD 2015 – Ensino Médio (BRASIL, 2014). Para abordar o estudo sobre livro didático, discorreremos sobre conceitos gerais como a história do livro didático e a respeito de alguns conceitos atuais como o livro didático de matemática no Brasil e o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

3.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO

O livro didático se tornou um componente indispensável entre os materiais didáticos utilizados em sala de aula no processo de ensino-aprendizagem. Isto porque é um valioso recurso para o acesso à cultura e para o desenvolvimento da educação. Como ainda, exerce um papel relevante de portar o conhecimento de forma sistematizada dentro de uma área específica de atuação, e mais do que isso, o conhecimento disciplinar escolar, ou seja, aquele que deve ser ensinado nas escolas de acordo com cada disciplina em cada série. (ALENCAR, 2014).

O livro didático pode ser considerado como o primeiro livro a adentrar em diversos lares do nosso país, contribuindo para desenvolver o hábito da leitura e o aprendizado. Para atender a essa função tão nobre e importante dentro do contexto escolar brasileiro, é imprescindível que traga em seus textos um conjunto de interesses oriundos de diversos dispositivos, tais como, as pesquisas na área, transposições didáticas, legislações, políticas públicas, cultura, mercado consumidor, etc.

Ao longo de todo processo de evolução do livro, desde os tempos mais remotos da antiguidade, a sociedade busca meios de preservar e transmitir para posteridade seus conhecimentos, culturas e técnicas necessárias à sobrevivência, por meio de diversas formas de reprodução, seja pelas pinturas rupestres, pela escrita alfabética, chegando ao armazenamento de informações em redes de computadores. Obviamente, ultrapassando as diversas maneiras de escrita, tais como os escribas sumérios, os egípcios, os filósofos gregos, o mecenato¹² de príncipes, chegando, por volta do século VI, a criação do ensino na China, a

¹² Eram ricos e poderosos comerciantes, príncipes, condes, bispos e banqueiros que financiavam e investiam na produção de arte como maneira de obter reconhecimento e prestígio na sociedade. Foram de extrema

cultura islâmica na Idade Média, a escolástica¹³ e a fundação de instituições especificamente destinadas ao ensino. Podemos acrescentar que o livro sempre foi munido de um caráter instrucional, pois cumpria a função de informar o conhecimento ou servir de apoio na sua difusão. (ALENCAR, 2014).

Façamos agora, algumas considerações, de forma sucinta, a respeito do surgimento, desenvolvimento e evolução do livro didático. Registramos inicialmente que “a função do livro didático no processo educacional se constituiu a partir de condições histórico-culturais e sua trajetória enquanto produto se entrelaça com a história do nascimento do livro impresso” (MOTA, 2012, p. 169). Assim, se torna necessário algumas referências ao surgimento dos manuais escolares e dos primeiros livros impressos, para compreendermos melhor o nascimento dos livros didáticos no Brasil.

Com as mudanças que ocorreram na Europa, durante o renascimento (séculos XV e XVI), o teocentrismo perde espaço e o antropocentrismo ganha forma. Assim, a igreja católica sofre declínio. O uso da imprensa e a preocupação com leitores aumentou, colocando um fim aos escribas da igreja que monopolizava a escrita e sobretudo a transmissão de conhecimento. Nessa época, o livro didático se tornou um instrumento educacional importante nas disputas pela manutenção da ideologia da igreja católica e a formação de uma cultura protestante.

De acordo com Bairro (2011), nesse período, surge um dos primeiros manuais escolares que se tem notícia, “*O ABC de Hus*”, escrito pelo reformador religioso John Hus, um dos precursores da reforma protestante, condenado à fogueira por heresia. Esta obra tinha como objetivo a alfabetização do povo. Em seguida surgem outras obras importantes, como a publicação da cartilha “*Bokeschen vor leven ond kind*”, em 1525; a obra “*O mundo sensível em gravuras*” de Comenius, de 1658. Em que acreditava ser possível ensinar tudo a todos; em 1702, a obra “*Conduas das escolas cristãs*” de São João Batista de La Sales. Porém, como a igreja católica por muitos anos continuou a influenciar a produção de manuais didáticos voltados para o ensino cristão, todas essas obras tinham o objetivo de uma educação cristã.

No século XVIII, a igreja ainda possuía domínio sobre a produção dos manuais didáticos. Nesse período, em Portugal e na França, o livro didático tornou-se, paulatinamente, fundamental nos espaços escolares enquanto recurso no processo de ensino-aprendizagem. Sendo assim, podemos destacar que a primeira fase da produção do livro didático esteve

importância para o desenvolvimento das artes plásticas, literatura e arquitetura durante o período do Renascimento Cultural (séculos XV e XVI).

¹³ Conjunto de doutrinas teológico-filosóficas da idade média, caracterizadas pelo problema da relação entre fé e razão (AURÉLIO, 2001).

ligada ao ensino cristão, seguida pela literatura didática, devido a industrialização do mundo, motivado uma disposição profissionalizante e por fim a divulgação do conhecimento. No entanto, essa última característica favoreceu para que o livro didático, por algum tempo, se mantivesse afastado do ambiente escolar, pois os livros eram usados apenas para consulta, como auxílio para o ensino e não como é tratado hoje, como essencial recurso didático nas estruturas escolares. (MATOS, 2012).

Para Morales et. al. (2003) os primeiros livros brasileiros de matemática surgiram juntamente com os cursos de Matemática, entre eles “Exame de Artilheiros”, em 1744 e “Exame de Bombeiros”, escrito em 1748, ambos escritos por José Fernandes Pinto Alpoim (1695-1765) com o objetivo de facilitar suas aulas de artilharia e fortificações no ensino militar. Para ela, até a expulsão dos jesuítas em 1759 por Marquês de Pombal, a matemática praticamente inexistia no Brasil. Como ainda, a matemática que progredia na Europa e em outras partes do mundo não era ensinada para qualquer brasileiro, era privativa a poucos intelectuais como o padre Valentim. Como já citado, apesar das obras de Pinto Alpoim serem considerados os primeiros livros didáticos brasileiros de matemática, essas obras não tinham objetivos matemáticos, seus objetivos eram exclusivamente militares, para a artilharia e o lançamento de bombas. Dessa forma, são tidos como obras que não foram constituídas de didática de matemática propriamente ditas.

Outras obras influenciaram a constituição de nossas matrizes escolares, entre elas a obra “Nouveau cours de mathématiques” de Bélidor, escrito em 1725 e traduzida para o português em 1764. Temendo novas lutas contra os espanhóis, o Marquês de Pombal determinou a mudança das aulas de fortificações para aulas de regimento de artilharia do Rio de Janeiro, usando nessas aulas várias cópias da tradução para o português da obra “Nouveau cours de mathématiques”, tornando-se obrigatória no Brasil. Desse modo, julgamos ser suficiente para caracterizarmos a importância do livro. (MORALES et al, 2003).

De acordo com Bairro (2011), com a intenção de recuperar as falhas oriundas dos vários métodos de alfabetização em Portugal, em 1875, João de Deus escreveu a “Cartilha maternal”, dando maior destaque a leitura. João de Deus era considerado um poeta à frente do seu tempo e muito respeitado, talvez por isso seus livros recebiam grandes destaques. Essa cartilha causou tanto progresso na alfabetização que foi difundida em todas as escolas portuguesas e em suas colônias, inclusive no Brasil. Ela considera ainda que esse foi o primeiro manual de alfabetização dos brasileiros. Porém, as primeiras cartilhas que chegaram no Brasil foram importadas de Portugal e da França com valores elevados, portanto eram destinados ao ensino da elite que disponham do poder de compra e dominavam outro idioma.

Uma grande variedade de livros surge, em 1830, com a fundação das primeiras universidades no Brasil, o início dos liceus, com as escolas primárias e com a criação do Colégio Pedro II. Entre eles: Aritmética de Cândido Baptista de Oliveira, em 1832; Aritmética de Francisco de Paula Leal, em 1837; O compêndio de Pedro d'Alcântara Bellegarde, em 1838. Todas essas obras se baseiam em livros escritos pelos franceses Bézout e Lacroix. Porém, com a crescente evolução da literatura francesa, essas obras já se encontravam desatualizadas em meados do século XIX. (MORALES et al., 2003).

Em 1856, os livros de Cristiano Benedito Ottoni (1811-1892) passam a ser adotados em quase todos os estabelecimentos de ensino do país. Ottoni escreveu uma coleção de livros que foram indicados em matemática: Geometria, Aritmética, Álgebra e Trigonometria, com programas muito extensos. Em posterior, seus livros se tornam obrigatórios para os preparatórios para os cursos superiores. Seus livros foram verdadeiros best-sellers, com várias edições e uma expressiva quantidade de exemplares. Cristiano Ottoni foi Conselheiro e Senador do Império, começando a vida parlamentar em 1835. (MORALES et al, 2003).

Ainda em Morales et al (2003) é relatado que o crescimento do Ensino Secundário no Brasil foi motivador para o surgimento das primeiras edições de livros didáticos de matemática no Brasil. Um dos primeiros livros didáticos publicados foi “Aritmética de Coqueiro”, escrito por João Antônio Coqueiro em 1860, seguido por outras obras que tratavam sobre a matemática presente nos escritos de Cristiano Ottoni. Merece registro também, o livro “A Aritmética Elementar Ilustrada”, de Antônio Trajano, publicado em 1879 e que teve sua 136ª edição em 1959.

Outra obra de destaque de Antônio Trajano foi a “Aritmética Progressiva” de 1880, destinada ao Ensino Secundário, mas em 1954, em sua 84ª edição era utilizado nas escolas normais e em liceus particulares. Considerados um dos melhores livros didáticos, muito parecido com os utilizados nas décadas de 1970 e início dos anos 1980, com forma gráfica superior e diferenciada, sendo o primeiro a existir o livro do professor, já a partir de sua 4ª edição em 1901.

A partir de então surgem maiores preocupações com o ensino. Afloram as reflexões sobre a escola e se inicia a utilização dos quadros negros nas salas de aulas. Como também, as famosas traduções do francês para o português de livros didáticos baseados em experiências pedagógicas do ensino da matemática escolar feitas por Eugênio de Barros Raja Gabaglia, professor e diretor do Colégio Pedro II. As obras traduzidas por Gabaglia eram compostas pelos conteúdos: números inteiros, numeração, operações com números inteiros, divisibilidade, frações, potências e raízes, raiz cúbica, sistema métrico, razões, grandezas

proporcionais e regra-de-três. Esses livros eram muito didáticos com explicações da realidade, o que representava uma evolução. Essas obras foram adotadas no Brasil no período de 1895 até o final da década de 1920.

No final da década de 1920, essa trajetória toma um rumo ainda mais esplendoroso com a criação, pelo Estado, em 1929, do Instituto Nacional do Livro – INL, um órgão específico para legislar sobre políticas públicas do livro didático. Somente em 1934, com o Ministro da Educação do governo do presidente Getúlio Vargas, Gustavo Capanema, que o INL recebe suas primeiras atribuições que foram: a edição de obras literárias para a formação cultural da população, a elaboração de uma enciclopédia e de um dicionário nacionais e a expansão do número de bibliotecas públicas.

Essas atribuições se tornaram mais viáveis com a criação da Comissão Nacional do Livro Didático – CNLD, em 1938, que tinha como objetivo tratar a respeito da produção, controle e distribuição das obras. Em seguida, vários órgãos e políticas públicas foram criados, tais como: a Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted), em 1966; o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), em 1971; a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), em 1976; a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), em 1983; o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), em 1976, de onde provêm os recursos para compra e distribuição do livro didático até os dias atuais; a criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 1985.

Ao longo de quase dois séculos, desde que os primeiros livros didáticos começaram a ser produzidos no Brasil, os mesmos passaram por diversas transformações, tanto em virtude das mudanças ocorridas no mundo, quanto na tentativa de acompanhar as novas dinâmicas em sala de aula e contribuir para uma aprendizagem de maior significado para a sociedade.

Dessa forma, podemos elencar que os livros didáticos no Brasil tiveram três momentos, o primeiro marcado pelas interferências do período em que éramos colônia de Portugal e pelos interesses na formação de soldados. Outro marcado por trajetórias independentes, utilizados de acordo com seus preços, escolhas dos professores ou reutilizados por estarem nas bibliotecas familiares. E o último, no século XX, marcado por políticas educacionais que investiram na regulação e distribuição dos livros didáticos para as escolas públicas.

3.2 O LIVRO DIDÁTICO HOJE

Como já dito, ao longo dos últimos séculos os livros didáticos passaram por imensas transformações, tanto do ponto de vista estético, quanto da organização de seus conteúdos, da sua produção e ainda da sua distribuição nos ambientes escolares, se tornando um valioso recurso para o acesso à cultura e o desenvolvimento da educação. Essas mudanças repercutem na incorporação de novas tecnologias, avanços metodológicos, recursos gráficos, diretrizes governamentais e no atendimento à demanda de educadores por materiais de qualidade e com valores para a cidadania.

O livro didático é rodeado de complexidade, muitas variáveis e aspectos que permeiam sua existência. Por essa razão, conceituá-lo se torna uma tarefa de difícil execução. No entanto, muitos pesquisadores buscam formular um conceito que o aproxime de sua principal finalidade que é o uso em sala de aula para abordagem e o estudo dos conteúdos de forma sistematizada dentro de cada disciplina no ambiente escolar.

No trabalho de Bianchi (2006) sobre a História da Matemática no livro didático, a autora trata sobre a ambiguidade terminológica e sobre a dificuldade de estabelecer um conceito para livro didático. Expõe uma relação de nomenclaturas, tais como livros escolares, livros de texto, textos escolares, manuais escolares, textos didáticos, livros didáticos, livros-texto (*textbooks*), dentre outros, levando em consideração algumas variações de épocas, países e regimes. “No Brasil, no meio educacional em geral é usado o termo Livro Didáticos para livros até o Ensino Médio e no âmbito universitário são chamados de livro-texto”. (BIANCHI, 2006, p. 5). Para Alencar (2014),

(...) o livro didático é um suporte de conteúdo escolar para o aluno e para o professor, dotado de uma carga política que agrega interesses legislativos, mercadológicos e de transmissão de conhecimentos e valores de (e para) determinados grupos sócio-culturais. Sua atividade fim é a transmissão do conhecimento produzido e legitimado no âmago de cada ciência e transformado em conhecimento escolar, atendendo a interesses globais e locais, determinados pelas prescrições curriculares de cada contexto. (ALENCAR, 2014, p. 47).

Dessa forma, uma questão que merece ser mencionada é o fato do livro didático ser o principal recurso utilizado pelo professor para se fundamentar na distribuição dos conteúdos, para pensar seu plano de conteúdos a serem trabalhados com seus alunos, em virtude da falta de apoio de outros materiais, mesmo com as recomendações efetivadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, no sentido de que o professor utilize, além do livro didático,

outras fontes, materiais diversificados, com o objetivo de ampliar a abordagem dada aos conteúdos e fazer com que o aluno se sinta parte do mundo à sua volta. Atualmente, na maioria das escolas públicas de ensino, se reflete que os livros didáticos são o principal material impresso, se não o único, tornando um instrumento essencial de apoio para o professor e para os estudantes no processo ensino-aprendizagem. Desse modo, o livro didático é colocado em destaque no sistema educacional.

Uma segunda questão trata a respeito da consciência de que quando o livro didático torna-se o único ou o principal recurso didático ou de apoio pedagógico para o professor, sua estrutura ideológica se torna preponderante dentro da sala de aula. Pois, mesmo que cada leitor, ao realizar sua própria leitura, seja do livro didático ou de outra obra qualquer, tenha a sua própria leitura de mundo, sua subjetividade, suas limitações, o livro didático como produto cultural transmite os posicionamentos de seus autores.

Um outro aspecto que merece atenção é a participação de diversos sujeitos no processo de produção dos livros didáticos. Embora seja escrito por um ou vários autores, existe todo um trabalho de editoração que inclui desde a capa, formatação, seleção de imagens, estratégias de marketing, etc. Soma-se a isso as recomendações ou as prescrições curriculares, as interferências governamentais, que muitas vezes determina determinadas normas que, a princípio, não estariam programadas na escrita ou editoração. (ALENCAR, 2014).

Dessa forma,

O Livro Didático está histórica e geograficamente determinado, é um produto de um grupo social e de uma época determinada. Eles são objetos complexos cujas marcas características, e sua evolução histórica, são resultados de um grande número de parâmetros, cuja natureza é diferente. Implicam interlocutores diversos, cujas interações são também complexas. (BIANCHI, 2006, p. 6).

Com toda essa complexidade e múltiplos aspectos, o livro didático jamais se classificará em uma categoria simples. Assim, qualquer abordagem a respeito do livro didático sempre estará longe de esgotar inteiramente suas tantas características, considerando que cada estudo irá formular suas concepções a partir de determinados conceitos, abrindo diversas possibilidades de novas abordagens dentro e fora da de suas áreas de estudo.

Com as transformações da sociedade, com as mudanças que ocorrem em sala de aula e com o uso de novas tecnologias, os estudantes e professores estão buscando novas fontes de pesquisa mais rápidas e modernas como, por exemplo, a internet, o que impõem desafios

constantes à produção do livro didático. Acreditamos que se faz necessário que professores estejam preparados para escolher e fazer uso adequadamente do livro didático a ser utilizado em suas aulas.

Nesse sentido, entendemos que um apanhado histórico sobre a origem, evolução e importância do livro didático auxilia na compreensão da importância de investigarmos a respeito das potencialidades pedagógicas da História da Matemática revelada nas passagens históricas presentes neste importante material didático. Como já mencionado, o livro didático tem assumido um papel fundamental nas salas de aulas das escolas brasileiras, muitas vezes se tornando o único material didático, ditando o andamento, o que e como ensinar.

3.3 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

Como mencionado acima, o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD foi criado em 1985 por iniciativa do Ministério da Educação e Cultura – MEC, por meio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE. Esse programa é considerado o mais antigo dos programas de distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira. Como também, trouxe diversas modificações para o processo de aquisição do livro didático. Entre elas a indicação do livro didático pelo professor, garantindo o critério de escolha do livro didático pelos professores.

Gradativamente, a distribuição do livro didático no ensino fundamental foi atendendo a todas as disciplinas do currículo escolar. Em 1995, são contempladas as disciplinas de matemática e língua portuguesa. Em 1996, a de ciências e, em 1997, as de geografia e história. Com a publicação do documento “Definição de Critérios para Avaliação de Livros Didáticos” em 1994 pela Fundação de Amparo ao Estudante – FAE, fundamentado num estudo sobre os dez livros mais solicitados pelos professores das áreas de língua portuguesa, matemática, ciências e estudos sociais, é revelado grandes deficiências pedagógicas e erros conceituais que vinham sendo utilizados pelos professores. Na busca de resolver essa grave falha, a Secretaria de Educação Fundamental – SEF, determinou que os livros deveriam passar por uma avaliação. (FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO, 2016).

Em 1996, além da aquisição e distribuição, o PNLD iniciou o processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos, sendo elaborado e publicado o primeiro “Guia de Livros Didáticos” de 1ª a 4ª série. Em 1999 foi realizada uma nova avaliação dos livros inscritos no PNLD de 5ª a 8ª série. Assim essas avaliações seriam trienais para cada ciclo. Desde então, os

livros passaram a ser avaliados pelo MEC através de critérios previamente discutidos, seguindo regras estipuladas em edital próprio. Esse procedimento vem sendo aperfeiçoado a cada ano, sendo aplicado até hoje. Nessas primeiras avaliações, os critérios eram mais pontuais, ou seja, os livros que apresentassem erros conceituais, indução a erros, desatualização, preconceito ou discriminação de qualquer tipo seriam excluídos do Guia do Livro Didático. A cada PNLD os critérios de avaliação foram sendo aperfeiçoados por meio de outros olhares, leituras e das críticas feitas ao programa e aos critérios de avaliação. (FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO, 2016).

Na avaliação feita até 1999, os livros foram avaliados por volume e as obras eram classificadas em recomendadas, recomendada com ressalvas e não recomendadas. O que provocou a exclusão de algum volume de uma determinada série da coleção de livros didático, além de classificações diferenciadas para séries da mesma coleção. Para o professor escolher os livros separadamente por série, não seria apropriado. No PNLD seguinte (BRASIL, 2000), ocorre uma mudança para corrigir esse fator de descontinuidade. Ou seja, as obras deixaram de ser avaliadas por volumes e passaram a avaliar por coleções, então a coleção passou a ser avaliada como um todo. (BIANCHI, 2006).

A partir de 1999, as obras avaliadas passam a ser classificadas em obras recomendadas com distinção (RD) (obras com grande valor pedagógico), recomendadas (REC) e recomendadas com ressalvas (RR), em virtude da melhora na qualidade dos livros apresentados no primeiro levantamento feito em 1997. No PNLD de 1999, surgiram os critérios de coerência, pertinência e correção metodológica como critérios eliminatórios. (BIANCHI, 2006).

Como em nossa pesquisa, analisaremos os livros didáticos aprovados no último PNLD para o ensino médio, mais precisamente a respeito das passagens históricas da matemática no conteúdo de Trigonometria nas seis coleções aprovadas no PNLD – 2015. Interessamos fazer algumas considerações sobre a aquisição e distribuição dos livros didáticos na última etapa da educação básica.

Em 2003 é publicado a resolução que institui o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). Porém, o atendimento ao Ensino Médio foi instituído progressivamente. Em 2004, seu primeiro ano de execução, foram adquiridos livros de matemática e português para os alunos do 1º ano das regiões Norte e Nordeste. Em 2005, acontece a distribuição de livros de português e matemática para todos os anos e regiões do país. Em 2007, além dos livros de matemática e português, o atendimento é ampliado com a distribuição de livros de história e de química. Sendo, gradualmente, ampliado para quase

todas as disciplinas curriculares do ensino médio. No último PNLD para o ensino médio (PNLD - 2015) foi atendido de forma integral os alunos e professores do ensino médio da rede pública com livros de português, matemática, geografia, história, física, química, biologia, inglês, espanhol, filosofia, sociologia e artes (FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO, 2016).

Bianchi (2006) cita que as editoras e autores que tiveram suas obras excluídas no processo de avaliação por não atenderem ao critério de adequação metodológica, fizeram críticas e reclamações. Porém, esses autores e editoras tiveram que se adequar aos aperfeiçoamentos dos critérios de avaliação do PNLD, que a cada ano foi se aprimorando. Desse modo, a não adequação das obras fariam com que esses autores vissem “suas obras definharem na sua obsolescência diante da nova dinâmica do mercado editorial, em virtude das condições exigidas pelo PNLD”. (ALENCAR, 2014, p. 51).

Pelo Guia do PNLD (BRASIL, 2015) – Ensino Médio, os tópicos de História da Matemática nos livros didáticos é avaliado como um dos itens da parte contextualização. Nessa parte, avalia-se as ligações dos conteúdos matemáticos e as práticas sociais de hoje, as contextualizações feitas com base na História da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo. Dessa forma, os autores são obrigados a contemplar em suas obras passagens históricas, para atender a exigências do programa, proporcionando a manifestação, cada vez mais comum, de tópicos da História da Matemática.

Diante do exposto, o PNLD, ao longo dos anos, conseguiu contemplar todas as disciplinas curriculares tanto do ensino fundamental como do ensino médio, com aquisição e distribuição de livros didáticos, incluindo a distribuição de dicionários para os alunos e atlas geográficos para as escolas; criação de uma ferramenta tecnológica (Siscort) implantada em todos os estados, um sistema para registrar e controlar o remanejamento de livros e a distribuição da reserva. Dessa forma, o PNLD tem contribuído com a melhoria da qualidade da educação no País, por meio da consolidação de um mecanismo que em muitas escolas públicas se apresenta como a principal ou a única orientação curricular.

3.4 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E PROCESSO DE ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA – PNLD 2015

Em 2014, o Ministério da Educação, a Secretaria da Educação Básica e o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação publicaram o documento Guia de Livros Didáticos PNLD – 2015 – Ensino Médio, para todas as áreas de ensino. No Guia 2015 –

Ensino Médio/Matemática, estão presentes as resenhas das seis coleções de livros didáticos aprovadas pelo PNLD 2015; é colocado à disposição das escolas e dos professores, além de todas as orientações para o processo de aquisição, a relação de todas as coleções aprovadas no processo de avaliação conforme lista de inscrição, com descrição de dados, por meio com o auxílio de gráficos e tabelas, de cada volume separados por série, assunto e páginas.

Nas resenhas das seis obras de matemática são listadas e analisadas de forma minuciosa algumas das características comuns a todas as obras analisadas, tanto do ponto de vista da abordagem dos conteúdos matemáticos, bem como da metodologia de ensino e aprendizagem. Encontra-se ainda subsídios para um melhor aproveitamento dos livros em sala de aula, sugestões de como contornar algumas das limitações neles encontradas. Há também considerações sobre o papel do professor e o perfil do aluno do Ensino Médio, alguns dispositivos legais, dentre outras informações relevantes. (FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO, 2016).

Para cada Guia publicado, o FNDE lança um edital público que regulamenta todo o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas destinadas aos alunos e professores da rede pública, a partir do qual as editoras devem se inscrever e remeter suas obras.

Segundo Alencar (2014, p. 54),

Além dos critérios básicos de avaliação, como ausência de erros conceituais e de indução a erros, práticas discriminatórias, desvios éticos e desatualização, há vários outros aspectos aos quais as obras didáticas devem se adequar. Esses novos critérios estão concatenados com o perfil que se espera para o aluno do Ensino Médio, a partir de princípios gerais, emanados principalmente da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM).

Desse modo, logo no início da seção do Guia e do anexo III do Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e avaliação de Obras Didáticas para o PNLD (BRASIL, 2015) que trata sobre os princípios e critérios para avaliação dos livros didáticos é exposto as finalidades do ensino médio regulamentado pelo artigo 35 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB. Dentre elas: a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental; a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando; o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. Assim, podemos compreender que sob a ótica do PNLD,

o livro didático se constitui em um instrumento possível de se encadear o conhecimento necessário para se concretizar tais finalidades.

Segundo o Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e avaliação de Obras Didáticas para o PNL D (BRASIL, 2015) – Ensino Médio, a avaliação pedagógica das obras didáticas destinadas aos alunos e professores do ensino médio é realizada por instituições públicas de educação superior, de acordo com as orientações e diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação - MEC. Para realizar essa avaliação pedagógica, as instituições públicas de educação superior constituirão equipes técnicas formadas por professores do seu quadro funcional, professores convidados de outras instituições de ensino superior e professores da rede pública de ensino.

Diferentemente do que correu até as avaliações de 2002, as obras avaliadas de acordo com os critérios estabelecidos neste edital passaram a receber pareceres elaborados pelas equipes técnicas que indicarão apenas a aprovação; a aprovação condicionada à correção de falhas pontuais apontadas; ou a reprovação. Naturalmente, as coleções que não atenderem a qualquer um desses critérios resulta na classificação de obra como incompatível com os objetivos estabelecidos para o ensino médio. Automaticamente, as obras que têm toda ou parte dela excluída não farão parte do Guia PNL D.

De acordo com o Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2015) para o Ensino Médio, considerando as características e as demandas do ensino médio, foram definidos os critérios adotados na avaliação das coleções, os quais são divididos em critérios comuns para todos os componentes curriculares e os critérios específicos para cada área do conhecimento e componente curricular, requisitos indispensáveis para qualidade didática-pedagógica. Os critérios mais abrangentes para todos os componentes curriculares são:

1. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino médio;
2. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
3. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
4. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
5. observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
6. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra. (BRASIL, 2015, p. 11).

No PNL D (BRASIL, 2015) surge uma inovação, a exigência no Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e avaliação de Obras Didáticas com o processo de

avaliação de livros didáticos do editor apresentar obras multimídias compostas por livros digitais. Dessa forma, além da avaliação dos livros didáticos impressos, o PNLD passa a apreciar os conteúdos multimídia no formato de livros digitais voltados ao ensino médio.

Nesses livros digitais estão incluídos todo o conteúdo dos livros impressos e Objetos Digitais Educacionais (OEDs) com formatos diferentes, integrados a proposta, com o objetivo de complementar à obra com exploração de aspectos de seus conteúdos. Do ponto de vista técnico, os livros digitais deverão garantir como requisito mínimo de padronização “acesso por multiplataformas e pelos principais sistemas operacionais, tais como Android 2.3 ou posteriores, IOS, Linux (ubuntu) e Windows 7 ou posteriores, para dispositivos como laptop, desktop e tablets”. (Edital PNLD 2015, p. 4). As mesmas exigências adotadas para a avaliação dos livros didáticos impressos são mantidas para os livros digitais. Assim, as falhas que implique a exclusão do livro didático impresso, incidiram nos livros digitais.

Em virtude dessa nova atribuição, no Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas do PNLD 2015 é acrescentado dois critérios eliminatórios comuns a todas as áreas. São eles: “7. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra; 8. pertinência e adequação do conteúdo multimídia ao projeto pedagógico e ao texto impresso”. (EDITAL PNLD 2015, p. 39). É enfatizado ainda que,

Os recursos multimídia devem ser adequados e pertinentes ao projeto pedagógico e às estratégias metodológicas da obra. Nesse sentido, serão excluídas as versões digitais que: (a) não atenderem a todos os critérios de avaliação gerais e específicos da área e do componente curricular a que se vinculam. (EDITAL PNLD 2015, p. 43).

Partindo para área de nosso interesse, o componente curricular Matemática, nos princípios de avaliação dessa ciência, o Guia considera dois aspectos complexos e indissociáveis da matemática: as aplicações às várias atividades humanas e aplicações no edifício da própria ciência. Destaca ainda que a matemática é uma das mais importantes conquistas da humanidade, se mantendo viva e constante por fazer parte do cotidiano das pessoas e em virtude das suas contribuições nas diferentes tecnologias e nas atividades das demais ciências. Enquanto conhecimento acumulado e organizado, a matemática requer o emprego de seu método de validação dos resultados, o método dedutivo. Nessa modalidade de ensino é imprescindível que o aluno, além da distinção entre os métodos de descoberta, invenção e validação, estabeleça diferenças entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica. Desse modo, para que o ensino médio cumpra suas atribuições de

ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no ensino fundamental, o livro didático de matemática exerce papel primordial para a efetivação dessas atribuições.

Nesse sentido, o ensino médio assume a tarefa de preparar os alunos para uma sociedade rodeada de tecnologias inovadoras, informações em gráficos e tabelas, de ampliação rápida do acervo e dos horizontes do conhecimento científico. Nesse contexto, o Guia PNLD 2015 – ensino médio, disponibiliza uma lista de competências para o ensino de matemática, devendo capacitar o aluno para:

- planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;
- compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- interpretar matematicamente situações do dia a dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizar a Matemática para resolver situações-problema nesses contextos;
- avaliar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
- fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;
- saber usar os sistemas numéricos, incluindo a aplicação de técnicas básicas de cálculo, regularidade das operações etc.;
- saber empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de função e de suas várias representações (gráficos, tabelas, fórmulas etc.) e a utilização das equações;
- reconhecer regularidades e conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum e com as representações gráficas e algébricas dessas figuras, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- compreender os conceitos fundamentais de grandezas e medidas e saber utilizá-los em situações-problema;
- utilizar os conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos, valendo-se, entre outros recursos, da combinatória;
- estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade, para resolver problemas, passando de um desses quadros para outro, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista. (BRASIL, 2014, p. 12-13).

Os critérios de avaliação do livro didático de matemática para o ensino médio foram elaborados a partir dos princípios mencionados acima. Dessa forma, todas as obras de matemática inscritas no PNLD 2015, seja na versão impressa ou digital, deveriam atender aos seguintes critérios:

1. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade;

2. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
3. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
4. propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras. (BRASIL, 2014, p 13-14).

O manual do professor também é avaliado pelo PNLD. Assim, no PNLD 2015 é exigido que ele:

1. apresente linguagem adequada ao seu leitor – o professor - e atenda ao seu objetivo como manual de orientações didáticas, metodológicas e de apoio ao trabalho em sala de aula;
2. contribua para a formação do professor, oferecendo discussões atualizadas acerca de temas relevantes para o trabalho docente, tais como currículo, aprendizagem, natureza do conhecimento matemático e de sua aplicabilidade, avaliação, políticas educacionais, entre outros;
3. integre os textos e documentos reproduzidos em um todo coerente com a proposta metodológica adotada e com a visão de Matemática e de seu ensino e aprendizagem preconizados na obra;
4. não se limite a considerações gerais ao discutir a avaliação em Matemática, mas ofereça orientações efetivas **do que, como, quando e para que** avaliar, relacionando-as com os conteúdos expostos nos vários capítulos, unidades, seções;
5. contenha, além do Livro do Aluno, orientações para o docente exercer suas funções em sala de aula, bem como propostas de atividades individuais e em grupo;
6. explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados;
7. contenha as soluções detalhadas de todos os problemas e exercícios, além de orientações de como abordar e tirar o melhor proveito das atividades propostas;
8. apresente uma bibliografia atualizada para aperfeiçoamento do professor, agrupando os títulos indicados por área de interesse e comentando-os;
9. separe, claramente, as leituras indicadas para os alunos daquelas que são recomendadas para o professor. (BRASIL, 2014, p. 14).

Nesse sentido, as obras, tanto no formato impresso quanto digital, que não cumpriram esses requisitos específicos do componente curricular Matemática foram excluídas do PNLD 2015. Por outro lado, os livros didáticos aprovados são descritos no Guia PNLD 2015, com os resultados das avaliações e resenhas sobre cada uma delas.

Após esse processo de avaliação, elaboração e publicação do Guia PNLD, passa-se para outro processo de fundamental importância que é a escolha do livro didático em cada

escola pública do País. Os professores de cada componente curricular são responsáveis pela escolha do livro didático que serão utilizados por um triênio nas salas de aulas, seguindo as orientações, sugestões e as obras presentes no Guia PNLD.

Diante do exposto, percebemos que com a exigência de incluir elementos históricos nos livros didáticos, sob pena de sofrer uma indicação negativa na avaliação realizada pelo PNLD, caso não seja atendido essa condição, as menções históricas têm aparecido com maior frequência e recebido uma melhor atenção. Compreender a mais importante política pública de avaliação, aquisição e distribuição de obras didáticas do País, nos faz perceber que as obras devem passar pelo crivo dos avaliadores do PNLD, por critérios criados e aperfeiçoados a cada edição do mesmo, evidenciando que os livros utilizados nas salas de aulas das escolas devem atender a esses critérios e serem escolhidos pelos professores. Observamos em nosso levantamento de dados que os professores devem estar atentos tanto aos critérios sugeridos pelo Guia (BRASIL, 2014), como pela forma como a História da Matemática é abordada nos mesmos. Procurar escolher os livros didáticos que apresentam passagens históricas relacionadas com o conteúdo em estudo, evitando as obras que utilizam a história apenas como apêndice separadas do texto.

4 METODOLOGIA

No propósito de evidenciar os caminhos percorridos e as tomadas de decisões na investigação a respeito da História da Matemática no livro didático, neste capítulo esclarecemos quais os procedimentos metodológicos que adotamos em nossa investigação, os caminhos construídos, os critérios de escolha dos livros didáticos analisados, os métodos de análises das passagens históricas e os demais entremeios na efetivação da pesquisa.

4.1 NATUREZA DA PESQUISA

Na busca de compreender melhor como o conteúdo de Trigonometria é tratado nos livros didáticos, optamos por investigar os livros didáticos adotados no PNL D 2015 – Ensino Médio – do ponto de vista histórico e como essas passagens históricas podem ser classificadas de acordo com as potencialidades pedagógicas defendidas por Miguel (1993), procuramos, inicialmente, entender de que forma os trechos históricos aparecem nos livros didáticos de matemática no conteúdo específico de Trigonometria.

Assim, como questionou Alencar (2014) sobre as passagens históricas, buscamos entender com quais objetivos, em que lugares, com quais regularidades e que tipo de concepção histórica está sendo levantada. Diante de tantas possibilidades para mensurar algumas dessas variáveis, na análise dos dados, pela subjetividade interpretativa, pela descrição dos mesmos, nos induz a uma postura qualitativa, o que caracteriza a nossa pesquisa como uma abordagem qualitativa, posto que o que nos interessa são os dados descritivos.

Acreditamos que a abordagem qualitativa é a mais adequada para justificar os dados de nossa pesquisa. A pesquisa qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), possui cinco características, a saber: 1. a fonte direta de dados é o ambiente natural, sendo o investigador um elemento crucial. Tendo em vista que na classificação das potencialidades pedagógicas da História da Matemática a subjetividade interpretativa com que o autor inferirá as passagens históricas identificadas se torna uma ação primordial para um resultado consistente. 2. é descritiva (os dados são coletados em forma de palavras ou imagens e não de números). Em nossa pesquisa, utilizaremos dados quantitativos apenas para expor o número de passagens históricas em cada obra investigada, porém, a categorização de acordo com as categorias de Alencar (2014) e posteriormente a classificação de tais passagens de acordo com as potencialidades pedagógicas defendidas por Miguel (1993), tratam-se de dados exclusivamente em palavras; 3. o investigador se preocupa mais com o processo do que com

os resultados ou produtos; pois o que nos interessa em nossa pesquisa é o processo de análise das passagens históricas em cada obra e não unicamente o resultado final; 4. os investigadores analisam os dados de forma indutiva (do particular para o geral); partimos de cada passagens histórica, fazendo sua categorização e depois sua classificação, ou seja, do particular para em posterior fazer nossas generalizações. Nessa proposta de análise são atribuídos significados, produzindo sentidos aos mesmos, configuram-se de grande importância nesta pesquisa uma vez que buscamos analisar a interação verbal através do uso corrente da linguagem. Cabe salientar que a produção de sentidos é particular, pois depende do contexto sociocultural de cada sujeito, tanto do pesquisado quanto do pesquisador, ou seja, depende do tempo e do lugar de onde se fala e para quem se fala; 5. procuram-se ao longo do processo os significados dos dados que explicam determinado fenômeno. Durante nossas análises, buscamos interpretar os dados na tentativa de entender os objetivos, os lugares, com quais regularidades e com quais potências as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria aparecem nas obras investigadas.

Dessa forma, a presente pesquisa busca atender as características elencados por Bogdan e Biklen (1994). Segundo esses mesmos autores, nessa modalidade de pesquisa, “exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objecto de estudo”. (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 49).

Desse modo, percebemos que o investigador, por sua importância, precisa estar preparado para adequar-se a possíveis alterações que venham surgir no transcorrer da pesquisa e que requeiram novos procedimentos.

Para Alencar (2014, p. 58),

A pesquisa qualitativa emerge da necessidade do trabalho investigativo em contextos múltiplos, onde os números, os levantamentos estatísticos e determinados padrões de comportamento matematizáveis já não dão conta de responder às questões de natureza subjetiva ou interpretativa.

De acordo com D'Ambrósio (2006, p. 21), a pesquisa qualitativa “[...] é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos”. Nesse sentido, na análise das passagens históricas buscamos aferir aspectos qualitativos quanto à natureza do conteúdo veiculado e quanto ao objetivo da mesma, descrevendo as características fundamentais que possibilitaram classificá-las de

acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993). Os dados coletados são majoritariamente descritivos e suas análises tendem a seguir um processo indutivo, promovendo-nos maiores preocupações com o processo do que com o resultado final. Com isso, ao nos inquietarmos com o processo inerente à educação, não podemos aplicar métodos inertes para qualificar as ações, mas sim priorizar a atribuição de significados às práticas através da interpretação e da explicação dos fenômenos. Em nossas análises, focamos nossos olhares para as ideias e para o discurso dos autores nas passagens históricas do conteúdo de Trigonometria, buscando sentidos nas narrativas históricas nos livros didáticos analisados e relacionando com o defendido por outros autores.

Por fim, a análise de dados é baseada numa perspectiva qualitativa, sendo necessário que investiguemos com maior profundidade, ultrapassando a mera descrição dos dados, procurando evidenciar inferências à discussão já existente sobre o assunto enfatizado. Pois, segundo Ludke e André (1986, p. 49) é indispensável entender que “a análise interpretativa não pode limitar-se ao que está implícito no material, precisa aprofundar-se para desvelar mensagens subtendidas e as dimensões contraditórias existentes”. Nesse sentido, se torna fundamental que o pesquisador ultrapasse a mera descrição, procurando realmente adicionar alguma coisa à discussão já existente a respeito da questão focalizada.

4.2 CAMINHOS CONSTRUÍDOS

Inicialmente, fizemos uma busca por livros, teses, dissertações, artigos, textos oficiais e demais trabalhos publicados que abordam: a História da Matemática como recurso metodológico; a análise da presença da História da Matemática nos livros didáticos; e sobre o ensino de Trigonometria na Educação Básica por meio de abordagens históricas. Na análise desses trabalhos consideramos três aspectos: primeiro a História da Matemática como recurso didático e suas potencialidades pedagógicas; segundo, como se apresentam as abordagens históricas nos livros didáticos; e terceiro, o ensino de Trigonometria por meio de abordagens históricas.

Em seguida, realizamos uma análise de como a História da Matemática é revelada nos livros didáticos – volume II – para o Ensino Médio no conteúdo de Trigonometria, buscando categorizá-las de acordo com as categorias de sentidos defendidas por Alencar (2014). Em posterior, buscamos classificar essas abordagens históricas detectadas nos livros didáticos de acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993).

4.3 MÉTODO DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Na análise dos livros didáticos, inicialmente realizamos a identificação das passagens históricas nos livros didáticos, quanto sua localização, seu objetivo e quanto a natureza do conteúdo veiculado. Ato contínuo, seguimos a classificação das passagens históricas quanto as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014), estabelecendo padrões de regularidade e observando todas as menções à História da Matemática no que se refere ao conteúdo de Trigonometria. Utilizamos o mesmo método de análise introduzido por Alencar (2014), ou seja, realizamos uma abordagem a partir da análise do discurso, pois a nossa preocupação esteve focada nas produções de sentidos que as passagens históricas ativam e não, somente, nas intenções dos autores. Sobretudo, para Marques (2011, p. 62),

As pesquisas nesse viés possuem sempre um caráter qualitativo-interpretativista. Pode-se também observar elementos icônicos, gráficos e a relação destes com a linguagem-verbal, geralmente com o intuito de compreender os efeitos de sentidos produzidos pela materialidade linguística e não linguística (isto é, a imagética, as substâncias, etc.). Em AD, a metodologia de análise não consiste em uma leitura horizontal, ou seja, em extensão, do início ao fim do texto tentando compreender o que o mesmo diz, uma vez que todo discurso é incompleto. Mas, realiza-se uma análise em profundidade, que é possibilitada pelo batimento descrição-interpretação em que se verifica, por exemplo, posições-sujeito assumidas, imagens e lugares construídos a partir de regularidades discursivas evidenciadas nas materialidades.

O mesmo autor chama a atenção para o procedimento analítico, alegando que o mesmo acontece nas relações levantadas entre a descrição e a interpretação. Dessa forma, esse método de análise nos permitiu analisar as práticas interpretativas levantadas pelos discursos históricos presentes nos livros didáticos.

Essa análise ocorreu de maneira ordenada, porém não pré-definida, pois a análise do discurso é um campo de pesquisa que não possui uma metodologia constituída, acabada. Ou seja, ao projetar-se sobre os elementos constitutivos do arcabouço teórico que balizarão suas análises, o analista do discurso estará ao mesmo tempo alçando os dispositivos metodológicos. (MARQUES, 2011).

Nesse sentido, o analista de discurso infere as suas categorias a partir da produção de sentido elaborada num dado tempo e espaço. Pois, na análise do discurso não se busca apenas a transmissão de informações, procura desvendar como instrumentos figurados produzem

sentidos, considerando o conjunto de significações, introduzindo o caráter interpretativo. (ROSA et.al., 2006).

Realizamos esta análise com o desejo de destacar os discursos que estão colocados por meio das práticas discursivas identificadas na História da Matemática nos livros didáticos de matemática, sob o olhar da teoria e da subjetividade.

Diante da categorização das passagens históricas de acordo com as categorias de sentido por meio da análise do discurso, buscamos classificar essas abordagens históricas detectadas nos livros didáticos analisados em relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993).

No entanto, antes dessa classificação procuramos relacionar cada uma das dez categorias de sentido com as treze potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Para isso, confrontamos as definições das mesmas e organizamos uma tabela em que evidencia cada categoria com as potencialidades pedagógicas que a mesma contempla. Nesse sentido, acreditamos que os resultados expostos nessa pesquisa não são uma conclusão, algo acabado, mas uma contribuição com a possibilidade de se discutir e avaliar esse campo de conhecimento a partir de novas observações teóricas, metodológicas e interpretativas.

4.4 ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS

Como já relatado nessa pesquisa, a avaliação, a aquisição e a distribuição dos livros didáticos para rede pública de ensino no Brasil, em nível de Educação Básica, fica a cargo do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. No processo de avaliação das obras, os autores submetem suas coleções inteiras por nível de ensino (Ensino Fundamental Menor, Ensino Fundamental Maior e Ensino Médio) e por componente curricular, sendo que para cada um desses componentes, as coleções são compostas de um volume para cada série dentro de um nível de ensino. Desta maneira, a avaliação feita pelo PNLD acontece por coleção e não por volume.

Assim, se pelo menos um único volume de uma coleção for reprovado, por exemplo, toda a coleção deixa de figurar no Guia de Livros Didáticos. Da mesma forma, a escolha do livro didático em cada escola deve ser feita por coleção, o que pressupõe a unidade e a continuidade do projeto pedagógico da escola. Para análise de como a História da Matemática é revelada nos livros didáticos no conteúdo de Trigonometria, foram escolhidos os seis livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio pertencentes as seis coleções que constam no último Guia do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLD 2015, a saber:

1. LEONARDO, F. M. de. (org). *Conexões com a matemática*. São Paulo: Moderna, 2013. 2ª edição. Volume 2;
2. DANTE, L. R. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2013. 2ª edição. Volume 2;
3. PAIVA, M. R. *Matemática - Paiva*. São Paulo: Moderna, 2013. 2ª edição. Volumes 2;
4. IEZZI, G. (et al). *Matemática ciência e aplicações*. São Paulo: Saraiva, 2013. 7ª edição. Volumes 2;
5. SMOLE, K. C. S. DINIZ, M. I. S. V. *Matemática – Ensino Médio*. São Paulo: Saraiva, 2013. 8ª edição. Volumes 2;
6. SOUSA, J. *Novo olhar: Matemática*. São Paulo: FTD, 2013. 2ª edição Volumes 2.

Essa escolha foi motivada em virtude desses livros didáticos pertencerem as coleções aprovadas no último PNLD para o Ensino Médio, todos presentes no Guia PNLD 2015, que constitui-se como a maior política pública de avaliação, aquisição e distribuição de livros didáticos do País, por serem os escolhidos e ainda se encontrarem em uso nas escolas públicas do País (triênio 2015-2017). Como ainda, pelo fato do conteúdo de Trigonometria ser aprofundado nos livros didáticos volume 2 do Ensino médio, nossa investigação foi focada em um exemplar de cada coleção.

5 AS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APONTADAS POR MIGUEL (1993) E AS CATEGORIAS DE SENTIDOS DEFINIDAS POR ALENCAR (2014)

No que diz respeito às potencialidades pedagógicas atribuídas à história no ensino de matemática, usaremos o que fora defendido por Antônio Miguel (1993) em sua tese de doutorado, intitulada “Três Estudos sobre História e Educação Matemática”, defendida em novembro de 1993 na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – SP, no qual tomou como objeto de investigação o problema da relação entre a história, e mais particularmente a História da Matemática e a Educação Matemática. Seu estudo tinha como propósito explicitar e fundamentar três pontos de vista pessoais a respeito de três possíveis formas dessa relação se manifestar: as possibilidades de se recorrer à História da Matemática como recurso pedagógico; o resgate da Educação Matemática na história; e um estudo histórico-pedagógico-temático sobre os números irracionais.

Com base na análise de literatura pertinente sobre o assunto, Miguel (1993) buscou em seu estudo detalhar e analisar os diferentes papéis pedagógicos atribuídos à história por matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos que acabaram expressando suas posições com relação a essa questão. Em sua análise, onde o autor classifica como uma exposição personalizada das posições de vários outros pesquisadores, procura-se refletir sobre essa diversidade de materiais¹⁴ que tratam sobre esse assunto.

Desse modo, Miguel (1993) elabora uma lista das funções pedagógicas atribuídas à História da Matemática a partir de suas pesquisas, sintetizadas no quadro abaixo:

Quadro 3: Lista das Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática e suas palavras-chave.

Potencialidades Pedagógicas atribuídas a História da Matemática	Palavra-Chave
PP1 ¹⁵ - Fonte de motivação para o ensino-aprendizagem	História – Motivação
PP2 - Fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem	História – Objetivo
PP3 - Fonte de métodos adequados para o ensino-aprendizagem	História – Método

¹⁴ Artigos publicados em revistas nacionais ou internacionais de Educação Matemática; súmulas contidas em Anais de encontros e congressos nacionais ou internacionais de Educação matemática; capítulos de livros; dentre outros.

¹⁵ PP – Potencialidade Pedagógica, seguimos a mesma ordem enumerada por Miguel (1993).

PP4 - Fonte para seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de Matemática	História – Recreação
PP5 - Um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino	História – Desmistificação
PP6 - Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos	História – Formalização
PP7 - Um instrumento na construção de um pensamento independente e crítico	História – Dialética
PP8 - Um instrumento unificador dos vários campos da Matemática	História – Unificação
PP9 - Um instrumento promotor de atitudes e valores	História – Axiologia
PP10 - Um instrumento de conscientização Epistemológica	História – Conscientização
PP11 - Um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva	História – Significação
PP12 - Um instrumento de resgate da identidade cultural	História – Cultura
PP13 - Um instrumento revelador da natureza da Matemática	História – Epistemologia

Fonte: Elaboração do autor a partir de Miguel (1993).

Passemos a fazer uma síntese analítica de cada uma das principais potencialidades pedagógicas da História da Matemática. De acordo com os estudos de Miguel (1993), os textos revelam a história como cada um dos itens que segue.

5.1 UMA FONTE DE MOTIVAÇÃO PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA (HISTÓRIA-MOTIVAÇÃO)

O enfoque dado à motivação é centrado na história, e não no sujeito, é o que conclui Miguel (1993) ao analisar trabalhos nessa linha de justificativa. Assumir a História da Matemática como motivação leva-nos a entender que o caráter motivador da história estaria na própria história e não no indivíduo que cria relações com o conhecimento a partir de sua experiência. Essa perspectiva de que a riqueza do trabalho com a História da Matemática está nas relações construídas pelo sujeito a partir da sua experiência com os objetos é a que

norteou nosso trabalho, influenciados pela perspectiva construtivista. Acreditando que, se a experiência é individual, tendo assim motivações diferentes de acordo com o quão desafiado pelas questões e problemas advindos da história esse sujeito se sente, podemos dizer que o argumento da utilização pela motivação não é o mais coerente, pois “constitui-se numa instância problemática de justificação para a incorporação da história no ensino”. (MIGUEL, 1993, p. 70).

Há um grande número de matemáticos que recorrem à categoria psicológica da motivação para justificar a necessidade de se recorrer à história no processo ensino-aprendizagem da matemática. Esses matemáticos creem que o conhecimento histórico dos processos matemáticos despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado. Alguns deles acabam vendo na História da Matemática um poder quase mágico de modificar a atitude do aluno em relação a matemática.

De acordo com Miguel (1993), textos publicados pela revista “The Mathematics Teacher”, na década de 20 e 30 do século passado, atestavam e exaltavam o poder motivador da história em função da história-anedotário, uma concepção lúdica ou recreativa da mesma, vista como contraponto momentâneo necessário aos momentos formais do ensino, que exigem grande dose de concentração e esforço por parte do aluno. Seria como um momento de recreação após um esforço mental. Como, por exemplo, citando um caso de outro ramo, um bom orador faz sua fala, pontuada com brincadeiras ou histórias não permitindo que sua palestra se torne cansativa ou tediosa devido a necessidade de muita concentração sobre um tema pesado.

Para Fossa (2006), a história como uma fonte de motivação para a aprendizagem da matemática é fundamental, pois torna as aulas mais atraentes e desperta o interesse dos alunos pela matemática. Por outro lado, o autor chama atenção para não se utilizar das fontes históricas apenas como mera curiosidade ou como uma debandada da matemática ou ainda como história-anedota. Seu significado se faz corretamente quando os conceitos e problemas históricos são agregados ao cotidiano da sala de aula e passam a fazer parte da experiência matemática dos alunos.

Fossa defende que o aluno a um primeiro contato com a História da Matemática servirá, certamente, como motivação para alguns alunos, embora nem para todos, e contribuirá para a formação cultural dos mesmos. A referida contribuição, por pequena que seja, poderá ser incrementada por explicações adicionais prestadas pelo professor, caso ele tenha o preparo de fazê-las.

Para Jankvist (2009 apud DIAS, 2014, p. 41), um dos argumentos mais habituais que aparecem nos trabalhos em trata da História da Matemática é de que a história pode ser um fator motivador para os alunos na sua aprendizagem e que uma abordagem histórica pode tornar a Matemática mais humana e que os alunos teriam mais interesse em estudá-la.

A história-anedota de caráter factual é entendida como se fosse a recompensa repousante merecida pelo esforço exaustivo exigido pela aprendizagem matemática. “A matemática exige o pensamento e a seriedade, enquanto que a história alivia a tensão e conforta”. (MIGUEL, 1993, p. 64).

Segundo D’Ambrosio (1996) a História da Matemática no ensino deve ser encarada sobretudo pelo seu valor de motivação para a Matemática. Deve-se dar curiosidades, coisas interessantes e que poderão motivar alguns alunos. Os alunos têm interesses diferentes, com Matemática não é exceção. Ainda segundo o autor, jamais se deve dar a impressão, por meio de um desfile de nomes, datas, resultados, casos, fatos, que se está ensinando a origem de resultados e teorias matemáticas. Sabe-se que as necessidades e as ideias vão se organizando ao longo da história, em tempos e lugares difíceis de serem localizados.

De acordo com a pesquisa de Miguel (1993), na busca de esquemas motivadores nas aulas de matemática, a motivação transforma seu entendimento de forma meramente episódica e externa ao conteúdo ensinado para vincular-se ao ato cognitivo da solução de um problema, difundindo a ideia de que a matemática pode ser desenvolvida pelo estudante por meio de resolução de problemas históricos e através da apreciação e análise das soluções apresentadas aos problemas do passado. Desse modo, a resolução de um problema, por si só, constitui-se numa atividade altamente educativa e motivadora, vinculado à história eleva automaticamente seu potencial motivador.

Dentre os defensores da história via resolução de problemas históricos, Miguel (1993) aponta Swetz como um dos pesquisadores que fora além dos demais, tanto em fornecer razões para fundamentar a posição que defende, quanto no sentido de não encarar a motivação como algo que se processa inevitavelmente em função do simples fato do problema ser qualificado como histórico.

De acordo com Dias (2014),

O enfoque dado à motivação é centrado na história, e não no sujeito. (...) Assumir a História da Matemática como motivação leva-nos a entender que o caráter motivador da história estaria na própria história e não no indivíduo que cria relações com o conhecimento a partir de sua experiência. (...) acreditando que, se a experiência é individual, tendo assim motivações diferentes de acordo com o quão desafiado pelas questões e problemas

advindos da história esse sujeito se sente, podemos dizer que o argumento da utilização pela motivação não é o mais coerente. (DIAS, 2014, p. 42).

Como já pontuado no capítulo 2, alguns argumentos se opõem à existência do suposto potencial motivador da história, manifestam-se na consideração de que, se fosse esse o caso, o ensino da própria história seria automotivador. Porém, não é isso que atestaria a maioria dos professores de história que se deparam em seu cotidiano, não apenas com o desinteresse de seus alunos por essa disciplina, como também com a dificuldade de fazer com que eles compreendam a sua importância, a sua natureza, os seus objetivos e os seus métodos.

Por conseguinte, Miguel (1993) afirma que, se a história, podendo motivar, não absolutamente motiva, como não motiva a todos ao mesmo tempo e de forma igual. Desse modo, a motivação configura-se numa categoria problemática de justificação para a integração da história no processo de ensino-aprendizagem.

5.2 UMA FONTE DE SELEÇÃO DE OBJETIVOS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA (HISTÓRIA-OBJETIVO)

De acordo com os defensores dessa potencialidade, uma utilização adequada da história, desde que associada a um conhecimento atualizado da matemática e suas aplicações, proporciona apoio para se atingir com os alunos objetivos pedagógicos que os levem a perceber:

- a) A matemática como uma criação humana;
 - b) As razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
 - c) As conexões entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e o mundo físico e matemática e lógica;
 - d) As necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas;
 - e) A curiosidade estritamente intelectual pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
 - f) As percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática que mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
 - g) A natureza e o papel desempenhado pela abstração e generalização na história do pensamento matemático;
 - h) A natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.
- (MIGUEL, 1993, p. 76).

Devemos registrar que nessa potencialidade a História da Matemática desempenha o papel de mostrar ao aluno a “razão de ser de tópicos específicos da Matemática” (BROLEZZI, 1991), mostrando sua utilidade ao longo do tempo, ou em um período específico. Neste caso, as passagens históricas que desempenham esta função apresentam as aplicações (dentro da

própria Matemática ou em outras áreas do conhecimento) dos conteúdos matemáticos ao longo do tempo, mostrando que nem sempre os conteúdos apresentam uma aplicação imediata, e, ainda, mostrando que essas aplicações podem mudar ao longo do tempo.

Segundo Miguel (1993), o principal defensor dessa função foi o matemático P.S. Jones, ele acredita ser desejável que esses objetivos estivessem presentes na formação do homem contemporâneo, é claro que não se pode supor que os mesmos fossem atingidos a partir de qualquer reconstituição histórica das diferentes noções e conceitos matemáticos. Ele reconhece que é na possibilidade de desenvolvimento de um ensino da matemática baseado na compreensão e na significação, no levantamento e discussão dos porquês, isto é, das razões para a aceitação de certos fatos, raciocínios, procedimentos, etc. que realizar-se a função pedagógica fundamental da história.

5.3 UMA FONTE DE MÉTODOS ADEQUADOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA (HISTÓRIA-MÉTODO)

Essa função pedagógica de que a história constitui uma fonte de métodos adequados para a abordagem pedagógica de certos campos ou tópicos matemáticos já era defendida pelo menos desde o século XVIII. O matemático francês Alexis Claude Clairaut, já demonstrava preocupações dessa natureza em sua obra “Eléments de Geometrie” publicada em 1741, essa obra era um curso preparatório aos Elementos de Euclides. Clairaut constatou que a causa da dificuldade enfrentada pelos iniciantes de um curso de geometria era a forma como esta ciência era ensinada, pois os alunos não tinham maturidade suficiente para acompanharem a metodologia euclidiana. Logo, ele propunha um outro procedimento metodológico para o ensino da geometria que era baseado na história. Portanto, Clairaut acreditava que essa obra seguia um caminho semelhante ao percorrido pela humanidade na aprendizagem de conceitos matemáticos. (MIGUEL, 1997).

Os apoiadores dessa função defendem que poderíamos buscar na História da Matemática métodos pedagogicamente interessantes e adequados para a abordagem de tópicos matemáticos tais como: resolução de equações e de sistemas de equações, extração de raiz quadrada, área de um círculo, construção de polígonos regulares, etc.

Nessa função da História da Matemática, a História da Matemática desempenha o papel de possibilitar ao aluno a desenvolver algum raciocínio matemático. As menções históricas aqui agrupadas poderão “sugerir ideias que levem à compreensão do conteúdo” (VIANNA, 1995, p. 78). Neste caso, a menção à História da Matemática que desempenha esta

função pode estar exposta na forma de um texto expositivo (acompanhado ou não de algum questionamento), ou em forma de atividade.

Outro matemático defensor dessa potencialidade pedagógica da História da Matemática foi Felix Klein. Em sua obra “Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint”, primeira edição em alemão em 1908 e tradução inglesa em 1945, Klein afirma que confrontou o método de produção das teorias matemáticas, através da inferência analítica do desenvolvimento histórico das mesmas, com os métodos por meio dos quais essas mesmas teorias são pedagogicamente apresentadas. (MIGUEL, 1993).

De acordo com as observações de Klein, podemos inferir que a dimensão pedagógica da história é vista por ele ligada à questão da seleção de métodos adequados e interessantes de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Como ainda, a forma como tenta superar a dissonância entre o método de produção do conhecimento e os métodos de ensino-aprendizagem leva-o a atribuir ao primeiro método a qualidade de método natural e verdadeiramente científico de instrução. Isso se deve pelo fato de que o ‘método medieval’ subtendido em todo tipo de formalismo pedagógico em Educação Matemática é incapaz de revelar-se em instrumento que possa verdadeiramente promover e estimular o pensamento científico. Para ele, apenas o método histórico seria potencialmente adequado para se atingir o ideal pedagógico para levar a juventude a pensar cientificamente, o que se retrata no objeto e objetivo de toda educação verdadeiramente científica. (MIGUEL, 1993).

Para Jankvist (2009 apud DIAS, 2014, p. 42) através da História as soluções e caminhos tradicionais geralmente presentes nos livros didáticos ou mostrados na sala de aula pelo professor seriam confrontados com aqueles presentes nos materiais antigos, contendo uma escrita da época e um modo de solução próprio dos matemáticos que os produziram, melhorando o ensino e a aprendizagem, revelando um modo diferente de apresentação dos conteúdos matemáticos do qual os alunos estão acostumados.

De certo modo, não faz sentido qualquer tentativa de se buscar argumentos em defesa do método histórico como linear e único, mesmo no âmbito da História da Matemática. Miguel (1997), acredita que seria mais razoável defender a existência de variadas formas possíveis de se realizar reconstituições históricas, baseadas em vestígios históricos, contra outras tantas improváveis ou de pouca crença.

5.4 UMA FONTE PARA A SELEÇÃO DE PROBLEMAS PRÁTICOS, CURIOSOS, INFORMATIVOS E RECREATIVOS A SEREM INCORPORADOS DE MANEIRA EPISÓDICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA (HISTÓRIA-RECREAÇÃO)

Essa função pedagógica da História da Matemática está relacionada com a primeira potencialidade (fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática) já elencada nessa pesquisa. Mais precisamente quando é defendido que a motivação aparece vinculada e produzida no ato cognitivo da solução de um problema histórico. Mais ainda, ao incrementar as considerações de Swetz (1989 apud MIGUEL 1993) a respeito das razões pelas quais os problemas históricos motivam. De certo modo, a busca por procedimentos motivadores para as aulas de matemática por meio do uso da História da Matemática leva-se ao entendimento de que eles estão externos ao conteúdo do ensino e que a motivação está vinculada ao ato cognitivo da solução de um problema.

Miguel (1993) traz a manifestação de Meserve, professor da Universidade de Vermont, durante o 4º ICME¹⁶, onde defende o caráter pedagogicamente pertinente da associação das duas tendências em Educação Matemática: a necessidade pedagógica da história e a resolução de problemas. “Para mim, a história da matemática é útil, antes de mais nada, como um auxílio para a compreensão de tópicos que já fazem parte do currículo. Matemática desenvolvida a partir de técnicas de resolução de problemas práticos” (MESERVE apud MIGUEL 1993, p. 65). Para melhor compreensão, Meserve exemplifica tratando da possibilidade da exploração pedagógica da forma como o povo egípcio construía um quadrado cuja área é igual ao dobro da área ocupada por um quadrado qualquer. Acrescenta também a possibilidade de visualização geométrica de modelos aritméticos e identidades algébricas por parte do estudante, tendo por base o estudo pitagórico dos números figurados e a resolução de uma equação quadrática por meio do método de completar quadrados como faziam os hindus e árabes.

Por meio do 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (5º ICME, Adelaide, 1984), iniciou-se a se propagar a concepção de que a matemática pode ser desenvolvida pelo estudante por meio da resolução de problemas históricos e através da apreciação e análise das soluções apresentadas a esses tais problemas no passado. Essa proposta baseia-se na suposição de que a resolução de um problema constitui-se, por si só, numa atividade altamente motivadora e se vinculado a história aumentaria o seu potencial motivador como já esclarecido na primeira função pedagógica da História da Matemática.

¹⁶ ICME – International Congress n Mathematical Educacion.

De acordo com Miguel (1993), Swetz descreve cinco justificativas para esclarecer porque os problemas históricos motivam:

- a) Porque possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estão sendo ensinados;
- b) Porque constituem-se em veículos de informação cultural e sociológica;
- c) Porque refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos;
- d) Porque constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados;
- e) Porque permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Como já citado, essa função é muito semelhante à primeira função, dessa forma, as mesmas críticas que fizeram aos defensores da história como forma de motivação, aplicam-se também aos partidários que vinculam a história e problema. É fácil perceber que o vínculo estabelecido entre história e problema não os coloca em melhor situação, pois para os autores considerados por Miguel (1993), o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele histórico ou até mesmo um problema, mas no maior ou menor grau de desafio que oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele.

5.5 UM INSTRUMENTO QUE POSSIBILITA A DESMISTIFICAÇÃO DA MATEMÁTICA E A DESALIENAÇÃO DE SEU ENSINO (HISTÓRIA-DESMISTIFICAÇÃO)

Neste item Miguel (1997) afirma que a História da Matemática revela a matemática como uma construção humana, decorrente da sua própria atividade e feita por pessoas que encontraram dificuldades em sua construção, desmistificando a ideia de que a matemática é construída por “gênios”. Revela também que o processo de construção da matemática é dinâmico, feito de avanços e retrocessos; que algumas teorias consideradas desnecessárias em um momento são consideradas essenciais em outro.

Para os defensores dessa função a maneira pela qual o conteúdo matemático é normalmente apresentado ao aluno não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido. Partindo da constatação de que os conceitos e teorias matemáticas

passam por um processo de transformação, a história assumiria a função de determinar a consonância, desmistificando os cursos regulares de matemática que transmitem a falsa impressão de que esses processos matemáticos são harmoniosos e lineares, que está pronta e acabada, etc. (MIGUEL, 1993).

O eminente professor de matemática do Instituto Courant de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova York, Morris Kline, foi um dos defensores dessa função, e um dos grandes historiadores dessa ciência:

Os cursos de matemática são mistificadores num aspecto fundamental. Eles apresentam uma exposição do conteúdo matemático logicamente organizada, dando a impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos... As exposições polidas dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos do processo criativo, as frustrações e o longo e árduo caminho que os matemáticos tiveram que trilhar para atingir uma estrutura considerável. (KLINE, 1972 apud MIGUEL, 1993, p. 49).

De acordo com Miguel (1993), a percepção dessa posição contrária entre a sua leitura de História da Matemática e a maneira como ela é exposta nos cursos regulares de matemática, faz com que Morris Kline estabeleça uma analogia entre o histórico e o pedagógico:

Não há muita dúvida de que as dificuldades que os grandes matemáticos encontram são precisamente os tropeços que os estudantes experimentam e de que nenhum esforço para eliminá-los com verbosidade lógica pode ser bem sucedido. Se os matemáticos levaram um milênio desde o tempo em que a matemática de primeira classe pareceu chegar ao conceito de número negativo – e levaram – e se levaram outro milênio para aceitarem os números negativos – como realmente levaram – podemos ter certeza de que os estudantes terão dificuldades com os números negativos. Mais ainda, os estudantes terão que dominar essas dificuldades da mesma maneira como os matemáticos o fizeram, acostumando-os gradativamente aos novos conceitos, trabalhando com eles e aproveitando-se de todo intuitivo que o professor possa reunir. (KLINE, 1976 apud MIGUEL 1993, p. 49-50)

Diante do exposto, se torna evidente que a desmistificação metodológica da didática da matemática, por meio do método histórico, assenta-se no fato de que a percepção por parte do aprendiz dos erros, das lacunas e das hesitações dos grandes matemáticos pode gerar nele o desenvolvimento de atitudes positivas, tanto na formação do futuro pesquisador quanto na formação do cidadão.

5.6 UM INSTRUMENTO NA FORMALIZAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS (HISTÓRIA-FORMALIZAÇÃO)

Essa função foi defendida pelos professores do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Universidade Estadual de Campinas¹⁷ que faziam parte do Seminário de História e Educação Matemática do referido Instituto. (MIGUEL, 1993).

Para esse grupo de professores, a palavra ‘formalização’ não era entendida da forma habitual. De fato, era entendida como o processo de traçar caminhos para se chegar a um determinado fim, ou seja, quando o indivíduo é capaz de determinar esses caminhos. Nesse sentido, o termo permite ao grupo afirmar a existência de diferentes níveis de formalização de um conceito que ocorrem nas diferentes etapas do processo de construção do conhecimento.

Segundo os autores, é no desenvolvimento histórico da matemática que podemos perceber as diferentes formalizações de um mesmo conceito. São, portanto, essas diferentes formalizações de um mesmo conceito que devem constituir-se em objeto de ensino-aprendizagem. A história passaria a ser um recurso indispensável, pois, como numa aprendizagem significativa é desejável que o estudante tenha uma visão dessas diferentes formalizações.

Nobre (1996), propõe um tratamento diferenciado para o processo de ensino-aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. Tal tratamento se baseia em trabalhar os conceitos partindo do seu desenvolvimento histórico. Segundo ele, “desta forma, a educação assume um caminho diferente. Ao invés de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Em vez de se ensinar o para quê, se ensina o porquê das coisas”. (NOBRE, 1996, p. 31).

Os PCN afirmam que “em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno” (BRASIL, 1997, p. 34). Essa colocação converge para as características do argumento que Miguel (1997) classifica como a história como instrumento de formalização dos conceitos matemáticos, onde o aluno participa do processo cognitivo e da construção dos conceitos como um todo.

De acordo com Ferreira (1992, p. 3),

O conhecimento só será significativo para o aluno quando ele construir o caminho do seu desenvolvimento histórico, trazendo-o para o seu real

¹⁷ Miguel (1993) data esse seminário de 1988. Os professores que faziam parte desse Seminário, nessa época, eram: Eduardo Sebastiani, Ema L. Beraldo Prado, Maria Q. A. Anastácio, Roseli de A. Garcia, Ademir D. Caldeira, Jackeline R. Mendes e Mauro D. da Silva.

vivido. A Matemática é um dos instrumentos para a compreensão do mundo, e o uso da sua História nos auxiliaria na formalização dos seus conceitos.

Segundo esse mesmo autor, podemos salientar que a importância do uso da História da Matemática para a construção desse conhecimento, torna o ato cognitivo realmente efetivo. Realça também que, se a formalização é uma das fases de desenvolvimento do conhecimento, se torna fundamental que o aluno reestruture o processo de formalização da matemática, passando por todo o processo de cognição dessa ciência.

5.7 UM INSTRUMENTO PARA A CONSTITUIÇÃO DE UM PENSAMENTO INDEPENDENTE E CRÍTICO (HISTÓRIA-DIALÉTICA)

De acordo com Miguel (1997), os defensores dessa função acreditam que apenas uma reconstituição racional da História da Matemática ou história destilada, isto é, uma reconstituição histórica que revelasse tão somente aquilo que é estritamente indispensável para o afloramento do jogo dialético, puro e sutil das ideias matemáticas, poderia fazer o professor atingi-lo.

Lakatos, em seu livro *Provas e Refutações*, traz um exemplo muito significativo desse ponto de vista. Ele colocou na base de sua proposta a ‘história destilada’ dando um enfoque heurístico para o ensino-aprendizagem da matemática, centrada no ‘Método de Provas e Refutações’, por acreditar ser este, contrariamente ao enfoque euclidiano ou dedutivista, o único capaz de promover a constituição de um pensamento independente e crítico.

Ainda não se compreendeu suficientemente que a atual educação científica e matemática é um foco de autoritarismo e que é a pior inimiga do pensamento independente e crítico. Embora em matemática esse autoritarismo siga o padrão dedutivista (...) em ciência ele age através do padrão individualista. (LAKATOS, 1978 apud MIGUEL, 1997, p. 84)

Podemos nos questionar sobre que papel desempenha a história nesse enfoque baseado no método da prova e refutações? Para Miguel (1997, p. 84), “cabe a história apenas o papel secundário de fornecer o substrato real e bruto a ser destilado a fim de se obter como produto o puro jogo dialético das ideias”. Assim, não apenas se estabeleceria uma dicotomia entre história real e história destilada como também se atribuiria um papel a segunda em relação a primeira.

Por outro lado, segundo Miguel (1993) a história destilada estabelece uma alternativa superior em relação aquilo que os historiadores têm chamado de história narrativa ou de história crônica, ela enfatiza uma problematização meramente lógica e epistemológica do desenvolvimento de uma conjectura, conceito ou teoria. Nessa categoria, as ideias, os processos e os métodos aparecem voluntariamente desligados do contexto social mais amplo de sua produção, fazendo com que tal contexto desempenhe um papel pouco significativo para a constituição da destilação.

Para Mendes (2003), a inclusão da História da Matemática nas atividades de ensino-aprendizagem de tópicos matemáticos, permite um caráter mais construtivo e útil à aprendizagem dos mesmos, fazendo com que os alunos percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses tópicos ao longo do seu desenvolvimento histórico. Segundo o mesmo autor, pelo conhecimento histórico, o aluno é capaz de pensar e compreender as leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios. Assim, o aluno deve participar da construção do conhecimento escolar de forma ativa e crítica tendo como uma das exigências a relação com a necessidade histórica e social que sustentaram o surgimento e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Dessa forma, o desejo de formar cidadãos apoiados na construção de um pensamento independente e crítico é necessário uma problematização pedagógica do conhecimento matemático que ultrapasse os aspectos meramente lógicos e epistemológicos da produção desse conhecimento.

5.8 UM INSTRUMENTO UNIFICADOR DOS VÁRIOS CAMPOS DA MATEMÁTICA (HISTÓRIA-UNIFICAÇÃO)

Os apoiadores dessa função entendem que é necessário desfazer a prerrogativa sempre concedida ao estilo evidente, inquestionável e incontestável, de favorecer a percepção da unidade da matemática, para então, atribuí-lo às abordagens históricas. Eles acreditam que apenas a história poderia proporcionar uma concepção globalizada da matemática, por meio da relação entre seus diferentes campos.

A forma como os conteúdos matemáticos são tratados em sala de aula e nos livros didáticos favorece a percepção de que possuem pouca relação entre si. Por meio da história, pode-se facilitar uma perspectiva da matemática como um todo e relacionar os conteúdos dos cursos, uns com os outros, com o corpo e com o núcleo principal do pensamento matemático. (KLINE, 1972 apud MIGUEL, 1993, p. 51).

De acordo com Mendes (2006, p. 20),

A perspectiva histórica nos permite mostrar, entre outras coisas, que a matemática é um conjunto de conhecimentos em evolução contínua e que nesta evolução desempenha, amiúde, um papel de primeira ordem, sua inter-relação com outros conhecimentos e a necessidade de resolver determinados problemas práticos.

Dessa forma, o uso da História da Matemática proporciona uma visão dinâmica da evolução da matemática, criamos possibilidades de voltarmos às origens de diversas ideias importantes para o conhecimento matemático, permitindo que perdessem a aparência de morte e voltariam a ter uma vida nova e exuberante.

Adquirir conhecimentos das conquistas passadas, das tradições e dos objetivos da matemática, direcionando a pesquisa nessa área para caminhos promissores, seria a maneira mais apropriada de se combater os perigos que envolvem a fragmentação dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, a compreensão e manutenção da unidade da matemática, tanto do ponto de vista pedagógico quanto ao nível da pesquisa acadêmica é uma outra função didática do método histórico. No entanto, a busca por essa unidade não aparenta ser um ideal buscado por todos.

5.9 UM INSTRUMENTO PROMOTOR DE ATITUDES E VALORES (HISTÓRIA-AXIOLOGIA)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1998, p. 34).

Além disso, esse documento destaca que ao abordar os conhecimentos matemáticos em conexão com sua história, estaremos propiciando um meio de informação cultural, sociológica e antropológica, informação de que contribuem significativamente para a formação do aluno enquanto cidadão.

Segundo Miguel (1993), essa função é defendida, novamente, por Kline. Ele argumenta que a história tem a função de eliminar a dissonância entre o modo como a

matemática é normalmente exposta ao estudante e o modo como ela foi produzida, que não se pode ocultar do aprendiz os erros, as lacunas e as hesitações pelas quais passaram os grandes matemáticos na construção do conhecimento. Isso se justifica pelo entendimento de que a percepção dessas discórdias por parte do aprendiz poderia gerar no mesmo o desenvolvimento de atitudes positivas, desejáveis tanto na formação do cidadão quanto na formação do futuro pesquisador. Tais como: coragem necessária para o enfrentamento dos problemas; persistência e a tenacidade na busca de soluções satisfatórias para os mesmos; e aquelas que estão na base da formação e da prática do pensamento científico.

Essa desmistificação metodológica da didática da matemática, via método histórico, teria como propósito estimular o desenvolvimento de valores, ainda que sejam relacionados aos valores acadêmicos, ou seja, vinculados estritamente a uma ética acadêmica, que controlaria a forma de apropriação, por parte do aprendiz, dos conhecimentos já produzidos.

5.10 UM INSTRUMENTO DE CONSCIENTIZAÇÃO EPISTEMOLÓGICA (HISTÓRIA-CONSCIENTIZAÇÃO)

Essa função refere-se a conhecer a gênese do conhecimento. Neste caso, como se originou o conhecimento matemático. Foi sugerida pelo matemático e filósofo Henri Poincaré, em que buscou refletir sobre a questão central: por que as crianças frequentemente não conseguem compreender aquelas definições que satisfazem os matemáticos?

Para tratar dessa questão, foi necessário fazer outras reflexões, tais como o papel dos padrões atualizados de rigor e da instituição do ensino da matemática e o significado da compreensão e da demonstração de um teorema. Dessa forma, o recorrer a história aparece, para ele, apenas como uma concessão necessária que o professor deveria fazer devido a imaturidade psicológica do aluno, é inevitável que se sacrifiquem os padrões atualizados de rigor, não para abandoná-los, mas para que, no momento conveniente, possa ser recuperado de forma consciente pelo aprendiz. (MIGUEL, 1993).

Desse modo, Poincaré defende que não é suficiente duvidar de tudo, é preciso saber porque se duvida. Assim, no ensino da matemática, para ele, devemos recorrer a procedimentos que estimulem a formação da consciência da necessidade de se submeter aos padrões e não a inculcar na mente do aluno tais padrões a qualquer preço. Cabe a história desempenhar esse papel pedagógico conscientizador. Isto é, a função pedagógica da história assume uma dimensão psicológica que consiste na possibilidade de se trazer para o plano da consciência do aprendiz a necessidade de subordinação aos padrões atualizados de rigor. A

função didática da história é psicológica, mas o objetivo que se busca é estritamente epistemológico. (MIGUEL, 1993).

5.11 UM INSTRUMENTO DE PROMOÇÃO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E COMPREENSIVA (HISTÓRIA-SIGNIFICAÇÃO)

De acordo com Miguel (1993), ZÚÑIGA é um dos principais defensores dessa função. Ele defende que a participação da história dos conteúdos matemáticos como recurso didático não só serve para motivar, mas como, ainda, fator de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas. Discute que não se trata de fazer uma referência histórica de duas linhas ao iniciar um capítulo, mas de realmente usar a ordem histórica da construção matemática para facilitar uma melhor assimilação durante a reconstrução teórica.

Nessa função a História da Matemática desempenha o papel de mostrar ao aluno o porquê de certos conhecimentos matemáticos, ou seja, como surgiram, em que circunstâncias e por que surgiram. Nesta função didática, a motivação para o desenvolvimento daquele conceito é apresentada juntamente com o tópico a ser ensinado (KLINE, 1976, apud BROLEZZI, 1991). Neste sentido, a motivação está sendo entendida como “o que levou, ou o que incentivou o surgimento de determinado conteúdo matemático”. As passagens históricas que podem ser classificadas nessa função geralmente aparecem na forma de textos expositivos.

Brolezzi (1991), acrescenta que,

A ordem lógica mais adequada para o ensino de Matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a Matemática enquanto Ciência em construção. O recurso à História da Matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando-o, por assim dizer, com o modo de raciocinar próprio do conhecimento que se quer construir.

Também para Jones (2013), publicado primeiramente em 1969 e citado por Miguel (1993), é na possibilidade de desenvolvimento de um ensino da matemática baseado na compreensão e na significação que se realiza a função pedagógica da história. É lógico que, subentendido a todo processo de ensino-aprendizagem, visando a compreensão e a significação, aparece o levantamento e discussão de alguns porquês, diante de razões para aceitação de certos fatos, raciocínios e procedimentos por parte do estudante.

Jones entende que existem três categorias de porquês que deveriam ser levadas em consideração por todos que se propõem ensinar matemática:

I. Os porquês cronológicos: aquelas explicações cuja legitimidade não se caracteriza como uma necessidade lógica. São razões de natureza histórica, cultural, casual, convencional ou de outro tipo qualquer que estão na base de sua aceitação. Tais como responder aos questionamentos: porque uma hora tem 60 minutos? Porque o oito se chama oito ou porque a tangente se chama tangente?

II. Os porquês lógicos: aquelas explicações cuja aceitação se baseia na decorrência lógica de proposições previamente aceitas ou na intenção de associarmos entre si duas ou mais informações não precisamente compatíveis. Como exemplo seria buscar responder: porque o produto de dois números naturais é um número natural? Porque não existe raiz quadrada de um número negativo no conjunto dos números reais?

III. Os porquês pedagógicos: aqueles métodos operacionais que geralmente são utilizados em aula e que se justificam mais por questões pedagógicas do que históricas ou lógicas. Exemplo disso seria a resposta que se poderia dar a questão: porque você ensina a determinar o máximo divisor comum entre dois números pelo método das subtrações sucessivas e não pelo método da decomposição simultânea? Uma justificativa possível para o professor, seria justificar que esse procedimento é mais fácil, cuja compreensão exige poucos pré-requisitos etc.

Por essa classificação poderíamos entender que a história só interferiria como recurso para a primeira categoria de porquês – os porquês cronológicos. Contrário a essa intenção, Jones (2013), no artigo “The History of Mathematics as a Teaching Tool”, publicado primeiramente em 1969, no qual aborda como a História da Matemática pode ser empregada no ensino de matemática pelo professor e pelos próprios estudantes, ele defende que a história não só pode como deve ser o elo entre as explicações que poderiam ser dadas aos porquês relacionados a qualquer uma das três categorias. Através dessa defesa se revela o poder da história para o ensino-aprendizagem da matemática por meio da compreensão e da significação.

5.12 UM INSTRUMENTO DE RESGATE DA IDENTIDADE CULTURAL (HISTÓRIA-CULTURA)

Os defensores dessa função creem que devem proceder a incorporação das tradições matemáticas no currículo, para isso, se deve reconhecer o caráter matemático dessas tradições

através da ampliação do que normalmente se entende por matemática. O problema crucial consiste na reconstrução dessas tradições, visto que muitas delas foram destruídas como consequência da escravatura, do colonialismo, etc. A necessidade dessa reconstrução tem como objetivo desvelar o que se chama de matemática oprimida, isto é, os elementos matemáticos que são presentes na vida das massas populares e não são reconhecidos como matemáticos pela ideologia dominante. (GERDES, 1991 apud MIGUEL, 1993, p. 82). A intenção de Gerdes é salvar a memória dos processos originais de produção do saber matemático desaparecidos ou soterrados pelo irreversível e crescente movimento de abstração e generalização de ideia, métodos e teorias.

Para ele, apenas uma história cultural da matemática, isto é, uma etno-história, teria a capacidade de contribuir para a recuperação da identidade cultural africana, pois acredita que é a exploração pedagógica dessa etno-história da matemática, o fator gerador da autoconfiança social e cultural, condição indispensável para o despertar da imaginação.

Jankvist (2009 apud DIAS, 2014, p. 43) aponta uma classe de argumentos que trata a *história como meta (history-as-o-goal)*. O autor demonstra alguns objetivos desse argumento. Por exemplo, mostrar aos alunos que a matemática existe e evolui com o passar do tempo, que em tempos distintos, diferentes pessoas têm contribuído para essa evolução e que a matemática tem se desenvolvido através de muitas culturas diferentes ao longo história, e que essas culturas tiveram influência na formação da Matemática e que esta, por sua vez, influenciou, em alguns aspectos, a cultura da época.

De acordo com os PCN (1998, p. 42), “os conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural”.

Conforme Farago (2003, p.17) considera que,

A história da matemática (...). Permite compreender a origem das ideias que deram forma a nossa cultura e observar também os aspectos humanos do seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas ideias e estudar as circunstancia em que elas se desenvolveram. Assim, esta história é um valioso instrumento para o ensino aprendizagem da própria matemática. Podemos entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e porque, no fundo, ele sempre era algo natural no seu momento.

Um outro pesquisador que apoia essa função é D'Ambrósio. Esse importante autor defende que a História da Matemática permite “situar a matemática como uma manifestação

cultural dos povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos (...)”. (D’AMBRÓSIO, 1996, p. 10).

De acordo com D’Ambrósio (1996, p. 6),

É importante mostrar a aritmética não apenas como a manipulação de números e de operações e a geometria não feita apenas de figuras e de formas perfeitas, sem cores. Pode-se dar como exemplo as decorações dos índios brasileiros, as diversas formas de se construir papagaios, comparar as dimensões das bandeiras de vários países, e conhecer e comparar medidas como as que se dão nas feiras: litro de arroz, bacia de legumes, maço de cebolinha. Tudo isso representa medidas usuais, praticadas e comuns no dia a dia do povo, e que respondem a uma estrutura matemática rigorosa, entendido um rigor adequado para aquelas práticas. Isto requer que o professor se apoie em uma literatura, considerada de curiosidades ou paradidáticas, contendo exemplos de matemáticas de outras culturas.

Nesse sentido, essa afirmação representa que a matemática veio do povo, ela está enraizada em nossa identidade cultural. Isto é, ela é praticada e feita pelo povo. O estudo da história cultural da humanidade tem sido um instrumento importante nessas teorizações.

D’Ambrósio (1999, p. 10) considera que a História da Matemática serve:

1. para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
3. para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da antigüidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
4. para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências sócio-culturais dessa incorporação.

Segundo D’Ambrósio (2000), o uso da História da Matemática no ensino de matemática satisfaz o desejo de saber como se originaram e se desenvolveram os assuntos em matemática, ajuda a compreender a nossa herança cultural, proporcionando grande utilidade no ensino e na investigação matemática.

Ainda em D’Ambrósio (2000) é evidenciado que o conhecimento matemático é proveniente da construção humana em sua interação constante com os diversos contextos no ambiente em que se vive, caracterizando-se como uma ferramenta para compreender a

realidade e nela interagir. Dessa forma, um corpo de conhecimentos matemáticos, sua história e seu ensino são indissociáveis.

Por outro lado, nessa função a História da Matemática desempenha o papel de propiciar uma formação de cunho mais geral, que não o de conhecimento matemático, e sim de conhecimentos gerais, porém ligados à matemática. As passagens históricas que podem ser agrupadas nesta função geralmente apresentam informações históricas sucintas que trazem contribuições para a aprendizagem de conteúdos matemáticos em menor escala, como por exemplo, fatos da vida de alguma personalidade que contribuiu para o desenvolvimento do campo da matemática.

5.13 UM INSTRUMENTO REVELADOR DA NATUREZA DA MATEMÁTICA (HISTÓRIA-EPISTEMOLOGIA)

Para os apoiadores dessa função o debate referente à função didática da história não pode ser desvinculado daquele que diz respeito à natureza mais profunda da matemática, que são as considerações de caráter filosófico-metodológicas desse campo de conhecimento. A percepção de Zúñiga (1987 apud MIGUEL, 1993) a respeito da importância da história para o ensino da matemática é uma decorrência quase que necessária do seu interesse pela filosofia da matemática. Trata-se de efetuar ajuste entre aquilo que chama de a natureza última da matemática e o modo como se deve encaminhar o ensino dessa área de conhecimento.

Zúñiga (1988 apud MIGUEL, 1993) defende a matemática como uma ciência natural cujo objeto não existe por si só e nem faz parte de uma instância física do real, se manifesta no seio da relação epistemológica que se estabelece entre o sujeito epistêmico e o objeto. A epistemologia se constitui em instância normativa para a metodologia do ensino da matemática. Constitui-se no esforço mais significativo aplicado por ele para demonstrar-nos as razões pelas quais as várias concepções de matemática que se manifestaram ao longo da história, em maior ou menor grau, não poderiam ter gerado desdobramentos pedagógicos que justificassem uma maior intervenção da História da Matemática em seu ensino.

5.14 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Diante do exposto, após a apresentação dos diferentes pontos de vista trazidos por Miguel (1993) e alguns autores que tratam sobre as potencialidades da História da Matemática e as críticas que são feitas ao modo como geralmente se tenta justificar a participação da

história no processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista a ausência de projetos históricos-pedagógicos que busquem acompanhar o modo como os estudantes respondem a essas iniciativas, parece-nos que devemos encarar com muita prudência a importância pedagógica da história. Entre essas diferentes concepções, de um lado os que defendem que a história “tudo pode” e do outro os que acreditam que a história “nada pode”, se torna mais adequado adotar uma posição intermediária de reconhecer que a história, quando reconstituída com objetivos pedagógicos e articulada com as demais variáveis envolvidas no processo de planejamento didático, consegue desempenhar um papel suplementar na Educação Matemática.

A matemática pode ser historizada de várias reconstituições, é preciso admitir que não existe uma única História da Matemática, sendo que, pedagogicamente, dependendo dos objetivos, algumas são mais pertinentes e esclarecedoras que outras. É necessário que as Histórias da Matemática sejam escritas sob o ponto de vista do educador matemático para que sejam pedagogicamente úteis. Uma História da Matemática pedagogicamente orientada, isto é, uma história viva, esclarecedora e dinâmica, poderia prestar imensa contribuição para os professores que buscam ser contrários a uma tendência tecnicista do ensino da matemática, substituindo por uma prática pedagógica em matemática, que atendesse de maneira efetiva as potencialidades pedagógicas atribuídas à história.

As potencialidades ou funções pedagógicas da História da Matemática são debatidas desde os anos finais do século XVII. No século XIX, passou a incrementar as discussões nos congressos internacionais sobre o ensino da matemática. Fauvel (1991 apud MIGUEL et al., 2009) apresenta argumentos referendando as funções pedagógicas da história e evidenciando a importância do uso da mesma no ensino de matemática: a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática, humaniza a matemática, mostra seu desenvolvimento histórico, como os conhecimentos se desenvolveram, contribui para as mudanças de percepções dos alunos e provoca oportunidades para a investigação matemática.

Nesse sentido, se compreendermos que toda atividade humana pode ser entendida como uma experiência social construtora de significados, as ideias e atividades matemáticas também são construções sociais, assim, a História da Matemática desempenharia seu papel auxiliar na promoção de uma aprendizagem significativa. Para Miguel, a história não deve ser encarada apenas com o objetivo de fazer com que os alunos aprendam a utilizar as descobertas dos matemáticos ao longo dos tempos, uma metodologia histórica deve contribuir para a promoção de um pensamento matemático independente e crítico e a autonomia

intelectual, proporcionando a formação de cidadãos matematicamente educados, preparados para analisar, deduzir, discutir e propor medidas emancipadoras no contexto social.

Dessa forma, a proposta trazida por Miguel (1993) em defesa das potencialidades pedagógicas da História da Matemática ainda atende as expectativas teóricas explícitas nos livros didáticos. As treze potencialidades apontadas por Miguel (1993) foram elencadas após a análise de diferentes pontos de vista atribuídos a história por matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos. No entanto, os demais autores que tratam sobre essa temática não trazem acréscimos ou modificações ao proposto pelo mesmo. Pelo exposto, optamos pelas potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993), por se tratar de uma proposta ampla e, ainda, considerada atual.

5.15 AS CATEGORIAS DE SENTIDOS PROPOSTAS POR ALENCAR (2014)

Antes de adentrarmos na análise dos livros didáticos, acreditamos ser necessário e fundamental demarcar o trabalho de Alencar (2014) que serviu de parâmetro para o processo de análise dos livros didáticos, pelo fato de utilizarmos as mesmas categorias e as classificações propostas em sua pesquisa. Essa categorização definida por Alencar (2014), facilitou a nossa classificação das passagens históricas com relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993).

Em seu estudo, Alencar (2014) analisou as práticas discursivas presentes nas passagens da História da Matemática em três das sete coleções de livros didáticos para o Ensino Médio aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2012. Para análise dos livros didáticos, o autor construiu categorias de sentidos e como método utilizou uma abordagem a partir da análise de discurso. Ele se apoiou nos trabalhos de Vianna (1995) e Bianchi (2006), dois trabalhos que apresentam propostas semelhantes à sua pesquisa, para construção das categorias de sentidos de sua investigação.

Para essa construção, ele realizou comparações, diferenças e semelhanças nas categorias propostas nesses dois estudos. Por compreender que o livro didático desempenha um papel de gerador de sentidos, Alencar (2014) apresenta sua categorização relacionada com a produção de sentidos difundida a partir das práticas discursivas proveniente das passagens históricas da matemática nas obras analisadas.

Com essas categorias de sentidos, o autor classifica todas as passagens da História da Matemática nos livros didáticos objetos de sua pesquisa, e conclui que a História da Matemática presente no livro didático é predominantemente uma história tradicional,

empregada como um acessório ao conteúdo matemático e não como parte dele. O autor conclui ainda que as passagens históricas são, em sua maioria, de caráter informativo ou motivador, e poucas tratam a História da Matemática como recurso didático.

Vale registrar que nas categorias de sentidos propostas por Alencar (2014), o autor elenca aspectos relativos à natureza do conteúdo veiculado, aos objetivos da menção histórica e ao uso de imagens. Esse último aspecto perpassa por todas as categorias, gerando maior qualidade na análise dos comentários. Passaremos então a descrever as categorias dos sentidos elaboradas por Alencar (2014) utilizadas para nossa análise nos livros didáticos objetos de estudo de nossa pesquisa.

Na designação de suas categorias, após analisar as passagens da História da Matemática nos livros didáticos, as regularidades detectadas permitiram ao autor observar dez categorias de sentidos que foram separadas em dois grupos:

- I. Quanto ao aspecto relativo à natureza do conteúdo veiculado, que por sua vez foi dividido em seis novas categorias. São elas:
 1. História personalística;
 2. Centralidade no conteúdo;
 3. Fato curioso;
 4. Comentário sutil;
 5. Contexto histórico-matemático;
 6. Contexto sócio-cultural.
- II. Com relação ao aspecto relativo aos objetivos da menção histórica, Alencar (2014) dividiu em quatro novas categorias. Vejamos:
 7. Introdução de conteúdo;
 8. Apêndice;
 9. Recurso didático;
 10. Atividade sobre história da matemática.

Em seu trabalho, Alencar (2014) faz a descrição de cada uma dessas novas categorias. Apresentaremos a seguir um resumo do exposto por ele (p. 66).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado:

1. **História Personalística** – Relaciona de forma particular a um ou mais indivíduos as descobertas ou contribuições matemáticas, enaltecendo a sua descoberta. Por exemplo, o nome de uma lei, princípio, sentença ou identidade matemática a uma personalidade que contribuiu de forma significativa com a História da Matemática.

2. **Centralidade no conteúdo** – a história surge focada quase, ou exclusivamente, no conteúdo matemático propriamente dito, como exemplos de formulação/notação no passado ou sugestões de leitura em História da Matemática ligada ao conteúdo.
3. **Fato curioso** – passagens da História da Matemática com um forte apelo à curiosidade em virtude do caráter excêntrico ou espetacular de um fato histórico verdadeiro ou lendário.
4. **Comentário sutil** – comentário breve a respeito da origem de um ramo ou conteúdo matemático em função de uma necessidade ao longo da história, sem oferecer dado sobre personalidades, fatos, datas precisas ou contexto sócio-cultural.
5. **Contexto histórico-matemático** – as passagens históricas tratam da evolução de uma descoberta matemática, da importância de um conceito matemático ao longo da história ou do conhecimento e utilização do conteúdo por outros povos ou por um matemático em outro momento histórico, sem inserção nos contextos político, social, econômico ou cultural, apenas matemático.
6. **Contexto sócio-cultural** – as passagens em que inserem a História da Matemática dentro de um contexto sociocultural, político ou econômico na história da humanidade, considerando as relações desse contexto com o desenvolvimento de determinado campo da matemática.

Quanto ao objetivo da menção histórica:

7. **Introdução de conteúdo** – o objetivo da passagem histórica é abrir o estudo de um determinado conteúdo matemático, seja no início de um capítulo ou de uma grande seção.
8. **Apêndice** – as passagens históricas que estão desvinculadas do desenvolvimento normal do conteúdo, como em seções ou leituras complementares separadas nos finais de capítulos, em seções especiais no meio do conteúdo, em quadros colocados à margem da página, em glossários, em notas de rodapé, ou seja, todas as menções históricas colocadas numa condição apartada do conteúdo matemático.
9. **Recurso didático** – todas as menções históricas que contribuem para o ensino e aprendizagem da matemática, tanto no desenvolvimento ou introdução de um conteúdo, quanto nos exercícios ou em propostas para realização de trabalhos ou pesquisas.
10. **Atividades sobre História da Matemática** – atividades que exploram o conhecimento do aluno sobre a história da matemática.

Quadro 4: Resumo das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Descrição
História Personalística	Enaltece a contribuição de uma personalidade importante da HM.
Centralidade no Conteúdo	Focada no conteúdo matemático.
Fato Curioso	Apelo a curiosidade pelo caráter excêntrico ou espetacular da HM.
Comentário Sutil	Comentário breve sobre a origem de um conteúdo
Contexto Histórico-Matemático	Evolução, importância de um conceito matemático ao longo da história.
Contexto Sócio-Cultural	HM dentro de um contexto sociocultural, político ou econômico.
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Descrição
Introdução de conteúdos	Abre o estudo de um conteúdo matemático.
Apêndice	Apartada do conteúdo matemático (seções, quadros, glossários, notas de rodapé).
Recurso Didático	Contribuem para o ensino-aprendizagem da matemática (exercícios, propostas de pesquisas).
Atividades sobre História da Matemática	Exploram o conhecimento sobre HM

Fonte: Dados da pesquisa.

Salientamos que uma passagem histórica pode ser classificada em mais de uma categoria, pois estas não são, necessariamente, excludentes.

No capítulo seguinte será feita a análise dos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio aprovados pelo PNLD – 2015 no tópico de Trigonometria seguindo as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014) e as potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontas por Miguel (1993).

6 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA E SUAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS

Nesse capítulo trataremos a respeito de como a História da Matemática aparece nos livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, do ano de 2015, em particular, sobre as abordagens históricas no conteúdo de Trigonometria presentes nos seis livros do 2º ano do Ensino Médio, das seis coleções que compõem o Guia PNLD – 2015, descrevendo as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014) observadas nas passagens da História da Matemática. Trataremos também sobre a classificação dessas abordagens históricas detectadas nos livros didáticos analisados com relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993).

6.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS QUANTO AS CATEGORIAS DE SENTIDOS DEFINIDAS POR ALENCAR (2014)

Apresentaremos a seguir as ocorrências das categorias dos sentidos definidas por Alencar (2014) nas passagens históricas no conteúdo de Trigonometria coletadas na investigação dos seis livros analisados. A ordem de exposição seguirá a mesma ordem em que as coleções foram expostas no Guia PNLD 2015.

Livro 1: Conexões com a Matemática – Volume 2 – Leonardo (2013), Moderna, São Paulo:

Quadro 5: Relação das categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Conexões com a Matemática, volume 2, de Leonardo (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	26, 44, 46
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	-
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	-

Contexto Sócio-Cultural	-
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas
Introdução de conteúdos	26, 44, 46
Apêndice	-
Recurso Didático	-
Atividades sobre História da Matemática	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Livro 2: Matemática: Contexto e Aplicações – Volume 2 – Dante (2013), Ática, São Paulo:

Quadro 6: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Contexto e Aplicações, volume 2, de Dante (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	24 – 25, 26, 35, 55
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	-
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	24 – 25, 26
Contexto Sócio-Cultural	24 – 25, 26, 34
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas
Introdução de conteúdos	26, 35, 55
Apêndice	24 – 25
Recurso Didático	24 – 25, 34
Atividades sobre História da Matemática	25, 34

Fonte: Dados da pesquisa.

Livro 3: Matemática – Paiva – Volume 2 – Paiva (2013), Moderna, São Paulo:

Quadro 7: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Paiva, volume 2, de Paiva (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	7, 16, 45
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	45
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	16
Contexto Sócio-Cultural	7
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas
Introdução de conteúdos	7
Apêndice	45
Recurso Didático	7, 16
Atividades sobre História da Matemática	16

Fonte: Dados da pesquisa.

Livro 4: Matemática: Ciência e Aplicações – Volume 2 – Iezzi et. al. (2013), Saraiva, São Paulo:

Quadro 8: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Ciências e Aplicações, volume 2, de Iezzi et. al. (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	20-21
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	-
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	-
Contexto Sócio-Cultural	-
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas

Introdução de conteúdos	-
Apêndice	20-21
Recurso Didático	20-21
Atividades sobre História da Matemática	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Livro 5: Matemática – Ensino Médio – Volume 2 – Smole e Diniz (2013), Saraiva, São Paulo:

Quadro 9: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Ensino Médio, volume 2, de Smole e Diniz (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	10-11-12, 27, 59
Centralidade no Conteúdo	-
Fato Curioso	27, 59
Comentário Sutil	-
Contexto Histórico-Matemático	-
Contexto Sócio-Cultural	10-11-12,
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas
Introdução de conteúdos	10-11-12,
Apêndice	27, 59
Recurso Didático	10-11-12,
Atividades sobre História da Matemática	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Livro 6: Novo Olhar: Matemática – Volume 2 – Souza (2013), FTD, São Paulo:

Quadro 10: Relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Novo Olhar: Matemática, volume 2, de Souza (2013).

Quanto à natureza do conteúdo veiculado	
Categoria de sentidos	Páginas
História Personalística	16, 25
Centralidade no Conteúdo	-

Fato Curioso	47
Comentário Sutil	25
Contexto Histórico-Matemático	16
Contexto Sócio-Cultural	10
Quanto ao objetivo da menção histórica	
Categoria de sentidos	Páginas
Introdução de conteúdos	10, 16, 25
Apêndice	10, 16, 25
Recurso Didático	-
Atividades sobre História da Matemática	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 1: Resumo da relação por categorias de sentidos de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos analisados.

Quanto à natureza do conteúdo veiculado		
Categoria de sentidos	Quantidade de passagens históricas	Percentual
História Personalística	16	84,2%
Centralidade no Conteúdo	-	-
Fato Curioso	4	21,1%
Comentário Sutil	1	5,3%
Contexto Histórico-Matemático	4	21,1%
Contexto Sócio-Cultural	6	31,6%
Quanto ao objetivo da menção histórica		
Categoria de sentidos	Quantidade de passagens históricas	Percentual
Introdução de conteúdos	8	42,1%
Apêndice	8	42,1%
Recurso Didático	6	31,6%
Atividades sobre História da Matemática	3	15,8%

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa tabela, trazemos a quantidade e o percentual em que cada categoria de sentido é contemplada nas passagens históricas dos livros didáticos analisados. Para determinarmos os percentuais de cada categoria, utilizamos o total das passagens históricas identificadas nos livros didáticos, que foram 19 (dezenove), como confirmamos na tabela 2. O somatório da frequência absoluta ultrapassa o total de 19 e da frequência relativa ultrapassa os 100%, em virtude de cada passagem histórica se relacionar com mais de uma das categorias de sentidos definidas por Alencar (2014). Pois, uma passagem histórica pode ser classificada em mais de uma categoria, pois estas não são, necessariamente, excludentes, como já dito anteriormente.

6.2 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS QUANTO AO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

De acordo com a categorização das passagens históricas feita no tópico anterior, na qual deixa explícito o total de menções históricas a respeito do conteúdo de Trigonometria nos seis livros didáticos analisados, selecionadas de acordo com as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014), apresentamos a seguir uma tabela com o resumo do quantitativo dessas passagens históricas.

Tabela 2: Quanto ao uso da História da Matemática (HM) no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos analisados.

Livro didático – Ensino Médio – Vol. II	Quantidade de passagens históricas	Percentual
1. Conexões com a Matemática	3	15,8%
2. Matemática: Contexto e Aplicações	5	26,3%
3. Matemática – Paiva	3	15,8%
4. Matemática: Ciências e Aplicações	1	5,3%
5. Matemática – Ensino Médio	3	15,8%
6. Novo Olhar: Matemática	4	21%
Total	19	100%

Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos observar na tabela 2, o livro didático matemática: contexto e aplicações é o que apresenta maior quantidade de passagens históricas dentre os livros investigados. Já no livro didático matemática: ciências e aplicações conseguimos identificar

apenas uma passagem histórica no conteúdo de Trigonometria, sendo o que apresenta a menor quantidade de menção a História da Matemática.

6.2.1 Aspectos identificados

Livro 1– Conexões com a Matemática – Vol. 2 – Leonardo (2013), Moderna, São Paulo:
AUTOR: Fábio Martins de Leonardo (editor responsável).

O livro analisado está estruturado em seções, com páginas de abertura de capítulo trazendo uma situação contextualizada, sugerindo os conceitos com uso de imagens e com os objetivos do capítulo. Explora a teoria intercalada com exemplos, exercícios resolvidos, propostos e complementares. A obra é enriquecida com as seções pesquisa e ação, resolução comentada, compreensão de texto, sugestões de leitura, auto avaliação e questões de vestibulares e do ENEM¹⁸. O mesmo apresenta três capítulos que tratam sobre o conteúdo de trigonometria. São eles:

- Capítulo 1 – Ciclo Trigonométrico (1ª volta);
- Capítulo 2 – Principais Funções Trigonométricas;
- Capítulo 3 – Complementos e Aprofundamentos.

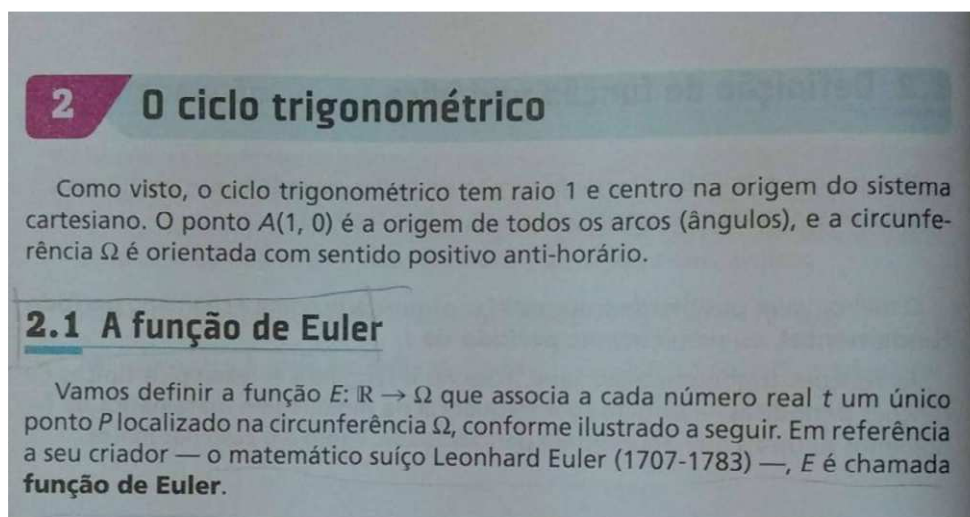
História da Matemática (Trigonometria)

Nesses três capítulos é revelado apenas três menções históricas de um total de 19 (dezenove) menções históricas identificadas em todos os livros didáticos analisados. Dos livros analisados, este figura entre os que contém menos passagens sobre a História da Matemática no conteúdo abordado. Essas passagens históricas são todas pertencentes a categoria dos sentidos “História Personalística”, como visto, relaciona de forma particular a um ou mais indivíduos as descobertas ou contribuições matemáticas, enaltecendo a sua descoberta. São apenas menções aos nomes de matemáticos que contribuíram na formulação de teoremas ou funções, como exemplo, Teorema de Pitágoras (p. 26) e Leonhard Euler como o criador da Função de Euler (p. 44 e 46), conforme a figura 7. Como é relatado na avaliação da coleção no Guia PNLD 2015, “já na abordagem da história da Matemática, encontram-se apenas informações breves, sendo a ênfase na identificação dos personagens envolvidos com

¹⁸ ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio.

o desenvolvimento de um dado tema e suas localizações no tempo histórico”. (BRASIL, 2015, p. 27).

Figura 7: Passagem histórica da página 44 do livro *Conexões com a Matemática*, vol. 2, de Leonardo (2013).



Fonte: livro *Conexões com a Matemática*, vol. 2, de Leonardo (2013, p. 44).

Desse modo, podemos afirmar que a maneira como o conteúdo de Trigonometria é tratado nesse livro didático, do ponto de vista histórico, é pouco útil para o processo ensino-aprendizagem. Em nenhum momento se utiliza a História da Matemática como recurso didático, não se explora o desenvolvimento histórico da Trigonometria e muito menos a construção do conhecimento histórico do aluno. Por fim, no que diz respeito à História da Matemática, tratando-se dos capítulos analisados, essa obra não seria recomendada.

Livro 2– Matemática: Contexto e Aplicações – Vol. 2 – Dante (2013), Ática, São Paulo:

AUTOR: Luiz Roberto Dante

A obra é composta de quatro unidades subdivididas em 12 capítulos. Na abertura das unidades é apresentado um tema que se relaciona a um dos capítulos que a compõem. A abertura do capítulo é feita por um texto e uma atividade contextualizando o conteúdo. Esse, por sua vez, é intercalado com exemplos, exercícios com resoluções comentadas, exercícios propostos e outras seções como: a matemática e as práticas sociais, atividades adicionais, um pouco de história e questões do ENEM.

Nesse livro o tema Trigonometria é tratado em quatro capítulos que compõem a unidade 1. São eles:

- Capítulo 1 – Trigonometria: resolução de triângulo quaisquer;
- Capítulo 2 – Conceitos trigonométricos básicos;
- Capítulo 3 – Funções trigonométricas;
- Capítulo 4 – Relações trigonométricas.

História Da Matemática (Trigonometria)

Nos quatro capítulos que compõem a unidade 1 do livro didático volume 2 da coleção Matemática: contexto e aplicações que tratam sobre Trigonometria é apresentado cinco abordagens históricas. Dos livros analisados, esse é o que contém maior quantidade de passagens sobre a História da Matemática no conteúdo abordado. Identificamos nesse livro, 5 (cinco) passagens históricas de um total de 19 (dezenove) nos seis livros investigados, conforme tabela 2. A maior parte das passagens históricas estão classificadas na categoria dos sentidos “História Personalística” e “Contexto Histórico-Matemático”, quanto à natureza do conteúdo veiculado, isto demonstra, mais uma vez, a preponderância da História da Matemática centrada nas realizações individuais de personalidades consideradas importantes na construção do conhecimento matemático, legitimadas pelo discurso científico e a construção da História da Matemática justificada pela própria matemática.

Quanto ao objetivo da menção histórica a maioria é categorizada como “Introdução de Conteúdos” e “Apêndice”, como visto, no quadro 6. Isso nos revela que as mesmas ou estão nas páginas de abertura de capítulos ou em seções, leituras complementares, quadros e notas. Essa constatação também foi confirmada na avaliação exposta no Guia PNLD 2015, “ao longo da coleção, recorre-se à história da Matemática para iniciar a discussão de um assunto ou como leitura complementar. No entanto, poucas vezes esse contexto é utilizado no desenvolvimento de conceitos”. (BRASIL, 2015, p. 37).

Desse modo, podemos atestar que a História da Matemática se constitui como um conhecimento periférico, tratado como uma forma simbólica de mediar o saber, sem reconhecer o conhecimento histórico-matemático como componente do conhecimento matemático.

No entanto, uma observação que merece destaque é o aparecimento nas passagens históricas do uso da História da Matemática como recurso didático (passagens históricas das páginas 24 – 25 e 34), conforme figuras 14, 15 e 16, mesmo essas passagens históricas se

encontrando na introdução ou na parte final de capítulo, elas estão contribuindo para o ensino-aprendizagem da matemática, um fator diferencial nessa obra. Ademais, apesar do número razoável de passagens históricas, essas passagens evidenciam muito pouco os contextos sociais, políticos, econômicos e culturais das descobertas matemáticas e atribuem maior destaque aos feitos individuais de notáveis personalidades da História da Matemática, compatível com as práticas discursivas adotadas no modelo científico, ou seja, de que a história deve se basear em documentos, registros oficiais, devidamente constituídos, atrelando a mesma à narrativa escrita em detrimento de outras narrativas, o que se torna comumente mais aplicado.

Figura 8: Passagem histórica da página 34 do livro Matemática: Contexto e Aplicações, vol. 2, de Dante (2013).

12. **ATIVIDADE EM DUPLA** *História*

Em 1792, durante a Revolução Francesa, houve na França uma reforma de pesos e medidas que culminou na adoção de uma nova unidade de medida de ângulos. Essa unidade dividia o ângulo reto em 100 partes iguais, chamadas **grados**. Um grado (1 gr) é, então, a unidade que divide o ângulo reto em 100 partes iguais, e o minuto divide o grado em 100 partes, bem como o segundo divide o minuto também em 100 partes. Tudo isso para que a unidade de medição de ângulos ficasse em conformidade com o sistema métrico decimal. A ideia não foi muito bem-sucedida, mas até hoje encontramos na maioria das calculadoras científicas as três unidades: grau, radiano e grado.

Com base no texto acima, respondam:

- A quantos grados equivale meia volta de circunferência? E uma volta inteira? **200 grados; 400 grados**
- Em qual quadrante termina o arco trigonométrico de 250 gr? **No 3º quadrante.**
- A quantos grados equivale 1 rad? **$\frac{200}{\pi}$ grados**
- A quantos graus equivale 1 gr? **0,9°**

Fonte: livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013, p. 24).

Na figura 8, trazemos uma das poucas passagens históricas em que a História da Matemática é utilizada como atividade. Nessa situação, é proposto um exercício em dupla, acreditamos que esse formato favorece o debate e o esclarecimento de dúvidas, trazendo informações sobre a adoção do grado como uma unidade de medida de ângulos durante a Revolução Francesa. Por meio do nosso referencial teórico, observamos que a utilização de atividades informativas sobre a História da Matemática além de ser um esquema para motivar as aulas de matemática, “permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade

entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente”. (SWETZ, 1989 apud MIGUEL, 1997, p. 82).

Livro 3– Matemática – Paiva – Vol. 2 – Paiva (2013), Moderna, São Paulo:

AUTOR: Manoel Rodrigues Paiva

Este livro é constituído de quatorze capítulos. A abertura de cada capítulo é feita por imagens ilustrativas que estimulam a reflexão sobre um problema contextualizado. A apresentação do conteúdo é acompanhada de exemplos, problemas resolvidos, questões propostas e exercícios complementares, com questões que avaliam os conhecimentos prévios do leitor. Relaciona o conteúdo com situações significativas e propõe atividade de aplicação da matemática em contextos variados.

Nesse livro o tema Trigonometria é tratado em cinco capítulos. São eles:

- Capítulo 1 – Trigonometria no triângulo retângulo;
- Capítulo 2 – Circunferência trigonométrica: seno e cosseno;
- Capítulo 3 – Tangente e outras razões trigonométricas;
- Capítulo 4 – Adição de arcos e arcos duplos;
- Capítulo 5 – Funções trigonométricas e resolução de triângulos;

História Da Matemática (Trigonometria)

De acordo com a análise feita nos cinco capítulos, detectamos apenas três abordagens históricas. Obedecendo o mesmo padrão dos outros livros pesquisados as passagens históricas estão classificadas na categoria dos sentidos “História Personalística”. Sendo classificadas ainda nas categorias como “Fato Curioso”, “Contexto Histórico-Matemático” e “Contexto Sócio-Cultural”.


Quanto ao objetivo da menção histórica uma foi categorizada como “Introdução de Conteúdos”, outra como “Apêndice”, duas como “Recurso Didático” e uma como “Atividades sobre História da Matemática”. Isso nos revela que a maioria das passagens está nas páginas de abertura de capítulos ou em seções, leituras complementares, quadros e notas. Na avaliação do livro pelo PNLD 2015, publicada no Guia PNLD 2015, revelou que “há poucas situações em que se recorre à história da Matemática para compreensão de um determinado conteúdo. Geralmente, ela é usada apenas de modo ilustrativo, com a apresentação de personagens, fatos e datas”. (BRASIL, 2015, p. 46).

A utilização da História da Matemática como “recurso didático” ocorreu em duas das três passagens históricas. Tais passagens contribuem significativamente para o ensino e aprendizagem da matemática, o que julgamos como ponto positivo e um diferencial em relação aos demais livros analisados, conforme tratamos na figura 9.

A passagem histórica abaixo, figura 9, traz uma proposta de atividade envolvendo a História da Matemática, além de trazer informações sobre o surgimento do termo Trigonometria, atribuindo a Bartholomeus Pitiscus essa criação, traz informações sobre a origem do papiro de Rhind e sugere uma pesquisa na internet sobre o problema 56 desse papiro, considerado um dos mais antigos registros conhecidos sobre Trigonometria. Na pesquisa de Oliveira (2013), a autora traz esse problema e apresenta uma solução para o mesmo.

Essa passagem, além de ser categorizada como “História Personalística”, foi classificada como “Contexto Histórico-Matemático”, “Recurso Didático” e “Atividades sobre História da Matemática”, pois relaciona de forma particular ao matemático Bartholomeus a designação do ramo da matemática que estuda as relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo. Trata da importância desse conhecimento em um momento histórico, se bem explorado pelo professor, contribui e facilita o processo de ensino-aprendizagem da matemática e explora o conhecimento do aluno sobre a História da Matemática. Registramos que os problemas históricos motivam, pois “constituem-se em veículos de informação cultural e sociológico; refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos”. (SWETZ, 1989 apud MIGUEL, 1993, p. 65).

Figura 9: Passagem histórica da página 16 do livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013).



4 O termo Trigonometria foi criado em 1595 pelo matemático Bartholomeus Pitiscus para designar o ramo da Matemática que estuda as relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo. Porém a origem desse campo de estudo é muito mais antiga. O papiro de Rhind, escrito no Egito por volta de 1650 a.C., é constituído de 85 problemas, sendo que o de número 56 é um dos mais antigos registros conhecidos sobre Trigonometria. Pesquisem na internet sobre esse problema e redijam um texto sobre o assunto nele tratado.

Fonte: livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013, p. 16).

No entanto, percebemos neste volume que a História da Matemática é tratada como um conhecimento separado do desenvolvimento do conteúdo, essas poucas passagens históricas trazem contribuições para a compreensão do desenvolvimento histórico do conteúdo de Trigonometria, no entanto, carece de menções históricas que revelassem os contextos sociais, políticos, econômicos e culturais das descobertas matemáticas. Outro ponto que merece destaque é o fato do livro didático em muitos ambientes escolares se tornar o balizador do processo ensino-aprendizagem ou o único recurso literário utilizado pelo professor, o que podemos inferir que a História da Matemática não está sendo considerada, utilizada como deveria nas salas de aulas de nosso país.

Livro – Matemática – Ciências e Aplicações – Vol. 2 – Iezzi et al (2013), Saraiva, São Paulo:

AUTORES: Gelson Iezzi;

Oswaldo Dolce;

David Mauro Degenszajn;

Roberto Périgo;

Nilze Silveira de Almeida.

A obra está estruturada em dezesseis capítulos, muitos contam com uma seção intitulada *introdução*, trazendo situações contextualizadas com o cotidiano, empregando uma linguagem simples. No entanto, os conceitos em estudo são apresentados com acentuado rigor matemático. Explora a teoria intercalada com exemplos, aplicações, observações, exercícios resolvidos e uma quantidade considerável de exercícios propostos e complementares. A obra é enriquecida com desafios que buscam desenvolver o raciocínio lógico, com testes de vestibulares, com infográficos nas seções “um pouco de história e aplicações”, tornando a leitura dinâmica e agradável.

A abordagem adotada, obedece ao mesmo padrão das demais obras já analisadas: conceitos apresentados com exemplos ou com atividades seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos. De acordo com o Guia PNL D (2015, p. 48), “essa metodologia, reduz as possibilidades de o aluno participar de modo mais autônomo e crítico no processo de aprendizagem”.

Dos dezesseis capítulos, quase um terço (cinco capítulos) tratam sobre o conteúdo de Trigonometria. Das obras analisadas, essa apresenta um número considerável de capítulos que abordam o conteúdo em questão. São eles:

- Capítulo 1 – A circunferência trigonométrica;
- Capítulo 2 – Razões Trigonométricas na circunferência;
- Capítulo 3 – Triângulos quaisquer;
- Capítulo 4 – Funções trigonométricas;
- Capítulo 5 – Transformações;

História Da Matemática (Trigonometria)

Mesmo com uma considerável quantidade de capítulos que tratam sobre a Trigonometria em comparação as demais obras aprovadas pelo PNLD 2015, nesses cinco capítulos é revelado apenas uma passagem histórica. Dos livros analisados, esse é o que contém menor quantidade de passagens sobre a História da Matemática no conteúdo abordado.

A passagem histórica nas páginas 20 e 21 (figura 10 e 11) foi classificada nas categorias dos sentidos “História Personalística”, “Contexto Sócio-cultural” e “Apêndice”. Nessa passagem é feita menção ao matemático Eratóstenes como responsável pelo cálculo do comprimento da circunferência da terra, utilizando conhecimentos trigonométricos. Mesmo estando desvinculada do desenvolvimento normal do conteúdo, essa passagem pertencente a uma seção (aplicações) no final do capítulo, mesmo assim, compreendemos que ela contribui para o ensino e aprendizagem da matemática.

Figura 10: Passagem histórica da página 20 do livro Matemática: Ciência e Aplicações, vol. 2, de Jezzi et al (2013).

Aplicações

Medindo distâncias inacessíveis

MATEMÁTICA E ASTRONOMIA

Na Antiguidade, os gregos exerceram um papel importante no desenvolvimento de diversos ramos do conhecimento humano. Movidos talvez pela curiosidade ou fascínio pelos astros, empreenderam incursões interessantes em assuntos de astronomia. Um deles foi Eratóstenes, que conseguiu medir o comprimento da circunferência da Terra a partir da observação das sombras formadas pela luz solar.

O estádio

Eratóstenes calculou a distância entre Siena e Alexandria com base no tempo de viagem das caravanas, que percorriam a média de 100 estádios por dia. Estádio era a medida usada pelos gregos, que equivale a aproximadamente 157 metros. Para ir de uma cidade à outra, as caravanas levavam, em média, 50 dias e, ao calcular essa distância com a unidade de medida da época, Eratóstenes chegou a 5 mil estádios, aproximadamente 785 quilômetros.

Alexandria

Ele pensou em observar a inclinação dos raios solares em Alexandria, outra cidade egípcia ao sul de Siena, no solstício de verão do ano seguinte. Eratóstenes observou que um objeto, provavelmente uma vareta ou coluna fincada no solo, em área aberta, fazia sombra ao meio-dia.

Ele verificou que o ângulo formado entre a coluna e os raios solares (θ) era de $7,2^\circ$.

- Considerando o prolongamento das linhas verticais a partir de uma coluna perpendicular ao solo em Siena (S) e outro em Alexandria (A), deduziu que essas linhas deveriam se encontrar no centro da Terra (C), determinando um ângulo θ . Note que $AC = SC = R$.
- Considerando que os raios do Sol são retas paralelas interceptadas por uma transversal (reta r), ele pôde concluir que o ângulo θ formado entre elas também media $7,2^\circ$.

Siena

Eratóstenes sabia que, no solstício de verão do Hemisfério Norte, os raios solares atingiam perpendicularmente a superfície de Siena (atual Assuã). Ele percebeu isso ao observar que, ao meio-dia, a luz atingia o fundo de um grande poço; obeliscos e colunas não faziam sombra ao meio-dia.

| 20 |

Fonte: livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Jezzi et al (2013, p. 20).

Figura 11: Passagem histórica da página 21 do livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013).

Solstícios e equinócios

O solstício ocorre duas vezes ao ano, quando a luz do Sol atinge de forma mais intensa um dos hemisférios da Terra: em junho é verão no Hemisfério Norte e em dezembro é verão no Hemisfério Sul. Entre os dois solstícios há os equinócios de março e setembro, períodos do ano em que a luz solar atinge da mesma maneira os dois hemisférios, fazendo dias e noites terem a mesma duração. Cada um dos solstícios e equinócios marca o início de uma das quatro estações do ano: verão, outono, inverno e primavera.

Eratóstenes

Eratóstenes (Cirene, 276 a.C. — Alexandria, 194 a.C.) era bibliotecário em Alexandria e aprofundou seus estudos na área da matemática. Nascido na Grécia, ele se dedicou também à gramática, à geografia e à astronomia. É considerado um importante colaborador para a Geografia, por ter criado e adotado um vocabulário próprio para esse ramo do saber.

Medidas atuais da Terra

Hoje sabemos que, considerando o achatamento que existe nos polos, o raio polar terrestre é de aproximadamente 6 357 quilômetros e que o comprimento da circunferência polar é de 39 942 quilômetros. Ou seja, podemos afirmar que Eratóstenes obteve com seu método medidas surpreendentemente próximas, considerando a precariedade dos instrumentos utilizados. Por exemplo, qual teria sido a precisão da medida angular feita inicialmente? Além disso, ele considerou que as duas cidades estavam sob o mesmo meridiano, o que hoje, sabe-se, não é exato. Na verdade, há uma diferença de cerca de 3°. Ainda assim, sua iniciativa é plena de méritos, como também seus outros trabalhos nas áreas de Aritmética e Geografia.

Circunferência e raio da Terra

7,2° equivalem a 5 000 estádios
aproximadamente 785 km

360° equivalem a 250 000 estádios
aproximadamente 39 250 km

Como 7,2° equivalem a $\frac{1}{50}$ de 360°, e sabendo que Alexandria estava a 5 mil estádios de Siena, concluiu também que a distância entre as duas cidades corresponderia a $\frac{1}{50}$ da circunferência da Terra. Multiplicou 50 por 5 mil e obteve o comprimento da circunferência terrestre de 250 mil estádios, aproximadamente 39 250 quilômetros. Como o comprimento da circunferência é dado por $2\pi r$, sendo r a medida do raio, para obter o raio terrestre, basta fazer:

$$\frac{39\ 250}{2\pi}$$

o que daria um resultado próximo a 6 250 km.

Raio
6 357 km

Circunferência
39 942 km

A CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA 21

Fonte: livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013, p. 21).

Na avaliação da coleção realizada pelo PNLD 2015, nas resenhas do Guia PNLD 2015, é relatado que nos três volumes da coleção os conteúdos matemáticos estão bem contextualizados nas relações estabelecidas com a História da Matemática. De fato, a única passagem histórica detectada nesse volume, se mostra bem contextualizada com a história e com outra área do conhecimento (Astronomia). Mesmo assim, em cinco capítulos esse recurso didático foi utilizado uma única vez, demonstrando o que já fora discutido aqui, quando Banchi (2006) levanta os aspectos que influenciaram a presença da História da Matemática nos livros didáticos. Isto é, como a História da Matemática passou a constar como item nos critérios de avaliação dos livros didáticos pelo PNLD, muitos autores foram “obrigados” a incrementar passagens históricas em suas obras, é o que aparenta ocorrer em algumas das menções históricas, elas são apresentadas desvinculada do conteúdo em estudo e, algumas, trazem informações totalmente desconectadas do conteúdo.

Desse modo, podemos admitir que, do ponto de vista histórico, a maneira como o conteúdo de Trigonometria é tratado nesse livro didático traz contribuições para o processo ensino-aprendizagem, porém, de maneira superficial e muito resumida. Por outro lado, a única passagem histórica aparece como recurso didático, na qual relaciona o conhecimento matemático com outras áreas do conhecimento e com as práticas sociais. Por fim, a nossa crítica se refere ao número reduzido em que se utiliza a História da Matemática como recurso metodológico.

Livro – Matemática: Ensino Médio – Smole; Diniz (2013), Saraiva, São Paulo:

AUTORES: Kátia Stocco Smole;

Maria Ignez Diniz.

Este livro é constituído de quatro blocos, chamadas de partes e cada parte é dividida em três unidades. A abertura de cada unidade é feita com uma explanação teórica, algumas vezes iniciadas por textos, situações-problema ou exemplos instigantes. A apresentação do conteúdo é acompanhada de exercícios resolvidos, problemas e exercícios. A estrutura da obra apresenta várias seções interessantes, tais como: para recordar, para ler, invente você, saia dessa, ler para resolver, no computador e calculadora, palavra-chave, cálculo rápido e para saber mais, além de textos que permitem relacionar a matemática com outras áreas do conhecimento e as tecnologias.

A Trigonometria é tratada em três unidades (capítulos) que compõem a parte 1. São elas:

- Unidade 1 – Trigonometria: arcos de circunferência e círculo trigonométrico;
- Unidade 2 – Funções trigonométricas: definição, periodicidade e gráfico;
- Unidade 3 – Equações, Inequações e relações trigonométricas.

História Da Matemática (Trigonometria)

Segundo a análise realizada nas três unidades, localizamos apenas três passagens históricas, uma em cada unidade. Todas as três passagens apresentam informações a respeito da temporalidade de personagens, dando certo destaque às suas descobertas e criações. Logo, todas foram classificadas na categoria de sentidos “História Personalística”, seguindo o mesmo padrão das passagens identificadas nos outros livros analisados. No entanto, as mesmas foram ainda categorizadas como “Contexto Sócio-Cultural” e “Fato Curioso”, quanto à natureza do conteúdo veiculado.

Quanto ao objetivo da menção histórica uma foi categorizada como “Recurso Didático” e “Introdução de Conteúdo”, as outras duas como “Apêndices”, conforme tabela 6. Desse modo, identificamos que a maioria das passagens se encontram em seções de leituras complementares, separadas do desenvolvimento do conteúdo. Como especificado no Guia PNLD 2015, nessa obra são feitas menções a fatos importantes a respeito do desenvolvimento da matemática, porém, “não há orientações suficientes sobre seu uso como recurso pedagógico que propicie a construção do conhecimento pelo aluno”. (BRASIL, 2015, p. 63).

Na passagem histórica das páginas 10, 11 e 12 (figuras 12, 13 e 14), encontramos uma das passagens mais ricas em termos de informações históricas, em que a História da Matemática é apresentada dentro de um contexto sociocultural, político e econômico, relacionando esse contexto com o desenvolvimento da Trigonometria. É também uma das poucas passagens, se não a única, em que se apresenta uma certa cronologia do surgimento, desenvolvimento, evolução e importância do saber trigonométrico. Assim, entendemos que essa passagem histórica contribui de forma significativa para a compreensão da importância sociocultural da Trigonometria, na qual a História da Matemática é utilizada como recurso didático.

Figura 12: Passagem histórica da página 10 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).

UNIDADE



Trigonometria: arcos de circunferência e círculo trigonométrico

O texto permite explorar integração com História e Física (Astronomia). Os alunos podem realizar a leitura em duplas, fazer uma lista das aplicações da Trigonometria e pesquisar temas que envolvem cálculo de distâncias inacessíveis. O site da Nasa, indicado na página 12, pode auxiliar na pesquisa.

1. Trigonometria e Astronomia: uma só história

O universo é escrito em linguagem matemática.”
Galileu

Para conhecer a função do texto dirigido ao aluno, veja o **Manual do professor**, páginas 338 e 339.

A humanidade sempre foi movida pela curiosidade e pelo desejo de desvendar o desconhecido. No passado, a busca por riquezas que pudessem existir no outro lado do oceano impulsionou os europeus a empreenderem as Grandes Navegações; mais recentemente, o desejo de conquistar o espaço motivou a corrida à Lua. Hoje a humanidade vai além e utiliza cálculos e aparelhos sofisticados para desbravar outras galáxias e elementos cósmicos, como buracos negros e estrelas supermassivas.

A Trigonometria, entre todas as áreas da Matemática que contribuem para o conhecimento científico, certamente é de fundamental importância para a Astronomia, o estudo do Universo. Essas duas áreas de conhecimento praticamente “nasceram” juntas. Registros e pesquisas arqueológicas indicam que já por volta de 4000 a.C., na região da Mesopotâmia, o céu era cuidadosamente observado para que se pudesse entender o movimento de objetos celestes visíveis a olho nu. Paralelamente às observações, as estimativas de distâncias, tamanhos e posições já eram pensadas a partir dos triângulos, e os planetas conhecidos na época eram representados em círculos fracionados em partes iguais, usando a base 60.

Em especial, os sacerdotes astrônomos da Babilônia conseguiram construir um conhecimento bastante acurado dos planetas, prevendo a posição deles com muita precisão, se compararmos aos dados obtidos com toda a tecnologia da atualidade. Os métodos babilônicos, principalmente para estabelecer o calendário ritualístico e agrícola e fazer previsões de natureza mística, estiveram em uso até os primeiros séculos da nossa era.

PARA LER

Nossa sugestão é que, ao longo deste ano, você leia *Q jeito matemático de pensar*, de Renato J. Costa Valladares (Ed. Ciência Moderna). Nesse livro, o autor procura mostrar, em cada capítulo, o quanto esta ciência faz parte da nossa vida e está presente até mesmo em situações não matemáticas. Comece lendo os dois primeiros capítulos.



Parte da Via Láctea, a estrela Sírius (no canto superior direito) e a estrela Eta Carinae (nebulosa vermelha no canto inferior esquerdo) vistas de uma das ilhas da Flórida (EUA). Conheça a seção **Para ler** no **Manual do professor**, página 347.

Tony Hallas/Science Faction/Corbis/Latinstock



Imagem da galáxia espiral M81: a imagem combina dados dos telescópios Hubble e Spitzer e das missões do satélite Galaxy Evolution Explorer (GALEX).

Scott Camazine/Alamy/Other Images

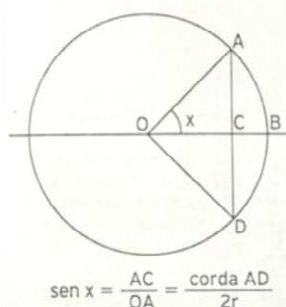
10

| PARTE 1 TRIGONOMETRIA

Fonte: livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013, p. 10).

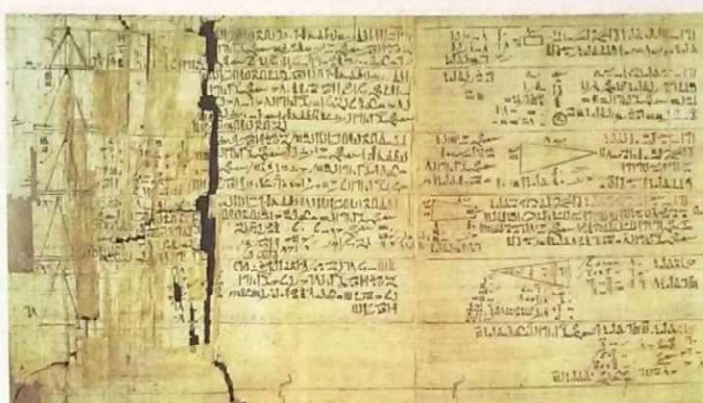
Figura 13: Passagem histórica da página 11 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).

Sob a influência da Astronomia dos babilônicos, Hiparco de Niceia (180 a.C.-125 a.C.), considerado o “pai da Trigonometria” e também o maior astrônomo daquela época, construiu a primeira tabela trigonométrica, pelo menos de que se tem notícia, com os valores das cordas de ângulos de 0° a 180°. A tabela foi utilizada por ele para determinar o nascer (visibilidade a partir da Terra) e o ocaso de diversas estrelas.



A estreita relação entre as duas ciências, Astronomia e Trigonometria, ficou evidente na Idade Média, com o interesse em desvendar nosso lugar no céu (geocentrismo ou heliocentrismo) e em descrever as leis que governam os movimentos dos corpos celestes. Além disso, os avanços da navegação marítima implicaram a necessidade de elaboração de mapas cartográficos e topográficos precisos, bem como a exatidão de cálculos da astronomia posicional, para determinação de localização e tempo, durante as navegações que desbravavam novas terras.

Entre os muitos avanços da parceria entre Astronomia e Trigonometria destaca-se, em 1838, o trabalho de Bessel (1784-1846), que conseguiu detectar a distância da Terra à estrela 81 Cygni utilizando cálculos trigonométricos com medidas angulares em relação ao movimento da Terra em sua órbita. A medição de Bessel é considerada um marco importante no cálculo de distâncias cósmicas, constituindo-se basicamente no ponto de partida para o progresso das pesquisas avançadas do espaço sideral.



Rolo de papiro encontrado em uma tumba em Tebas (no Egito Antigo). Ele é a fonte mais valiosa que se tem sobre a Matemática egípcia.

RÉGUA NAS ESTRELAS

Entenda como se monta a equação que mede a distância até as estrelas.

1 Pontos...

Em janeiro, os astrônomos observam a posição de uma estrela próxima da Terra.

2 ... de vista

Em julho, a Terra está no ponto oposto da sua órbita. Quando a mesma estrela é observada, ela parece ter se deslocado.

3 Seno e cosseno

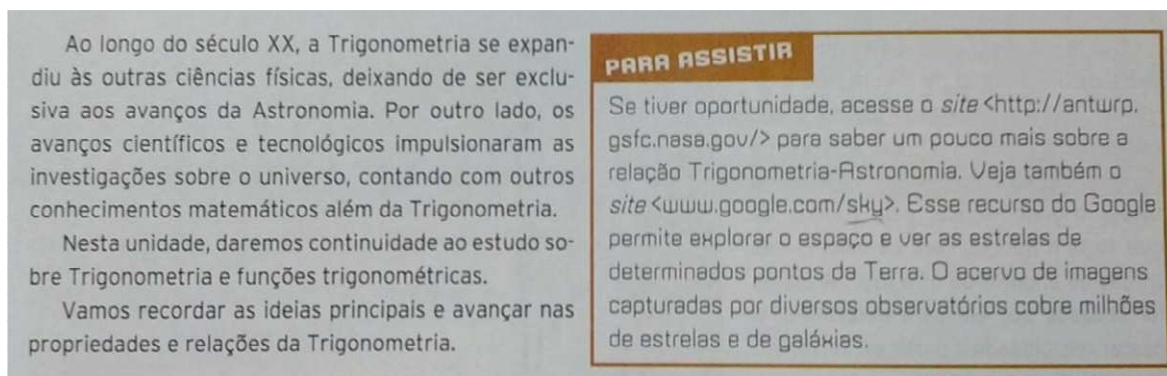
Os astrônomos identificam esse deslocamento aparente da estrela e, graças à “mágica” da Trigonometria, obtêm a distância da estrela.

Longe daqui

Para astros mais distantes, o método é diferente: compara-se a luz da estrela com a de astros conhecidos, e aí se faz uma estimativa.

(Ilustração fora de escala e em cores-fantasia.)

Figura 14: Passagem histórica da página 12 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).



Fonte: livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013, p. 12).

Desse modo, podemos afirmar que a História da Matemática, assim como nas demais obras analisadas, é tratada como um conhecimento desvinculado do conteúdo matemático propriamente dito. Essas poucas passagens históricas trazem algumas contribuições para a compreensão do desenvolvimento histórico do conteúdo de Trigonometria, por outro lado, a forma como revelam os contextos sociais, políticos, econômicos e culturais das descobertas matemáticas é muito superficial e separada do conteúdo em estudo.

Por fim, como já registrado, em virtude da importância do livro didático no cenário educacional brasileiro, a maneira como a História da Matemática é abordada nesse volume e, conseqüentemente, inserida nas salas de aulas, se torna preocupante.

Livro – Novo Olhar: Matemática – Vol. 2 – Souza (2013), FTD, São Paulo:

AUTOR: Joamir Souza.

Esse livro está organizado em cinco unidades que se dividem em capítulos, ao todo são nove capítulos. No início de cada unidade usa-se um texto que visa contextualizar os tópicos a serem estudados. Os conteúdos são explanados acompanhados de exemplos e de atividades resolvidas e propostas. Os capítulos são finalizados com as seções: explorando o tema, buscando interagir a matemática com outras áreas do conhecimento; refletindo sobre o capítulo e com atividades complementares.

Dos nove capítulos que compõem essa obra, o tema Trigonometria é tratado em apenas dois capítulos que compõem a unidade 1. São eles:

- Capítulo 1 – Trigonometria na circunferência e funções trigonométricas;
- Capítulo 2 – Fórmulas de transformação, relações e equações trigonométricas.

História Da Matemática (Trigonometria)

Nos dois capítulos analisados, identificamos quatro abordagens históricas. Como nos demais livros analisados, a maior parte das passagens históricas estão classificadas na categoria dos sentidos “História Personalística”. Novamente, comprovando a exaltação aos feitos individuais de matemáticos famosos e a construção da História da Matemática justificada pela própria matemática. Na avaliação exposta no Guia PNLD 2015, é confirmado essa concepção, “(...) na história da Matemática, recorre-se apenas ao relato de eventos ou a biografias, sem que seus tópicos sejam empregados como recurso didático para compreensão atual dos conceitos matemáticos”. (BRASIL, 2015, p. 72).

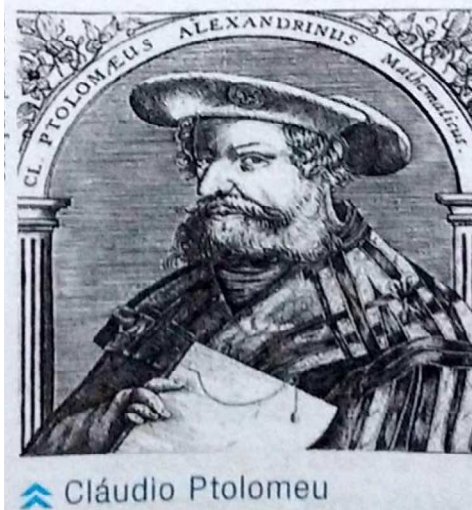
No que se refere ao objetivo da menção histórica, a maioria se insere nas categorias “Introdução de Conteúdos” e “Apêndice”. Isto é, a maior parte das menções históricas ou está nas páginas de abertura de capítulos ou em seções, leituras complementares e quadros. Isso nos revela que a História da Matemática é tratada como um conhecimento separado em relação ao saber matemático propriamente dito, ou seja, não é utilizada como parte do conteúdo matemático, evidenciando seu desenvolvimento histórico ao longo do tempo.

Como o livro não apresenta seção destinada a tratar sobre a História da Matemática, como outros trazem, quando se quer usar a História da Matemática para introduzir capítulos ou outras seções extensas, o autor recorre a quadros nas margens da página como podemos perceber nas páginas 10, 16 e 25 do livro em questão, como podemos observar na figura 15. Eis o motivo pelo qual a maioria das passagens históricas está incluída nas categorias “Introdução de Conteúdo” e “Apêndice” ao mesmo tempo, como podem ser vistos no quadro 10.

Figura 15: Passagem histórica da página 16 do livro Novo Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013).

Circunferência trigonométrica

Acredita-se que as relações trigonométricas na circunferência foram estabelecidas inicialmente pelos gregos, sendo o astrônomo Hiparco (c. 180-125 a.C.) um dos seus mais importantes contribuintes. Cláudio Ptolomeu (c. 150 d.C.), um dos sucessores de Hiparco, construiu uma notável tábua de cordas determinadas pelo ângulo central de uma circunferência. Essa tábua de cordas equivale ao que conhecemos hoje como tabela trigonométrica dos senos.



Fonte: livro No Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013, p. 16).

Ademais, apesar de um número razoável de passagens históricas, essas passagens quase não evidenciam os contextos sociais, políticos, econômicos e culturais das descobertas

matemáticas e atribuem maior destaque aos feitos individuais de notáveis personalidades da História da Matemática, compatível com as práticas discursivas adotadas no modelo científico comumente mais aplicado.

Desse modo, concluímos que, neste livro, apesar das passagens históricas serem, quantitativamente, poucas e muito resumidas, a História da Matemática se apresenta de forma bem dividida e informativa. Apresenta duas passagens históricas dando ênfase ao contexto histórico-cultural e as descobertas de grandes matemáticos e uma outra em que a História da Matemática é utilizada para revelar o possível surgimento da Trigonometria e seu desenvolvimento histórico.

6.3 CLASSIFICAÇÃO DAS PASSAGENS HISTÓRICAS QUANTO AS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APONTADAS POR MIGUEL (1993)

Apresentamos agora uma classificação das passagens históricas do conteúdo de Trigonometria encontradas nos livros didáticos analisados com relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993), conforme já descrito no capítulo 5.

Antes de iniciarmos a exposição de nossa classificação, entendemos ser essencial estabelecer uma relação de aproximação entre as dez categorias de sentidos elencadas por Alencar (2014), utilizadas em nossa pesquisa para categorizar as passagens históricas quanto à natureza do conteúdo veiculado e quanto ao objetivo da menção histórica, com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993).

6.3.1 Categoria de sentidos e as potencialidades pedagógicas da História da Matemática

Durante a nossa análise dos livros didáticos e na categorização das passagens históricas identificadas nos livros didáticos, começamos a perceber algumas potencialidades pedagógicas explícitas nessas menções históricas. Desse modo, surgiu a intenção de buscar relacionar as categorias de sentidos definidas por Alencar (2014) com as potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993), entendendo que facilitará a classificação de cada passagem histórica com relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Dessa forma, formulamos uma tabela com as categorias de sentidos relacionando cada uma com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. A numeração das potencialidades segue a ordem de descrição feita por Miguel (1993).

Quadro 11: Classificação das categorias de sentidos definidas por Alencar (2014) quanto as potencialidades pedagógicas apontadas por Miguel (1993).

Categoria de sentidos (ALENCAR, 2014)	Potencialidades pedagógicas da HM – PP (MIGUEL, 1993)
História Personalística	PP2. A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (<i>História-Objetivo</i>);
Centralidade no Conteúdo	PP2. A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (<i>História-Objetivo</i>)
Fato Curioso	PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>);
Comentário Sutil	PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>);
Contexto Histórico-Matemático	PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>); PP2. A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (<i>História-Objetivo</i>); PP5. A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino (<i>História-Desmistificação</i>); PP6. A história como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (<i>História-Formalização</i>); PP8. A história é um instrumento unificador dos

	vários campos da matemática (<i>História-Unificação</i>); PP13. A história é um instrumento revelador da natureza da matemática (<i>História-epistemologia</i>);
Contexto Sócio-Cultural	PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>); PP2. A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (<i>História-Objetivo</i>); PP12. A história é um instrumento de resgate da identidade cultural (<i>História-Cultura</i>);
Introdução de conteúdos	Poderá ser qualquer uma das 13 potencialidades ¹⁹ .
Apêndice	Poderá ser qualquer uma das 13 potencialidades ²⁰ .
Recurso Didático	PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>); PP3. A história é uma fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos (<i>História-Método</i>); PP7. A história é um instrumento para constituição de um pensamento independente e crítico (<i>História-Dialética</i>); PP9. A história é um instrumento promotor de atitudes e valores (<i>História-Axiologia</i>); PP10. A história como um instrumento de conscientização epistemológica (<i>História-Conscientização</i>);

¹⁹ Dependerá do sentido que a passagem histórica for apresentada no início do capítulo ou de uma grande seção.

²⁰ Dependerá do sentido que a passagem histórica for apresentada.

	PP11. A história é um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (<i>História-Significação</i>);
Atividades sobre História da Matemática	<p>PP1. A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática (<i>História-Motivação</i>);</p> <p>PP2. A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (<i>História-Objetivo</i>);</p> <p>PP3. A história é uma fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos (<i>História-Método</i>);</p> <p>PP4. A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (<i>História-Recreação</i>);</p> <p>PP6. A história como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (<i>História-Formalização</i>);</p> <p>PP7. A história é um instrumento para constituição de um pensamento independente e crítico (<i>História-Dialética</i>);</p> <p>PP8. A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática (<i>História-Unificação</i>);</p> <p>PP9. A história é um instrumento promotor de atitudes e valores (<i>História-Axiologia</i>);</p> <p>PP10. A história como um instrumento de conscientização epistemológica (<i>História-Conscientização</i>);</p> <p>PP11. A história é um instrumento de promoção</p>

	da aprendizagem significativa e compreensiva (<i>História-Significação</i>); PP12. A história é um instrumento de resgate da identidade cultural (<i>História-Cultura</i>);
--	--

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o quadro 11, podemos inferir que a categoria de sentidos “contexto histórico-Matemático” e “recurso didático” estão relacionadas com seis potencialidades pedagógicas da História da Matemática, cada uma. Inferimos, também, que as passagens históricas que tratam da evolução de uma descoberta matemática, da importância de um conceito matemático ao longo da história ou do conhecimento e utilização do conteúdo por outros povos ou por um matemático em outro momento histórico, sem inserção nos contextos político, social, econômico ou cultural, apenas matemático (Contexto histórico-Matemático) estão relacionadas com seis potencialidades pedagógicas (PP1; PP2; PP5; PP6; PP8; PP13). Já as menções históricas que contribuem para o ensino e aprendizagem da matemática, tanto no desenvolvimento ou introdução de um conteúdo, quanto nos exercícios ou em propostas para realização de trabalhos ou pesquisas (Recurso Didático) também contemplam seis potencialidades pedagógicas (PP1; PP3; PP7; PP9; PP10; PP11).

Merece destaque a categoria de sentido, quanto ao objetivo da menção histórica, Atividades sobre História da Matemática, em que podemos relacioná-la com onze das treze potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993). Como explicitamos no quadro 11, são elas PP1, PP2, PP3, PP4, PP6, PP7, PP8, PP9, PP10, PP11 e PP12.

Vale ressaltar que o objetivo das categorias de sentidos não se refere ao fato de elencar potencialidades pedagógicas da História da Matemática, como já visto, são relativas à natureza do conteúdo veiculado e aos objetivos da menção histórica. Como visto no quadro 11, as duas categorias de sentidos “Introdução de Conteúdo” e “Apêndice”, não foram relacionadas com algumas das potencialidades pedagógicas em virtude dessas passagens históricas serem categorizadas com o objetivo de abrir o estudo de um determinado conteúdo matemático, seja no início de um capítulo ou de uma grande seção. Nesse caso das categorias “Introdução de Conteúdo” e “Apêndice”, as passagens históricas que estão desvinculadas do desenvolvimento normal do conteúdo, como em seções ou leituras complementares separadas nos finais de capítulos, em seções especiais no meio do conteúdo, colocadas numa condição apartada do conteúdo matemático, também se relacionam com as potencialidades

pedagógicas. Isto é, essas abordagens históricas também foram categorizadas de acordo com a natureza do conteúdo veiculado, aparecendo em outras categorias de sentidos.

6.4 OCORRÊNCIAS DAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APONTADAS POR MIGUEL (1993) NOS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

Apresentaremos a seguir a classificação das potencialidades pedagógicas da História da Matemática de todas as passagens históricas coletadas na investigação dos seis livros analisados. A ordem de exposição seguirá a mesma ordem em que as coleções foram expostas no Guia PNLD 2015. Utilizaremos ainda a abreviação PP para Potencialidade Pedagógica, seguindo a mesma ordem numérica já realizada na tabela 1.

6.4.1 Livro 1: Conexões com a Matemática – Volume 2 – Leonardo (2013). Moderna, São Paulo

Quadro 12: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Conexões com a Matemática, volume 2, de Leonardo (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
26	PP2(História-Objetivo).
44	PP2(História-Objetivo).
46	PP2(História-Objetivo).

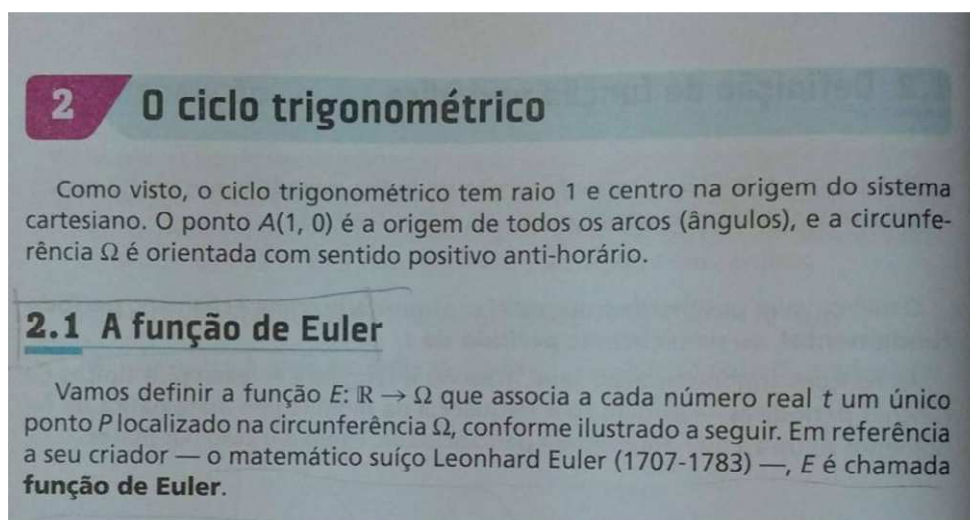
Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o exposto anteriormente, na obra em análise, dos três capítulos que abordam o conteúdo de Trigonometria só aparecem três menções históricas, todas classificadas na categoria de sentidos de “História Personalística”. Desse modo, apenas relaciona um teorema e uma lei matemática a duas personalidades consideradas importantes na História da Matemática. De acordo com a nossa classificação feita no quadro 11, a categoria História Personalística está relacionada com a potencialidade pedagógica PP2 – *história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo)*, em virtude dessas menções históricas serem utilizadas com a finalidade de se atingir com os alunos o objetivo pedagógico que os levem a perceber “a matemática como uma criação humana” e “as razões pelas quais as pessoas fazem matemática”. Como ainda, permite

compreender a origem das ideias que deram forma a nossa cultura e observar também os aspectos humanos do seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas ideias e estudar as circunstâncias em que elas se desenvolveram, sendo, portanto, as mais efetivas entre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática nesse livro didático.

Para melhor compreensão do que estamos discutindo, exibimos na figura 16 uma das passagens históricas dos capítulos analisados. Isto é, ela faz referência ao matemático suíço Leonhard Euler como o criador da função E .

Figura 16: Passagem histórica da página 44 do livro *Conexões com a Matemática*, vol. 2, de Leonardo (2013).



Fonte: livro *Conexões com a Matemática*, vol. 2, de Leonardo (2013).

Pela figura 16 percebe-se que o autor inclui na sua obra um dado histórico que estabelece a relação entre o conteúdo estudado e a figura de um grande matemático, no caso o matemático suíço Leonhard Euler, destacando a função E , que associa a cada número real t um único ponto P localizado na circunferência Ω , como sua criação, o que é muito comum na História da Matemática nos livros didáticos.

Como já apontamos na análise das passagens históricas, o tratamento dado ao conteúdo de Trigonometria nessa obra do ponto de vista histórico é pouco útil para o processo ensino-aprendizagem. As menções históricas identificadas não utilizam a História da Matemática como recurso didático, não possibilitam compreender o desenvolvimento histórico da Trigonometria e muito menos favorece a construção do conhecimento histórico do aluno, contemplando apenas uma das treze potencialidades pedagógicas da História da matemática defendidas por Miguel (1993).

6.4.2 Livro 2: Matemática: Contexto e Aplicações – Volume 2 – Dante (2013). Ática, São Paulo.

Quadro 13: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: contexto e aplicações, volume 2, de Dante (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
24-25	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP4(História-Recreação), PP5(História-Desmistificação), PP6(História-Formalização), PP7(História-Dialética), PP8(História-Unificação), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização)), PP11(História- Significação, PP12(História-Cultura), PP13(História-Epistemologia).
26	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP5(História-Desmistificação), PP6(História-Formalização), PP8(História-Unificação), PP12(História-Cultura), PP13(História-Epistemologia).
34	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP4(História-Recreação), PP7(História-Dialética), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização)), PP11(História- Significação, PP12(História-Cultura).
35	PP2(História-Objetivo).
55	PP2(História-Objetivo).

Fonte: Dados da pesquisa.

As cinco passagens históricas identificadas nos quatro capítulos do conteúdo analisado desse livro didático foram categorizadas de acordo com as categorias de sentidos em “História Personalística”, “Contexto Histórico-Matemático”, “Contexto Sócio-Cultural”, “Introdução de Conteúdo”, “Apêndice” e “Recurso Didático”. Desse modo, as cinco

passagens históricas revelam as treze potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993), tendo em vista que algumas das passagens históricas foram classificadas em mais de uma categoria de sentido, evidenciando assim várias potencialidades.

A passagem histórica das páginas 24 e 25 (figuras 17 e 18), trata-se de um texto com várias citações históricas, relacionando a matemática com outras ciências, atribuições de descobertas a personalidades matemáticas, contextualiza e faz referências ao desenvolvimento do conteúdo de Trigonometria e propõe uma atividade interpretativa e de pesquisa sobre personalidades matemáticas e da história das ciências. Essa passagem é rica de informações históricas e contribui para a promoção da compreensão da Trigonometria como uma criação humana, evidenciando as razões pelas quais as pessoas precisam fazer matemática e facilita a percepção da história como fonte: de motivação, de seleção de objetivos, de métodos adequados, de seleção de problemas, de desmistificação da matemática, de formalização de conceitos matemáticos, de promoção do pensamento independente e crítico, de unificar os vários campos da matemática, de promoção de atitudes e valores, de conscientização epistemológica, de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva, de resgate da identidade cultural e de revelação da natureza da matemática.

Figura 17: Passagem histórica da página 24 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).

Outros contextos



Neo Edmund/Sutterstock/Corbis Images

Satélite.



Erich Lessing/Alamy/Liaison

Mapa babilônico. Não se sabe, ao certo, a sua idade. Calculam os estudiosos que tenha entre 2400 e 2200 anos antes da Era Cristã.



Sheila Terry/Science Photo Library/Liaison

Homeric Cosmogony

Mapa da Terra baseado nos mitos e conhecimentos dos antigos gregos na época de Homero (1º e 2º milênios antes de Cristo).

O mundo na palma das mãos

Durante séculos, os astros e a Matemática foram os instrumentos que permitiram ao ser humano desenhar mapas para se localizar no planeta. Hoje, quando o planeta é visto de cima pelos satélites, seus contornos não têm mais segredo.

Antes mesmo de começar a escrever, é provável que as pessoas das primeiras civilizações rabiscassem representações gráficas dos lugares por onde passavam. O mapa mais antigo de que se tem notícia é de origem babilônica. Trata-se de um tablete de argila cozido e que contém a representação de duas cadeias de montanhas e, no centro delas, um rio, provavelmente o Eufrates.

Por mais de vinte séculos, o ser humano olhou para o céu para calcular distâncias e representá-las nos mapas. Hoje faz o inverso: vai para o espaço e de lá consegue imagens do planeta com uma precisão inalcançável para quem tem os pés na Terra.

No Egito, essa prática começou cedo. Os egípcios já conheciam a triangulação, uma técnica para determinar distâncias baseada na Matemática, que seria depois usada por muitos outros povos. A triangulação utiliza um princípio da Trigonometria: se um lado e dois ângulos de um triângulo são conhecidos, é possível calcular o terceiro ângulo e os outros dois lados. Determinava-se, então, uma base para se chegar às distâncias desejadas. A medição de terras era quase vital para os faraós e sacerdotes, já que seus incontáveis gastos eram garantidos basicamente pelos impostos cobrados sobre a terra, pagos em cereais.

Mas quem achou o mapa do tesouro da Cartografia foram os gregos. “Eles foram o primeiro povo a ter uma base científica de observação”, conta a cartógrafa Regina Vasconcelos, professora da Universidade de São Paulo e membro da Associação Cartográfica Internacional. “A princípio, os gregos acreditavam ser a Terra um disco achatado.” Seus primeiros mapas-múndi, como o de Anaximandro de Mileto (610 a.C.-546 a.C.), eram representados por um círculo onde um oceano circundava os três continentes conhecidos: Europa, Ásia e África.

24
Unidade 1 • Trigonometria

Fonte: livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013, p. 24).

Figura 18: Passagem histórica da página 25 do livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013).

Ainda no século VI a.C., a escola de Pitágoras apresentou uma Terra esférica. Essa suposição tinha base em observações práticas, como a sombra projetada por um eclipse, e considerações filosóficas, como o fato de a esfera ser a forma geométrica mais perfeita.

Coube ao filósofo e astrônomo Erastóstenes (276 a.C.-194 a.C.) a tarefa de medir a circunferência da Terra. Também conhecedor de Matemática, Erastóstenes usou a Trigonometria em seus cálculos. Ele observou que nos dias 20 e 21 de junho o ângulo que os raios do Sol faziam com a superfície da Terra na cidade de Siena (hoje Assuã) era de 90°. Nos mesmos dias, esse ângulo era de 7° para a cidade de Alexandria. Por meio de relatos de viajantes, Erastóstenes sabia que a distância entre as duas cidades era de cerca de 5 000 estádios, ou 206 250 metros. Mais uma vez usando Trigonometria, ele foi capaz de calcular a circunferência da Terra. Chegou ao resultado de 45 000 quilômetros. Uma precisão razoável, já que o valor real é de 40 076 quilômetros.

Posidônio (135 a.C.-51 a.C.), um século mais tarde, utilizou a distância entre Rodas e Alexandria e a altura da estrela Canopus para fazer o mesmo cálculo, chegando ao resultado de 29 000 quilômetros. Provavelmente, foi esse o cálculo adotado por Cristóvão Colombo, quinze séculos mais tarde, fazendo-o acreditar, pelo tempo de viagem, que havia chegado às Índias.

O sistema de coordenadas geográficas latitude e longitude também é um legado dos gregos, graças, mais uma vez, à Matemática, e também às observações de fenômenos celestes.

Adaptado de LUCÍRIO, Ivonete D.; HEYMANN, Gisela. *Superinteressante*. Disponível em: <<http://super.abril.com.br/tecnologia/localizacao-terra-mundo-palma-maos-440278.shtml>>; <<http://www.algosobre.com.br/geografia/cartografia.html>>. Acesso em: 7 dez. 2012.

Trabalhando com o texto

1. Na época de Erastóstenes não existiam instrumentos de medição precisos, por isso ele cometeu um erro ao calcular que a circunferência da Terra era de 45 000 km. Considerando que a circunferência da Terra é de 40 000 km, qual foi o percentual de erro de Erastóstenes? 12,5%

Pesquisando e discutindo

2. Quem foi Claudius Ptolomeu e qual foi a sua importância no desenvolvimento da Cartografia?
3. Em que período histórico a Cartografia teve maior relevância? Como é, atualmente, o trabalho do cartógrafo? E qual a importância dessa profissão?
4. Em um mapa da sua cidade, localize diversos pontos importantes como escolas, universidades, hospitais. Depois, compare com mapas feitos por colegas de classe.

Veja mais sobre o assunto

Procure mais informações em jornais, revistas e nos sites:

- Cartografia: <www.cartografia.org.br> e <www.suapesquisa.com/grandesnavegacoes>.
- Artigo: Equador, paralelos e meridianos: apenas linhas imaginárias?: <www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_27/equador.pdf>. Acessos em: 7 dez. 2012.

2. Ele escreveu a obra mais importante da Cartografia na época clássica, "Geographia", na qual apresenta as coordenadas de 8 000 lugares e, no último volume, dá dicas para a elaboração de mapas mundi e discute alguns pontos fundamentais da Cartografia. Ele também foi o primeiro a defender a teoria Geocêntrica, afirmando que a Terra era um corpo fixo em torno do qual giravam os outros planetas.

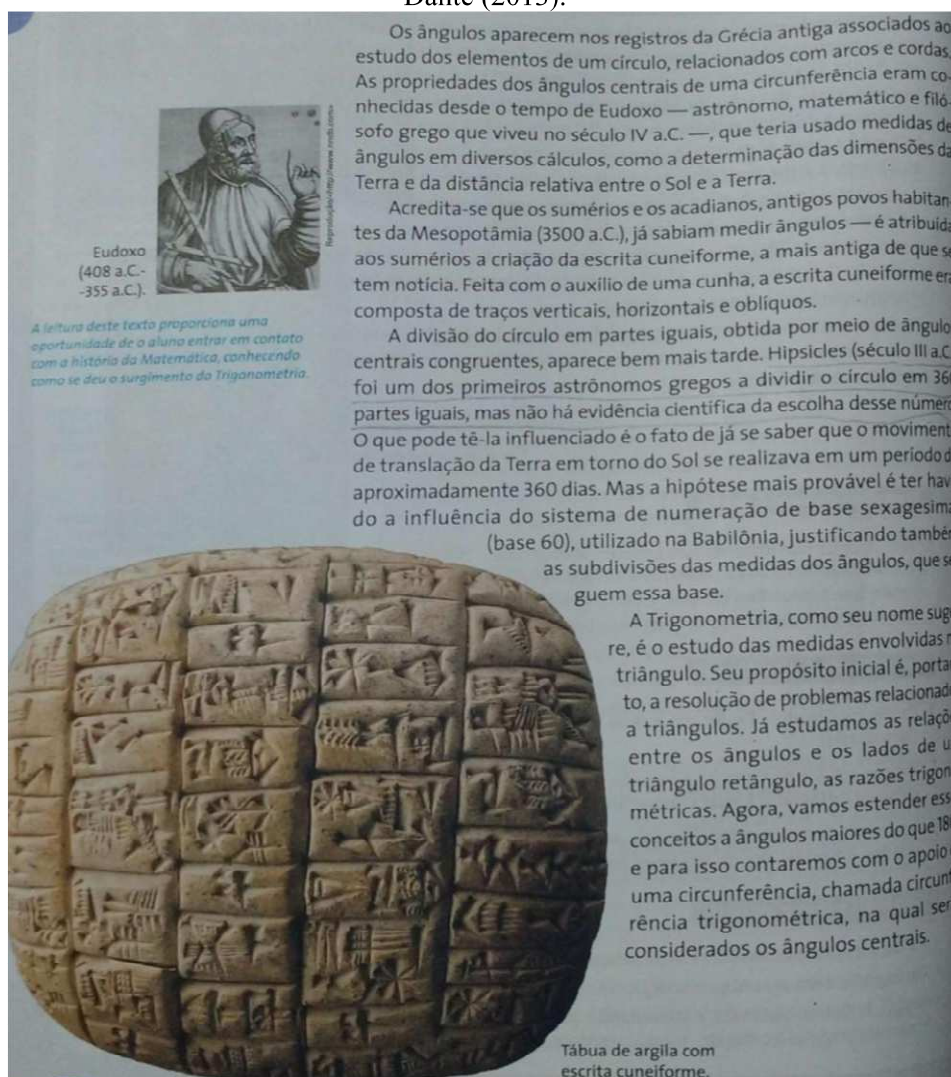
3. Na época das Grandes Navegações e Descobrimentos Marítimos (séculos XV e XVI), pois era importante que as embarcações não se perdessem nos vastos oceanos. Atualmente, os cartógrafos trabalham com informações gráficas enviadas por satélites. Como esses dados são precisos, o cartógrafo deve interpretá-los e organizá-los de forma científica. Os mapas cartográficos auxiliam na agricultura, na previsão do tempo, na construção de rodovias, na aviação, no planejamento ambiental, em sistemas de orientação que usamos no dia a dia e contribuíram para o estudo de diversas áreas da Geografia.

Capítulo 1 • Trigonometria: resolução de triângulos quaisquer 25

Fonte: livro Matemática: contexto e aplicações, vol. 2, de Dante (2013, p. 25).

A página 26 do livro em questão, versa sobre um texto histórico introdutório ao capítulo que trata sobre os conceitos trigonométricos básicos, categorizado em quatro categorias de sentidos e revela sete potencialidades pedagógicas da História da matemática defendidas por Miguel (1993).

Figura 19: Passagem histórica da página 26 do livro *Matemática: Contextos e Aplicações*, vol. 2, de Dante (2013).



Fonte: livro *Matemática: Contextos e Aplicações*, vol. 2, de Dante (2013, p. 26).

A passagem histórica da figura 19, classificada também como “História Personalística” e “Introdução de Conteúdo”, destaca os nomes de grandes matemáticos e, principalmente, perpassa momentos marcantes na História da Matemática em que se sobressai o estudo da Trigonometria. Essa passagem favorece a percepção de várias funções pedagógicas da História da Matemática. Tais como: a construção da História da Matemática pela própria matemática, a motivação e objetivos para o ensino da matemática, as razões pelas quais necessitamos dessa ciência, a percepção de como esse conhecimento foi historicamente produzido, as conexões entre a matemática e a astronomia, a desmistificação da matemática e a formalização de conceitos matemáticos.

Desse modo, mesmo observando que essas passagens históricas evidenciam muitas das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, quando evidenciam os contextos sociais e culturais das descobertas matemáticas surgem na introdução ou na parte final de um

capítulo, desvinculadas do desenvolvimento normal do conteúdo, ou seja, colocadas numa condição apartada do conteúdo matemático.

6.4.3 Livro 3: Matemática – Paiva – Volume 2 – Paiva (2013). Moderna, São Paulo.

Quadro 14: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Paiva, volume 2, de Paiva (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
7	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP7(História-Dialética), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização), PP11(História-Significação), PP12(História-Cultura).
16	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP4(História-Recreação), PP5(História-Desmistificação), PP6(História-Formalização), PP7(História-Dialética), PP8(História-Unificação), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização), PP11(História-Significação), PP12(História-Cultura), PP13(História-Epistemologia).
45	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo)

Fonte: Dados da pesquisa.

Como vimos no quadro 6, esse livro didático apresenta apenas três passagens históricas. As mesmas foram classificadas em “História Personalística”, “Fato Curioso”, “Contexto Histórico-Matemático” e “Contexto Sócio-Cultural”, quanto à natureza do conteúdo veiculado. Já quanto ao objetivo da menção histórica, classificamos em “Introdução de conteúdos”, “Apêndice” e “Recurso Didático”.

Pelo quadro 14, percebemos que as passagens históricas revelaram de forma mais efetivas as potencialidades PP1 – *A história é fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática* e a PP2 - *A história é uma fonte de seleção de objetivos para o*

ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, mesmo apresentando apenas três passagens históricas, as mesmas revelaram todas as treze potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993), contribuindo para um indicativo de que a História da Matemática é tratada nessa obra de forma efetiva, bem compartimentada e informativa.

No entanto, é notório e necessário salientar que isso deve ser muito bem explorado e ponderado, pois essas potencialidades só serão efetivadas se o professor tiver habilidades para se trabalhar com o uso da História da Matemática em sala de aula. Reportamo-nos ao fato de que essa análise é muito subjetiva, esses resultados que estão sendo construídos aqui não podem ser entendidos como algo concluído, ao ponto de que a efetivação dessas potencialidades pedagógicas em sala de aula ficará sujeita ao conhecimento do professor.

Uma passagem histórica que merece destaque com relação as demais se encontra na página 7 desse livro, conforme a figura 20.

Figura 20: Passagem histórica da página 7 do livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013).



Fonte: livro Matemática - Paiva, vol. 2, de Paiva (2013).

Nessa passagem (figura 20), o autor inicia o capítulo 1 fazendo um relato sobre o contexto social, político e científico da época em que se desenvolveram os estudos sobre o triângulo retângulo. O texto discorre sobre a demarcação de terras no antigo Egito (cerca de

3000 a.C.) provocadas pelas enchentes do rio Nilo, apresentando um rico contexto histórico-cultural. Nessa época os egípcios já sabiam que um triângulo com as medidas 3, 4 e 5 determinava um ângulo reto. O texto faz referência ao grego Aristarco como o pioneiro em calcular a distância da terra a lua e ao sol utilizando o triângulo retângulo. Portanto, a passagem histórica relata o desenvolvimento de uma teoria matemática num determinado momento histórico. Além do texto, o autor utiliza uma imagem, representando os “esticadores de corda”, como eram chamados os egípcios agrimensores naquela época. Ainda que a menção histórica não tenha aprofundado o tema, o fato de tê-la abordado possibilita levantar questionamentos em sala de aula e contribuir para um debate mais acentuado, a depender também da condução do professor. Como ainda, nos permite identificar várias potencialidades pedagógicas da História da Matemática, tais como: história-motivação, história-objetivo, história-método, história-dialética, história-axiologia, história-conscientização, história-significação e história-cultura.

Como já dito, esse livro contempla a Trigonometria em 5 (cinco) capítulos, porém, as passagens históricas foram detectadas duas no capítulo 1 e uma no capítulo 2. Ou seja, os capítulos 3, 4 e 5 não apresentam nenhuma abordagem histórica. Como evidenciamos em nosso referencial teórico, as preocupações com o uso da História da Matemática como recurso metodológico vem crescendo nas últimas duas décadas, no entanto, os livros didáticos aprovados pelo PNLD e escolhido para serem utilizados nas escolas públicas brasileiras, ainda não tratam essa temática de forma efetiva e consistente.

6.4.4 Livro 4: Matemática – Ciência e Aplicações – Volume 2 – Iezzi et al (2013). Saraiva, São Paulo.

Quadro 15: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática – Ciência e Aplicações, volume 2, de Iezzi et al (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
20-21	PP1 PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP7(História-Dialética), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização), PP11(História-Significação), PP12(História-Cultura).

Fonte: Dados da pesquisa.

Na obra em análise, dos cinco capítulos que abordam o conteúdo de Trigonometria só aparecem uma única menção histórica, classificada nas categorias de sentidos de “História Personalística”, “Apêndice” e “Recurso Didático”. Desse modo, essa obra apresenta uma considerável quantidade de capítulos que aborda o conteúdo de Trigonometria, mas a que apresenta a menor quantidade de passagens históricas.

Pela nossa classificação feita no quadro 9, a categoria “História Personalística” está relacionada com a potencialidade pedagógica PP2 – *A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo)*, em virtude de a passagem histórica referir-se ao conteúdo com a finalidade de se atingir com os alunos o objetivo pedagógico que os levem a perceber “a matemática como uma criação humana”. Já a categoria “Recurso Didático” está relacionada com seis potencialidade pedagógicas da História da Matemática (PP1, PP3, PP7, PP9, PP10, PP11 e PP12).

Para melhor entendimento do que estamos discutindo, exibimos na próxima figura 21 a passagem histórica objeto dessa discussão.

Figura 21: Passagem histórica da página 20 do livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013).

Aplicações

Medindo distâncias inacessíveis

MATEMÁTICA E ASTRONOMIA

Na Antiguidade, os gregos exerceram um papel importante no desenvolvimento de diversos ramos do conhecimento humano. Movidos talvez pela curiosidade ou fascínio pelos astros, empreenderam incursões interessantes em assuntos de astronomia. Um deles foi Eratóstenes, que conseguiu medir o comprimento da circunferência da Terra a partir da observação das sombras formadas pela luz solar.

O estádio

Eratóstenes calculou a distância entre Siena e Alexandria com base no tempo de viagem das caravanas, que percorriam a média de 100 estádios por dia. Estádio era a medida usada pelos gregos, que equivale a aproximadamente 157 metros. Para ir de uma cidade à outra, as caravanas levavam, em média, 50 dias e, ao calcular essa distância com a unidade de medida da época, Eratóstenes chegou a 5 mil estádios, aproximadamente 785 quilômetros.

Alexandria

Ele pensou em observar a inclinação dos raios solares em Alexandria, outra cidade egípcia ao sul de Siena, no solstício de verão do ano seguinte. Eratóstenes observou que um objeto, provavelmente uma vareta ou coluna fincada no solo, em área aberta, fazia sombra ao meio-dia.

Ele verificou que o ângulo formado entre a coluna e os raios solares (θ) era de $7,2^\circ$.

- Considerando o prolongamento das linhas verticais a partir de uma coluna perpendicular ao solo em Siena (S) e outro em Alexandria (A), deduziu que essas linhas deveriam se encontrar no centro da Terra (C), determinando um ângulo θ . Note que $AC = SC = R$.
- Considerando que os raios do Sol são retas paralelas interceptadas por uma transversal (reta r), ele pôde concluir que o ângulo θ formado entre elas também media $7,2^\circ$.

Siena

Eratóstenes sabia que, no solstício de verão do Hemisfério Norte, os raios solares atingiam perpendicularmente a superfície de Siena (atual Assuã). Ele percebeu isso ao observar que, ao meio-dia, a luz atingia o fundo de um grande poço; obeliscos e colunas não faziam sombra ao meio-dia.

| 20 |

Fonte: livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013, p. 20).

Figura 22: Passagem histórica da página 21 do livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013).



Verão no Hemisfério Sul

Solstícios e equinócios

O solstício ocorre duas vezes ao ano, quando a luz do Sol atinge de forma mais intensa um dos hemisférios da Terra: em junho é verão no Hemisfério Norte e em dezembro é verão no Hemisfério Sul. Entre os dois solstícios há os equinócios de março e setembro, períodos do ano em que a luz solar atinge da mesma maneira os dois hemisférios, fazendo dias e noites terem a mesma duração. Cada um dos solstícios e equinócios marca o início de uma das quatro estações do ano: verão, outono, inverno e primavera.



Verão no Hemisfério Norte

Eratóstenes

Eratóstenes (Cirene, 276 a.C. — Alexandria, 194 a.C.) era bibliotecário em Alexandria e aprofundou seus estudos na área da matemática. Nascido na Grécia, ele se dedicou também à gramática, à geografia e à astronomia. É considerado um importante colaborador para a Geografia, por ter criado e adotado um vocabulário próprio para esse ramo do saber.

Medidas atuais da Terra

Hoje sabemos que, considerando o achatamento que existe nos polos, o raio polar terrestre é de aproximadamente 6 357 quilômetros e que o comprimento da circunferência polar é de 39 942 quilômetros. Ou seja, podemos afirmar que Eratóstenes obteve com seu método medidas surpreendentemente próximas, considerando a precariedade dos instrumentos utilizados. Por exemplo, qual teria sido a precisão da medida angular feita inicialmente? Além disso, ele considerou que as duas cidades estavam sob o mesmo meridiano, o que hoje, sabe-se, não é exato. Na verdade, há uma diferença de cerca de 3°. Ainda assim, sua iniciativa é plena de méritos, como também seus outros trabalhos nas áreas de Aritmética e Geografia.

Circunferência e raio da Terra

7,2° equivalem a 5 000 estádios
aproximadamente 785 km



360° equivalem a 250 000 estádios
aproximadamente 39 250 km



Como 7,2° equivalem a $\frac{1}{50}$ de 360°, e sabendo que Alexandria estava a 5 mil estádios de Siena, concluiu também que a distância entre as duas cidades corresponderia a $\frac{1}{50}$ da circunferência da Terra. Multiplicou 50 por 5 mil e obteve o comprimento da circunferência terrestre de 250 mil estádios, aproximadamente 39 250 quilômetros. Como o comprimento da circunferência é dado por $2\pi r$, sendo r a medida do raio, para obter o raio terrestre, basta fazer:

$$\frac{39\ 250}{2\pi}$$

o que daria um resultado próximo a 6 250 km.



Raio
6 357 km

Circunferência
39 942 km

A CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA 21

Fonte: livro Matemática – Ciência e Aplicações, vol. 2, de Iezzi et al (2013, p. 21).

As figuras 21 e 22 apresentam uma abordagem histórica colocada à parte do texto matemático, por isso foi classificada como “Apêndice”. A nota está em uma seção denominada *Aplicações*, cumpre a função de levar ao leitor a contribuição do matemático Eratóstenes no cálculo da distância entre Siena e Alexandria, dentro do contexto cultural da época, transparecendo a necessidade prática, social e econômica que serviam de estímulo para o desenvolvimento de ideias matemáticas, o que caracteriza essa passagem na potencialidade PP2 – *A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo)*.

Nessa mesma passagem podemos perceber que, mesmo estando separado do desenvolvimento do texto matemático, ela mobiliza o acontecimento histórico para demonstrar uma aplicação importante do conteúdo estudado, caracteriza-se como um recurso didático. Desse modo, essa passagem revela outras potencialidades pedagógicas da História da Matemática, ou seja, traz a conexão do conhecimento matemático com outras áreas do conhecimento, a investigação realizada na antiguidade com hesitações de um grande matemático, estimulando o desenvolvimento de valores acadêmicos (PP9), contribuindo para a efetivação do pensamento independente e crítico (PP7) e desempenha um papel pedagógico de conscientização epistemológica, isto é, permite ao leitor confrontar as hipóteses e resultados matemáticos construídos na antiguidade com os dados atuais (PP10).

Diante do exposto, podemos concluir que essa única passagem histórica presente nos cinco capítulos que tratam a respeito do conteúdo de Trigonometria permite a identificação de sete potencialidades pedagógicas da História da Matemática (PP1, PP2, PP3, PP7, PP9, PP10, PP11 e PP12).

6.4.5 Livro 5: Matemática: Ensino Médio – Volume 2 – Smole; Diniz (2013). Saraiva, São Paulo.

Quadro 16: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Matemática: Ensino Médio, volume 2, de Smole e Diniz (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
10-11-12	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP3(História-Método), PP7(História-Dialética), PP9(História-Axiologia), PP10(História-Conscientização), PP11(História-

	Significação), PP12(História-Cultura).
27	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo).
59	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo).

Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo o quadro 16, as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se revelaram mais efetivas nesse livro, de acordo com as passagens históricas analisadas, foram, novamente, a PP1 – *A história é fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática* e a PP2 - *A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem*, sendo identificadas nas três únicas passagens. Dessa forma, o autor traz à sua obra, abordagens históricas em que o objetivo é através da História da Matemática revelar aos leitores as necessidades e razões práticas, sociais e econômicas que serviram de estímulo para o desenvolvimento do saber trigonométrico e que a matemática é uma criação humana.

Entre as três passagens identificadas, a primeira (10-11-12), é uma das mais consistentes de informações históricas dentro de um contexto sociocultural, econômico e científico. No texto dessa passagem histórica é descrito uma cronologia das contribuições de alguns personagens matemáticos importantes, como também, sobre o desenvolvimento e da importância social e econômica do conhecimento trigonométrico. O que permite identificar uma outra potencialidade pedagógica da História da Matemática nessa passagem, a PP3 - *A história é uma fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos*.

Figura 23: Passagem histórica da página 10 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).

UNIDADE



Trigonometria: arcos de circunferência e círculo trigonométrico

O texto permite explorar integração com História e Física (Astronomia). Os alunos podem realizar a leitura em duplas, fazer uma lista das aplicações da Trigonometria e pesquisar temas que envolvem cálculo de distâncias inacessíveis. O site da Nasa, indicado na página 12, pode auxiliar na pesquisa.

1. Trigonometria e Astronomia: uma só história

O universo é escrito em linguagem matemática.”
Galileu

Para conhecer a função do texto dirigido ao aluno, veja o **Manual do professor**, páginas 338 e 339.

A humanidade sempre foi movida pela curiosidade e pelo desejo de desvendar o desconhecido. No passado, a busca por riquezas que pudessem existir no outro lado do oceano impulsionou os europeus a empreenderem as Grandes Navegações; mais recentemente, o desejo de conquistar o espaço motivou a corrida à Lua. Hoje a humanidade vai além e utiliza cálculos e aparelhos sofisticados para desbravar outras galáxias e elementos cósmicos, como buracos negros e estrelas supermassivas.

A Trigonometria, entre todas as áreas da Matemática que contribuem para o conhecimento científico, certamente é de fundamental importância para a Astronomia, o estudo do Universo. Essas duas áreas de conhecimento praticamente “nasceram” juntas. Registros e pesquisas arqueológicas indicam que já por volta de 4000 a.C., na região da Mesopotâmia, o céu era cuidadosamente observado para que se pudesse entender o movimento de objetos celestes visíveis a olho nu. Paralelamente às observações, as estimativas de distâncias, tamanhos e posições já eram pensadas a partir dos triângulos, e os planetas conhecidos na época eram representados em círculos fracionados em partes iguais, usando a base 60.

Em especial, os sacerdotes astrônomos da Babilônia conseguiram construir um conhecimento bastante acurado dos planetas, prevendo a posição deles com muita precisão, se compararmos aos dados obtidos com toda a tecnologia da atualidade. Os métodos babilônicos, principalmente para estabelecer o calendário ritualístico e agrícola e fazer previsões de natureza mística, estiveram em uso até os primeiros séculos da nossa era.

PARA LER

Nossa sugestão é que, ao longo deste ano, você leia *Q jeito matemático de pensar*, de Renato J. Costa Valladares (Ed. Ciência Moderna). Nesse livro, o autor procura mostrar, em cada capítulo, o quanto esta ciência faz parte da nossa vida e está presente até mesmo em situações não matemáticas. Comece lendo os dois primeiros capítulos.



Parte da Via Láctea, a estrela Sírius (no canto superior direito) e a estrela Eta Carinae (nebulosa vermelha no canto inferior esquerdo) vistas de uma das ilhas da Flórida (EUA). Conheça a seção **Para ler** no **Manual do professor**, página 347.

Tony Hallas/Science Faction/Corbis/Latinstock



Imagem da galáxia espiral M81: a imagem combina dados dos telescópios Hubble e Spitzer e das missões do satélite Galaxy Evolution Explorer (GALEX).

Scott Camazine/Alamy/Other Images

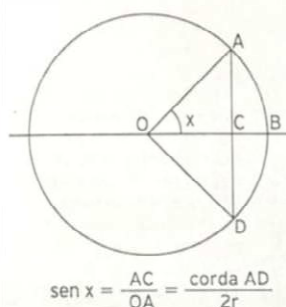
10

| PARTE 1 TRIGONOMETRIA

Fonte: livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013, p. 10).

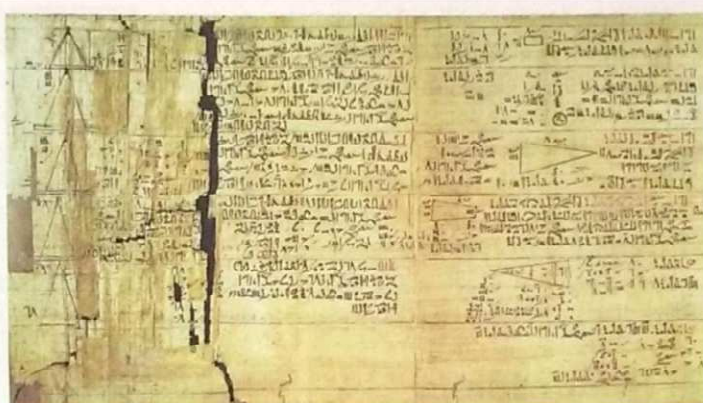
Figura 24: Passagem histórica da página 11 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).

Sob a influência da Astronomia dos babilônicos, Hiparco de Niceia (180 a.C.-125 a.C.), considerado o “pai da Trigonometria” e também o maior astrônomo daquela época, construiu a primeira tabela trigonométrica, pelo menos de que se tem notícia, com os valores das cordas de ângulos de 0° a 180°. A tabela foi utilizada por ele para determinar o nascer (visibilidade a partir da Terra) e o ocaso de diversas estrelas.



A estreita relação entre as duas ciências, Astronomia e Trigonometria, ficou evidente na Idade Média, com o interesse em desvendar nosso lugar no céu (geocentrismo ou heliocentrismo) e em descrever as leis que governam os movimentos dos corpos celestes. Além disso, os avanços da navegação marítima implicaram a necessidade de elaboração de mapas cartográficos e topográficos precisos, bem como a exatidão de cálculos da astronomia posicional, para determinação de localização e tempo, durante as navegações que desbravavam novas terras.

Entre os muitos avanços da parceria entre Astronomia e Trigonometria destaca-se, em 1838, o trabalho de Bessel (1784-1846), que conseguiu detectar a distância da Terra à estrela 81 Cygni utilizando cálculos trigonométricos com medidas angulares em relação ao movimento da Terra em sua órbita. A medição de Bessel é considerada um marco importante no cálculo de distâncias cósmicas, constituindo-se basicamente no ponto de partida para o progresso das pesquisas avançadas do espaço sideral.



Rolo de papiro encontrado em uma tumba em Tebas (no Egito Antigo). Ele é a fonte mais valiosa que se tem sobre a Matemática egípcia.

RÉGUA NAS ESTRELAS

Entenda como se monta a equação que mede a distância até as estrelas.

1 Pontos...

Em janeiro, os astrônomos observam a posição de uma estrela próxima da Terra.

2 ... de vista

Em julho, a Terra está no ponto oposto da sua órbita. Quando a mesma estrela é observada, ela parece ter se deslocado.

3 Seno e cosseno

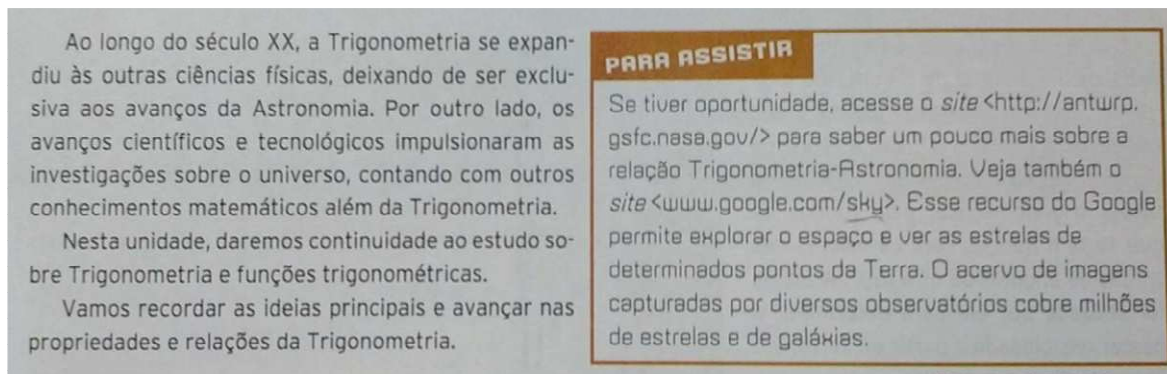
Os astrônomos identificam esse deslocamento aparente da estrela e, graças à “mágica” da Trigonometria, obtêm a distância da estrela.

Longe daqui

Para astros mais distantes, o método é diferente: compara-se a luz da estrela com a de astros conhecidos, e aí se faz uma estimativa.

(Ilustração fora de escala e em cores-fantasia.)

Figura 25: Passagem histórica da página 12 do livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013).



Fonte: livro Matemática – Ensino Médio, vol. 2, de Smole e Diniz (2013, p. 12).

Nessa passagem (figuras 23, 24 e 25), o autor inicia o capítulo 1 fazendo referência ao estímulo causado pela curiosidade e pelo desconhecido. Descreve a busca pelas riquezas por meio das grandes navegações; a corrida a lua pelo desejo de conquistar o espaço; relacionando a importância da Trigonometria para a astronomia e para o conhecimento científico. Relata sobre o contexto social, político e científico da época em que se desenvolveram as primeiras ideias trigonométricas. Recheado de imagens que retratam a galáxia, a via láctea e o papiro de Rhind, o texto discorre sobre a temporalidade de Hiparco, o considera como o “pai da trigonometria” e enaltece a construção de sua primeira tabela trigonométrica. Portanto, a passagem histórica nos permite identificar várias potencialidades pedagógicas da História da Matemática, tais como: história-motivação, história-objetivo, história-método, história-dialética, história-axiologia, história-conscientização, história-significação.

Essa reconstrução racional do processo histórico a respeito da Trigonometria, exposta na passagem histórica da figura 19, favorece o surgimento da discussão, do debate puro das ideias matemáticas e promove a constituição de um pensamento independente e crítico. O que se revela na potencialidade PP7 - *A história é um instrumento para constituição de um pensamento independente e crítico*. Para Lakatos (1978 apud Miguel, 1993) essa história pode ser classificada como destilada, isto é, uma reconstrução racional a fim de se obter como produto o puro jogo dialético das ideias. As demais passagens, pelo seu caráter excêntrico, são entendidas como fatos históricos curiosos.

Como já dito, esse livro contempla a Trigonometria em três unidades (capítulos), no qual identificamos somente três passagens históricas. No entanto, evidenciamos várias potencialidades pedagógicas da História da Matemática na análise subjetiva dessas passagens.

Em especial, pelas informações históricas relatadas nas páginas 10, 11 e 12, em que proporciona o uso da História da Matemática como recurso metodológico.

6.4.6 Livro 6: Novo Olhar: Matemática – Volume 2 – Souza (2013). FTD, São Paulo.

Quadro 17: Relação das potencialidades pedagógicas de todas as passagens da História da Matemática no conteúdo de Trigonometria do livro Novo Olhar: Matemática, volume 2, de Souza (2013).

Passagens históricas – Páginas	Potencialidades Pedagógicas – PP
10	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP12(História-Cultura).
16	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP5(História-desmistificação), PP6(História-Formalização), PP8(História-Unificação), PP12(História-Cultura), PP13.
25	PP1(História-Motivação), PP2(História-Objetivo), PP12(História-Cultura).
47	PP1(História-Motivação).

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o exposto no quadro 17, notamos que a potencialidade PP1 – *A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática* é, efetivamente, a de maior destaque nos capítulos analisados. Esse fato está relacionado a classificação das categorias de sentidos com relação as potencialidades pedagógicas. Ou seja, todas as passagens históricas abordam a História da Matemática de maneira que desperta o interesse dos alunos pelo conteúdo ensinado, transparecendo uma passagem da matemática de um enfoque mecanicista, em que o aluno muitas vezes é impulsionado e pressionado, por forças e hábitos, a seguir procedimentos repetitivos, meramente mecânicos, para um enfoque cognitivo, no qual ele passa a perceber que é capaz de processar informações provenientes das suas inferências e análises, entendendo que a matemática vai além de contas e cálculos.

As poucas passagens históricas identificadas, nos revelam também a evidência da potencialidade PP2 – *A história é uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem*. Essa potencialidade é a que mais se identifica com a categoria de sentidos “História Personalística”. De acordo com os defensores dessa função, a História da Matemática contribui para se atingir objetivos pedagógicos com os alunos, tais como:

perceber a matemática como criação humana; compreender as razões pelas quais as pessoas fazem matemática e as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento do saber matemático. (Miguel, 1993).

A abordagem histórica da página 10 do livro em questão, figura 26 abaixo, trata-se de uma passagem que foi classificada nas categorias de sentidos: “Contexto Sócio-Cultural”, “Introdução de Conteúdo” e “Apêndice”. Percebe-se que o autor se porta, mesmo de maneira muito breve, sobre o contexto social, cultural e político em que se desenvolveu o estudo da Trigonometria. O texto é apresentado num quadro à margem da página na introdução do capítulo 1 – Trigonometria na circunferência e Funções trigonométricas.

Figura 26: Passagem histórica da página 10 do livro Novo Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013).



Fonte: livro No Olhar: Matemática, vol. 2, de Souza (2013, p. 10).

Portanto, nesse exemplo, observamos que se trata de um Apêndice, apresentando informações a respeito do surgimento da Trigonometria, sua relação com a astronomia e algumas de suas aplicações. Além do texto, o autor utiliza uma imagem do monumento da Idade do Bronze, Stonehenge, afirmando que este enigmático monumento foi local de várias observações astronômicas. Ainda que a menção histórica não tenha aprofundado o tema, o

fato de tê-la abordado possibilita levantar questionamentos em sala de aula e contribuir para um debate mais acentuado, a depender também da condução do professor.

Além das potencialidades pedagógicas já relatadas, essa passagem histórica nos permite identificar outra potencialidade, a PP12 - *A história é um instrumento de resgate da identidade cultural*. Os partidários dessa função defendem que no ensino da matemática deve-se proceder à incorporação das tradições matemáticas no currículo, para isso, se deve reconhecer o caráter matemático dessas tradições através da ampliação do que normalmente se entende por matemática.

Por fim, as poucas passagens históricas detectadas não abordam a História da Matemática como um recurso didático, nos quais muitas das potencialidades pedagógicas não são evidenciadas. Como já mencionado na análise dos livros anteriores, partindo do pressuposto de que o uso da História da Matemática como recurso metodológico tem merecido destaque nas últimas décadas, o livro Novo olhar: Matemática, numa visão pontual, não trata essa temática de forma efetiva e consistente, levantando apenas informações com ênfase na identificação dos personagens envolvidos no desenvolvimento de determinado tema e suas localizações no tempo histórico.

De acordo com o que foi enumerado, podemos comprovar que a História da Matemática, mesmo nos últimos anos, sendo atribuída proporcionada importância ao seu potencial pedagógico, o principal recurso didático utilizado nas salas de aulas das escolas públicas de nosso país, o livro didático, ainda traz o uso dessa tendência matemática de forma resumida, superficial e, em alguns casos, aparenta ser feito referência ao uso da mesma em virtude das exigências legais impostas pelos critérios de avaliação elencadas pelo PNLD.

Pela tabela 3 abaixo, fundamentamos o que estamos enumerando até agora. Pela nossa classificação, onde reiteramos, elaborada sob o olhar da teoria e também da subjetividade, constatamos que a potencialidade pedagógica da História da Matemática PP2 – a História da Matemática como fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem da matemática foi a mais evidente nas passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros analisados, alcançando o percentual de 94,7%. Essa potencialidade foi classificada nas passagens históricas em que relaciona a um ou mais indivíduos as descobertas ou contribuições matemáticas, entendendo que a mesma está ligada com a finalidade de galgar com os alunos objetivos pedagógicos tais como “a matemática como criação humana” e compreender “as razões pelas quais as pessoas fazem matemática.

Tabela 3: Resumo da relação das potencialidades pedagógicas da História da Matemática de todas as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros analisados.

Potencialidades Pedagógicas – PP (MIGUEL, 1993)	Quantidade	Percentual
PP1 – Fonte de motivação para o ensino – aprendizagem	14	73,7%
PP2 - Fonte de seleção de objetivos para o ensino – aprendizagem	18	94,7%
PP3 – Fonte de métodos adequados para o ensino – aprendizagem	6	31,6%
PP4 – Fonte para seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de Matemática	3	15,8%
PP5 – Um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino	4	21%
PP6 – Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos	4	21%
PP7 – Um instrumento na construção de um pensamento independente e crítico	6	31,6%
PP8 – Um instrumento unificador dos vários campos da Matemática	4	21%
PP9 – Um instrumento promotor de atitudes e valores	6	31,6%
PP10 – Um instrumento de conscientização Epistemológica	6	31,6%
PP11 – Um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva	6	31,6%
PP12 – Um instrumento de resgate da identidade cultural	9	47,3%
PP13 – Um instrumento revelador da natureza da Matemática	4	21%

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa tabela 3, separamos a quantidade e o percentual em que cada potencialidade pedagógica da História da Matemática é contemplada nas passagens históricas dos livros didáticos analisados. Para determinarmos os percentuais de cada potencialidade, utilizamos o total de 19 passagens históricas, como confirmamos na tabela 2. O somatório da frequência absoluta ultrapassa o total de 19 e da frequência relativa os 100%, em virtude de cada passagem histórica se relacionarem com mais de uma potencialidade pedagógica.

De acordo com a tabela 3, a potencialidade pedagógica da História da Matemática *PP1 - Fonte de motivação para o ensino – aprendizagem*, aparece em aproximadamente 74% das passagens históricas. Os defensores dessa potencialidade acreditam que o conhecimento histórico dos processos matemáticos desperta o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado.

Observamos também que aproximadamente 95% das passagens históricas, de um total de 19 passagens estão relacionadas com contribuições de grandes personalidades para o desenvolvimento da matemática, possibilitando sua classificação como “*PP2 – a história como fonte de objetivos para o ensino-aprendizagem da matemática*”, que a nosso ver, é a potencialidade menos interessante do ponto de vista da compreensão de conceitos matemáticos, pois, geralmente, as menções encontradas neste agrupamento não apresentam contribuições para a aprendizagem ou esclarecimentos acerca de certos conteúdos, conceitos ou ideias matemáticas, ou sua utilidade e conexão com outras áreas do conhecimento. Porém, entendemos que esta forma de utilização da História da Matemática já é um começo, uma tentativa de introduzir a cultura de utilização da mesma no conteúdo dos livros didáticos.

Da mesma forma, de acordo com as análises e estudos feitos, merece destaque a categoria de sentido, quanto ao objetivo da menção histórica, Atividades sobre História da Matemática, em que podemos relacioná-la com onze das treze potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993). Como explicitamos no quadro 11, são elas PP1, PP2, PP3, PP4, PP6, PP7, PP8, PP9, PP10, PP11 e PP12. Dessa forma, as passagens históricas que contemplam essa categoria atendem a maior quantidade das potencialidades pedagógicas defendidas por Miguel (1993).

Por outro lado, em nossa pesquisa, de acordo com a tabela 1, foram identificadas apenas três passagens históricas que foram categorizadas como Atividade sobre História da Matemática, isso corresponde a aproximadamente 15,8% das passagens históricas analisadas.

De acordo com a pesquisa de Pereira (2016), o conteúdo específico de Trigonometria é considerado o mais abordado em passagens históricas nas seis coleções de matemática para

o Ensino Médio aprovados pelo PNLD – 2015, mesmo assim, as passagens históricas que contemplam essa categoria aparecem nos livros didáticos em uma quantidade muito reduzida.

Ainda de acordo com Pereira (2016), as seis coleções de matemática para o Ensino Médio aprovadas pelo último PNLD apresentam 294 passagens históricas. Dessas 294 passagens, 265 se encontram no formato de texto expositivo e 29 se apresentam na forma de atividades. Isso corresponde a menos de 10% das passagens históricas. Isso comprova que os livros didáticos não estão sendo elaborados com uma maior preocupação que venha contemplar uma importante categoria que pode efetivar 11 das 13 potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Como exemplo da importância dessa categoria, podemos elencar a pesquisa de Mendes (1997), em que o autor utiliza a história na elaboração e execução de atividades voltadas à construção de noções básicas de Trigonometria. O mesmo afirma que é “importante enfatizarmos a eficácia pedagógica das informações históricas presentes nas atividades, pois as mesmas têm sido um grande atrativo para aqueles que fizeram parte do referido estudo”. (MENDES, 1997, p. 8). Podemos acrescentar a pesquisa de Dias (2014) que trabalhou com atividades históricas elaboradas a partir de fontes originais. A pesquisadora expõe que “os alunos apresentaram um conhecimento rico em conexões entre os conceitos matemáticos envolvidos com o tema abordado”. (DIAS, 2014, p. 10). Como ainda, podemos citar a pesquisa de Gomes (2011) que traz a elaboração de uma sequência didática através de atividades históricas para o ensino de Trigonometria.

Nessa perspectiva, partimos do entendimento de que todas as potencialidades pedagógicas da História da Matemática são importantes e essenciais na utilização da História da Matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos. Porém, em virtude do que enumeramos acima, considerando que a potencialidade pedagógica *PP6 – A história como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos* está contemplada na categoria dos sentidos “Atividades sobre História da Matemática”, em consonância da literatura, a mesma tem o potencial de ser mais efetiva para o ensino da matemática. Como ainda, essa potencialidade pedagógica é evidenciada na categoria de sentidos “Contexto Histórico-Matemático”. Pois, de acordo com Swetz (1989 apud MIGUEL, 1993), os problemas históricos possibilitam o esclarecimento e reforço de conceitos, informação cultural e sociológica, refletem as preocupações prática ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos, a aferição da habilidade matemática de nossos antepassados, mostram uma analogia ou continuidade entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Entendemos que os problemas históricos, além de serem considerados motivadores, ajudam o professor na criação de sequências didáticas com base na História da Matemática. Na verdade, observamos que os livros didáticos não ajudam o professor nesse sentido, as poucas passagens históricas que foram detectadas nos livros didáticos com Atividades sobre a História da Matemática não orientam e nem ajudam o professor a incrementar a utilização da História da Matemática por meio de sequências didáticas numa perspectiva histórica.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme foi apresentado na introdução, propomos uma pesquisa na qual pretendíamos investigar como o conteúdo de Trigonometria é tratado do ponto de vista histórico nos livros didáticos; quais potencialidades pedagógicas da História da Matemática, defendidas por Miguel (1993), se tornam evidentes nas passagens históricas; e dessas potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes nos recortes históricos dessas obras, qual tem potencial de ser mais efetiva para o ensino da Matemática. Entendendo que esse conteúdo, nas coleções atuais, é tratado com maior profundidade nos livros didáticos volume 2 e que alguns livros do primeiro ano do Ensino Médio trazem apenas uma introdução sobre esse conteúdo, analisamos os livros didáticos do segundo ano do Ensino Médio.

Para isso, elegemos como objetivos: analisar as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos do Ensino Médio a partir das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, apontadas por Miguel (1993); verificar quais das potencialidades pedagógicas da História da Matemática identificadas nos livros didáticos têm o potencial de serem mais efetivas para o ensino da Matemática.

Esse tema é muito pertinente e atual em nosso cenário educacional por se tratar de um assunto abordado tanto nacional como internacionalmente. Desse modo, a História da Matemática como uma ferramenta de ensino é um tópico de atenção mundial. Como evidência disso, destacamos dois artigos clássicos publicados pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Estados Unidos, nas décadas de 1960 e 1970, um de Phillip S. Jones e o outro de Phillip S. Jones e Arthur F. Coxford Jr., que, em virtude de suas contribuições e importância para o ensino da matemática, em 2013, o NCTM republica tais artigos no yearbook 75 (Defining Mathematics Education: Presidential Yearbook Selections, 1926-2012), edição comemorativa do Yearbook nº 75, composta de 19 artigos selecionados dos yearbooks dos anos anteriores, do período de 1926-2012.

O primeiro artigo, “The History of Mathematics as a Teaching Tool” de Phillip S. Jones, que mencionamos ao longo desse trabalho, aborda como a História da Matemática pode ser empregada no ensino de Matemática pelo professor e pelos próprios estudantes. No artigo citado, Jones levanta um conjunto de objetivos que já elencamos na potencialidade pedagógica que vê a história como fonte de objetivos para o ensino da Matemática. Segundo ele, seria importante que os mesmos estivessem presentes na formação do homem contemporâneo. O autor também indica um conjunto de temas específicos da matemática que

permitem evidenciar a função pedagógica da história. Trabalho esse que foi também mencionado na pesquisa de Miguel (1993).

O outro artigo, “The goals of history: issues and forces” de Phillip S. Jones and Arthur F. Coxford Jr., trata a respeito de conduzir os pensamentos de matemáticos, educadores e mesmo o público em geral para as questões de hoje, voltadas à história da educação matemática, mostrando que, embora o conteúdo e os métodos da mesma tenham mudado significativamente ao longo dos anos, forças contínuas apontam que novas mudanças são iminentes e importantes.

Esses artigos, depois de mais de quatro décadas, continuam evidentes nessa discussão do potencial pedagógico da História da Matemática como recurso de ensino, dado a contínua relevância do tema ao longo da história e na atualidade.

O conjunto de dados de nossa pesquisa foi obtido por meio da investigação dos seis livros didáticos de matemática – vol. II do Ensino Médio aprovados pelo último PNLD 2015. Para análise, realizamos a identificação das passagens históricas no conteúdo de Trigonometria, categorizamos de acordo com as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e classificamos de acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993).

Para que facilitasse a nossa compreensão sobre o uso da História da Matemática como recurso pedagógico, tornou-se fundamental em nossa pesquisa nos empenharmos no estudo da História da Matemática na Educação Matemática. Trouxemos uma síntese das teorias defendidas por importantes autores do campo da Educação Matemática, como os que tratam sobre os argumentos questionadores e reforçadores do uso da História da Matemática na sala de aula, sobre o uso da mesma por meio do livro didático e indicações de como efetivá-la no cotidiano escolar. Além disso, realizamos uma síntese da história da Trigonometria, que foi o conteúdo escolhido para nossa análise nos livros didáticos com o propósito de facilitar a nossa compreensão com relação à origem e evolução histórica desse conteúdo, facilitando nossa análise das passagens históricas, a separação nas categorias de sentidos e classificação de acordo com as potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Após trazermos a referida síntese sobre a utilização da História da Matemática como metodologia de ensino, apresentamos as 13 potencialidades pedagógicas da História da Matemática apontadas por Miguel (1993) e outros diversos autores. Em seguida, trouxemos um estudo sobre as origens, conceitos e legislações a respeito do livro didático, que se tornou

um componente indispensável entre os materiais didáticos em sala de aula e foi um importante material de análise em nossa investigação.

Para cumprirmos com o nosso primeiro objetivo, inicialmente fizemos uma busca por livros, teses, dissertações, artigos, textos oficiais e demais trabalhos publicados que abordam a História da Matemática como recurso metodológico, a análise da presença da História da Matemática nos livros didáticos e o ensino de Trigonometria na Educação Básica por meio de abordagens históricas. Em seguida, realizamos uma apuração de todas as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos, utilizando as categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) em dois aspectos: quanto à natureza do conteúdo veiculado e quanto aos objetivos da menção histórica. Após a categorização de todas as passagens históricas, realizamos a classificação quanto às potencialidades pedagógicas da História da Matemática defendidas por Miguel (1993).

Por meio de nossas análises, observamos que a maior parte das passagens históricas faz referências aos feitos heroicos ou notáveis de grandes matemáticos, famosos por suas realizações e contribuições para o desenvolvimento das ciências e da matemática. Quando fazem referência a contextos históricos, estes geralmente estão desconectados de questões sociais, políticas, econômicas e culturais, e mais ligados ao contexto da construção da história na perspectiva da própria matemática. O conhecimento matemático, nesse caso, se auto justifica do ponto de vista histórico. Uma considerável quantidade das passagens históricas está em forma de apêndice, o que denota que a História da Matemática no livro didático não é praticada como parte integrante do conteúdo matemático, mas sim como acessório a ele. Também existem menções históricas de caráter informativo ou motivador, e poucas as que usam a história como recurso didático, como exploração do conteúdo histórico ou como atividade sobre História da Matemática.

De certo modo, essa História da Matemática identificada nos livros didáticos é, muitas vezes, instrumento de informação para professores que não possuem conhecimentos históricos sobre os conteúdos veiculados. Vale registrar que os livros didáticos são utilizados para o aprendizado do aluno, porém, podem ter sido o único acesso a estas informações que o professor, leigo no assunto, obteve. Por outro lado, entendemos ser positivo esse fato, pois uma informação sobre a História da Matemática solta em meio a um conteúdo, pode colaborar ou indicar ao estudante que determinado conteúdo matemático não foi construído ou elaborado de um dia para o outro. Todas as formas de integração da História da Matemática nos livros didáticos foram observadas com um olhar mais positivo do que negativo.

Obviamente, algumas são mais marcantes que outras, mas, em sua maioria, pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Nessa mesma perspectiva, ainda com relação aos aspectos relacionados ao formato das passagens históricas, identificamos que a maioria se distingue do texto principal utilizando recursos visuais. Estando, de alguma forma, destacada, separada do texto, iniciando ou concluindo a discussão de um assunto, capítulo ou tópico. Porém, cabe ressaltar que a utilização destes recursos não está diretamente relacionada à função didática desempenhada pelas passagens. O fato da passagem histórica estar ou não destacada do texto não é suficiente para afirmarmos que a mesma esteja contribuindo, de fato, com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelos estudantes.

Assim como defende Jones (2013), é notório que a todo processo de ensino-aprendizagem que objetiva a compreensão e significação está implícito a discussão dos pressupostos para a aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos por parte do estudante. É por meio do desenvolvimento de um ensino baseado nessa compreensão e na significação que se efetiva a função pedagógica da história. Pois a utilização adequada da história, desde que associada a um conhecimento atualizado da matemática e de suas aplicações, leva o estudante a compreender a própria matemática; a sua relação com o mundo físico; como e por que é criada, como evolui, se desenvolve, se transforma; sobre sua praticidade por meio das generalizações, extensões e abstrações; e sobre sua natureza estrutural e axiomática.

A respeito das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, identificamos que aproximadamente 95% das passagens históricas, de um total de 19 passagens, estão relacionadas com contribuições de grandes personalidades para o desenvolvimento da matemática, possibilitando sua classificação como “PP2 – *a história como fonte de objetivos para o ensino-aprendizagem da matemática*”, que a nosso ver é a potencialidade menos interessante do ponto de vista da compreensão de conceitos matemáticos, pois, geralmente, as menções encontradas neste agrupamento não apresentam contribuições para a aprendizagem ou esclarecimentos acerca de certos conteúdos, conceitos ou ideias matemáticas, ou sua utilidade e conexão com outras áreas do conhecimento. Porém, entendemos que esta forma de utilização da História da Matemática já é um começo, uma tentativa de introduzir a cultura de utilização da mesma no conteúdo dos livros didáticos.

Por outro lado, aproximadamente um quarto das 19 passagens históricas encontradas nos livros didáticos estão desempenhando as potencialidades pedagógicas PP3 (*história-método*), PP5 (*história-desmistificação*), PP6 (*história-formalização*), PP7 (*história-*

dialética), PP8 (*história-unificação*) e PP9 (*história-axiologia*), como a contribuição para o conhecimento da origem de certos conteúdos, bem como suas aplicações na própria matemática e em outras áreas do conhecimento. Estas passagens deveriam ser mais exploradas, visto que, de acordo com nossas análises, contribuem para uma mudança de percepção em relação à matemática. Estas possibilitam a desmistificação da matemática como uma ciência isolada e acabada, à medida que mostram a matemática como ciência em desenvolvimento e, também, as motivações e aplicações, ao longo do tempo, de conceitos matemáticos.

Outro ponto que merece destaque é o fato da categoria de sentidos ‘Atividades sobre História da Matemática’, que contempla 11 potencialidades pedagógicas (PP1, PP2, PP3, PP4, PP6, PP7, PP8, PP9, PP10, PP11 e PP12), ter sido identificada numa pequena parcela de passagens históricas, apenas duas. Isto é, com algo em torno de um décimo das 19 passagens históricas.

A categoria de sentidos ‘Atividades sobre História da Matemática’ se relaciona com a potencialidade pedagógica PP6 – *A história como um instrumento na formalização de conceitos matemáticos*. De acordo com os partidários dessa potencialidade à palavra “*formalização*”, esta é entendida como o processo de traçar caminhos para se chegar a um determinado fim, ou seja, quando o indivíduo é capaz de determinar esses caminhos. Assim, quando o aluno se coloca como sujeito ativo, investigando e explorando, orientado por um professor preparado para colocar-se na postura de mediador, a formalização e a concretização mental de conceitos trata-se, simplesmente, de uma consequência do processo. Dessa forma, essa potencialidade pedagógica possui potencial de ser mais efetiva para o ensino da Matemática pois, em consonância com a literatura, a entendemos como a potencialidade mais interessante, visto que esta desempenha o papel de proporcionar ao aluno o desenvolvimento de algum raciocínio matemático, levando-o à compreensão do conteúdo ou conceito matemático.

Porém, essa e as demais potencialidades só serão efetivadas se o professor tiver habilidades para trabalhar com o uso da História da Matemática em sala de aula, se portando como um mediador, contribuindo com a formação de cidadãos participativos e preocupados com a transformação e o aperfeiçoamento da sociedade. Dessa forma, a função do professor deixa de ser o de difundir conhecimento para exercer o papel de provocar o estudante a aprender a aprender. Proporcionando ao mesmo uma compreensão racional da matemática, levando-o a um posicionamento isento de preconceitos ou superstições e a uma postura mais adequada em relação a sua participação na construção dos conceitos

matemáticos. Verificamos que a História da Matemática pode ser utilizada como uma ferramenta didática, agindo como um recurso que contextualiza, humaniza, motiva e ajuda a formalizar conceitos.

É notório registrar que o guia elaborado pelo MEC delega ao livro didático a responsabilidade de um ensino de matemática contextualizado com a cidadania e com a construção de sujeitos críticos reflexivos, dando menor destaque ao papel central do professor nesse processo. Ao docente, de acordo com o guia, é delegada a função de escolha do livro didático e, para isso, o guia foi construído, para que essa seleção seja bem-sucedida. É como se fosse possível selecionar um livro capaz de resolver os problemas e deficiências das estruturas de ensino. Nessa dialética estabelecida entre a qualidade de ensino e os recursos didáticos utilizados pelos docentes, devemos analisar que o livro didático possui seus próprios limites pedagógicos, pois como já discutiremos, é um produto imerso em contextos de elaboração de difícil definição e grande complexidade.

No entanto, mesmo entendendo que todas as formas de integração da História da Matemática nos livros didáticos foram observadas com um olhar mais positivo do que negativo, se faz necessário que destaquemos a situação preocupante com relação à maneira como a História da Matemática é abordada nos mesmos, percebendo a necessidade de melhoramento, trazendo uma história que seja integrada ao conteúdo, que retrate a origem e evolução do conhecimento matemático, revelando que no processo de ensino-aprendizagem o livro didático pode ser um instrumento contributivo, desde que o professor o perceba como um produto da sociedade de consumo e o utilize dentro de seus limites, apenas como um recurso e não como um meio pelo qual o ensino-aprendizagem se realiza.

Nesse processo de escolha do livro didático, o professor precisa, além dos critérios apontados pelo Guia elaborado pelo PNLD, averiguar quais coleções abordam a História da Matemática como um recurso didático, que aborde o desenvolvimento histórico da matemática, em especial no conteúdo analisado (Trigonometria), revelando sua origem, evolução e as diferentes formalizações de um mesmo conceito ao longo do tempo.

Mesmo não sendo um foco dessa pesquisa, observamos que, além do livro didático, existem outros materiais e estímulos para que o professor possa inserir a História da Matemática na escola básica. No entanto, existem poucos cursos de formação continuada para professores de matemática no nível básico que tratem desse tema. A presença da disciplina História da Matemática na formação inicial nos cursos de licenciatura não é garantia de que o professor a apreenda como um recurso metodológico, pois na maioria das vezes, a História da Matemática é inserida no currículo da Licenciatura como uma disciplina a mais, sem vínculo

com as disciplinas matemáticas e didáticas, revelando-se da mesma maneira que a História da Matemática é abordada nos livros didáticos, separada, destacada do conteúdo.

Assim, a partir da nossa análise, podemos concluir que observamos um certo interesse em utilizar a História da Matemática nos seis livros didáticos analisados, seja pela exigência de tal utilização na avaliação dos livros pelo PNLD, seja pela vontade própria do autor. No entanto, entendemos que a utilização da História da Matemática nos livros didáticos deve centrar-se mais nas potencialidades pedagógicas que contribuem com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelo aluno, que tratam da importância de um conceito matemático ao longo da história, que insere a História da Matemática dentro de um contexto sociocultural, político e econômico, contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem e para uma mudança de percepção em relação à Matemática.

Como podemos observar na passagem histórica das figuras 8 e 9, do livro *Matemática: contexto e aplicações*, vol. II, de Dante (2013), mesmo sendo compreendida como um apêndice, no final do capítulo, trata-se de um texto requintado, de imagens históricas, que relaciona a matemática com outras ciências, contextualiza e faz referências ao desenvolvimento da Trigonometria, propondo uma atividade interpretativa e de pesquisa sobre a história das ciências, além de utilizar a História da Matemática como estratégia didática.

Observamos também, através dos resultados obtidos, que para o professor, com o intuito de inserir a História da Matemática no conteúdo de Trigonometria em suas aulas, utilizando estes livros didáticos, o ideal é que ele faça uma pesquisa bibliográfica em todas os seis livros didáticos. Isto porque, mesmo sendo observado algumas repetições de trechos utilizando a História da Matemática, um só livro didático não satisfaz este intuito, uma vez que os seis livros didáticos, em conjunto, contribuem com um repertório maior de possibilidades de utilização da História da Matemática. Utilizando ainda outros materiais e informações em fontes didáticas, tais como materiais produzidos a partir de fontes secundárias (livros textos baseados nas fontes originais) e em diversas pesquisas já realizadas sobre esse tema.

Concluimos nosso trabalho compreendendo que nossos objetivos propostos - analisar as passagens históricas no conteúdo de Trigonometria nos livros didáticos do Ensino Médio, a partir das categorias de sentidos propostas por Alencar (2014) e das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, apontadas por Miguel (1993) e de verificar quais das potencialidades pedagógicas da História da Matemática identificadas nos livros didáticos tem o potencial de ser mais efetiva para o ensino da Matemática - foram alcançados. No entanto,

durante o processo investigativo, surgiu uma outra questão: será que, numa situação real de sala de aula, as potencialidades pedagógicas da História da Matemática elencadas pelas passagens históricas dos livros didáticos se tornam evidentes?

Como já foi discutido nessa pesquisa, identificar que uma passagem histórica revela todas as potencialidades pedagógicas deve ser algo muito bem explorado e ponderado, pois essas potencialidades só serão efetivadas se o professor tiver habilidades para se trabalhar com o uso da História da Matemática em sala de aula. Os resultados que foram construídos nesta investigação não podem ser entendidos como algo concluído, ao ponto de que a efetivação dessas potencialidades pedagógicas em sala de aula ficará sujeita ao conhecimento do professor. Outras pesquisas poderiam investigar ainda a evidência das potencialidades pedagógicas da História da Matemática na sala de aula, identificando mudanças de participação e consequente aprendizagem desses estudantes na sala de aula, buscando compreender como a presença da História da Matemática contribuiria para que tais mudanças pudessem ocorrer.

Com esse estudo, esperamos ter contribuído para o campo da Educação Matemática, em particular para o que investiga a participação da História da Matemática na Educação Matemática. As reflexões proporcionadas por este estudo estão nos ajudando a compreender melhor as reais contribuições que a História da Matemática pode trazer ao processo de ensino-aprendizagem da matemática e, com certeza, repercutirão na prática pedagógica futura. Esperamos que o mesmo possa ocorrer com outros professores que, porventura, venham a ler este trabalho.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, A. C. *História da matemática no livro didático de matemática: práticas discursivas*. Dissertação – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Campina Grande, 2014.

ÁVILA, M. G. *História da matemática e resolução de problemas: uma aliança possível*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2004.

BAIRRO, C. C. de; ZANLORENZI, C. M. P. *Livro didático: um olhar nas entrelinhas da sua história*. VIII Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas: “Histórias, Sociedade e Educação no Brasil”. Campinas HISTEDBR, 2009. Disponível em: <www.histedbr.fae.unicamp.br/acer_histedbr/.../Cj5GgE6L.doc>. Acesso em: 16 jan. 2017.

BARONI, R. L. S.; ROSA, L.S.; TEIXEIRA, Marcos V.; NOBRE, S. R. *A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática*. In: BICUDO, Maria A. V. BORBA, Marcelo C. (orgs). Educação Matemática pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 164-185.

_____. *Pesquisa em história da matemática: questões metodológicas*. In: Seminário Nacional de História da Matemática, 3, 1999, Vitória. **Anais**. Vitória: 1999. p. 166 – 177.

_____, ROSA, L.S; NOBRE, Sergio. *A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática*. In: BICUDO, Maria A.V. (org). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 129- 136.

BIANCHI, M. I. Z. *Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 2006.

BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução Maria João Alvarez, Sara B. dos Santos e Telmo M. Batista. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC, 1998.

_____. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio*, Volume 2. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

_____. *Guia de livros didáticos: PNLD 2015: Matemática*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

BROLEZZI, A.C. *A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática*. Dissertação de mestrado. São Paulo: FEUSP, 1991. Disponível em: <<http://vwwww.ime.usp.br/~brolezzi/teseedissertacao.html>> Acesso em 16 fev. 2017.

CORRALES FILHO, J. M. F.; PEIXOTO, A. A. *História da matemática como recurso metodológico*. In: IX encontro nacional de educação matemática, 2007, Belo Horizonte. Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa, 2007. Disponível em: <www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO19579403520T.doc>. Acesso em: 10 out. 2016.

DA COSTA, N. M. L. *A história da trigonometria*. Artigo–Pontificia Universidade Católica, São Paulo. Disponível em <<http://www.paulofreire.org/Biblioteca/histtrigon.pdf>>. Acesso em: 28 de dezembro de 2016.

D`AMBROSIO, U. *História da matemática e educação*. In: cadernos, 1996.

_____. *A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática*. Pesquisa em educação matemática: Concepções & Perspectivas, org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Editora UNESP, São Paulo, 1999; pp. 97-115.

_____. *A interface entre história e matemática: uma visão histórico-pedagógica*. In: FOSSA, J. A. (Org) Facetas do Diamante. Rio Claro – SP: Ed. SBHMat, 2000, p. 241-271.

_____. Prefácio. In: BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. L. (orgs). *Pesquisa qualitativa em educação*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, 11-22.

DANTE, L. R. *Matemática: contexto & aplicações*. Vol. 2. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DEIXA, G. V. *Dificuldades dos professores em exercício no uso da história da matemática na sala de aula*. Artigo – Webartigos. Disponível em <<http://www.webartigos.com/artigos/dificuldade-dos-professores-em-exercicio-no-uso-da-historia-da-matematica-na-sala-de-aulas/50526/>>. Acesso em: 11 jan. 2017.

DIAS, G. F. *A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal*. 2014. 189 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal - RN. 2014.

FARAGO, J. L. *Do ensino da história da matemática a sua contextualização para uma aprendizagem significativa*. Editora Moderna, 2003.

FERREIRA, S. et al. *O curso da história da matemática na formalização dos conceitos*. In: Bolema nº. 2, 1992.

FOSSA, J. A. *Recursos pedagógicos para o ensino da matemática a partir das obras de dois matemáticos da antiguidade*. In: Mendes, Iran Abreu, et al. *A história da matemática como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 137 – 182.

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO. *Livro didático*. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>>. Acesso em: 30 de out. 2016.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, E.B. *História da matemática como metodologia de ensino da matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos*. 2005. 120f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

GOMES, S. C. *Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2011. 92f.

HOUAISS, A. *Minidicionário Houaiss*. 3a ed. Rio de Janeiro, Objetiva, 2008.

IEZZI, G. (et al). *Matemática ciência e aplicações*. vol. 2. São Paulo: Saraiva, 2013.

IMENES, L. M. *Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática*. Bolema, Rio Claro, n. 6, p.21-27, 1990.

JONES, P. S. *The History of mathematics as a teaching tool*. In: NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Defining mathematics education: presidential yearbook selections (1926 – 2012)**. 75th Yearbook. Reston, VA: NCTM, 2013, p.147-161.

Primeiramente publicado em 1969 no livro: *Historical topics for the mathematics classroom*, 31st Yearbook, do NCTM.

JONES, P. S.; COXFORD Jr., A. F. *The goals of history: issues and forces*. In: NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Defining mathematics education: presidential yearbook selections (1926 – 2012)**. 75th Yearbook. Reston, VA: NCTM, 2013, p.165-171. Primeiramente publicado em 1970, no livro: *A history of mathematics education in the United States and Canada*, 32nd Yearbook, do NCTM.

KNISS, P. *O ensino da trigonometria e a história da matemática*. 2015. 87 f. Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, 2015.

LEONARDO, F. M. *Conexões com a matemática*. Vol. 2. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. *A pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MARQUES, W. *Metodologia de pesquisa em análise do discurso face aos novos suportes midiáticos*. In: *Domínios de Linguagem: revista eletrônica de linguística*. v. 5, nº 1, p. 58- 73. 2011. Disponível em:
<<http://www.seer.ufu.br/index.php/dominiosdelinguagem/article/view/12277/8054>> Acesso em: 11 de jul. 2017.

MATOS, J. S. *Os livros didáticos como produtos para o ensino de história: uma análise do plano nacional do livro didático - PNLD*. Artigo – repositório institucional da Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul. Disponível em
<<http://repositorio.furg.br/handle/1/3260>>. Acesso em: 10 jan. 2017.

MELO, S.B. *Algumas “ideias-força” no processo de inserção da história na educação matemática*. Revista Symposium, Pernambuco, ano 7, n. 1, p. 28-33, jan./jun., 2003. Disponível em: <http://www.unicap.br/Arte/ler.php?art_cod=1510> Acesso em: 27 out. 2016.

MENDES, I. A. *Ensino de trigonometria por meio de atividades históricas*. 1997. 221 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1997.

_____. *História da matemática: um enfoque transdisciplinar*. In: XI CIAEM. FURB. Blumenau: FURB. 2003, CD-CARD.

_____. et al. *A história como um agente de cognição na educação matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006;

MICOTTI, M. C.O. *O ensino e as propostas pedagógicas*. In: BICUDO, Maria A.V. (org). Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 153-167.

MIGUEL, A. *As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores*. Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez. 1997.

_____. *Três estudos sobre história e educação matemática*. 1993. 274 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). UNICAMP, Campinas, 1993.

_____. et al. *História da matemática em atividades didáticas*. 2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. *História na educação matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 208p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MORALES, C., et. al. *Uma história da educação matemática no Brasil através dos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental*. 2003. 174 f. Monografia (Curso de Pós-Graduação Lato Sensu em Metodologia do Ensino-Aprendizagem da Matemática no Processo Educativo). Faculdade de Educação São Luís, São Paulo, 2003.

NOBRE, S. *Alguns “porquês” na história da matemática e suas contribuições para a educação matemática*. In: Cadernos CEDES 40. História e educação matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus. 1996.p.29-35.

OLIVEIRA, J. E. M. *A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas*. 2013. 144 p. Viçosa-MG. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Viçosa, agosto de 2013. Orientadora: Marinês Guerreiro.

PÁDUA, E.M.M. *Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática*. 2.ed. São Paulo: Papirus, 1997.

PAIVA, M. *Matemática: Paiva / Manoel Paiva*. Vol. 2. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PETERS, J. R. *A história da matemática no ensino fundamental: uma análise de livros didáticos e artigos sobre história*. Dissertação – Mestrado em Educação Científica e Tecnológica. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Florianópolis - SC, 2005.

PHILLIPIS, B.S. *Pesquisa social: estratégias e táticas*. Rio de Janeiro, Livraria Agir Editora, 1974.

ROSA, A. R.; TURETA, C.; BRITO, M. J. *Práticas discursivas e produção de sentidos nos estudos organizacionais: a contribuição do construcionismo social*. In: *Contextus: Revista Contemporânea de Economia e Gestão*. Vol. 4. Nº 01 - Jan/Jun 2006 (41-52).

ROQUE, A. C.C. *Uma investigação sobre a participação da história da matemática em uma sala de aula do ensino fundamental*. (Mestrado em Conhecimento e Inclusão Social) – Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012.

SAD, L. A. *Abordagem epistemológica da história da matemática: é um interesse ou interessa?* V SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, Rio Claro, 2003. Rio Claro: UNESP, 2003.

SAMPAIO, H. R. *Uma abordagem histórico-filosófica na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem em trigonometria no ensino médio*. 2008. 173f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, C. M. S. *Qual o papel da história da matemática na educação matemática?* In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 8., 2010, Belém, Anais. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2010. p.167-177.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. G. *Matemática: ensino médio*. Vol. 2. 8. Ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *XI Encontro nacional de educação matemática*. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>> Acesso em: 30 de out. 2016.

_____. *XI Encontro nacional de educação matemática*. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>> Acesso em: 30 de out. 2016.

SOUZA, J. R. *Novo olhar matemática*. Vol. 2. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

VALENTE, W. R. *A matemática escolar: perspectivas históricas*. In: Anais do III Congresso Brasileiro de História da Educação. Curitiba: PUC-PR, 2004.

VIANNA, C. R. *Matemática e história: algumas relações e implicações pedagógicas*. Dissertação (Mestrado) Faculdade de Educação, USP, 1995.