UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa
Centro de Ciências e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Campus Campina Grande

PATRÍCIA MELO ROCHA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE ESTATÍSTICA: UMA CONTRIBUIÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Campina Grande
2016

PATRÍCIA MELO ROCHA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE ESTATÍSTICA: UMA CONTRIBUIÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado, elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

Campina Grande
2016

R672r Rocha, Patrícia Melo.
A resolução de problemas no ensino de estatística [manuscrito] : uma contribuição na formação inicial do professor de matemática / Patrícia Melo Rocha. - 2016.
252 p. : il. color.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, Departamento de Matemática".

1. Formação docente. 2. Ensino de estatística. 3. Resolução de problemas. 4. Educação estatística. I. Título.

21. ed. CDD 371.12

PATRÍCIA MELO ROCHA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE ESTATÍSTICA: UMA CONTRIBUIÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado, elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em 25 de outubro de 2016.

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____

Dr. José Lamartine da Costa Barbosa (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Alecxandro Alves Vieira
____

Dr. Alecxandro Alves Viera (Membro externo)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

____

Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic (Suplente)
Universidade Estadual Paulista (UNESP)

Resultado: Aprovado com Distinção

Dedico esta dissertação, aos meu pais, Raimundo e Dulce, e ao meu orientador, Roger Huanca.

AGRADECIMENTOS

Essa deveria ser a parte mais fácil da dissertação, mas não é.

Então, eu não poderia começar de outra maneira, a não ser agradecendo a Deus por tudo. Ao longo dessa caminhada, cada acontecimento, ao seu modo, me fizeram chegar onde cheguei e me fizeram ser quem eu sou. Foi nessa caminhada de tropeços e vitórias que enxerguei o verdadeiro sentido da vida.

Agradeço muito o apoio da minha família e incentivo que sempre me deram para continuar no caminho dos estudos. Meus amados pais, Raimundo e Dulce por todo o amor, carinho e dedicação ao longo de toda a minha vida e as minhas irmãs, Mila e Bia, por fazerem parte desse sonho junto comigo. E aproveitando o momento, agradeço a colaboração direta de Mila e mamãe pela ajuda incessante e paciência nas leituras críticas que fizeram para enriquecer este trabalho. Eu tenho a melhor família do mundo!

Se meu orientador, Professor Roger Huanca, não tivesse me aceitado como sua orientanda, talvez eu não estaria escrevendo esses agradecimentos agora. Então, não tenho como agradecer por todo ensinamento, confiança e paciência que ele teve comigo. Não tenho palavras para descrevê-lo, mas posso dizer que ele é um exemplo de competência e simplicidade. É graças as suas orientações e por você acreditar nesta pesquisa que estou aqui. Muito obrigada!

Também agradeço aos membros da banca avaliadora, Dra. Lourdes, Dr. Alecx e Dr. Lamartine pelas contribuições e sugestões no Exame de Qualificação.

Agradeço aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB, Campus Campina Grande.

Agradeço a UEPB, em especial, ao Campus Monteiro, por ter me dado a oportunidade de fazer a minha pesquisa de campo.

Agradeço aos colegas do GPRPEM da UEPB/Campina Grande: Rônero, Petrucci, Thâmara, Virgínia, Neto e Iza pelas contribuições e troca de experiências.

Agradeço aos colegas da turma 2015.1 do PPGECEM, parceiros nessa jornada. Em especial, Samya e Júlio.

Agradeço as famílias Melo e Rocha, que com certeza estão torcendo por mim, mesmo distante e a minha família em Cristo “AzuLuz”, obrigada pela força e pelas orações.

Agradeço as minhas alunas, participantes da Pesquisa de campo, Bárbara e Jéssica; a minha orientanda Ivoneide, por ter ajudado com as fotos e filmagens do projeto; ao pessoal da PB cópias, por ter ajudado na hora do sufoco; e demais pessoas que torcem por mim e que de alguma forma contribuíram para o cumprimento dessa jornada.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

As pessoas tendem a encarar as Estatísticas desta forma: ou aceitam seus resultados sem questionamento ou então os rejeitam com ceticismo. Qual é a opção mais certa? A primeira atitude se baseia na ignorância; a segunda, provavelmente no medo. Aqui, preferimos questionar tudo isso, para descobrir o que, de fato, a Estatística e Probabilidade tem a dizer.

RESUMO

O presente trabalho insere-se no campo da formação inicial docente em nível superior. Tendo como contexto o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro. O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar, compreender e descrever como os alunos desse curso desenvolvem suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da Estatística e da Educação Estatística. Para realização desta pesquisa, foi utilizada como metodologia científica o Esboço de Thomas A. Romberg, em que ele apresenta 10 atividades essenciais a desenvolver em uma pesquisa. O referencial teórico adotado nesta pesquisa foi um entrelaçamento dos seguintes temas: Estatística e Probabilidade; Resolução de Problemas; A Formação Inicial de Professores de Matemática; e Educação Estatística. E com base nesta última temática, conjugou-se o Letramento Estatístico, o Pensamento Crítico e a Compreensão dos Conceitos. O trabalho desenvolveu-se por meio de uma pesquisa qualitativa, tomando como sujeitos os alunos do 9º período matriculados no componente curricular Estatística e Probabilidade durante o segundo semestre de 2016. A produção de dados se deu, além dos registros da pesquisadora no diário de campo, pelas anotações dos alunos, pelas filmagens e gravações feitas durante os encontros, e também por meio de entrevistas com alguns professores da área de Estatística, Educação Estatística e aqueles que trabalham e pesquisam sobre Resolução de Problemas, realizadas pela pesquisadora no decorrer da pesquisa. A partir da análise dos dados obtidos na pesquisa, conclui-se que os alunos ao se envolverem na perspectiva da Resolução de Problemas, desenvolveram sua autonomia, construindo seu próprio conhecimento, favorecendo assim uma aprendizagem mais significativa que contribuiu para a sua formação docente, transformando-os para exercer uma cidadania reflexiva.

PALAVRAS-CHAVE: Formação Inicial de Professores. Ensino de Estatística e Probabilidade. Resolução de Problemas. Educação Estatística.

ABSTRACT

The present study is part of a initial teacher education at the college level. Taking as context the Mathematics degree at the University State of Paraiba, Monteiro Campus. The aim of this study was to identify, analyze, understand and describe how students in this course develop their skills and attitudes for the practice of classroom, using the Mathematics Teaching-Learning-Assessment methodology through the Problem Solving within the context of Statistics and Statistics Education. For accomplishment of this research, it was used as scientific methodology the Thomas A. Romberg Outline, in which he presents 10 essential activities to develop in a research. The theoretical referential adopted in this study was the following topics network: Statistics and Probability; Problem Solving; Initial Teacher Education of Mathematics; and Statistics Education. Based on this last topic, it has conjugated the Statistical Literacy, Critical Thinking and Concepts Understanding. The study was developed through a qualitative research, taking as participants students enrolled at 9th period curricular component Statistics and Probability in the second half of 2016. The output data was done beyond the researcher's records in field diary, the notes of the students, by the filming and recordings made during the meetings, as well through interviews with some teachers from the area of Statistics, Statistical Education and those who work and research on Problem Solving, carried by the researcher during the research. Based on the data analysis obtained in the research, it was concluded that the students involved in the perspective of Problem Solving, developed their autonomy, drawing their own knowledge, thus promoting a more meaningful learning that contributed to his teacher formation, and transform them to practice a reflective citizenship.

Keywords: Teacher Initial Education. Statistics and Probability Teaching. Problem Solving. Statistics Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS E QUADRO

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No dia-a-dia, os números são confiáveis e seguros. Algumas vezes, porém, o modo como são usados pode fazê-los parecer escorregadios, pouco confiáveis. A frase do escritor americano Mark Twain que diz, “Há três tipos de mentiras: as mentiras, as mentiras malditas e as estatísticas!”, expressa muita sinceridade. Entretanto, a culpa não é dos números, mas de sua interpretação e do contexto em que são usados. Por exemplo, 50% é uma expressão sem significado, a menos que esteja claro: 50% de quê? A compreensão incorreta das estatísticas ou o medo de lhe dar com números podem não seduzir a acreditar em quase tudo.

Assim, o conhecimento Estatístico desejável a um futuro professor de Matemática, vai além de dominar o conteúdo programático, que envolve reconhecer a aplicação sócio-política desse conhecimento. Para que isso ocorra, a Estatística pode ser trabalhada de maneira à aproximar o aluno de sua realidade, ao tratar temas polêmicos, mais próximos da vida dos alunos, relacionados com a comunidade, com o seu convívio social ou com o seu trabalho (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

A partir do levantamento de problemas ligados a sua realidade, a Educação Estatística promove um participação crítica desses futuros professores na sociedade, discutindo sobre questões econômicas, sociais e políticas, em que a Estatística e a Probabilidade são utilizadas.

Na introdução deste texto, apresento o caminho percorrido durante nossa curta trajetória acadêmica, na qual vivenciamos e aprendemos muito, questionamos e ainda continuamos a nos questionar outras tantas que nos incomodaram durante e após a conclusão do Curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Campina Grande/PB. Esses fatos nos impulsionam a buscar novos aprendizados, experiências, desafios e quem sabe encontrar possíveis respostas no curso do Mestrado de Ensino em Ciências e Educação Matemática que iniciamos.

Após a trajetória pessoal apresento a justificativa da pesquisa, a pergunta da pesquisa, os objetivos e por fim a estrutura da dissertação.

Trajetória Pessoal e Profissional

> *“Hoje, olhando para o caminho percorrido, percebo que foram muitas mudanças, todas fundamentais para o meu crescimento e que mesmo passando por momentos difíceis e até de sofrimento, pude me encontrar ao longo dessa estrada. Sei que há um longo caminho a ser seguido e que a pesquisa não para. Espero que essa seja apenas uma de muitas outras contribuições que posso dar à Educação”.*
>
> Patrícia Melo Rocha

Meus estudos iniciais, ou seja, o Ensino Básico aconteceu em São Luís/MA, onde sempre contei com o apoio dos meus pais e tive a oportunidade de estudar em boas escolas.

No Ensino Fundamental I, percebi que tive facilidade com a Matemática, fato este que continuou no Fundamental II, onde me identifiquei e peguei gosto pela Matemática. Gostava de resolver problemas que envolvia proporcionalidade e porcentagem, entre outros. Nesta fase de aprendizado, foi fundamental o apoio do meu Pai, que sempre me estimulou e incentivou, principalmente com a Matemática, pois ele é Engenheiro Mecânico e com o domínio que ele tinha com a Matemática Aplicada pude me apropriar das habilidades dele em resolver certos problemas. Também me chamou atenção que ele sempre procurava relacionar as disciplinas com assuntos básicos do nosso cotidiano.

No Ensino Médio, um dos fatores determinantes que me levaram a gostar dessa disciplina foram os professores de Matemática que tive, pois estes transmitiam segurança em relação aos conteúdos e de certa forma eu me sentia preparada. Seus métodos eram tradicionais e uma característica comum entre eles era a estrutura organizada de suas aulas, as quais iniciavam com definições, davam exemplos e exercícios e, às vezes finalizavam com problemas. O conteúdo me chegava pronto e acabado e eu aceitava sem questionar, apenas repetindo. O tempo passou, e no final do Ensino Médio me deparei com um problema muito sério: Que profissão deveria escolher? Esse é em geral um momento bastante difícil para uma adolescente, pois dessa decisão depende seu futuro.

Em 2004, ingressei no curso de Bacharelado em Estatística pela UEPB, Campus Campina Grande. Ao longo do curso, sempre me identifiquei com o estudo da Estatística Descritiva, Análise dos dados e Probabilidade. Paralelamente ao curso em andamento, trabalhei dando aulas particulares de Matemática para alunos do Ensino Fundamental I e II e posteriormente para alunos do Ensino Médio. A experiência inicial com as aulas particulares foi de extrema importância, inclusive na maneira de como transmitir os conteúdos para meus alunos. Acredito que a didática que desenvolvi foi justamente com as aulas particulares, já que o curso de Bacharelado não me proporcionou práticas de ensino.

Em 2007, conclui minha graduação e em seguida fiz minha pós-graduação em busca de novos conhecimentos. Ao longo dos anos continuei dando aulas para os Ensinos Fundamental e Médio.

Mas foi em 2012, ao iniciar meu trabalho com metacognição, trabalhando com crianças e adolescentes, no SUPERA[1], que senti a necessidade de aprimorar ainda mais meus conhecimentos, pois embora eu tivesse experiência, ainda era necessário ir em busca de melhor qualificação.

No segundo semestre de 2014, tomei conhecimento da seleção do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, oferecido pelo PPGECEM[2] da UEPB e me inscrevi para participar do processo seletivo. Após fazer a inscrição e participar das quatro etapas, infelizmente não obtive êxito no resultado final, pois não tinha experiência com a Educação Matemática, mas eu não desisti e quando abriu a seleção para aluno especial do programa fiz minha inscrição.

Fui selecionada como aluna especial do PPGECEM da UEPB, na disciplina Resolução de Problemas e Construtivismo Social lecionada pelo Professor Roger Huanca. Esse período foi fundamental para que eu pudesse aprofundar meus conhecimentos em relação à Educação Matemática e amadurecer as ideias para meu projeto.

Graças a minha participação como aluna especial na disciplina Resolução de Problemas e Construtivismo Social do PPGECEM da UEPB, pude participar em eventos Regionais, Nacionais e Internacionais, como: Congresso Nacional de Educação – CONEDU; 1º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Nordeste; Semana Nacional de Ciência e Tecnologia; III Seminário em Resolução de Problemas – SERP; 1º Workshop em Educação Matemática do Agreste Pernambucano; VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática; e Congresso Internacional de Educação e Inclusão – CINTEDI, apresentando trabalhos, oficina e minicurso, que também foram muito importantes para o meu crescimento profissional dentro da Educação Matemática e da Educação Estatística.

Durante minha participação nesses eventos tomei conhecimento de trabalhos desenvolvidos por pesquisadores, da Educação Matemática, que trabalham com Resolução de Problemas, Educação Estatística e Formação do Professor de Matemática e, visando conhecer um pouco a respeito, comecei a ler e me inteirar mais desses assuntos. A oportunidade de trocar ideias e de conhecer grandes pesquisadores nesses eventos, bem como a participação em palestras, mesas redondas, minicursos e oficinas me fizeram abrir os olhos, então pude

---

[1] O Supera é um método de estimulação cognitiva. Ele é baseado em treinamentos cerebrais e utiliza ferramentas pedagógicas envolventes. O método foi desenvolvido com a colaboração de pesquisadores brasileiros e estrangeiros, que atuam nos campos da neurociência, psicologia e educação.

[2] PPGECEM – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

perceber que ainda há poucos trabalhos envolvendo a Educação Estatística e a maioria não estão relacionados com o Ensino Superior.

Ainda no segundo semestre de 2014, na mesma época da seleção do mestrado, abriu a seleção para professor substituto de Estatística do Centro de Ciências Humanas e Exatas – CCHE da UEPB, campus Monteiro/PB, onde comecei a me preparar para o concurso público. Foram dias de muito estudo e esforço para que esse sonho fosse concretizado. Por ser meu primeiro concurso para professor substituto precisei estudar bastante, ou seja, ter um bom preparo. Enfim, fui classificada e aprovada, imediatamente assumi a disciplina de Introdução à Probabilidade, no curso de Licenciatura Plena em Matemática e a disciplina Estatística Aplicada e Métodos Quantitativos no curso de Ciências Contábeis. Esse foi um desafio muito importante na minha trajetória pessoal e profissional, pois desde a graduação, eu já tinha pretensão de seguir a carreira docente e lecionar no Ensino Superior.

Nesse período como professora universitária notei algumas dificuldades dos alunos nas disciplinas por mim ministradas sobre a compreensão da importância da Estatística no cotidiano. Nesse sentido, comecei a refletir sobre vários aspectos referentes ao ensino e aprendizagem da Estatística. A partir desta reflexão pensei em elaborar um novo projeto.

Paralelamente ao meu trabalho continuei acreditando na necessidade de prosseguir os estudos na Pós-Graduação. Então em 2015, participei novamente da seleção do PPGECEM da UEPB, Campina Grande, onde fui classificada e aprovada. Gostaria de ressaltar que não foi fácil, mas tive apoio de pesquisadores da área da Educação Matemática como também foi fundamental ter participado como aluna especial, sendo uma nova experiência para mim em relação a levantamento e leituras de textos na perspectiva da Educação Matemática.

Outro fator importante na minha caminhada em direção à Educação Matemática foi ingressar como membro do GPRPEM[3], no ano de 2015. O GPRPEM é um grupo de pesquisa do PPGECEM e do CCHE da UEPB. Nas reuniões semanais do grupo, são lidos e discutidos livros, artigos e textos em geral da Educação Matemática, da Resolução de Problemas, Ensino-Aprendizagem-Avaliação, da Formação de Professores, etc., com o objetivo de discutir abordagens, compreender e buscar novas experiências relativas à Resolução de Problemas, destacando estudos e pesquisas nos últimos anos com questões sociais relevantes para sociedade.

Feita essa breve trajetória, na próxima seção apresento a justificativa da pesquisa.

---

[3] GPRPEM – Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática, liderado pelo Prof. Dr. Roger Huanca.

Justificativa da Pesquisa

A Estatística e a Probabilidade vêm conquistando crescente importância na sociedade atual, uma vez que o volume de informação de que dispomos aumenta a cada dia. Essa nova realidade que está se delineando, impulsionada pelos avanços das tecnologias digitais, exige dos profissionais de diversas áreas capacidade de sintetizar e analisar uma grande quantidade de dados, exigindo o repensar dos processos de ensinar e de aprender Estatística e Probabilidade, nos diversos campos da formação acadêmica. Em particular, na formação inicial do professor de Matemática, a Estatística é uma ferramenta para estudo e análise dos diversos fenômenos de interesse geral e específico da formação profissional.

A proposta aqui apresentada visa contribuir na formação inicial do professor de Matemática. Seu foco é investigar os processos de ensino-aprendizagem da Estatística através da inserção de atividades envolvendo problemas em um ambiente que propicie o trabalho com a Resolução de Problemas.

Apesar da notória importância da Estatística tanto na vida profissional quanto social e pessoal, no âmbito das instituições de ensino, ainda percebe-se a dificuldade e o temor dos estudantes frente ao desafio de cursar uma disciplina de Estatística. Percepção esta que encontra sustentação nos trabalhos publicados por Vendramini e Britto (2001) e Viali (2007).

Garfield e Ben-Zvi (2008) consideram que uma das razões que tornam a Estatística um assunto difícil de aprender e ensinar reside no fato de que, na maioria das vezes, o ensino da Estatística está focado em problemas que não envolvem o cotidiano dos alunos, cabendo ao estudante resolvê-los através da mera aplicação de técnicas estatísticas. Este equívoco didático, segundo Viali (2007) resulta em estudantes que apesar de saberem aplicar fórmulas e realizar cálculos não compreendem os conceitos estatísticos.

No Brasil (1998), uma das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais é que o professor estabeleça ligações entre os conteúdos estudados e as situações do cotidiano dos alunos. E que esta prática permita aos alunos o desenvolvimento de suas competências e habilidades, preparando-os para o exercício da cidadania e para um convívio social melhor.

Os Documentos Curriculares e os Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPCs) estimulam o tratamento da Estatística, por considerá-la uma ferramenta de inclusão dos alunos na realidade e no exercício da cidadania. Não é incomum professores da Educação Básica tratarem a Estatística apenas de forma superficial ou nem mesmo incluí-la em suas aulas.

Diante dessa situação contraditória, considera-se importante que se pesquise formas de tornar mais eficaz o processo de ensino-aprendizagem de Estatística e Probabilidade nos cursos de Licenciatura Plena em Matemática. Neste sentido, os professores e os futuros professores devem incentivar os alunos a observar os fenômenos, especular hipóteses, reunir dados, tratando-os e analisando-os do ponto de vista da investigação científica. Como também, devem estimular a leitura e interpretação de gráficos, tabelas e medidas publicados pelos meios de comunicação, a fim de que o aluno saiba posicionar-se de forma crítica diante dessas informações.

As reflexões tecidas ao longo desta pesquisa possibilitaram perceber a importância de repensar as estratégias metodológicas no ensinar e aprender estatística, buscando contribuir na formação de indivíduos capazes de conviver, comunicar e dialogar num mundo de ideias e construção de conhecimentos.

A pergunta da Pesquisa

Optamos por levantar uma questão que pudesse unir, em uma única pergunta, o fenômeno de interesse criado, as ideias de outros pesquisadores e, até algo sugerido pelos textos estudados e discutidos na disciplina Metodologia de Pesquisa do curso de Mestrado do PPGECEM. A pergunta se apresenta da seguinte forma: **Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?**

Na formação do professor de Matemática encontram-se, na graduação, a Educação Matemática e a Matemática. As disciplinas da área de Educação Matemática devem levar os futuros professores a conhecer as diferentes formas de conhecimentos: Educacional, Curricular, Pedagógico e Profissional. Quanto aos conhecimentos relacionados à Estatística, espera-se que o futuro professor trabalhe junto aos alunos, situações matemáticas onde, a partir de cada problema, se possa perceber a Estatística que há por trás desse problema.

Segue-se, portanto os objetivos do trabalho, que trago como suporte para responder a pergunta norteadora.

Objetivos

O projeto de trabalho, que será aplicado a futuros professores, tem por objetivos:

- (Re)construir conhecimentos estatísticos aliado a um conhecimento probabilístico necessários para um bom professor, fazendo uso da Resolução de Problemas;
- Levar o aluno, futuro professor, a construir novas ideias sobre conteúdos e métodos que ele já conhece, a fim de que possa desenvolver uma forma de ensino que leve seus futuros alunos à aprendizagem com compreensão e significado.

- Identificar quais os conteúdos da Estatística e da Probabilidade que podem ser trabalhados com os futuros professores para que os mesmos façam uso da Resolução de Problemas no Ensino Básico.
- Promover o entendimento das competências estatísticas fazendo o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da Educação Estatística.

Para Van de Walle e Lovin (2006, p. 3), compreensão pode ser definida como “uma medida da qualidade e da quantidade de ligações que uma ideia tem com ideias já existentes”. Nesse sentido, queremos levar o aluno, futuro professor, a refletir sobre o aprender a ensinar Estatística, refletindo na prática e sobre a prática.

Posto os objetivos, apresentamos a estrutura da dissertação a seguir.

Estrutura da Dissertação

Para fins de organização, o texto está estruturado em oito capítulos, além das considerações finais, a saber:

No capítulo 1 – Introdução (o presente capítulo) – descrevemos brevemente sobre, a Estatística e Educação Estatística, apontando a trajetória pessoal e profissional, justificando a importância e contribuições desse estudo para a área de Educação Matemática, em particular, para o Ensino de Estatística através da Resolução de Problemas, além da pergunta da pesquisa, dos objetivos do trabalho e apresentação da estrutura desta dissertação.

No capítulo 2 – A Pesquisa Científica e a Metodologia – apresentamos a metodologia da pesquisa baseada na proposta de Thomas A. Romberg, assim como, o contexto e os procedimentos metodológicos para coleta e análise dos dados. Esta proposta é composta por um conjunto interconectado de dez atividades, descritas por um fluxograma, para o estudo desta dissertação.

O capítulo 3 – Estatística e Probabilidade – é reservado para discussões teóricas sobre o tema com breve explanação histórica da Estatística e da Probabilidade. As demais seções intitulamos Apresentação dos livros de Estatística e de Probabilidade do Curso Superior; Noções de Estatística e de Probabilidade; e Educação Estatística.

No capítulo 4 – Resolução de Problemas – apresentamos um breve histórico da Resolução de Problemas destacando-se a origem. Abordamos Resolução de Problemas na Educação Matemática, falando-se de sua essência que consiste na construção do conhecimento do aluno e do desenvolvimento da Matemática. Também, apresentamos a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de

Problemas, considerando algumas questões voltadas à inserção da Resolução de Problemas na sala de aula, que será tomada como um dos principais referenciais teóricos para a presente pesquisa, a partir de uma revisão resumida da literatura sobre os trabalhos com Resolução de Problemas.

No capítulo 5 – A Formação Inicial de Professores de Matemática – tratamos brevemente da LDBEN e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial de futuros professores em cursos de nível superior. Em seguida, descrevemos as Competências, as Recomendações, as Perspectivas do Desenvolvimento profissional, com o intuito de nos auxiliar na Formação de Professores na Licenciatura.

No capítulo 6 – O Modelo Modificado e a Pergunta da Pesquisa – retornamos o esboço de Romberg, avaliando os três capítulos anteriores que envolvem a Estatística e a Probabilidade, a Resolução de Problemas e a Formação Inicial de Professores de Matemática, e suas contribuições para este texto. Posteriormente apresentamos nossa pergunta da pesquisa apoiada no referencial teórico e elaborando novas variáveis que surgiram neste estudo e um modelo modificado que nos guiou até o fim deste trabalho.

No capítulo 7 – Segundo Bloco de Romberg: Estratégias e Procedimentos – apresentamos as atividades 5 e 6. Essas atividades nos orientam para selecionar estratégias e procedimentos adequados a fim de responder a pergunta da pesquisa.

O capítulo 8 – Terceiro Bloco de Romberg: A Aplicação do Projeto em Sala de Aula – foi reservado para descrever e analisar os 13 encontros da pesquisa de campo.

Por fim, apresentamos as considerações finais e as referências utilizada nesta dissertação.

2 A PESQUISA CIENTÍFICA E A METODOLOGIA

Ao iniciarmos esse trabalho de Mestrado, em Ensino de Ciências e Educação Matemática, houve a necessidade de compreendermos as tendências de pesquisa e os fundamentos de uma Metodologia de Pesquisa. Evidenciava-se uma lacuna em nossa formação universitária de Graduação e Pós-Graduação, onde não existia muita preocupação com questões dessa natureza.

Desse modo, procuramos respostas para as nossas seguintes perguntas: (1) O que significa fazer pesquisa científica e como desenvolver um trabalho cientificamente? (2) Para que adotar uma linha metodológica de pesquisa?

Com relação à primeira questão encontramos uma resposta em Santos (2007), quando o autor afirma que a Pesquisa Científica produz primeiramente conhecimentos para o pesquisador e, depois, um texto escrito para o leitor, o que demanda duas competências distintas: à habilidade de produzir conhecimento e à habilidade de apresentar conhecimento escrito, ou seja, à atividade intelectual é a essência da Pesquisa Científica, justamente é a construção de um novo conhecimento que foi desenvolvido nesta nossa caminhada de investigação.

Para segunda pergunta, compartilhamos as ideias de Garcia (2003) que diz que para garantir a consistência de uma pesquisa é necessário um método, caso contrário estaríamos "assobiando no escuro". Nesse sentido, não existe, porém uma única Metodologia de Pesquisa certa ou insensível para todo e qualquer tipo de trabalho. O que determina qual deverá ser a Metodologia da Pesquisa adotada e o tipo de investigação que queremos realizar e o objetivo a atingir.

Inicialmente, neste capítulo, discutimos a Teoria e a Prática da Pesquisa Científica e suas etapas, em seguida abordaremos alguns aspectos relevantes sobre Metodologia de Pesquisa, também foi incluído neste capítulo a Metodologia de Romberg e as Contribuições de Onuchic para a Pesquisa e por fim apresentaremos a nossa pesquisa apoiada na Metodologia de Romberg-Onuchic.

2.1 A PESQUISA CIENTÍFICA

> Metodologia científica, metodologia da pesquisa científica, metodologia do trabalho científico. E, agora, metodologia da construção do conhecimento. É tudo a mesma coisa? Parte sim, parte não. [...] Estamos mais interessados hoje na geração de autonomia intelectual, na capacidade de pensar por conta própria, a ser possibilitada

> aos estudantes e profissionais, especialmente aqueles em formação, ou formados, em nível superior (SANTOS, 2007, p. 11).

A necessidade de estudar sobre a pesquisa científica levou-nos a conhecer diferentes métodos de investigação que nos inquietou ao iniciarmos o curso de Pós-Graduação. Estas e outras inquietações alimentaram o nosso interesse voltado ao conhecimento da Pesquisa Científica.

O principal objetivo desta seção foi discutir sobre a Pesquisa Científica, constatando que, em geral, os mestrandos e doutorandos não dominam os pressupostos básicos para construção de suas dissertações e teses. Nesse sentido, tomamos a iniciativa de escrever este capítulo para compartilhar as ideias substanciais que foram dadas no domínio das Ciências Naturais a partir da Astrologia, Antropologia, Sociologia, Psicologia, enfim, com informações que geraram conhecimentos quanto aos diferentes elementos da realidade quantitativa e qualitativa.

> Para enveredar pela construção de um novo conhecimento, antes de tudo, é preciso ter atitude científica. Essa deve ser entendida "como princípio do pensamento e da reflexão que norteia a compreensão e a construção da ciência; bem como o sentimento profundo para o qual a ciência deve apontar" (TARUTO apud OLIVEIRA, 2007, p. 33).

Para Oliveira (2007) essa atitude científica deve ser destituída de crenças e juízos preestabelecidos, ou seja, segundo a autora, para se construir um novo conhecimento, deve-se colocar a aprendizagem, como um modo de querer descobrir o novo, e procurar encontrar fundamentos para esclarecer dúvidas inerentes aos fatos, às pessoas, aos objetos e aos fenômenos da natureza para os quais ainda não se tem resposta, tanto no domínio da experiência prática como no teórico.

Essa autora ainda disse que, produzir ciência é um ato possível a todos que buscam explicações para melhor entendimento da realidade da pesquisa, sendo assim, não é privilégio somente dos sábios e iluminados. Até porque, etimologicamente, segundo Oliveira, ciência quer dizer conhecimento e implica racionalidade, objetividade, sistematização de ideias e possibilidade de verificação e demonstração através das informações obtidas no processo de estudo e/ou pesquisa, independentemente do ponto de vista do pesquisador.

2.1.1 A Teoria e a Prática da Pesquisa Científica

Para Santos (2007, p. 17), “a pesquisa científica pode ser caracterizada como atividade intelectual intencional que visa a responder às necessidades humanas”. De fato, o humano, caracterizado por Santos como animal racional, é responsável pelo pensar, sendo assim cabe ao homem à responsabilidade de fazer algo, de mudar, de realizar transformações.

Digamos que, “seres racionais, são capazes de pensar, ou seja, são capazes de transformar necessidades sentidas em problemas, que se manifestam em questões”. Isso é a pura atividade intelectual! Melhor dizendo, quando o ser racional consegue formular um problema e solucioná-lo. Isso nos faz refletir sobre nossa própria existência, onde poucas vezes nos perguntamos qual a nossa função nesse mundo e agora já podemos dizer que é evoluir! A capacidade de ir além do que se vê, isto é, buscar sempre novas respostas para tudo aquilo que nos é imposto tanto na teoria quanto na prática (SANTOS, 2007, p. 18).

Nesse sentido, esse autor diz que pesquisar é o exercício intencional da pura atividade intelectual, visando a melhorar as condições práticas de existência. Assim entendemos que já temos resultados prontos de outras gerações, mas cabe a nós, seres racionais, dar continuidade, sempre questionando e buscando aumentar nosso conhecimento. Assim, ele diz que nenhuma geração pode dar-se por satisfeita com um mundo de segunda mão.

Dessa forma, entendemos de duas maneiras, primeiro que Santos está querendo enfatizar que devemos produzir novos conhecimentos, porém nos leva a entender também que esse conhecimento produzido precisa ser da melhor qualidade. Portanto, é necessário realizar novas pesquisas, mas para isso precisamos estar preparados para produzir pesquisa científica. De modo mais específico, o autor fala que o ser racional assimila o conteúdo e esse conteúdo precisa ser estudado e tratado.

Assim, Santos (2007) caracteriza a pesquisa científica em duas frentes fundamentais: a pesquisa acadêmica e a pesquisa de ponta.

> A pesquisa acadêmica é, pois, uma atividade pedagógica que visa despertar o espírito de busca intelectual autônoma. É necessário que se aprendam as formas de problematizar necessidades, solucionar problemas, indicar respostas adequadas etc. A pesquisa acadêmica é, antes de tudo, exercício, preparação. O resultado mais importante não é a oferta de uma resposta salvadora para humanidade, mas a aquisição do espírito e método da indagação intencional (SANTOS, 2007, p. 26).

Nesse sentido, entendemos que o sujeito precisa ir além da assimilação de conteúdos, o importante é o desenvolvimento das capacidades de pesquisar, de indagar e não unicamente ir à busca de uma resposta, mas estar preocupado com a formação de sujeitos criativos e críticos.

> A pesquisa de ponta caracteriza-se como atividade típica do indivíduo que, tendo dominado as respostas comuns, já incorporadas à rotina de uma ciência ou profissão, parte em busca do novo, do ignorado, com intenção e método. A pesquisa de ponta é tentativa de negação/superação científica e existencial, a oferta de um dado novo para a Humanidade (SANTOS, 2007, p. 27).

Nesse caso, da pesquisa de ponta, o sujeito a ser convidado é aquele profissional de nível superior, isto é, aquele que se integra na pesquisa, e que em tese, tenha aprendido a tratar as informações. Daí a necessidade de termos dados que sejam capazes de captar informações importantes a respeito de(os) fato(s) que se pretende pesquisar.

Por isso, segundo Santos (2007), a pesquisa bibliográfica é uma fonte importante. Para o autor, fontes bibliográficas são: os livros, as publicações periódicas, material de áudio e vídeo, websites, relatórios de simpósios/seminários, anais de congressos, entre outros. Logo, podemos dizer que para fazer conjecturas ou formular uma pergunta de pesquisa é necessário sim, ter como base uma boa referência bibliográfica, ou seja, relacionar com as ideias de outros pesquisadores a respeito do tema a ser pesquisado. Não estamos nos referindo a quantidades, em números, mas na qualidade desse material. Dessa forma, a natureza teórico-prática da pesquisa científica, aparece aqui como parte importante para atingir a pesquisa de ponta.

Feita a discussão sobre a pesquisa acadêmica e a pesquisa de ponta visando à natureza teórico-prática, na próxima subseção apresentamos as fases da pesquisa científica segundo Santos.

2.1.2 As Etapas da Pesquisa Científica

Para Santos (2007), o trabalho de pesquisa visando à construção do conhecimento desenvolve-se por etapas, que na verdade podemos chamar de método, ou seja, passa a ser um caminho facilitador.

> A construção do conhecimento científico pela pesquisa é uma atividade sistemática e metódica, que requer boas doses de trabalho intelectual e braçal. É ineficaz, além de pretencioso, tentar costurar um texto a partir do exame simultâneo dos textos alheios relativos a um tema, espalhados sobre a mesa, e dizê-lo resultado de trabalho de pesquisa (SANTOS, 2007, p. 72).

Assim, podemos dizer que o autor não está descaracterizando a importância de uma pesquisa bibliográfica, longe disso, mas ele está querendo deixar claro que não podemos nos tornar “escravos” dessa revisão bibliográfica, em outras palavras, essa etapa bibliográfica é sim importante e crucial para se iniciar uma pesquisa científica. Entretanto, se estamos em busca de um novo conhecimento, não vai ser resultado do trabalho de outros e sim de uma ideia que poderá inclusive ser o aprofundamento de temas já trabalhados, mas que tragam uma nova contribuição para humanidade.

Sendo assim, para Santos, a construção do conhecimento requer: a identificação de problemas e o raciocínio desses problemas, ou seja, encontrar a pergunta da pesquisa ou conjecturas.

> A construção do conhecimento [...] pode significar descoberta ou avanço para a ciência da Humanidade ou a descoberta e o avanço do conhecimento aprendiz, na medida em que se apropria, individualiza, torna seu conhecimento já desenvolvido e tornado disponível pelas diversas ciências (SANTOS, 2007, p. 71).

Dessa maneira, Santos (2007) apresenta um fluxograma com as etapas de uma pesquisa científica, sendo esta necessária para o exercício de duas competências que são essenciais: a produção do conhecimento e a apresentação escrita do que se conseguiu produzir.

> Em passos largos, um fluxograma de pesquisa científica poderia ser o seguinte: o planejamento transforma um tema em objetivos. Objetivos, proposta de raciocínio, são então alimentados por dados, informações e ideias, na coleta de dados. Os objetivos alimentados por dados tomam o formato de um texto pensado, o conjunto de ideias produzido pelo pesquisador. Tem-se a produção do conhecimento (SANTOS, 2007, p. 73).

Com base no fluxograma de pesquisa científica, nesta subseção, discutimos a respeito de cinco das dez etapas da pesquisa que Santos apresenta para um planejamento de pesquisa, visando à construção do conhecimento científico.

Primeira Etapa - Escolha do tema

Santos (2007) disse que, ainda que a escolha do tema pareça uma tarefa fácil, é nessa etapa que se inicia uma caminhada científica, cujo conteúdo e cujo sucesso dependem bastante deste momento. Além disso, o autor fala que diante da vastidão das possibilidades de temas sugeridos pela atividade humana, sabe-se da dificuldade e da angústia diante da escolha de um tema, que isso geralmente implica abandono de outros, também interessantes.

Assim, Santos propõe três critérios que auxiliam na escolha adequada de um tema de pesquisa:

- Gosto pessoal, preparo técnico e tempo disponível – um tema da preferência do pesquisador gera empatia, entusiasmo e favorece a perseverança. A formação cultural e a vivência pessoal garantirão o início bem-sucedido do processo de busca; o tempo para a dedicação garantirá a continuidade do processo até o ponto necessário/desejado.
- Importância ou utilidade do tema – o desenvolvimento do conhecimento é sempre benéfico. Deve estar clara para o pesquisador a relevância de um tema, que possa dirigir-se genericamente a três beneficiários: a sociedade, a ciência e a escola. Um

> tema tem relevância social quando seu desenvolvimento e suas conclusões acenam com uma contribuição direta para a sociedade. Isto é, ajudará a melhor encaminhar ou sanar uma necessidade social concreta. Relevância científica é característica daquele tema que, desenvolvido, contribui para melhor esclarecer/resolver um problema detectado ou previsto no curso de um estudo ou pesquisa científica. Relevância acadêmica é característica do tema que, desenvolvido, contribui para o ensino/aprendizado a respeito de uma necessidade ou de um problema humano. É claro que a importância em uma dessas áreas seria motivo suficiente para caracterizar certo tema como relevante.
>
> - Existência de fontes – é condição essencial. É até possível pesquisar algo desgostoso e irrelevante; é impossível pesquisar sem fontes de dados. Afinal, entende-se pesquisa como atividade intelectual, como desenvolvimento de raciocínios, cujo combustível são os dados. Sem dados não há raciocínios ... relembrando, as fontes possíveis de pesquisa são três: uma bibliográfica a respeito do tema, um campo onde se possa observar e um laboratório onde se possa recriar (SANTOS, 2007, p. 75-76).

Em resumo, Santos (2007) diz que, o ideal para toda pesquisa é que a mesma preencha esses três critérios, ou seja, precisa atender o gosto do pesquisador, precisa ser relevante e que existam fontes para se obter os dados.

Segunda Etapa - Revisão de Literatura

Para Santos (2007) uma vez escolhido o tema, o próximo passo é procurar materiais escritos que tratem do assunto.

Nessa linha de raciocínio, o autor completa que embora seja verdade que,

> Ao escolher um determinado tema, algo dele já nos é conhecido, a releitura exploratória tem o mérito de aumentar a extensão e a profundidade dos conteúdos conhecidos. A leitura inicial sobre o assunto em dicionários, enciclopédias, introduções e manuais didáticos permitirá, ao menos, apurar o sentido de palavras-chave, definições, situação histórica do problema, classificação genérica etc. Além disso, o conhecimento genérico obtido por meio desse contato inicial ajudará a distinguir o secundário do essencial e facilitará a delimitação do conteúdo dos temas a investigar (SANTOS, 2007, p. 76-77).

Em resumo, ao fazer o levantamento bibliográfico, primeiramente deve-se fazer uma leitura panorâmica da literatura, através de uma seleção criteriosa de autores(as) que trabalhem especificamente com a temática que se pretende estudar.

Terceira Etapa - Formulação do Objetivo Geral

Santos (2007) exemplifica o objetivo geral como sendo a espinha dorsal do projeto de pesquisa, ou seja, para o autor, o objetivo da pesquisa deve expressar claramente o que o pesquisador deseja alcançar. Em outras palavras, não se trata do trabalho "braçal", mas o que se pretende atingir como resultado intelectual da pesquisa científica. Na verdade, são os objetivos de uma pesquisa que dirigem os raciocínios a serem desenvolvidos.

Assim, quando nos é dado um problema, a hipótese pode ser a solução e para isso faz-se necessário ter um objetivo, que é aquilo que se pretende alcançar.

> Objetivos são sempre compostos de duas partes: uma ação a ser aplicada sobre um conteúdo. Por isso, o enunciado de objetivos inicia-se por um verbo no infinitivo

> (terminados em ar, er, ir e or). No caso da pesquisa científica, que se caracteriza como ação intelectual, os verbos que abrem os objetivos devem ser verbos que indicam atividade intelectual, mensurável, isto é, cujo produto final possa ser verificado (SANTOS, 2007, p. 83-84).

Nesse sentido, Santos (2007) disse que, só quem compreendeu algo pode aplicá-lo bem na vida prática. E que aplicada ou não, a informação compreendida é analisada, daí surge uma nova síntese: o cérebro decide o que fica como resultado ou se descarta. Sendo assim, na visão do autor, é com as sínteses cerebrais finais que se avalia, se julga e se vive. Portanto, sabe-se que o cérebro humano é capaz de estágios ou estado cognitivo diversos, com graus também diversos de complexidade dos raciocínios.

Ainda nos reportando às ideais de Santos, quando se refere aos estágios cognitivos, que possibilitam atividades ou ações intelectuais que são expressas por verbos específicos, tem-se que,

- O estágio do conhecimento expressa-se em verbos como apontar, citar, classificar, conhecer, definir, descrever, identificar, reconhecer, relatar.
- O estágio de compreensão, em verbos como compreender, concluir, deduzir, demonstrar, determinar, diferenciar, discutir, interpretar, localizar, reafirmar.
- O estágio de aplicação, em verbos como aplicar, desenvolver, empregar, estruturar, operar, organizar, praticar, selecionar, traçar.
- O estágio de análise, em verbos como analisar, comparar, criticar, debater, diferenciar, discriminar, examinar, investigar, provar.
- O estágio de síntese, em verbos como compor, construir, documentar, especificar, esquematizar, formular, produzir, propor, reunir, sintetizar.
- O estágio de avaliação, em verbos como argumentar, avaliar, contrastar, decidir, escolher, estimar, julgar, medir, selecionar (SANTOS, 2007, p. 84-85).

Em resumo, Santos (2007) destaca que a organização do objetivo geral consiste em antepor à hipótese um verbo que expresse essa ação intelectual da escolha do pesquisador, ou seja, é o verbo escolhido que "calibra" a atividade a ser desenvolvida.

Quarta Etapa - Formulação dos Objetivos Específicos

Santos (2007) afirma que os objetivos específicos indicam partes do conteúdo do futuro texto, a ser produzido na fase da redação.

> Como se sabe, os problemas intelectuais podem (e devem) ser divididos em tantas partes quantas possíveis ou necessárias para bem resolvê-lo. Por essa razão, o problema expresso como objetivo geral será subdividido em tantos objetivos específicos quanto necessários para o estudo e a solução satisfatória do problema contido no objetivo geral (SANTOS, 2007, p. 86).

Na prática, Santos (2007, p. 86-87) sugere a organização de objetivos específicos em quatro momentos.

- Levantam-se componentes importantes do problema: examina-se o problema (o objetivo geral), procurando nele divisões possíveis, ou seja, os aspectos que o pesquisador considera relevantes do objetivo geral.
- Transforma-se em cada um dos aspectos escolhidos em um objetivo: antepõe-se a cada enunciado um verbo que indique a ação intelectual. A escolha é feita com base

> na natureza do assunto, na extensão e na profundidade com que o pesquisador julga querer/precisar tratá-lo.
>
> - Verifica-se a suficiência dos objetivos específicos propostos: o conjunto dos objetivos específicos deve ser suficiente para que o objetivo geral seja preenchido. O pesquisador deve verificar se os componentes (objetivos específicos) propostos, quando desenvolvidos, cumprem a tarefa intelectual indicada pelo objetivo geral. O conjunto dos objetivos específicos não deve, por outro lado, extrapolar a atividade proposta pelo objetivo geral.
> - Escolhe-se a melhor sequência lógica: considerando que os objetivos específicos indicam as partes do futuro texto, deve-se ter o cuidado de já os ter na melhor sequência lógica, isto é, estabelecer desde o início quais assuntos devem preceder a outros, tanto para o desenvolvimento da investigação quanto para a futura leitura do texto.

Em síntese, o autor conclui que o trabalho de investigação passará a ser feito em torno dos objetivos específicos propostos, que na verdade, são problemas intelectuais específicos a serem resolvidos. Ou seja, o autor disse que, procura-se realizar diretamente cada um dos objetivos específicos, para que, indiretamente, resolva-se a proposta do objetivo geral.

Quinta Etapa - Formulação da Hipótese(s)

Após a escolha do tema, feita às leituras e escolha dos objetivos geral e específicos surgiram questionamentos e dúvidas, e como a investigação só ganha forma a partir de um problema, Santos (2007) afirma que, a hipótese pode ser caracterizada como a solução possível para um problema. Nesse sentido, o autor ainda afirma que com base em conhecimentos já adquiridos, o pesquisador prevê possíveis verdades a respeito de qualquer tema, logo essa opinião do pesquisador é o "ponta pé inicial" para a construção de outros conhecimentos.

> A hipótese com que se vai trabalhar surge das questões já levantadas a respeito do tema, mais especificamente da questão escolhida no processo de seleção/delimitação. A questão levantada, com a resposta que se deu, é o indicativo do estágio de conhecimento do pesquisador acerca do assunto de que partirá sua investigação (SANTOS, 2007, p. 81).

Em resumo, Santos disse que, as hipóteses são individuais, pois representam pontos de partida com base na extensão e profundidade do conhecimento adquirido pelo pesquisador, conhecimento este encontrado nas perguntas e respostas que conseguiram formular.

2.2 MÉTODO QUALITATIVO DE INTERESSE

Goldenberg (apud HUANCA, 2014, p. 17) define como metodologia de pesquisa a construção de conhecimento original, de acordo com certas exigências científicas. A autora ainda disse que é um trabalho de conhecimento sistemático, não meramente repetitivo, mas produtivo, que faz avançar à área de conhecimento intelectual à qual se dedica.

Conforme compreendemos,

> A pesquisa não se reduz a certos procedimentos metodológicos. A pesquisa científica exige criatividade, disciplina, organização e modéstia, baseando-se no confronto permanente entre o possível e o impossível, entre o conhecimento e a ignorância. Nenhuma pesquisa é totalmente controlável, com início, meio e fim previsíveis. A pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas. O pesquisador está sempre em estado de tensão porque sabe que seu conhecimento é parcial e limitado — o “possível” para ele. No meu entender, não existe um único modelo de pesquisa (GOLDENBERG, 2004, p. 14).

Nesse sentido, para essa autora, a metodologia científica é muito mais do que algumas regras de como fazer uma pesquisa. Ela auxilia a refletir e propicia um ‘novo’ olhar sobre o mundo: um olhar científico, curioso, indagador e criativo. A autora completa dizendo que, o que determina como trabalhar, é o problema que será trabalhado.

Goldenberg (2004) considera também que a pesquisa é uma atividade neutra e objetiva, que busca descobrir regularidades ou leis, em que o pesquisador não pode fazer julgamentos nem permitir que seus preconceitos e crenças contaminem a pesquisa. Assim, faz necessária a imparcialidade por parte do pesquisador.

Romberg (2007) disse que, há dois aspectos para o uso do termo métodos de pesquisa que precisam ser entendidos. Primeiramente o autor fala dos métodos específicos discutidos na literatura de pesquisa que podem incluir a maneira na qual a informação é coletada, o modo como ela é analisada, ou, às vezes, como ela é relatada. Depois, Romberg como segundo aspecto diz que, os métodos vigentes que um pesquisador usa para coletar evidências dependem de pelo menos cinco fatores:

- A visão de mundo – estabelece os métodos usados dentro das crenças de uma particular comunidade de estudo;
- A orientação do tempo – considera em qual tempo as perguntas foram levantadas, se no passado, no presente ou no futuro;
- As situações – se existem realmente ou se precisam ser criadas;
- A fonte de informação prevista – são as fontes de evidência, podem ser encontradas em livros, falas, entre outras, nas respostas às perguntas, ou nas observações de ações; e
- O julgamento do produto - se refere à avaliação de estudos como uma categoria distinta de métodos de pesquisa (ROMBERG, 2007, p. 113).

Desse modo, é importante entender esses fatores, porque muitos métodos que existem na literatura são baseados nesses cinco fatores ou pelo menos fazem uso deles. Portanto, agora discutiremos alguns métodos de pesquisa ou esse conjunto de métodos que a maioria chama de metodologia de pesquisa.

Por exemplo, no método qualitativo é importante ter objetivos, isto é, o processo de investigação que reconhece a complexidade do objeto das ciências sociais, além disso, teoriza, revê criticamente o conhecimento acumulado, estabelece conceitos, usa técnicas adequadas e realiza análises ao mesmo tempo específicas e contextualizadas (MINAYO, 2014, p. 62).

A objetivação, segundo a autora, leva a repudiar o discurso ingênuo ou malicioso da neutralidade, mas exige buscar formas de reduzir a incursão excessiva dos juízos de valor na pesquisa. Assim, Goldenberg (2004) diz que, quanto mais o pesquisador tem consciência de suas preferências pessoais mais ele será capaz de evitar o bias[4], muito mais do que aquele que trabalha com a ilusão de ser orientado apenas por considerações científicas. Tal fato deve se ter maior atenção quando se trata da pesquisa qualitativa.

Autores como Bogdan e Biklen (1994) destacam que o método qualitativo em educação assume muitas formas e é conduzido em múltiplos contextos.

Nesse sentido, os autores utilizam a expressão método qualitativo como,

> Um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversa, e de complexo tratamento estatístico (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16).

A pesquisa qualitativa, como o nome já indica, trabalha com a qualidade. Qualidade do quê? Com essa formulação estamos apontando posturas em relação ao modo de tomar um ou outro fenômeno para investigação. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa trabalha as estratégias mais representativas que são as características vistas em profundidade, onde o objetivo do pesquisador é compreender fenômenos nos quais estão interessados.

> A abordagem da pesquisa qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso fenômeno de estudo. [...] A ênfase qualitativa no processo tem sido particularmente útil na investigação educacional, ao clarificar a "profecia auto-realizada", a ideia de que o desempenho cognitivo dos alunos é afetado pelas expectativas dos professores [...] As técnicas quantitativas conseguiram demonstrar, recorrendo a pré e pós testes, que as mudanças se verificam. As estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas atividades, procedimentos e interações diárias (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49).

O que se pode entender a partir dessa citação é que as estratégias qualitativas tentam analisar toda a riqueza dos dados, respeitando, tanto quanto possível, a forma como foram registrados ou transcritos.

---

[4] Bias – Termo Inglês que pode ser traduzido como viés, parcialidade, preconceito.

> Na pesquisa qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas. Ainda que alguns investigadores utilizem equipamentos, vídeo ou áudio, muitos limitam-se exclusivamente a utilizar um bloco de apontamentos e um lápis. Contudo, mesmo quando se utiliza o equipamento, os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contato direto (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47).

O que se pode constatar na fala desses autores, é que a investigação qualitativa é descritiva e os dados coletados são obtidos em formas de palavras ou imagens e não de números, ou seja, os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para substanciar a apresentação da pesquisa.

Como tratar, então, sobre o delineamento de pesquisa qualitativa? Deslauriers e Kérisit (2008, p. 127) clareiam que,

> Em várias disciplinas, o processo da pesquisa científica é nitidamente o mesmo e os pesquisadores aplicam, no conjunto, os mesmos princípios de ação. No entanto, se muitos argumentam que quantitativos e qualitativos seguem caminho semelhante, o debate nem por isso está encerrado entre os pesquisadores: quantitativos e qualitativos procedem da mesma maneira? Ou, em outras palavras, existe um delineamento de pesquisa próprio à pesquisa qualitativa?

Segundo os autores, quando a pesquisa qualitativa retornou com força no final dos anos 1960, mas, principalmente, na metade dos anos 1970, seus adeptos pretendiam que ela apresentasse características particulares.

> Na opinião de seus promotores mais zelosos, a pesquisa qualitativa recorria a técnicas que a diferenciavam, radicalmente, da pesquisa quantitativa. Nesse período, era comum opor os bons ‘qualitativos’ aos menos bons ‘quantitativos’. Entretanto, passado esse período de defesa, e após os pesquisadores qualitativos terem realizados alguns trabalhos relevantes, pareceu que o procedimento geral de pesquisa que eles seguiam era sensivelmente o mesmo que aquele percorrido pelos outros pesquisadores (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2008, p. 127).

Dessa forma, segundo os autores, o pesquisador se propõe a apresentar uma questão e colhe informações para respondê-la; o pesquisador trata os dados, analisa-os e tenta demonstrar como eles permitem responder a seu problema inicial. De fato, para Deslauriers e Kérisit, num delineamento de pesquisa qualitativa, encontram-se elementos comuns a todo projeto de pesquisa.

Com relação ao delineamento de pesquisa qualitativa, Deslauriers e Kérisit (2008) dizem que, como ocorre frequentemente nas ciências sociais, ninguém se entende quanto aos termos, a tal ponto que delineamento, design, plano de pesquisa, protocolo de pesquisa, projeto de pesquisa e modelo operatório, acabam designando a mesma coisa, quase com poucas nuanças. Isto é, de uma forma geral, esses termos se referem ao documento no qual o pesquisador apresenta a pesquisa que ele pretende realizar e a forma como ele procederá.

Nesse sentido, passamos a compreender que, o plano de pesquisa consiste na organização das condições de coleta de dados e análise de dados, de modo a ter-se garantia, ao mesmo tempo, de sua pertinência em função dos objetivos da pesquisa. Isto é, os planos de pesquisa variam segundo os objetivos da mesma pesquisa. Entendemos também, que vários fatores influenciam na escolha e elaboração do delineamento de pesquisa, assim o delineamento irá variar, não apenas em função do objetivo da pesquisa, mas também de acordo com as possibilidades e os limites nos quais a pesquisa se desenvolve.

Desse modo, na pesquisa qualitativa, o objeto de pesquisa é ao mesmo tempo o ponto de partida e o ponto de chegada.

> O objeto de pesquisa é, geralmente, definido como uma lacuna que é preciso preencher: 'Um problema de pesquisa se concebe como uma separação consciente, que se quer superar, entre o que nós já sabemos, julgado insatisfatório, e o que nós desejamos saber, julgado desejável' (CHEVRIER apud DESLAURIERS; KÉRISIT, 2008, p. 132).

Assim, o objeto da pesquisa qualitativa se constrói progressivamente, em ligação com a pesquisa de campo, a partir da interação dos dados coletados com a análise deles extraída, e não somente à luz da literatura sobre o assunto, ou seja, acaba sendo muito pessoal, onde nós pesquisadores nos envolvemos muito com nosso objeto de pesquisa, por isso, desde o início a escolha desse objeto deve ser algo que nos cause interesse, curiosidade e principalmente faça parte do nosso contexto social.

Embora haja diferentes métodos de pesquisa, a saber: pesquisa quantitativa, estudos de caso, pesquisa exploratória, pesquisa experimental, pesquisa descritiva, entrevistas estruturadas, observações clínicas, pesquisa documental, pesquisa de laboratório, pesquisa etnográfica, pesquisa participativa, pesquisa-ação, entre outros, é importante que o leitor siga nosso pensamento, pois na nossa pesquisa de campo utilizamos o método qualitativo e a pesquisa-ação.

2.3 A METODOLOGIA DE ROMBERG E AS CONTRIBUIÇÕES DE ONUCHIC PARA A PESQUISA

Nesta seção discutimos fortemente o esboço das atividades que os pesquisadores devem seguir apresentado por Thomas A. Romberg no artigo "Perspectivas sobre o Conhecimento e Métodos de Pesquisa", traduzido por Onuchic e Boero em 2007, no Bolema[5]. Também tendo sempre em mente que nosso objetivo é o de desenvolver uma pesquisa em

[5] Bolema – Boletim de Educação Matemática, ligado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro/SP.

Educação Matemática, apresentamos e discutimos as contribuições de Onuchic e Noguti, que publicaram em 2014, o artigo "A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica", no livro Resolução de Problemas: Teoria e Prática[6]. Nossa pesquisa está apoiada nas ideias de Romberg e Romberg-Onuchic.

2.3.1 A Proposta Metodologica de Romberg

Romberg (2007) disse que, durante os anos 70 (último quarto do século XX), estudiosos na área de Educação Matemática discutiam sobre problemas relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática, e que a partir daí constituía-se um espaço para conduzir investigações. Ainda esse autor, no seu artigo, procurou identificar nas ciências sociais (na Sociologia, na Antropologia, na Psicologia, entre outras) as amplas tendências de pesquisa relacionadas ao ensino e a aprendizagem em ambientes escolares.

Para entender a base destas tendências o autor descreveu inicialmente algumas características da Educação Matemática como campo de estudo e em seguida apresentou um esboço com 10 (dez) atividades, onde ele disse que todo pesquisador deveria seguir. Finalmente, Romberg apresentou 5 (cinco) tendências de pesquisas, que é muito importante na Educação Matemática. Mas nós não iremos discutir essas tendências nesta subseção.

- **Características da Educação Matemática como um Campo de Estudo**

Shulman (apud ROMBERG, 2007, p. 94) diz que,

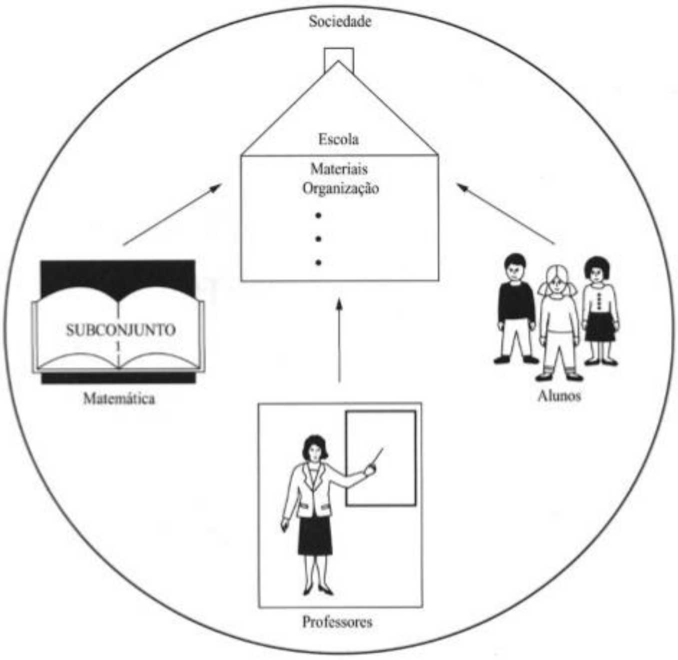
> A razão mais importante pela qual a metodologia de pesquisa em educação constitui-se numa área tão excitante é que a educação não é propriamente uma disciplina. De fato, a educação é um campo de estudo, um local que contém fenômenos, eventos, instituições, problemas, pessoas e processos que em si mesmos constituem a matéria-prima para investigações de muitos tipos.

Quando Romberg (2007) descreve a Educação Matemática como campo de estudo, ele disse que os procedimentos de pesquisa escolar de várias disciplinas têm sido utilizados para investigar as questões que surgem e que são inerentes aos processos envolvidos no ensino e na aprendizagem de Matemática nas escolas. Nesse sentido, também ele apresenta o diagrama da Matemática escolar de Begle. Esse diagrama ilustra a inter-relação dos componentes no processo da educação escolar e a necessidade de perspectivas e procedimentos múltiplos, visando à inter-relação da escola, da matemática, dos professores, dos alunos e sociedade.

---

[6] Organizado por Lourdes de la Rosa Onuchic, Norma Suely Gomes Allevato, Fabiane Cristina Höpner Noguti, Andresa Maria Justulin.

Figura 1: Diagrama da matemática escolar adaptado por E. G. Begle



Fonte: Romberg (2007, p. 95)

Ao analisar a Educação Matemática como campo de estudo, Romberg se apoia em Shulman ao dizer que a escola é complexa. Nesse sentido, entendemos que essa afirmação vai da ideia de que o sistema educacional tem passado por constantes mudanças, por exemplo, o aluno que antes era passivo agora é ativo. Em outras palavras, aquele aluno que antes apenas escutava o professor, hoje dentro de uma nova perspectiva da Educação Matemática, se o professor estiver preparado, poderá participar da construção do seu novo conhecimento.

Tomando como base o diagrama da matemática escolar, Romberg (2007, p. 96) disse que,

> O plano de ensino está situado dentro de um contexto social; o currículo das ciências matemáticas envolve um subconjunto da matemática, e a instrução é conduzida por um professor com um grupo de alunos dentro de uma sala de aula durante algum tempo. Esse diagrama foi desenhado para apresentar um ponto de vista a respeito do ensino de matemática através do entendimento de cinco pontos básicos: (1) As escolas foram criadas por grupos sociais para preparar seus jovens para serem membros da sociedade; (2) Um sólido ensino de matemática é abordado a partir de uma preocupação sobre que ideias de matemática são ensinadas e que usos são indicados; (3) O ensino de matemática pode ser eficaz se o aprendiz for levado em consideração; (4) Um ensino de matemática eficiente pode ser realizado através da consideração de aspectos da educação; (5) Os professores são os gerentes e os guias que fazem o processo educacional funcionar.

Partindo do princípio de que a escola é complexa, também entendemos que nessa escola são produzidos saberes que leva a outras disposições sobre as relações que se estabelecem nas situações escolares, como é o caso da relação entre o professor que está na escola e o aluno que está para aprender. Nesse sentido, a escola é um espaço que reúne propostas de ação.

Olhando para esses cinco pontos, Romberg disse que, inúmeras questões podem ser levantadas, conjeturas podem ser propostas e investigações podem ser feitas.

No primeiro ponto entendemos que, a escola é considerada um espaço político por ter a função de formação de cidadãos conscientes, responsáveis e críticos, que poderão agir de maneira individual e coletivamente na sociedade. Por outro lado, podemos dizer que a escola é pedagógica porque organiza as atividades e os projetos educativos necessários ao processo de ensino e aprendizagem.

No segundo ponto, Romberg se refere a um sólido ensino da Matemática, onde compreendemos que é necessário ter a preocupação sobre que ideais serão ensinadas aos alunos e qual a melhor estratégia a se utilizar nesse ensino.

No terceiro ponto, para que o ensino de Matemática seja eficaz, é necessário que o professor permita que o aluno participe ativamente da construção do seu conhecimento, sempre levando em consideração suas ideias preliminares e como ele as construirão. No entanto, cada um dos pesquisadores poderia usar métodos diferentes para estudar este ponto.

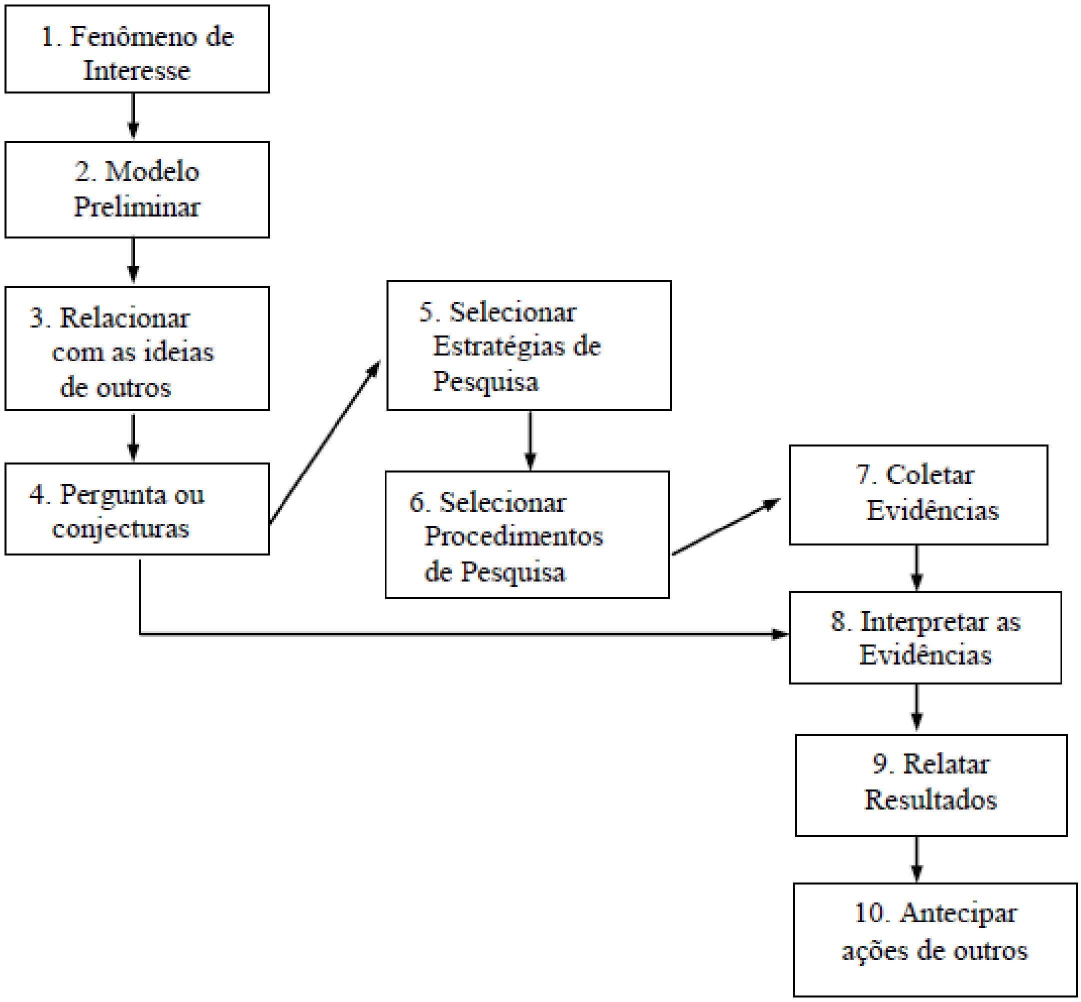
No quarto ponto, para que os professores de Matemática sejam verdadeiramente eficientes em seu trabalho de ensinar, Van de Walle (2009) coloca quatro componentes básicos: uma apreciação da disciplina Matemática, o que significa fazer Matemática; uma compreensão de como os alunos aprendem e constroem ideias; uma habilidade em planejar e selecionar tarefas, de modo que os alunos aprendam Matemática em um ambiente de Resolução de Problemas; habilidade de integrar a avaliação como o processo de ensino para intensificar a aprendizagem e melhorar seu ensino, diariamente.

No quinto ponto, ficou claro para nós que os professores são o fio condutor do processo educacional, ou seja, esse processo educacional funcionará com a participação de todos os pontos que Romberg apresenta.

- **Esboço de Romberg – Ações necessárias ao desenvolvimento de uma pesquisa científica**

Neste item apresentamos o esboço com as 10 (dez) atividades de Romberg, representado na figura 2, que guiam o pesquisador, e estão distribuídos em três blocos: no primeiro "as atividades levam o pesquisador a definir um problema particular a ser investigado"; o segundo orienta o pesquisador "na tomada de decisão sobre que tipo de evidências coletar e como realizar seu trabalho de campo"; e no terceiro o pesquisador "com os dados coletados deverá tirar conclusões e divulgar seus resultados à comunidades científica".

Figura 2: Esboço das ações necessárias ao desenvolvimento de uma pesquisa segundo Romberg



Fonte: Romberg (2007, p. 98)

Romberg (2007, p. 98) disse que, não há nada exclusivo neste esboço. No geral, a maioria das bibliografias sobre métodos de pesquisa resumem um conjunto semelhante de atividades. Entretanto ela está colocada aqui (1) para ressaltar alguns dos problemas comuns que pessoas não familiarizadas com a pesquisa enfrentam na compreensão do processo de pesquisa e (2) para dar suporte à discussão de tendências de pesquisa.

Entenda-se então, como metodologia de pesquisa um processo que se inicia desde a disposição inicial de se escolher um determinado tema para pesquisar até a análise dos dados com as recomendações para a minimização ou solução do problema pesquisado. Portanto, o esboço que Romberg apresenta é um processo que engloba um conjunto de ações e métodos para realizar e analisar a pesquisa, conhecer a realidade e produzir novos conhecimentos.

Nesse sentido,

> O termo pesquisa refere-se a processos – as coisas que se faz, não os objetos que alguém pode tocar e ver. Além disso, fazer pesquisa não pode ser visto como uma ação, mecânica ou como um conjunto de atividades que indivíduos seguem de uma maneira prescrita ou predeterminada. As atividades envolvidas em fazer pesquisa incorporam mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica (ROMBERG, 2007, p. 97).

Primeiro Bloco de Romberg

Segundo Romberg (2007), as quatro primeiras atividades são as mais importantes, pois elas são envolvidas de modo a situar as ideias de alguém sobre um particular problema presente no trabalho de outros estudiosos e decidir o que investigar.

Atividade 1 - Identificar um fenômeno de interesse: “Toda pesquisa começa com uma curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real”. Na educação em geral, o fenômeno envolve o professor e estudantes, de como os estudantes aprendem, de como eles interagem com a matemática, como eles respondem aos professores. Também como os professores planejam ensinar, e muitas outras questões (ROMBERG, 2007, p. 99).

Atividade 2 - Construir um modelo preliminar: “Um pesquisador faz suposições sobre certos aspectos importantes como variáveis do fenômeno de interesse e de como estes aspectos estão relacionados” (ROMBERG, 2007, p. 99).

Neste sentido, para Romberg, um modelo preliminar é simplesmente um conjunto de descrições de variáveis-chave e as relações implícitas entre elas. Assim, para muitos estudiosos, um modelo preliminar é simplesmente um dispositivo heurístico para ajudar a esclarecer um fenômeno complexo, tipo um Global Positioning System - GPS[7] de onde quero partir e para onde quero chegar.

Atividades 3 - Relacionar o fenômeno e o modelo às ideias de outros:

> Uma atividade importante é examinar o que outras pessoas pensam sobre o fenômeno e determinar se suas ideias podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar o modelo proposto [...] Se alguém busca examinar a contribuição potencial das ideias outros, deve relacionar aquelas ideias a uma particular visão de mundo (ROMBERG, 2007, p. 100).

[7] GPS - Sistema de Posicionamento Global. O GPS é um sistema de navegação por satélite com um aparelho móvel que envia informações sobre a posição inicial de algo em qualquer horário e em qualquer condição climática para chegar a posição final.

Nesse sentido, para poder fazer isso o pesquisador precisa reconhecer que cada investigador é um membro de um particular grupo de pesquisa, ou seja, que possui uma determinada visão de mundo.

Atividade 4 - Levantar questões específicas ou fazer uma conjectura baseada na razão: "Este é um passo-chave no processo de pesquisa porque, conforme se examina um fenômeno particular, uma quantidade de perguntas potenciais inevitavelmente aparece" (ROMBERG, 2007, p. 100).

Chegar a uma(s) pergunta(s) de pesquisa não é fácil, a escolha de qual questão deve ser examinada é crucial. Se questões "críticas" são feitas, então, "fortes" inferências podem ser feitas; caso contrário, um estudo particular pode contribuir pouco para uma cadeia de indagações.

> As perguntas usualmente tomam uma das seguintes formas: Como as coisas chegaram a ser desta maneira? (orientadas no passado), Qual é a condição das coisas? (orientadas no presente), ou O que acontecerá se eu fizer o seguinte? (orientadas no futuro) [...].
> De particular nota é o fato de que a maioria dos estudos orientados no passado e no presente é de caráter descritivo, enquanto que os orientados no futuro são preditivos. Esta distinção leva a uma discussão em relação à possibilidade de se formular argumentos causais a partir de dados descritivos. Os experimentalistas afirmam que somente pela manipulação de variáveis sob situações controladas é possível construir, com confiança, argumentos causais. Outros estudiosos dizem que é possível construir tais argumentos a partir de dados descritivos baseados em campos teóricos.
> Melhor do que simplesmente levantar questões interessantes, os pesquisadores usualmente fazem uma ou mais conjecturas (suposições ou predições fundamentadas) sobre o que seria necessário para responder as questões. As conjecturas estão baseadas em algumas relações entre as variáveis que caracterizam o fenômeno e nas ideias sobre aquelas variáveis-chave e suas relações com o esboçado no modelo (ROMBERG, 2007, p. 101-102).

Segundo Bloco de Romberg

As duas atividades seguintes envolvem a tomada de decisões sobre que tipo de evidência coletar e como aquilo deve ser feito.

Atividade 5 - Selecionar uma estratégia de pesquisa geral para coletar evidência: A tomada de decisão sobre que métodos utilizar segue diretamente das questões que se seleciona, "da visão de mundo na qual as questões estão situadas, do modelo preliminar que foi construído a fim de explicar o 'fenômeno de interesse' e da conjectura que se faz sobre a evidência necessária" (ROMBERG, 2007, p. 102).

Atividade 6 - Selecionar procedimentos específicos: Romberg disse que, para responder as questões específicas que foram levantadas, as evidências devem ser coletadas,

> É nesse passo que as técnicas usualmente ensinadas em cursos de métodos de pesquisa são importantes: como selecionar uma amostra, como coletar uma

> informação (entrevista, pergunta, observação, teste), como organizar a informação uma vez que ela tenha sido coletada, e assim por diante. Há um grande número de procedimentos específicos que se poderia seguir para diferentes tipos de questões. Deve-se tomar cuidado ao selecionar procedimentos que irão esclarecer as questões (ROMBERG, 2007, p. 102).

Terceiro Bloco de Romberg

Agora, os próximos passos são coletar dados, dar sentido às informações coletadas e relatar os resultados para outros.

Atividade - 7 Coletar informação: "Este passo pode ser feito sem rodeios, uma vez que se tenha decidido coletar certa informação para construir um argumento, considerando as perguntas que foram feitas" (ROMBERG, 2007, p. 102).

Esse autor disse que, para conduzir uma pesquisa, os procedimentos para coletar dados, embora sejam frequentemente complexos, podem ser planejados. Por outro lado também ele diz que se se está examinando a cultura de uma sala de aula, os procedimentos para coletar informação podem se expandir ou tornarem-se mais focados na medida em que são coletados os dados.

Atividade 8 - Interpretar a informação coletada: É importante perceber que em cada investigação, é coletada mais informação do que a necessária para responder a questão. Nesse sentido, parte disso é relevante, parte é irrelevante e parte não é compreensível. Tentar encontrar informação importante dentre todas que estejam disponíveis, para Romberg é uma arte, na qual certas pessoas são melhores do que outras.

> Neste estágio, analisa-se e interpreta-se a informação que foi coletada. Em muitos estudos, o pesquisador reduz a informação, a agrupa e realiza testes estatísticos apropriados de significância sobre as propriedades dos dados. Estes usualmente são chamados métodos quantitativos, desde que é usual atribuir-se números às informações (escala) e os procedimentos matemáticos são seguidos para agregar e resumir a evidência. Em outras áreas, tais como um estudo histórico, o pesquisador também categoriza, organiza e interpreta a informação relevante que foi coletada. Mas se os números não forem utilizados, os métodos de análise são chamados qualitativos (ROMBERG, 2007, p. 102-103).

Atividade 9 - Transmitir resultados para outros: Ser membro de uma comunidade de pesquisa implica numa responsabilidade de informar aos outros membros sobre a conclusão da pesquisa e buscar sugestões e críticas. As descobertas de qualquer estudo específico são interpretáveis somente em termos da visão de mundo. Se ela não estiver declarada, os leitores usarão, suas próprias conclusões para interpretar o estudo. Nesse sentido, "não só resultados, mas também respostas às questões que deveriam estar inseridas em uma 'ciência normal' devem ser transmitidas a outros" (ROMBERG, 2007, p. 103).

Atividade 10 - Antecipar a ação de outros: "Dados os resultados de uma particular investigação, cada investigador está interessado no que acontecerá depois e deveria antecipar ações posteriores". Os pesquisadores tentam situar cada estudo em uma cadeia de investigações. Coisas que vieram antes e coisas que vêm após qualquer particular estudo são importantes (ROMBERG, 2007, p. 103).

2.3.2 As contribuições de Onuchic e Noguti no esboço de Romberg

Tudo que existe no universo está em movimento. São as contradições internas que determinam o movimento de objetos e fenômenos. O desenvolvimento se dá na luta dos contrários, tendo como resultado as mudanças. Nesse sentido, Onuchic e Noguti (2014) dizem que, no trabalho realizado pelo pesquisador, muitas vezes se torna importante estabelecer um plano de ação e, também, estratégias e procedimentos que o levem à solução do problema inicialmente proposto.

> Durante alguns anos de pesquisa, observação e uso do modelo metodológico de Romberg os membros do GTERP[8], que utilizaram e utilizam esse modelo para compor suas dissertações e teses, perceberam que alguns passos poderiam ser alterados a fim de estabelecer um modelo mais completo para a realidade e objetivos do grupo. Sendo assim, fez-se necessário que o novo modo de trabalho, em pesquisas científicas desenvolvidas pelo GTERP, fosse apresentado à comunidade científica, com as contribuições que foram sendo somadas ao modelo de Romberg nesse tempo (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 57-58).

Dessa forma, foi acrescentado, por Onuchic e Noguti, mais uma atividade chamada de Modelo Modificado, no esboço de Romberg. Essa inserção se deve ao fato do pesquisador perceber que após ouvir as ideias de outros pesquisadores e relacionar o fenômeno e o Modelo Preliminar a essas ideias, então se percebe que o Modelo Preliminar ainda encontra-se muito "pobre", ou seja, muitas ideias precisam ser modificadas e outras incluídas nesse Modelo Preliminar. Por isso, torna-se necessário construir um novo modelo que justamente as autoras chamam de Modelo Modificado já com as novas ideias. Em seguida, apresentamos essa nova atividade.

Atividade – O Modelo Modificado: Apresenta-se como uma nova atividade no esboço de Romberg e se faz importante a partir do momento que, "após 'ouvir os outros', o pesquisador percebe que seu Modelo Preliminar encontra-se defasado ou possui poucas informações para ajudá-lo a formular uma Pergunta de Pesquisa". Desta forma, segundo elas, o Modelo Modificado da pesquisa, em geral, é mais abrangente do que o inicialmente

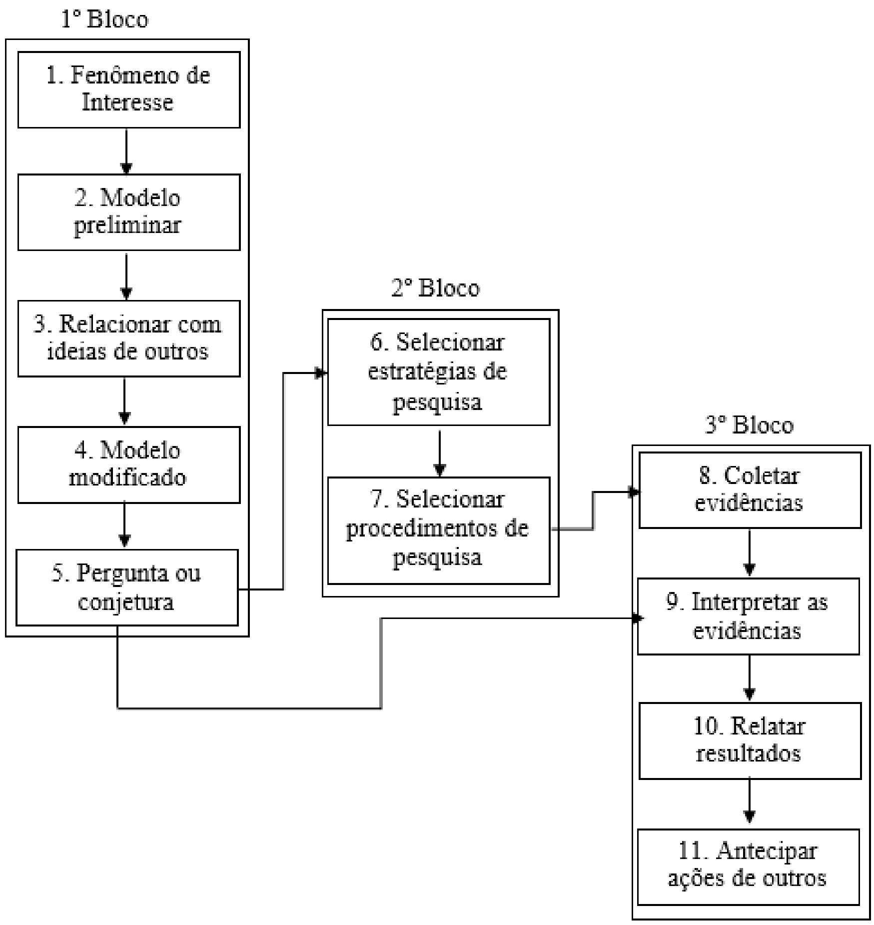
[8] Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, coordenado pela Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

proposto, e deve conduzir o pesquisador à sua Pergunta ou Conjectura da Pesquisa (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 62).

O pesquisador deve estar a par de pesquisas já desenvolvidas, ou que estão em desenvolvimento, relacionadas ao seu tema de trabalho e em se tratando no que os outros pesquisadores pensam, suas ideias preliminares e suas concepções teóricas, esse pesquisador terá subsídios para preencher eventuais lacunas de pesquisa e saberá como tais ideias e concepções podem ampliar, explicar ou modificar o seu modelo Preliminar levando-o a um Modelo Modificado.

Devido a essa nova atividade, as autoras apresentam um novo esboço que elas chamam de Fluxograma de Romberg-Onuchic, apresentado na figura 3 que utilizamos na nossa pesquisa desde o início até o fim.

Figura 3: Fluxograma de Romberg-Onuchic



Fonte: Onuchic e Noguti (2014, p. 59)

Embora já tenhamos discutido o segundo bloco de Romberg, vale a pena ressaltar mais uma contribuição apresentada por Onuchic e Noguti nesse bloco.

As autoras, dizem que o pesquisador sempre estará buscando Estratégias e Procedimentos de pesquisa. Nesse sentido, elas e o GTERP sugerem que as Estratégias e Procedimentos, descritos por Romberg, sejam completados por Estratégias Auxiliares, de forma que o pesquisador consiga englobar um maior número de variáveis que se apresentam no Modelo Modificado.

Dessa forma, além da Estratégia Geral e do Procedimento Geral, deve-se criar estratégias auxiliares específicas $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ de modo que, a partir delas, também se deve criar procedimentos auxiliares relacionados $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. Assim, a diferença entre as Estratégias e Procedimentos encontra-se basicamente em pensar o que fazer e colocar tais pensamentos em ação (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 63).

Sendo assim, Onuchic e Noguti, afirmam que,

> Selecionada a estratégia geral e todas as condições exigidas, evidencias devem ser coletadas. É, nesse passo, que o pesquisador deverá se perguntar: Como devo fazer isso?, em que as técnicas usualmente trabalhadas em cursos de métodos de pesquisa são importantes. Ou seja, o pesquisador está buscando Procedimentos de Pesquisa. Após elencar os Procedimentos Auxiliares, o pesquisador deverá fazer um relato de como desenvolveu cada um deles, o que chamamos de Procedimentos Auxiliares em Ação, antes de descrever o seu Procedimento Geral em Ação. Nesse momento, o pesquisador utiliza o que "ouviu dos outros", ou seja, considera as leituras que fez as referências teóricas que adotou e coloca a sua voz no relato e posterior análise dos dados (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 64).

Portanto, as autoras sugerem que o pesquisador pense em selecionar uma estratégia geral (E_G) e seu correspondente procedimento geral (P_G), onde estratégias e procedimentos auxiliares são necessários para que se obtenha sucesso no desenvolvimento da pesquisa.

2.4 A NOSSA PESQUISA APOIADA NA METODOLOGIA DE ROMBERG-ONUCHIC

Antes de participar da Seleção do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB, tivemos a oportunidade de participar em 2014, do III SERP – Seminário de Resolução de Problemas, realizado na UNESP/Rio Claro. Nesse evento foi lançado o livro Resolução de Problemas: Teoria e Prática, e um dos capítulos nos chamou maior atenção, discutia sobre a Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica.

Inicialmente já tínhamos tido também a oportunidade de estudar o artigo de Romberg, ao participar das reuniões do GPRPEM. Mas, continuava sendo difícil à assimilação dessa Metodologia. A partir do nosso contato com o artigo de Onuchic e Noguti publicado nesse livro, ficou mais claro a compreensão do esboço apresentado por Romberg.

Esta pesquisa, interage com questões sociais em especial com a Educação Estatística e o processo de ensino, aprendizagem e avaliação. Nesse sentido, à busca de uma metodologia de pesquisa, nos ajudou a refletir sobre a Pesquisa em Educação Matemática visando à sala de aula. Não pretendemos apenas explicar nosso fenômeno encontrado, mas queremos aprofundar a compreensão sobre esse fenômeno, ultrapassando as barreiras e os desafios a cerca de como conduzir a nossa pesquisa até o final.

Segundo Esteban (2003) os caminhos traçados para a pesquisa frequentemente apresentam riscos. Ela ainda disse que, pesquisar é arriscar-se,

> Arriscar-se não é sinônimo de uma postura pouco responsável, desconsiderando a necessidade de formulações teórico-metodológicas que conduzam rigorosa e responsavelmente o processo. Rigor aqui não significa neutralidade, mensuração, separação ou redução, mas exige um claro compromisso com os sujeitos envolvidos no processo e com os resultados apresentados, mesmo sendo considerados parciais e provisórios (ESTEBAN, 2003, p. 136).

Nesta seção, dando o ponta pé inicial, trabalhamos sobre as três primeiras atividades do Fluxograma de Romberg-Onuchic: Identificar um Fenômeno de Interesse; Construir um Modelo Preliminar; e Relacionar o Fenômeno de Interesse e o Modelo Preliminar com Ideias de Outros Pesquisadores.

2.4.1 Nosso Fenômeno de Interesse

Entenda-se como fenômeno de interesse um processo que se inicia desde a disposição inicial de se escolher um determinado tema para pesquisa até a análise dos dados e a solução do problema pesquisado. Isto nem sempre é fácil, pois assusta, dá medo, intriga e fascina.

> Há quem se assuste, há quem fique intrigado, há quem morra de medo e há também os afortunados, eu diria, modestamente, mais afortunadas do que afortunados, que ficam absolutamente fascinadas com o misterioso cotidiano, que vive a nos revelar em suas dobras que, ao se desdobrar, deixa aparecer o que estava escondido e que à primeira vista não aparecia.
>
> Os que se se assustam, como quem assobia no escuro, olham com desprezo as pesquisas e os pesquisadores e pesquisadoras que se dedicam a garimpar o universo cotidiano (GARCIA, 2003, p. 193).

Para nós, a ideia de iniciar a pesquisa, nos faz refletir sobre o medo em se fazer pesquisa, o medo da mudança, aquela sensação de estarmos perdido em meio a tantas informações, porque muitas vezes o que parece ser, não é. Achamos interessante a escrita de Garcia e nosso primeiro pensamento foi – quem assobia no escuro? E por quê? Fizemos essa pergunta para várias pessoas, entre ligações e conversas, percebemos que houveram várias respostas, e o mais engraçado é que a frase nos trouxe ideias totalmente opostas.

Daí, um dia, entre uma conversa e outra, nos questionaram a escrita da palavra assobia/assovia e quando fomos procurar no dicionário, tivemos uma bela surpresa, a resposta para aquilo que tanto procurávamos. Em uma das aplicações dessa palavra no dicionário havia uma explicação que se encaixava perfeitamente no contexto da nossa pesquisa - “demonstrar desagrado através de assobios”. Agora sim, podemos compreender melhor a escrita de Garcia, pois é nesse fenômeno que buscamos a realidade, é em busca do desconhecido e muitas vezes essa atitude desagrada aqueles que têm medo de pesquisar.

Agora, a partir da experiência como docente, fomos levados a refletir sobre diversos aspectos referentes ao ensino e a aprendizagem da Estatística nos Cursos Superiores. Desta reflexão começou a brotar um desejo de querer saber mais sobre o ensino e descobrir novas estratégias a serem aplicadas em sala de aula para auxiliar o aluno na aprendizagem da Estatística e que colaborasse com a sua formação inicial, profissional, pessoal e intelectual.

Sempre houve muita dificuldade para se ensinar Matemática. Apesar disso todos reconhecem a importância e a necessidade da Matemática para se entender o mundo e nele viver. “Como o elemento mais importante para se trabalhar Matemática é o professor de Matemática e como este está sendo bem preparado para desempenhar bem suas funções, as dificuldades neste processo têm aumentado muito” (ONUCHIC, 2003, p. 1-2). Nesse sentido, Onuchic faz questionamentos como: Por que educar? Por que Matemática? O que é Matemática e onde e como a Matemática é usada? e ela completa dizendo que, fazem parte da vida do professor que nem sempre está preparado para respondê-los.

Fiorentini e Lorenzato (2006), afirmam que os dois tipos básicos de perguntas possíveis para a pesquisa em Educação Matemática são aquelas que surgem diretamente da prática de ensino, ou seja, da reflexão do professor sobre sua própria prática ou sobre a prática dos outros e aquelas que são geradas a partir da literatura ou investigações.

A trajetória pessoal e profissional do pesquisador está interligada com a pesquisa em questão. E ao longo de seu desenvolvimento proporcionou oportunidades para construir saberes, assimilar novos conhecimentos e competências, e desenvolver novas práticas e estratégias de ação através de suas próprias experiências, tanto pessoais quanto profissionais (TARDIF, 2014).

Neste trabalho, em um processo de busca para melhorar o ensino de Estatística na Formação Inicial do Professor de Matemática, utiliza-se a reflexão da professora pesquisadora sobre sua prática, investigações e estudos precedentes a partir do fenômeno de interesse para formular a pergunta da pesquisa.

Nesse sentido, nosso objeto de pesquisa, a formação inicial do professor de Matemática, assumiu o papel fundamental, na medida em que compatibilizará os métodos de ensino e teorias de trabalho através da Resolução de Problemas, tornando-as partes integrantes da realidade do aluno.

Desse modo, refletindo sobre nossa experiência profissional, a preocupação por um ensino voltado à aprendizagem, com significado e compreensão, identificamos como nosso fenômeno de interesse: **O Ensino de Estatística através da Resolução de Problemas.**

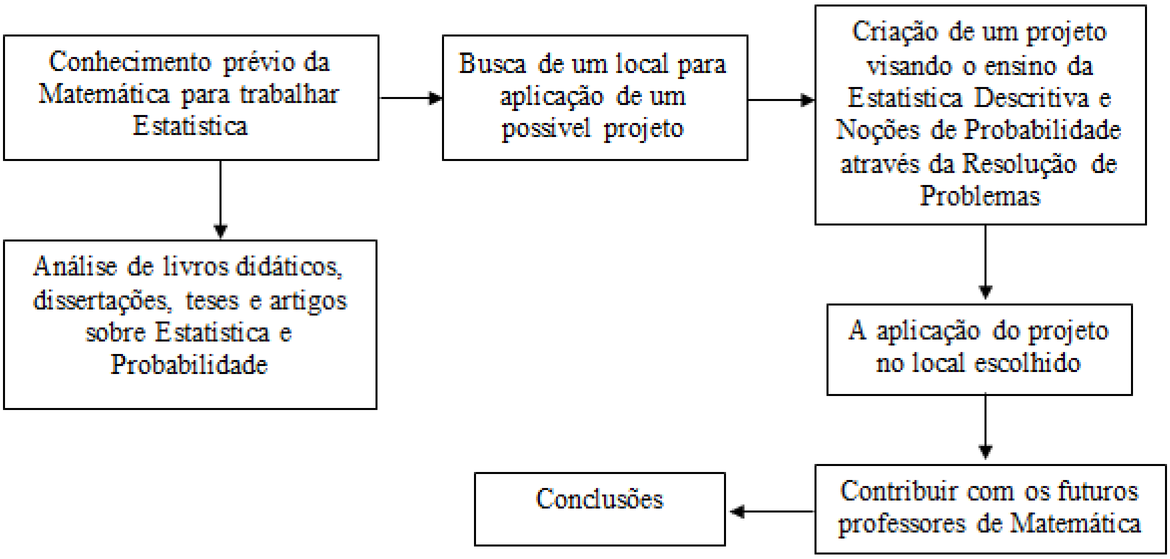
2.4.2 Nosso Modelo Preliminar

O Modelo Preliminar é um guia de uma pesquisa, a ideia inicial de um trabalho, em que encontramos os elementos constituintes do fenômeno de interesse e as relações entre eles. Nesse sentido, o modelo preliminar constitui-se o ponto de partida da nossa pesquisa, ou seja, de como a pesquisa poderia ser desenvolvida e vendo até onde ela pode nos levar.

Nesse sentido, nosso Modelo Preliminar constituiu-se por um conjunto de etapas tais como: (1) O conhecimento prévio da Matemática trabalhada com alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática, visando à identificação da Estatística necessária para se trabalhar, com eficiência, a Estatística Descritiva e as Noções de Probabilidade; (2) A identificação de dificuldades dos alunos no trabalho com conteúdos que envolvem Estatística Descritiva e as Noções de Probabilidade, identificadas na literatura nacional e estrangeira, relacionadas ao ensino e a aprendizagem; (3) A busca e a aceitação de um local para aplicação ;de um possível projeto, isto é, a definição de uma instituição superior e a permissão para nela aplicar um projeto; (4) A criação de um projeto, ou seja, criar um projeto que vise ao ensino-aprendizagem de Estatística dando atenção à aplicação e à análise nos trabalhos dos alunos; (5) A aplicação do projeto; (6) A busca de diferentes modos de ajudar os alunos a superar suas dificuldades; e (7) Tirar conclusões.

Portanto, segue abaixo, na figura 4, a ideia inicial da nossa pesquisa em um modelo preliminar, explicando cada uma das etapas.

Figura 4: Modelo Preliminar



Fonte: Elaborada pela autora

2.4.3 Relacionando nossa pesquisa com Ideias de Outros

Olhando nosso modelo preliminar da figura 4, ele nos apresenta variáveis-chave como: o Ensino da Estatística; a Resolução de Problemas e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas; e a Formação Inicial de Professores de Matemática.

Nosso interesse nesta pesquisa é trabalhar a Estatística Descritiva e as Noções de Probabilidade na Formação Inicial de futuros professores de Matemática, objetivando contribuir para a sua formação profissional, através da Resolução de Problemas, tendo os alunos como co-construtores de um novo conhecimento. Nesse sentido, buscamos nas variáveis-chave, o que outros pensam sobre o nosso fenômeno de interesse, até chegar à pergunta que direcionará toda a pesquisa.

Dentre muitas leituras e levantamentos bibliográficos que fizemos, nossa pesquisa se fundamenta sobre três eixos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho: Estatística, Probabilidade e Educação Estatística; Resolução de Problemas; e Formação Inicial do Professor.

Estatística, Probabilidade e Educação Estatística

Olhando para minha formação, como já dito na minha trajetória pessoal e profissional, a Estatística frequentemente é ensinada por professores especializados em Matemática, que geralmente não tiveram uma formação aprofundada em Educação Estatística. Portanto, as experiências e as perspectivas desses docentes refletem o aprendizado que eles tiveram enquanto estudantes (PIERCE; CHICK, 2011), e isso pode fazer com que não se sintam confortáveis e confiantes ao conduzirem suas aulas em Estatística e Probabilidade.

Nesse sentido, poucos professores são conscientes do poder dos processos de investigação estatística utilizados para compreender e dar sentido ao mundo real. Consequentemente, esses professores precisam atualizar o seu conhecimento por meio da imersão em ambientes de aprendizagem em que o espírito investigativo esteja no centro da formação (PFANNKUCH; BEN-ZVI, 2011).

Por essa perspectiva de ensino, Delmas (2004) disse que, para fundamentar e aumentar o seu repertório e interpretar os efeitos das suas intervenções pedagógicas, os docentes também precisam compreender os processos cognitivos e as estruturas mentais que são requisitadas e se formam durante as atividades de pesquisa estatística dentro de sala de aula.

A escolha por fazer o trabalho de campo na disciplina de Estatística e Probabilidade dentro do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de Ensino Superior se deu por três motivos: primeiro, por causa do nosso interesse inicial já relatado na trajetória pessoal e profissional; segundo, por querer articular o ensino de Estatística através da Resolução de Problemas no contexto da Formação Inicial de Professores de Matemática; e terceiro, para cumprir o cronograma de pesquisa.

Resolução de Problemas

O nosso interesse pela Resolução de Problemas se faz presente desde a nossa participação no III SERP e também nas discussões do GPRPEM, então nos questionamos – como ensinar a Estatística utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? A Resolução de Problemas e essa Metodologia serão abordadas a fundo em um capítulo separado.

Segundo Chi e Glaser (1992), existem dois tipos de problemas, os escolares e os cotidianos, sendo que o desempenho na resolução de ambos não depende somente do uso de estratégias, mas do conhecimento do domínio específico do problema. Por exemplo, resolver um problema de Estatística requer um conhecimento sobre quando e como aplicar todo um conjunto de regras para análise de dados.

Na visão de Klausmeier e Goodwin (1977), a necessidade de tal conhecimento específico faz parte da natureza da resolução de problemas, a qual sugere que o indivíduo tenha informações e métodos anteriormente aprendidos e a aprendizagem de informações, métodos ou ambos. Para esses autores, os indivíduos precisam ter e aplicar o conhecimento sobre procedimentos, conceitos e princípios na resolução de problemas.

Formação Inicial do Professor

Entendemos que a Formação Inicial, geralmente feita nos cursos de Licenciaturas, como aquela que visa formar o profissional para atuar no Ensino Básico e que essa formação deve oferecer ao futuro professor estratégias e métodos de ensino necessários a sua atuação profissional.

Nesse sentido, Ponte (1999) disse que, os professores não podem exercer seu papel com competência e qualidade sem uma formação adequada para lecionar as disciplinas ou os saberes de que estão incumbidos, sem um conjunto básico de conhecimentos e capacidades orientados para seu desenvolvimento profissional.

Para Perez (1999), a formação inicial deve proporcionar aos licenciandos um conhecimento que gere uma atitude que valorize a necessidade de uma atualização permanente em função das mudanças. Ainda esse autor disse que, a formação inicial deve fazê-los criar estratégias e métodos de intervenção, cooperação, análise, reflexão e a construir um estilo rigoroso e investigativo.

Nesse sentido, podemos admitir que os cursos de Licenciatura em Matemática têm um papel crucial na formação do futuro professor. Eles têm como propósito central formar professores de Matemática para atuarem em diversos níveis de ensino, o que permite concluir que o aluno que enfrenta esse tipo de curso deve, também, por exemplo, aprender Estatística com a finalidade de ensinar Estatística.

Então, percebemos que enfrentaríamos campos diferentes para se trabalhar e sentíamos que cada um deles merecia um trabalho à parte. Assim planejamos um capítulo próprio para cada um desses campos.

Capítulo 3 – O Ensino da Estatística e da Probabilidade.

Capítulo 4 – Resolução de Problemas.

Capítulo 5 – Formação Inicial do Professor.

3 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Este capítulo foi elaborado com objetivo de apresentar um breve histórico da Estatística e analisar os livros de Estatística e de Probabilidade do Curso Superior, além de discutir as Noções de Estatística e de Probabilidade. A Estatística nos ajuda a compreender o que ocorre a nossa volta, e a desenvolver as capacidades de análise, de crítica e de intervenção, tanto que atualmente praticamente todos os níveis de ensino têm em seu currículo conteúdos introdutórios de Estatística. Esses conteúdos precisam ser bem compreendidos e contextualizados através de problemas para que as competências da Educação Estatística possam ser desenvolvidas nos alunos e como estas devem se relacionar de modo que elas ajudem na compreensão do mundo.

Não podemos negar que a Estatística mantém uma relação de dependência com a Matemática, porém "é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois a ela nem sempre se pode transferir os princípios gerais do ensino da Matemática" (BATANERO, 2001, p. 6).

3.1 UM BREVE HISTÓRICO DA ESTATÍSTICA

Crespo (2009, p. 1) diz que, "todas as ciências têm suas raízes na história do homem". Ainda esse autor acrescenta dizendo que, a Matemática, que é considerada a ciência que une a clareza do raciocínio à síntese da linguagem, teve origem a partir do convívio social, das trocas, da contagem, com caráter prático, utilitário e empírico.

Assim, a Estatística também teve origem semelhante.

> Desde a Antiguidade, vários povos já registravam o número de habitantes, de nascimento, de óbitos, faziam estimativas das riquezas individual e social, distribuíam equitativamente terras ao povo, cobravam impostos e realizavam inquéritos quantitativos por processos que, hoje, chamaríamos de "estatísticas".
> Na Idade Média colhiam-se informações, geralmente com finalidades tributarias ou bélicas.
> A partir do século XVI começaram a surgir as primeiras análises sistemáticas de fatos sociais, como batizados, casamentos, funerais, originando as primeiras tábuas e tabelas e os primeiros números relativos.
> No século XVIII o estudo de tais fatos foi adquirindo, aos poucos, feição verdadeiramente científica. Godofredo Achenwall batizou a nova ciência (ou método) com o nome de Estatística, determinando o seu objetivo e suas relações com as ciências (CRESPO, 2009, p. 1).

Nesse sentido, o autor disse que, as tabelas também foram se tornando mais completas, surgiram às representações gráficas e o cálculo das Probabilidades, então a Estatística deixou de ser simplesmente a coleta de dados numéricos para se tornar o estudo de como chegar a conclusões sobre o todo, partindo da observação de partes desse todo.

Mas até pouco tempo atrás, a Estatística, segundo Botter et al (1996, p. 1) ainda “era considerada pelo leigo como uma sucessão de tabelas e gráficos associados a algum tipo de pesquisa”. Do mesmo modo, Crespo (2009) diz que, atualmente, o público leigo posiciona-se em dois extremos divergentes e igualmente errôneos com relação às análises e conclusões estatísticas. Ou eles creem fielmente ou afirmam que a estatística nada prova. Segundo esse autor, “os que assim pensam ignoram os objetivos, o campo e o rigor do método estatístico; ignoram a Estatística, quer teórica quer prática, ou a conhecem muito superficialmente” (CRESPO, 2009, p. 2).

Historicamente, segundo Larson e Farber (2010), o uso de dados estatísticos remonta aos censos feitos na antiga Babilônia, no Egito, na Mesopotâmia e, mais tarde, no Império Romano, quando os dados eram coletados sobre assuntos relacionados ao Estado, tais como nascimentos e óbitos. Os poderes imperiais locais eram centralizados, e existia a necessidade de se conhecer as características do território e da população. Isso era importante tanto por motivos estratégicos de defesa quanto pela necessidade de planejar a produção de alimentos. Portanto, esses levantamentos estatísticos foram complexas atividades de estado, invariavelmente marcadas pela utilização de método de contagem concebido localmente.

Já Loesch (2014) diz que, a história registra censos, para fins de alistamentos militares e coleta de impostos, realizados há mais de 4000 anos, inclusive o caso do censo do imperador Yao na China, em 2200 a.C. De acordo esse autor, em todo esse tempo, a Estatística era meramente o trabalho de exibição e síntese dos dados obtidos pelo censo. Entretanto, por volta de 1850, o Astrônomo e Matemático Quételet, foi o pioneiro em medir e observar apenas uma pequena amostra para todo o universo envolvido e, a partir de análise probabilística, estender os resultados da amostra para todo o universo.

Na verdade, não devemos estranhar a origem da palavra Estatística que deriva do latim status, que significa “estado”, pois sua primitiva utilização envolvia coleta de dados e construções de gráficos que descreviam vários aspectos de um estado ou país. Assim, percebemos que continua até hoje quando tratamos de estimativas do tamanho da população, das taxas de natalidade e de mortalidade, dos índices de desemprego e de inflação, e etc.

Nesse sentido, organizações governamentais costumam criar e manter órgãos oficiais para levantamento de dados dessa natureza, como o IBGE[9] no Brasil (LOESCH, 2014, p. 1).

A fim de encerrar esta seção, encontramos mais um dado citado por Botter et al. (1996) onde eles afirmam que o início do desenvolvimento da Estatística e da Probabilidade remonta ao século XVII, com o estudo de grandes epidemias que assolavam o mundo, dando ensejo ao desenvolvimento da demografia.

Assim, esses autores dizem que em cada século seguinte mais e mais áreas foram se incorporando ao conjunto das que faziam uso da Estatística. Por exemplo, na década de 1990, em que se vivia praticamente uma nova revolução industrial, com a chegada da informática, houve um avanço significativo das áreas de Probabilidade e Estatística, pois com pacotes específicos ou mesmo linguagens de programação mais poderosas, o pesquisador tinha a sua disposição muitas ferramentas alternativas para seu trabalho.

3.2 APRESENTAÇÃO DOS LIVROS DE ESTATÍSTICA E DE PROBABILIDADE DO CURSO SUPERIOR

Inicialmente, para escrita desta seção, fizemos a leitura panorâmica de sete livros-texto de Estatística e de Probabilidade do Curso Superior e em seguida passamos a analisar esses livros com enfoque nos conteúdos relacionados à Estatística Descritiva e as Noções Básicas de Probabilidade, que na verdade se constituem como base de trabalho dos professores que ministram a disciplina Estatística e Probabilidade. Entre eles:

Livro A – Introdução à Estatística, de Mario F. Triola

O livro “Introdução à Estatística” é uma tradução da edição em língua inglesa intitulada Elementary Statistics, de Mario F. Triola, feita pela professora Vera Regina Lima de Faria e Flores. A décima edição do livro é o resultado de mais de 30 anos de professorado, pesquisa e inovação em Educação Estatística do professor Emérito de Matemática da Dutchess Community College, Mario F. Triola.

O livro A, tem como objetivo, envolver os alunos, com conceitos introdutórios da Estatística e, embora haja fórmulas e procedimentos formais em todo o livro-texto, um dos pontos que nos chamou mais atenção foi o fato dele enfatizar o desenvolvimento do letramento estatístico, do pensamento crítico e da compreensão dos conceitos ao invés de

---

[9] IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística é uma fundação pública da administração federal brasileira, com atribuições ligadas às geociências e estatísticas sociais, demográficas e econômicas, ou que incluem realizar censos e organizar as informações obtidas nesses censos, para suprir órgãos das esferas governamentais federal, estadual e municipal, e para outras instituições e o público em geral.

apenas cálculos, assim como também o uso de dados reais, a escrita de fácil entendimento e por fim as características pedagógicas ao longo do texto.

No início de cada capítulo, do livro A, é apresentado os conteúdos que serão abordados, além de introduzir um problema que aborda dados reais. Uma visão geral também é abordada no início de cada capítulo fazendo uma ligação entre o problema e/ou entre os capítulos.

No final de cada capítulo existe uma revisão dos principais tópicos e conceitos do capítulo, além dos exercícios que são divididos por categorias. Sendo os primeiros envolvendo as habilidades aprendidas e os conceitos básicos. Chamou-nos atenção, principalmente, os exercícios desse grupo Habilidades e Conceitos Básicos, pois foi exatamente através destes que Triola trabalha com o Letramento Estatístico e o Pensamento Crítico.

O livro A, também, traz outras atividades como: Além do Básico, que dá uma ideia mais aprofundada do grupo Habilidades e Conceitos Básicos; os Exercícios de Revisão, que oferecem a prática sobre os conceitos trabalhados no capítulo; Os Exercícios de Revisão Cumulativa que reforçam os exercícios de Revisão; Dos dados à Revisão, estimulam o pensamento crítico; As Atividades de Grupo Cooperativas é importante para o trabalho em grupos; Os Projetos de Tecnologia estimulam o uso de softwares; e por fim os Projetos na Internet, que oferecem a oportunidade dos alunos trabalharem com dados da internet.

Outra característica marcante ao longo de todo o livro são os ensaios oferecidos nas margens, pois ilustram o uso e abusos da Estatística em suas aplicações sejam elas reais, práticas e/ou interessantes. Triola, também apresenta vários fluxogramas tornando o texto e os conceitos ainda mais claro e simplificado. Assim, para nós, no ensino da Estatística através da Resolução de Problemas, o aluno poderia complementar com as ideias que o Triola apresenta.

Nos chama atenção também, que cada capítulo do livro inclui entrevistas conduzidas pelo autor com profissionais de várias áreas que usam a Estatística em seu trabalho diário, o que desperta no aluno o interesse em conhecer as diversas áreas em que a Estatística é aplicada.

A organização deste livro também reflete as preferências da maioria dos professores da disciplina de Estatística, mas o autor traz duas variações nessa décima edição. Como nosso foco é na Estatística Descritiva e na Probabilidade, nos detemos apenas na segunda variação como relação ao uso mínimo de Probabilidade, que segundo Triola, é uma abordagem muito extensa para alguns professores. Por isso o autor traz a opção para aqueles professores que preferem aprofundar o conteúdo e para aqueles que abordam de maneira mínima. Para aqueles que preferem uma abordagem mínima ele sugere a inclusão e/ou omissão de algumas seções.

Nesse sentido, o que nos chamou mais atenção no livro de Triola foi o fato do autor fazer uma relação entre a Estatística e a Educação Estatística, trazendo nos 15 (quinze) capítulos mais do que conceitos e abordagens, mas uma reflexão sobre o uso da Estatística e suas aplicações. E pensando na nossa pesquisa destacaremos os capítulos a seguir:

No primeiro capítulo – Introdução à Estatística, Triola traz definições clássicas dos termos: Dados, Estatística, População, Censo, Amostra, Parâmetros, Estudo Observacional ou Experimental, Amostragem e Erro Amostral.

Já no segundo capítulo – Resumos e Gráficos de Dados, o autor apresenta métodos importantes para organização, resumo e obtenção de gráficos de um conjunto de dados. Além disso, traz características importantes dos dados, como: Centro, Variação, Distribuição, Outliers e Tempo. As definições iniciais nesse capítulo são em torno da distribuição de frequência tais como: Limites, Fronteiras de Classe, Pontos Médios das Classes e Amplitude de Classe. E por fim, Triola fala sobre alguns tipos de gráficos e o poder de um gráfico.

O terceiro capítulo – Estatísticas para Descrição, Exploração e Comparação de Dados, trata-se de um dos mais importantes capítulos do livro, pois apresenta as estatísticas básicas para descrição dos dados. Nesse capítulo, Triola define as medidas de Tendência Central, as medidas de Variação, as medidas de Posição Relativa e conclui com a Análise Exploratória de Dados, onde é discutido sobre outliers e depois introduzido um outro gráfico, Boxplots.

O quarto capítulo – Probabilidade, tem como principal objetivo promover um entendimento seguro de valores de probabilidade. Além disso, Triola introduz notações e conceitos básicos da Probabilidade como: Evento, Espaço Amostral e Chances. Nesse capítulo também são definidas as abordagens Clássica, Frequentista e Subjetiva da Probabilidade, bem como as regras de Adição, Multiplicação e Combinações. O Teorema de Bayes aparece na última seção e seu estudo é aprofundado no CD-ROM que acompanha o livro.

Agora no décimo capítulo – Correlação e Regressão, o autor introduz métodos para se fazer inferências sobre correlação entre duas variáveis e para descrição dessa relação através de uma equação. Também nesse capítulo faz bastante uso de softwares, pois o exame visual facilita a interpretação com relação a intensidade da relação linear entre os valores.

Existem ao longo do livro ensaios na margem, mas o ensaio “Leitura da Mão”, que encontra-se na página 413, nos chamou bastante atenção por ser algo que não tínhamos conhecimento e isso nos fez refletir o quanto a estatística é importante e que ela se faz presente até mesmo nas crenças populares.

No décimo segundo capítulo – Análise de Variância, Triola inicia com uma pergunta – Por que não podemos simplesmente testar duas amostras ao mesmo tempo?, e o autor responde que é devido ao risco de um erro. Nesse sentido, para evitar que isso ocorra, o método de análise de variância nos ajuda a testar a igualdade.

Então a principal característica desse capítulo é a Estatística de teste para ANOVA[10] de um fator ou dois fatores.

O décimo quinto capítulo – Projetos, Procedimento e Perspectivas, é o último capítulo do livro "Introdução à Probabilidade", onde o autor, Mario F. Triola, traz algumas sugestões para um projeto final de um Curso Introdutório de Estatística. Nesse capítulo, o autor oferece sugestões para projetos em grupo ou individual.

Triola ainda dá dicas de apresentações oral e escrita, de como se fazer uma sondagem e sugere vários tópicos de projetos. Na página 611, o autor fala sobre os procedimentos para conduzir uma análise estatística de dados e conclui na página 613 com as perspectivas de um curso introdutório de estatística.

Livro B – Estatística, de Murray R. Spiegel e Larry J. Stephens

A quarta edição do livro "Estatística" da coleção Schaum, foi escrita por Murray R. Spiegel, Professor e Presidente do Departamento de Matemática no Rensselaer Polytechnic Institute no Hartford Graduate Center e por Larry J. Stephens, Professor de Matemática na University of Nebraska em Omaha, e traduzida por José Lucimar do Nascimento.

Nessa edição, os autores trazem os prefácios das edições anteriores a fim de comparar as mudanças ocorridas de uma edição para outra. O livro B, pode ser utilizado como suplemento ou como livro-texto de um curso regular de Estatística, além disso, segundo os autores, poderia ser usado como livro de consulta para aqueles que se empenham nas aplicações da estatística aos seus problemas específicos de pesquisa.

Esse livro apresenta uma introdução aos princípios gerais da Estatística, úteis a todos os interessados, independente de seu campo de atuação. Em cada capítulo, como na maioria dos livros, os autores iniciam com definições pertinentes, teoremas, propriedades e princípios, juntamente com ilustrações e outras matérias descritivas, na sequência apresentam problemas resolvidos e depois os suplementares que, em muitos casos, utilizam dados retirados de

[10] Análise de variância que testa a hipótese de que as médias de duas ou mais populações são iguais.

situações estatísticas reais. Os problemas resolvidos ilustram e ampliam a teoria, além de proporcionar a repetição dos princípios básicos.

O livro traz uma teoria bem reduzida, mas o grande número de problemas é sua principal característica. Dessa forma, o livro "Estatística", de acordo com nossa análise, talvez poderá contribuir na nossa pesquisa de campo ao aplicarmos alguns problemas dentro da dinâmica da sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que será amplamente discutido no próximo capítulo.

Os autores apresentam dezoito capítulos, dos quais relataremos aqui alguns que tem uma relação com a nossa pesquisa. Nos primeiros capítulos, os autores tratam da análise descritiva dos dados, das distribuições de frequência e das medidas de tendência central, de dispersão, de assimetria e curtose, como uma base para os próximos capítulos, facilitando as discussões sobre a teoria elementar da probabilidade e suas aplicações, ou seja, essa descrição e análise inicial pode facilitar o caminho para o estudo da teoria de amostragem.

Nos capítulos finais do livro B, os autores abordam a análise das séries temporais e dos números índices respectivamente. Nesse sentido, o livro abrange mais assunto do que geralmente abordam a maioria dos cursos elementares. Assim, os autores dizem que isto foi feito para torná-los mais flexível, proporcionando uma fonte de consulta mais proveitosa e para estimular o interesse futuro sobre os assuntos.

Livro C – Estatística Básica, de Wilton de O. Bussab e Pedro A. Morettin

Estatística Básica, um dos livros mais vendidos da área, escrito por Wilton de O. Bussab, Professor da Fundação Getúlio Vargas e por Pedro A. Morettin, Professor do IME – Instituto de Matemática e Estatística da USP – Universidade de São Paulo, ambos com Mestrado e Doutorado em Estatística, trazem por meio dessa sexta edição, uma obra atualizada, que segundo eles, contou com a colaboração de outros professores para enriquecer ainda mais os conteúdos desse livro-texto.

O livro C inicia com as noções preliminares. Os autores dão uma introdução, descrevem os modelos, falam sobre algumas técnicas computacionais e métodos gráficos, além disso, reforçam ainda a importância do uso de algum pacote computacional, que é bastante recomendado para a prática dos conceitos desenvolvidos.

Depois, o livro C é dividido em três partes:

- A primeira parte trata da análise de dados unidimensionais e bidimensionais, com atenção especial a métodos gráficos – por exemplo, o capítulo 2, resume os dados por meio de distribuições de frequências e como representá-los graficamente. Já no capítulo 3, são apresentadas as principais medidas de posição e de dispersão, além disso, Bussab e Morettin ilustram a construção do Box Plots e dos Gráficos de Simetria. Nesse sentido, os autores falam nesses capítulos da organização e resumo de informações pertinentes a uma única variável. A fim de encerrar essa primeira parte, os autores tratam no capítulo 4, da análise do comportamento de duas ou mais variáveis aleatórias, verificando se há relação entre as duas variáveis e como medi-las;
- A segunda parte do livro discute os conceitos básicos de probabilidade e variáveis aleatórias – por exemplo, o capítulo 5, trata das Noções de Probabilidade, Probabilidade Condicional e Independência e por fim o Teorema de Bayes, destacando sua importância nos problemas de Estatística Inferencial. Nos próximos capítulos são abordados os conteúdos como Variáveis Aleatórias Discretas, Contínuas e Multidimensionais, e Noções de Simulação. Nós não aprofundamos nas análises desses conteúdos, pois não iremos abordá-los na nossa pesquisa de campo, embora sejam importantes. Nessa parte nos chamaram atenção as tabelas que os autores apresentam como o resumo das distribuições discretas e dos principais modelos para as variáveis aleatórias contínuas.
- Por fim, a terceira parte do livro C, apresenta os tópicos principais da inferência estatística e regressão linear simples. Também apresenta argumentos estatísticos para fazer afirmações sobre as características de uma população, com base nas informações dadas por amostras. Além disso, procura dar uma conceituação formal a esses princípios intuitivos do dia-a-dia para que possam ser utilizados cientificamente em situações mais complexas. Nos próximos capítulos são abordados os conteúdos como Inferência Estatística, Estimação, Testes de Hipóteses, Inferência para duas e várias populações, Análise de Aderência e Associação, e por fim, no último capítulo, Regressão Linear Simples.

Livro D – Estatística Fácil, de Antônio Arnot Crespo

Este livro D, é um dos livros que aborda praticamente todos os assuntos da Estatística Descritiva e de acordo o autor tem uma linguagem extremamente objetiva. Para Crespo, o livro D tem características estritamente didáticas, evitando demonstrações e sendo apresentados comentários e análises práticas e objetivas dos assuntos. O livro é dividido em doze capítulos mais um apêndice.

Assim, na parte inicial do livro, Crespo trata dos tópicos da Estatística Descritiva que foram abordados nos capítulos de 1 a 8, onde o autor dá destaque a Distribuição de Frequência. Percebemos na nossa leitura que o autor fala da composição de uma tabela, mostrando todos os elementos e normas necessários para a construção, que a maioria dos livros analisados não trouxeram. Em seguida são apresentadas as séries estatísticas e alguns dados absolutos e dados relativos que estão presentes nas tabelas, como: porcentagens, índices, coeficientes e taxas.

No livro D, ainda na Distribuição de Frequência, o autor começa pela organização do rol. Em seguida, o autor descreve e explica como calcular as classes; os limites de classe; a amplitude amostral, de um intervalo de classe e da distribuição; o ponto médio de uma classe; e as frequências absoluta e relativa, com e sem intervalo de classe, relacionando-os com as representações gráficas de uma distribuição. Também, o livro D apresenta as medidas de tendência central: média, moda e mediana; e as medidas separatrizes: decil, quartil e percentil, tanto para dados não agrupados, como para dados agrupados com e sem intervalo de classe. Além disso, apresenta as Medidas de Dispersão (Variabilidade) e de Assimetria e Curtose. Talvez utilizaremos alguns conceitos já mencionados no nosso estudo de campo.

Continuando, o autor dá um enfoque ao estudo de Probabilidades, de forma elementar, enfatizando o uso do raciocínio. Também foi feito nesse livro o estudo elementar de Correlação e Regressão, que irá talvez nos auxiliar no nosso trabalho como instrumento adequado para descobrir e medir a relação entre as variáveis, bem como para determinar os parâmetros dessa função.

Ao finalizar a análise deste livro, colocamos as palavras de Crespo “a Matemática, a Música e a Estatística são linguagens universais” e ele ainda lembra que “embora uma nova linguagem pareça um enigma antes de ser conquistada, é um poder, em seguida”.

Livro E – Estatística Básica, de Luiz Gonzaga Morettin

O livro E faz parte da coleção Estatística Básica com enfoque na Probabilidade. O autor é Bacharel e Licenciado em Matemática pela USP - Universidade de São Paulo, Pós-Graduado em Estatística pelo IME-USP e Doutor em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie. Esse autor nos chamou atenção por expor inicialmente os assuntos para o caso discreto, onde os conceitos são mais facilmente assimiláveis pelos alunos, passando a seguir para o caso contínuo, onde esses mesmos conceitos ficarão sedimentados.

Morettin procura, na maioria dos tópicos, apresentar os conceitos por meio de problemas, para depois defini-los, em seguida são apresentados exercícios de aplicação para cada assunto abordado, bem como exercícios propostos, no final de cada capítulo.

O livro E está dividido em seis capítulos: Espaço Amostral, Probabilidade, Variáveis Aleatórias Discretas, Distribuições Teóricas de Probabilidades de Variáveis Aleatórias Discretas, Variáveis Aleatórias Contínuas e Aplicações da Distribuição Normal. Queremos deixar claro para o leitor, que nossa intensão ao fazer a análise deste livro, não é apresentar todos os conteúdos abordados, mas descrever apenas alguns conteúdos relacionados à nossa pesquisa.

No livro E, por exemplo, o estudo do espaço amostral, os fenômenos determinísticos e os aleatórios, classe dos eventos aleatórios, operações com eventos aleatórios, propriedades das operações e partição de um espaço amostral; como também, eventos equiprováveis, probabilidade condicional, eventos independentes e teorema de Bayes, talvez sejam utilizados no estudo de campo.

Livro F – Probabilidade e Estatística, de Claudio Loesch

Loesch escreveu o livro “Probabilidade e Estatística” com o intuito de contribuir para compreensão do leitor nessas duas áreas e para que o mesmo obtenha a necessária autossuficiência nos conhecimentos da Estatística e da Probabilidade. O livro F, não somente traz procedimentos e fórmulas prontas, mas, sobretudo, fundamenta os aspectos teóricos envolvidos dentro do rigor matemático necessário. Nesse sentido, percebemos que não é um livro que possa ser rotulado como básico, pois embora contenha um número razoável de proposições, a maioria demonstrada, o autor diz que em nada prejudica se pularmos as demonstrações.

O livro F apresenta conteúdos parecidos aos outros livros de Estatística e Probabilidade do Curso Superior: Introdução à Estatística, Amostragem, Estatística Descritiva, Teoria das Probabilidades, Distribuições Amostrais e Estimação de Parâmetros, Teste de Hipóteses, Regressão e Correlação e Teste de Hipóteses de Vários Grupos (Análise de Variância). Dos quais abaixo descreveremos alguns de nosso interesse para a pesquisa.

No capítulo 1 e 2 do livro F, Introdução à Estatística e Amostragem, respectivamente, o autor trata desses conteúdos de maneira mais teórica, mas bem aprofundada. Inicia com um aspecto histórico e aborda os pontos principais, sem cálculos, com poucos exemplos e sem exercícios. O capítulo 3, Estatística Descritiva, apresenta os conteúdos essenciais para se fazer uma Análise Descritiva dos dados. Já o capítulo 4, Teoria das Probabilidades, é bem extenso, pois Loesch apresenta desde o marco histórico até as distribuições e funções. É um capítulo que nos chamou atenção, desde a nossa análise inicial, pelo fato de trazer fundamentos matemáticos necessários para a compreensão dos conteúdos, como: Teoria Elementar dos Conjuntos, Análise Combinatória e Cálculo (Diferenciação, Integração e Pontos Extremos).

Claudio Loesch é professor-pesquisador da Universidade Regional de Blumenau, com vasta experiência na área de Estatística Avançada, Inteligência Artificial e Administração de Empresas. O autor por ter essa experiência, traz no livro F uma Matemática avançada relacionando-a com aplicações da Estatística que são direcionadas a determinadas áreas, como a análise de sobrevida (para a Medicina) e o controle Estatístico de Processos (para o Controle de Qualidade). Também o autor apresenta no livro F muitos gráficos, tabelas e quadros, mas nós não encontramos em detalhes essa construção como é feita na maioria dos livros.

Livro G – Probabilidade: Um Curso Introdutório, de Carlos A. B. Dantas

O livro G reflete a experiência do autor, em ter ensinado Probabilidade em níveis introdutório e intermediário durante vários anos em várias Universidades brasileiras e especificamente na USP, como também nas Universidades da Califórnia e de Cornell.

O autor escreveu este livro visando atingir dois objetivos: O primeiro era que o livro servisse de texto para um Curso de Probabilidade em espaços amostrais discretos acessível a estudantes com conhecimentos de Matemática ensinadas no Ensino Médio; e o segundo objetivo é que o livro servisse de texto para um Curso de Probabilidade em nível intermediário, em geral ministrado entre o terceiro e o sexto semestre de um curso de bacharelado nas áreas de Ciências Exatas e Engenharia.

O autor procurou apresentar a teoria muitas vezes em formas de definições e lemas, para destacar a sequência lógica dos conteúdos apresentados. Assim, o livro é composto por sete capítulos: Noções Básicas de Probabilidade, Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade, Variáveis Aleatórias Discretas Multidimensionais, Modelos Probabilísticos Discretos, Modelos Probabilísticos Contínuos, Variáveis Aleatórias Contínuas Multidimensionais e Tipos de Convergência e Teoremas Limite.

Todos os capítulos tem uma linguagem clara, porém com um rigor matemático. Onde cada seção inicia com uma definição, seguida de exemplos e algumas seções contém lemas e demonstrações, além de dar ênfase ao estudo dos modelos probabilísticos tanto discretos quanto contínuos.

O livro G contém cerca de 300 exercícios e vários deles complementam a teoria desenvolvida no texto. Esses exercícios estão distribuídos nos capítulos que variam em grau de dificuldade. O autor desse livro sugere que o professor deva fazer uma seleção para propô-los aos alunos conforme o nível em que o curso venha a ser desenvolvido. Outro ponto importante é que no final do livro são indicados alguns textos que apresentam a teoria das probabilidades desenvolvida com base na teoria da medida de integração.

3.3 NOÇÕES DE ESTATÍSTICA E DE PROBABILIDADE

Ponte, Brocado e Oliveira (2013) dizem que, no currículo de Matemática, a Estatística é um assunto relativamente recente. As abordagens usuais deste tópico enfatizam as aplicações e os procedimentais computacionais: como se calcula a média ou o desvio padrão, como se faz um gráfico de barras, um gráfico circular ou um diagrama de caule e folhas. Para eles, a Estatística pode tornar-se um dos assuntos de Matemática mais aborrecidos de ensinar e aprender.

Nesse sentido, os autores dizem que o lugar da Estatística no ensino tem conhecido uma forte evolução. No século passado, começou-se a ser integrada no currículo do ensino secundário, em estreita ligação com as Probabilidades, com relevo para o estudo de testes de hipóteses – uma abordagem puramente teórica. Mais tarde, segundo os autores foi introduzida no Ensino Básico, com destaque para as formas de representação de dados e as medidas de tendência central, que na época era uma abordagem prática e muito pobre. Hoje em dia, a Estatística é vista com outro enfoque, por exemplo, com aplicabilidade no cotidiano.

> No entanto, este assunto matemático desempenha um papel essencial na educação para a cidadania. Na verdade, a Estatística se constitui uma importante ferramenta para a realização de projetos e investigações em numerosos domínios, sendo usada no planejamento, na recolha e na análise de dados e na realização de inferências para tomar decisões. A sua linguagem e conceitos são utilizados em cada passo do dia-a-dia para apoiar afirmações em domínios como saúde, o desporto, a educação, a ciência, a economia e a política. Todo o cidadão precisa saber quando um argumento estatístico está ou não a ser utilizado com propriedade (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2013, p. 91).

Para Loesch (2014), a Estatística é um dos ramos mais populares da Matemática. Isso se deve ao fato do tratamento científico dos dados amostrais que permite aplicar o raciocínio indutivo. Nesse sentido, o autor diz que a Estatística estuda o inexato de forma exata. Entendemos assim, que embora o objeto de investigação seja a incerteza, o comportamento do objeto irá seguir um modelo matemático, cuja teoria se encontra alicerçada na Teoria das Probabilidades.

Apoiados nos livros-textos que analisamos, trazemos a seguir algumas Noções de Estatística Descritiva e de Probabilidade que possam contribuir no estudo de campo ao formalizarmos esses assuntos através da Resolução de Problemas.

3.3.1 Estatística Descritiva

Durante a construção do nosso modelo preliminar, percebemos dentre as variáveis-chave que a Estatística seria o capítulo que faz parte da nossa pesquisa. Assim, pensando em nos apropriarmos de alguns conceitos da Estatística Descritiva e querendo contribuir na formação inicial do professor de Matemática, tratamos alguns conceitos e definições necessários. Nossa experiência indica que nosso trabalho como professor não é apenas formar esses alunos em futuros professores de Matemática, mas que precisamos formar professores que sejam capazes de compreender os conceitos da Estatística Descritiva através da Resolução de Problemas.

3.3.1.1 Análise Descritiva de dados

Neste item serão apresentados os conceitos básicos da Estatística Descritiva: (1) Método Estatístico; (2) População e Amostra; (3) Séries Estatísticas; (4) Representação Gráfica; (5) Distribuição de Frequência; (6) Medidas de Posição; (7) Medidas Separatrizes; (8) Medidas de variação; (9) Medidas de Assimetria; (10) Medidas de Curtose.

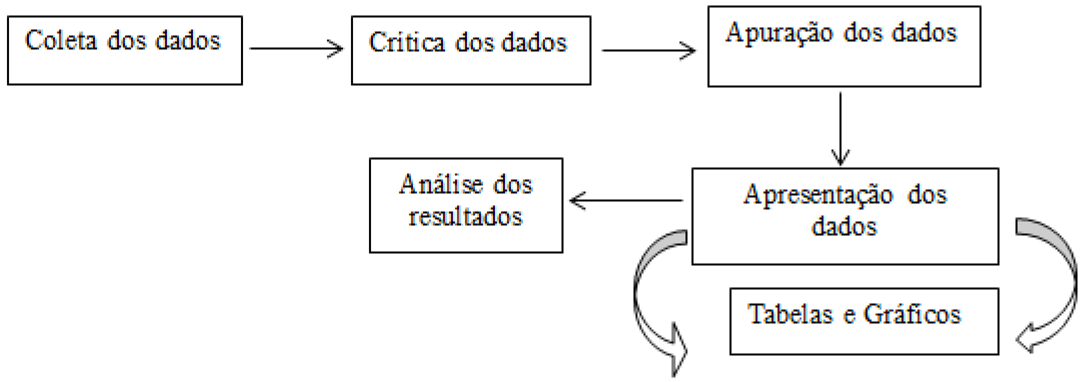
Método Estatístico

Para Crespo (2009, p. 2) "Método é um conjunto de meios dispostos convenientemente para se chegar a um fim que se deseja". Nessa linha de pensamento, a Estatística está relacionada aos métodos científicos para coleta, organização, resumo, descrição, análise e apresentação de dados, bem como à obtenção de conclusões válidas e a utilização dos mesmos para a tomada de decisões. Também podemos dizer que, em geral, as pessoas, quando se referem ao termo Estatística,

> O fazem no sentido da organização e descrição dos dados, desconhecendo que o aspecto essencial da Estatística é o de proporcionar métodos inferenciais, que permitam conclusões que transcendam os dados obtidos inicialmente.
> Assim, a análise e a interpretação dos dados estatísticos tornam possível o diagnóstico de uma empresa (por exemplo, de uma escola), o conhecimento de seus problemas (condições de funcionamento, produtividade), a formulação de soluções apropriadas e um planejamento objetivo de ação (CRESPO, 2009, p. 4).

O Método Estatístico está divido em fases: Coleta de dados - Inicialmente é feito um planejamento sobre determinado fenômeno, onde a partir desse planejamento é dado início a coleta de dados. Essa coleta pode ser realizada direta ou indiretamente; Na fase Crítica dos dados - É necessário que haja um exame cuidadoso desses dados, em busca de possíveis erros, que podem ser externo caso o erro seja por parte do pesquisado ou interno caso ocorra por parte do pesquisador; Apuração dos dados - Nesta fase os dados são agrupados e conferidos de maneira manual, eletrônica ou eletromecânica; já na fase Apresentação dos dados - Nada mais é do que a exposição dos dados em forma de relatórios, tabelas ou gráficos, tornando mais claro o entendimento do interessado; por fim, na fase Análise dos resultados - É necessário que haja uma conclusão sobre o trabalho realizado, por isso faz-se uma análise e interpretação dos dados para assim chegar ao último objetivo que é tirar conclusões de um todo, podemos ver na figura 5.

Figura 5: Fases do Método Estatístico

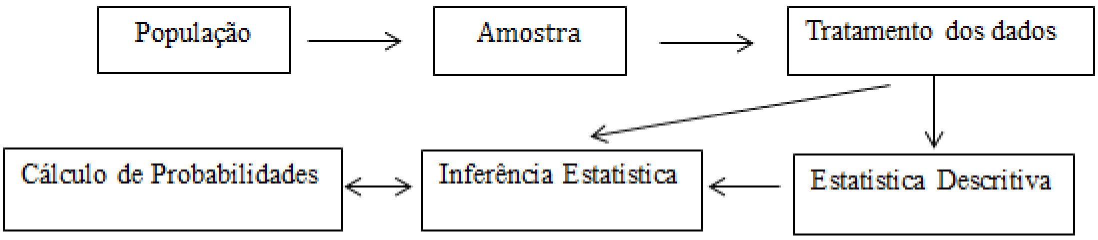


Fonte: Elaborada pela autora

População e Amostra

Para compreender melhor sobre população e amostra de uma pesquisa, poderíamos utilizar o seguinte esquema da figura 6.

Figura 6: Síntese dos elementos da Pesquisa Estatística



Fonte: Elaborada pela autora

Para se trabalhar a população e a amostra conforme o esquema,

> Devemos saber e entender as definições de população, amostras, parâmetros e estatística, pois são básicos e fundamentais. Devemos saber, também, a diferença entre dados quantitativos e qualitativos. Devemos saber que alguns números, como códigos postais, não são quantidades, porquanto não medem ou nem contam qualquer coisa. Os códigos postais, são na verdade, localizações geográficas, de modo que não faz qualquer sentido realizar cálculos com eles, como encontrar uma média (TRIOLA, 2008, p. 5).

Nesse sentido, podemos dizer que, a população é o conjunto de entes portadores de pelo menos uma característica em comum do qual são retiradas as amostras e que é o conjunto de interesse final para a pesquisa. Porém, quando não é possível realizar a pesquisa com o todo (população), seja por motivo econômico ou temporal, faz-se necessário limitar a apenas uma parte desse todo do qual chamamos de amostra.

Segundo Crespo (2009), é necessário garantir que essa amostra seja representativa da população, ou seja, as amostras devem possuir características da população e para tal, é necessário que sejam obtidas por processos adequados.

> Existe uma técnica especial – amostragem – para recolher amostras, que garante, tanto quanto possível, o acaso na escolha. Dessa forma, cada elemento da população passa a ter a mesma chance de ser escolhido, o que garante à amostra o caráter de representatividade, e isto é muito importante, pois, como vimos, nossas conclusões relativas à população vão estar baseadas nos resultados obtidos nas amostras dessa população (CRESPO, 2009, p. 11).

Nesse sentido, se os dados amostrais não forem coletados de maneira adequada, eles podem ser inúteis, que nenhuma manipulação estatística poderá salvá-los. Dessa maneira, faz-se necessário o uso de uma técnica de amostragem adequada, a seguir apresentamos na tabela 1 algumas técnicas de amostragem:

Tabela 1: Características das Técnicas de Amostragem

Técnicas de Amostragem	
Amostragem Aleatória	Quando os elementos de uma população são selecionados de tal modo que cada elemento tenha chance igual de ser selecionado.
Amostragem Aleatória Simples de tamanho *n*	É selecionada de tal modo que toda amostra possível de mesmo tamanho *n* tenha a mesma chance de ser escolhida.
Amostragem Probabilística	Envolve a seleção de elementos de uma população de tal modo que cada elemento tenha uma chance conhecida (mas não necessariamente igual) de ser selecionado.
Amostragem Sistemática	É quando escolhemos algum ponto inicial e em seguida selecionamos o k-ésimo elemento da população.
Amostragem por conveniência	Quando os resultados são obtidos de maneira muito fácil, ou seja, conveniente ao pesquisador.
Amostragem Estratificada	A população é subdividida em pelo menos dois grupos de maneira que os elementos desses subgrupos tenham as mesmas características e em seguida é extraído uma amostra de cada subgrupo.
Amostragem por conglomerados	A população é primeiramente dividida em conglomerados (seções), após a divisão seleciona-se aleatoriamente alguns conglomerados e por fim escolhe-se elementos de todos os conglomerados selecionados.

Fonte: Elaborada pela autora

Botter et al. (1996) dizem que, um dos componentes de uma análise estatística é a exploração de dados, comumente denominada Estatística Descritiva. Para os autores, esta análise serve como um primeiro guia do pesquisador, fornecendo informações sobre a qualidade de seus dados e indicando algumas tendências e, em geral, não tem um fim em si própria, exceto os casos de censos. Nesse sentido, a intimidade com os dados na primeira avaliação proporciona o caminho adequado para um prosseguimento de análise num linha inferencial.

Desse modo, a população e a amostra são utilizadas para distinguir entre casos nos quais temos dados para uma população inteira e casos nos quais temos dados apenas para uma parte dessa população, isto é, uma amostra. Dessa maneira, as caraterísticas dos dados coletados, da população ou da amostra, são na verdade as variáveis, ou seja, as observações coletadas, podendo ser quantitativos, quando consistem em números que representam contagem ou medição e qualitativos quando podem ser representados por características categóricas, ou seja, não numéricas.

Séries Estatísticas

Séries Estatísticas são tabelas que apresentam uma distribuição de um conjunto de dados em função de três fatores: época, local e espécie. Esse conjunto de dados pretende responder basicamente a três perguntas: O quê? Onde? Quando?

Assim, em qualquer Série Estatística, observam-se três elementos principais. (1) Fato – O fenômeno que foi estudado; (2) Espaço Geográfico – O local onde ocorreu o fenômeno; (3) Época – O tempo em que o fenômeno foi pesquisado. Então, de acordo com a variação da época, do local e da espécie podemos classificar: **Série Histórica** - também podem ser chamadas de Cronológicas, Temporais, Evolutivas ou Marchas. É a Série Estatística em que os dados são estudados de acordo com a época de ocorrência; **Série Geográfica** - Também podem ser chamadas de Espaciais, Territoriais ou de Localização. É a Série Estatística em que os dados são estudados de acordo com o local de ocorrência; e **Série Específica** - Também conhecida como Categórica. É a Série Estatística em que os dados são estudados de acordo com a espécie. Por fim, as **Séries Mistas -** Também conhecida como Conjugadas. É a Série Estatística em que os dados são estudados segundo duas ou mais causas de variação.

Representação Gráfica

Crespo (2009) diz que para tornarmos possível uma representação gráfica, precisamos estabelecer uma correspondência entre os termos da série e determinada figura geométrica, de tal modo que cada elemento da série seja representado por uma figura proporcional.

> A representação gráfica de um fenômeno deve obedecer a certos requisitos fundamentais para ser realmente útil: Simplicidade – o gráfico deve ser destituído de detalhes de importância secundária, assim como de traços desnecessários que possam levar o observador a uma análise morosa ou com erros; Clareza – o gráfico deve possibilitar uma correta interpretação dos valores representativos do fenômeno em estudo; e Veracidade – o gráfico deve expressar a verdade sobre o fenômeno em estudo (CRESPO, 2009, p. 30).

Nesse sentido, um gráfico é uma representação geométrica da relação entre variáveis. Na verdade, os gráficos são uma forma de representação e apresentação visual dos dados. Em geral, os gráficos apresentam menos informações do que as tabelas, mas tem uma leitura mais fácil. Entendemos que, existem vantagens como a relação à impressão visual e também a facilidade na análise e interpretação quando estão em conjunto com as tabelas. Entretanto, há desvantagens, como a demora na confecção, a apresentação de valores arredondados e no pequeno número de dados.

Ainda em relação aos gráficos, Triola (2008) disse que, nosso mundo precisa de mais pessoa com habilidades para construir gráficos que revelem clara e efetivamente características importantes dos dados. E completa dizendo que nosso mundo precisa, também, de mais pessoas com habilidades de serem inovadoras na criação de gráficos originais que captem as características-chave dos dados. Nesse sentido, a seguir, discutiremos os tipos de gráficos quanto ao critério de forma e a descrição dos dados.

Existem três tipos de gráficos, classificados quanto ao critério da forma: (1) Diagramas - são gráficos geométricos de duas dimensões, sendo os gráficos mais usados na representação de séries estatísticas e apresentam uma grande variedade; (2) Cartogramas - são representações relativas a cartas geográficas, além disso, os Cartogramas são muito estudados em disciplinas como Geografia e História. Tal fato se deve porque um dos objetivos é figurar os dados estatísticos relacionados com áreas geográficas ou políticas; e (3) Estereogramas - representam volumes e são apresentados em três dimensões.

Existem dois tipos de gráficos, classificados quanto à descrição dos dados: (1) Gráficos de Informação - São os gráficos mais populares. Seu objetivo principal é proporcionar uma visualização rápida e clara dos valores referentes ao fenômeno observado. São gráficos expositivos e devem ser o mais completo possível. Existem vários tipos de gráficos de informação, mas os mais comuns são os de coluna, barra, setores, linha, polar, pictograma, entre outros; e (2) Gráficos de Análise - Representam melhor dados estatísticos, pois fornecem elementos úteis para análise dos dados, mas não deixam de ser informativos também. Para apresentar os resultados de uma análise, esse tipo de gráfico frequentemente vem acompanhado de uma tabela. Muitas vezes, também apresenta um texto dissertativo, com o intuito de chamar a atenção do leitor para os pontos principais. Nesse sentido, muitos relatórios administrativos, econômicos ou de qualquer outra natureza combinam as três formas de apresentação de dados. Isto porque, em geral, poucas pessoas têm habilidade com números, e as que têm dificuldade geralmente consultarão apenas o gráfico. Os mais usados são o histograma e o polígono de frequência.

Além dos tipos de gráficos citados anteriormente, existem outras representações gráficas, como o gráfico de pontos, o box-plot e diagrama de ramo e folha, que são pouco explorados no Ensino Básico, embora a sua importância na estatística sejam fundamentais. Por exemplo, o diagrama de ramo e folhas, que segundo Triola (2008), representa dados separando cada valor em duas partes: o ramo (como o dígito a esquerda) e a folha (como o dígito a direita).

Desta maneira, para a construção do diagrama de ramo e folha, entendemos que, cada observação do conjunto de dados é quebrada. Uma dessas partes é a folha, que deve ser formada por apenas um algarismo, e os algarismos restantes formam o galho. Como numa árvore, as folhas são penduradas no galho apropriado. Assim, para Triola (2008, p. 47), “uma grande vantagem do diagrama de ramo e folhas é que podemos ver a distribuição dos dados e ainda reter toda a informação da lista original”. Outra vantagem segundo o autor é que a construção de um diagrama de ramo e folhas é uma maneira rápida e fácil de ordenar os dados e essa ordenação é necessária para alguns procedimentos estatísticos.

Distribuição de Frequência

Antes de iniciar uma distribuição de frequência, precisamos inicialmente tratar dos dados, pois os dados aparecem em forma bruta, ou seja, não estão ordenados. Para isso, é necessário a criação de um rol, que distribui os elementos na ordem crescente ou decrescente, a fim de facilitar o trabalho em torno desses elementos.

Nesse sentido, Spiegel (1993) diz que, quando se resumem grandes quantidades de dados quantitativos, com elevado número de dados distintos, costuma-se organizá-los em classes e determinar o número de elementos pertencentes a cada uma das classes, que denominados de frequência de classe. Ainda segundo o autor, esse arranjo tabular de dados por classes, juntamente com as frequências correspondentes, é denominado distribuição de frequência.

Na sequência, sintetizamos os elementos necessários para a construção de uma distribuição de frequência, segundo Spiegel (1993), Crespo (2009) e Triola (2008).

- Classes de frequência - São intervalos de variação da variável e são representadas por i = 1, 2, 3, ..., k, sendo k o número total de classes da distribuição.
- Limites de classes - São os extremos das classes: (1) Limite inferior de classes (l_i) que são os menores números que podem pertencer as diferentes classes e (2) Limite

superior de classes (l_s) que são os maiores números que podem pertencer as diferentes classes.

- Amplitudes - São: (1) Amplitude do intervalo de classe (h_i) é a diferença entre os limites superior e inferior dessa classe e é referida, também como a amplitude, o tamanho ou o comprimento da classe. Mas, quando todos os intervalos de classe tiverem a mesma amplitude, esse valor comum será representado por *c*. Nesses casos, *c* é a diferença entre dois limites inferiores, ou dois superiores de classes sucessivas, representada por $h_i = l_s - l_i$; (2) Amplitude total da distribuição (AT) é a diferença entre o limite superior da última classe (limite superior máximo) e o limite inferior da primeira classe (limite inferior mínimo), representada por *AT = L (máx) – l (mín);* e (3) Amplitude amostral (AA) que é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra, representada por *AA = x (máx) – x (mín).*
- Ponto médio (s_i) - São os pontos médios dos intervalos que determinam cada classe. Sendo que, cada ponto médio pode ser encontrado pela soma dos limites inferior e superior e divide essa soma por dois, podemos ver no modelo abaixo.

$$s_i = \frac{l_i + l_s}{2}$$

- Número de classes: O número de classes deve estar entre 5 e 20. Nesse sentido, para determinar o número de classes de uma distribuição não podemos lançar mão da regra de Sturges, que nos dá o número de classes em função do número de valores da variável, $k \cong 1 + 3{,}22 \cdot log\, n$, onde: k é o número de classe e n é o número total de dados e podemos utilizar também $k \cong 1 + 3{,}3 \cdot \log n$. Além da regra de Sturges, existem outras. Há quem prefira fazer o cálculo de acordo com o número de observações (n). Quando $n \leq 25$, k = 5 classes e quando $n > 25$, $k \cong \sqrt{n}$. Assim, decidido o número de classes, calcula-se então a amplitude de classe, $h \cong \frac{Amplitude\ Total}{número\ de\ classes}$. Arredonda-se esse resultado para obter um número conveniente e assim todas as classes terão a mesma amplitude, o que permitirá a construção de gráficos e cálculo de medidas descritivas.
- Frequências - São: (1) Frequência simples ou absoluta (f_a) é o valor que realmente representa o número de dados de cada classe; (2) Frequência relativa (f_r) é o quociente da frequência absoluta de classe pelo total de observações. O valor encontrado pode ser representado por frações, números decimais e mais comumente por porcentagem; (3) Frequência acumulada (F_a) é a soma das frequências de todos os valores inferiores

ao limite superior do intervalo de uma classe; e (4) Frequência relativa acumulada (F_r) é a frequência acumulada da classe, dividida pela frequência total da distribuição.

Medidas de Posição

Segundo Crespo (2009), as medidas de posição mais importantes são as medidas de tendência central, que recebem tal denominação pelo fato de os dados observados tenderem, em geral, a se agruparem em torno dos valores centrais. A seguir, discutimos as medidas de tendência central apoiados em Botter et al. (1996), Spiegel (1993), Crespo (2009) e Triola (2008).

- Média Aritmética ($m_e\ ou\ \bar{x}$) – A maioria dos livros apresenta a média aritmética sendo a soma de todos os valores de um conjunto de dados divido pelo total de elementos, mas o que nos chamou atenção, que embora seja a medida de tendência central mais usada, nem sempre ela é representativa do conjunto de dados, pois a média pode ser afetada de maneira drástica pela presença de um outlier[11]. Por isso, faz-se necessário calcular os desvios, com intuito de saber se ela realmente é representativa ou não. Assim, segundo esses autores, o desvio em relação à média é a diferença entre cada elemento de um conjunto de valores e a média aritmética ($d_i = x_i - \bar{x}$). No que segue, apresentamos a média aritmética ponderada, que tem a mesma função da média para dados agrupados com intervalos de classe: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$, porém na média ponderada ainda não temos conhecimento do ponto médio, por isso fazemos a soma de todos os produtos dos pesos pelos valores amostrais.
- Moda (m_o) – Para os autores, é o valor que ocorre com a maior frequência, ou seja, é o valor mais comum. Ainda segundo esses autores, a moda pode não existir e, mesmo que exista, pode não ser única. Assim, a moda para dados não agrupados é facilmente encontrada, basta observar a frequência em que as variáveis ocorrem. Mas no caso da determinação da moda para dados agrupados com intervalo de classe, primeiro faz-se necessário determinar a classe modal, ou seja, a classe que ocorre com maior frequência. Neste caso, os autores dizem que, a moda é o valor dominante que está compreendido entre os limites da classe modal ($m_o = \frac{l_{i(mo)}+l_{s(mo)}}{2}$),onde: $l_{i(mo)}$ é o limite inferior e $l_{s(mo)}$ é o limite superior. Ainda para esses autores, há outro cálculo mais exato para encontramos o valor da moda para dados agrupados. Como a

[11] Outlier é um valor bem afastado de quase todos os demais valores, ou seja, são valores discrepantes que aparecem no início ou no fim da distribuição.

fórmula de Czuber $m_o = l_{i(mo)+} \frac{D_1}{D_1+D_2} \cdot h_{(mo)}$. Sendo, $l_{i(mo)}$ o limite inferior da classe modal; D_1 é diferença da frequência simples da classe modal pela frequência simples da classe anterior a classe modal; D_2 é diferença da frequência simples da classe modal pela frequência simples da classe posterior a classe modal; e $h_{(mo)}$ é a amplitude da classe modal. Sendo assim, a moda será utilizada quando queremos obter uma medida rápida e aproximada de posição ou quando queremos o valor mais típico da distribuição de frequência.

- Mediana (m_d) – Para um conjunto, organizado em um rol, em que o número de observações é ímpar, a mediana é o próprio valor central e ainda segundo os autores, quando o número de observações for par, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais. Quando for ímpar o valor mediano ocupará a posição $\frac{n+1}{2}$ e quando for par o valor mediano será dado pela média aritmética dos seguintes termos que ocupam as posições, $\frac{n}{2}\ e\ \frac{n}{2}+1$. Sendo n o número de elementos da série. Caso os dados se agrupem em uma distribuição de frequência, o cálculo da mediana se processa de modo muito semelhante ao cálculo para dados não agrupados, dado pela $\frac{\sum f_a}{2}$. Na prática, o cálculo da mediana para dados agrupados com intervalos de classe será, então,

$$m_d = l_{i(md)} + \frac{\left[\frac{\sum f_a}{2} - F(ant)\right] \cdot h_{(md)}}{f_{i(md)}}$$

Logo,

$l_{i(md)}$ é o limite inferior da classe mediana

$\frac{\sum f_a}{2}$ é a ordem do valor mediano. A partir desta ordem localiza-se a classe mediana

$F(ant)$ é a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana

$h_{(md)}$ é a amplitude do intervalo da classe mediana

$f_{a(md)}$ é a frequência absoluta da classe mediana

> Até aqui, consideramos a média, a moda, a mediana e o ponto médio como medidas de centro. Qual é a melhor? Infelizmente, não há uma única melhor resposta para essa questão, porque não há critérios objetivos para a determinação da medida mais representativa para todos os conjuntos de dados. As diferentes medidas de centro têm diferentes vantagens e desvantagens (TRIOLA, 2008, p. 69).

Medidas Separatrizes

No que segue, além das medidas de posição, há outras medidas, que consideradas individualmente, não são medidas de tendência central, mas estão ligadas à mediana, já que se baseiam em sua posição na série. Essas medidas são os quartis, os decis e os percentis, que também são conhecidas como medidas separatrizes.

> Se um conjunto de dados é organizado em ordem de grandeza, o valor central (ou média aritmética dos dois valores centrais) que divide o conjunto em duas partes iguais é a mediana. Por extensão desse conceito, pode-se pensar nos valores que dividem o conjunto em quatro partes iguais. Esses valores, representados por $Q_1, Q_2\ e Q_3$ denominam-se primeiro, segundo e terceiro quartis, respectivamente, sendo o valor Q_2 igual à mediana.
> Semelhantemente, os valores que dividem os dados em dez partes iguais denominam-se decis e são representados por $D_1, D_2, \dots, D_9$ enquanto os valores que dividem os dados em 100 partes chamam-se percentis e são representados por $P_1, P_2, \dots, P_{99}$. O quinto decil e o quinquagésimo percentil, correspondem à mediana. O 25° e o 75° percentis correspondem ao 1° e 3° quartis, respectivamente.
> De maneira geral, os quartis, decis e percentis e outros valores obtidos mediantes subdivisões dos dados em partes iguais são denominados quantis para deduzi-los dos dados agrupados (SPIEGEL, 1993, p. 75).

Desse modo, as medidas separatrizes são adequadas para representar um conjunto de dados que são afetados de forma exagerada pelos valores extremos e quando também se quer ter ideia da assimetria dos valores.

Medidas de Variação

Na Estatística, as medidas de variação são importantes para qualificar os valores de uma dada variável, ressaltando a maior ou a menor variabilidade entre esses valores e a sua medida de posição. Nesse sentido, Spiegel e Stephens (2009, p. 115) dizem que, “o grau para o qual os dados numéricos tendem a dispersar-se em torno de um valor médio é denominado de variação ou dispersão dos dados”, sendo as mais comuns à amplitude total, o desvio médio, a semi-amplitude interqualística, a amplitude entre os percentis 10 e 90, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

Medidas de Assimetria

Para Spiegel e Stephens (2009, p. 145) “assimetria é o grau de desvio, ou afastamento da simetria, de uma distribuição”. Ainda segundo os autores, se a curva de frequência (polígono de frequência suavizado) de uma distribuição tiver uma “cauda” mais longa à direita da ordenada máxima do que à esquerda, diz-se que a distribuição é assimétrica para a direita, ou que ela tem assimetria positiva. Se for o inverso que ocorrer, diz-se que ela é assimétrica para a esquerda, ou que tem assimetria negativa. Dessa forma, uma medida da assimetria é proporcionada pela diferença entre a média e a moda.

Ao construir uma distribuição de frequências e/ou um histograma, está-se buscando, também, identificar visualmente, a forma da distribuição dos dados que é ou não confirmada pelo coeficiente de assimetria de Pearson (As $= \frac{3(\bar{x}-M_d)}{s}$), sendo *s* o desvio padrão.

Medidas de Curtose

Para Spiegel e Stephens (2009, p. 145) curtose é "o grau de achatamento de uma distribuição, considerado geralmente em relação a uma distribuição normal". Segundo os autores, a distribuição que tem um pico relativamente alto é denominada leptocúrtica, enquanto a que tem o topo achatado, é denominada platicúrtica. Já a distribuição que não é muito pontiaguda nem muita achatada, é denominada mesocúrtica.

3.3.2 Probabilidade

A Probabilidade ocupa um papel fundamental em todas as áreas das ciências e tem sua origem ligada ao cálculo das chances de ocorrência de certos resultados em jogos ou eventos que propiciam um grande apelo intuitivo. Também, a probabilidade mostra que muitos acontecimentos do cotidiano ocorrem de maneira aleatória e que é possível identificar resultados desses eventos, estimando o grau de possibilidades que eles têm de ocorrer.

Nesse sentido, os PNME[12] (2008, p. 52) referente à Análise de dados e Probabilidades recomenda que

> Os alunos formulem questões que possam ser respondidas através da utilização de dados e explica em que consiste a recolha e a utilização sensata de dados. Os alunos devem aprender a recolher dados, a organizar os seus próprios dados ou os de terceiros e a apresentá-los em gráficos e tabelas, que serão úteis na obtenção de respostas para as suas questões. Esta norma inclui ainda a aprendizagem de alguns métodos de análise de dados e de algumas formas de fazer inferências e tirar conclusões a partir desses dados. Os conceitos fundamentais e as aplicações das probabilidades são também referidas, principalmente no modo como as probabilidades e a estatística se relacionam.

Conforme compreendemos esse documento, a importância atribuída ao trabalho com os dados exige o envolvimento dos alunos em novas ideais e procedimentos. O tema Probabilidade permite aos professores e aos alunos o estabelecimento de importantes conexões entre ideias e procedimentos do número, álgebra, medida e geometria. Nesse sentido, a Probabilidade proporciona um ambiente natural para que os alunos estabeleçam conexões entre a Matemática e as outras disciplinas escolares e as suas experiências cotidianas.

[12] PNME - Princípios e Normas para a Matemática Escolar.

Segundo Crespo (2009), o cálculo das probabilidades pertence ao campo da Matemática, pelo fato da maioria dos fenômenos de que trata a Estatística ser de natureza aleatória ou probabilística. Sendo assim, procuramos apresentar resumidamente neste subitem os conhecimentos básicos da Probabilidade: (1) Experimento Aleatório; (2) Espaço Amostral; (3) Eventos; (4) Métodos de Probabilidade; (5) Eventos Complementares; (6) Probabilidade Condicional e Independência; (7) Eventos Mutuamente Exclusivos; (8) O Teorema de Bayes.

Experimento Aleatório

Encontramos na natureza fenômenos determinísticos e aleatórios. Para Morettin (1999) os fenômenos determinísticos são aqueles em que os resultados são sempre os mesmos, qualquer que seja o número de ocorrências verificadas sob as mesmas condições e nos fenômenos aleatórios os resultados não serão previsíveis, mesmo havendo grande número de repetições do mesmo fenômeno.

Nesse sentido, experimentos ou fenômenos aleatórios são aqueles que mesmo sobre as mesmas condições, os resultados finais de cada tentativa do experimento podem ser diferentes e não previsíveis. Assim, ao considerarmos probabilidades, lidamos com experimentos que produzam resultados e esses resultados dependem do acaso.

Espaço Amostral

O espaço amostral de um experimento aleatório, segundo Morettin (1999, p. 2) "é o conjunto dos resultados possíveis do experimento", e cada elemento do espaço amostral são chamados de ponto amostral.

Eventos

Para Triola (2008, p. 112) um evento é "qualquer subconjunto do espaço amostral", podendo ser um evento simples que é um resultado ou um evento que não pode mais ser decomposto em componentes mais simples. Nesse sentido, a união dos eventos simples constituem o espaço amostral.

Assim, qualquer que seja o conjunto (E), se $E \subset S$ (Espaço Amostral), então E é um evento de S. Nesse caso, se $E = S$, E é chamado evento certo. Se $E \subset S$, E é um conjunto unitário, portanto, E é chamado de evento elementar. Se $E = \emptyset$, então, E é chamado evento impossível.

Métodos de Probabilidade

Há várias maneiras para quantificar a incerteza e podemos elencar três métodos usados para isto: Clássica, Frequentista e Subjetiva.

- Método clássico da Probabilidade – é o mais conhecido, e relaciona eventos favoráveis com eventos possíveis. Suponhamos que um determinado experimento tenha n diferentes eventos simples e que cada um desses eventos simples tenha igual chance de ocorrer. Se o evento A pode ocorrer em *s* dessas *n* maneiras, então:

  P(A) = $\frac{\text{número de maneiras em que } A \text{ pode ocorer}}{\text{número de diferentes eventos simples}} = \frac{s}{n}$, onde P(A) representa a probabilidade de ocorrência do evento A.

- Método Frequentista – é baseado em repetições de um experimento em grande número de vezes. Com base nesses resultados efetivos, P(A) é estimada como:

$$\text{P(A)} = \frac{\text{número de vezes em que ocorreu } A}{\text{número de vezes que o procedimento foi repetido}}$$

- Método Subjetivo – como o nome sugere, é baseado na opinião pessoal. Nesse sentido, P(A), a probabilidade do evento A, é estimada com base no conhecimento de circunstâncias relevantes.

Eventos Complementares

Sabe-se que um evento pode ocorrer ou não. Nesse caso, Triola (2008, p. 117) diz que, “o complementar de um evento A, representado por $\bar{A}$, consiste na união de todos os resultados em que A não ocorre”, ou seja, os eventos A e $\bar{A}$ precisam ser disjuntos e A ∪ $\bar{A}$ = S. Também podemos dizer que A ocorre ou não ocorre, o que implica que ou A ou $\bar{A}$ tem que ocorrer. Nesse sentido, Triola (2008), justifica a aplicação da regra da adição que se P(A ou $\bar{A}$) = P(A) + P($\bar{A}$) =1 pela certeza de que A ocorre ou não ocorre. Logo, essa afirmação nos leva a outras expressões.

$$\text{P(A)} = 1 - \text{P}(\bar{A})$$

$$\text{P}(\bar{A}) = 1 - \text{P(A)}$$

Probabilidade Condicional e Independência

Para dois eventos quaisquer A e B, sendo P(B) $>$ 0, Bussab e Morettin (2010) definem a probabilidade condicional de A dado B, P(A|B), como sendo P(A|B) = $\frac{\text{P}(A \cap B)}{P(B)}$. Nesse caso, os autores dizem que, a P(A) é a probabilidade a priori de A e, com a informação adicional de que B ocorreu, dessa forma, obtemos a probabilidade a posteriori P(A|B). Assim, os autores apresentam a regra do produto das probabilidades P($A \cap B$) = $P(B) \cdot P(A|B)$.

Crespo (2009) disse que, dois eventos são independentes quando a realização ou a não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa.

Então, A e B são eventos independentes se P($A \cap B$)= $P(A) \cdot P(B)$.

Eventos Mutuamente Exclusivos

Dizemos que dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a realização de um exclui a realização do(s) outro(s). Então, segundo Spiegel (1993), se A e B são eventos mutuamente exclusivos, então $P(A \cap B) = 0$. Esse autor ainda disse que, se A + B representa a ocorrência de A ou B ou de ambos, então $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, portanto $P(A+B) = P(A) + P(B)$ para eventos mutuamente exclusivos.

O Teorema de Bayes

Para Bussab e Morettin (2010) uma das relações mais importantes envolvendo probabilidades condicionais é dada pelo Teorema de Bayes. Uma das versões mais simples desse teorema é dada pelo modelo $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.

Para esses autores, o Teorema de Bayes, que aparentemente poderia ser encarado como mais um resultado na teoria de probabilidades, tem importância fundamental, pois fornece a base para uma abordagem de inferência estatística conhecida como inferência bayesiana. Assim, o Teorema de Bayes fornece um mecanismo formal para atualizar probabilidades.

3.4 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), a Estatística é hoje disciplina obrigatória em diversos campos de formação acadêmica e na sociedade. Dizem ainda que, além de sua importância para as ciências exatas, ela se difundiu e é, atualmente, utilizada nas Ciências Sociais, Humanas, Biomédicas e na área de saúde como uma importante ferramenta para estudo e análise de objeto de pesquisa específicos da área estudada.

Nesse sentido, para esses autores, a Estatística não cresceu apenas nos Cursos Superiores, mas também nos Ensinos Fundamental e Médio, com o intuito de fortalecer o conteúdo oferecido em salas de aula. Entretanto, eles dizem que, esse ensino ainda é encarado com temor por muitos alunos e a partir dessa dificuldade encontrada pelos alunos em conceber essa nova área, pesquisadores passaram a investigar como se dão o ensino e a aprendizagem de Estatística, iniciando assim uma nova área de atuação pedagógica denominada Educação Estatística - EE.

Entendemos assim, que a Estatística tornou-se uma área indispensável para qualquer cidadão que necessita analisar informações em suas tomadas de decisões diárias, seja no seu trabalho ou na sua vida pessoal. Assim, a Educação Estatística, é sem dúvida, uma área nova de conhecimento, por isso na nossa pesquisa de campo foi efetivada ao trabalhar com futuros professores, para que os mesmos não dissociem a teoria e a prática.

3.4.1 O Ensino da Estatística no contexto da Educação Matemática

A Estatística, parte integrante do saber matemático, exige linguagem e procedimentos apropriados para o seu conhecimento. Por isso, a preocupação dos educadores matemáticos com o seu ensino.

Desse modo, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) dizem que, professores e pesquisadores, tanto em congressos acadêmicos quanto em reuniões pedagógicas, tem relatado as dificuldades dos alunos em assimilar conteúdos estatísticos, e o resultado disso é que eles, frequentemente, ficam temerosos quando se veem frente a frente com a necessidade de aprender tais conteúdos.

> Para muitos pesquisadores a Estatística contribui para o desenvolvimento, no estudante, de um sentimento de apreensão que se manifesta tanto nas aulas quanto na elaboração dos trabalhos escritos. Esse sentimento identifica-se fortemente com o que é muitas vezes chamado de ansiedade matemática, que decorre, em geral, de experiências negativas anteriores com a aprendizagem de Matemática, ou que é motivada por ansiedades e sentimentos de tensão, provenientes da manipulação de números e de problemas matemáticos (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 10).

Ainda esses autores afirmam que, a Educação Estatística aparece como objeto de análise em diversos centros de pesquisa no mundo. Com a finalidade de: Promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados; e Fomentar o desenvolvimento de serviços educacionais efetivos e eficientes por meio de contatos internacionais entre indivíduos e organizações, incluindo educadores estatísticos e instituições educacionais. Nesse sentido, a Estatística assume presentemente uma grande importância na Educação Matemática.

Ponte, Brocado e Oliveira (2013) dizem que, a Estatística é um tema que não deve ser encarado isoladamente, mas usado em processos de investigação e em contextos de atividade social. Desse modo, dizem ainda que, os objetivos do ensino da Estatística adequam-se nos objetivos do ensino da Matemática, mas revestem-se de uma natureza simples.

Esses objetivos, segundo os autores, dificilmente podem ser conseguidos dando apenas atenção a um dos aspectos da Estatística – a representação dos dados em gráficos, tabelas ou por meio de medidas de tendência central e de dispersão – deixando por tratar ou referindo apenas superficialmente aos aspectos relativos ao planejamento das investigações e a realização de inferências.

Nesse sentido, no estudo de campo desta pesquisa, o ensino de Estatística se deu através da Resolução de Problemas. Ou seja, foi necessário encarar a Estatística como um processo de ensino-aprendizagem-avaliação que envolva a proposição de problema, a resolução do problema, a recolha, a representação, a organização, a análise e interpretação dos dados e, a partir daí, se deu a construção de um novo conhecimento.

Também constatamos que em várias pesquisas em relação ao ensino da Estatística têm mostrado que, em geral, professores de Estatística, principalmente aqueles que atuam nas Graduações, costumam dar maior ênfase aos aspectos técnicos e operacionais da disciplina, afinal é assim que ela é apresentada na maioria dos livros didáticos, isto foi constatado na análise dos livros que fizemos. Desse modo, percebemos que as atividades abordadas em sala de aula, na maioria das vezes, não correspondem à realidade do aluno e mais ainda, geralmente é dada uma ênfase maior ao uso de repetição de exercícios e técnicas apresentadas pelo professor.

Assim, pensando no trabalho em sala de aula com a Estatística, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 12) apontam como principais objetivos da Educação Estatística:

- Promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados;
- Fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;
- Melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- Estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina;
- Auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- Sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em metas estabelecidas e em competências a serem desenvolvidas;
- Valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.

Considerando o problema como ponto de partida na construção de um novo conhecimento, a aprendizagem deveria ser,

> Centrada no aluno, no qual este objeto passa para sujeito e, assim, torna-se corresponsável pelo processo de aprendizagem. A aula centralizada no aluno dá lugar a um ensino no qual ele é chamado a participar ativamente, com base em situações originarias do seu cotidiano, seja este relacionado com sua comunidade, com sua vida familiar ou até mesmo, com o seu mundo do trabalho, atual ou futuro.

> Assim, ele é levado a responsabilizar-se pelas informações, a compreender e a refletir sobre as atividades que estão sendo desenvolvidas e a tirar conclusões com base nos resultados obtidos. A descoberta, a reflexão e validação se destacam, pois são vistas como elementos básicos nesse processo de construção do conhecimento (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 13-14).

Nesse contexto, Garfield e Gal (apud CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 14-15) identificam algumas metas principais que buscam levar o aluno a:

- Entender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;
- Entender o processo de investigação estatística;
- Dominar as habilidades usadas nos processos de investigação estatística;
- Entender as relações matemáticas presentes nos conceitos estatísticos;
- Entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;
- Desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;
- Desenvolver habilidades para se comunicar estatisticamente, usando corretamente a sua terminologia.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) concordam com essas metas e a elas acrescentam mais três:

- Desenvolver habilidades colaborativas e cooperativas para trabalhos em equipe;
- Desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;
- Desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações.

A aprendizagem é um processo ativo, dinâmico e contínuo, que é ao mesmo tempo individual e coletivo. Os alunos são naturalmente curiosos e desejosos de aprender. No entanto, nas instituições, as limitações de tempo, espaço e percepções colocam muitas vezes obstáculos a esse processo natural, encontrando ambientes que não lhe dão respostas ao seu desejo de aprender. Nesse sentido, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 15) afirmam que, “não há uma receita pronta para que essas ações sejam alcançadas”, mas no contexto da Educação Estatística, os autores apresentam algumas estratégias que tendem a ser facilitadoras ao seu cumprimento:

> 1) O foco do ensino de Estatística deve ser desviado do produto para o processo [...].
> 2) Como consequência dessa valorização do produto, a análise e a interpretação de dados estatísticos são mais importantes do que as técnicas.
> 3) O uso de tecnologia deve ser incorporado ao ensino de Estatística, permitindo grandes possibilidades de simulações e mostrando que o cálculo pode ser feito pela máquina, mas a análise dos dados, interpretações e tomadas de decisão, não.
> 4) A aprendizagem de Estatística fazendo estatística é a chave da motivação. Smith (1998) afirma que trabalhos com projetos nos quais os alunos coletam dados, organizam esses dados, apresentam e interpretam resultados, produzem relatórios, gráficos, pareceres, etc. têm se mostrado extremamente frutífero para que as metas

> listadas acima sejam, ao menos parcialmente, alcançadas. Para isso, é necessário produzir exemplos que tenham significação prática para os alunos [...].
> 5) Os alunos devem ser incitados a argumentar, interpretar e analisar, mais do que calcular ou desenhar.
> 6) A implementação de estratégias de aprendizagem colaborativa e o encorajamento do trabalho em grupo tem suscitado casos de sucesso, [...].
> 7) As avaliações devem estar voltadas para o cumprimento de metas, e não para cálculos e aplicações de fórmulas (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 15-16).

3.4.2 As Competências Estatísticas

As informações estatísticas são muitas vezes utilizadas para dar credibilidade às pesquisas, aos relatórios, aos anúncios, aos argumentos ou conselhos. Do mesmo modo, ser capaz de avaliar adequadamente esse tipo de informação e tecer reinvindicações com base em dados concretos é uma competência importante que todos os alunos deveriam desenvolver na sua aprendizagem e na construção do seu conhecimento.

Lopes e Fernandes (2014), para ir além desse conhecimento, dizem que,

> A Estatística perspectiva-se como uma ferramenta para a organização, representação e tratamento de dados relativos a situações reais, que dote os alunos da capacidade de apreciar de forma esclarecida e crítica os seus usos em diversos domínios, nomeadamente na comunicação social. Assim, os estudos deverão fornecer ferramentas para criar cidadãos informados capazes de analisar e reagir de uma forma crítica ponderada e assertiva a informação quantitativa no mundo que os rodeia. No entanto, vários estudos indicam que muitos adultos na nossa sociedade não conseguem pensar estatisticamente sobre questões importantes que afetam as suas vidas [...] isto é, não são capazes de compreender e analisar a informação de modo a tomar decisões de uma forma informada, ponderada e argumentada (LOPES; FERNANDES, 2014, p. 69).

Nesse sentido, vários investigadores, na área da Educação Estatística, defendem que ao planificar o ensino desta temática é necessário criar situações que possibilitem o desenvolvimento das competências estatísticas. Sendo assim, procuramos apresentar neste subitem o desenvolvimento: (1) da literacia; (2) do raciocínio; e (3) do pensamento estatístico.

A Literacia Estatística

A literacia estatística refere-se ao estudo de argumentos que usam a Estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística. Nesse caso,

> A literacia estatística inclui também habilidades básicas e importantes que podem ser usadas no entendimento de informações estatísticas. Essas habilidades incluem as capacidades de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações dos dados. A literacia estatística também inclui um entendimento de conceitos, vocabulário e símbolos e, além disso, um entendimento de probabilidade como medida de incerteza (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 23).

Já para Lopes e Fernandes (2014, p. 70), “a expressão literacia estatística é utilizada para descrever a capacidade que o indivíduo tem para compreender dados estatísticos”. Assim, para elas, possuir literacia estatística é fundamental para um cidadão ser capaz de compreender assuntos do seu cotidiano como uma notícia num jornal, na televisão ou na Internet, em outras palavras, ser ativo e crítico na nossa sociedade.

Conforme entendemos, a literacia estatística é a habilidade de compreender a linguagem estatística, discutir opiniões, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e analisar dados estatísticos que fazem com que o cidadão exerça sua capacidade crítica, isto é, utilizar corretamente terminologia, símbolos e termos estatísticos, além de interpretar gráficos e tabelas e de compreender informações estatísticas apresentadas nos meios de comunicação social, na vida profissional e pessoal.

Watson (apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 71), identifica três etapas de desenvolvimento da literacia estatística.

> A primeira refere-se ao entendimento básico da terminologia estatística. A segunda implica o entendimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de discussão social. A terceira pressupõe que o individuo possua atitudes de questionamento com as quais seja capaz de aplicar conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitos sem fundamentação estatística apropriada.

Numa segunda direção, ter literacia estatística implica possuir competência estatística e cidadania estatística. Nesse caso, as competências são as bases, em termos de conteúdos, que são subjacentes ao pensamento e ao raciocínio estatístico e a cidadania estatística é a capacidade para atuar como uma pessoa educada na era da informação. Assim,

> O aluno possui competência estatística quando: tem consciência sobre os dados, sobre o processo de recolha dos dados e sobre a geração de estatísticas descritivas; entende os conceitos básicos de estatística e a sua terminologia; é capaz de interpretar para descrever o que o resultado significa para o contexto do problema e de comunicar para explicar os resultados a outrem. Assim, se um indivíduo é capaz de atuar como um membro educado na sociedade atual e é capaz de entender os termos, as ideias e as técnicas estatísticas, então possui literacia estatística (RUMSEY apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 71).

Sendo assim, os alunos precisam aprender a usar estatísticas para evidenciar, argumentar e justificar situações que emergem no seu dia-a-dia, como alunos ou como cidadãos ativos e participativos na sociedade. Por essa razão, o professor precisar levar para a sala de aula problemas cuja resolução implique o uso do ciclo investigativo de formulação de questões, recolha de dados, representação e análise de dados e finalmente fazer a interpretação de resultados.

Campos (2007) diferencia a capacidade de interpretar em estatística da capacidade de comunicar em estatística. Segundo ele, a capacidade de comunicar envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações estatísticas. Dessa forma, a interpretação abrange o entendimento do próprio aluno em relação às ideias estatísticas. Já a comunicação vai mais além e envolve a passagem dessa informação para outra pessoa, de uma forma que ambas consigam entendê-las, isto é, comunicar envolve traduzir alguma coisa de uma linguagem, estilo ou notação para outra.

O Pensamento Estatístico

Assim como a literacia estatística, não existe consenso sobre o que é o pensamento estatístico. A seguir, apresentaremos a visão de alguns autores a respeito dessa competência.

Wodewotzki e Jacobini (2004) entendem o pensamento estatístico, em qualquer dos níveis de ensino, como uma estratégia de atuação, como um pensamento analítico, além do próprio procedimento estatístico. Os autores, dizem também que,

> A estratégia é um elemento essencial para o planejamento de um trabalho quantitativo simples, tanto para a elaboração de um projeto, a definição de hipóteses e de variáveis, como para a escolha dos sujeitos do processo de coleta de dados. Vemos o pensamento analítico como uma atitude estatística, ou melhor, uma atitude crítica do estudante, não apenas em relação às técnicas, com ou sem a presença da informática, mas principalmente em relação aos resultados obtidos no contexto dos dados inseridos [...]. Incluímos também nesse pensamento analítico a importante compreensão, por parte dos estudantes, da presença da variabilidade e da incerteza na Estatística (WODEWOTZKI; JACOBINI, 2004, p. 234-235).

Mallows (apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 72) apresenta o pensamento estatístico, como a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas e de explicitar o que os dados expressam sobre o problema em foco. Ainda disse que, o pensamento estatístico ocorre quando o indivíduo é capaz de identificar o problema em estudo e fazer uma escolha adequada das ferramentas estatísticas que são necessárias para a descrição e interpretação dos dados.

Nesse sentido, Lopes e Fernandes (2004) definem o pensamento estatístico como a capacidade que um indivíduo tem para tomar decisões em cada etapa de um ciclo investigativo: formulações de questões e concepção do plano; recolha de dados; representação; e análise de dados, interpretação dos dados, e formulação de conclusões.

De acordo com Campos (2007), o aluno revela pensamento estatístico quando é capaz de entender o processo no seu todo, como perceber as diversas relações e o significado das variações, explorar os dados além do que os textos estabelecem e gerar questões e especulações que não estavam inicialmente previstas.

Lopes e Fernandes (2014), consideram que para desenvolver o pensamento estatístico os alunos têm que experienciar o tratamento de problemas que envolvam o ciclo investigativo e não a mera resolução de exercícios de aplicação. Para tal, as autoras dizem que se faz necessário propor situações aos alunos que lhes permitam trabalhar a sua criatividade e o seu sentido crítico e que incentivem a reflexão e o debate.

> É importante, quando se pretende que os alunos desenvolvam o pensamento estatístico, proporcionar-lhes situações de aprendizagem em que estes tenham que considerar sobre como melhor obter dados significativos e relevantes para responder a uma determinada questão ou problema que emergiu; refletir constantemente sobre as avariáveis envolvidas; demonstrar curiosidade por outras maneiras de examinar os dados e o problema que se tem em mãos; analisar o processo por completo com constante revisão de cada componente; possuir ceticismo sobre a obtenção dos dados; relacionar constantemente os dados e o contexto do problema; interpretar as conclusões em termos não estatísticos; pensar mais além (CHANCE apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 72).

Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), o pensamento estatístico é a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além dos que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados.

Nesse sentido, uma das características sobre o pensamento estatístico é a ideia de prover a habilidade de enxergar o problema estatístico de maneira geral, com suas interações e seus porquês, além disso, deve-se entender suas diversas relações e o significado das variações, como também gerar questões e especulações não previstas inicialmente.

O Raciocínio Estatístico

Lopes e Fernandes (2014) dizem que, a forma como as pessoas raciocinam com ideias ou conceitos estatísticos e dão sentido à informação estatística é o raciocínio estatístico. Essas autoras ainda afirmam que, o raciocínio estatístico, envolve fazer interpretações adequadas com base nos conjuntos de dados, fazer representações de dados e resumos estatísticos e pode envolver fazer conexões entre os conceitos envolvidos e combinar ideias sobre os dados.

Nesse caso, para elas, possuir raciocínio estatístico significa compreender e ser capaz de explicar os processos estatísticos e interpretar completamente os resultados estatísticos. Desse modo, o raciocínio estatístico permite ao indivíduo combinar ideias sobre os dados e fazer inferências e interpretações dos resultados estatísticos. Assim, o desenvolvimento do raciocínio estatístico possibilita o aluno a compreender, interpretar e explicar um processo estatístico com base em dados reais (LOPES; FERNANDES, 2014).

Nesse contexto, Lopes e Fernandes (2014) dizem que,

> Para que um aluno desenvolva este tipo de raciocínio, deverá viver situações de aprendizagem em que tenha que comparar conceitos e avaliar a maneira mais adequada de analisar uma variável ou um conjunto de variáveis. Quanto mais oportunidade de vivenciar tais, mais refinado será o raciocínio estatístico dos alunos. O autor defende que as medidas de tendência central e de dispersão são suficientes

> para desenvolver nos alunos raciocínio estatístico (SILVA apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 73).

Garfield e Gal (apud LOPES; FERNANDES, 2014) estabelecem seis tipos específicos de raciocínio que os alunos devem desenvolver enquanto aprendem Estatística.

Tabela 2: Tipos de Raciocínio segundo Garfield e Gal (1999)

Tipos de Raciocínio	
Raciocínio sobre dados	O aluno é capaz de reconhecer ou categorizar os dados como qualitativo ou quantitativo, discreto ou contínuo, e sabendo por que o tipo de dado leva a um tipo particular de tabela, gráfico ou medida estatística.
Raciocínio sobre representação dos dados	O aluno é capaz de entender como ler e interpretar gráficos, que tipo de gráfico é apropriado para representar um conjunto de dados. É capaz de reconhecer as características gerais de uma distribuição pelo seu gráfico.
Raciocínio sobre medidas estatísticas	O aluno é capaz de entender porque medidas centrais, amplitude e posição fornecem informações diferentes sobre o conjunto de dados; sabendo quais são os melhores para o uso em diferentes condições, e porque eles fazem ou não uma boa representação de um conjunto de dados; sabendo porque usar resumos para predições será mais preciso para grandes amostras do que para amostras pequenas; sabendo porque um bom resumo de dados inclui uma medida central tanto quanto uma medida de dispersão e porque resumos de centro e dispersão são úteis para comparar conjunto de dados.
Raciocínio sobre incerteza	O aluno consegue usar corretamente a ideia de aleatoriedade, chance e verossimelhança para fazer julgamentos sobre eventos incertos, sabendo porque nem todos os resultados são igualmente prováveis, sabendo quando e porque a verossimelhança de diferentes eventos pode ser determinada usando diferentes métodos (tais como um diagrama de árvore de probabilidades, uma simulação usando moedas ou um software).
Raciocínio sobre amostras	O aluno é capaz de entender como as amostras estão relacionadas com a população e o que pode ser inferido a partir de uma amostra, sabendo porque uma amostra bem escolhida será mais precisa para representar a população e porque existem maneiras para se constituir uma amostra que a tornam não representativa da população; sabendo ser cético sobre inferências feitas usando amostras pequenas ou tendenciosas.
Raciocínio sobre associação	O aluno é capaz de julgar e interpretar a relação entre duas variáveis, sabendo como examinar e interpretar uma tabela de dupla entrada ou um gráfico de dispersão quando se considera uma relação bivariada, sabendo porque uma correlação forte entre duas variáveis não significa uma relação de causa e efeito.

Fonte: Elaborada pela autora

Garfield (apud LOPES; FERNANDES, 2014) disse que, não há um consenso entre os investigadores de como ajudar os alunos a desenvolverem o seu raciocínio estatístico ou como determinar o correto nível de raciocínio. Nesse sentido, o autor descreve e identifica cinco níveis de raciocínio estatístico que devem ser desenvolvidos nos alunos.

> **Raciocínio idiossincrático –** o aluno conhece algumas palavras e símbolos estatísticos, usa-os sem os compreender totalmente, muitas vezes de forma incorreta. Frequentemente mistura-os com informações não relacionadas.
> **Raciocínio Verbal –** o aluno tem uma compreensão verbal de alguns conceitos, mas não consegue aplicar esse conhecimento a um procedimento real.
> **Raciocínio Transitório –** o aluno é capaz de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um conceito estatístico ou processo estatístico, mas sem integrar plenamente essas dimensões.
> **Raciocínio Processual –** o aluno é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não integra totalmente essas dimensões ou não entende o processo que gera a distribuição de amostragem. Pode prever corretamente que a amostragem de distribuição corresponde aos parâmetros dados, mas não pode explicar o processo e não tem confiança nas suas previsões.
> **Raciocínio Processual Integrado –** o aluno tem uma compreensão completa sobre um processo ou conceito estatístico e é capaz de coordenar as regras e o comportamento da variável. Consegue explicar o processo utilizando as suas próprias palavras e faz previsões corretas com confiança (GARFIELD apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 74).

Segundo Lopes e Fernandes (2014) não é uma tarefa fácil, elas dizem que, certamente é possível ajudar os alunos a desenvolverem o raciocínio estatístico, mas para tal, certos procedimentos devem ser uma prática diária na sala de aula, como por exemplo, incentivar os alunos a descreverem verbalmente o processo estatístico que estão a analisar.

A fim de encerrar este item, as autoras, afirmam que,

> Se o professor estiver atento aos tipos e níveis de raciocínio que precisa reforçar em cada um dos seus alunos, se tiver em consideração o pensamento estatístico dos seus alunos e criar situações no sentido de o incrementar e desenvolver, se estiver atento ao que os seus alunos já sabem e ao que precisa reforçar na literacia estatística dos seus alunos, pode promover situações, na sala de aula, para os ajudar a desenvolver o raciocínio, o pensamento e a literacia estatística e, consequentemente, a competência estatística (LOPES; FERNANDES, 2014, p. 75).

A Relação entre Literacia, Pensamento e Raciocínio Estatístico

Apoiados nas definições de literacia feitas por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011); Lopes e Fernandes (2014); Watson (apud LOPES; FERNANDES, 2014); Rumsey (apud LOPES; FERNANDES, 2014); e Campos (2007); nas definições de Pensamento Estatístico propostos por Wodewotzki e Jacobini (2004); Mallows (apud LOPES; FERNANDES, 2014); Lopes e Fernandes (2014); Campos (2007); Chance (apud LOPES; FERNANDES, 2014); e Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011); e Raciocínio Estatístico de Lopes e Fernandes (2014); Silva (apud LOPES; FERNANDES, 2014); Garfield e Gal (apud LOPES; FERNANDES, 2014); e Garfield e Gal (1999), a nossa concepção segue abaixo.

De acordo com os autores citados acima, os conceitos de literacia, pensamento e raciocínio estatístico estão estreitamente relacionadas, porque a literacia estatística apoia-se no pensamento estatístico, e este, por sua vez, tem como núcleo fundamental, o raciocínio estatístico. Nesse sentido, a literacia pode ser vista como um entendimento e a interpretação da informação da estatística apresentada, o raciocínio representa a habilidade para trabalhar com as ferramentas e os conceitos aprendidos e o pensamento leva a compreensão global da dimensão do problema permitindo ao aluno questionar espontaneamente.

> O nível de literacia estatística é dependente do raciocínio e do pensamento estatístico. Por um lado, à medida que um indivíduo apresenta um nível de raciocínio mais avançado e pensa estatisticamente, o seu nível de literacia estatística aumenta. Por outro lado, à medida que o nível de literacia estatística aumenta, o raciocínio e o pensamento estatístico também se tornam mais apurados. Da mesma forma, à medida que um indivíduo apresenta um raciocínio estatístico mais avançado pode desenvolver o seu pensamento estatístico e vice-versa. A literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico estão inter-relacionados. Mas, na prática, criar cenários de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento destas componentes da competência estatística não é uma tarefa simples. É essencial que o professor transforme os conteúdos em temáticas interessantes. Requer deste uma certa dose de criatividade e motivação mas também atualização [...], para que o que propõe aos seus alunos os motive e impulsione para o desenvolvimento da competência estatística (SILVA apud LOPES; FERNANDES, 2014, p. 70).

Conforme compreendemos, a Literacia às vezes se confunde com o Raciocínio Estatístico e o aluno precisa entender o "porque" e o "como" explicar os processos estatísticos. Assim, podemos pedir ao aluno para explicar porque ou como o resultado foi produzido, por exemplo, explicar o processo que produz uma distribuição amostral ou porque a média aritmética é resistente a valores extremos ou ainda porque uma amostra aleatória produz uma amostra representativa. Outro exemplo, o pensamento estatístico é promovido quando a atividade desafia o aluno a aplicar conhecimento adquirido em sala de aula a problemas do cotidiano, para criticar, avaliar ou generalizar o conhecimento a situações novas. Dessa forma, o pensamento leva a uma compressão global da dimensão do problema, permitindo questionar e criticar a realidade observada.

3.4.3 Reflexão e Aplicações da Estatística

Batanero (2013) considera a Estatística ensinada atualmente em todos os níveis como uma importante ferramenta para a vida pessoal e profissional. Mas a autora também constatou que, mesmo no nível universitário, os alunos possuem ideias distorcidas ou são incapazes de interpretar adequadamente os resultados estatísticos que lhes são apresentados. Para ela, uma possível explicação encontrada seria a submissão do aluno a rotinas de aplicação de definições e fórmulas, sem uma adequada atenção à interpretação dos contextos que originaram os dados.

No século XXI, considerado a Era da Informação e do Conhecimento, a análise de dados tornou-se componente essencial do currículo em diferentes níveis. A realidade repleta de dados levou educadores a repensar o currículo da Educação Básica ao Nível Superior. Um aspecto relevante é a necessidade de tratar a Educação Estatística diferentemente do que se faz com o ensino da Matemática voltada a atividades de uso de fórmulas, algoritmos e exercícios de fixação.

Desse modo, enquanto uma situação-problema resolvida matematicamente parte de padrões para a obtenção de respostas, inversamente, a Estatística munida de seus instrumentos, busca nos dados a existência ou não de algum padrão. Este será encontrado caso o contexto estudado permita verificar algum significado nos dados.

Para alcançar os objetivos propostos, trabalhamos em dupla utilizando a resolução de problemas promovendo a discussão acerca de um conjunto de dados. Esses dados levantados pelas próprias alunas serviram para chegar à resposta, evitando, com isso, a coleta puramente mecânica. As alunas também foram incentivadas a realizarem previsões a partir desses dados, justamente por favorecer a discussão e mobilizar o pensamento para responder com base no que foi coletado.

Do mesmo modo, a utilização das Tecnologias Digitais serve para gerenciar e explorar dados, realizar e compreender os processos de inferência e também para facilitar os trabalhos de professor e alunos. Nessa linha, Pachi (2014) diz que, os avanços tecnológicos permitiram a evolução dos computadores e, consequentemente, o aumento da capacidade de processamento de dados. Para a autora, esse fato teve grande impacto na estatística, com grande avanço em modelos antes estudados apenas sob aspecto teórico.

Porém, Pachi (2014) ao falar das aplicações da estatística diz que não podemos desconsiderar um aspecto relevante, o estudo dos métodos para fazer deduções, tirar conclusões e fazer predições de um fenômeno em condições semelhantes àquelas em que foi observado. Outra questão importante abordada pela autora, é que a estatística consiste em estudar a variabilidade dos dados nos fenômenos aleatórios.

Hoje, sabemos que a tecnologia assume um papel fundamental no desempenho das nossas funções mais básicas e está cada vez mais enraizada no quotidiano de cada um de nós. Isto é, vivemos em um mundo conectado em rede, com trocas de informações e rapidez de interação. Assim, o papel do professor continua a ser importante, porém diferente. O professor passa a ser mediador e auxiliará o aluno na seleção da informação importante para a construção do seu conhecimento e de sua aprendizagem, além disso, sua função principal em sala de aula é dar significado ao processo pedagógico.

Além de propor vários problemas estatísticos, a utilização de tecnologias digitais por parte dos alunos tende a estimular a criatividade e a dinâmica da aprendizagem na sala de aula. O aluno provavelmente terá um papel mais ativo no processo educativo, dedicando-se não só ao exercício rotineiro, mas também a pesquisa, descoberta e colaboração. Nesse sentido,

> Os softwares disponibilizam ferramentas que podem motivar os estudantes a explorar, de maneira autônoma, possibilidades de comunicação, bem como ampliar suas formas de agir e participar da construção de conhecimentos. Todavia, não é a simples inserção de tecnologias, tais como o computador e softwares, que vai garantir mudanças significativas nas ações da escola, inclusive no que se refere ao ensino de Estatística (TAJRA apud LIRA; MONTEIRO, 2011, p. 767).

Também vimos que paralelamente a utilização das tecnologias digitais, a Matemática e a Estatística tornaram-se linguagens cada vez mais utilizadas para a resolução de problemas e expressão de resultados de pesquisas em outras áreas. Neste capítulo, foi apresentado um breve histórico da Estatística que, como campo de pesquisa independente, passou por importantes transformações de conceitos, procedimentos e aplicações. Além de discutirmos as competências fundamentais da Educação Estatística.

4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo nos propusemos relacionar a Resolução de Problemas e algumas pesquisas realizadas, com ideias de outros. Para melhor estruturar o capítulo, inicialmente fizemos um breve Histórico da Resolução de Problemas e as mudanças no ensino da Matemática. Posteriormente, discutimos, – o que é um problema?; os Diferentes Caminhos da Resolução de Problemas; e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Por fim, descrevemos o Papel da Resolução de Problemas no Desenvolvimento Profissional dos Futuros Professores de Matemática.

4.1 UM BREVE HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS MUDANÇAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Resolver problemas faz parte da natureza humana, desde os primórdios da civilização. A história da humanidade mostra que o homem sempre foi motivado a explorar e resolver problemas da vida cotidiana e posteriormente também, de natureza matemática.

> Os primeiros homens tiveram que desenvolver métodos para resolver problemas da vida como, por exemplo, localizar-se no tempo e no espaço e, também, para tentar descrever e explicar o mundo físico. Eles criaram maneiras de comparar, classificar e ordenar, medir, quantificar, inferir os elementos fundamentais que a tradição da cultura nomeia de Matemática (HUANCA, 2006, p. 20).

Stanic e Kilpatrick (1989) dizem que, os problemas têm uma longa história e ocupam um lugar central nos currículos desde a Antiguidade, entretanto a Resolução de Problemas ainda não. Só recentemente apareceram alguns educadores matemáticos aceitando a ideia de que o processo da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção. Assim, Até meados do século XX, os problemas aparecem com frequência nos currículos de Matemática, porém a Resolução de Problemas ainda não aparece como uma forma de se pensar e ensinar Matemática.

Esses autores ainda dizem que, uma visão mais abrangente da Resolução de Problemas no currículo da Matemática escolar, por exemplo, a de Resolução de Problemas como arte, nasceu do trabalho de George Polya, com sua famosa ideia de heurística, a arte da descoberta, onde matemáticos como Euclides e Pappus, incluindo Descartes, Leibnitz e Bolzano, tinham discutido métodos e regras para descobertas e invenções na Matemática. Porém essas ideias nunca haviam chegado até o currículo escolar. Dessa forma, Polya reformulou, isto é, ampliou e ilustrou várias ideias sobre descobertas matemáticas de uma maneira que os professores pudessem entender e aplicar.

Já Stanic e Kilpatrick (1989) dizem que, a experiência de Polya em ensino e aprendizagem de Matemática levou-os aos seguintes questionamentos: Como surgiu a Matemática? Como as pessoas fazem descobertas matemáticas? Seria melhor se os alunos compreendessem a Matemática trabalhada, depois deles verem como ela tinha sido feita de início pelo professor? Ou seria melhor se eles pudessem sentir algum gosto pela descoberta da Matemática feita por eles mesmos?

Segundo Polya (1975), na tradução de Heitor Lisboa de Araújo (1997), o aluno deve adquirir experiência pelo trabalho o quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajuda demais, nada restará para o aluno fazer. Nesse sentido, o professor deve auxiliar, nem demais nem de menos mas, de tal modo que, ao aluno, caiba uma parcela razoável do trabalho".

Esse autor reconhece que estas técnicas de resolução de problemas precisam ser ilustradas pelo professor e discutidas pelos alunos, e praticadas de uma maneira não mecânica. Além disso, Polya observou que, embora problemas rotineiros possam ser usados para completar certas funções pedagógicas, de ensinar o aluno a seguir um procedimento específico ou usar a definição corretamente, é somente através do uso prudente de problemas não rotineiros que os alunos podem desenvolver suas habilidades de resolver problemas.

Para Polya, a Resolução de Problemas era uma arte prática, "como nadar, ou esquiar, ou tocar piano". Um indivíduo aprende tais artes imitando e praticando. Nesse sentido, o professor é a figura chave. Na visão desse autor, um professor sensível consegue determinar o tipo certo de problema a ser trabalhado e providenciar a quantidade apropriada de orientação. Porque para ele, o ensino também é uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino de resolução de problemas.

Sabemos que ainda há aqueles que seguem o trabalho de Polya, mas que o reduzem, a grosso modo. De certa forma, a Resolução de Problemas como arte fica reduzida à resolução de problemas como habilidade quando tentativas são feitas para implementar ideias de Polya enfocando os passos e colocando-os em livros-texto.

Para Stanic e Kilpatrick (1989, p. 4), a maioria dos exemplos encontrados nos livros de Matemática, tem uma visão muito estreita da aprendizagem matemática, pois "até muito recentemente, ensinar a Resolução de Problemas significava apresentar problemas e talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica". Assim, problemas foram trabalhados em livros texto de Matemática dos séculos XIX e XX de forma muito semelhante aos problemas propostos na Antiguidade. Muitos autores ainda mantém tal forma de apresentação dos problemas.

Sendo assim, a História mostra que a Matemática foi construída como resposta às perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática, por problemas vinculados a outras ciências, bem como por problemas relacionados às investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1997).

Stanic & Kilpatrick (1989) dizem que, com relação ao ensino e a aprendizagem de resolução de problemas, os educadores matemáticos não têm examinado completamente questões do porque nós deveríamos ter que trabalhar resolução de problemas para todos. O papel da Resolução de Problemas nos currículos da Matemática Escolar é o resultado de forças conflitantes, ligadas e amarradas por ideias antigas e duradouras sobre os benefícios do conhecimento matemático e para uma variedade de eventos que interagiam e que aconteceram próximo do início do século XX.

Nesse sentido, Brownell (apud LINDQUIST, 1997), propôs as dez seguintes razões para desenvolver o significado enquanto o aluno aprende, ou seja, a aprendizagem com significado:

- Dar autoconfiança de retenção;
- Equipar o aluno com meios para reabilitar rapidamente habilidades que estão temporariamente fracas;
- Aumentar a probabilidade de que ideias e habilidades aritméticas serão usadas;
- Contribuir para facilitar a aprendizagem providenciando uma fundamentação sólida com compreensões transferíveis;
- Reduzir a quantidade de prática repetitiva necessária para completar a aprendizagem;
- Proteger o aluno de respostas que são matematicamente absurdas;
- Encorajar o aprendizado por meio da resolução de problemas ao invés de memorização e prática não inteligentes;
- Prover o aluno com uma versatilidade de ataque que o capacite a substituir igualmente procedimentos eficazes por procedimentos normalmente utilizados, porém não disponíveis no momento;
- Tornar o aluno relativamente independente para que ele encare novas situações quantitativas com confiança;
- Apresentar a matéria numa forma que a torne digna de respeito.

Entretanto, Onuchic (1999) disse que, o ensino da Matemática passou por vários movimentos sociais durante o último século, sendo que, a cada mudança, foram abandonados os movimentos anteriores de ensino. Assim, no início do século XX, o ensino de Matemática foi caracterizado pela repetição, por exemplo, a memorização da tabuada, que era um fato determinante. O professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia. O aluno era avaliado por provas nos quais ele deveria repetir o que o professor havia ensinado.

Essa autora disse que, posterior a esse movimento, cresceu a ideia de que os alunos deveriam aprender Matemática com compreensão, sendo que a memorização já não era permitida e o aluno deveria entender o que havia estudado. Dessa forma, como os professores não estavam bem preparados para trabalhar com essas ideias, a sala de aula era um treinamento de técnicas operatórias que eram aplicadas em problemas-padrão para aprender novos conteúdos.

Para Onuchic (1999, p. 203), dentro do contexto do movimento da Matemática Moderna dos anos 1970, o aluno deveria conhecer a matemática das estruturas algébricas e da teoria dos conjuntos, com ênfase na linguagem própria da Matemática. Tratava-se de um ensino que focava muito na formalização, sendo que professores e alunos não conseguiam perceber a importância dessa matemática no dia-a-dia. Segundo essa autora esse ensino passou a ter preocupações excessivas com a formalização, distanciando-se das questões práticas.

Como nos diz Onuchic (1999), a Resolução de Problemas, no final da década de 1970, começou a ganhar importância no mundo. Essa autora apontou que, para a década de 1980, a publicação *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics* no ano de 1980, do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM, salientava que a Resolução de Problemas deveria ser o foco do ensino da Matemática escolar.

Ao final dessa década, o NCTM (1989) apresentou a Resolução de Problemas como uma das bases da Matemática escolar, considerando-a como foco central do currículo, pois permitiria que os alunos investigassem e compreendessem o conteúdo matemático. Além disso, entre outras situações, essa abordagem possibilitaria aos alunos, o desenvolvimento de estratégias para resolver uma variedade de problemas, bem como a oportunidade de formular problemas e usar, significativamente, a Matemática.

Para Schroeder e Lester (1989), compreender Matemática corresponderia à ideia de relacionar. Assim, a compreensão de um aluno aumenta quando: (1) esse aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos; (2) esse aluno relaciona um determinado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; (3) esse aluno constrói relações entre as várias ideias matemáticas expressas em um problema.

De acordo com esses autores, quando um aluno resolve um problema matemático, temos condições de ter pistas de como ele compreende ou mesmo não entende uma ideia matemática.

> Nós acreditamos que além de fazer da resolução de problemas o foco do ensino de matemática, professores, autores de livros, promotores de currículo e avaliadores deveriam fazer da compreensão seu foco e seu objetivo. Fazendo isso, eles mudariam da visão estreita de que matemática é apenas uma ferramenta para resolver problemas para uma visão mais ampla de que matemática é um caminho de pensar e organizar experiências (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 39).

Schroeder e Lester (1989) dizem que, a compreensão pode ajudar na resolução de problemas no sentido de que ela aumenta a riqueza dos tipos de representações que uma pessoa pode construir. Também auxilia a pessoa no monitoramento, seleção e execução de procedimentos como, por exemplo, de estratégias e de algoritmos. Além disso, ajuda na verificação da racionalidade dos resultados e a promover a transferência do conhecimento aprendido para problemas relacionados e promover sua generalidade para outras situações.

Onuchic (1999, p. 206) disse que, ainda durante a década de 1980, muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, visando o trabalho em sala de aula, como coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Muito desse material passou a ajudar os professores a fazer da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho.

Porém, não teve a direção necessária a um bom resultado, pois havia pouca concordância na forma pela qual este objetivo era encarado. Essa falta de aceitação ocorreu, possivelmente, pelas grandes diferenças existentes entre as concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de “resolução de problemas ser o foco da matemática escolar”.

4.2 O QUE É UM PROBLEMA?

Tratar sobre o termo problema envolve levar em consideração situações como: as definições atribuídas por vários autores; a relação com a pessoa que resolve uma tarefa matemática; e a distinção de tarefas matemáticas em problemas e exercícios. A importância em se saber esta distinção implica conhecer a função que cada uma exerce no ensino, o que pode ajudar o professor no alcance dos objetivos de aprendizagem pretendidos para o conteúdo trabalhado.

Sobre as definições, para Chi e Glaser (1992, p. 251), “um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá”. Na visão de Klausmeier e Goodwin (1977, p. 347), “os indivíduos deparam-se com um problema quando se encontram numa situação que devem solucionar um problema e não possuem informações, conceitos, princípios ou métodos específicos disponíveis para chegar à solução”. Sintetizando as ideias anteriores, Onuchic (1999, p. 215) define que “problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em resolver”.

Nessa mesma linha de pensamento, Echeverria (1998) destacou que um problema de Matemática é aquele em que há um obstáculo entre a proposição e a meta. Nesse sentido, Sternberg (2000), apresenta em seu livro Psicologia Cognitiva, que a resolução de problemas refere-se à superação de um obstáculo para alcançar um objetivo. Desse modo, “se pudermos recuperar rapidamente uma resposta da memória, não temos um problema. Se não pudermos recuperar uma resposta imediata, então temos um problema para ser resolvido”. (STERNBERG, 2000, p. 306).

Tal recuperação está relacionada à pessoa que resolve uma tarefa matemática. Desse modo, de acordo com Schoenfeld (1985), é difícil definir o termo “problema”, uma vez que o processo de resolução de problemas é relativo. Para esse autor, um problema

> [...] não é uma propriedade inerente de uma tarefa matemática. Antes, é uma relação particular entre o indivíduo e a tarefa que faz da tarefa um problema para ele. A palavra problema é usada aqui nesse sentido relativo, como uma tarefa que é difícil ao indivíduo que tenta resolvê-la (SCHOENFELD, 1985, p. 74).

Desse modo, na visão de Krulik e Rudnick (1982), uma atividade de matemática pode ser um problema para uma pessoa num determinado momento e, quando essa pessoa aumenta seu conhecimento matemático, tal atividade pode se tornar um exercício. Já no ponto de vista de Echeverria e Pozo (1998), uma situação pode não ser um problema para uma pessoa pelo fato dela não se interessar em resolvê-la ou mesmo por utilizar mecanismos de resolução oriundos de recursos cognitivos mínimos e suficientes, transformando-a, assim, em um exercício.

Nesse sentido, como se pode perceber, uma tarefa de Matemática pode ser um problema ou tornar-se um exercício. Sobre esse aspecto, para Echeverria e Pozo (1998), a tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos na resolução de problemas é o que diferencia um verdadeiro problema de um exercício.

Na visão de Charles e Lester (apud SCHROEDER; LESTER, 1989), essa tomada de decisão pode ser entendida como uma situação em que quem resolve um problema não teria uma operação matemática previamente aprendida para ser aplicada. No caso dos exercícios, para esses autores, essa forma imediata de se chegar à solução corresponderia a seguir um modelo baseado na tradução de uma tarefa diretamente em uma representação matemática.

Na situação 1: A mãe de Jesse pagou a mesada de 1 dólar e 60 centavos em moedas de 0,25, 0,10 e 0,05. Ele recebeu ao todo 17 moedas. Quantas moedas de cada valor a mãe lhe deu?, percebe-se que a resposta da situação 1 não está disponível de imediato. É preciso tomar uma decisão sobre o caminho a ser seguido para resolvê-lo. Nesse caso, temos um problema a ser resolvido.

Na situação 2: João foi ao armazém comprar 3 caixas de coca-cola. Se cada caixa contém 6 garrafas, quantas garrafas de coca-cola João comprou?, nota-se que a operação de multiplicação dos valores envolvidos corresponde a um mecanismo que leva de forma imediata à solução, isto é, realiza-se uma tradução direta da tarefa em uma representação matemática. Neste caso da situação 2, temos um exercício.

Nesse sentido, para Echeverria e Pozo (1998), aceitar que há uma distinção entre problema e exercício é pensar não somente no contexto da tarefa e no aluno que a enfrenta, mas no modo como se aprende um exercício e na forma de como ocorre o processo de resolução de problemas. Ainda para esses autores, a resolução de problemas corresponde a uma situação que requer a busca de procedimentos e técnicas que conhecemos ou dominamos para responder a um objetivo, ou seja, “exige o uso de estratégias, a tomada de decisões sobre o processo de resolução que deve ser seguido etc” (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p. 17).

Notemos que problemas e exercícios constituem-se em situações importantes do ensino e que suas abordagens são, muitas vezes, difíceis de determinar. Tais abordagens estariam relacionadas às experiências e conhecimentos prévios dos alunos, bem como pelos objetivos que eles visualizam, enquanto estão empenhados na resolução do problema ou do exercício.

Para Echeverria e Pozo (1998, p. 17), “é importante que nas atividades de sala de aula a distinção entre exercícios e problemas esteja bem definida”, ou seja, que fique claro para o aluno que as tarefas exigem algo mais de sua parte do que o simples exercício repetitivo.

Essas abordagens também estariam relacionadas às dificuldades em definir o termo problema. Nesse sentido, Mayer (1985) disse que, havia divergência na conceituação do que viria a ser um problema. Segundo este autor, ao mesmo tempo em que se reconhecia a importância do ensino da resolução de problemas na Matemática escolar, havia uma discordância sobre o significado de resolução de problemas.

Em face dessas colocações acima pelos autores, concordamos com as ideias apresentadas de que um problema é uma situação em que há um obstáculo a ser superado no alcance da solução. Entende-se que a abordagem de problemas, além do trabalho com exercícios, faz-se necessária como parte do trabalho a ser realizado em sala de aula.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais,

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução (BRASIL, 1998, p. 41).

Sem dúvida, ao responder o que é um problema? Podemos considerar que é quando um indivíduo apresenta alguma dificuldade que o faça pensar e refletir sobre quais caminhos de resolução deva tomar para obter uma solução. Sendo assim, Polya (1985, p. 13) enfatiza que "temos um problema sempre que procuramos os meios para atingir um objetivo". Ainda ele disse que, quando temos um desejo que não podemos satisfazer imediatamente, pensamos nos meios de satisfazê-lo e assim se constitui um problema. Assim, segundo esse autor, a maior parte da nossa atividade pensante, que não seja simplesmente sonhar acordado, se ocupa daquilo que desejamos e dos meios para obtê-lo, isto é, de problemas.

4.3. DIFERENTES CAMINHOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Schroeder & Lester (1989) apresentam três caminhos diferentes de abordar a Resolução de Problemas, que ajudam a refletir sobre essas diferenças: (1) ensinar sobre Resolução de Problemas; (2) ensinar para resolver problemas; e (3) ensinar através da resolução de problemas. Os autores ressaltam que, embora na teoria esses três caminhos de trabalhar Resolução de Problemas possam ser separados, na prática eles se completam e podem acontecer em várias combinações e sequências.

Primeiro Caminho - Ensinar sobre Resolução de Problemas

Inicialmente, o ensino era baseado no modelo de Polya, referente às quatro fases de resolução de problemas: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. Aos alunos, eram explicitamente ensinadas essas quatro fases de modo que eles deveriam ter ciência delas quando resolviam problemas.

Nesse primeiro caminho, estava incluído o trabalho com um número de heurísticas ou estratégias, como, por exemplo, identificar padrões e resolver um problema simples, voltados para a elaboração e execução de um plano de resolução de problemas. "No melhor de suas hipóteses, ensinar sobre resolução de problemas também incluía experiências com, de fato, resolver problemas, mas sempre envolveu muito da discussão explícita de, e ensinar sobre, como problemas são resolvidos" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32).

No caso do ensino sobre resolução de problemas, pode-se pensar que essa abordagem é um tópico de Matemática que seria ensinado de forma isolada do conteúdo e das relações matemáticas. "Resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que poderia permear um programa inteiro e prover o contexto em que conceitos e habilidades podem ser aprendidos" (NCTM, 1989, p. 23).

Segundo Caminho - Ensinar para resolver problemas

Ensinar para resolver problemas visa determinados caminhos para que a Matemática que é aprendida seja aplicada tanto em exercícios como em problemas. A pessoa tem que ser hábil para usar essa Matemática. Nesse segundo caminho, "aos alunos são dados muitos exemplos de conceitos e estruturas matemáticas que eles estão estudando e muitas oportunidades para aplicar a Matemática na resolução de problemas" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32).

Em síntese, o professor que ensina para resolver problemas se preocupa com a habilidade do aluno em transferir o que aprendeu para outras situações. "[...] a única razão para aprender matemática é ser capaz de usar o conhecimento obtido para resolver problemas" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32).

No caso de ensinar para resolver problemas, pode-se ter uma limitação maior no sentido de que a "resolução de problemas é vista como uma atividade em que os alunos somente se engajam depois da introdução de um novo conceito ou para seguir uma habilidade de cálculo ou um algoritmo" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 34).

Terceiro Caminho - Ensinar através da resolução de problemas

Neste caminho, ensinar através da resolução de problemas visa à utilização de problemas como o primeiro passo para aprender Matemática. De acordo com Schroeder e Lester (1989), centrar o interesse no ensino através da resolução de problemas é acreditar que o motivo para o ensino da Matemática é ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas matemáticas.

Nesse sentido,

> O ensino de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder transformar certos problemas não rotineiros em problemas rotineiros. A aprendizagem da Matemática, desse modo, pode ser vista como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos) (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 33).

Nesse caminho, a resolução de problemas deve estar sempre presente no ensino da Matemática e deve ser trabalhado pelo professor, ou seja,

> Ensinar matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que a mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase do "durante", os alunos trabalham e o professor observa e avalia o trabalho. Na terceira, "depois", o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-los e conduz a discussão enquanto os alunos justificam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 221).

O ensino de um tópico matemático através de um problema, direcionado a uma aprendizagem que segue o ritmo do concreto ao abstrato pode ser entendido, na visão de Carlini (2004), como um caminho, em sala de aula, que deve proporcionar aos alunos a participação na reorganização de conhecimentos já adquiridos e também na construção de novos conhecimentos. Além disso, deve desenvolver habilidades de raciocínio lógico, o estímulo pela busca de novas informações, a identificação, formulação e teste de hipóteses, o planejamento de etapas e ações direcionadas para obter a resposta do problema e para assumir a responsabilidade pelo processo de construção, individual e coletiva, do conhecimento.

Já para Fi e Degner (2012), o ensino através da resolução de problemas permite aos alunos se envolverem com a Matemática e seguir, de forma progressiva, uma trajetória de formalizações matemáticas: resolvendo problemas, abstraindo, inventando e provando. Essa trajetória tem como pressuposto a participação dos alunos na prática. Desse modo, os alunos poderiam experienciar a complexidade e a beleza da Matemática.

De acordo com Schroeder e Lester (1989), essas três abordagens (ensinos sobre, para e através da resolução de problemas), na prática, podem ocorrer em várias combinações e sequências. No entanto, deve-se tomar ciência das limitações que advém das duas primeiras se a intenção é fazer da resolução de problemas o foco do ensino de Matemática.

Na nossa pesquisa, concordamos com as ideias do terceiro caminho, para se ensinar e aprender Matemática. Além disso, entendemos que ensinar através da resolução de problemas deve estar articulado com ensinar sobre e para resolver de problemas, quando se trata de um trabalho contínuo do ensino de Matemática através da resolução de problemas. Destaca-se que esse caminho está em conformidade ao defendido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), uma vez que ambos defendem o problema como ponto de partida no estudo da Matemática.

Cai (apud HUANCA, 2014, p. 92-93) diz que,

> Embora pouco se conheça sobre os mecanismos atuais que os estudantes usam para aprender e dar sentido à matemática através da resolução de problemas, os pesquisadores concordam que no ensinar através da resolução de problemas permanece a promessa de aprendizagem nos estudantes. Muitas das ideias tipicamente associadas a essa abordagem - mudança nos papéis do professor, projetar e selecionar problemas para o ensino, aprendizagem colaborativa, e problematizar o currículo - têm sido extensivamente estudadas, resultando em respostas baseadas em pesquisa para as várias questões frequentemente levantadas sobre o ensino com resolução de problemas.

Nesse sentido, apresenta-se, na próxima seção, a importância da Metodologia “Resolução de Problemas” no ensino de Matemática.

4.4 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Pensando no processo de trabalho para a sala de aula, Pironel (2002) diz que,

> As reformas pretendidas na primeira metade do século XX referiam-se ao processo de ensino. Nas três ou quatro últimas décadas, passou-se a falar em ensino-aprendizagem na Educação Matemática e na Educação como um todo. Hoje, com certeza, a avaliação já está sendo agregada ao processo de ensino-aprendizagem como uma forte aliada para uma melhor construção do conhecimento matemático de nossos alunos. A avaliação, na sala de aula de matemática, constitui-se então parte integrante do próprio processo ensino-aprendizagem (PIRONEL, 2002, p. 39).

Onuchic e Allevato (2011) dizem que a metodologia, composta pela palavra ensino-aprendizagem-avaliação, foi criada intencionalmente dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, para expressar a ideia de que o ensino, aprendizagem e avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção de um novo conhecimento. Nesse sentido, as autoras dizem que,

> Enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprende, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma

> forma Pós-Polya de ver a resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

No que se refere a essas três palavras, sejam elas consideradas isoladamente ou em composição, Huanca (2006) apresentou o quadro a seguir.

Quadro 1 - Ensino-Aprendizagem-Avaliação

<table>
<tr><td rowspan="2">Três processos distintos</td><td>Ensino</td><td>Aprendizagem</td><td>Avaliação</td></tr>
<tr><td>A responsabilidade do ensino é do professor que visa à aprendizagem do aluno.</td><td>Os alunos devem aprender com compreensão.
A responsabilidade da aprendizagem é dos alunos. Como? Sabendo relacionar as ideias que têm com as novas ideias que se quer construir.</td><td>A avaliação apoia a aprendizagem e informa aos professores quanto ao crescimento dos alunos e, também, informa aos professores quanto ao seu próprio trabalho.</td></tr>
<tr><td>Um processo duplo ligando ensino à aprendizagem</td><td colspan="3">Ensino-Aprendizagem

Este processo é um ser maior. É maior do que o ensino. É maior do que a aprendizagem. Acontece simultaneamente durante a construção do conhecimento, através da resolução de problemas, tendo os alunos como co-construtores desse conhecimento.</td></tr>
<tr><td>Um processo triplo e único de ensinar, aprender e avaliar ao mesmo tempo e no mesmo espaço</td><td colspan="3">Ensino-Aprendizagem-Avaliação

Este processo é um ser ainda maior. É maior do que o ensino, do que a aprendizagem e do que a avaliação. Tendo a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem, que passa a ser vista como um processo bem mais amplo chamado ensino-aprendizagem-avaliação. O professor avalia o crescimento dos alunos. Os alunos fazem também sua avaliação destinada a guiar e aumentar sua aprendizagem.</td></tr>
</table>

Fonte: Huanca (2006, p. 44)

Acreditamos que o leitor já se deu conta de que a Resolução de Problemas é o coração da metodologia, que é parte integrante do processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Nesse sentido, no livro "Princípios e Normas para a Matemática Escolar", encontramos uma definição para a Resolução de Problemas,

> A resolução de problemas implica o envolvimento numa tarefa, cujo método de resolução não é conhecido antecipadamente. Para encontrar a solução, os alunos deverão explorar os seus conhecimentos e através deste processo desenvolvem, com

> frequência, novos conhecimentos matemáticos. A resolução de problemas não só constitui um objetivo da aprendizagem matemática, como é também um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática (NCTM, 2008, p. 57).

Nesse caso, Onuchic e Allevato (2011) dizem que, na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem e construção de um novo conhecimento, onde os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Ainda de acordo com essas autoras, o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas possibilita ligar os conhecimentos prévios à solução procurada para o problema e aos novos conhecimentos a serem construídos, já que, nesse processo, o aluno utiliza os conhecimentos anteriores que possui e o professor, o auxilia a construir, a partir desses, novos conhecimentos relacionados ao problema proposto.

Desse modo, devemos considerar ainda que ensinar Matemática através da resolução de problemas é um caminho sólido com as recomendações do NCTM e dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas, ou seja, o papel do professor na seleção dos problemas é fundamental (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Sendo assim, Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85) apresentam uma versão de roteiro para a utilização em sala de aula usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Este roteiro tem por finalidade ajudar os professores na organização de uma aula fazendo uso da metodologia:

1) Preparação do problema – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
2) Leitura individual – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3) Leitura em conjunto – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
    - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.

- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) Resolução do problema – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
5) Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
   - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-85).

Olhando a Resolução de Problemas como metodologia, ou seja, uma dinâmica para sala de aula, Van de Walle (2009) chama a atenção para que o trabalho de ensinar comece sempre focando nos alunos, ao contrário da forma tradicional em que o ensino começa onde estão os professores. Nesse sentido,

> Quando os alunos se ocupam nos problemas bem selecionado baseados na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutido no problema. Enquanto os alunos estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

A fim de encerrar esta seção, Onuchic (1999); Onuchic e Allevato (2005); Van de Walle (2009); Onuchic e Huanca (2013); Allevato e Onuchic (2014), e outros autores que abordam a resolução de problemas como meio de se ensinar Matemática, é possível enfatizar que:

- A resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos nas ideias matemáticas e em dar sentido aos conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve o raciocínio nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e dos conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença em que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido. A confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.

- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar de forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e das teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

4.5 O PAPEL DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Conforme compreendemos, Burns (1982) disse que, na introdução de um tópico de Matemática através de um problema, o professor deve apresentar um problema antes de abordar um tópico de Matemática. Nesse sentido, quando se realiza o trabalho com a resolução de problemas, devem-se proporcionar aos alunos problemas desafiantes que os forcem a avaliar e modificar suas próprias estruturas mentais, dando tempo suficiente para explorá-los.

Fi e Degner (2012) afirmam que, os alunos devem ser levados a compreender que se trata de uma situação-problema onde se tem que pensar e não como algo que se deve seguir uma condição prescritiva. Sendo assim, uma forma de fazer com que os alunos avaliem suas formas de pensamento seria o de propor problemas em que se admitam vários caminhos de resolução, bem como que existam várias soluções possíveis (POZO; ANGÓN, 1998).

Ensinar matemática é um empreendimento complexo. É preciso conhecer os alunos, saber matemática e saber ensiná-la, além de ter oportunidade de aplicar esses conhecimentos numa grande variedade de métodos de ensino. Nesse sentido, Pozo e Angón (1998) dizem que, no auxílio aos alunos durante a tentativa de resolução, é importante que eles sejam direcionados a tomar as suas próprias decisões sobre os processos de resolução, bem como propiciar uma discussão entre eles sobre seus diferentes pontos de vista.

Além disso, o professor deveria formalizar os resultados que os alunos obtiveram, apresentando suas ideias, direcionando-os a conclusões apropriadas e reais. Nesse sentido, Pozo e Angón (1998) destacaram que aceitar uma tarefa como problema depende, na maior parte, de como o professor a apresenta, orienta sua solução, a avalia e da funcionalidade que ela tem na aprendizagem. Portanto, ensinar através da resolução problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta.

No que diz respeito à formação de professores, Thompson (1990) apontou que ensinar através da resolução de problemas não pode ser uma condição prescrita.

> Ele [ensino] não pode ser reduzido a uma sequência de etapas predeterminadas para serem aprendidas como se aprende um algoritmo. Como eu reflito sobre meu próprio ensino, não concordo com a visão de que ensinar através da resolução de problemas possa ser aprendido como uma habilidade (THOMPSON, 1990, p. 234).

Charles (1990), salienta que os professores de Matemática precisam de algum nível de competência no processo de ensino e aprendizagem, antes que eles não somente ensinem através da resolução de problemas, mas também comessem a aprender sobre resolução de problemas. Entretanto, esse autor ainda aponta que, analisar como os alunos desenvolvem a arte de resolver problemas não é uma tarefa fácil, sendo que muitos professores sentem-se menos competentes e menos confortáveis para conduzir o ensino.

Desse modo, a formação inicial é importante porque apresenta para os futuros professores os principais pressupostos formativos para desempenho de sua atividade profissional. Sem uma formação inicial consistente, o futuro professor não estará devidamente preparado para enfrentar situações complexas, sejam elas no aspecto teórico ou prático no ensino da Matemática. Nesse sentido, a questão das estratégias de resolução é um dos aspectos importantes no trabalho com a resolução de problemas no ensino da Matemática, o que pode contribuir para desenvolver as condições apontadas anteriormente.

Segundo Krulik e Rudnick (1982), algumas estratégias que poderiam fazer parte do ensino da Matemática através da resolução de problemas matemáticos seriam: reconhecer padrões, trabalhar no sentido inverso, supor e testar, simular e experimentar, utilizar a dedução lógica e representar dados (gráfico, equação, expressão algébrica, tabela, lista, diagrama).

Para esses autores, os professores deveriam conhecer várias delas e ser encorajados a encontrar múltiplas estratégias de resolução, porque muitos problemas são resolvidos por mais de uma e, em outras ocasiões, certos problemas e estratégias estão sempre juntos.

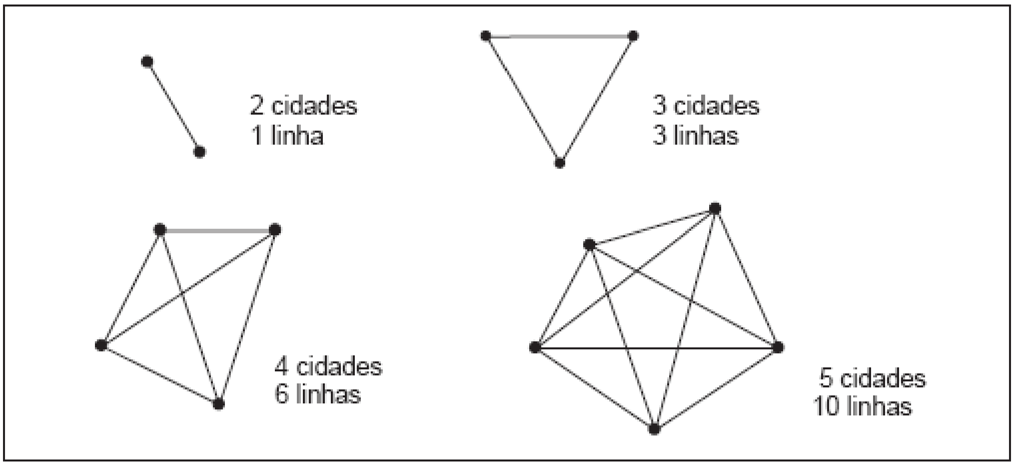
A fim de compreender melhor essas estratégias, consideramos o seguinte problema proposto por Krulik e Rudnick (1982, p. 43-44): *Existem 16 times de futebol, em cidades diferentes, na Liga Continental de Futebol. Para coordenar os jogos entre os times, cada cidade deve ter uma linha telefônica instalada, ligando-se diretamente às demais, para poder se comunicar com os times das outras cidades. Quantas linhas telefônicas devem ser instaladas pela empresa telefônica, conectando as cidades?*

Para esse problema, podemos resolvê-lo utilizando três estratégias:

Primeira Estratégia – Os alunos poderiam realizar a estratégia da experimentação, obtendo 16 caixas e unindo-as umas às outras por meio de pedaços de linhas até que todas estivessem ligadas.

Segunda Estratégia – Os alunos poderiam iniciar com a estratégia da redução, começando por um número pequeno de cidades, criando uma representação, conforme a figura abaixo.

Figura 7: Começando com um número pequeno de cidades



Fonte: Krulik e Rudnick (1982, p. 44)

Dessa maneira, os alunos manteriam os dados que vão sendo obtidos através da estratégia da "tabela 3" e tentando encontrar algum padrão que possa ajudá-los (reconhecer padrões), de acordo com a Figura 7.

Tabela 3: Tabela sobre as cidades e as linhas

Dados sobre o número de linhas diretas							
Número de cidades	1	2	3	4	5	...	16
Número de linhas	0	1	3	6	10	...	?

Fonte: Krulik e Rudnick (1982, p. 44)

Alguns alunos acabariam por continuar até chegar nas 16 cidades e outros tentariam trabalhar com algum padrão que possa aparecer entre as quantidades de linhas que decorrem dos números de cidades. Nesse caso, eles olhariam para as diferenças entre os números de linhas e buscariam um padrão, onde poderiam encontrar o termo geral:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Nessa estratégia, foi utilizada uma combinação de três delas. Segundo Charles (1985), pelo fato de que muitos problemas podem ser resolvidos por uma combinação de estratégias, isso permite superar a crença de que há somente um único caminho ou um melhor caminho de resolução.

Terceira Estratégia – Os alunos poderiam usar a estratégia da dedução lógica, sendo que como cada cidade irá se conectar as demais, então temos aqui “16 x 15” no total. Mas como da cidade A para a cidade B é a mesma coisa que da cidade B para a cidade A, vamos precisar de metade das conexões, o que resulta em $\frac{16\times15}{2}$.

Portanto, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é o caminho escolhido para realizar nosso estudo de campo, ou seja, como uma metodologia pedagógica, uma vez que foi definido o nosso fenômeno de interesse “O Ensino da Estatística através da Resolução de Problemas”. Nesse sentido, todos os que ensinam Matemática transportam consigo a sua própria experiência como alunos de Matemática, desde o ensino Básico até o fim da sua formação universitária. Essa experiência influência a sua forma de pensar sobre o processo de ensino-aprendizagem-avaliação, a escolha da carreira de professor e o modo como se envolvem nos programas de desenvolvimento profissional.

5 A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, tratamos brevemente, com uma apresentação, da lei que rege a Educação Nacional, a LDBEN – Lei 9394 de 1996 e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial de futuros professores em cursos de Nível Superior, que se encontra atualmente em vigor. Em seguida, foi dado um enfoque as Competências e Recomendações para Formação Inicial de Professores. Tratamos também da Formação Inicial de Professores de Matemática sobre a perspectiva do desenvolvimento profissional, sendo apresentada algumas práticas que podem promover este desenvolvimento de ações e finalizamos o capítulo abordando algumas ideias e propostas de "outros" que pretendem melhorar a Formação de Professores na Licenciatura, realçando os conteúdos matemáticos na formação inicial.

5.1 A FORMAÇÃO DO FUTURO PROFESSOR A PARTIR DE DOCUMENTOS E DIRETRIZES CURRICULARES

No que diz respeito à formação do professor, as atuais diretrizes da Lei nº 9.394/96 impõem a necessidade de repensar a formação de professores no país. Essa lei determina que a formação de professores para o Ensino Básico aconteça "em Nível Superior, em curso de Licenciatura, de Graduação Plena, em Universidades e Institutos Superiores de Educação" e admite "como formação mínima para o exercício do Magistério na Educação Infantil e nos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental I, a oferecida em nível Médio, na modalidade Magistério" (Art. 62).

A lei prevê também a existência de "programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de Educação Superior que queiram se dedicar ao Ensino Básico" (Art. 63, II). Tais programas deverão ser mantidos pelos "Institutos Superiores de Educação".

A lei explicita que os Institutos Superiores de Educação manterão "programas de educação continuada para os profissionais da educação dos diversos níveis" (Art. 63, III).

Dessa maneira, as possibilidades de formação dos profissionais do Ensino Básico são várias: em Nível Superior ou Médio, nas Universidades, em Instituições de Ensino Superior ou nos Institutos Superiores de Educação que podem estar ou não ligados à Universidade, em cursos de Licenciatura, de Graduação Plena, Curso Normal Superior ou Magistério. E para os portadores de diplomas de Graduação Plena há o Programa Especial de Formação Pedagógica, com carga horária mínima de 540 horas.

Como a nova LDB extingue os "currículos mínimos", anteriormente previstos na Lei 5.540/68, as Universidades, no exercício de sua autonomia, poderão fixar os currículos de seus cursos, observadas as diretrizes gerais pertinentes (Art. 53, II).

Outra nova questão colocada pela LDB é a inclusão da "prática de ensino de, no mínimo, trezentas horas nos cursos de formação docente" (Art. 65). A regulamentação desse artigo, Resolução CNE/CES, n° 02/02 ampliou esse tempo para 1000 (mil) horas de formação, incluindo a prática, o estágio e atividades científicas e culturais assim distribuídas: 400 horas para a prática de formação, 400 para o estágio e 200 para as atividades científicas e culturais. A implementação dessa exigência legal nos remete a explicar nossas concepções sobre formação de professores e, mais especificamente, sobre o que está sendo chamado de prática de ensino.

Quem sabe, mais importante do que se preocupar em apenas atender a exigência legal da implementação das 1000 horas de formação, seja garantir alguns princípios básicos para as Licenciaturas no país. Talvez este seja o momento de reafirmarmos o papel das Universidades na formação de professores, a co-responsabilidade dos Institutos básicos e das Faculdades de Educação na condução dos cursos de Licenciatura, lembrando que esses se iniciam desde o primeiro período da Graduação e não nos últimos semestres, como muitos ainda pensam.

É preciso, então, romper com uma visão simplista de formação de professores, negar a ideia do docente como mero transmissor de conhecimentos e superar os modelos de Licenciatura que simplesmente sobrepõem o "como ensinar" ao "o que ensinar".

Dessa maneira, é necessário que o licenciando, futuro professor da escola básica, seja compreendido como sujeito em formação que traz consigo uma representação de educação construída durante sua própria escolarização, que vivencia uma formação superior fundamentada e que continuará formando-se na prática pedagógica com questões advindas da realidade escolar. Sendo assim, a Licenciatura deve ser vista como uma etapa intermediária, porém imprescindível, no complexo processo de formação do professor.

Conforme compreendemos, as pesquisas mais recentes no campo da prática docente mostram a complexidade das situações de ensino, em que o professor tem que dominar uma série de variáveis como conhecimento de conteúdos, metodologias de ensino, conhecimento dos processos de aprendizagem, capacidade de comunicação e domínio da turma ou manejo de classe, dentre outros. Sendo ainda as situações de ensino sempre novas e singulares, não há modelos prontos que resistam à prática cotidiana dos professores. Logo, os currículos de formação de professores, baseados no “modelo da racionalidade técnica”, mostram-se inadequados à realidade da prática profissional.

Nesse sentido, para que a formação inicial seja um alicerce na prática dos futuros professores de forma abrangente e efetiva, é necessário que se obtenham conhecimentos de diferentes naturezas. Esses conhecimentos devem englobar os fundamentos psicossociais (que têm uma relação simultânea com a psicologia individual e a vida social) que norteiam a atuação pedagógica e os aspectos legais do ensino expressos nas Políticas Educacionais e nas Diretrizes e Normas que orientarão o desenvolvimento profissional. Ou seja, defende-se uma formação que seja bastante ampla para o futuro professor, não se restringindo apenas ao conhecimento de sua disciplina, mas que vá, além disso, buscando se relacionar ao contexto onde o seu trabalho será desenvolvido (OLIVEIRA, 2005).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de futuros Professores da Educação Básica, em curso de licenciatura de graduação plena (BRASIL, 2002), constituem-se de um conjunto de princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na organização institucional e curricular de cada estabelecimento de ensino, e se aplicam a todas as etapas e modalidades da Educação Básica.

Ainda nessa linha, as Diretrizes Curriculares Nacionais, indicam que a formação de professores deve envolver as seguintes dimensões da atuação docente, destacando-se as que estão relacionadas a: (1) domínio dos conteúdos, ou seja, o professor deve conhecer os conteúdos básicos relacionados às áreas de conhecimento que serão objeto da sua atividade docente; (2) domínio do conhecimento pedagógico, este se referindo ao conhecimento de diferentes concepções sobre temas próprios da docência, tais como: planejamento, organização de tempo e espaço, gestão de classe, criação, realização e avaliação das situações didáticas, avaliação de aprendizagens dos alunos, entre outros; e (3) conhecimento de processos de investigação que possibilitem o aperfeiçoamento da prática pedagógica, ou seja, o professor tem que ser capaz de se manter atualizado em relação aos conteúdos de ensino e ao conhecimento pedagógico.

Dessa forma, Phillipe Perrenoud defende que só será possível formar professores se fizermos escolhas ideológicas, ou seja, “conforme o modelo de sociedade e de ser humano que defendemos, não atribuiremos as mesmas finalidades à escola e, portanto, não definiremos da mesma maneira o papel dos professores” (PERRENOUD, 2002, p. 12).

A fim de encerrar esta seção, sobre formação inicial de professores, deve caminhar-se na direção da (re)formulação de um Projeto Pedagógico do Curso para as Licenciaturas que consiga efetivamente romper com o modelo que continua subjacente aos cursos de formação de professores no Brasil. Entende-se então que, no nosso estudo de campo ao intervir na formação inicial do professor de Matemática queremos contribuir apresentando uma nova forma de ensinar, ou seja, através da Resolução de Problemas. Assim, discutiremos a seguir quais são as competências que devem ser desenvolvidas na formação do professor.

5.2 COMPETÊNCIAS E RECOMENDAÇÕES PARA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Ponte (2000) diz que, os aspectos da prática profissional do professor estão fortemente interligados. Uma prática de ensino que não é apoiada por um contexto funcional estimulante, onde não se desenvolvem projetos educacionais, dificilmente pode atingir seus objetivos de promover a aprendizagem. Um professor que não acompanha a evolução do saber na sua área de atuação, que não procura conhecer os meios didáticos à sua disposição, que não desenvolve as suas competências profissionais, organizacionais e pessoais, dificilmente pode realizar um ensino com qualidade ou dar uma contribuição positiva à comunidade onde se insere.

A definição de um conjunto de competências, ainda segundo Ponte (2000, p. 8), enfrenta alguns problemas teóricos e práticos que serão abordados a seguir:

A noção de competência

A ideia de competência comporta significados bem diferentes. Por um lado, competência, no singular, remete para uma característica do professor. O professor competente é aquele que tem as condições necessárias para que seu desempenho profissional atenda as expectativas definidas pelo sistema educacional, pela sociedade e pelos seus pares. Por outro lado, “competências”, no plural, sugere o conjunto dos diversos conhecimentos e habilidades, necessários na sua atividade profissional. Pode-se se afirmar, portanto, que o desenvolvimento de competências geram a competência profissional.

Se for verdade que um professor competente não resulta da simples justaposição de uma lista de competências discretas, não deixa de ser verdade que a identificação de dimensões críticas na prática profissional pode ajudar a esclarecer o que se espera afinal de cada professor.

O papel do perfil de competências na formação de professores

A definição das competências visadas pelo processo formativo é uma tarefa central na concepção e construção de qualquer curso. Toda formação deve estar baseada numa definição de suas metas e objetivos, que são o fundamento para a definição das áreas, disciplinas, conteúdos e processos de formação e avaliação.

No desenvolvimento curricular dos cursos de **formação inicial de professores**, este perfil é frequentemente omitido, partindo-se da definição de disciplinas, situação que tem vários inconvenientes. Nesse sentido, as disciplinas tendem a constituir-se como ilhas completamente autônomas, cabendo ao estudante fazer a síntese do que aprendeu e ser capaz de aplicá-lo posteriormente.

Competências gerais e específicas do desempenho do professor

Na definição de um perfil de competências surgem várias questões. É possível definir-se um perfil geral para todos os professores? Ao lado de tal perfil geral podem existir perfis específicos, para os professores de diversos níveis de ensino e áreas disciplinares?

Várias formas têm sido propostas para definir o perfil de competências gerais e específicas, para o exercício do professor. Na verdade, a formação inicial tem que garantir o desenvolvimento de competências em diversas áreas fundamentais:

- A formação pessoal, social e cultural dos futuros professores - Esta formação deve favorecer o desenvolvimento de capacidades de reflexão, autonomia, cooperação e participação, as capacidades de percepção de princípios, de relação interpessoal e de abertura às diversas formas de cultura contemporânea.
- A formação científica, tecnológica e técnica na respectiva especialidade - Sem dominar os conteúdos que serão ensinados, não é possível exercer de modo adequado à função profissional.
- A formação no domínio educacional - A herança da pedagogia, a reflexão sobre os problemas educacionais do mundo de hoje, as contribuições das pesquisas realizadas nas áreas de educação são elementos essenciais na constituição do professor.
- O desenvolvimento progressivo das competências do professor no exercício da prática pedagógica - O professor não é um mero técnico, nem um simples transmissor de conhecimento, mas um profissional que tem que ser capaz de identificar problemas que surgem na sua atividade, procurando construir soluções adequadas.

Nessa linha, ensinar a ser professor implica, além dos aspectos de aprendizagem das disciplinas, a aprendizagem dos aspectos de como ensinar e de como se inserir no espaço educativo escolar e na profissão do professor. No entanto, se o todo não é a soma das partes, também aqui, esta síntese não é efetuada da melhor forma, porque conhecer profundamente os conteúdos científicos de uma especialidade, embora seja um requisito fundamental, não garante automaticamente o domínio de algumas categorias do conhecimento pedagógico de um professor, como o conhecimento curricular ou o conhecimento didático (PONTE, 2000, p. 12).

Segundo Ponte (2000, p. 12) podem ser destacadas as seguintes orientações para a formação inicial de professores:

- A formação inicial constitui a componente base da formação do professor e precisa ser articulada - O desenvolvimento profissional é um processo contínuo de aperfeiçoamento até se atingir o estágio do especialista, o ponto mais elevado da competência pedagógica e da profissionalizante. A formação de um professor está longe de acabar na formação inicial, sendo esta, no entanto, uma etapa fundamental porque orienta o percurso posterior. Isto só será possível se a formação inicial do professor for apoiada por uma sólida formação ética, cultural, pessoal e social.
- A formação inicial deve proporcionar um conjunto coerente de saberes estruturados de forma progressiva, apoiados em atividades de campo e de iniciação à prática profissional, de modo a desenvolver as competências profissionais - É importante salientar a multiplicidade dos saberes necessários ao pleno desempenho do professor nas dimensões: sala de aula, escola e comunidade. Esta multiplicidade de competências deve ser progressivamente construída. Assim, a formação inicial deve privilegiar a construção de uma matriz básica de saberes e competências necessárias ao professor. O conhecimento profissional do professor deve ser orientado para o exercício de sua atividade. A formação inicial tem que necessariamente contemplar uma componente prática que proporcione uma aproximação gradual do mundo da escola.
- A formação inicial tem que partir das crenças, concepções e conhecimentos dos candidatos a professores - Os anos em sala de aula e a experiência com professores e práticas de ensino deixam marcas no entendimento do que é ser um bom professor, apresentar uma boa aula e ter uma boa relação com os alunos. Embora

seja intuitiva esta aprendizagem funciona como um mecanismo de reprodução das práticas. Os novos professores, na falta de experiência de ensino, recorrem às imagens e recordações das estratégias e procedimentos de ensino de professores com quem se identificam, às suas recordações como alunos, dos seus interesses e níveis de habilidade para definir seu comportamento em sala de aula.

- A formação inicial tem a responsabilidade de promover a imagem do professor como profissional reflexivo, empenhado em investigar sobre sua prática profissional de modo a melhorar sua capacidade de ensinar - Uma forma de integrar nos programas de formação de professores a transformação da dimensão pessoal das concepções e crenças dos estudantes, respondendo a novas dinâmicas sociais, políticas e culturais da formação de professores, pode ser desenvolvida pela aplicação da prática reflexiva.
- A formação inicial deve contemplar uma diversidade de metodologias de ensino, aprendizagem e avaliação do desempenho do formando - Os formandos devem ter oportunidades, ao longo do seu percurso formativo, de trabalhar segundo metodologias de ensino e de aprendizagem diversificadas, de modo a desenvolverem uma variedade de conhecimentos, de capacidades, de atitudes e de valores.

Segundo Brasil (2002), a formação inicial dos futuros professores para a Educação Básica deve abranger todas as extensões do desenvolvimento profissional dos docentes. O desenvolvimento de competências profissionais é processual, e a formação inicial é apenas a primeira etapa do desenvolvimento profissional permanente, que iremos abordar mais adiante.

Conforme compreendemos, então, foi a partir da LDBEN 9394/96 que o termo competência começou a fazer parte dos discursos pedagógicos em contextos curriculares, avaliativos e profissionais. Então, esses documentos oficiais recomendam o desenvolvimento de competências nos cursos de formação inicial de futuros professores.

Também recorremos a outras literaturas de pesquisa e encontramos uma definição dada por Perrenoud (2000), segundo o qual competência é a capacidade de atuar eficazmente em um tipo definido de situação; capacidade que se ampara nos conhecimentos, mas que não se esgota neles. Para o autor, as competências utilizam, integram e mobilizam conhecimentos para enfrentar um conjunto de situações complexas. Além disso, a competência implica também a capacidade de atualização dos saberes.

Já para Girondo (2001), o conceito de competência inclui tanto os saberes, ou seja, os conhecimentos teóricos, como as habilidades tidas como conhecimentos práticos, e as atitudes, consideradas compromissos pessoais. Com base nessas definições dadas ao termo competência é que nós faremos novos questionamentos: não estariam os documentos oficiais utilizando um termo sem explicitar sua origem e seu significado? Não seria necessário considerar os significados dos termos “competência” e “saberes”?

Para Tardif (2014) o saber docente é plural, integrando quatro tipos: (1) saberes da formação profissional – transmitidos pelos programas de formação de professores, não se limitando apenas a produzir conhecimentos, mas também incorporá-los à prática do professor; (2) saberes disciplinares – aqueles de que dispõe a sociedade, que são abordados nas universidades sob a forma de disciplinas, por exemplo, a Matemática, e são incorporados à prática do professor como algo a ser transmitido; (3) saberes curriculares – correspondentes aos discursos, conteúdos, objetivos e métodos a partir dos quais as instituições apresentam os saberes sociais estabelecidos, apresentados sob a forma de programas escolares que os professores devem aprender a aplicar; e (4) saberes da experiência – baseados nos trabalhos do cotidiano. Ressalta-se que os saberes surgem da experiência e são por ela validados. Portanto, segundo o autor, o professor deve conhecer sua disciplina e seu programa, além de possuir conhecimentos das ciências da educação e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com o aluno (TARDIF, 2014).

Conforme compreendemos, os termos “saberes” na formação inicial e na prática pedagógica de futuros professores, também encontramos em Pimenta (1999) que desenvolveu um estudo com alunos de licenciatura e identificou três tipos de saberes da docência: (1) da experiência – o saber aprendido enquanto licenciando com os professores que lhe foram expressivos; (2) do conhecimento – aquele que abrange a revisão da função do professor na construção do conhecimento; e (3) pedagógicos – aqueles que abrangem o saber do conhecimento juntamente com o saber da experiência docente.

Desse modo, Pimenta (2002) enfatiza a importância de que a fragmentação entre esses diferentes saberes seja superada, considerando a prática social como objetivo central, possibilitando, assim, uma ressignificação dos saberes na formação inicial de futuros professores. Os saberes pedagógicos podem colaborar para o desenvolvimento da prática, sobretudo, se forem mobilizados a partir dos problemas da prática, fortalecendo a consciência da dependência da teoria em relação à prática e da prática em relação à teoria.

5.3 A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A PERSPECTIVA DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Ao consultarmos a literatura sobre desenvolvimento profissional, merece destaque o livro "Normas Profissionais Para o Ensino da Matemática[13]", traduzido pela Associação de Professores de Matemática em Portugal, em 1994, pelo NCTM, que considera questões relativas à prática pedagógica, com especial incidência na sala de aula, incluindo a natureza das atividades e os papéis do professor e do aluno, discute também, diversos componentes do desenvolvimento profissional dos professores.

Uma das seções dessa publicação (NCTM, 1994, p. 125) apresenta as "Normas para o Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática". Um dos pressupostos básicos que constituem a fundamentação para tais normas diz que "a formação de professores de Matemática é um processo contínuo". Nesse sentido, "ser professor implica um processo de crescimento dinâmico e contínuo que abarca toda uma carreira". Desse modo, "o crescimento do professor exige um compromisso com o desenvolvimento profissional que visa à melhoria do seu ensino, com base numa experiência cada vez maior, conhecimentos novos e preocupação em relação às reformas educativas". Na seção mencionada são apresentadas seis normas para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática: (1) Experimentar um bom ensino da Matemática; (2) Saber Matemática e conhecer a Matemática escolar; (3) Conhecer o modo como os alunos aprendem Matemática; (4) Conhecer a pedagogia da Matemática; (5) Desenvolver-se enquanto professor de Matemática; e (6) O papel dos professores no desenvolvimento profissional.

Experimentar um bom ensino da Matemática

Segundo o NCTM (1994, p. 130), os professores de Matemática e de Educação Matemática envolvidos em programas de formação inicial devem apresentar um bom modelo do ensino da matemática:

- Propondo atividades matemáticas adequadas;
- Envolvendo os futuros e atuais professores no discurso matemático;
- Realçando o discurso matemático através do uso de uma grande variedade de ferramentas, incluído calculadoras, computadores, modelos físicos e representações gráficas;
- Criando ambientes de aprendizagem que apoiem e encorajem o raciocínio matemático e as tendências e aptidões dos professores para fazer matemática;

[13] Professional Standards for Teaching Mathematics, publicado nos Estados Unidos, em 1991, pelo NCTM.

- Encorajando os futuros e atuais professores a correr riscos intelectuais ao fazer matemática e a trabalhar cooperativamente, mas também de forma independente, e tendo expectativas positivas a este respeito;
- Apresentando a matemática com uma atividade humana permanente;
- Assegurando e apoiando a participação plena e o estudo continuado da Matemática por todos os estudantes.

Saber Matemática e conhecer a Matemática escolar

Segundo o NCTM (1994, p. 136), a formação dos professores de Matemática deve desenvolver o seu conhecimento do conteúdo e do discurso matemático, incluindo:

- Conceitos e procedimentos matemáticos e as conexões entre eles;
- Múltiplas representações dos conceitos e dos procedimentos matemáticos;
- Tipos de raciocínio matemático, formas de resolver problemas e de comunicar matemática eficazmente em diferentes níveis de formalidade;

E, além disso, desenvolver as suas perspectivas sobre:

- A natureza da matemática, as contribuições de diferentes culturas para o desenvolvimento da matemática, e o papel da matemática na cultura e na sociedade;
- As mudanças na natureza da matemática e na forma como ensinamos, aprendemos e fazemos matemática como resultado da tecnologia disponível;
- A matemática escolar dentro da disciplina de Matemática;
- A natureza mutável da matemática escolar, as suas relações com outras matérias escolares e as suas aplicações na sociedade.

Conhecer o modo como os alunos aprendem Matemática

Segundo o NCTM (1994, p. 149), a formação inicial e contínua dos professores de Matemática deve fornecer múltiplas perspectivas acerca do modo como os alunos aprendem Matemática, desenvolvendo o conhecimento dos professores sobre:

- Os resultados da investigação sobre a aprendizagem de Matemática pelos alunos;
- Os efeitos da idade, aptidões, interesses e experiências dos alunos na aprendizagem da Matemática;
- As influências da origem linguística, étnica e racial, e do sexo, na aprendizagem da Matemática;
- Os processos de afirmar e defender a participação empenhada e o estudo continuado de Matemática por todos os alunos.

Conhecer a Pedagogia da Matemática

Segundo o NCTM (1994, p. 157), a formação inicial e contínua dos professores de Matemática deve desenvolver nos professores conhecimentos e aptidões para usar e avaliar:

- Materiais e recursos para o ensino, incluindo tecnologia;
- Modos de representação dos conceitos e procedimentos matemáticos;
- Estratégias de ensino e modelos de organização da sala de aula;
- Modos de estimular o discurso matemático e desenvolver na aula o sentido de comunidade matemática.

Progredir enquanto professor de Matemática

Segundo o NCTM (1994, p. 167), a formação inicial e a formação contínua dos professores de Matemática devem proporcionar-lhes oportunidades para:

- Examinar e rever suas ideias sobre a natureza da Matemática, sobre como deve ser ensinada e sobre o modo como os alunos a aprendem;
- Observar e analisar diversas abordagens de ensino e aprendizagem da Matemática, centrada em atividades, discurso, ambiente e avaliação;
- Trabalhar com grande diversidade de alunos, individualmente, em pequeno grupo e com toda a turma, apoiados por profissionais da educação matemática e em colaboração com eles;
- Analisar e avaliar a adequação e a eficácia do seu ensino;
- Desenvolver predisposição para o ensino da Matemática.

O papel dos professore no desenvolvimento profissional

Segundo o NCTM (1994, p. 175), os professores de Matemática devem desempenhar um papel ativo no seu próprio desenvolvimento profissional, aceitando a responsabilidade de:

- Experimentar cuidadosamente abordagens e estratégias alternativas nas suas aulas;
- Refletir sobre a aprendizagem e o ensino, quer individualmente, quer com colegas;
- Participar em seminários, cursos e outras oportunidades educacionais específicas para a matemática;
- Participar ativamente na comunidade profissional dos educadores de matemática;
- Ler e discutir ideias apresentadas em publicações profissionais;
- Discutir com colegas questões relativas à matemática e ao seu ensino e aprendizagem;
- Participar na proposta, elaboração e avaliação de programas para o desenvolvimento profissional específico para matemática;

- Participar nos esforços desenvolvidos pela escola, pela comunidade e a nível político, para conseguir uma mudança positiva na educação matemática.

Conforme compreendemos, a formação em Matemática e em Educação Matemática deve fazer com que todos os que estão a aprender experimentem a matemática como um empenhamento dinâmico na resolução de problemas. Nesse sentido, estas experiências, segundo essas normas, devem ser planeadas deliberadamente para ajudar os professores a repensar a sua concepção da matemática, sobre o que deve ser uma aula de matemática, e como se aprende matemática.

O NCTM (1994) recomenda que, o ensino deve ser organizado em torno da procura de soluções para problemas e deve incluir constantes oportunidades para falar acerca da matemática e que trabalhar em grupo é uma excelente forma de levar os que estão a aprender a fazer conjecturas, validar possíveis soluções e encontrar conexões entre diferentes ideias matemáticas.

Dessa maneira, durante estas experiências, os professores e futuros professores devem ser encorajados a generalizar soluções e a comunicar os resultados das explorações de ideias matemáticas, graficamente, por escrito, ou através de diálogo ou discussão.

5.4 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES NA LICENCIATURA

Blanco e Contreras (2002) dizem que, como consequência de sua experiência escolar, os futuros professores geram concepções e crenças em relação à Matemática e ao seu ensino e aprendizagem, e constroem ideias erradas ao seu respeito e acerca deles mesmos em relação à Educação Matemática. Nesse sentido, Ponte (1994), Serrazina (1999) e Curi (2005) destacam que é preciso refletir sobre essas crenças nas escolas de formação para que os futuros professores não passem por elas, isto é, não completem o curso sem modificar sua visão inicial, muitas vezes inadequada, sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, e continuem deixando intactas suas crenças, o que ocorre muitas vezes.

Esse tipo de problema também é encontrado nos cursos de licenciatura em Matemática: onde os futuros professores já trazem consigo algumas crenças negativas e ultrapassadas, por exemplo, a de que Matemática é para poucos, de que para ensinar e aprender Matemática é preciso simplesmente repetir e treinar. Dessa forma, não basta simplesmente mudar ou manter essas crenças, elas precisam ser discutidas durante a formação inicial nos Cursos de Licenciatura.

Segundo Marcelo (1998), essas discussões nos levam a refletir sobre o papel dos cursos de licenciatura num processo de formação que envolve mais do que a dimensão profissional do futuro professor. O estudante que ingressa na universidade buscando ser professor está motivado, têm objetivos e expectativas, e tem também concepções trazidas do período de escolarização. Nesse sentido, Ponte (2002, p. 3) afirma que "um curso de formação inicial de professores de Matemática deve ser necessariamente diferente de um curso de matemática que visa formar matemáticos para se dedicarem prioritariamente à investigação".

Além disso, não podemos esquecer que os alunos do Ensino Fundamental e Médio, a quem os futuros professores atualmente em formação irão ensinar, são bem diferentes daqueles de vinte ou trinta anos atrás, por exemplo, atualmente, encontramos alunos utilizando diferentes recursos em sala de aula, como, os aplicativos nos celulares, nos tablets, etc., o que, às vezes, torna-se um problema para o professor; porém, esses recursos podem ser utilizados a favor da aprendizagem. Nesse sentido, o novo professor irá se deparar com as diferenças individuais, com a diversidade, com os alunos portadores de necessidades especiais de todos os tipos. Por tudo isso, os cursos de licenciatura deveriam repensar a forma de considerar os momentos que envolverão a prática desse futuro professor.

Ponte (1998) afirma que, os futuros professores precisam conhecer os conteúdos e os conceitos definidos para o nível de ensino no qual irão lecionar ou já lecionam. Mas, segundo o autor, isto não é suficiente, é preciso ir além, tanto no que se refere à profundidade desses conteúdos quanto à utilização de tecnologias digitais, à articulação com outros conhecimentos e ao tratamento didático, ampliando, dessa maneira, seus conhecimentos na área.

Para Pires (2002), os conteúdos matemáticos que os futuros professores devem conhecer não são equivalentes aos que seus futuros alunos irão aprender. A autora disse que, além de conhecer os conteúdos matemáticos, o professor deve possuir o conhecimento sobre a Matemática, e considera que, os conhecimentos dos futuros professores devem incluir a compreensão do processo de aprendizagem desses conteúdos pelos alunos. Defende ainda o pressuposto de que boas situações de aprendizagem dependem do conhecimento que o professor tem do conteúdo a ser ensinado.

Curi (2005) considera que as especificidades da área em que o futuro professor vai trabalhar constituem um desafio para os programas de formação inicial de professores, sobretudo, sobre o conhecimento dos conteúdos matemáticos; ou seja, além do conhecimento das disciplinas, os programas precisam desenvolver um rol de conhecimentos sobre os estilos de aprendizagens dos alunos, seus interesses, suas necessidades e suas dificuldades, e apresentar um repertório de metodologias de ensino e de recursos a serem utilizados em sala de aula.

Entendemos assim que, esses são alguns dos motivos pelos quais os programas de formação inicial de futuros professores muitas vezes não conseguem prepará-los em relação aos conteúdos a serem desenvolvidos nos níveis de ensino em que irão lecionar. Por isso, ao chegarem à sala de aula, eles encontram muitos desafios e dificuldades com relação a alguns desses conteúdos.

Para que isso não ocorra, os professores formadores devem, por exemplo, ao abordarem determinado conteúdo, como o relativo à Estatística Descritiva, ajudar os licenciandos a ser capaz de representar graficamente quaisquer características de interesse de uma pesquisa e interpretar todas as medidas descritivas.

Com relação aos conteúdos matemáticos que o futuro professor precisa conhecer, Tardif (2014) afirma que somente isso não garante efetivamente condições que assegurem a aprendizagem pelos alunos. Segundo o autor, conhecer bem a disciplina e o conteúdo que vai ensinar ou já ensina é apenas uma condição necessária, e não suficiente para o trabalho pedagógico.

Concordamos com a afirmação de Tardif de que "conhecer bem a disciplina e o conteúdo que vai ensinar" seja apenas uma condição para o aprendizado do aluno. No entanto, acreditamos que é preciso ir além, é recomendável relacioná-lo a outros ramos da Matemática e, até mesmo, a outras áreas do conhecimento e por meio de várias metodologias de ensino, por exemplo, através da Resolução de Problemas.

De fato, a Resolução de Problemas é uma oportunidade rica para a revisão de conhecimentos prévios, para a construção de novos conhecimentos e para a busca de uma aprendizagem mais significativa. Nesse sentido, prover a Matemática de significados expressa, entre outros aspectos, o resgate de suas conexões internas (entre os ramos da Matemática) e externas (entre a Matemática e outras áreas do conhecimento). Quando os estudantes têm um problema para resolver, colocam ideias em sua resolução, isto é, usam essas conexões, procuram regularidades e desenvolvem estratégias. Os alunos usam o raciocínio para solucioná-lo.

Nessa linha, os programas de formação não podem ter como objetivo principal o acúmulo de informações. É fundamental que o futuro professor passe a ser um construtor de seu próprio conhecimento, numa perspectiva crítica, analítica e reflexiva, condição indispensável para a sua futura prática como professor.

Segundo Fiorentini (1994, p. 40),

> Para que o futuro professor possa adquirir uma postura de professor pesquisador, é preciso que a licenciatura de Matemática tenha como meta tanto a construção da autonomia intelectual e profissional do professor como o desenvolvimento de uma postura reflexiva e questionadora acerca da prática escolar.

Perez (1999) diz que, a formação dos professores de Matemática deve ser uma formação concebida na perspectiva do desenvolvimento profissional. Nessa perspectiva, esse autor propõe três eixos de investigação com o intuito de refletir sobre a formação de professores em uma nova cultura que desenvolva, nos professores, atitudes críticas, colaborativas, de atualização permanente e de receptividade diante do novo.

Os eixos denominados por esse autor são: ensino reflexivo; trabalho colaborativo e trajetória profissional. O primeiro eixo, segundo esse autor, contempla a necessidade de resgatar o saber docente, considerando os saberes anteriores para que sejam confrontados com a teoria. No segundo, o trabalho colaborativo é entendido como uma necessidade de o professor de matemática assumir uma atitude de educando que está em processo de constituição e aprendizagem em colaboração com os demais. E, no terceiro eixo, Perez salienta a importância de considerar as trajetórias profissionais, os fatos que contribuem para o desenvolvimento profissional, como a participação em projetos, em discussões, e outros.

Já para D'Ambrósio (1995), o verdadeiro professor universitário não é aquele que repete o que foi feito, dito e escrito por outros, é pesquisador e gera novo conhecimento, professando seu pensamento original. Estar em tempo integral nas universidades implica produzir pensamento novo, professá-lo, não repetir, coisas como vídeos, áudios e outros meios podem fazer muito bem e sempre mais atualizados.

Nesse sentido, Oliveira (2014) diz que, a formação inicial é importante porque ela apresenta para o futuro professor os principais pressupostos formativos para o desempenho da sua atividade profissional. Ela diz ainda que, sem uma sólida formação inicial, o futuro professor não estará devidamente preparado para o enfrentamento de situações complexas, sejam elas nos aspectos teóricos e/ou didático-pedagógicos no ensino das Ciências.

Para Onuchic e Huanca (2014, p. 3) "uma proposta de formação inicial ou continuada precisa dar oportunidade aos professores, entre outras situações, de repensar e problematizar suas concepções sobre o processo de ensino e de aprendizagem".

Dessa forma, concluímos o capítulo em que tratamos da formação inicial de futuros professores, dando ênfase ao desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Além de termos percebido que tanto a LDBEN, de 1996, como as Diretrizes Curriculares, de 2002, recomendam a formação de um professor competente. Acreditamos que A Formação Inicial de Professores de Matemática é um caminho importante para pensarmos em um trabalho com futuros professores de Matemática. Sendo assim, tratamos, no próximo capítulo, o modelo Modificado e a Pergunta da pesquisa.

6 O MODELO MODIFICADO E A PERGUNTA DA PESQUISA

Neste capítulo, voltamos ao Modelo de Romberg. Após o estudo realizado nos três capítulos anteriores, se esclareceu e definiu melhor a presente pesquisa. Sendo assim, apresentamos um modelo modificado do modelo preliminar que nos guiou até o fim deste trabalho, o qual será aqui chamado de Modelo Modificado. Em seguida apresentamos a pergunta da pesquisa, que pudesse atender a inquietação do nosso fenômeno de interesse, e que foi fundamental termos relacionado esse fenômeno às ideias de outros pesquisadores.

6.1 A CONTRIBUIÇÃO DE OUTROS NA INVESTIGAÇÃO

Após a investigação feita sobre os outros temas identificados e já apresentados nesta pesquisa: Capítulo 3 – Estatística e Probabilidade, Capítulo 4 – Resolução de Problemas e Capítulo 5 – A Formação Inicial de Professores de Matemática, entendemos que é necessário reavaliar o nosso Modelo Preliminar e, consequentemente, elaborar um novo modelo e definir a pergunta da pesquisa neste capítulo.

- No Capítulo 3, Estatística e Probabilidade, aprofundamos nossos conhecimentos a respeito da Estatística Descritiva, das Noções de Probabilidade e da Educação Estatística, e sobre suas perspectivas tanto no âmbito nacional quanto no internacional. Além disso, a partir dos estudos realizados para a composição do quarto capítulo, conseguimos perceber a importância do ensino da Estatística e da Probabilidade através da Resolução de Problemas para desenvolvimento das competências estatísticas.
- No Capítulo 4, ao pesquisar sobre a Resolução de Problemas aprofundamos os conhecimentos em uma perspectiva do Desenvolvimento Profissional dos Futuros Professores de Matemática, com ênfase na Educação Matemática. Para o NCTM, a formação em matemática e em educação matemática deve fazer com que todos os que estão à aprender experimentem a matemática como um empenhamento dinâmico na resolução de problemas, para assim, tornarem-se pessoas que pudessem contribuir coletivamente para a sua formação inicial. Além disso, nesse capítulo, foi importante tratar sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação do Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas.

- No Capítulo 5, ao pesquisar sobre a Formação Inicial do Professor de Matemática, verificamos que os conhecimentos aprofundados em uma perspectiva de formação, dariam oportunidades aos professores e futuros professores, entre outras situações, de repensar e problematizar suas concepções sobre o processo de ensino e de aprendizagem e que se o professor tiver uma formação que o leve a exercer um ensino eficaz de Matemática por meio da resolução de problemas, isso pode contribuir para favorecer uma atitude positiva dos alunos em relação à aprendizagem do conhecimento matemático. Além disso, para as normas do desenvolvimento profissional do professor de Matemática, apresentada pelo NCTM (1994), a formação de professores de Matemática é um processo permanente. Os professores estão continuamente num estado de "vir a ser". Ser professor implica um processo de crescimento dinâmico e contínuo que abarca toda uma carreira desde a sua formação inicial.

Também devemos compreender a importância de abordar conceitos que tratem da Matemática do Ensino Básico e que façam uma ligação entre os conceitos do curso Superior, nesse sentido, pretende-se trabalhar a Estatística Descritiva e as Noções de Probabilidade através da Resolução de Problemas, com base nos documentos oficiais, nos livros apresentados e na ementa da Disciplina de Estatística e Probabilidade do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB, Campus Monteiro.

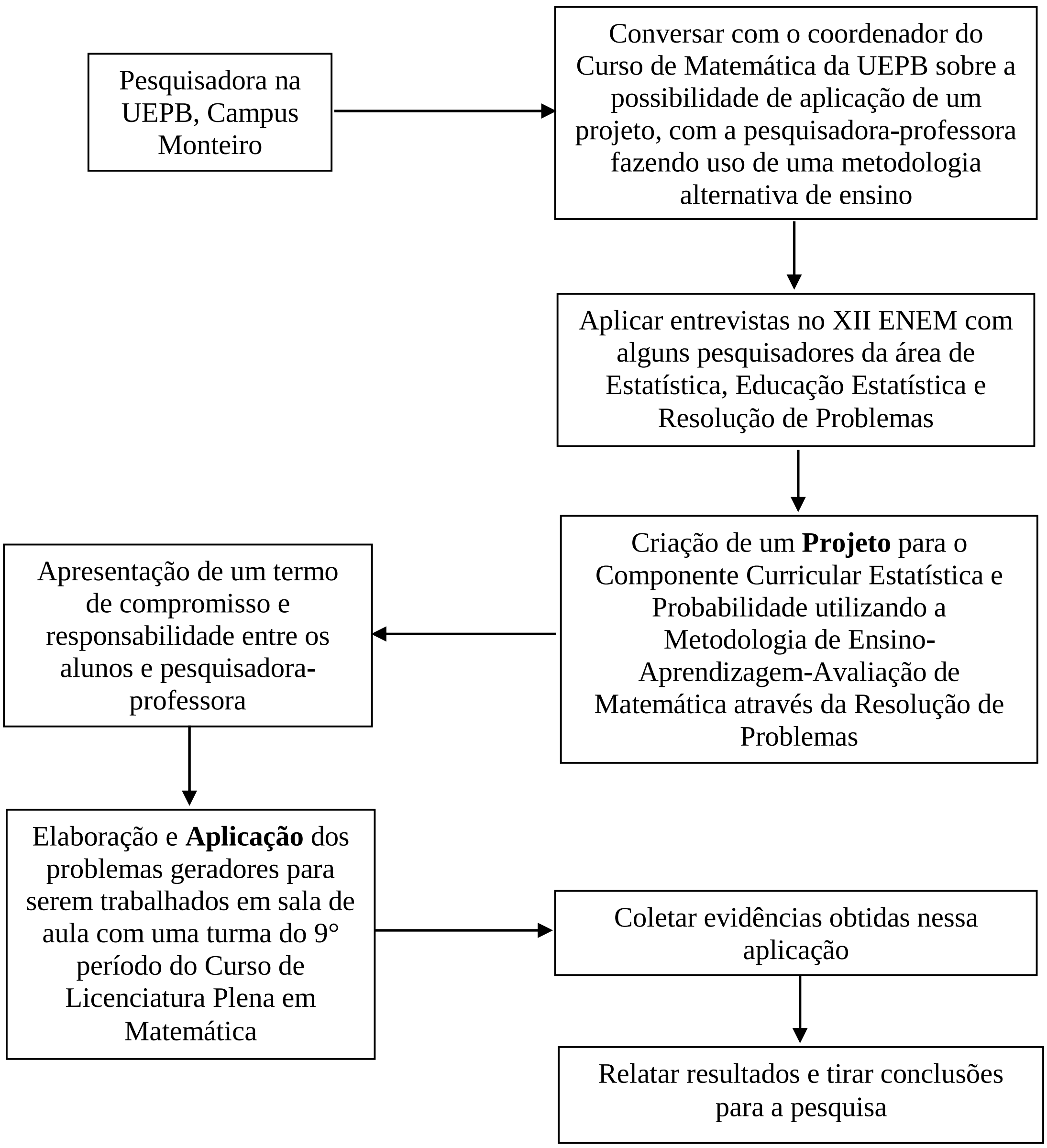
Desse modo, trabalhamos os conteúdos de Estatística Descritiva e Noções de Probabilidade da ementa do componente curricular Estatística e Probabilidade, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e por meio dessa metodologia, estimulamos o aprendizado ativo em sala de aula, dos alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB, Campus Monteiro. Além disso, desenvolvemos habilidades e atitudes para a prática da sala de aula, enfatizando o entendimento conceitual em vez de mero conhecimento de procedimentos.

Entendemos assim que, o propósito desta pesquisa é de que os futuros professores tenham autonomia para estudar os diversos conteúdos necessários para sua formação e que compreendam a importância da Estatística Descritiva e das Noções de Probabilidade no seu cotidiano. Acreditamos então que, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas seja o foco principal para que isso aconteça como parte desse processo.

6.2 O MODELO MODIFICADO

Como definido na página 48, é importante lembrar que o Modelo Preliminar permanece como GPS, ou seja, um guia de uma pesquisa. Assim, entendemos como a ideia inicial para um possível Modelo Modificado. O que ocorre é que o Modelo Preliminar expõe, os problemas iniciais detectados pela pesquisadora. Nesse sentido, a seguir descrevemos o nosso Modelo Modificado, na figura 8, detalhando as variáveis-chave que foram detectadas no estudo ao relacionar com as ideais de outros pesquisadores, para auxiliar na busca pela resposta à questão proposta neste trabalho.

Figura 8- Modelo Modificado



Fonte: Elaborada pela autora

Esse Modelo Modificado conduziu nossa pesquisa de campo ao longo da aplicação do projeto até relatar os resultados da pesquisa.

6.3 A PERGUNTA DA PESQUISA

Para Romberg (2007), chegar à pergunta ou à conjectura é um passo decisivo durante o processo de pesquisa, no entanto, identificar qual é o problema de pesquisa não é fácil. De fato, depois de toda essa análise feita e após relacionar com ideias de outros, permitiu-nos chegar à pergunta da pesquisa:

Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?

Sendo assim, o principal objetivo desta pesquisa é o de identificar, analisar, compreender e descrever como os alunos de Licenciatura Plena em Matemática desenvolvem suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino da Estatística e Probabilidade.

A fim de trazer compreensões a respeito do objetivo geral acima, apresentam-se alguns objetivos específicos como suporte para a pergunta da pesquisa:

- (Re)construir conhecimentos estatísticos aliado a um conhecimento probabilístico necessários para um bom professor, fazendo uso da Resolução de Problemas;
- Levar o aluno, futuro professor, a construir novas ideias sobre conteúdos e métodos que ele já conhece, a fim de que possa desenvolver uma forma de ensino que leve seus futuros alunos à aprendizagem com compreensão e significado.
- Identificar quais os conteúdos da Estatística e da Probabilidade que poderão ser trabalhados com os futuros professores para que os mesmos façam uso da Resolução de Problemas no Ensino Básico.
- Promover o entendimento das competências estatísticas fazendo o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da Educação Estatística.

Encerramos o Primeiro Bloco de Romberg com a apresentação do modelo modificado e a formulação da pergunta da pesquisa.

7 SEGUNDO BLOCO DE ROMBERG – ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS

Neste capítulo iniciamos, o segundo bloco do esboço das atividades de Romberg. Nele, as atividades cinco e seis nos orientam a selecionar estratégias e procedimentos a fim de termos subsídios para responder a pergunta da pesquisa. Para o Modelo Modificado, construído no capítulo anterior, devemos definir uma Estratégia Geral "o quê fazer?" e um respectivo Procedimento Geral "como fazer?", para depois colocá-los em ação.

7.1 ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS DA INVESTIGAÇÃO

Para resolver o problema de pesquisa proposto, devemos elaborar um plano de ação. Este plano é focado no Modelo Modificado e deve contemplar itens importantes que nele apareceram. Para isso, em seu segundo bloco, Romberg coloca as atividades cinco e seis, em que o pesquisador deve, antes de colocar seu projeto em ação, planejar as estratégias e procedimentos necessários para que se obtenha sucesso na realização de seu trabalho.

Os membros do GPRPEM utilizam as atividades de Romberg. O grupo propõe que as Estratégias e Procedimentos, descritos por Romberg, sejam complementadas por Estratégias Auxiliares e Procedimentos Auxiliares, de forma que o pesquisador consiga englobar um maior número de variáveis que se apresentam no Modelo Modificado.

Dessa forma, além da Estratégia Geral e do Procedimento Geral, devemos criar estratégias auxiliares E_1, E_2, E_3, ..., E_n, como também, procedimentos auxiliares P_1, P_2, P_3, ..., P_n. A diferença entre as Estratégias e Procedimentos encontra-se basicamente em pensar como fazer (estratégias) e colocar tais pensamentos em ação (procedimentos).

De modo a descrevermos nossas estratégias e procedimentos, primeiramente iremos retomar a nossa pergunta da pesquisa: **Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?**

Olhando nosso Fenômeno de Interesse, o Modelo Modificado e a Pergunta da Pesquisa definimos a seguir nossa Estratégia Geral e suas Estratégias Auxiliares.

7.1.1 Estratégia Geral e Estratégias Auxiliares

A Estratégia Geral (E_G) é criar um Projeto para ministrar o componente curricular Estatística e Probabilidade utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas visando a responder o problema da pesquisa.

Já as Estratégias auxiliares são as seguintes:

E_1: Identificar o local onde será aplicado o projeto, seus sujeitos e o Projeto Pedagógico do Curso.

E_2: Entrar em contato com os representantes legais do local (Instituição Superior) com a finalidade de solicitar autorização para realizar a pesquisa de campo.

E_3: Elaborar questionários e fazer entrevistas com alguns pesquisadores da área de Estatística, Educação Estatística, Educação Matemática e aqueles que trabalham e pesquisam sobre Resolução de Problemas.

E_4: Criar um projeto para o Componente Curricular Estatística e Probabilidade.

E_5: Elaborar um Termo de Compromisso e Responsabilidade.

E_6: Elaborar um roteiro de atividades para trabalhar no Componente Curricular Estatística e Probabilidade.

E_7: Aplicar o roteiro de atividades.

E_8: Tirar conclusões.

O Projeto de mestrado "A Resolução de Problemas no Processo do Ensino de Estatística visando à Formação Inicial de Professores de Matemática", não deve ser confundido com o Projeto de Ensino "Ministrar o componente curricular Estatística e Probabilidade utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas" apesar dos dois referirem-se ao mesmo objeto de estudo: o primeiro é o cerne do trabalho de Mestrado e engloba o segundo, que é um projeto necessário para que a atividade da pesquisadora-professora seja reconhecida e registrada dentro da Universidade Estadual da Paraíba – Monteiro.

Para as estratégias, geral e auxiliares, temos os respectivos procedimentos geral e auxiliares, descritos a seguir.

7.1.2 Procedimento Geral e Procedimentos Auxiliares

O Procedimento Geral (P_G) é o ato da criação do Projeto para ministrar o componente curricular Estatística e Probabilidade utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Já os Procedimentos Auxiliares são os seguintes:

P_1: A identificação do local apropriado à aplicação do projeto de pesquisa de campo em sala de aula.

P_2: A conversa com o coordenador do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro, para apresentar o Projeto de Pesquisa "A Resolução de Problemas no Processo do Ensino de Estatística visando à Formação Inicial de Professores de Matemática" e a possibilidade de atuação como pesquisadora-professora no componente curricular Estatística e Probabilidade.

P_3: Aplicação de entrevistas no XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, com alguns pesquisadores da área de Estatística, Educação Estatística, Educação Matemática e aqueles que trabalham e pesquisam sobre Resolução de Problemas, para saber o que pensam sobre o ensino de Estatística.

P_4: A criação de um Projeto que contemplasse a ementa do Componente Curricular Estatística e Probabilidade utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

P_5: A elaboração de um Termo de Compromisso e Responsabilidade entre os alunos e a pesquisadora-professora.

P_6: A elaboração de problemas e situações-problema para serem trabalhados no Componente Curricular Estatística e Probabilidade apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

P_7: A aplicação do roteiro de atividades.

P_8: Conclusões.

7.2 PROCEDIMENTOS EM AÇÃO

Para atingirmos o Procedimento Geral (P_G), colocamos antes os procedimentos auxiliares P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7 e P_8, em ação.

P_1 em ação, a identificação do local apropriado para aplicação da pesquisa de campo

A cidade de Monteiro era uma área de fazendeiros e criadores de gado. No final do século XVIII algumas famílias se estabeleceram na chamada Lagoa do Periperi, para construir uma capela consagrada a Nossa Senhora das Dores, as margens do Rio Paraíba. A beleza do local foi atraindo habitantes e, em pouco tempo tornou-se uma cidade com pessoas acolhedoras, querendo progredir.

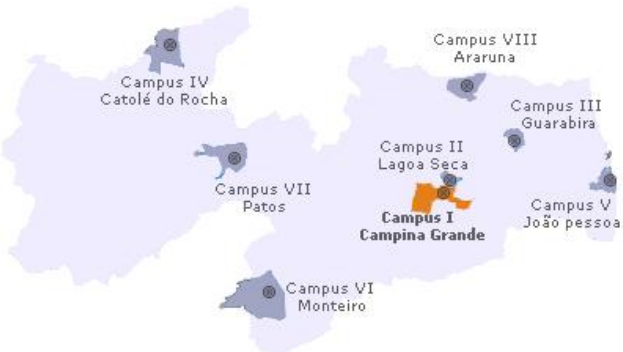
Monteiro fica a 319 quilômetros de João Pessoa e está localizada na Microrregião do Cariri Ocidental Paraibano, tem hoje cerca de aproximadamente 35.000 habitantes e conta com clima quente durante o dia e frio à noite. O município tem a maior área do estado da Paraíba e sua economia está baseada na agropecuária, no comércio, nos setores de serviço e no serviço público.

Há 10 anos Monteiro abriu as portas para que o Campus VI da UEPB se instalasse no centro da cidade. A partir daí a cidade está crescendo e atualmente já conta também com outra Instituição Pública de Ensino Superior e outras Particulares.

A Universidade Estadual da Paraíba através de seu Programa de Expansão Universitária e preocupada com a expansão do Ensino Superior de qualidade, decidiu pela ampliação, criando novos campus, oferecendo maiores e melhores oportunidades a uma parcela significativa da população paraibana e na região nordeste.

Criado em junho de 2006 na cidade de Monteiro, o Centro de Ciências Humanas e Exatas – CCHE, Campus VI, foi fruto da política de interiorização da Universidade Estadual da Paraíba. Assim como os outros campus: Campus II – Lagoa Seca; Campus III – Guarabira; Campus IV – Catolé do Rocha; Campus V – João Pessoa; Campus VII – Patos; e Campus VIII – Araruna. Como mostra a figura 9 abaixo.

Figura 9: Mapa da localização dos campus da UEPB



Fonte: Disponível em http://www.uepb.edu.br

A criação do Campus VI, atendeu a uma demanda histórica da cidade de Monteiro e de municípios vizinhos que necessitavam de uma instituição que pudesse oferecer à população um ensino público, gratuito e de qualidade visando a formação de profissionais qualificados e comprometidos com a educação e o mercado de trabalho que se propõe. Atualmente, no Campus VI funcionam os cursos de licenciatura em Língua Portuguesa, Língua Espanhola, Matemática, Pedagogia e Educação Física (estes dois últimos por meio do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica – PARFOR), bem como um bacharelado em Ciências Contábeis.

Ao longo desses anos, o CCHE tem procurado garantir excelência no ensino ofertado à população de Monteiro e cidades circunvizinhas bem como tem desenvolvido ações culturais relevantes, atendendo ao princípio da educação pública de qualidade e alicerçada no respeito à diversidade e pluralidade cultural.

O curso de Licenciatura Plena em Matemática atende a uma demanda social existente, caracterizada pela nítida carência de profissionais nesta área de conhecimento. Assim, o curso tem como objetivo formar educadores matemáticos com domínio do fenômeno educativo, capazes de uma atuação crítica e transformadora nos diversos âmbitos de ensino, bem como, na sua prática educativa. O curso é seriado semestral com duas entradas, tendo duração de 8 semestres no período diurno e 9 semestres no período noturno.

O licenciado no curso de Matemática poderá atuar como professor no ensino de Matemática na Educação Básica, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, bem como no Ensino Médio. Também deverá estar apto para atuar em escolas técnicas, em cursos profissionalizantes na área de matemática e na Educação de Jovens e Adultos.

Dessa forma, destacamos o papel importante que o CCHE tem desempenhado ao longo desses 10 anos na formação de profissionais e no desenvolvimento da região. E o resultado da presença da UEPB em Monteiro e na região do Cariri Paraibano, é algo marcante do ponto de vista da inserção da Universidade na vida dessas pessoas.

Por essa razão e por fazer parte do quadro de professores do CCHE, da UEPB – Monteiro, lecionando no curso de Licenciatura Plena em Matemática e no curso de Bacharelado em Ciências Contábeis, que escolhemos desenvolver a nossa pesquisa de campo no curso de Licenciatura Plena em Matemática.

P_2 em ação, a conversa com o coordenador do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro

Inicialmente, pensávamos, o meu orientador e eu, em realizar a pesquisa de campo oferecendo um curso de extensão. Na verdade, essa pesquisa poderia ter sido aplicada em qualquer instituição, mas pensando no que seria mais viável, chegamos a um consenso que poderia ser aplicado em uma disciplina ministrada por mim, no curso de Matemática, já que sou professora da UEPB, Campus Monteiro, como dito anteriormente no **P_1**.

Após termos decido que a pesquisa de campo seria em uma turma por mim ministrada, houve uma conversa informal com o coordenador adjunto do curso, sobre a possível realização da pesquisa de campo. Ele achou interessante a ideia e sugeriu que apresentasse para o coordenador do curso.

Nessa ocasião também houve o pedido, por parte dos coordenadores, que a pesquisadora fizesse parte do NDE[14], como membro suplente, sendo responsável pela nova ementa do componente curricular Estatística e Probabilidade (antiga Introdução à Probabilidade), para a determinação da carga horária semanal do Projeto e as datas de sua realização. A Coordenação Acadêmica pediu que encaminhasse a nova Ementa de Ensino do Projeto Pedagógico do Curso - PPC (antigo PPP[15]) até o mês de maio de 2016, a fim de reservar, no calendário acadêmico de 2016.1 a nova ementa curricular Estatística e Probabilidade. Recebi o PPP do curso de Licenciatura Plena em Matemática, também a Resolução da aprovação do referido PPP, além da Composição Curricular – Seriado Semestral.

Depois de tomar conhecimento e analisar a Composição Curricular do curso de Licenciatura em Matemática (antiga e atual), voltei à coordenação para uma conversa com o

[14] NDE - Núcleo Docente Estruturante.
[15] PPP - Projeto Político Pedagógico.

coordenador, solicitando-lhe a permissão para atuar como pesquisadora-professora na disciplina "Estatística e Probabilidade", constante já no novo Projeto Pedagógico do Curso. De uma maneira informal levei o nosso projeto de pesquisa "A Resolução de Problemas no Processo do Ensino de Estatística visando à Formação Inicial de Professores de Matemática" apresentando-me como pesquisadora de um curso de mestrado à coordenação do curso e, ao mesmo tempo, pedindo permissão para que eu pudesse realizar a coleta de dados no referido campus, no curso de Licenciatura em Matemática.

Após a conversa com o coordenador, o mesmo, consentiu com o pedido, disse que passaria todas as informações que julgasse necessárias para a implementação da disciplina. Alertou-me de que o semestre letivo começaria no final de junho de 2016[16] e pediu que me comprometesse a conversar com a turma em que seria aplicada essa disciplina.

Atendendo à solicitação do coordenador, uma carta foi apresentada aos alunos, participantes da pesquisa, informando-lhes de todo o processo de investigação, bem como, solicitando-lhes autorização para a participação na coleta de dados (Anexo A).

P_3 em ação, aplicação de entrevistas no XII ENEM

Aproveitando nossa estada em São Paulo para participar do XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, entrevistamos 8 professores e pesquisadores da área de Estatística, Educação Estatística, Educação Matemática e aqueles que trabalham e pesquisam sobre Resolução de Problemas, para saber o que pensam sobre o ensino de Estatística.

Essas entrevistas, não estruturadas, tinham como primeiro objetivo conhecer um pouco do perfil e trajetória acadêmica de cada entrevistado, o que corresponde a primeira pergunta da entrevista. Outro objetivo das entrevistas foi solicitar a contribuição desses pesquisadores para nossa pesquisa de campo, identificando dificuldades no ensino da estatística, reconhecendo a visão que tinham em relação a Estatística e Probabilidade e ainda, como eles poderiam se colocar diante da nossa pesquisa que é ensinar Estatística através da Resolução de Problemas.

Identificamos a pesquisadora deste trabalho entrevistando como **E** e os professores(as)/pesquisadores(as) entrevistados como **P/P1, P/P2, P/P3, P/P4, P/P5, P/P6, P/P7 e P/P8** Dessas entrevistas, selecionamos dentre as questões formuladas, algumas respostas, visando à identificação do que eles entendem e conhecem sobre Estatística e Probabilidade, além da Resolução de Problemas.

---

[16] Devido à greve pela qual passou a Universidade Estadual da Paraíba, houve uma defasagem no calendário acadêmico.

- **Com relação ao perfil acadêmico e profissional, os entrevistados se manifestaram assim:**

E: - Descreva, de maneira sucinta, a sua trajetória acadêmica e profissional.

P/P1: - *Obrigada pelo convite. Eu sou Lourdes de la Rosa Onuchic, Matemática Pura por formação e Educadora Matemática por dedicação, respeito o Professor e gosto muito de ser Professora e de ensinar.*

P/P2: - *Meu nome é Marcos Nascimento Magalhães, sou Professor do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, trabalho no departamento de Estatística, ... Licenciado em Matemática pela USP, depois fiz o Mestrado no departamento de Estatística da USP e o Doutorado fora, na área de Pesquisa Operacional. Mas a minha tese foi na área da Teoria das Filas, que é uma área de Probabilidade Aplicada e hoje eu trabalho no departamento de Estatística, mas nos últimos anos tenho estado interessado em Educação Estatística, então, tenho trabalhado no Mestrado Profissional recém criado no IME-USP.*

P/P3: - *Meu nome é Everton José Goldoni Estevam, sou Licenciado em Matemática e Mestre em Educação pela UNESP, Campus de Presidente Prudente e Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL. Na pesquisa de Mestrado investiguei o ensino de Estatística no Ensino Fundamental a partir de uma intervenção com um sétimo ano que consistiu na realização de uma investigação estatística apoiada a recurso tecnológico (software SuperLogo 3.0 e Excel). [...] e, desde 2012 atuo como professor efetivo da Universidade Estadual do Paraná. Ministro disciplinas nos cursos de Licenciatura em Matemática e em Pedagogia e, embora atualmente não trabalhe com a disciplina de Estatística, já trabalhei com ela nesses dois cursos. Além disso, desenvolvo projetos de pesquisa e extensão no campo da Educação Estatística e Formação de Professores que ensinam Matemática.*

P/P4: - *Meu nome é Mauro Carlos Romanatto, trabalhei 11 anos no Ensino Médio, com a disciplina Matemática e 25 anos, no Ensino Superior, em um curso de Pedagogia, com a disciplina Conteúdo e Metodologia de Ensino da Matemática. Atualmente aposentado, desde 2010, colaboro em um curso a distância, também em Pedagogia, com uma disciplina relacionado ao processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática. Fiz Mestrado, com um trabalho sobre livros didáticos e o conteúdo número natural, da antiga 5ª série do 1º grau e meu Doutorado, com uma pesquisa sobre noções e contextos envolvendo os números racionais. [...]. Penso que a Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem, o professor deve deixar claro sobre o problema (prático ou especulativo) que originou o conteúdo a ser trabalhado. Em seguida, focar os conceitos e os princípios essenciais e articulá-los aos* *procedimentos operatórios. Assim, as aplicações darão o significado ao que está sendo estudado. Linguagem, representação, justificativas locais, construção de definições farão com que o assunto ganhe sentido e compreensão.*

P/P5: - *Meu nome é Maria Tereza Serrano Barbosa. Fiz Licenciatura em Matemática na Federal de Pernambuco e lecionei cerca de quatro à cinco anos de aula de Matemática no Ensino Básico. Iniciei o Mestrado em Matemática, mas acabei concluindo o Mestrado em Estatística e Doutorado em Epidemiologia (Métodos Estatísticos Aplicados a Epidemiologia). Há mais de vinte anos dou aula de Estatística no nível Superior na Universidade Federal do Rio de Janeiro, UNIRIO.*

P/P6: - *Eu sou professora Francisca Brutolio, Licenciada em Matemática pelo Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Rio Grande do Sul, Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa pela Universidade Federal de Santa Maria e Mestre em Ensino da Matemática e Física pelo Centro Universitário Franciscano também da UNIFRA, em Santa Maria , no Rio Grande do Sul. Atuo como professora da rede pública de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico, desde 2001, no Instituto Federal Farroupilha no Rio Grande do Sul, trabalho com turmas de Ensino Médio com a disciplina de Matemática e trabalho com turmas de Ensino Superior com a disciplina de Estatística tanto nas licenciaturas de Matemática, Biologia e Química quanto em alguns cursos técnicos da área agrícola, trabalho também em cursos de Engenharia Agrícola, Tecnologia de Grãos, Zootecnia e tecnólogo em análises de desenvolvimento de sistemas.*

P/P7: - *Eu sou Luciane de Sousa Velasque, formada em Estatística, com Mestrado e Doutorado na área de Saúde Pública, mas desde 2008, quando entrei pra Universidade UNIRIO, pra dar aula de Estatística pra cursos de serviços, eu me deparei que precisávamos mudar a metodologia de ensino.*

P/P8: - *Eu sou Alexandre Sousa da Silva, Graduado em Estatística pela UNESP, Campus Presidente Prudente, fiz Mestrado em Agronomia, mas na área de Concentração em Estatística e Experimentação Agronômica na USP, Campus Piracicaba, e Doutorado em Estatística na UFRJ. Atualmente sou professor do Departamento de Matemática da UNIRIO, onde leciono Estatística para os mais diversos cursos, pois lá (UNIRIO) não temos o curso de Estatística, mas oferecemos a disciplina para os cursos que chamamos Cursos de Serviços, então dou aula desde Pedagogia até Engenharia, passando por Enfermagem, Sistema de Informação, Biblioteconomia, Biologia, Biomedicina, entre tantos outros que temos e oferecemos o curso de Estatística.*

- **Com relação a Estatística e Probabilidade no contexto social, os entrevistados se manifestaram assim:**

E: - Para o(a) sr(a) qual é o papel da Estatística na sociedade atual?

P/P1: - *Atualmente, é uma coisa importantíssima, a Estatística faz coisas que nos permite ver resultados assim de imediato, comparação, é uma coisa que tem que ser ensinada sempre, em todos os níveis porque a gente vai sempre comparar coisas e nessa comparação quantificar uma relação que nos permita avaliar quão grande ou quão pequena aquela coisa que está sendo avaliada é considerada.*

P/P2: - *A Estatística desempenha um papel muito importante na sociedade atual no sentido de que muitas informações são na verdade processamentos, são processadas via informações estatísticas, são dados. Hoje a importância da Estatística é muito grande e alguém que não consiga, digamos dominar um pouquinho as coisas de Estatística, ele vai ter dificuldade de participar ativamente como cidadão.*

P/P4: - *Diariamente, em jornais e noticiários, é comum a exposição, sobre as mais variadas formas, dados e informações estatísticos. A partir de amostras bem constituídas de uma população podemos obter dados e informações que transformados em conhecimentos podem permitir análises e reflexões que fundamentam tomada de decisões sobre a realidade. Assim, a Estatística com seus conceitos e métodos para coletar, organizar e analisar dados dos mais variados contextos do dia-a-dia, tem-se revelado uma importante aliada nessa tarefa de transformar informações em conhecimentos. Assistir na TV ou ler nas revistas dados, porcentagens, projeções, em muitas oportunidades, refletem apenas pesquisas de opinião ou previsões. A Estatística deve ir além. É preciso que esses dados e essas informações sejam confiáveis e fidedignas para que produzam um conhecimento efetivo. O papel da Estatística é formar estudantes capazes de avaliar dados e informações de maneira correta, para não tomar decisões equivocadas. Portanto, atualmente, entender, compreender e utilizar estatísticas é ter controle sobre nossas decisões, enfim, controle sobre nossas vidas (Há três espécies de mentiras: as mentiras, as mentiras abomináveis e as mentiras estatísticas. Mark Twain).*

P/P5: - *Para formar um cidadão que consiga ler o mundo de forma consciente, refletindo sobre Paulo Freire que falou da leitura do mundo ... a estatística é a leitura do mundo, e na verdade o pensamento estatístico tem que ser desenvolvido desde a mais tênue idade da criança, se isso acontecesse nós conseguiríamos que todos pudessem interpretar bem uma notícia quando é manipulada, um gráfico quando é mal colocado, seja no jornal, na televisão, na sua vida no dia-a-dia.*

P/P6: - *Eu acredito que a Estatística está presente em todos os atos que pensamos, desde o momento em que escolhemos qualquer coisa, como a roupa, alimentação, etc., já estamos trabalhando combinações, então estamos desenvolvendo um raciocínio combinatório que leva a uma escolha, a uma pesquisa que não deixa de ser uma parte da Estatística. Quando fazemos uma pesquisa no mercado das nossas próprias compras diárias, fazemos uma pesquisa de preços e se formos tabelar todas essas pesquisas e questões que nos sustentam, também estaríamos trabalhando com Estatística. Então, acredito que é uma disciplina em que se pode trabalhar diariamente com os alunos e mostrar pra eles que qualquer escolha ou o simples ato de ir ao supermercado também estamos fazendo Estatística.*

P/P7: - *Hoje em dia esse papel está muito reconhecido ... coisa que lá na década de 90, quase não se conhecia estatística, só associava ao IBGE e hoje está amplamente difundida, mas que por outro lado ela passa a ser um bicho de sete cabeças quando as pessoas não compreendem ... passa a ser uma forma de você tentar levar a pessoa para um resultado viciado, tentar convencer, por exemplo, com gráficos errados ... ao invés de ajudar, as pessoas se aproveitam disso para poder manobrar de alguma forma o conhecimento.*

P/P8: - *A estatística ajuda muito na formação de um cidadão consciente e crítico dos resultados que eles são bombardeados diariamente pelos meios de comunicação. Então, isso é um fator primordial das pessoas se conscientizarem da importância de conhecer a estatística, de saber, porque eles deixam de ser "ignorantes" sobre esse excesso de informação de números, de dados, de resultado, de pesquisa que eles são bombardeados. Então a estatística tem esse papel na formação cidadã de todos.*

- **Quanto aos conteúdos de Estatística e Probabilidade, os entrevistados se manifestaram assim:**

E: - Em sua opinião, quais são os conteúdos de Estatística e Probabilidade em que mais encontramos aplicações no cotidiano das pessoas?

P/P1: - *Na minha visão, que não sou Estatística, eu vejo as coisas assim, as medidas de tendência central, como média, moda e mediana, fazem com que se perceba como as coisas se comportam e a Estatística é fantástica para nos mostrar isso. Por outro lado, a Estatística em termos de quase todas as ciências, por mais que se queira fugir, ela se apresenta como um elemento muito importante para análise das coisas que vemos.*

P/P2: - *Às vezes temos conteúdos de Estatística e Probabilidade que não são diretamente aplicáveis ao cotidiano das pessoas, mas eles embasam ou dão condições para que outros conteúdos, sejam mais ... digamos usados, [...] é sempre interessante quando você fala de* *média, você acrescentar uma medida de variabilidade, porque eu posso ter, digamos, dois valores, zero e cem, média cinquenta, e eu posso ter dois valores, cinquenta e cinquenta. Um trata-se no zero e cem de uma situação extremamente não homogênea, muito variada. [...] claro que esse exemplo é 'bobinho', mas dá para perceber o quão é importante quando a gente falar sobre a média, também contar alguma coisa sobre a variabilidade.*

P/P3: - *Tabelas e Gráficos. Índices. Variáveis. Medidas de Tendência Central e Dispersão. Acaso. Espaço amostral. Evento. Probabilidades (laplaciana, empírica e geométrica). Aleatório. Amostragem.*

P/P4: - *A Estocástica (termo utilizado para tratar da Probabilidade integrada à Estatística) não pode ser apenas mais um tópico a ser estudado nas aulas de Matemática, com ênfase na estatística descritiva, seus cálculos e fórmulas. Esses raciocínios matemáticos envolvem especificidades, estratégias de resolução de problemas e a análise e reflexão sobre os resultados obtidos. Assim, a Estocástica estuda o caráter não determinístico dos fenômenos e dos eventos da realidade física e social. Os conhecimentos em Probabilidade e Estatística possibilita aos estudantes fundamentos para estudos posteriores em áreas científicas assim como uma inserção mais participativa no mundo atual. Nesse mundo de rápidas transformações é essencial o conhecimento do caráter aleatório de fenômenos e de eventos da realidade física e social para agilizarmos tomada de decisões e fazermos previsões. Verificar que podemos obter informações e conhecimentos relevantes sobre uma população a partir dos dados coletados de uma amostra significativa, é um aspecto prático que a Estocástica pode propiciar sobre variados contextos. Os assuntos a serem trabalhados em Estocástica já estão previstos em propostas curriculares ou livros-texto. No entanto, o importante é mostrar aos alunos que essa parte da Matemática traz a ideia de que um fenômeno ou um evento pode acontecer ou não. Agora, diante de uma situação trabalhamos com possibilidades e não certezas. Essa é a grande mudança, em termos de raciocínio que a Estocástica traz. E não podemos esquecer que é essa racionalidade (possibilidades e não certezas) que está presente na ciência atual e mesmo em nossas vidas.*

P/P5: - *São muitos, porque a estatística é muito utilizada na leitura de gráficos de jornal seja de pesquisa de opinião, de evolução de preços, de voto eleitoral, seja pra entender, por exemplo a desigualdade no Brasil, você precisa saber ler os dados e saber entender como se comporta os indicadores sociais ou econômicos da sociedade. Então, saber interpretar bem uma tabela ou um gráfico, entender as médias, as leituras de gráfico é fundamental. Já na probabilidade,* *é importante ter a noção da aleatoriedade e de erro também, do erro amostral, ideia de população, de amostra, etc.*

P/P6: - *[...] Os conteúdos de probabilidade estão presente em qualquer atividade que formos fazer pensando sempre em uma escolha. O que é mais comum hoje e sempre coloco como exemplo, é a questão dos jogos. Explico que essa teoria de probabilidade já surgiu por meio de possibilidades de jogadas e quando falamos em jogo para o aluno, independente de que tipo de jogo seja, a aula se torna mais atrativa e os alunos começam a frequentar mais as aulas e a ter um ânimo diferenciado. Então, acredito que quando se trabalha sobre o jogo, se consegue trazer toda teoria das probabilidades, desde a história da probabilidade, até sua construção, como probabilidade condicionada e assim vai em todos os sentidos. Acredito que se introduzirmos o ensino de probabilidade por meio de jogos, pode-se conseguir maior avanço do desenvolvimento do raciocínio lógico combinatório dos nossos alunos.*

P/P7: - *Acho que Variabilidade. Costumamos definir que a estatística tem três eixos, a Variabilidade, a Incerteza e a Representatividade, esses três termos estão todo tempo envolvidos com a estatística, então quando nos deparamos com resultado estatístico na mídia de alguma forma temos que pensar qual variabilidade está envolvida naquele resultado, que incerteza posso ter ali, e qual representatividade desse resultado. Acredito que isso é o que tem de mais importante, e a base tanto de incerteza como de representatividade é a probabilidade.*

P/P8: - *Os conteúdos aparecem das mais diversas formas, e o que temos que ter cuidado é na interpretação desses conteúdos, muito mais do que só conhecer o conceito em si. Então, quando se fala em média, a pessoa que tem um conhecimento mais crítico sobre esse conceito, vai entender de forma muito melhor aquilo que está sendo passado, o que vai evitar que seja ludibriada pelas informações estatística em geral. Mas, acredito que questões como Variabilidade, Aleatoriedade, Representatividade são questões chave da estatística que devem ser mais entendidas pela sociedade em geral, e que na minha opinião ainda não conseguimos que as pessoas entendam esses conceitos de forma plena.*

E: - O(a) sr(a) acredita que os conteúdos de Estatística e Probabilidade a serem abordados na Universidade ou na Escola devam fazer com que os alunos reflitam a respeito da sociedade em que vivem? De que maneira isso seria possível?

P/P1: - *Eu acredito que sempre a partir de problemas. Eu ponho um problema e faço com que se compare diversas situações onde eu vou buscar uma quantificação para que aquilo se apresente como melhor ou discutível ou piora as vezes entrando por caminhos diferentes.*

Tomando problema como ponto de partida, fazendo com que se entenda o que é medida, como medir, além de como medir saber como analisar os resultados dessa medida, quem pode fazer isso é a Estatística.

P/P2: - *Refletir sobre a sociedade em que se vive devia ser uma tarefa da escola como um todo, não só da área de Estatística, claro que tem certos conteúdos matemáticos que você consegue fazer uma ligação mais direta e mais rápida, mas uma escola bem sucedida ela precisa de alguma maneira está envolvida com a sociedade e possibilitar reflexão sobre a sociedade. Então, do ponto de vista de Estatística, temos uma grande oportunidade porque como existem números, digamos, "saindo pelo ladrão" na sociedade, seja em jornais, televisão, revistas e tudo, é claramente um ambiente favorável para você abrir a discussão sobre Tópicos de Estatística. O desenvolvimento de projetos em que os estudantes coletam dados e a partir daí elaboram relatórios, produzem um texto, apresentam esse texto para o professor e depois apresentem publicamente para sala de aula, ou mesmo através de um pôster pra escola toda, ou para classe toda, são formas de que os estudantes comecem a refletir sobre temas que eventualmente eles escolhem fazer uma pesquisa e eles desenvolvem, coletam dados e etc. Então o projeto é um instrumento importante nessa ponte.*

P/P4: - *Em um primeiro momento, a partir dos dados e informações podemos elaborar conhecimentos sobre a sociedade em que vivemos. Em seguida, relacionando essas informações produzimos conhecimentos. A partir desses conhecimentos podemos ter atitudes crítica e criativa. [...] O papel da Estatística reside, em minha opinião, na relação entre as informações que produzem um conhecimento significativo para a comunidade e que permite ações para tentar resolver esse problema.*

P/P6: - *Acredito que os alunos possam refletir sim! Se eles tiverem a cultura de poder acompanhar um noticiário, de ler um jornal, de poder observar o que está acontecendo numa revista ou qualquer conteúdo que não seja tão intelectual ... eu acredito que eles vão conseguir perceber aonde podemos estar usando conceitos estatísticos e se o professor for um transmissor do conhecimento e não mais aquele, simplesmente que vai lá e despeja conteúdo ... o aluno através de Resolução de Problemas, de interpretação de dados, vai conseguir conceitualizar o que ele está estudando, dando mais valor ao conteúdo e ele mesmo vai entender aquilo que está se apropriando e não vai mais simplesmente "digerir" conhecimentos.*

P/P8: - *Um grande problema é a forma como são apresentados esses conceitos. Então, quando um professor de Matemática no Ensino Básico fala sobre uma Média, em geral está associado a uma fórmula e muito menos do que o conceito em si. As crianças e adolescentes muitas vezes* *'entendem' as fórmulas, sabem fazer contas, sabem calcular média, mas não têm ideia do que aquilo significa, qual implicação quando se muda o valor, quando aumenta outro, quando é a melhor medida a ser aplicada ou não, ... é isso que acredito ser o grande diferencial para que as pessoas passem a ter um letramento estatístico e consigam entender de forma mais plena todos esses conceitos que eles são bombardeados o tempo inteiro.*

- **Com relação à Resolução de Problemas ou outra metodologia de ensino, os entrevistados se manifestaram assim:**

E: - O(a) sr(a) acredita que seja possível contextualizar ou ensinar através da Resolução de Problemas todos os conteúdos de Estatística e Probabilidade a serem ensinados na Universidade ou na Escola Básica?

P/P2: - *Eu creio que o desafio de resolver problemas, de olhar projetos, é o que praticamente permeia todos os conteúdos. É possível praticamente todos os conteúdos, não consigo aqui imaginar um conteúdo específico. É claro que alguns tem um apelo natural pra Resolução de Problemas, outros por serem eventualmente mais técnicos, mais elaborados, na verdade eles precisam de uma iniciativa do professor um pouco maior dando mais instrumentos, mas certamente colocar situações-problema aos estudantes, desafio que eles possam fazer, se motivarem a responder é algo que todo professor devia tentar.*

P/P3: - *Sim. A partir das informações apresentadas anteriormente, acreditamos que os conteúdos de probabilidade e estatística podem e devem ser problematizados a partir de contextos investigativos que podem constituir problemas, cujos processos de ensino e de aprendizagem pressupõem aprender probabilidade e estatística resolvendo estes problemas.*

P/P4: - *Sim, por meio de questões significativas para os estudantes, estes podem problematizá-las levando-os a pesquisar elaborando conhecimentos envolvendo esses dois assuntos da Matemática. Não tem sentido propor uma coleta de dados de uma amostra sem relacioná-la à uma problemática, nem a construção de tabelas e gráficos sem referência a um contexto ou vinculados a situações-problema que não são próximas dos estudantes, pois não permitiria o desenvolvimento da criticidade e da criatividade dos mesmos.*

P/P5: - *Acredito que sim, justamente porque não temos um letramento estatístico eficiente, acabamos tendo limitações na universidade. Porque é praticamente como se hoje, em 2016, ainda tivéssemos o conteúdo de 1950, quando se começou a dar Estatística na Universidade, que seria análise exploratória, um pouco de probabilidade, e chegando a inferência estatística até teste de hipótese, [...] a partir do problema que o aluno tem, permitimos que ele tenha acesso a pelo menos uma biblioteca maior de métodos já desenvolvidos.*

P/P6: - *Eu não só acredito, como trabalhei no meu Mestrado com a Resolução de Problemas. Através dessa metodologia, consegui desenvolver o conteúdo de análise combinatória com alunos do Ensino Médio por meio da Resolução de Problemas sem utilização de nenhum tipo de fórmula. Então acredito que a Resolução de Problemas é o primeiro passo e a partir daí todo e qualquer problema que se dá para um aluno ou que se propõe para que ele pesquise e depois problematize, ele vai conseguir adquirir e formalizar esse conceito. E quando o aluno consegue formalizar o conceito, ele não mais esquece. Então, é uma aprendizagem que vai ficar para vida inteira e que vai ser utilizada no dia-a-dia do aluno, porque o que vemos hoje é que os alunos muitas vezes tem receio de aprender ou de querer aprender, porque eles não acham utilidade. No momento em que se está trabalhando através da Resolução de Problemas e que o problema que seja útil, visível na sua realidade, acredito que ajuda e muito na compreensão dos conteúdos.*

P/P8: - *Sim, e isso é primordial. Eu acho que todos os conceitos não só em Estatística, não só em Matemática têm que ser contextualizado, mas em todas disciplinas. E para isso, é preciso ter uma revolução na forma de ensinar, na forma física da escola por exemplo. Percebemos que houve uma evolução de quase todas as áreas, mas na escola não, o formato da escola ainda é muito tradicional, a escola de hoje tem praticamente o mesmo formato de uma escola de dois séculos atrás, é um quadro, é uma mesa com cadeiras voltadas para o professor, o professor de frente para os alunos, o professor as vezes assumindo um patamar mais alto que os alunos, e menos de troca. Esse formato de escola precisa mudar, além disso, as disciplinas, os conteúdos, os conceitos por serem muito fragmentados atrapalha demais a aprendizagem, então quando falar de estatística por que não falar conjuntamente de ciências? Por que não falar de meio ambiente? Por que não fazer uma pesquisa lincando essas coisas? Por que não usar estatística em resultados de matérias de jornais, na aula de português ou na aula de inglês? Então, tinha que ter uma interdisciplinaridade mais concreta ... Acho que daí parte uma revolução educacional no sentido mais amplo e que alguns países mais desenvolvidos já se deram conta e começaram a mudar a forma da escola, a forma de ensinar, a forma de relação entre professor e aluno, isso em todas as séries, tanto no Ensino básico como do Ensino Superior.*

- **Finalizando as entrevistas com a última pergunta e ainda com relação a metodologia de ensino, os entrevistados se manifestaram assim:**

E: - De que maneira são suas aulas? Você utiliza alguma metodologia de ensino-aprendizagem diferenciada?

P/P2: - *Eu não sei se eu uso muito diferenciada não, mas acho importante que os estudantes participem da aula, quer dizer, você precisa de alguma maneira dar voz aos estudantes na sala de aula. Eles precisam também serem protagonistas, ou seja, você não pode ter uma perspectiva de que você é o dono do saber e eles não sabem nada! ... . Acho importante o envolvimento dos estudantes e isso se dá de várias formas, você desenvolver atividades que possibilitem que os estudantes conversem entre si e a partir daí respondam questões, façam propostas de ações e isto é um caminho ... um papel importante é você fazer perguntas, você conseguir dar tempo deles responderem as perguntas e não serem perguntas simplesmente retóricas em que você pergunta e imediatamente responde, mas que você pergunte, provoque a reflexão e o debate, ou seja, você de alguma maneira, quando eu digo dá voz aos estudantes, eles tem que também sentirem responsáveis pelo aprendizado, então tua tarefa é uma tarefa de motivação inicial para que eles, digamos, se envolvam e sintam que eles precisam ser protagonistas do futuro deles e isso vale não só pra disciplina que você tá ensinando e discutindo, mas vale pra vida! [...] a partir daí, esse processo não vira uma guerra, professor versus estudante, mas seja um projeto colaborativo em vista a formação dos estudantes.*

P/P3: - *Assumo os pressupostos do Ensino Exploratório de Estatística, o qual se situa em uma compreensão alargada do Inquiry-Based Teaching. Nesse sentido, as aulas envolvem a realização de processos de investigação permeando todas as fases de um ciclo investigativo, associados ao desenvolvimento de tarefas que visam o esclarecimento, compreensão ou aprofundamento de aspectos particulares relacionados à probabilidade e à estatística, os quais envolvem conceitos, procedimentos, ideias, propriedades, atitudes e pensamentos.*

P/P4: - *Se o ensino "tradicional" da Matemática, em muitas oportunidades, era algo parecido com: definições, propriedades e exercícios e estava, quase sempre, a cargo do professor; penso que, nos tempos atuais, um caminho promissor seria metodologias diferenciadas em que os estudantes pudessem participar da elaboração de seus conhecimentos. O professor seria um guia, um coordenador das atividades propostas, assim como, um organizador dos conteúdos trabalhados. O que era o início em outros tempos seria o final nas metodologias diferenciadas. Agora, uma metodologia diferenciada depende dos objetivos de ensino, do conteúdo a ser ministrado, do nível intelectual dos estudantes, entre outros aspectos. Pode ser a Resolução de*

Problemas, a História da Matemática, os Jogos, a Etnomatemática, a Modelagem, Os Recursos Tecnológicos, entre outras. A Resolução de Problemas é um desses caminhos promissores, pois além de permitir que os alunos tenham um protagonismo em seus aprendizados traz a oportunidade deles vivenciarem o 'fazer matemática' e isso é essencial para a compreensão desse conhecimento, bem como, apropriar-se de seus modos de pensar. [...]O professor deve passar aos alunos uma paixão pela disciplina que ministra. No entanto, paixão tem dois significados: encantamento e sacrifício. Ao mesmo tempo que devemos mostrar o encantamento que o conhecimento pode trazer, isso é conquistado com muito esforço intelectual.

P/P5: - *Utilizamos várias metodologias. Em particular, gosto de começar a disciplina dando artigos da área do curso que estou ministrando, então, antes de apresentar o programa da disciplina, gosto de disponibilizar artigos da área, [...] formulo um roteiro de leitura para orientar, qual o objetivo, qual o planejamento de estudo, qual seria o instrumento de medida, qual banco de dados, e a partir daí que métodos aqueles autores utilizaram, com essa primeira abordagem os alunos já conseguem na primeira semana de aula fazerem uma lista de possíveis métodos utilizados nos artigos científicos.*

P/P6: - *Nas minhas aulas de Estatística no Ensino Médio, trabalho inicialmente com pesquisa a campo. Solicito primeiro que eles façam uma pesquisa regional, ou dependendo daquilo que eles estão trabalhando naquele momento, [...] peço para que eles façam uma pesquisa a campo de preços, de ofertas, de mercado, trabalhando um pouquinho com marketing e a partir daí a gente começa a construção de tabelas, a construção de gráficos, pesquisas de tipos de gráficos utilizando sempre o software Excel. [...] também, 'jogando' na mega sena, e a partir daí vamos fazendo outros estudos entrando diretamente na probabilidade. A minha aula de Estatística nunca é um único exercício, um único exemplo, porque como os alunos são divididos em grupos e cada grupo vai pesquisar uma coisa, então é uma aula que não se usa o quadro, raramente se usa um data show, é uma aula totalmente dinâmica porque cada grupo faz um trabalho diferente ... . No Ensino Superior, ... a Estatística ela é um pouco mais voltada para pesquisa pura ... eu primeiro dou ela de forma bem tradicional mesmo, para depois os alunos irem fazer a própria pesquisa a campo, [...] mas primeiramente faço um abrange geral da estatística porque na hora que eles forem pesquisar eles irão saber o que eles querem daquela pesquisa.*

P/P7: - *Sempre utilizo uma metodologia ativa, e essa metodologia parte de que os alunos se reúnem em grupos e pensam qual objetivo da pesquisa deles naquele semestre. Eles fazem a pergunta, pensam no planejamento, como vão conseguir os dados, vão buscar esses dados, e* *em alguns semestres, fazem a coleta de informações [...]. Sempre com uma metodologia ativa, ou seja, hoje em dia as aulas mais teóricas e expositivas praticamente desapareceram da minha sala de aula, onde os alunos sempre estão trabalhando com alguma atividade, seja um artigo científico que eles estão lendo e têm que pensar ou como foi a construção daquele banco de dados, e algumas vezes também se reúnem para elaborar questionários.*

P/P8: - *Na UNIRIO temos um grupo e conversamos bastante sobre isso, são todos professores que tem quase a mesma formação e os mesmos pensamentos. Na tentativa de fazer um curso de Estatística para cursos aplicados que tenha algum contexto, temos que uma das atividades que tentamos fazer é uma metodologia baseada em projetos, onde os alunos precisem aplicar os conhecimentos de estatística e que não fique tanto abstrato e que antecipe a necessidade da utilização. Acredito que o aluno só vai aprender quando precisar de fato aplicar aquele conhecimento, se não fica tudo muito vago, e isso é o que fazemos em sala de aula, e principalmente com esse projeto que percorre todo o semestre do nosso curso de estatística. [...]Além disso, em todas as aulas tentamos aplicar atividades mais ativas, atividades em computador, em laboratório, pois a estatística não pode estar desvinculada de um computador.*

P_4 em ação, a criação de um Projeto

O Projeto de Ensino entregue à UEPB, Campus Monteiro, que contempla a ementa do Componente Curricular Estatística e Probabilidade utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para ministrar tal disciplina, foi aprovado pela coordenação e a declaração encontra-se no Anexo B.

Este Projeto de Ensino teve como objetivo principal proporcionar a possibilidade dos alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Campus Monteiro, de cursarem uma disciplina de Estatística e Probabilidade, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A base deste Projeto de Ensino são os conceitos da Estatística Descritiva e Noções de Probabilidade no âmbito da Estatística e Educação Estatística, necessários para que um futuro professor possa atuar no Ensino Básico. Esperava-se, portanto, com este Projeto, desenvolver habilidades e competências nos alunos que promova a autonomia e a aprendizagem significativa dos mesmos e, além disso, diminua os índices de reprovação e evasão nas disciplinas finais da Graduação.

Sendo assim, o ensino da Estatística e Probabilidade através da Resolução de Problemas relaciona os conteúdos: Aleatoriedade, Probabilidade Condicional, Independência Estatística, Apresentação e Organização dos dados, Distribuição de Frequência, Medidas de Posição e Dispersão, possibilitando aos alunos e a professora envolvida, a discussão de ideias, estratégias e a formulação de conjecturas e demonstrações para a resolução de problemas propostos. Dessa forma, para ensinar através da resolução de problemas, a professora utiliza um problema como ponto de partida e um caminho para se ensinar estatística e probabilidade.

Objetivos:

O projeto de trabalho, a ser aplicado a futuros professores, tem por objetivos:

- Utilizar a resolução de problemas para desenvolver conteúdos estatísticos e probabilísticos;
- Trabalhar em duplas, para resolver problemas;
- Construir conhecimentos da Estatística Descritiva e das Noções de Probabilidade, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, visando dar força ao processo de ensino-aprendizagem;
- Levar o aluno, futuro professor, a construir novas ideias sobre conteúdos e métodos que ele já conhece, a fim de que possa desenvolver uma forma de ensino que leve seus futuros alunos à aprendizagem com compreensão e significado e, para Van de Walle (2006, p.3), compreensão pode ser definida como "uma medida da qualidade e da quantidade de ligações que uma ideia tem com ideias já existentes".

Justificativa:

Para a aplicação deste projeto, no Componente Curricular Estatística e Probabilidade, das 60 horas/aula usamos 30 horas/aula, que corresponde a uma unidade do semestre. Este projeto se justifica uma vez que trabalhar com alunos, futuros professores que, embora já tenham trabalhado Matemática por 12 anos no Ensino Básico e terem cursado oito semestres na Licenciatura, ainda possam apresentar dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Ao fazerem uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os futuros professores poderão, ao justificar suas ações, verificar no que poderiam melhorar sua formação como professor do Ensino Básico.

Buscamos, com este projeto, abordar os tópicos da estatística e probabilidade apresentados em dois blocos. Esses tópicos, como já foi dito, referem-se a esses dois blocos de conteúdo: Estatística Descritiva e Noções de Probabilidade. Em cada encontro e em cada problema, procuramos trabalhar, se possível, diferentes tópicos estatísticos e probabilísticos através da Resolução de Problemas. Além disso, discutimos textos relacionados também à

Educação Estatística, com o objetivo de ampliar o conhecimento do tópico trabalhado no problema dado. Nesta perspectiva, o problema foi o ponto de partida para a construção ou reconstrução de conceitos e procedimentos estatísticos.

Ementa:

Para elaborar o projeto, utilizamos a nova Ementa do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB - Campus Monteiro e, a partir dela, criamos o Programa de Atividade Pedagógica.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

Campus VI – Poeta Pinto do Monteiro

Centro de Ciências Humanas e Exatas

Curso de Licenciatura em Matemática

Componente Curricular:	Estatística e Probabilidade			Código:	711703
Carga Horária total:	60 horas	Período: 9º	Atividade: Básico		
Professora:	Patrícia Melo Rocha			Período Letivo:	2016.1

1. EMENTA

Breve Histórico da Estatística e Probabilidade. Estatística Descritiva (População e Amostra; Parâmetro e Estatística; Método Estatístico e suas Etapas; Variáveis; Coleta de dados; Síntese tabular, gráfica e numérica de dados; Medidas de Posição e de Dispersão). Introdução à Probabilidade (Experimentos Aleatórios; Espaço Amostral; Eventos Aleatórios e Operações; Métodos de Probabilidade; Probabilidade Condicional e Independência; Teorema de Bayes; Variáveis Aleatórias Discretas e Contínuas). Correlação e Regressão (Relação; Diagrama de Dispersão; Correlação e Coeficiente de Correlação Linear; Ajustamento da Reta; Interpolação e Extrapolação).

UNIDADES TEMÁTICAS

Unidade I

- Probabilidade
  - Conceitos Fundamentais
  - Experimentos Aleatórios
  - Espaço Amostral e Eventos
  - Propriedades da Probabilidade
  - Probabilidade Condicional e Independência de eventos
- Apresentação e organização de dados
  - Síntese tabular
    - ✓ Tabelas
    - ✓ Séries Estatísticas
  - Gráficos Estatísticos
- Distribuição de Frequências
  - Elementos de uma distribuição de frequência

  - Tipos de distribuição de frequência
- Medidas de Posição e de Dispersão

Unidade II

- História da Estatística Descritiva
- Métodos Estatísticos
  - Científico, Experimental e Estatístico
- Fases do Método Estatístico
  - Coleta, Crítica, Apuração, Exposição dos dados e Análise dos resultados
  - Aplicação da Estatística Descritiva
- População e Amostra
  - Variáveis
  - Amostragem
  - Amostragem simples sem reposição, estratificada simples, sistemática, por conglomerados, por etapa dupla e precisão
- Medidas de Assimetria e Curtose
- Correlação e Regressão
- Distribuições de Probabilidade

2. OBJETIVOS

- Compreender a importância da estatística descritiva no âmbito da Estatística.
- Realizar a análise exploratória de dados.
- Representar através de tabelas e gráficos quaisquer características de interesse de uma pesquisa.
- Calcular e interpretar todas as medidas descritivas de tendência central e de dispersão.
- Calcular a probabilidade das variáveis ocorrerem.
- Relacionar os conceitos Fundamentais de Estatística e Probabilidade com os demais conceitos da Matemática da Educação Básica.
- Resolver problemas que envolvam conceitos elementares de Estatística e Probabilidade.
- Desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar assuntos cotidianos.

3. METODOLOGIA DE ENSINO

Aulas compartilhadas por estudos em pequenos grupos e debates sobre a Estatística Descritiva no âmbito da Estatística e Educação Estatística.

Nossos alunos serão engajados em experiências e práticas em Resolução de Problemas, visando ao trabalho do professor em sala de aula, atendimento individual e em grupos, discussão dos resultados observados e deixar os alunos pensarem, ouvir suas colocações e análises. Fazer explorações sobre erros e acertos, buscando identificar os que geram novas ideias, serão métodos utilizados neste trabalho.

4. CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO

A avaliação levará em conta:

- Participação nas aulas. O que é isso? Fazer perguntas; posicionar-se sobre o que está sendo discutido; saber compartilhar o tempo com os demais colegas; trazer contribuições para os grupos; desenvolver atividades relacionadas à Estatística Descritiva e as Noções de Probabilidade;
- Frequência nas aulas e nas atividades do grupo fora da aula.
- Relatório das atividades da disciplina.
- Apresentação – “Aulas simuladas” ou “Seminários”.

- Provas objetivas.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BIASE, N. G. A Estatística como Ferramenta para Tomada de Decisões. In: Cristiane Coppe de Oliveira; Vlademir Marim. (Org.). Educação Matemática: contextos e práticas docentes. 2 ed. Campinas: Alínea, p. 131-139, 2014.
- BOTTER, D. A.; PAULA, G.A.; LEITE, J. G.; CORDANI, L. K. Noções de Estatística: com apoio computacional. Versão preliminar, editora: Instituto de Matemática e Estatística – USP. São Paulo, 1996.
- BUSSAB, W. de O.; MORETTIN, P. A. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.
- CRESPO, A. A. Estatística fácil. 19 ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2009.
- DANTAS, C. A. B. Probabilidade: Um curso Introdutório. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2013.
- LARSON, R.; FARBER, B. Estatística Aplicada. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- LOESCH, C. Probabilidade e Estatística. Rio de Janeiro: LCT 2014.
- MEYER, P. L. Probabilidade: Aplicações à Estatística. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- MORETTIN, L. G. Estatística Básica: Probabilidade. São Paulo: Makron Books, 1999.
- SPIEGEL, M. R. Estatística. 3ed. São Paulo: Pearson, 2005.
- TRIOLA, M. F. Introdução à Estatística. 10 ed. Rio de Janeiro: LCT, 2008.

REFERÊNCIA COMPLEMENTAR

Durante o transcorrer da disciplina. Textos e artigos de periódicos enfocando cada um dos itens abordados serão fornecidos a todos os participantes.

Livros

- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 12, p. 199-218.
- _______. A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? para onde iremos?. In: Espaço Pedagógico, v. 01, p. 88-104, 2013.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212-231.
- ________. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Vol. 25, Nº 41. p. 73 - 98. 2011.
- ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: Maria Clara Rezende Frota; Barbara Lutaif Bianchini; Ana Márcia F. Tucci de Carvalho. (Org.). Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior. 1ed. Campinas: Papirus, 2013, v. 1, p. 307-331.

Revistas e outros

- BOLEMA: BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Unesp - Rio Claro. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
- A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA - Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM.

- RPM: REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM.
- ZETETIKÉ – Publicação do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da UNICAMP.
- EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA - Revista da Associação de Professores de Matemática – Portugal.

Nosso objetivo, neste novo Componente Curricular, é o de trabalhar através da Resolução de Problemas buscando conscientizar os alunos da Licenciatura sobre seu papel como futuros professores de Matemática.

Ao elaborar o projeto, criamos um roteiro de atividades, para 13 encontros, compostos por atividades para a sala de aula e por tarefas extraclasse. Cada encontro terá duração de 2 horas/aula trabalhadas com os alunos. Para todos os encontros propusemos deixar tarefas extraclasse por acreditar que elas também constituem momentos de reflexão e ou consolidação dos conteúdos trabalhados, bem como o de explorar tópicos futuros.

Em nosso projeto, a avaliação será, conforme consta no artigo 24, inciso V, letra (a), da LDB, “contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais”.

Quanto às tarefas de casa, concordamos com Holdan (1995, p. 285), quanto a dar oportunidade ao aluno de se envolver independentemente com a habilidade ou o conceito em estudo. O autor, ao comentar sobre resultados positivos de pesquisas, já na década de 60 do século XX, sobre esse assunto, afirma que “a tarefa de casa que combina exercícios bem distribuídos com exercícios exploratórios parece ser o caminho a seguir”. Concluímos que a tarefa de casa quando bem elaborada, com objetivos estabelecidos de forma clara, tendo sua execução discutida e analisada se constitui numa forte aliada no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Estatística e Probabilidade, além da Matemática.

Para cada encontro serão detalhados:

- As habilidades previstas para consolidar o modo da professora se preparar para aplicar as atividades em sala de aula;
- A utilização de um roteiro elaborado por Onuchic e Allevato (2011) que apresenta uma dinâmica de trabalho para sala de aula, que consta nas páginas 103 a 105 desta dissertação;
- O uso de recursos necessários (mídias) para o desenvolvimento das aulas;

- O modo de direcionar os questionamentos visando a conduzir os alunos na busca da solução do problema;
- A organização da classe para a execução das atividades; e
- O modo de avaliar as atividades e o trabalho em grupo.

P_5 em ação, a elaboração de um Termo de Compromisso entre os alunos e a pesquisadora-professora

O Termo de Compromisso define a relação existente entre os alunos e o professor. Com esse documento espera-se que fique claro para os alunos que o professor não é o detentor de todo o conhecimento, assim o professor não decide sozinho como as aulas devem ser realizadas. O termo é apresentado aos alunos, que podem fazer sugestões, se forem aceitas pelo grupo, podem alterá-lo. Pode-se encontrar tal documento com outros nomes, como Contrato Pedagógico, entre outros. O que se deseja que ocorra é que os alunos e a pesquisadora-professora tenham o documento como um acordo entre as partes. A palavra compromisso, neste contexto, deve ser entendida como uma obrigação que ambas as partes possuem sobre suas próprias ações.

Considerando o tipo de trabalho que realizamos, em que os alunos são coconstrutores de seu conhecimento, o Termo de Compromisso auxilia aos alunos e à professora, a estabelecerem condições de desenvolver as atividades de ensino e aprendizagem em sala de aula. As avaliações realizadas pelos alunos devem ser feitas de forma continuada, contando com a colaboração dos demais colegas de grupo num processo de avaliação em conjunto.

Inicialmente, a professora explicou aos alunos o que é o Termo de Compromisso e quais seus objetivos. Para que as discussões fossem focadas no Termo de Compromisso, a pesquisadora-professora apresentou um termo previamente pensado, discutido e analisado por ela e seu orientador. As sugestões e modificações que possam vir a ocorrer foram analisadas na sala de aula e, mediante o consentimento da maioria, será reescrito o termo para que o componente curricular possa ser realizado sem contratempos.

Após a apresentação, discussão e consenso de todos, o Termo de Compromisso foi assinado por todos os presentes e, cópia dele, pode ser encontrado no Anexo C desta dissertação.

P_6 em ação, a elaboração de problemas

Para serem trabalhados no Componente Curricular Estatística e Probabilidade apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de

Problemas, foram selecionados problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos, extraídos de livros didáticos e de revistas especializadas, além disso, quando necessário, apresentaríamos textos e questões que exigissem reflexão. Os problemas deveriam ser adequados à construção de novos conceitos, novos procedimentos e de novos conteúdos, indicados pela professora da disciplina.

O planejamento das aulas e as respectivas atividades, para cada encontro, foram definidos de acordo com o número de encontros. Como cada encontro a ser realizado terá 2 horas-aula, as atividades devem ser escolhidas de forma a serem desenvolvidas utilizando todo o tempo da aula. Nesse sentido, para cada problema planejado, apresentamos seu(s) objetivo(s) específico(s). As atividades extraclasse foram planejadas para cada um dos encontros e podem conter até 2 problemas que desafiam os alunos a trabalhar com um passo além do que foi trabalhado em sala de aula.

A seguir apresentamos um cronograma de 15 problemas idealizados para o trabalho com a turma, cada um deles com atividades a desenvolver. Esperamos que o trabalho, por nós planejado, ajude esses futuros professores a consolidarem e organizarem seus conhecimentos básicos de Estatística e Probabilidade, além da Matemática e, se possível, sanarem suas dificuldades. No entanto, os detalhes das discussões ocorridas em relação a cada um desses problemas serão apresentados no próximo capítulo referente aos episódios vivenciados pela pesquisadora-professora.

Problema 1: Mônica e Bruno têm uma caixa que contém somente duas bolinhas azuis e uma vermelha. Mônica sugere um jogo. Sem olhar, ela tirará duas bolinhas de dentro da caixa. Se ambas forem da mesma cor ela ganha um ponto. Bruno, na sua vez, também tira duas bolinhas. Se elas forem de cores diferentes ele ganha um ponto. O primeiro jogador que obtiver 10 pontos ganha o jogo. Este jogo é justo? Se não, como se poderiam adicionar bolinhas à caixa para torná-lo justo?

Objetivos:

- Interpretar o enunciado do problema e manipular os materiais, ou seja, testar as possibilidades com as bolinhas;
- Trabalhar com experimentos probabilísticos para verificar se o jogo é justo;
- Compreender as noções inicias de probabilidade, como espaço amostral e eventos;
- Diferenciar os tipos de probabilidade, especialmente a probabilidade frequentista.

Problema 2[17]: Peguem uma moeda do próprio bolso (ou bolsa), olhem bem e digam se é "honesta" ou não! Como você poderia sugerir caminhos para buscar esta resposta?

Objetivos:

- Usar os conceitos de probabilidade, além dos conceitos da estatística descritiva (frequência relativa e absoluta);
- Interpretar dados apresentados em tabelas;
- Mostrar a diferença entre variável qualitativa e variável quantitativa;
- Trabalhar com experimentos probabilísticos para verificar a honestidade da moeda.

Problema 3[18]: O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 rapazes com mais de 21 anos, 4 rapazes com menos de 21 anos, 6 moças com mais de 21 anos e 3 moças com menos de 21 anos. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Os seguintes eventos são definidos:

a) Qual a probabilidade da pessoa escolhida ter menos de 21 anos ou ser uma moça.
b) Qual a probabilidade da pessoa escolhida não ter mais de 21 anos e não ser um rapaz.

Objetivos:

- Avaliar os conhecimentos prévios dos participantes em relação ao conceito de conjuntos;
- Promover o entendimento da função da probabilidade;
- Trabalhar com Eventos Equiprováveis.

Problema 4[19]: Um indivíduo tem n chaves, das quais somente uma abre uma porta. Ele seleciona, a cada tentativa, uma chave ao acaso sem reposição e tenta abrir a porta. Qual é a probabilidade de que ele abra a porta na k-ésima tentativa ($k = 1, 2, ..., n$)?

Objetivos:

- Resolver o problema utilizando as noções básicas de probabilidade;
- Ampliar o estudo de conceitos básicos da probabilidade.

[17] Atividade retirada do livro Estatística para todos do CAEM/USP.
[18] Atividade retirada e adaptada do livro "Estatística Básica – Probabilidade" de Luiz Gonzaga Morettin.
[19] Atividade retirada do livro "Probabilidade – Um Curso Introdutório" de Carlos A. B. Dantas.

Problema 5[20]: A probabilidade de que um homem esteja vivo daqui a 30 anos é $\frac{2}{5}$; a de sua mulher é de $\frac{2}{3}$. Determine a probabilidade de que daqui a 30 anos:

a) O casal esteja vivo;
b) Somente o homem esteja vivo;
c) Somente a mulher esteja viva;
d) Nenhum esteja vivo;
e) Pelo menos um esteja vivo.

Objetivos:

- Ampliar o estudo de Eventos Independentes;
- Compreender quando a ocorrência de um evento não influencia a probabilidade de outro evento.

Problema 6[21]: Um restaurante popular apresenta dois tipos de refeições: salada completa e um prato à base de carne. 20% dos fregueses do sexo masculino preferem salada, e 30% das mulheres preferem carne. 75% dos fregueses são homens. Considere os seguintes eventos:

H: o freguês é homem, M: o freguês é mulher,
A: o freguês prefere salada, B: o freguês prefere carne.

Obtenha:

a) P(H), P(A|H) e P(B|H);
b) $P(A \cup H)$ e $P(A \cap H)$;
c) P(M|A).

Objetivos:

- Trabalhar com operações entre eventos;
- Envolver a Probabilidade Condicional na resolução do problema.

Problema 7[22]: No primeiro ano de uma Universidade, 25% dos alunos são reprovados em Matemática, 15% são reprovados em Estatística e 10% são reprovados em ambas.

Um aluno é selecionado ao acaso, nesta Universidade. Qual é a probabilidade de que:

a) Ele seja reprovado em Matemática, sabendo-se que foi reprovado em Estatística.
b) Ele não seja reprovado em Estatística, sabendo-se que foi reprovado em Matemática.

[20] Atividade retirada do livro “Estatística Básica – Probabilidade” de Luiz Gonzaga Morettin.
[21] Atividade retirada do livro “Probabilidade – Um Curso Introdutório” de Carlos A. B. Dantas.
[22] Atividade retirada do livro “Estatística” de Ermes, Elio, Valter e Afrânio.

Objetivos:

- Trabalhar o conceito de Probabilidade Condicional;
- Identificar, durante a resolução de problemas, a probabilidade de um evento condicionada à ocorrência de outro evento.

Problema 8: Os conteúdos de 20 caixas de leite Longa Vida apresentaram as seguinte medidas, em litros:

0,96	1,00	1,02	0,96	0,98
0,98	1,02	1,02	1,00	0,98
1,00	1,04	0,96	0,98	1,00
0,98	1,00	1,02	0,96	0,98

a) Organize esses dados em uma tabela de distribuição de frequência, com classe unitárias.
b) Construa o gráfico de linha relativo a esses dados.
c) Construa o gráfico de barras horizontais relativo a esses dados.
d) Construa o gráfico de setores relativo a esses dados.

Objetivos:

- Construir uma distribuição de frequência para dados agrupados sem intervalo de classe;
- Representar através de tabelas e gráficos quaisquer características de interesse de uma pesquisa.

Problema 9[23]: Segundo o IBGE, a produção de leite, em 1.000 litros, entre 1998 e 2009 assumiu os valores 870.810, 906.540, 1.003.098, 1.076.084, 1.192.690, 1.332.277, 1.486.662, 1.555.622, 1.709.812, 1.865.568, 2.125.856, 2.237.800. Construa uma série temporal desses valores e um polígono de frequência correspondente.

Objetivos:

- Envolver conteúdos séries e gráficos estatísticos;
- Avaliar os conhecimentos prévios dos participantes durante a resolução do problema.

[23] Atividade retirada do livro “Estatística e Probabilidade” de Claudio Loesch.

Problema 10: As áreas construídas, medidas em metros quadrados, de vinte residenciais de certa região são:

250	280	330	402	385
302	290	270	310	304
407	380	295	283	402
390	300	283	250	265

Construa uma tabela de distribuição de frequência dessa amostra com seis classes de mesma amplitude e o respectivo histograma.

Objetivos:

- Organizar o conjunto de dados em variáveis contínuas;
- Construir uma distribuição de frequência e identificar os tipos de representações gráficas para dados agrupados com intervalo de classe;
- Construir e analisar a utilidade do histograma.

Problema 11[24]: Os salários pagos a oito funcionários de uma empresa são: R$ 500,00; R$ 600,00; R$ 600,00; R$ 600,00; R$ 800,00; R$ 810,00; R$ 810,00 e R$ 9.000,00. Qual seria o salário mais provável de um funcionário que viesse a ocupar o cargo de um dos funcionários dessa empresa, se um dos cargos ficasse vago?

Objetivos:

- Introduzir os conceitos de medidas de posição para dados não agrupados;
- Analisar a utilidade e a limitação de cada uma das três medidas de tendência central (média, moda e mediana).

Problema 12[25]: Uma empresa de aviação observou em seus registros recentes, o tempo de mão de obra gasto na revisão completa de um motor de jato. O seguinte quadro foi obtido:

Classes	**Tempo médio de mão de obra (horas)**	**Número de motores**
1	0 ⊢--- 4	1
2	4 ⊢--- 8	5
3	8 ⊢--- 12	10
4	12 ⊢--- 16	12
5	16 ⊢--- 20	4
Total		

[24] Atividade retirada do livro “Resolução de Problemas – Teoria e Prática” de Andresa Justulin e Fabiane Noguti.

[25] Atividade retirada do livro “Estatística” de Ermes, Elio, Valter e Afrânio.

a) Determine o número médio de horas de mão de obra necessários para a revisão de cada motor.
b) Com base nesta informação, qual deve ser o tempo total de mão de obra para a revisão de dez motores que aguardam revisão?
c) Se a empresa dispõe no momento de dois homens trabalhando 12 horas por dia nestas revisões consegue provavelmente revisar estes dez motores em quatro dias?

Objetivos:

- Aprofundar, na resolução do problema, os conceitos de medidas de posição;
- Envolver os conteúdos de variável discreta e variável contínua, em especial a média.

Problema 13[26]: Uma empresa estabelece o salário de seus vendedores com base na produtividade. Desta forma, 10% é fixo e 90% são comissões sobre venda. Uma amostra de salários mensais nesta empresa revelou o quadro abaixo. Se a empresa decidir, a nível de incentivo, fornecer uma cesta básica para 5% dos vendedores que pior desempenho tiveram durante o próximo mês com base nesta amostra, qual será o maior salário que receberá esta cesta básica?

Classe	Salários US$	Número de vendedores
1	70 ⊢--- 120	8
2	120 ⊢--- 170	28
3	170 ⊢--- 220	54
4	220 ⊢--- 270	32
5	270 ⊢--- 320	12
6	320 ⊢--- 370	6
Total		

Objetivos:

- Trabalhar, durante a resolução do problema, os conceitos de medidas separatrizes;
- Analisar a utilidade das medidas separatrizes (quartis, decis e percentis);
- Conhecer o intervalo interqualítico e a representação box-plot.

[26] Atividade retirada do livro "Estatística" de Ermes, Elio, Valter e Afrânio.

Problema 14[27]: Uma pesquisa realizada com uma amostra aleatória de 105 residências de famílias de classe média revelou a seguinte distribuição do consumo mensal de energia elétrica:

Distribuição do consumo mensal de energia elétrica

Consumo em kWh	**Residências**
50 ⊢--- 100	10
100 ⊢--- 150	15
150 ⊢--- 200	18
200 ⊢--- 250	35
250 ⊢--- 300	16
300 ⊢--- 350	11
Total	105

Obtenha: o quartil inferior; o terceiro quartil; o vigésimo percentil; e a medida que cobre 80% dos dados.

Objetivo:

- Trabalhar, durante a resolução do problema, os conteúdos de medidas separatrizes e curtose.

Problema 15[28]: Em uma empresa, o salário médio dos homens é de R$ 4.000,00, com desvio-padrão de R$ 1.500,00, e o das mulheres é de R$ 3.000,00, com desvio-padrão de R$ 1.200,00. Qual desses salários apresenta maior dispersão? Como você chegou nessa conclusão?

Objetivo:

- Envolver conteúdos de medidas de dispersão ou variabilidade;
- Trabalhar, durante a resolução de problema, a formalização dos conceitos de amplitude total, desvio médio, variância, desvio padrão e coeficiente de variação.

Os procedimentos P7: "A aplicação do roteiro de atividades" e P8: "Conclusões" encontram-se detalhados no próximo capítulo em que apresentamos o terceiro bloco do esboço de Romberg. Esse bloco é destinado a descrever as ações da pesquisa e, através das informações coletadas, busca-se responder a pergunta da pesquisa.

[27] Atividade retirada do livro "Estatística e Probabilidade" de Claudio Loesch.
[28] Atividade retirada do livro "Curso de Estatística" de Jairon Fonseca e Gilberto Martins.

8 TERCEIRO BLOCO DE ROMBERG – A APLICAÇÃO DO PROJETO EM SALA DE AULA

Neste capítulo, relatamos a aplicação do projeto seguindo o esboço das atividades 5 e 6 de Romberg a partir do nosso Modelo Modificado. A aplicação de um projeto é uma ação bastante diferente da sua criação. Muitas novidades e surpresas surgem quando a aplicação se estabelece. Tal como foi referido no capítulo I, esta pesquisa de campo enquadra-se como uma investigação de natureza qualitativa, realizada pela pesquisadora em uma turma do 9º período do curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB.

Inicialmente, não foi fácil a aplicação do projeto, porque era uma coisa nova que iria acontecer, agora seria o ensino da Estatística e Probabilidade através da Resolução de Problemas em toda a aplicação. Dessa forma, o planejamento foi fundamental para efetuar esse trabalho com qualidade, visto que, dentro dos nossos planos, além de trabalhar com uma metodologia alternativa de ensino, deveríamos acompanhar a dupla, trabalhando cooperativamente. Assim acreditávamos que, se conseguíssemos motivar as alunas e se elas se interessassem pela dinâmica que seria empregada na sala de aula, pelo menos um trabalho razoável poderia ser conseguido. Além disso, o fato das alunas serem bastante participativas durante todos os encontros da pesquisa de campo favoreceu bastante o nosso trabalho.

Dessa forma, relatamos como se deu a aplicação do projeto, analisando e interpretando o que ficou evidente, com o propósito de responder à nossa pergunta: Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?

Durante a coleta de dados a professora assumiu o papel de observadora participante, atuando como pesquisadora-professora. Sendo assim, para que a observação seja confiável é preciso que haja planejamento, como já foi dito anteriormente, sobre o que se quer buscar e a forma como se deve fazer suas observações. O pesquisador deve fazer suas anotações de uma forma organizada, permitindo sua análise a posteriori.

Na aplicação do projeto criado, os procedimentos metodológicos utilizados tiveram como recursos: gravações, observações, algumas filmagens das aulas, questionários aplicados aos alunos, registros dos alunos (material escrito por elas, seja na lousa ou no papel) e diário de campo. Portanto, as evidências coletadas a serem analisadas se constituíram de falas das alunas e professora ocorridas em sala de aula, a partir de problemas resolvidos pelas alunas e que puderam ser descritos ou, até mesmo, usando a imagem do registro das alunas, quando necessário. Também serão apresentadas algumas reflexões das alunas contidas nos questionários por elas respondidos. Nesse sentido, segundo Romberg (1999), o pesquisador tem inteira liberdade na escolha da forma em que se dará sua coleta. Sendo assim, optamos, para essa coleta, fazer uma análise da aplicação do projeto criado para o componente curricular "Estatística e Probabilidade".

8.1 COLETAR EVIDÊNCIAS E INTERPRETÁ-LAS

Fizeram parte da aplicação desse projeto, os alunos de uma turma do 9º período, do turno noturno, do curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB Campus VI, situado em Monteiro – PB. A turma, em sua minoria, era constituída por duas alunas matriculadas. As alunas participantes estão em uma faixa etária entre 20 e 30 anos, e ambas já deviam ter cursado a disciplina Estatística e Probabilidade, sendo que, uma delas não cursou devido ao choque de horário e a outra por problemas de saúde. Em nível de conhecimento, podemos dizer que era uma turma com nível médio. Apesar de suas dificuldades e limitações no que se refere ao conhecimento matemático, sobretudo em Tratamento de Informação, trazido desde o Ensino Básico, a turma se mostrou bastante participativa durante os encontros e as alunas interagiam muito bem. A partir desse momento as alunas envolvidas[29] em nossa pesquisa serão citadas durante todo o trabalho por aluna A e aluna B.

A pesquisa de campo se enquadra em uma investigação de natureza qualitativa, deste modo, entende-se que o relato dos encontros e a análise dos dados é parte fundamental da pesquisa, onde a pesquisadora-professora compartilha os momentos vivenciados em 13 encontros que ocorreram numa sala de aula nas dependências da universidade, no período de 7 de julho a 26 de agosto de 2016, duas vezes por semana, com 2h/aula cada encontro. Devido a feriados ou eventos na instituição, não tiveram dois encontros. Então, repusemos em um dia da semana esses dois encontros, no horário livre que elas tinham.

É claro que, dentre os 13 encontros realizados com os sujeitos dessa pesquisa, muitas informações foram coletadas. Cabe agora ao pesquisador, como expõe Romberg (1999), tentar encontrar, dentre todas essas informações, aquelas mais importantes que possam vir a responder à nossa pergunta da pesquisa. É preciso que o pesquisador coloque toda sua habilidade, toda sua arte, nesse momento, pois parte dessas informações são relevantes, partes são irrelevantes ou até mesmo não compreensíveis.

[29]Visando a proteção das participantes.

Relembrando, que na criação desse projeto, deixou-se claro que o componente curricular tinha por objetivo conscientizar os licenciandos de que, para ser um professor eficiente de Matemática, não bastava ter o conhecimento matemático, mas também, o conhecimento estatístico e probabilístico, ou seja, ter conhecimento de formas, de métodos de como trabalhar com o aluno a fim de que o mesmo obtivesse a aprendizagem.

Na tentativa de alcançar esse objetivo, a seguir descrevemos cada encontro realizado durante o componente curricular mencionado, destacando o que ficou evidente para nós, no que se refere à sua formação inicial.

8.2 A APLICAÇÃO DO PROJETO EM SALA DE AULA E SUA ANÁLISE

ENCONTRO I: A apresentação do componente curricular Estatística e Probabilidade e o Termo de Compromisso para o desenvolvimento do projeto

O primeiro encontro ocorreu no dia 07 de julho de 2016, na sala B3, do CCHE da UEPB, na Cidade de Monteiro. Naquele dia, estavam presentes a pesquisadora e as duas alunas matriculadas no componente curricular Estatística e Probabilidade, do curso de Licenciatura Plena em Matemática. Após a apresentação, conversamos sobre: os conteúdos a serem trabalhados na disciplina, qual seria a dinâmica dos encontros, e sobre o termo de compromisso para o bom andamento do projeto. Pareceu-nos que as duas alunas haviam aceitado bem a proposta de se trabalhar em dupla, visando a construir-se um ambiente adequado ao processo de ensino de estatística e probabilidade através da resolução de problemas.

Uma das alunas perguntou: - *Qual o tempo da aplicação do projeto?*

A pesquisadora respondeu que, o projeto seria realizado na primeira unidade do Componente Curricular "Estatística e Probabilidade", sendo o período letivo composto por duas unidades, e que os conteúdos trabalhados seriam Noções de Probabilidade e Estatística Descritiva.

Também explicou-se para as alunas-participantes que sempre ao final de cada encontro elas teriam que entregar os problemas que foram propostos nas aulas e que as suas resoluções seriam recolhidas para tirar cópias, mas que seriam devolvidas no encontro seguinte. Também falou-se das tarefas que seriam entregues ao fim de cada encontro e que deveriam ser feitas e entregues no início do encontro seguinte.

Após a apresentação da ementa do componente curricular, que consta na página 150, fizemos a leitura da nossa carta de apresentação que está no Anexo A. Também apresentamos o projeto a ser desenvolvido com elas, que seria feito de forma diferenciada, contribuindo com a formação inicial delas no sentido de ser um bom professor de Matemática. Afinal, o intuito era o de formar futuras professoras de Matemática em um trabalho apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avalição de Matemática através da Resolução de Problemas. As alunas acharam interessante, pois até então, não tinham muito conhecimento de como seria ensinado a Estatística através de problemas, estavam curiosas! Além disso, ficaram interessadas em conhecer mais sobre a metodologia. Nesse momento, a pesquisadora falou do convite que foi feito a um educador que iria apresentar sobre a metodologia no próximo encontro.

Já para executar o projeto, a pesquisadora teve um diálogo com as alunas esclarecendo alguns pontos de como seria o trabalho durante o semestre, destacando a importância da Estatística em suas vidas e citando algumas situações rotineiras em que elas a utilizam.

Naquela noite, foi entregue o termo de compromisso elaborado, que encontra-se no Anexo C. O termo de compromisso seria utilizado para o desenvolvimento do projeto em sala de aula. Esse documento foi discutido pela pesquisadora-professora e alunas, havendo o compromisso de que as alunas poderiam vir a trabalhar em dupla e que as mesmas seriam avaliadas individualmente e essa avaliação seria feita continuamente de acordo com a frequência, o trabalho de grupo, a participação, as tarefas e uma avaliação escrita (prova individual) requerida por lei e pela instituição. Também, nesse documento, foram apresentados direitos e deveres da pesquisadora-professora e das alunas. Durante o diálogo com a turma procurei deixar bem claro que esta forma de trabalhar teria muitas vantagens, mas havia algumas regras a serem cumpridas e haveria a socialização do conhecimento em busca de atitudes compatíveis com a cidadania.

Por fim, cientes dessas normas do Termo de Compromisso e de pleno acordo com todas as condições estabelecidas, as alunas-participantes assinaram o documento.

ENCONTRO II: A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

O segundo encontro ocorreu no dia 08 de julho de 2016, na sala do laboratório de Matemática. Essa mudança de sala ocorreu porque uma das alunas estava gestante e não podia subir as escadas. Então, a partir desse encontro, todas as aulas foram no laboratório que fica no térreo da Universidade.

Nesse encontro, contamos com a presença do professor Dr. Roger Huanca do PPGECEM da UEPB, que contribuiu bastante para o desenvolvimento do projeto. O Professor

Roger preparou e apresentou, com muito entusiasmo uma palestra sobre "A Resolução de Problemas contribuindo para o trabalho dos Professores de Matemática em sala de Aula". Em um primeiro momento, falou dos Padrões de Conteúdo que respondem à questão "O que ensinar?", e em seguida sobre os Padrões de Procedimento que respondem à questão "Como ensinar?". Depois disso, fez um breve comentário sobre um dos conteúdos "Análise de Dados e Probabilidade", e sobre um dos procedimentos a "Resolução de Problemas".

O palestrante, apresentou duas correntes das Orientações Curriculares para a Matemática Escolar – Brasil (2006) sobre questões metodológicas de como implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina e alguém que aprende.

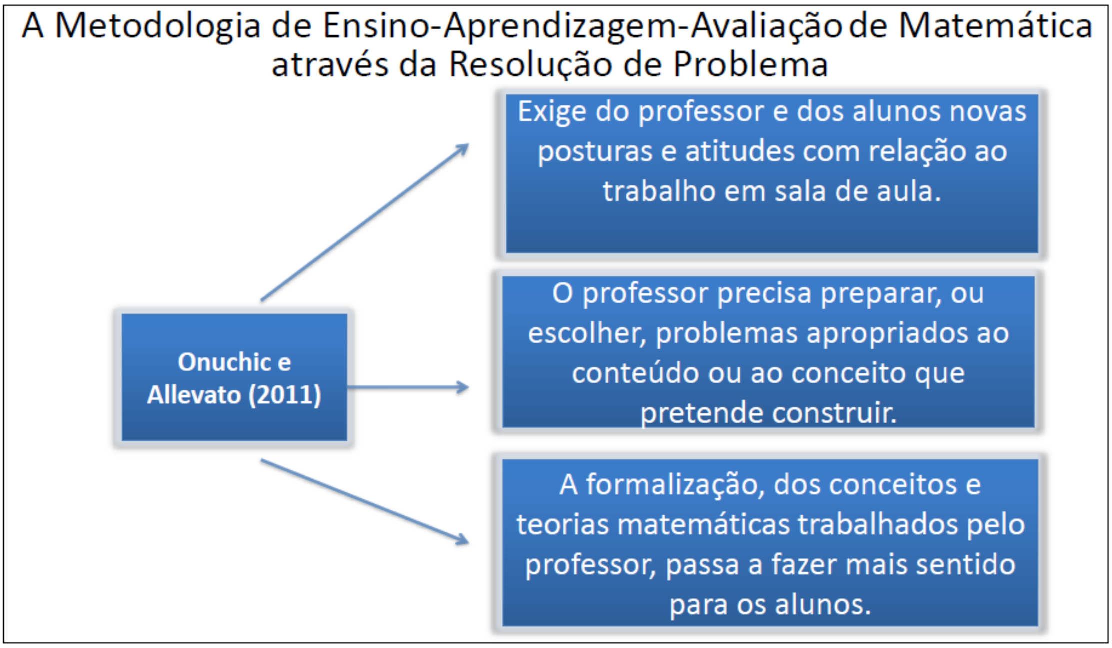
A primeira corrente, sobre o processo de ensino e de aprendizagem, historicamente é a mais presente nas nossas salas de aula de matemática e identifica o ensino como transmissão de conhecimento e aprendizagem como mera recepção de conteúdo: 'definição → exemplos → exercícios', ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como 'exercícios de fixação'.

Já numa segunda corrente, tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de um problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo de ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento.

Na fala de sua palestra, o professor Roger também destacou a importância de se ensinar através da Resolução de Problemas da seguinte forma: o professor encoraja e orienta o processo de aprendizagem, o aluno é agente na construção do seu próprio conhecimento e a comunicação se dá em todas as direções na sala de aula.

O professor apresenta em um slide (figura 10) a metodologia, que será utilizada durante os encontros, mostrando o papel do professor ao fazer uso dessa metodologia em sala de aula.

Figura 10: Um dos Slides da Palestra



Fonte: Palestra do Professor Roger Huanca, apresentada no dia 08 de Julho.

Em seguida, o Professor Roger chamou o "X da Questão" para falar – como ensinar matemática através da resolução de problemas, sem ensinar a resolver problemas? Ele disse que, não há dúvidas de que ensinar com problemas é difícil! As tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas para cada aula ministrada, levando em consideração a compreensão dos alunos e as necessidades do currículo e por outro lado o professor afirma que quem trabalha com essa metodologia não quer voltar mais para o método tradicional.

Finalizando a primeira parte da palestra, o professor Roger que trabalha com a metodologia Resolução de Problemas, já durante alguns anos, fala sobre o roteiro por ele utilizado em sala de aula. A seguir, transcrevo na íntegra essa parte quando ele se refere a um roteiro como dinâmica de trabalho:

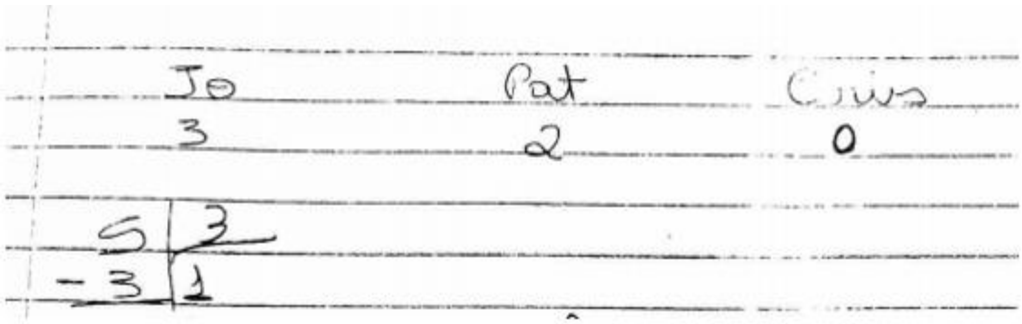
- Planejamento das aulas, onde sempre estou selecionando problemas de modo que os alunos aprendam aquele conteúdo que será tratado em um ambiente de Resolução de Problemas, onde preparo as minhas aulas de forma condizente com a nova matemática que deve ser construída pelo aluno, com o "professor atuando como um veículo condutor";
- O problema se apresenta no fim do capítulo na abordagem tradicional de ensino e especialmente nas minhas aulas, o problema é ponto de partida;

- A leitura do enunciado do problema é feita pelos alunos, individualmente ou em grupos e, se necessário, com a minha intervenção;
- Nas minhas aulas, os alunos em grupos, ao interpretarem o que leram, matematizam o problema, passando da linguagem vernácula para a linguagem matemática, uma vez que, se não entenderem o problema, é claro que não poderão pensar na forma de como resolvê-lo, aqui está a riqueza da metodologia de Resolução de Problemas, quase sempre tiro as dúvidas com problemas secundários;
- Na minha concepção, o processo assumido pela resolução do problema apresenta-se como um passo mais importante do que o produto, aquele o de chegar à solução;
- Enquanto os alunos, em grupos, atravessam essa fase, tento como guia atender suas solicitações sem lhes dar resposta à pergunta feita, procuro assim levantar questões relacionadas a suas dúvidas;
- Após ter entregue as atividades, sempre procuro dar o tempo necessário aos alunos, em grupos, para pensarem e observarem se, de fato, o grupo é cooperativo e coparticipativo;
- Após a recolha das resoluções do problema, numa plenária, um momento muito rico de investigação, com todos os alunos participando, lhes dou a oportunidade de defender suas ideias e esclarecer suas dúvidas. Esse é também um momento onde se exerce a cidadania, um respeitando o outro, ouvindo para também ser ouvido;
- Chegando ao consenso, formalizo o conteúdo construído tentando relacionar sempre que possível, a teoria e a prática através da Resolução de Problemas.

Em um segundo momento da palestra, o Professor Roger mencionou a forma como iria trabalhar o problema dos sanduíches com as alunas e que, a partir das resoluções trabalhadas nesse problema, ele estaria explicando como se ensina um conteúdo através de um problema. Após esse comentário, ele propôs o problema: *Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? e Pat?* Dado o problema, ele deu um tempo e disse para as alunas não se preocuparem com a estratégia a usar. O professor Roger, disse, então, para elas se juntarem. Já que não tinham muitos alunos, então não podiam formar um grupo, por isso elas trabalharam em dupla.

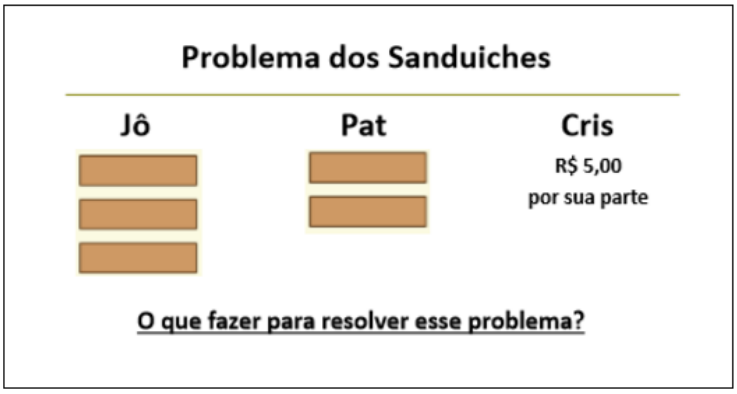
As alunas fizeram a leitura e tiveram um tempo para resolver o problema. O professor convidado e a pesquisadora-professora observaram e analisaram o comportamento da dupla, que não estava conseguindo resolver o problema. Assim, a pesquisadora-professora estimulou a dupla a utilizarem seus conhecimentos prévios. Mas, mesmo assim a dupla não conseguia resolver o problema. A figura abaixo mostra a tentativa da dupla em resolver o problema.

Figura 11 – Resolução do problema dos sanduíches feito pela dupla – encontro II



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Ao receber a resolução dada pelas alunas em relação a esse problema, nosso convidado se colocou como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva das alunas. Assim, ele ainda no PowerPoint, exibiu a representação dos sanduíches e questionou o que fazer para resolver o problema.



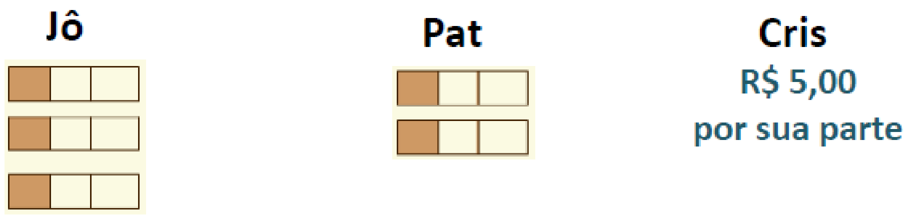
Após um tempo, o Professor Convidado perguntou para as alunas: – *Que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? e Pat?*

A aluna B respondeu: – *Eu acho que Jô recebe três reais, professor.*

O Professor Convidado perguntou: – *Por que?*

A aluna A disse: – *Ah, como Jô levou três sanduíches e Pat dois, então dos cinco reais que Cris ofereceu, Jô receberia três reais e Pat dois reais.*

O Professor Convidado disse: – *vamos então dividir cada sanduíche em três partes iguais e cada menina comerá 1/3 de cada sanduíche.* Como mostra a figura abaixo.



Em seguida ele fez alguns questionamentos: – *Quantas dessas partes Jô ofereceu? Quantas partes Jô comeu? Quantas partes dos sanduíches da Jô foram ofertadas a Cris? Quantas dessas partes Pat ofereceu? Quantas partes Pat comeu? E quantas partes dos sanduíches da Pat foram ofertadas a Cris?*

Usando certos dados das alunas o professor convidado disse: – *Observem que Jô levou 3 sanduíches e cada sanduíche foi dividido em 3 partes, assim Jô ofereceu 9 partes. Já Cris levou 2 sanduíches e cada sanduíche foi dividido em 9 partes, assim Cris ofereceu 6 partes. Como Jô ofereceu 9 partes e Cris 6 partes, ao todo foram 15 partes ou 15/3 sanduíches. Como as três meninas tinham que comer igualmente, Jô comeu 5 partes das 9 partes que ela ofereceu, assim ela ofereceu para Cris 4 partes. Já Pat comeu também 5 partes das 6 partes que ela ofereceu, dessa forma ela ofereceu 1 parte para Cris. Portanto, a resposta seria: Jô receberia 4 reais das 4 partes que ela ofereceu para Cris e Pat receberia 1 real de uma parte que foi ofertada para Cris.*

As alunas ficaram surpresa com a resposta do problema. A resolução desse problema, por esse caminho, gerou, dentre outros, os seguintes conteúdos: Fração, operações com frações, proporcionalidade, porcentagem, regra de três simples, entre outros. Assim, é com base nessa metodologia de Resolução de Problemas que pretendo trabalhar a Estatística e Probabilidade nos seguintes encontros.

Após a resolução do problema, o Professor Roger agradeceu o convite e pôs-se à disposição das alunas, e finalizou dizendo: – *Ensinar é uma ação complexa que depende em grande parte das personalidades envolvidas e das condições locais. O ensino é mais uma arte do que uma ciência. Certamente há um longo caminho a trilhar, mas a Resolução de Problemas é, provavelmente, uma tendência sem volta e que tem potencialidades para sustentar boas propostas para a Educação Matemática das pessoas.*

A pesquisadora-professora agradeceu a presença do professor convidado e das alunas-participantes e terminou o encontro com entrega da tarefa a ser entregue no encontro seguinte.

ENCONTRO III: Sobre Noções básicas de Probabilidade e a Probabilidade de um Evento

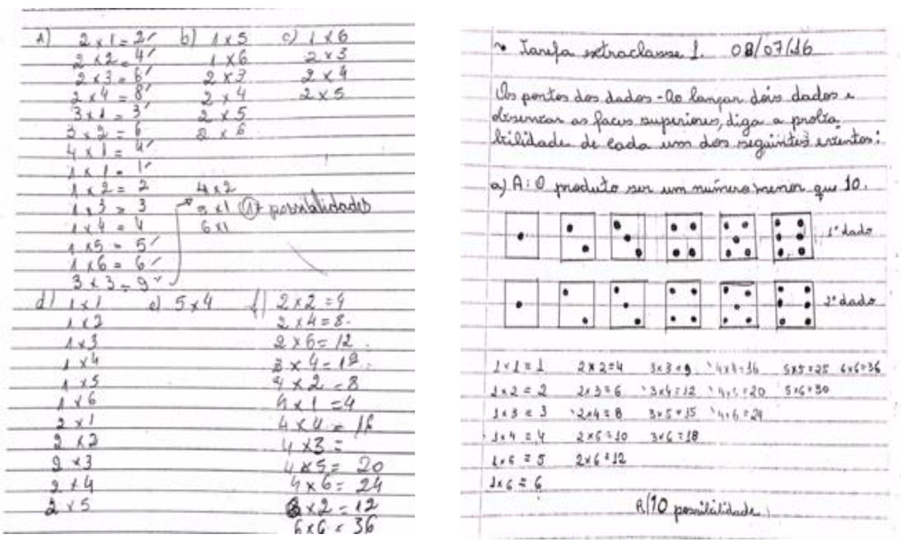
O terceiro encontro ocorreu no dia 21 de julho de 2016 e estiveram presentes neste encontro, a professora-pesquisadora e as duas alunas-participantes. Um dos objetivos deste encontro foi trabalhar os conceitos iniciais da probabilidade e os Espaços amostrais finitos equiprováveis utilizando experimentos probabilísticos, promovendo a discussão e reflexão acerca dos fenômenos de observação.

Mas, como a pesquisadora-professora havia deixado o problema “Os pontos dos dados” como tarefa, as alunas primeiro discutiram e compararam suas respostas.

Problema - Os pontos dos dados: No lançamento de dois dados e na observação do produto dos pontos das faces superiores, diga a probabilidade dos seguintes eventos:
A: o produto ser menor que 10.
B: o produto ser um número de 5 a 12.
C: o produto ser um número entre 5 e 12.
D: o produto ser menor ou igual a 10.
E: o produto ser no máximo 20.
F: o produto ser múltiplo de 4.

As duas alunas entregaram as suas resoluções da tarefa por escrito, como pode ser visto abaixo.

Figura 12: Resoluções da tarefa feita pelas alunas A e B – encontro III



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Pude perceber nessa tarefa que as alunas chegaram a respostas diferentes. A aluna A chegou aos seguintes resultados: O evento A com 17 possibilidades de ocorrências, o evento B com 6, o evento C com 4, o evento D com 11, o evento E com 1 e o evento F com 12.

Já a aluna B chegou aos seguintes resultados: O evento A com 10 possibilidades de ocorrência, o evento B com 8, o evento C com 5, o evento D com 11, o evento E com 17 e o evento F com 6.

A pesquisadora-professora pediu para as alunas explicarem como chegaram a solução do problema. A aluna A, disse que fez anotando para cada questão solicitada no problema apenas as possibilidades correspondentes. Já a aluna B, disse que fez desenhos das 6 faces dos dois dados e foi registrando todas as possibilidades de saída de faces. Porém, com base nos registros da aluna B, pude perceber que ela não repetiu as combinações das faces que mudavam apenas a ordem dos números.

Após ter analisado as situações descritas, foi dado um tempo para que as alunas A e B verificassem e comparassem suas respostas. A dupla percebeu que não estavam considerando as repetições e assim foram refazer a contagem das possibilidades. Após esse tempo, a aluna B, foi escolhida pela dupla para poder refazer o registro da nova resolução do problema na lousa e chegaram às seguintes respostas: O evento A com 17 possibilidades de ocorrência, o evento B com 15, o evento C com 9, o evento D com 19, o evento E com 30 e o evento F com 15.

Ao receber essas soluções, a pesquisadora-professora aceitou como certas, mas falou que o problema pedia probabilidade e não possibilidades como as alunas chamaram. Na verdade, com os seus conhecimentos prévios, as alunas construíram o espaço amostral e os eventos sem saber do que se tratava.

Ainda, a pesquisadora-professora pediu para aluna B ir na lousa terminar o cálculo das probabilidades dos eventos. A aluna A também participou e ajudou nos cálculos. Então, chegaram a este resultado:

a) $\frac{17}{36} \cong 0{,}472 \cong 47\%$ é probabilidade de ocorrência do evento A;

b) $\frac{15}{36} \cong 0{,}416 \cong 42\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento B;

c) $\frac{9}{36} = 0{,}25 = 25\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento C;

d) $\frac{19}{36} \cong 0{,}527 \cong 53\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento D;

e) $\frac{30}{36} \cong 0{,}83 \cong 83\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento E; e por fim

f) $\frac{15}{36} \cong 0{,}416 \cong 42\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento F.

No segundo momento desse encontro, a pesquisadora-professora propôs o “Problema do jogo das bolinhas” para dupla, visando à construção de conceitos probabilísticos como espaço amostral e eventos relativos à probabilidade. Esse problema envolvia o espírito do trabalho em equipe.

Problema 1

Problema do jogo das bolinhas - Mônica e Bruno têm uma caixa que contém somente duas bolinhas azuis e uma vermelha. Mônica sugere um jogo. Sem olhar, ela tirará duas bolinhas de dentro da caixa. Se ambas forem da mesma cor ela ganha um ponto. Bruno, na sua vez, também tira duas bolinhas. Se elas forem de cores diferentes ele ganha um ponto. O primeiro jogador que obtiver 10 pontos ganha o jogo.
Este jogo é justo? Se não, como se poderiam adicionar bolinhas à caixa para torná-lo justo?

As duas alunas juntas, ou seja, em dupla, empenharam-se na resolução desse problema, sendo que cada uma delas procurou resolvê-lo da sua maneira, e depois, buscaram uma resolução consensual da dupla.

As alunas primeiramente fizeram a leitura individual e depois foi feito a leitura coletiva, onde a pesquisadora-professora precisou auxiliar, pois uma das alunas apresentou uma dúvida. A aluna B perguntou: – *Se só tem duas bolinhas azuis e uma vermelha, como é que Mônica vai tirar duas bolinhas e Bruno vai tirar duas bolinhas se só tem três bolinhas na caixa?*

Então a pesquisadora-professora tentou esclarecer a dúvida dizendo que: – *Existem vários procedimentos de amostragem. Mas existem dois critérios com reposição e sem reposição. No caso desse problema vocês vão tirar as duas bolas de uma vez, anotar as cores dessas duas bolas e colocar de novo na caixa. Mas é importante lembrar que na extração com reposição as diversas retiradas serão independentes, mas no processo sem reposição haverá dependência entre as bolas retiradas, isto é, o fato de não colocar de volta a bola retirada vai afetar a probabilidade do elemento seguinte ser retirado.*

Assim, após sanadas as dúvidas com relação ao problema, foi dado o tempo necessário para a dupla resolver o problema. Então, a pesquisadora-professora perguntou se a dupla já havia terminado de resolver o problema. Elas disseram que sim, então a pesquisadora-professora perguntou novamente: – *O jogo é justo ou não?* A dupla respondeu que não.

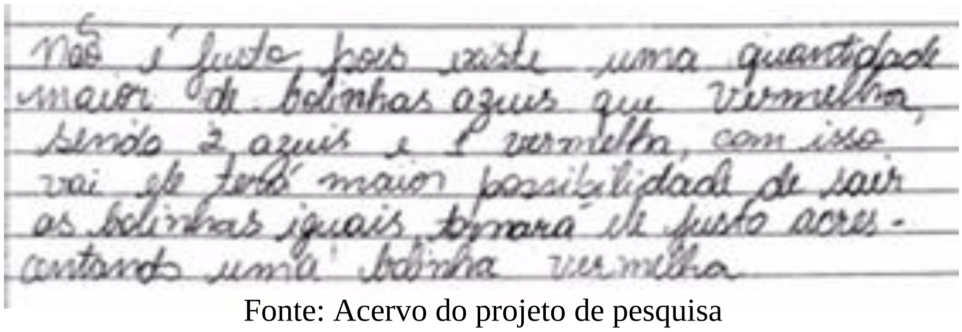
Pesquisadora-professora: – *Porque o jogo não é justo? Para vocês o que é um jogo justo?*

Aluna B disse que: – *O jogo deveria ter a mesma quantidade de bolinhas azuis e vermelhas, para ter 50%. No caso, a gente colocou a possibilidade de 100%, assim 50% de cair bolinhas iguais. Assim, que tivesse a mesma quantidade. Algo justo é que tem a mesma possibilidade para um e para outro.*

Professora-pesquisadora: – *Um jogo justo é aquele cuja probabilidade é igual para ambos, com mesma chance para cada jogador pontuar, vocês concordam?!*

Assim a pesquisadora-professora pediu que essa resposta fosse entregue por escrito, ver abaixo:

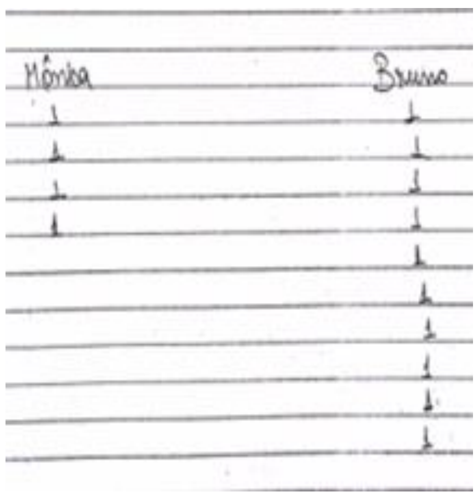
Figura 13: Resolução do problema 1 feito pela dupla – encontro III


Não é justo pois existe uma quantidade
maior de bolinhas azuis que vermelha,
sendo 2 azuis e 1 vermelha, com isso
vai ele terá maior possibilidade de sair
as bolinhas iguais, tornará ele justo acres-
centando uma bolinha vermelha

Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Para ter certeza de que o jogo era injusto, a pesquisadora-professora solicitou que a dupla realizasse um experimento probabilístico. A pesquisadora-professora entregou-lhes uma caixa com três bolinhas, sendo duas azuis e uma vermelha, para que elas pudessem resolver o problema manipulando o material. Também foi pedido para elas registrarem os resultados do experimento.

Figura 14: Resultados do 1º experimento do problema 1 feito pela dupla – encontro III



Mônica	Bruno
1	1
1	1
1	1
1	1
	1
	1
	1
	1
	1
	1

Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A dupla realizou o experimento com as bolas (retirando as bolas sem olhar) e anotaram as jogadas (pontuações de Bruno e Mônica) até obter 10 pontos e assim verificaram a probabilidade de cada jogador pontuar, como mostra a figura acima.

A pesquisadora-professora perguntou: – *O que é um problema? A atividade que vocês estão realizando é um problema?*

A aluna B disse que: – *Problema é algo que dá dor de cabeça ... é algo que a gente fica "matutando", será que é isso? será que é aquilo? e tem várias possibilidades de resolver para ver qual é o que vai dar certo.*

Nesse momento da discussão, a pesquisadora-professora apresentou-lhes uma citação sobre o que é um problema, que dizia "Problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em resolver" (ONUCHIC, 1999, p. 215).

Dando-lhes tempo para que pudessem interpretar e já com o experimento realizado, a pesquisadora-professora volta a perguntar para a dupla.

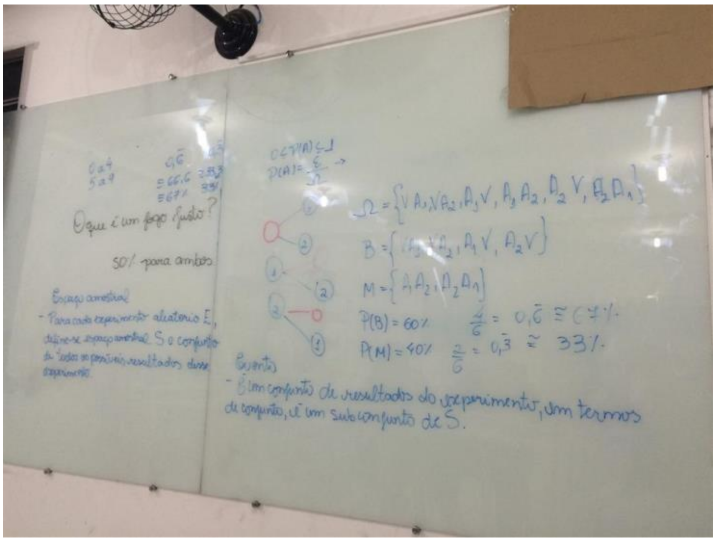
Pesquisadora-professora: – *E agora, depois do experimento, o jogo é justo?*

Aluna B: – *Pela forma que a gente estava pensando que quem ia ganhar era Mônica, porque tinha maior quantidade de cor igual de bolinhas azuis ... a gente achava que era Mônica que ia ganhar e quem ganhou foi Bruno com bolinhas diferentes.* A aluna A interviu nesse momento.

Aluna A: – *Mônica com duas bolinhas iguais e Bruno com duas bolinhas diferentes, então a probabilidade de ganhar é de Bruno, porque ele tem uma bolinha vermelha com duas bolinhas azuis. Ele vai poder fazer pares com as duas bolinhas de Mônica ... ele vai ter duas possibilidades.*

A dupla disse que o jogo continuava sendo injusto. Nesse momento a aluna B disse: – *É injusto, mas diferente da forma que nós estávamos pensando. Porque ele tem duas probabilidades a mais e Mônica só tem uma probabilidade de tirar. E nós pensávamos o contrário.*

Nesse momento, uma delas apresentou na lousa a solução do problema.



Observando a solução apresentada por elas na lousa, chamamos M o evento de Mônica marcar ponto e B o evento de Bruno marcar ponto. Para saber os eventos e também as probabilidades que cada um vença, primeiro foi construído um espaço amostral com todas as possibilidades de ocorrência de saídas das bolas. Assim chamamos a bola vermelha de V e as bolas azuis de A_1 e A_2.

Nesse momento, a pesquisadora-professora chamou a atenção das alunas sobre os conceitos inicias da probabilidade. Para isso, deveriam conhecer o espaço amostral, que associado a um experimento é o conjunto de seus possíveis resultados, denotado por Ω ou S, e os elementos são denominados eventos simples ou pontos amostrais. Então, sempre que o experimento for realizado, iremos supor que ocorrerá apenas um evento simples. Assim, o evento é todo resultado ou subconjunto de resultados de um experimento. Além disso, os eventos são representados por conjuntos unitários, isto é, contendo somente um ponto do espaço amostral. Então, dado um experimento aleatório, admitiremos que todos os elementos de Ω tem a mesma chance de acontecer, ou seja, que Ω é um conjunto equiprovável.

Formalização:

(1) Existem três formas de se definir probabilidade: Clássica, Frequentista e Subjetiva (Personalista).

(2) Seja ε um experimento probabilístico de espaço amostral Ω, a P(A) = $\frac{\varepsilon}{\Omega}$. Um evento A é um subconjunto de Ω (A ⊂ Ω). De acordo com essa definição, Ω e ∅ são também eventos, sendo ∅ denominado evento impossível. Dois eventos A e B de um mesmo espaço amostral são ditos mutuamente excludentes se não puderem ocorrer juntos, isto é, se sua intersecção é vazia: $A \cap B = \emptyset$.

(3) A Função Probabilidade deve satisfazer as três condições a seguir (axiomas de Kolgomorov):

- $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo A ⊂ Ω;
- P(Ω) = 1;
- Seja $\{A_i\}_{\,i \in I}$ uma família finita ou infinita de eventos, mutuamente excludentes dois a dois (isto é, $A_i \cap A_j = \emptyset$, se i $\neq j$). Então

$$P\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \sum_{i \in I} P(A_i).$$

Feito a formalização de alguns conteúdos pela pesquisadora-professora, então, parte da resposta do problema do jogo das bolinhas foi: A probabilidade de Mônica marcar ponto é

$\mathrm{P(M)} = \frac{1}{3} \rightarrow \mathrm{P(M)} \cong 0{,}33 \rightarrow \mathrm{P(M)} \cong 33\%$, e a probabilidade de Bruno marcar ponto é $\mathrm{P(B)} = \frac{2}{3} \rightarrow \mathrm{P(B)} \cong 0{,}67 \rightarrow \mathrm{P(B)} \cong 67\%$. Logo, o jogo não foi justo, pois a probabilidade de sair duas bolas da mesma cor é menor que a probabilidade de sair duas bolas com cores diferentes.

Visto que as alunas não conseguiram responder a pergunta como se poderiam adicionar bolinhas na caixa para tornar o jogo justo, ficou como tarefa para o próximo encontro. Como o encontro já estava no fim, a professora também deixou como tarefa um texto para ser lido e para ser discutido no próximo encontro.

ENCONTRO IV: Sobre manipulação de materiais e experimento probabilístico

O quarto encontro ocorreu no dia 22 de julho de 2016. Nesse encontro foi possível continuar discutindo a resolução do "problema do jogo das bolinhas", que se encontra na página 173, proposto como tarefa extraclasse no encontro anterior. A segunda questão do problema não foi feita e pedia que fossem adicionadas bolinhas para tornar o justo o jogo. As alunas entregaram a resolução por escrito.

Antes de iniciar as atividades, nesse encontro tivemos uma discussão sobre a tarefa e as alunas foram na lousa para defender aquilo que tinham respondido ou dado por solução ao problema, elas ainda estavam pensando se o jogo não fosse justo como poderiam adicionar bolinhas a caixa para torná-lo justo, claro que a ideia delas era tudo abstrato.

Como este encontro tinha por finalidade fazer com que as alunas, futuras professoras, compreendessem a importância da experimentação probabilística para sua formação, a pesquisadora-professora começou a argumentar perguntando-lhes o que entendiam por experimentação probabilística. Resposta como: *eventos para fazer experiências e obter resultados ... solucionar problemas ...*

Em meio a essa indagação, a pesquisadora-professora entregou o material contendo uma caixa com bolinhas de duas cores diferentes.

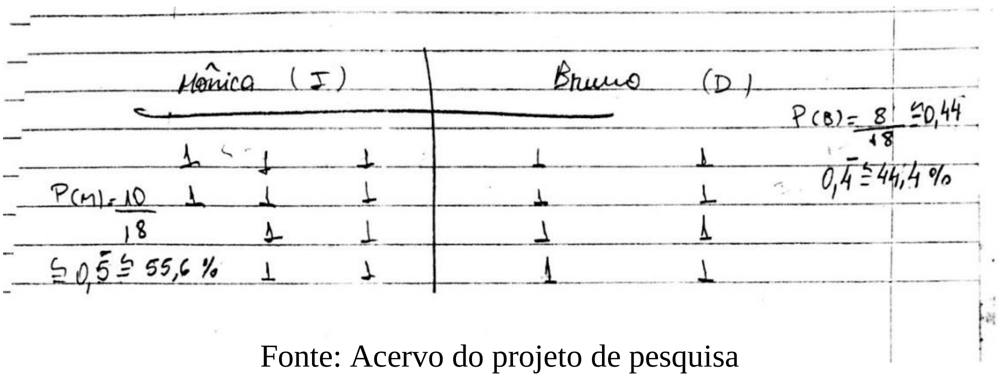
Os objetivos desta experimentação foram: manipular o material para poder testar as possibilidades de cada jogador pontuar e para o jogo ser justo; construir o espaço amostral e os eventos; e diferenciar os tipos de probabilidade. É possível partir do concreto para então depois chegar à abstração. O material concreto é importante porque ele facilita a observação e análise; desenvolve o raciocínio lógico, crítico e probabilístico e auxilia o aluno na construção do seu conhecimento.

Já de posse do material, a pesquisadora-professora perguntou para as alunas que cor de bolinha elas poderiam adicionar a caixa para que o jogo seja justo. Elas responderam de imediato que era colocando a bolinha de cor vermelha que o jogo ficaria justo. Claro que a primeira vista parece justo, com 50% de chance para ambos, ou seja, duas bolinhas de cor vermelha e duas bolinhas azuis. Mas, a pesquisadora-professora lhes desafiou, e se vocês colocassem uma bolinha de cor azul? Seria justo? A aluna B respondeu de imediato dizendo que, “professora aí não vai ser justo, está na cara que o jogo desse jeito vai ser injusto porque tem três bolinhas de cor azul e uma vermelha”. Então, nesse momento propus que fizessem a experimentação probabilística.

Tendo em mãos o material necessário, que era a caixa com as 3 bolinhas azuis e 1 vermelha, as alunas realizaram o experimento. Elas colocavam a mão na caixa e retiravam duas a duas, as bolinhas, sem olhar. Depois colocavam de volta e novamente faziam o mesmo procedimento.

Ponto a ponto elas foram anotando no papel da seguinte forma: quando saía duas bolas azuis elas marcavam 1 ponto (no lado esquerdo do papel) para Mônica que pontuava com bolas iguais e quando saía uma bola vermelha e uma azul elas anotavam 1 ponto (no lado direito do papel) para Bruno que pontuava com bolas diferentes. Elas começaram retirando as bolas e na primeira retirada saiu 2 bolas diferentes, depois 2 iguais, 2 diferentes, 2 diferentes e assim em diante. As alunas foram se empolgando, porque em muitos momentos “empatava”, e viram que com o experimento elas iam chegar ao resultado, mas para isso era necessário fazer 10 pontos.

Figura 15: Resultado do 2º experimento do problema 1feito pela dupla – encontro IV

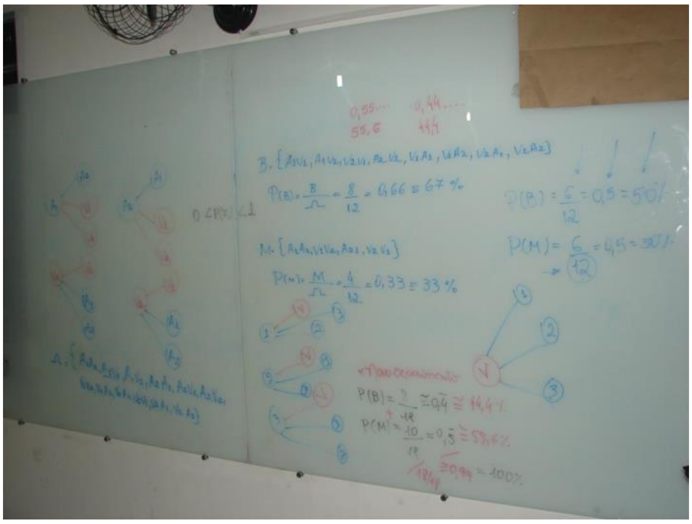


Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Durante o tempo em que ficaram debruçadas na experimentação desse problema, percebeu-se que as alunas trocavam ideias. Como a pesquisadora-professora tinha entregue as folhas de papel almaço para que elas registrassem os pontos, as alunas anotaram todas as retiradas de bolas nesse experimento como mostra a figura acima.

Percebe-se no registro das alunas, que ao fim do experimento, elas fizeram 18 retiradas, o que corresponde ao número de elementos do espaço amostral. Dessas 18 retiradas, Mônica pontuou em 10, ou seja, seriam as retiradas de bolinhas de cor igual e Bruno em 8, ou seja, seriam as retiradas de bolinhas com cores diferentes. Dessa forma, a dupla ao finalizar o experimento chegou à seguinte conclusão: $\frac{8}{18} = 0,4\overline{4} \cong 44,4\%$ é probabilidade de Bruno marcar pontos e $\frac{10}{18} = 0,5\overline{5} \cong 55,6\%$ é a probabilidade de Mônica pontuar.

A partir desse resultado, naquele momento, a pesquisadora-professora pediu que as alunas falassem do experimento que fizeram e aproveitassem para fazer os registros na lousa, construindo formalmente o espaço amostral, os eventos de Mônica e de Bruno e suas respectivas probabilidades, a fim de comparar com os resultados do experimento.



No trabalho com a resolução desse problema, o foco da aprendizagem deve ser a modelização e o processo, e não somente a resposta que os alunos encontram (HUANCA, 2014). Desse modo, é necessário realizar uma discussão na plenária, com eles, sobre as estratégias que utilizaram, compartilhando suas ideias, possibilitando-lhes tirar conclusões apropriadas quando verificam a experimentação probabilística da resposta encontrada.

Em seguida, a pesquisadora-professora apresentou a resolução do experimento. Tal resolução ficou assim:

As bolas foram chamadas de $V, A_1, A_2\ e\ A_3$ onde V representa a bola vermelha e A_1, A_2 e A_3 representam as bolas azuis. Nesse caso, o espaço amostral passou a ser $\Omega = \{(VA_1), (VA_2), (VA_3), (A_1A_2), (A_1A_3), (A_2A_3)\}$. Logo, o evento M é $\{(A_1A_2), (A_1A_3), (A_2A_3)\}$ e o evento B $= \{(VA_1), (VA_2), (VA_3)\}$. Após o acréscimo da bola azul, a probabilidade de Mônica marcar ponto foi P(M) = $\frac{3}{6} \rightarrow \mathrm{P(M)} = \frac{1}{2} \rightarrow \mathrm{P(M)} = 0{,}5 \rightarrow \mathrm{P(M)} = 50\%$, e a probabilidade de Bruno marcar ponto $\mathrm{P(B)} = \frac{3}{6} \rightarrow \mathrm{P(B)} = \frac{1}{2} \rightarrow \mathrm{P(B)} = 0{,}5 \rightarrow \mathrm{P(B)} = 50\%$. Isto é, como ambos têm a mesma probabilidade de ganhar, o jogo passa a ser justo.

A respeito do resultado do problema, uma das alunas expôs seu questionamento.

> Aluna A: Então porque no nosso experimento não deu esse resultado?
> Pesquisadora-professora: Cada experimento poderá ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições e nós não conhecemos o valor do experimento "a priori", contudo podemos descrever todos os possíveis resultados desse experimento, que chamamos de possibilidades. Dessa forma, quanto maior a quantidade de vezes que esse experimento for repetido, surgirá uma regularidade. Nesse experimento, foram poucas jogadas, se fossem mais, haveria uma estabilidade da fração encontrada. Essa fração encontrada é a Frequência relativa (f_r) cujo resultado é o quociente da frequência absoluta de classe pelo total de observações. O valor encontrado pode ser

representado por frações, números decimais e mais comumente por porcentagem. E esse valor, é um valor aproximado do resultado esperado.

Formalização:

(1) Na probabilidade clássica, o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis são previamente conhecidos. Na probabilidade empírica ou frequentista, os resultados são baseados em dados observados. A frequência de resultados no espaço amostral é estimada a partir de um experimento. A probabilidade empírica de um evento A ocorrer é a frequência relativa desse evento: $P(A) = \frac{\text{frequência do evento A}}{\text{número de vezes em que o experimento foi repetido}} = \frac{f_a}{\sum f_a}$. Quanto à efetiva aferição das probabilidades subjetivas, utiliza-se em geral um padrão, ou seja, uma unidade de incerteza.

(2) Todas as vezes que se estudam fenômenos de observação, cumpre-se distinguir o próprio fenômeno e o modelo matemático (determinístico ou probabilístico) que melhor o explique. Os modelos determinísticos são aqueles em que as condições em que o experimento é realizado determinam o resultado do experimento e os modelos não determinísticos ou probabilístico determinam somente o comportamento probabilístico dos prováveis resultados observados em um experimento aleatório.

(3) Os fenômenos estatísticos, são fenômenos cujo resultado, mesmo em condições normais de experimentação variam de uma observação para outra, dificultando dessa maneira a previsão de um resultado futuro. Para explicar fenômenos aleatórios, adota-se um modelo matemático probabilístico. Neste caso, o modelo utilizado é o cálculo das probabilidades.

(4) A teoria das probabilidades é útil e deve ser aplicada quando lidamos com um fenômeno aleatório. Portanto, o objeto de estudo da teoria das probabilidades são os fenômenos aleatórios. Os experimentos são fenômenos aleatórios que possuem as seguintes características: (a) repetitividade e (b) regularidade.

E assim finalizou-se o encontro, onde deu para perceber que as alunas se envolveram bastante com o material manipulável e fizeram vários experimentos probabilísticos, mas sem explorar toda a estatística e probabilidade que tem por trás desse problema. Depois desse trabalho realizado com material manipulável, foi-lhes entregue, como tarefa um texto “Jogando para Vencer”, de Deborah Rumsey (2016) para ser lido e entregue uma resenha no próximo encontro, além do problema abaixo:

Tarefa extraclasse: “Problema das condições do jogo das bolinhas”

1) Suponha que Mônica e Bruno joguem com duas bolinhas azuis e duas vermelhas. Como se poderiam mudar as condições de marcar ponto para que o jogo fosse justo?
2) Suponha que eles joguem com três bolinhas azuis e duas vermelhas. Qual é a probabilidade de que sejam retiradas duas bolinhas da mesma cor?
3) Suponha, ainda, que haja três bolinhas na caixa: duas azuis e uma vermelha. No entanto, desta vez o método de retiradas é diferente. Um jogador retira uma bolinha, registra a cor e, então, devolve a bolinha à caixa antes de fazer a próxima retirada. Novamente Mônica marca um ponto se retirar duas da mesma cor, e Bruno marca um ponto se retirar duas bolinhas de cores diferentes uma da outra. Qual é a probabilidade de que cada jogador marque ponto? O jogo é justo?
4) Na atividade original, suponha que cada jogador tenha trinta jogadas. Quantas vezes se pode esperar que cada jogador marque ponto? Como se poderia mudar a forma de pontuar para que o jogo ficasse justo?

ENCONTRO V: Jogos, Função de Probabilidade e Eventos Equiprováveis

O quinto encontro ocorreu no dia 28 de julho de 2016. A pesquisadora-professora precisou a partir desse encontro, pedir às alunas que entregassem as tarefas realizadas antes de serem discutidas na plenária, pois percebeu, olhando as tarefas entregues nos dois encontros anteriores, que as alunas estavam entregando a resposta corrigida e discutidas na plenária. Sendo que já havia sido explicado para elas que a resolução sejam certas ou erradas, seria uma das notas destinada às avaliações das tarefas, além dos trabalhos produzidos em sala de aula. Nas plenárias, quando se trabalha com a metodologia de resolução de problemas, serviam para mostrar formas diferentes e até mesmo as erradas. Assim, para que a pesquisadora-professora pudesse ter um material de análise, foi decido, então, que as alunas resolvessem os problemas e entregassem antes do momento da plenária.

Nesse dia, a pesquisadora-professora começou com a tarefa, que trata-se de uma continuação do experimento trabalhado no encontro anterior. A intenção era aprofundar o conhecimento probabilístico das alunas, mas agora sem manipular o material. Devido a algumas dúvidas e dificuldades que ainda tinham em relação a alguns itens dos conceitos básicos da probabilidade, que faltou do encontro anterior, iniciamos a plenária, em que as alunas se mostraram bastante animadas, a pesquisadora-professora solicitou para que resolvessem o problema na lousa. Aproveitando a oportunidade de salientar a utilização do espaço amostral, a importância da probabilidade e quando um jogo é justo. Após a formalização desses conceitos e correção da tarefa extraclasse, foram tiradas algumas dúvidas das alunas que entregaram as suas resoluções por escrito.

Após ter tirado quase todas as dúvidas da tarefa na plenária, deu-se início a discussão do texto “Jogando para Vencer” utilizado como recurso teórico-prático para este encontro, extraído do livro “Estatística para Leigos”, de Deborah Rumsey (publicado recentemente, ainda neste ano de 2016) que havia sido entregue como tarefa extraclasse para leitura. A pesquisadora-professora pediu as alunas que se sentissem à vontade para compartilhar o que mais haviam gostado da leitura realizada.

Elas afirmaram ter conseguido fazer a leitura durante a semana e a aluna B começou dizendo que tinha achado interessante porque o texto mostra a probabilidade nos jogos, não só para ganhar, mas pelo menos para não perder tanto. Além de quais caminhos a seguir nos jogos. Já a aluna A, relatou ter achado o texto bastante interessante e dinâmico. Ela gostou do texto por tratar de assuntos do cotidiano, como caça níqueis, dos jogos em Las Vegas, do nascimento de um filho, entre outros.

Para dar início à sua discussão, a pesquisadora-professora selecionou alguns trechos desse texto, exibiu-os em PowerPoint, procurando destacar a relação que os jogos tem com a probabilidade, primeiro dando um exemplo por meio de uma charge para poder introduzir a discussão sobre probabilidade nos jogos. Essa charge se passava em uma fila de pessoas na lotérica e falava de assuntos como chances, moedas, mega-sena etc., o que favoreceu a introdução do tema “jogos”. Ainda nessa parte inicial da discussão houve uma interação muito grande, onde as alunas citaram exemplos, como o erro do prêmio da última mega da virada.

Nesse texto de Rumsey, Jogando para Vencer, a autora pede para se reconhecer a importância da leitura e como as pessoas devem enxergar os dados estatísticos evitando assim que analisem de forma errônea os dados, além de tabelas e gráficos. Nessa perspectiva, as alunas destacaram alguns trechos do texto que lhes chamou mais atenção:

- Na verdade, Las Vegas não se importará se os estatísticos não realizarem mais sua conferência lá, pois elas não gastaram muito dinheiro nos cassinos da última vez em que estiveram na cidade.
- As duas ferramentas mais importantes para usar em um jogo são: informação sobre suas chances de ganhar e a verdadeira compreensão do que elas significam.
- Algumas das ideias mal entendidas mais comuns sobre a probabilidade: Qualquer situação que tenha apenas dois resultados possíveis é uma situação em que as chances são 1 em 2 (50 % de chance de ganhar, 50% de chance de perder); A sequência de números 1-2-3-4-5-6 nunca irá ser sorteada, pois não é aleatória o suficiente; Comprar 100 bilhetes de loteria, ao invés de um é uma grande ideia, pois 100 bilhetes lhe dão mais chances de ganhar; Se um casal tem três filhas meninas, a chance de que seu próximo filho seja um menino é muito alta; e Quanto mais você jogar nas máquinas caça-níquel, mais chances você tem de ganhar.
- Quatro regras de probabilidade podem ajudar a desfazer um pouco essas ideias mal entendidas:
  - A probabilidade de que certo resultado irá acontecer é a porcentagem de vezes que se espera que o resultado apareça a longo prazo, caso exatamente as mesmas condições estejam sendo repetidas.
  - Qualquer probabilidade é um número entre 0 e 1. Uma probabilidade igual a 0 significa que o resultado nunca será possível. Uma probabilidade igual a 1 significa que o resultado é certo.
  - A soma das probabilidades para todos os resultados possíveis deve ser igual a 1. Isso significa que a probabilidade de um resultado não sair é igual a 1 menos a probabilidade de que o resultado realmente ocorra.
  - A probabilidade de um evento (uma combinação de resultados) é igual à soma das probabilidades dos resultados individuais que compõem o evento (RUMSEY, 2016, p. 132).

As discussões em relação ao terceiro ponto, por exemplo, “Se um casal tem três filhas meninas, a chance de que seu próximo filho seja um menino é muito alta”, este ponto gerou entre as alunas uma dúvida e a pesquisadora-professora disse então que, as pessoas acham que as chances são maiores, mas o texto esclarece que isso não acontece, porque em muitas situações, especialmente em jogos, a sorte não acompanha nem abandona ninguém, pois a cada vez que se joga, tudo volta a zero, e o resultado da última vez não tem nada a ver com o próximo resultado. Ou seja, esses eventos são independentes um do outro. E assim, no caso de um casal, a probabilidade de ter um menino continua a mesma, ou seja, as chances continuam 50%.

Percebemos que as duas alunas haviam realmente estudado o texto e que elas puderam expressar-se sobre as contribuições da leitura desse texto, como também tentavam relacionar com os conteúdos que nós já havíamos trabalhado nos encontros anteriores.

Após a discussão do texto, deu-se início a entrega do problema impresso relativo a este encontro. As alunas formaram a dupla e iniciaram com a resolução do problema. Foi possível apenas trabalhar a primeira parte, sendo que a segunda parte ficou como tarefa extraclasse.

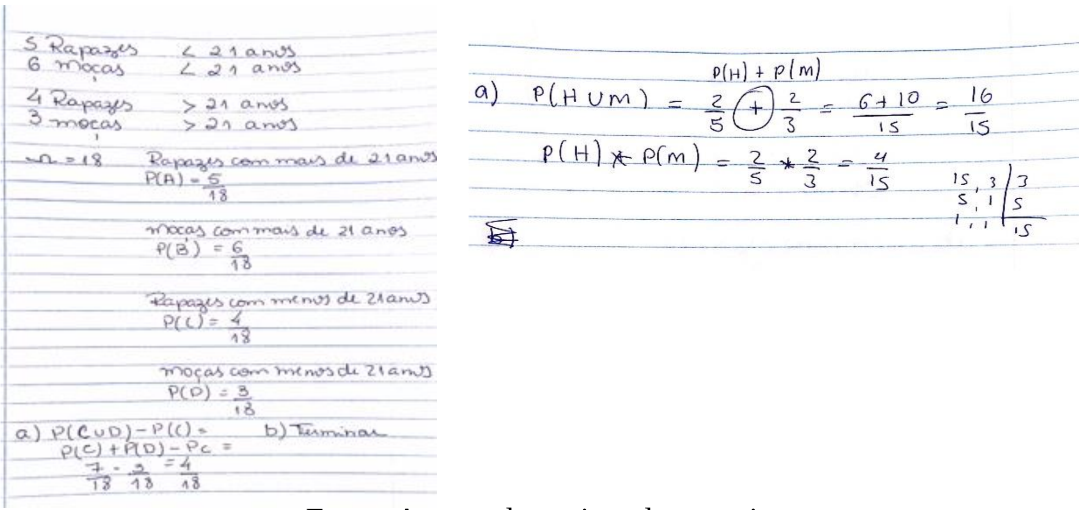
O problema 3 do projeto foi resolvido pelas alunas com certa dificuldade. A resolução foi feita utilizando conceitos de conjuntos, função da probabilidade e eventos equiprováveis.

Problema 3

Problema do grupo de pessoas: O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 rapazes com mais de 21 anos, 4 rapazes com menos de 21 anos, 6 moças com mais de 21 anos e 3 moças com menos de 21 anos. Uma pessoa é escolhida ao acaso.

a) Qual a probabilidade da pessoa escolhida ter menos de 21 anos ou ser uma moça?
b) Qual a probabilidade da pessoa escolhida não ter mais de 21 anos e não ser um rapaz?

Figura 16 – Resoluções da questão “a” do problema 3 feito pelas alunas A e B – encontro V



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A aluna A entregou o problema resolvido, já a aluna B apresenta alguns resultados, mas não mostra na escrita os procedimentos utilizados por ela. Desde o início a pesquisadora-professora sempre salientou que neste projeto envolvendo o Componente Curricular Estatística e Probabilidade, as alunas não devem somente apresentar resultados, mas mostrar como chegaram a esses resultados, justamente é uma das contribuições do processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, pois consideramos que todo o material produzido pelo aluno será avaliado, bem como suas resoluções em dupla. Também pudemos perceber que alguns dos conceitos do Ensino Básico parecem estar mais presentes no raciocínio utilizado pelas alunas, devido ao medo de alguns conceitos de nível Superior.

As alunas não conseguiram chegar ao raciocínio probabilístico. Ficaram presas à Matemática do Ensino Básico e chegaram a afirmar que faltavam dados no problema 3 ou que da forma que estava escrito não haveria solução. Foi necessário que a pesquisadora-professora realizasse a leitura coletiva do problema em voz alta e através de várias perguntas, indicasse que havia uma forma de resolver o problema.

A primeira coisa que elas fizeram foi calcular o total de pessoas do grupo, somando moças e rapazes. Depois a dupla tentou encontrar os eventos. Mas, a maior dúvida das alunas foi na identificação das operações. A aluna A disse que "ou" era união e "e" interseção. Já a aluna B disse exatamente o contrário. Como a pesquisadora-professora percebeu a dúvida das alunas, então sugeriu que começassem definindo primeiro os eventos, como:

A: a pessoa tem mais de 21 anos;

B: a pessoa tem menos de 21 anos;

C: a pessoa é um rapaz;

D: a pessoa é uma moça.

Após a sugestão da pesquisadora-professora as alunas chegaram ao espaço amostral, aos eventos e também já disseram as probabilidades de ocorrência de cada evento. Para identificar se a pessoa tinha mais de 21 anos ou menos de 21 nesses eventos, foi usada as letras das iniciais das palavras rapazes e moças em maiúsculo e minúsculo, por exemplo $5_R\ e\ 4_{r,}$ sendo 5 rapazes com mais de 21 anos e 4 rapazes com menos de 21 anos, respectivamente.

Depois de mais algumas discussões da resolução do problema elas apresentaram suas respostas preliminares na plenária e foram para lousa registrar da seguinte forma:

Temos 18 pessoas na sala, logo $\Omega = \{5_R, 4_{r,} 6_M, 3_m\} \Rightarrow$ p = $\frac{1}{18}$ e os eventos e suas probabilidade de ocorrência assim,

$$\text{A} = \{5_R, 6_M\} \Rightarrow \text{P(A)} = \frac{11}{18}$$

$$\text{B} = \{4_r, 3_m\} \Rightarrow \text{P(B)} = \frac{7}{18}$$

$$\text{C} = \{5_R, 4_r\} \Rightarrow \text{P(C)} = \frac{9}{18}$$

$$\text{D} = \{6_M, 3_m\} \Rightarrow \text{P(D)} = \frac{9}{18}$$

O problema 3 tinha duas questões a serem resolvidas, as alunas chegaram ao resultado $\frac{7}{18}$ que correspondia a probabilidade da pessoa escolhida ter menos de 21 anos.

Visto que a resposta não estava correta, a pesquisadora-professora falou para as alunas que quando fazemos a união de conjunto precisamos levar em consideração que existem elementos que podem estar repetidos nos dois conjuntos. Nesse caso, se fizer apenas a soma, esses elementos ficarão repetidos "2 vezes", ou seja, haverá duplicidade de informações.

Assim, as alunas após a discussão chegaram ao seguinte resultado da letra "a" do problema e pedi para elas registrarem novamente na lousa,

Temos que $B \cap D$ são 3 mulheres. Então, P($B \cap D$) = $\frac{3}{18}$

P(B ∪ D) = P(B) + P(D) − P($B \cap D$)

Logo, P(B ∪ D) = $\frac{7}{18} - \frac{3}{18} = \frac{4}{18}$

É compreensível que exista uma ansiedade nas alunas no que se refere a compreender conceitos probabilísticos e sanar dúvidas, como a aluna B, sempre fazendo perguntas e participando, as vezes dialogando com sua colega, uma das coisas que me chamou atenção também, é que não aceitam responder as perguntas que as façam relembrar de tais conceitos. Elas pedem ajuda a professora no intuito de receber uma resposta pronta ou elas falam, "está certo professora?" Em muitos casos é compreensível que saibam que estão errando, mas não sabem onde estão errando e nem por quê, pois não identificam seus erros, sempre acham que elas estão corretas, como disse a aluna A à pesquisadora-professora, que entendemos que seja pensar com a cabeça de uma futura professora, mas é difícil.

Ainda as alunas persistiam no erro da resolução, não obtendo um resultado correto. Assim, a pesquisadora-professora precisou mediar e chegar a um consenso junto com as alunas. Então, construímos na lousa, agora de forma correta, a probabilidade da pessoa escolhida ter menos de 21 anos ou ser uma moça, da seguinte forma:

P(B ∪ D) = P(B) + P(D) − P($B \cap D$)

Temos que $B \cap D$ = $\{3_m\}$. Então, P($B \cap D$) = $\frac{3}{18}$

Logo, P(B ∪ D) = $\frac{7}{18} + \frac{9}{18} - \frac{3}{18} = \frac{13}{18}$

O planejamento do Componente Curricular Estatística e Probabilidade e sua aplicação em sala de aula são momentos muito diferentes. Até este encontro sempre tivemos contratempos ou dificuldades que necessitavam ser sanadas naquele momento e, por isso, o desenrolar do componente curricular mostrou-se mais dependente das necessidades das alunas do que do planejamento da pesquisadora-professora.

Nesse sentido, sempre priorizamos atender à necessidade das alunas. Com isso, a pesquisadora-professora conseguiu perceber que existem algumas necessidades importantes que não consideramos na elaboração do projeto, mas que, em sala de aula se mostraram necessárias. Isso fez com que a pesquisadora-professora alterasse algumas vezes o que estava planejado, de forma a atender melhor as dúvidas das alunas. Isto foi bom! Por isso algumas vezes foi preciso improvisar para mostrar o que elas precisavam aprender.

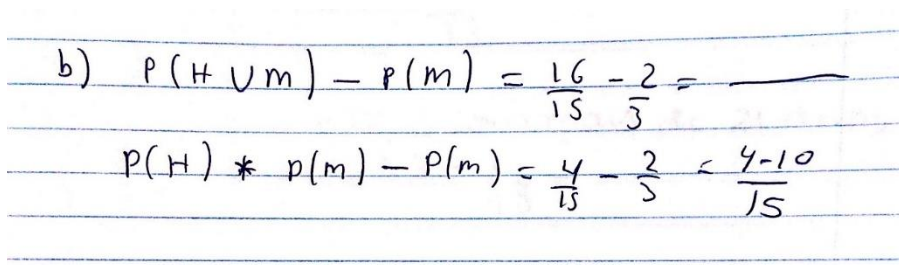
O problema 3 tinha duas questões a serem resolvidas, então, sanadas as dúvidas da primeira pergunta do problema, chegamos ao resultado $\frac{13}{18} = 0{,}7\overline{2} \cong 72{,}22\%$ que correspondia a probabilidade da pessoa escolhida ter menos de 21 anos ou ser uma moça.

Não conseguimos avançar com o problema 3, pois não foi possível trabalhar a segunda pergunta nesse encontro, tendo em vista que as discussões foram intensas e tomaram as duas aulas. Deixamos essa segunda pergunta para ser pensada juntamente com a tarefa extraclasse a ser apresentada no encontro seguinte.

ENCONTRO VI: O estudo de Eventos Independentes

O sexto encontro ocorreu no dia 29 de julho de 2016. Iniciamos este encontro pela segunda questão do problema 3 do encontro anterior. As alunas entregaram a tarefa e depois foram à lousa e apresentaram suas resoluções.

Figura 17 – Resolução da questão “b” do problema 3 feito pela aluna B – encontro VI



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

As alunas demonstraram não compreender a pergunta da questão e fizeram sem apresentar os procedimentos utilizados, como tem ocorrido com frequência. A pesquisadora-professora tem pedido desde o início das aulas que apresentem suas ideias e desenvolvimento de cálculos, para que seja possível compreender o que está sendo feito, porém nem sempre atendem ao pedido.

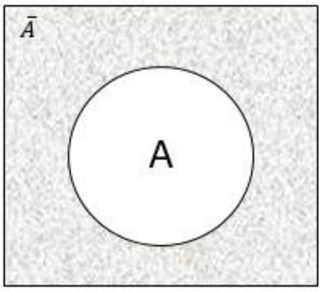
Como as alunas apresentaram dificuldades para fazer a letra “b” a pesquisadora-professora explicou que primeiro era necessário calcular a probabilidade da pessoa escolhida não ter mais de 21 anos e não ser um rapaz, e como não tinha essa informação no problema, as alunas teriam que fazer isso por meio do evento complementar. Embora fossem conceitos que as alunas deveriam saber desde o Ensino Básico, a pesquisadora-professora precisou explicar porque a dupla disse não recordar de tal assunto.

Então, a partir da resolução errada das alunas e as discussões que tivemos na plenária,

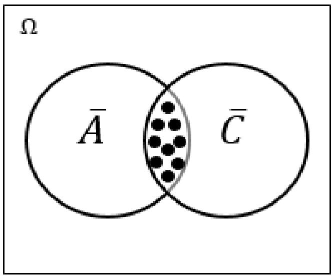
> Pesquisadora-professora: O complementar do evento A, seriam todos os elementos que estão contidos no espaço amostral, no caso a sala, menos o evento A. O mesmo ocorre com o complementar do evento C, são todos os elementos que estão contidos no espaço amostral, no caso a sala, menos o evento C.
> Pesquisadora-professora: Vocês concordam com essa ideia?
> Aluna B: Sim.
> Pesquisadora-professora: Também poderíamos introduzir a ideia de que, A complementar intersecção C complementar também é dada pelo complementar da união de A e C. Ou ainda, poderíamos calcular essa probabilidade por meio da subtração do todo pela união dos eventos A e C.

Diante dessa posição, a pesquisadora-professora resolveu que deveria apresentar sua estratégia de resolução do problema, para resolver a questão “b”, contendo representações das operações entre os eventos, dado pela teoria dos conjuntos.

Dado um conjunto A, chamaremos conjunto complementar de A o conjunto dos elementos de Ω que não pertencem a A, ou seja, é o evento que ocorre se, e somente se, A não ocorrer. Dizemos que A ou $\overline{A} = \Omega$ e sua intersecção é vazia, A e $\overline{A} = \emptyset$. Assim $\overline{A}$, a parte sombreada indica o complementar.



Então, voltando a nossa questão “b”, dados dois conjuntos $\overline{A}$ e $\overline{C}$, definimos o conjunto intersecção de $\overline{A}$ e $\overline{C}$ como o conjunto dos elementos que pertencem simultaneamente a $\overline{A}$ e a $\overline{C}$, ou seja, $\overline{A} \cap \overline{C}$.

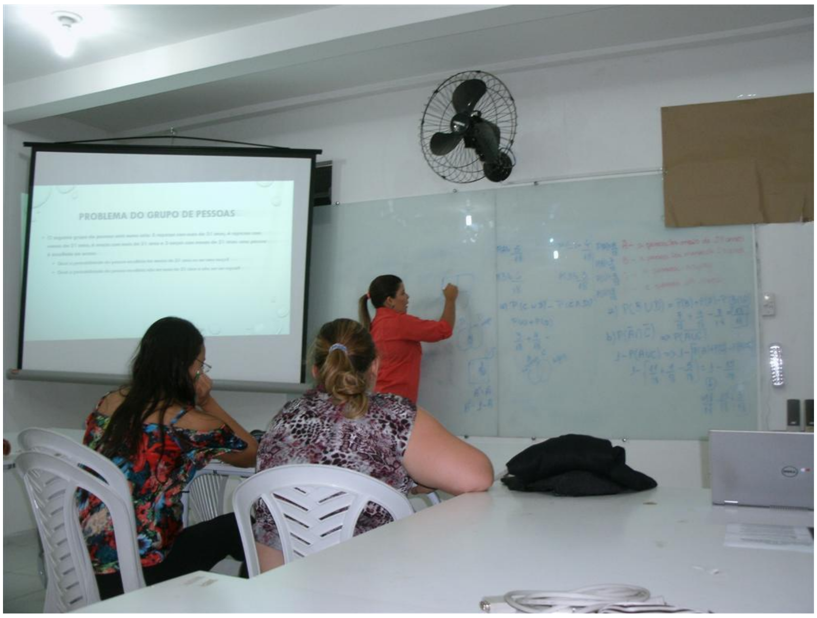


Quase chegando a um consenso, as alunas ficaram mais seguras na compreensão do problema. Assim, apresentamos a solução da probabilidade da pessoa escolhida não ter mais de 21 anos e não ser um rapaz,

$P(\bar{A} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup C}) = 1 - P(A \cup C) = 1 - \{P(A) + P(C) - P(A \cap C)\}$

Como $(A \cap C) = \{5_R\}$ e $P(A \cap C) = \frac{5}{18}$, portanto, temos que:

$P(\bar{A} \cap \bar{C}) = 1 - \{\frac{11}{18} + \frac{9}{18} - \frac{5}{18}\} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$



Uma outra maneira de resolver o problema foi analisando todos os elementos que estavam contidos no espaço amostral, menos o evento A, e todos os elementos que estavam contidos no espaço amostral, menos o evento C. Dessa maneira foi encontrado os eventos B e D. Logo, $\bar{A} \cap \bar{C} = B \cap D = \{3_m\} \Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{C}) = \frac{3}{18}$. Portanto, a probabilidade também da pessoa escolhida não ter mais de 21 anos e não ser um rapaz foi $\frac{1}{6} = 0{,}1\bar{6} \cong 17\%$.

Na sequência fizemos mais uma formalização a partir do problema dado:

- Considerando o espaço amostral $\Omega = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ associado a um experimento aleatório. Onde, P $(e_i) = p_i$, i = 1, ..., n. Temos $\sum_{i=1}^{n} P(e_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.
- Os eventos $e_i = p_i$, i = 1, ..., n, são equiprováveis quando a P (e_1) = P (e_2) = P (e_3) = ... = P (e_n), isto é, quanto todos têm a mesma probabilidade de ocorrência. Temos $\sum_{i=1}^{n} p = 1 \Rightarrow$ np = 1 $\Rightarrow$ p = $\frac{1}{n}$. Logo, se os *n* pontos amostrais (eventos) são equiprováveis, a probabilidade de cada um dos pontos amostrais é $\frac{1}{n}$.
- A reunião de dois conjuntos A e B, denotado por A ∪ B, é o evento que ocorre se pelo menos um deles ocorrer. Simbolicamente, $A \cup B = \{\omega \in \Omega | \omega \in A \text{ ou } \omega \in B\}$, sendo ω a representação do elemento desse conjunto e Ω (ômega) a representação do conjunto

universal. Assim, a união de n conjuntos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ é definida analogamente e representada por,

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

- A intersecção de dois conjuntos A e B, denotada por $A \cap B$ é o conjunto que ocorre se ambos ocorrem. Simbolicamente, $A \cap B = \{\omega \in \Omega |\, \omega \in A \text{ ou } \omega \in B\}$. Logo, a interseção de n conjuntos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ é representada por,

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

Então, dois conjuntos são disjuntos se a interseção for $\emptyset$ (vazia).

- O complementar do conjunto A, denotado por A^c ou $\bar{A}$, é o conjunto que ocorre quando A não ocorre. Então, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$$\Omega - A = \bar{A} = \{e_i \in \Omega \,|e_i \notin A\}$$

$$\bar{A} \text{ ou } A^c = \{\, \omega \in \Omega |\, \omega \notin A \,\}$$

- Dizemos que o conjunto A implica o conjunto B, que denotamos $A \subset B$, se para todo $\omega \in A$ tivermos $\omega \in B$. Isto corresponde à situação em que a ocorrência de A garante inevitavelmente a ocorrência de B.
- Sejam A, B e C conjuntos do espaço amostral Ω, podemos concluir que:

  a) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ b) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

  c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ d) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Depois, iniciamos de fato o sexto encontro, em que a pesquisadora-professora entregou a folha com o problema 5 impresso.

Problema 5

Problema da Probabilidade de vida do casal: A probabilidade de que um homem esteja vivo daqui a 30 anos é $\frac{2}{5}$; a de sua mulher é de $\frac{2}{3}$. Determine a probabilidade de que daqui a 30 anos:

a) O casal esteja vivo;
b) Somente o homem esteja vivo;
c) Somente a mulher esteja viva;
d) Nenhum esteja vivo;
e) Pelo menos um esteja vivo.

Na resolução desse problema, as alunas tiveram dificuldades para entender. A pesquisadora-professora tentou ajudar com problemas secundários e estimulando que elas identificassem primeiro os eventos que seriam trabalhados. Dado o tempo necessário para resolução do problema, as alunas entregaram por escrito as suas resoluções para a professora.

Mesmo sem ter resolvido todo o problema a pesquisadora-professora chamou uma das alunas para registrar na lousa o que a dupla havia feito.


As alunas foram chamadas para participar da plenária, onde a pesquisadora-professora começou a explorar as resoluções colocadas na lousa, chegando a um consenso quanto à resposta da questão “a” do problema.

> Pesquisadora-professora: Primeiramente, qual a probabilidade do casal estar vivo?
> A dupla: Começamos chamando os eventos de H - o homem estar vivo daqui a 30 anos e M - a mulher estar viva daqui a 30 anos e ainda estamos com dúvida se vamos adicionar ou multiplicar essas probabilidades.
> Pesquisadora-professora: Como já tinha falado um pouco para vocês sobre a Independência Estatística, nesse caso, como a ocorrência de um não influencia a probabilidade do outro, então vamos multiplicar essas probabilidades, porque elas são independentes.
> A dupla: Então já que é dessa maneira e sabendo que a probabilidade de que um homem esteja vivo daqui a 30 anos é $\frac{2}{5}$ e a da sua mulher $\frac{2}{3}$, multiplicamos essas duas probabilidades e chegamos a $P(HMvivos) = \frac{2}{5}.\frac{2}{3} \rightarrow P(HMvivos) = \frac{4}{15}$.
> Pesquisadora-professora: Agora de maneira formal essa probabilidade pode ser assim, $P(H \cap M) = P(H).P(M) \rightarrow \frac{4}{15} = 0{,}2\overline{6} \cong 27$.

Já na questão “b” do problema, as alunas questionaram com relação a palavra “somente”. A pesquisadora-professora disse que, nesse caso se somente o homem estava vivo, a mulher não estaria. As alunas então disseram que a mulher estaria morta e perguntaram como iriam saber essa informação já que o problema não havia exposto.

A pesquisadora-professora aproveitando alguns conceitos explorados no problema 3, como por exemplo, o conjunto complementar, a professora e as alunas, chegaram a um consenso que, a soma de todas as probabilidades para os resultados possíveis é 1, então diminuíram 1 pela probabilidade da mulher estar viva e como P(M) = $\frac{2}{3}$, então a complementação ficou assim P($\overline{M}$) =1$-\frac{2}{3} \rightarrow$ P($\overline{M}$) = $\frac{1}{3}$. Logo, encontramos a probabilidade de que somente o homem esteja vivo daqui a 30 anos da seguinte forma: P($H \cap \bar{M}$) = $P(H).P(\bar{M}) = \frac{2}{5}.\frac{1}{3}$ → P(M).P($\bar{M}$) = $\frac{2}{15}$.

Do mesmo modo resolvemos a questão "c" do problema. Nesse caso, apenas a mulher estar viva, isto é, o homem não vai estar vivo e chegamos ao resultado: P($\bar{H} \cap M$) = P($\bar{H}$).P(M) = $\frac{3}{5}.\frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Na questão "d" do problema, nós já tínhamos as duas informações que precisávamos, que era a probabilidade do homem não estar vivo e a probabilidade da mulher não estar viva. Assim, já de posse dessas informações, multiplicamos essas probabilidades e encontramos que a probabilidade de que nenhum esteja vivo assim: P($\bar{H} \cap \bar{M}$) = P($\bar{H}$).P($\bar{M}$) = $\frac{3}{5}.\frac{1}{3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Questão (e) do problema 5 foi: Pelo menos um esteja vivo

Para responder a esta questão a pesquisadora-professora precisava tirar umas dúvidas antes de resolvê-la,

> Pesquisadora-professora: O que vocês entendem com a expressão "pelo menos"?
> Aluna A: Achei que poderia ser o homem ou a mulher ou até os dois. Porque aqui diz que é pelo menos, ou seja, pelo menos um deles, podendo ser mais, é isso?.
> Pesquisadora-professora: É, neste caso precisamos considerar, a probabilidade de que somente o homem esteja vivo, somente a mulher esteja viva e o casal esteja vivo daqui a 30 anos.
> Aluna B: Justamente isto que nós não estávamos entendendo, por exemplo, que operação deveríamos usar para calcular essa probabilidade, ficou claro agora para nós depois da sua explicação que seria a união desses conjuntos. Então iremos somar a probabilidade do homem com a probabilidade da mulher e depois diminuir da probabilidade deles dois, por que se não vai repetir essa informação.

Para buscar um caminho de solução, procurou-se viver, um pouco, o problema. As alunas, ajudadas pela pesquisadora-professora, escreveram o seguinte:

P($H \cup M$) = P(H) + P(M) – P($H \cap M$) = $\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$.

Puderam também perceber outra forma de chegar a resposta utilizando a probabilidade do complementar de X:

P(X) = 1 – P($\bar{X}$) → P(X) = 1 $-$ $\frac{1}{5}$, logo P(X) = $\frac{4}{5}$.

Após a resolução do problema, a pesquisadora-professora formalizou alguns conceitos envolvendo complementação e eventos independentes.

- Dois eventos A e B são ditos independentes se a probabilidade de ocorrência de um não influenciar a probabilidade de ocorrência do outro. Logo, se A é independente de B, B é independente de A, dado por P(A) = P(A|B) e P(B) = P(B|A). A condição de independência pode também ser expressa na seguinte forma alternativa e equivalente: P(AB) = P(A).P(B).

- Em particular, se A e B são eventos independentes, então P $(A \cap B)$ = P(B).P(A). Dessa forma, se verificar mais eventos, como por exemplo, eventos A, B e C, sendo A, B e C independentes, devemos verificar se as quatro proposições são satisfeitas:

  P$(A \cap B \cap C)$ = P(A).P(B).P(C)

  P$(A \cap B)$ = P(A).P(B)

  P$(A \cap C)$ = P(A).P(C)

  P$(B \cap C)$ = P(B).P(C)

  Se caso apenas uma dessas proposições não for satisfeita, os eventos não são independentes.

Como de costume, quase no fim de cada encontro, a pesquisadora-professora havia entregue a ficha de acompanhamento com 4 perguntas para as alunas responderem, sem se identificar, sobre o andamento do encontro. Tal ficha de acompanhamento foi pensada no sentido de ouvir as alunas e se necessário, fazer novas adaptações ou mudanças no planejamento das aulas para cada encontro. Foi uma necessidade da pesquisadora-professora no andar do projeto, para saber como as alunas estavam se adaptando a nova forma de trabalho.

Neste encontro, as alunas receberam a ficha de acompanhamento que está no Anexo D para responder as seguintes perguntas:

1) O que você aprendeu com o encontro (aula) de hoje?
2) Para você, quais foram os pontos positivos desse encontro?
3) E os pontos negativos?
4) Sugestões:

Com essas perguntas, gostaríamos de compreender como as alunas se sentiam trabalhando em dupla e se elas percebiam que estávamos fazendo Estatística e Probabilidade através de problemas. Apresentamos abaixo algumas respostas dadas pelas alunas:

> Aluna B: Neste encontro, aprendi que os eventos variam da forma que é imposto no problema. Há cada encontro me interesso a aprender mais sobre a probabilidade. Até o momento não há ponto negativo.
> Aluna A: A aula de hoje nos proporcionou um maior conhecimento, onde até então era desconhecido por mim, deixando definido a existência de probabilidade independente. No problema visto, por exemplo, a probabilidade de vida da mulher não depende da probabilidade de vida do homem. Um ponto positivo deste encontro é maneira que foi apresentado o conteúdo, creio que foi através dessa metodologia resolução de problemas, nós percebemos a probabilidade independente.

Tais depoimentos das alunas serviram de motivação para continuidade do projeto, além de afirmar o que já considerávamos como válido: as alunas, futuras professoras, necessitavam dessa forma de trabalho para que quando forem professoras possam se motivar e talvez utilizar algumas ideias desse projeto. Pelo fato de ser uma ficha de acompanhamento sem identificação, percebemos que as alunas expressaram suas opiniões a respeito do projeto e, com isso conseguimos entender, na fala delas a sua importância de se trabalhar na formação inicial.

No final do encontro a pesquisadora-professora deixou como tarefa um problema e o texto “Quais são as Chances?: Entendendo Probabilidade” para ser feita a leitura e discussão posteriormente.

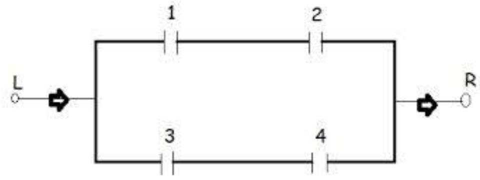
O encontro foi bastante produtivo, pois as alunas estavam interessadas em aprender através de problemas. Foi possível trabalhar os objetivos do encontro anterior e também avançar nos objetivos planejados para o sexto encontro.

ENCONTRO VII: Probabilidade Condicional

O sétimo encontro ocorreu no dia 04 de agosto de 2016. Nesse encontro, estiveram presentes a pesquisadora-professora e a aluna A. Já a aluna B, antes da aula, entrou em contato para justificar sua ausência. Nesse dia, estava planejado começarmos com a discussão do texto deixado no encontro anterior, visto que a aluna B justificou sua ausência decidimos deixar para o próximo encontro.

Então, iniciamos este encontro pelo problema deixado na aula anterior. A aluna A disse que não conseguiu fazer a tarefa porque não tinha entendido. Ela queria entender como fazia para resolver esse problema, então pediu para pesquisadora-professora ajudar nessa resolução.

Tarefa – Problema do circuito: A probabilidade de fechamento de cada relé do circuito apresentado na figura abaixo é dada por p. Se todos os relés funcionarem independentemente qual será a probabilidade de que haja corrente entre os terminais L e R?



Sendo assim, a pesquisadora-professora fez nova leitura do problema para que a aluna entendesse e depois foi na lousa para discuti-lo. Nesse momento a pesquisadora-professora pediu que juntas elas fossem construindo as ideias do que foi solicitado no problema. Primeiro a pesquisadora-professora fez a representação do circuito e foi explicando alguns detalhes sobre circuitos para a aluna A. O fato da aluna ser bastante participativa facilitou tirar suas dúvidas e explicar o problema. Esse foi um momento muito importante, pois embora a aluna não tivesse conseguido fazer em casa, já em sala de aula ela pôde participar e contribuir na resolução do problema.

Finalizando a discussão do problema, a pesquisadora-professora chegou a solução dizendo que, suponha que A seja o acontecimento "os relês 1 e 2 estão fechados" e B o acontecimento "os relês 3 e 4 estão fechados". A probabilidade de haver corrente entre os terminais L e R será a probabilidade da união deles, dado por $A \cup B$. Assim, $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B) \rightarrow P(A)+P(B)-P(A).P(B)$, uma vez que os acontecimentos A e B são independentes. Logo, $P(A) = P(B) \rightarrow p.p = p^2$. Portanto, $P(A \cup B) = p^2 + p^2 - p^2.p^2 \rightarrow P(A \cup B) = 2p^2 - p^4$.

Percebeu-se que ao longo da resolução do problema a aluna demonstrou estar compreendo bem as ideais colocadas pela pesquisadora-professora e mesmo quando não sabia perguntava. Quando a pesquisadora-professora terminou, a aluna se mostrou surpresa com a resposta final. Isso porque ela disse que esperava ser um número como resposta final, mas não foi o que aconteceu, pois nesse problema a resposta foi dada pela expressão $2p^2 - p^4$.

Na sequência, iniciamos de fato o sétimo encontro, em que a pesquisadora-professora entregou a folha com o problema 7 impresso para a aluna A.

Problema 7

Problema da Universidade: No primeiro ano de uma Universidade, 25% dos alunos são reprovados em Matemática, 15% são reprovados em Estatística e 10% são reprovados em ambas.

Um aluno é selecionado ao acaso, nesta Universidade. Calcule a probabilidade de que:

a) Ele seja reprovado em Matemática, sabendo-se que foi reprovado em Estatística.
b) Ele não seja reprovado em Estatística, sabendo-se que foi reprovado em Matemática.

Após a entrega do problema, a aluna juntamente com a pesquisadora-professora iniciou o trabalho de resolver o problema, mas a pesquisadora-professora não disse a que conteúdo se referia esse problema, tampouco indicou ou sugeriu uma estratégia de resolução.

Na leitura do problema, a aluna logo perguntou o que “sabendo-se que” queria dizer e a pesquisadora-professora esclareceu que essa era uma condição. Como se tratava de um conteúdo do qual a aluna não tinha nenhum conhecimento, a pesquisadora-professora incentivou para resolver o problema utilizando seus conhecimentos prévios.

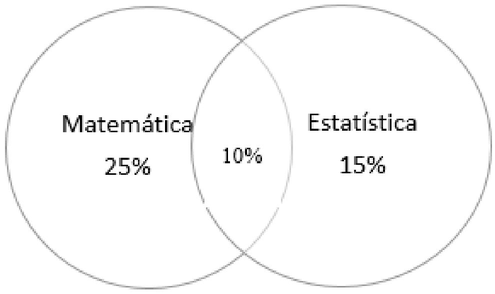
Após algum tempo, quando a aluna A já tinha resolvido o problema, foi convidada a ir à lousa mostrar sua resolução. A pesquisadora-professora concordou com a resposta e mais uma vez, ajudou-a com problemas secundários.

Na plenária, o professor, ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, não deve tomar partido de uma resposta. O professor deve estar preparado para conseguir avançar nas atividades, sem menosprezar o conhecimento dos alunos. Nesse caso, a pesquisadora-professora chamou a aluna para uma plenária e foram analisados vários aspectos: forma de apresentação, notações, métodos de resolução e a resposta. Durante a plenária algumas questões-chave foram levantadas:

- O que você entende por Probabilidade Condicional?
- Como você identificou, durante a resolução do problema, a probabilidade de um evento condicionada à ocorrência de outro evento?

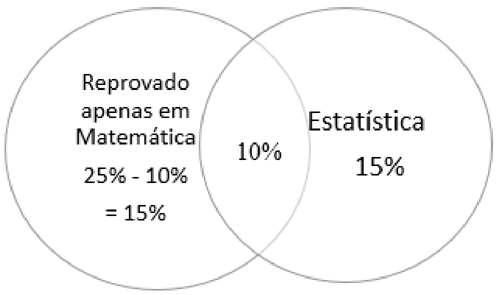
Tendo chegado a um consenso, alguns conceitos e resultados foram formalizados em relação ao problema.

Primeiramente, a pesquisadora-professora e essa aluna fizeram a representação através de um diagrama e colocando nesse diagrama os dados do problema.



Assim, para responder a questão “a” do problema, utilizando os dados do diagrama, elas chegaram a seguinte solução P($\frac{Matemática}{Estatística}$) = $\frac{P(Matemática \cap Estatística)}{P(Estatística)} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{15}{100}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ ou $0,\overline{6}$ ou ainda $\cong 67\%$.

Depois, para resolver a questão “b” do problema, também utilizamos a representação adicionando apenas informações relacionadas a questão “b”. Como tínhamos apenas a informação com relação a aprovação, calculamos a não reprovação, ou seja, a aprovação em Estatística, diminuindo pela intersecção que era a reprovação nas duas disciplinas.



Então, P(Aprovado em Estatística| Reprovado em Matemática) = $\frac{P(Aprovado\ em\ Estatística \cap Reprovado\ em\ Matemática)}{P(Reprovado\ em\ Matemática)} = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{25}{100}} = \frac{3}{5}$ = 0,6 que representa 60% dos alunos.

Formalização:

- Sejam A e B dois eventos de um mesmo espaço amostral. A probabilidade condicional de A dado que B ocorreu, representada por A|B é definida como P(A|B) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, desde que P(B) $>$ 0. Como também a probabilidade condicional de B dado que A ocorreu, representada por B|A, é definida como P(B|A) = $\frac{P(B \cap A)}{P(A)}$, desde que P(A) $>$ 0.
- Seja Ω um espaço amostral, P uma probabilidade em Ω e A ⊂ Ω um evento tal que P(A) $>$ 0. Então as probabilidades condicionadas satisfazem:
  - ✓ $0 \leq P(B|A) \leq 1$.
  - ✓ P(A|A) = 1.
  - ✓ $P(B_1 \cup B_2|A) = P(B_1|A) + P(B_2|A)$ se $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ (que pode ser generalizado para uma união arbitrárias de uma família de eventos mutuamente excludentes dois a dois).
- Teorema do produto - Do cálculo da probabilidade condicional, temos P(A e B) = P(A)·P(B|A). Então, se os eventos A e B são independentes a P(B|A) = P(B) o Teorema do Produto pode ser simplificado para P(A e B) = P(A)·P(B). Mas se A e B são mutuamente exclusivos, então A e B são dependentes, pois se A ocorre, B não ocorre, isto é, a ocorrência de um evento condiciona a não-ocorrência do outro. Logo, A e B são mutuamente exclusivos $P(A \cap B) = 0$.

Ao final do encontro, foi entregue um problema como tarefa extraclasse e pedimos também para que continuassem com a da leitura do texto do encontro anterior.

Foi possível, nesse encontro, atingirmos nossos objetivos de trabalhar com os conceitos da Probabilidade Condicional e à análise da solução do problema. Foi um momento de bastante discussão e interação entre a pesquisadora-professora e a aluna, pois a aluna se mostrou interessada em aprender e trocar ideias sobre o que já havia estudado em outros encontros e houve uma participação mais ativa por parte dessa aluna nas discussões sobre o assunto e o problema trabalhado.

ENCONTROS VIII e IX: Organização de dados e Gráficos estatísticos

No dia 12 de agosto de 2016, ocorreram o oitavo e nono encontro, com duração de 4 horas/aula. Nesse dia, devido há alguns contratempos foi preciso fazer os dois encontros juntos. Também foi a partir desse encontro que a aluna A já não pode mais participar, pois a mesma estava no nono mês da gestação e solicitou afastamento. Sendo assim, a partir desse encontro até o fim da aplicação do projeto, somente a aluna B compareceu as aulas.

Iniciamos o encontro pela atividade extraclasse da aula anterior. Essa tarefa havia sido enviada por e-mail porque a aluna B tinha faltado. Ela apresentou sua solução oralmente e disse não ter conseguido resolver porque não havia visto alguns conceitos na aula anterior, e por isso pediu que a pesquisadora-professora lhe ajudasse a resolvê-lo. Então, a pesquisadora-professora foi à lousa registrar as respostas das quatro questões do problema deixado como tarefa.

Tarefa – Problema: Os alunos de uma Universidade, presentes em uma reunião, foram classificados por sexo e por opção da área de formação segundo o quadro abaixo:

Sexo / Curso	Masculino	Feminino
Letras	10	8
Ciências Contábeis	6	5
Matemática	8	4

Calcule as probabilidades de que:

a) Alunas optem por Letras
b) Aluno opte por Matemática
c) Seja aluno sabendo-se que optou por Ciências Contábeis
d) Aluno opte por Ciências Contábeis

Após a pesquisadora-professora construir uma tabela na lousa, pediu para a aluna completá-la com os totais. Em seguida questionou,

> Pesquisadora-professora: Qual a probabilidade de que alunas optem por Letras?
> Aluna B: São 8 alunas que é o evento. Então 8 divide por 41 que é o total de alunos.
> Pesquisadora-professora: e a questão “b”?
> Aluna B: Na questão “b” tá dizendo aluno que opte por Matemática, também são 8 por 41.
> Pesquisadora-professora: E a probabilidade de que seja aluno sabendo-se que optou por Ciências Contábeis?
> Aluna B: Eu não entendi a diferença das questões “c” e “d”.
> Pesquisadora-professora: O Espaço amostral é diferente e existe uma condição para cada item, sendo essa condição diferente.

Estratégia apresentada pela pesquisadora-professora para resolução da tarefa.

Sexo / Curso	Masculino	Feminino	Total
Letras	10	8	18
Ciências Contábeis	6	5	11
Matemática	8	4	12
Total	24	17	41

Como queremos responder a questão “a”, a probabilidade de que alunas que optem por Letras, estamos dizendo que o espaço amostral foi reduzido somente a alunas, ou seja, ao sexo feminino. Portanto, P(Letras/Feminino) = $\frac{P(Letras \cap Feminino)}{P(Feminino)} = \frac{\frac{8}{41}}{\frac{17}{41}} = \frac{8}{17}$.

Na questão “b”, a probabilidade de que aluno opte por Matemática, reduz o espaço amostral ao espaço dos alunos, ou seja, ao sexo masculino. Portanto, P(Matemática/Masculino) = $\frac{P(Matemática \cap Masculino)}{P(Masculino)} = \frac{\frac{8}{41}}{\frac{24}{41}} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

Na questão “c”, a probabilidade de que seja aluno sabendo-se que aluno optou por Ciências Contábeis, reduz o espaço para alunos de Ciências Contábeis. Logo, P(Masculino/Ciências Contábeis) = $\frac{P(Masculino \cap Ciências\ Contábeis)}{P(Ciências\ Contábeis)} = \frac{\frac{6}{41}}{\frac{11}{41}} = \frac{6}{11}$.

Já na questão “d”, a probabilidade de que aluno que opte por Ciências Contábeis. Portanto, P(Ciências Contábeis/Masculino) = $\frac{P(Ciências\ Contábeis \cap Masculino)}{P(Masculino)} = \frac{\frac{6}{41}}{\frac{24}{41}} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

Não houve grandes dúvidas com relação a resolução da tarefa proposta. A aluna estava muito ansiosa para saber sobre a atividade que foi realizada na aula anterior. A pesquisadora-professora fez o relato da atividade e comentou sobre alguns conceitos trabalhados. A pesquisadora-professora comentou também a resolução do problema apresentado naquele dia.

Na sequência, a aluna B foi a responsável por fazer uma exposição sobre o texto “Quais são as Chances? Entendendo Probabilidade”, retirado do livro “Estatística para Leigos”, de Deborah Rumsey, onde fez uma apresentação em PowerPoint sobre a importância da probabilidade utilizada na vida pessoal e no ambiente de trabalho, e qual a relação entre probabilidade e estatística.

A aluna destacou o que considerou mais interessante no texto, promovendo assim a discussão com a pesquisadora-professora sobre o tema. Relatou ainda que, de acordo com o texto,

- A probabilidade não se trata apenas de analisar as esquisitices da vida. A probabilidade trata, na verdade, de lidar com o desconhecido de uma maneira sistemática, por meio da identificação das possibilidades, da descoberta das situações mais prováveis ou por meio de um plano B, caso as situações mais prováveis não ocorram.
- A vida é uma sequência de eventos imprevisíveis, mas a probabilidade pode ser utilizada para ajudar na previsão da possibilidade de que certos eventos venham a ocorrer.
- Nem todas as probabilidades podem ser calculadas por meio da Matemática. Nos casos em que a Matemática não funciona, outros métodos podem ser utilizados para estimar as probabilidades ou se podem usar as probabilidades conhecidas para fazer previsões a respeito do mundo.
- As simulações são outra maneira de estimar a probabilidade quando na falta de uma fórmula matemática. Em uma simulação, um processo é repetido várias vezes sob as mesmas condições e os resultados são registrados todas as vezes. A probabilidade de qualquer resultado é estimada pela porcentagem de vezes da ocorrência desse resultado durante as simulações.
- Você pode estar pensando, "probabilidade é interessante, mas o que ela tem a ver com a estatística?" Boa pergunta! Pode não parecer tão óbvio, mas a probabilidade e a estatística caminham juntas. Os dados são coletados a partir de uma amostra de indivíduos, para que, depois a estatística seja calculada, a fim de resumir aqueles dados. Mas não para aqui. O próximo passo é usar essas estatísticas para fazer prever,

generalizar, concluir ou decidir algo a respeito da população da qual se tirou a amostra. É ai que entra a probabilidade.

- A estatística está envolvida em todo tipo de previsão, desde a previsão do tempo e do tamanho de uma população até a previsão da difusão de uma doença ou dos valores futuros da bolsa de ações. Os dados são coletados ao longo de um período e são analisados a fim de encontrar um modelo que não apenas sirva os dados, mas também permita com que se façam algumas previsões. A probabilidade ajuda as pessoas a avaliar a precisão esperada para as previsões, de acordo com os dados que se têm à mão. A probabilidade também ajuda os cientistas a determinar quais serão os cenários mais prováveis, de acordo com os dados coletados.

Assim, durante a apresentação da aluna, ficou muito claro que ela realmente fez a leitura do texto, conseguindo abstrair as principais informações contidas no texto. O fato de compreender a relação entre probabilidade e estatística foi o ponta pé inicial para esse segundo momento desse encontro, no qual demos início ao estudo de Estatística Descritiva.

Depois desse momento, a pesquisadora-professora entregou a atividade (problemas 8 e 10) do oitavo e nono encontro para ser trabalhado pela aluna. Esses dois encontros tratavam da organização de dados e gráficos estatísticos.

Problema 8

Problema do Leite Longa vida: Os conteúdos de 20 caixas de leite Longa Vida apresentaram as seguinte as medidas, em litros:

0,96	1,00	1,02	0,96	0,98
0,98	1,02	1,02	1,00	0,98
1,00	1,04	0,96	0,98	1,00
0,98	1,00	1,02	0,96	0,98

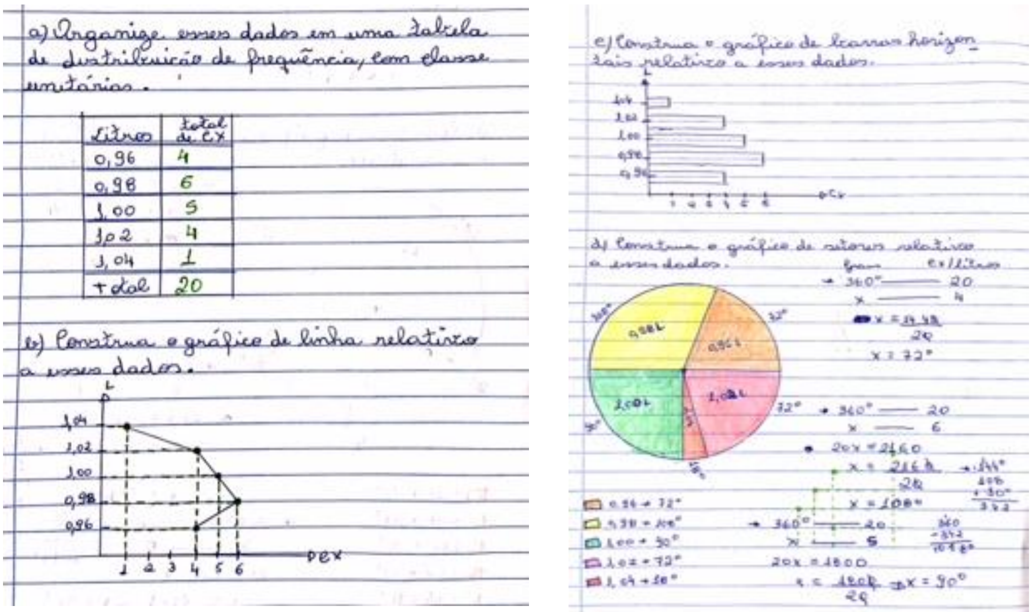
a) Organize esses dados em uma tabela de distribuição de frequência, com classe unitárias.
b) Construa o gráfico de linha relativo a esses dados.
c) Construa o gráfico de barras horizontais relativo a esses dados.
d) Construa o gráfico de setores relativo a esses dados.

No problema 8, a aluna não teve grandes dificuldades para resolver, logo de início em voz alta, chamou a pesquisadora-professora:

> Aluna B: O que é classe unitária?
> Pesquisadora-professora: Veja, esses valores contidos na tabela não têm uma grande variação. Então, como você poderia agrupar eles sem ter um intervalo? Como você colocaria na tabela?
> Aluna B: Profe! Tem outra coisa. Como é que faz esse gráfico de linhas? E esse gráfico de setores, é como?
> Pesquisadora-professora: Você conhece o gráfico de pizza?
> Aluna B: Esse eu conheço.
> Pesquisadora-professora: O gráfico de setores também é chamado de gráfico de pizza, já para fazer o gráfico de linhas você precisa ligar os pontos de encontro entre os dois eixos.

A pesquisadora-professora observou, questionou e incentivou a aluna em relação a resolução do problema. A resolução, quase correta, foi feita e entregue por escrito, onde a aluna demonstrou ter entendido o problema 8.

Figura 18: Resolução do problema 8 feito pela aluna B – encontros VIII e IX



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A partir da resolução entregue pela aluna, a pesquisadora-professora aceitou, como trabalho terminado do problema 8, sem preocupação alguma com o que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propõe. Os encontros foram programados visando a um trabalho do futuro professor e levando os alunos à compreensão, dando significado ao que está sendo trabalhado.

A respeito do trabalho com a resolução de problemas em sala de aula, a aluna B expôs alguns questionamentos.

> Aluna B: Quando eu for professora eu posso dar aquele mesmo problema (problema 8)? E se os alunos não conseguirem resolver? Explico?
> Pesquisadora-professora: Isso. O aluno ou vai conseguir fazer ou não. Isso pode acontecer. Pode ser que ele não consiga de jeito nenhum. Ai você pode incentivar a resolver ou discutir em grupo. O professor nesse momento pode trabalhar com problemas secundários.

> Aluna B: Então, pelo que entendi a intensão é introduzir um novo conceito através de um problema.
> Pesquisadora-professora: Sim, na formalização você pode dizer do que se trata, por exemplo, da construção de dados estatísticos e depois introduzir e discutir o conteúdo.

Depois de sanadas as dúvidas e a discussão, a aluna foi chamada para participar da plenária, onde a pesquisadora-professora como mediadora do trabalho, começou a explorar as respostas das questões do problema, chegando a um consenso sobre o resultado correto, assim:

Primeiro construímos o Rol organizando os dados na ordem crescente: 0,96 - 0,96 - 0,96 - 0,96 - 0,98 - 0,98 - 0,98 - 0,98 - 0,98 - 0,98 - 1,00 - 1,00 - 1,00 - 1,00 - 1,00 - 1,02 - 1,02 - 1,02 - 1,02 - 1,04. A partir daí a pesquisadora-professora e aluna passaram à construção de uma tabela (distribuição de frequência), relacionando as variáveis presentes no problema. A pesquisadora-professora foi à lousa e desenhou o quadro abaixo:

Medidas (l)	f_a	F_a	f_r	F_r
Total				

Neste, a primeira coluna (medidas em litros) são as classes unitárias; a segunda coluna, frequências absoluta (f_a), é preenchida com quantidade de vezes que a medida em litros ocorreu; a terceira coluna, frequência absoluta acumulada (F_a), é soma da frequência absoluta da classe com as frequências absolutas das classes anteriores, sendo a última frequência absoluta acumulada igual ao número total de elementos (n); a quarta coluna, frequência relativa (f_r), é a razão entre a frequência absoluta (f_a) de cada classe e a frequência total (n); e quinta coluna, frequência relativa acumulada(F_r), é a frequência acumulada da classe, dividida pela frequência total (n).

Essa tabela foi preenchida, ao longo das nossas discussões.

> Pesquisadora-professora: Como você preencheu a coluna da frequência absoluta?
> Aluna B: Eu coloquei na coluna para litros o valor de litros que tinha cada um e fui olhando quantas caixas tinham 0,96; 0,98; 1 litro; 1,02; 1,04.
> Pesquisadora-professora: O que você fez para preencher a coluna da frequência absoluta acumulada?
> Aluna B: A F_a da primeira classe eu repeti o valor da f_a da primeira classe. A frequência absoluta acumulada da segunda classe fiz somando com a classe anterior

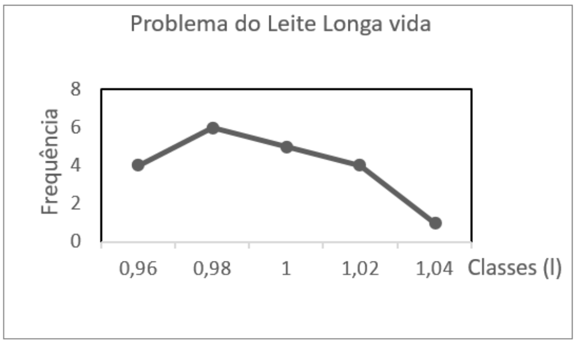
4 + 6 = 10, já da terceira classe 4+6+5 = 15, para a quarta classe 4+6+5+4 = 19 e para última classe 4+6+5+4+1 = 20, que "bateu" com o total de elementos da distribuição.
Pesquisadora-professora: E agora, para frequência relativa?
Aluna B: A frequência relativa da primeira classe deu $\frac{4}{20}$ ou 0,2 ou 20%, da segunda classe $\frac{6}{20}$ ou 0,3 ou 30%, da terceira classe $\frac{5}{20}$ ou 0,25 ou 25%, da quarta classe $\frac{4}{20}$ ou 0,2 ou 20% e da quinta classe $\frac{1}{20}$ ou 0,05 ou 5%.
Pesquisadora-professora: E como você chegou na frequência relativa acumulada?
Aluna B: Na primeira classe da F_r eu repeti a f_r da primeira classe. Depois a frequência relativa acumulada da segunda classe somei 0,2+ 0,3 = 0,5; da terceira classe 0,2+0,3+0,25 = 0,75; da quarta classe 0,2+0,3+0,25+0,2 = 0,95; e da última classe 0,2+0,3+0,25+0,2+0,05 = 1 que representava o total unitário, ou seja, os 100% da distribuição.

Em seguida construiu-se a tabela:

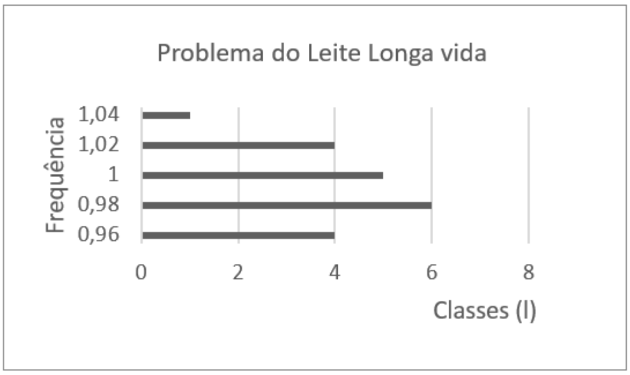
Medidas (l)	f_a	F_a	f_r	F_r
0,96	4	4	0,2	0,2
0,98	6	10	0,3	0,5
1,00	5	15	0,25	0,75
1,02	4	19	0,2	0,95
1,04	1	20	0,05	1
Total	20	-	1	-

Depois de construirmos a tabela de distribuição de frequência, passamos a construção dos gráficos das questões "b", "c" e "d". Pois, na resolução que a aluna entregou no início e que estava quase correta, houve a troca dos eixos x e y no gráfico de linhas. Onde a frequência absoluta deveria estar no eixo das ordenadas (y) e não no eixo das abscissas (x) como a aluna fez. Já na construção dos gráficos de barras e de setores, ela não apresentou maiores dificuldades, mesmo não tendo o material necessário para a construção desses gráficos, como por exemplo, compasso e transferidor. Portanto, esse foi o momento de corrigir esses pequenos erros cometidos e a seguir apresentamos os três gráficos.

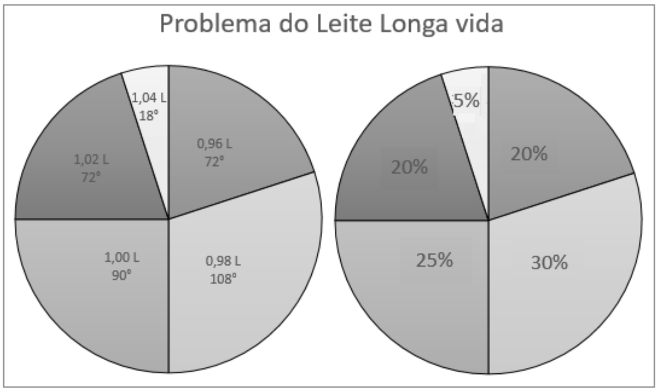
O gráfico de linha relativo a distribuição de frequência.



O gráfico de barras horizontais relativo a distribuição de frequência.



O gráfico de setores relativos a distribuição de frequência.



Já no segundo problema do encontro, a aluna teve muita dificuldade. A pesquisadora-professora questionou se ela sabia organizar os dados em variáveis contínuas e se conhecia algum tipo de representação gráfica para dados agrupados com intervalo de classe. A aluna respondeu que não. Assim, foi dado um tempo para que ela lê-se o problema 10 que havia sido entregue.

Problema 10

Problema das Áreas residenciais: As áreas construídas, medidas em metros quadrados, de vinte residenciais de certa região são:

250	280	330	402	385
302	290	270	310	304
407	380	295	283	402
390	300	283	250	265

Construa uma tabela de distribuição de frequência dessa amostra com seis classes de mesma amplitude e o respectivo histograma.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é defendida a ideia de que o problema apresentado tem que ter como finalidade levar o aluno de um conhecimento prévio para um novo conhecimento. Pensando nisso, e na dificuldade que a aluna teria com a Estatística, o problema foi selecionado de tal forma que pudesse ser resolvido tanto pela Estatística como também pelos conteúdos básicos da Matemática. Esses conteúdos básicos serviram como base para introduzir os conceitos da Estatística Descritiva.

A dificuldade apresentada pela aluna em entender o problema, pode ter sido acarretada pela falta de conhecimento conceitual, o que levou a pesquisadora-professora a ter mais atenção e reforçar na plenária.

> Pesquisadora-professora: Para você, o que é uma variável discreta e contínua?
> Aluna B: Assim ... contínua é aquela que não varia, fica continuando ali, naquele mesmo valor.
> Pesquisadora-professora: E discreta?
> A aluna B: Aí eu não sei não.
> Pesquisadora-professora: E na Matemática? O que é Matemática Discreta e Matemática Contínua?
> Aluna B: Eu nunca escutei.
> Pesquisadora-professora: Matemática discreta, também é conhecida como matemática finita, onde o tratamento de informações é separado e distinto. Já a Matemática contínua estuda conceitos infinitos, onde o sistema são números reais, podem estar dentro de um intervalo. Diferente da discreta que assume valores inteiros.
> Aluna B: Profe! Como assim, seis classes? E histograma, é o que?
> Pesquisadora-professora: Lembra do problema 8? Nós construímos a distribuição de frequência com classes unitárias (a quantidade de linhas da coluna indicadora), mas agora esses dados precisam ser agrupado. E em relação ao histograma, é um tipo de gráfico para os dados que você irá agrupar.

Visto que tínhamos pouco tempo para encerrar o encontro e que a aluna não estava conseguindo resolver, a pesquisadora-professora sentou-se com a aluna a fim de lhe auxiliar nas suas dúvidas.

A partir daí, a pesquisadora-professora, utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, dentro de um processo dinâmico e junto com a aluna, passou à construção do rol e de uma tabela relacionando as frequências. Depois, pediu para a aluna ir à lousa construir o rol, e determinar a amplitude total e a amplitude de classe, além de desenhar a tabela.

A aluna colocou o Rol: 250 – 250 – 265 – 270 – 280 – 283 – 283 – 290 – 295 – 300 – 302 – 304 – 310 – 330 – 380 – 385 – 390 – 402 – 402 – 407 e depois AT = 407 – 250 (Amplitude Total é a diferença do valor máximo pelo valor mínimo).

Em seguida calculou amplitude de classes $h = \frac{AT}{K} \rightarrow h = \frac{407-250}{6} \rightarrow h = \frac{157}{6} \cong 26{,}17$, onde k é o número de classes dado no problema.

Áreas (m²)	f_a	F_a	f_r	F_r
Total				

Essa tabela foi preenchida, a partir das discussões e reflexões feitas.

> Pesquisadora-professora: Primeiro conte quantas tem nesse problema.
> Aluna B: São 18 valores de áreas diferentes.
> Pesquisadora-professora: Como eu já tinha dito antes, são muitos valores e por isso precisa agrupar esses valores em intervalos. Porque se não, a tabela vai ficar desproporcional com 18 linhas, vai ficar muito grande. Você concorda?
> Aluna B: É verdade.
> Pesquisadora-professora: Então como você poderia agrupar esses dados?
> Aluna B: Eu pensei em agrupar de 10 e 10, mas eu percebi que agrupando assim vai ultrapassar, e muito, o último valor desses dados.

Para buscar um caminho de resolução, procurou-se viver, um pouco, o problema 10. A aluna, orientada pela pesquisadora-professora, escreveu o seguinte:

A distribuição de frequência foi composta por uma coluna indicadora (áreas em m²) e pelas frequências: absoluta(f_a); absoluta acumulada(F_a); relativa(f_r) e relativa acumulada(F_r). Para construir os intervalos de classe das áreas em m², primeiro colocou-se o valor mínimo da distribuição que era 250 e somou-se a esse valor a amplitude de classe (h) que era 26,17, assim passou-se a ter o limite inferior l_i e limite superior l_s da primeira classe, que foi 250 e 276, 17 respectivamente. Da segunda classe em diante, o l_s passava a ser l_i na classe seguinte e a ele somava-se sempre 26,17. Então o $l_i e$ l_s da segunda classe foi 276,17 e 302,34, da terceira classe foi 302,34 e 328,51, da quarta classe 328,51 e 354,68, da quinta classe 354,68 e 380,85, e da sexta classe 380,85 e 407,02.

Para calcular a F_a da primeira classe repetiu-se a f_a da primeira classe. A frequência absoluta acumulada da segunda classe somou-se com a f_a da classe anterior 4 + 7 = 11, da terceira classe 4+7+2 = 13, da quarta classe 4+7+2+1 = 14, da quinta classe 4+7+2+1+1 = 15 e da última classe dada por 4+7+2+1+1+5 = 20, que deu igual ao número total de elementos (n).

Já a frequência relativa foi calculada pela fórmula $f_r = \frac{f_a}{n}$. A frequência relativa da primeira classe foi $\frac{4}{20}$ ou 0,2 ou 20%, da segunda classe $\frac{7}{20}$ ou 0,35 ou 35%, da terceira classe

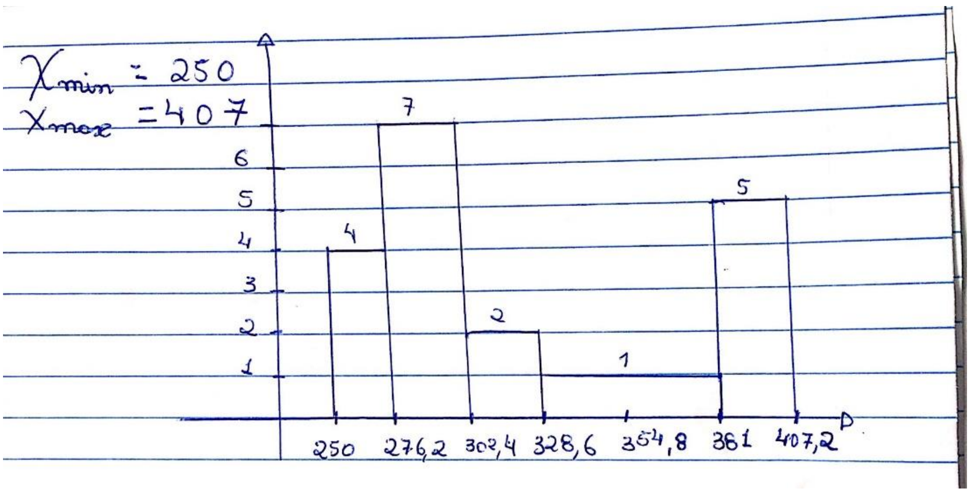
$\frac{2}{20}$ ou $0{,}1$ ou 10%, da quarta classe $\frac{1}{20}$ ou $0{,}05$ ou 5%, da quinta classe $\frac{1}{20}$ ou $0{,}05$ ou 5% e da sexta classe $\frac{5}{20}$ ou $0{,}25$ ou 25%. Para o cálculo da frequência relativas acumulada na primeira classe repetiu-se a f_r da primeira classe. Depois, a frequência relativa acumulada da segunda classe foi 0,2+0,35=0,55; da terceira classe 0,2+0,35+0,1=0,65; da quarta classe 0,2+0,35+0,1+0,05=0,70; da quinta classe 0,2+0,35+0,1+0,05+0,05=0,75; e da última classe 0,2+0,35+0,1+0,05+0,05+0,25=1 que representa o total unitário.

Em seguida construiu-se a tabela:

Áreas (m²)	f_a	F_a	f_r	F_r
250,00 ⊢276,17	4	4	0,2	0,2
276,17 ⊢302,34	7	11	0,35	0,55
302,34⊢328,51	2	13	0,1	0,65
328,51 ⊢354,68	1	14	0,05	0,70
354,68 ⊢380,85	1	15	0,05	0,75
380,85 ⊢ 407,02	5	20	0,25	1
Total	20	-	1	-

De posse da tabela a aluna fez o histograma.

Figura 19: Histograma do problema 10 feito pela aluna B – encontros VIII e IX



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A plenária desenvolveu-se durante os encontros 8 e 9 e a formalização dos conteúdos não pôde ser realizada, pois extrapolamos o período de aula. Será retomada no início do encontro seguinte, juntamente com a tarefa extraclasse. Os objetivos do 8º e 9º encontro planejados foram atingidos, uma vez que, esperávamos trabalhar com distribuição de frequência para dados agrupados sem e com intervalo de classe, além da construção de gráficos.

ENCONTRO X: Medidas de Tendência Central

O décimo encontro ocorreu no dia 18 de agosto de 2016. Sabíamos que estávamos acompanhando o que foi planejado, porém sabíamos também, que a motivação principal do projeto ofertado no componente curricular Estatística e Probabilidade, era preparar as alunas para serem boas professoras de Matemática do Ensino Básico e encaminhá-las a pensar e dar sentido na construção do conhecimento estatístico aliado a um conhecimento da probabilidade.

Nesse dia, iniciamos o encontro pela tarefa extraclasse do encontro anterior, onde a aluna mostrou ter tido certa dificuldade ao resolver o problema proposto.

Tarefa – Problema da altura da planta: A tabela mostra a altura h, em cm, de uma planta em função do tempo t, em dias.

h	0	2	3,6	4,8	5,6	6,2
t	0	1	2	3	4	5

a) Construa o gráfico de linha correspondente a essa tabela, descrevendo h em função de t.
b) Qual foi o crescimento médio da planta em cada um desses cinco dias?
c) Estime a altura da planta 3,5 dias depois de seu nascimento. Explique o processo que você utilizou para a estimativa.

Já que a aluna B, agora era a única participante, já não podia mais reunir-se em grupos, o que teria sido melhor para trabalhar com a metodologia por nós adotada, ou seja, o trabalho em grupo é muito melhor do que se trabalhar individualmente. Então, os trabalhos sem a formação de grupo já está acontecendo desde o encontro anterior e assim será até o final do projeto.

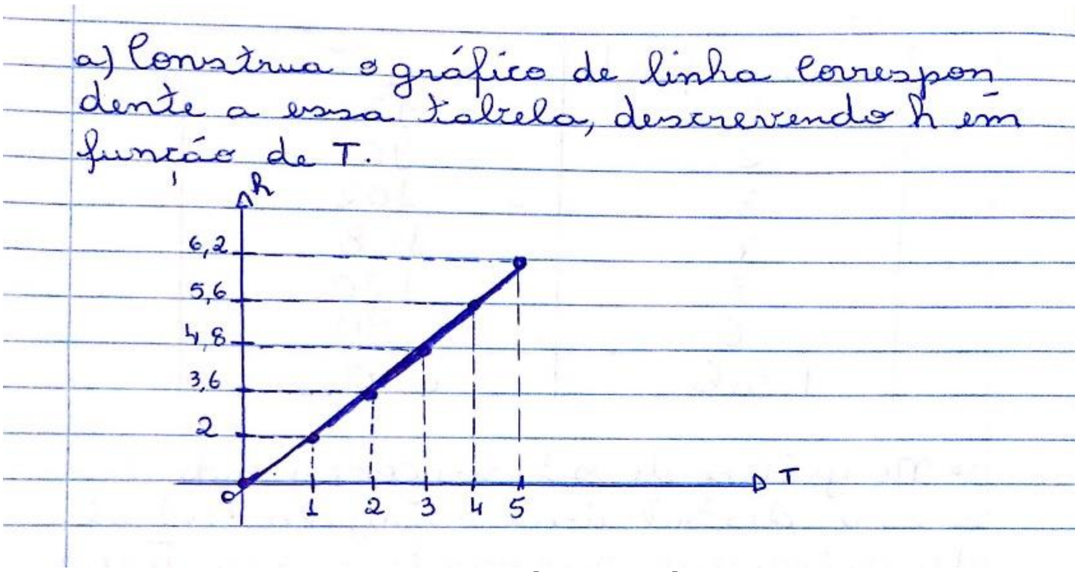
A aluna apresentou algumas dificuldades inicialmente ao resolver o problema por não saber a linguagem estatística necessária para a resolução da tarefa. Foi o que aconteceu com uma das medidas de tendência central. Logo, nessa tarefa proposta, a aluna chamou a pesquisadora-professora:

> Aluna B: Profe! Eu não estou entendendo a questão “a”.
> Pesquisadora-professora: Qual foi a sua dúvida?
> Aluna B: Eu não entendi o que quer dizer “h” em função de “t”.
> Pesquisadora-professora: São os eixos (x, y) para construção do gráfico. Como você poderia descrever a altura da planta em função do tempo?
> Aluna B: Eu acho que “h” pode ser “y” e “t” pode ser “x”, é isso?
> Pesquisadora-professora: Sim. Como o fenômeno nesse problema é a altura da planta, logo “h” estava em função de “t”. Em outras palavras, a altura crescia em função dos

dias e por isso a variável independente (t), era caracterizado por x, e a variável dependente (h), por y ou f(x).
Aluna B: Não entendo essa questão “b” do problema.
Pesquisadora-professora: Como assim não entende? Por quê?

Após essa discussão, a aluna B fez a construção do gráfico correto, da questão “a”.

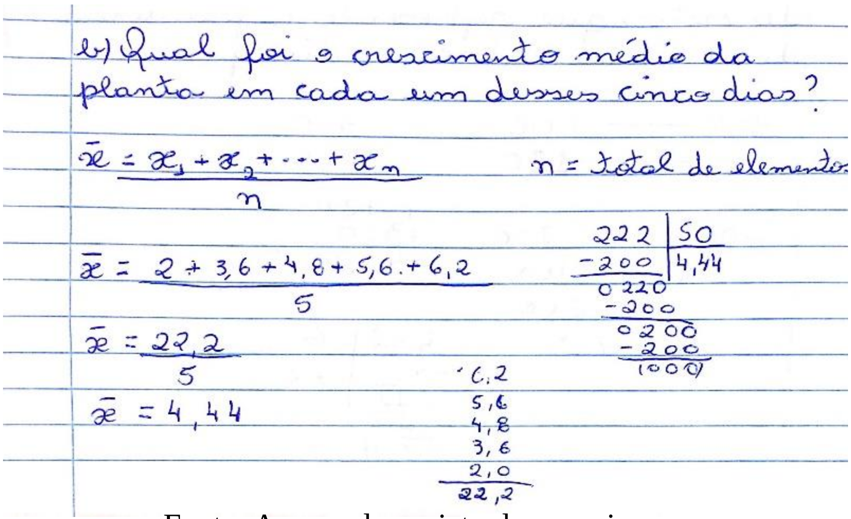
Figura 20: Resolução da questão “a” da tarefa feita pela aluna B – encontro X



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Porém na questão “b”, se atrapalhou porque somou todas as alturas (2+3,6+4,8+5,6+6,2) e do resultado dividiu por 5.

Figura 21: Resolução da questão “b” da tarefa feita pela aluna B – encontro X


b) Qual foi o crescimento médio da planta em cada um desses cinco dias?

$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ n = total de elementos

$\bar{x} = \frac{2 + 3,6 + 4,8 + 5,6 + 6,2}{5}$

$\bar{x} = \frac{22,2}{5}$

$\bar{x} = 4,44$

6,2 + 5,6 + 4,8 + 3,6 + 2,0 = 22,2

222 | 50 → 4,44

Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

Foi debatido na plenária essa resolução e a própria aluna percebeu que havia algo estranho nesse valor encontrado. Voltou a ler a questão e questionou se o crescimento era por dia ou durante os cinco dias. Chegamos a um consenso que deveríamos considerar no problema o crescimento da planta de um dia para outro para então calcular a média. Como a questão “b” pedia o crescimento médio da planta em cada um desses cinco dias, a aluna fez novamente os cálculos corretos para:

1° Dia $\frac{2-0}{2} = 2$

2° Dia $\frac{3,6-2}{2-1} = 1,6$

3° Dia $\frac{4,8-3,6}{3-2} = 1,2$

4° Dia $\frac{5,6-4,8}{4-3} = 0,8$

5° Dia $\frac{6,2-5,6}{5-4} = 0,6$

Considerando os cálculos dos 5 dias, a resposta da questão “b” será dada por $\frac{2+1,6+1,2+0,8+0,6}{5} = 1,24\, cm/dia.$

Respondendo a questão “c” do problema, a aluna analisou a variação de crescimento do 3º ao 4º dia que era 0,8 cm e a variação da metade desse dia que foi 0,4 cm. A aluna somou ao crescimento do terceiro dia, o valor de 0,4 cm, e com essa informação calculou a altura estimada da planta que é 4,8 + 0,4 = 5,2 cm. Ainda a pesquisadora-professora, em relação a essa questão, explicou outra maneira de se resolver. Como 3,5 era o ponto médio do intervalo [3,4]. Logo, podemos admitir que o crescimento da planta desse intervalo seja linear e a altura da planta então será o ponto médio do intervalo [4,8;5,6], que é a média aritmética entre 4,8 e 5,6, ou seja, 5,2 cm.

Na sequência, foi realizada a formalização, pela pesquisadora-professora, de alguns conceitos do encontro anterior.

- Uma distribuição de frequência é uma série estatística na qual os dados são organizados em grupos de classe ou categorias convenientemente estabelecidas, podendo ser divididas em dois tipos: distribuição de frequência sem intervalos de classe e distribuição de frequência com intervalos de classe.
- Devemos optar por uma variável discreta na representação de uma série estatística de valores quando o número de elementos distintos da série estatística for pequeno e devemos optar por uma variável contínua na representação de uma série estatística de valores quando o número de elementos distintos for grande.
- Tipos de Frequência: Frequência simples ou absoluta (f_a) são os valores que representam o número de elementos de cada classe; Frequência relativa $(f_r = \frac{f_a}{\Sigma f_a})$ é a razão entre a frequência absoluta de cada classe e frequência total; Frequência absoluta acumulada (F_a) é a soma da frequência absoluta da classe com a frequência absoluta das classes anteriores; Frequência relativa acumulada (F_r) é a soma da frequência relativa da classe com a frequência relativa das classes anteriores.
- A construção da distribuição de frequência com intervalos de classe requer conhecimento de alguns conceitos: Amplitude Total ($AT = L_{máx} – l_{mín}$) é a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto de dados; Número de intervalos de classe (k) dado por k = 1 + 3,3 log n ou $k = \sqrt{n}$; Amplitude do intervalo de classe ($h = l_s – l_i$) é a diferença entre o limite superior e inferior da classe, determinada por $h = \frac{AT}{k}$; Ponto médio $(\frac{l_i+l_s}{2})$ é calculado fazendo-se a média de cada classe, ou seja, somando o limite inferior e superior de cada classe e dividindo o resultado por 2.
- O histograma é formado por um conjunto de retângulos justapostos, cujas bases se localizam sobre o eixo horizontal, de tal modo que seus pontos médios coincidam com os pontos médios dos intervalos de classe.

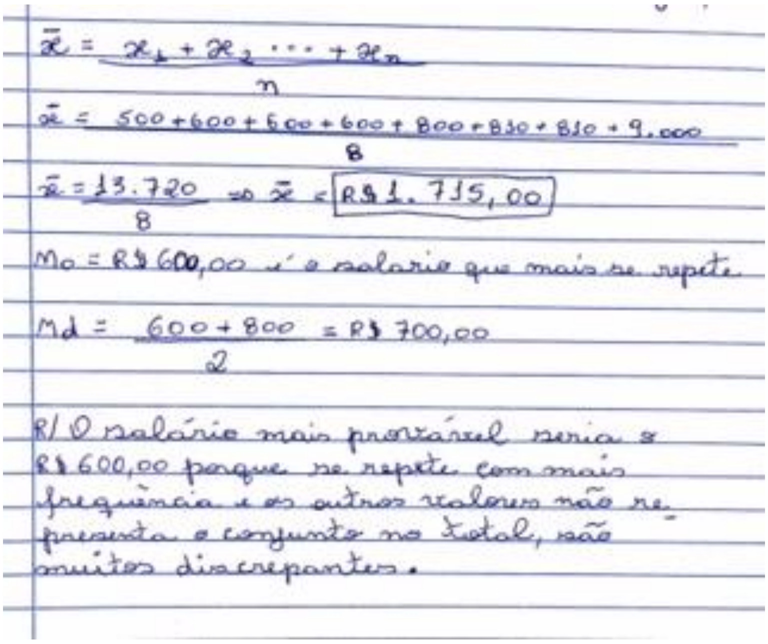
Depois desse momento, a pesquisadora-professora entregou a folha com o problema 11 impresso, relativo a este encontro planejado para continuar com o desenvolvimento do componente curricular Estatística e Probabilidade.

Problema 11

Problema do Salário do novo funcionário: Os salários pagos a oito funcionários de uma empresa são: R$ 500,00; R$ 600,00; R$ 600,00; R$ 600,00; R$ 800,00; R$ 810,00; R$ 810,00 e R$ 9.000,00. Qual seria o salário mais provável de um funcionário que viesse a ocupar o cargo de um dos funcionários dessa empresa, se um dos cargos ficasse vago?

Para resolver este problema a aluna B recorreu a utilidade de uma das três medidas de centralidade (média) e aos cálculos para justificar.

Figura 22 – Resolução do Problema 11 feito pela aluna B – encontro X



$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 \cdots + x_n}{n}$

$\bar{x} = \frac{500+600+600+600+800+810+810+9.000}{8}$

$\bar{x} = \frac{13.720}{8} \Rightarrow \bar{x} = \boxed{R\$ 1.715,00}$

Mo = R$ 600,00 é o salario que mais se repete.

Md = $\frac{600+800}{2}$ = R$ 700,00

R/ O salário mais provável seria o R$ 600,00 porque se repete com mais frequência e os outros valores não representa o conjunto no total, são muitos discrepantes.

Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A análise dos registros da aluna permite perceber que após ter feito a leitura do problema ela começa calculando a média aritmética simples, que geralmente é a mais conhecida das medidas de tendência central, pois a mesma é trabalhada no Ensino Básico. Assim, calculou o total que corresponde à soma de todos os termos e dividiu pelo número de termos, encontrando a média aritmética simples dos salários.

$$\bar{x} = \frac{R\$500,00 + R\$600,00 + R\$600,00 + R\$600,00 + R\$800,00 + R\$810,00 + R\$810,00 + R\$9.000,00}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{R\$\ 13.720,00}{8} \rightarrow \bar{x} = R\$\ 1.715,00.$$

Também percebemos que a aluna estava em dúvida com relação a solução do problema. Esta dúvida é explicada pela aluna no momento da discussão coletiva.

> Aluna B: Eu fiz a média do salário dos funcionários. É essa a resposta final do problema? Está certo?
> Pesquisadora-professora: Não teria uma outra maneira? Será que é essa mesma a resposta? Pense mais um pouco.
> Aluna B: Eu pensei, olhando para os valores, que tem uns salários que se repetem com maior frequência. Pode ser?
> Pesquisadora-professora: Qual é o salário?
> Aluna B: Nesse problema, apenas um funcionário recebe R$ 500,00, três funcionários recebem R$ 600,00, um funcionário recebe R$ 800,00, dois funcionários recebem R$ 810,00 e um funcionário recebe R$ 9.000,00. Eu percebi que o que mais se repetiu foi o salário de R$ 600,00, que é o salário mais comum da empresa.
> Pesquisadora-professora: Você sabe qual o nome dessa medida?
> Aluna B: Não.
> Pesquisadora-professora: Isto que você pensou remete ao conceito de moda, que é o valor que ocorre com maior frequência. Teria ainda outra maneira?
> Aluna B: Profe! A senhora está brincando, eu não conheço outra maneira, mas eu vou olhar de novo o problema.
> Pesquisadora-professora: E o valor mediano? Poderia ser?
> Aluna B: Eu não conheço. O que é isso?
> Pesquisadora-professora: Para você, o que é uma mediana?
> Aluna B: Sei lá, algo no meio, nem grande nem pequeno.
> Pesquisadora-professora: Outra maneira da resolução desse problema seria calculando a mediana. Para isso, primeiro você precisa ordenar esses dados porque a mediana é o valor central que divide o conjunto de dados ao meio.

Depois de ter discutido, a pesquisadora-professora chamou a aluna e lhe pediu que colocasse na lousa algumas ideias da discussão. Em seguida, a aluna já na plenária, chegando a um consenso, ordenou o conjunto de dados (elementos) em ordem crescente. Após a construção desse rol, marcou os dois valores centrais 500 600 600 600 800 810 810 9.000. Como o conjunto de dados continha 8 elementos, ou seja, era um número par, a aluna calculou a média dos dois termos centrais (que divide o conjunto de dados em 50%). Logo a mediana ficou assim $\frac{R\$600,00+R\$800,00}{2}$, ou seja, o salário mediano foi de $R\$700,00$.

Considerando as três respostas encontradas, é possível compreender que a aluna realizou um raciocínio dos conceitos de medidas de posição para dados não agrupados. Então, após discussões, a aluna percebeu que não poderia ser R$ 1.715,00 porque esse valor era muito discrepante dos outros valores e que também não poderia ser R$ 700,00 porque esse valor não estava nesse conjunto de dados. Logo, a resposta final do problema corresponde ao valor modal, ou seja, o salário mais provável do novo funcionário seria R$ 600,00.

Justulin e Noguti (2014) afirmam que apesar das diferentes maneiras de resolver um problema, o professor deve retomá-las, mostrando que nem todas as respostas são úteis em um problema. As autoras também dizem que, ao trabalhar com estatística, geralmente o professor se prende aos cálculos das medidas centrais e dá pouca ênfase a problemas que valorizem o significado de cada uma delas.

No final do encontro, a pesquisadora-professora entregou a tarefa e frisou que a formalização dos conteúdos trabalhados no encontro 10 seria feita no próximo encontro.

ENCONTRO XI: Medidas de Posição para dados agrupados

O décimo primeiro encontro ocorreu no dia 19 de agosto de 2016. Iniciamos pela formalização de alguns conceitos trabalhados anteriormente e outros que ainda serão trabalhos neste encontro. A pesquisadora-professora discutiu alguns conceitos sobre medidas de posição procurando destacar a sua importância na Estatística Descritiva, assim, entende-se:

- A média (aritmética) como a mais importante de todas as medidas numéricas usadas para descrever dados. Essa medida é generalizada da seguinte forma, $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$ ou $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$. Mas, quando associa-se os números a certos fatores de ponderação ou “pesos”, que dependem do significado ou importância atribuída aos números, chamamos de média aritmética ponderada ou simplesmente média ponderada, dada por $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_a}{\sum f_a}$. Sendo $\bar{x}$ (x barra) a representação da média, $\sum x_i f_a$ (Somatório de $x_i f_a$) a soma de todos os produtos dos “pesos” pelos valores amostrais e $\sum f_a$ (Somatório de f_a) a soma de todos os “pesos”. A média aritmética é uma medida bastante conhecida e utilizada, porém, nem sempre oferece resultados corretos aos problemas, uma vez que é uma medida de tendência central muita afetada por valores extremos.
- A moda de um conjunto de números sendo o valor que ocorre com a maior frequência, ou seja, é o valor mais comum. Ainda, a moda pode não existir e, mesmo que exista, pode não ser única. Mas no caso da determinação da moda para dados agrupados com

intervalo de classe, primeiro faz-se necessário determinar a classe modal, ou seja, a classe que ocorre com maior frequência. Neste caso, podemos afirmar que a moda, é o valor dominante que está compreendido entre os limites da classe modal, dado por $m_o = \frac{l_{i(mo)}+l_{s(mo)}}{2}$. Sendo $l_{i(mo)}$ o limite inferior da classe modal e $l_{s(mo)}$ o limite superior da classe modal. Há também outro cálculo mais exato para encontrarmos o valor da moda para dados agrupados. Como por exemplo, a fórmula de Czuber: $m_o = l_{i(mo)}+ \frac{D_1}{D_1+D_2} \cdot h_{(mo)}$. Sendo $l_{i(mo)}$ o limite inferior da classe modal, D_1 a diferença da frequência simples da classe modal pela frequência simples da classe anterior a classe modal, D_2 a diferença da frequência simples da classe modal pela frequência simples da classe posterior a classe modal e $h_{(mo)}$ a amplitude da classe modal.

- A mediana de um conjunto de números, organizados em ordem de grandeza (isto é, em um rol), como o valor central ou a média aritmética dos dois valores centrais. Para um conjunto em que o número de observações é ímpar, a mediana é o próprio valor central e quando o número de observações for par, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais. No entanto, se os dados estiverem agrupados em intervalos de classe, diz-se que o cálculo da mediana se processa de modo muito semelhante ao cálculo para dados não agrupados, da seguinte forma: $m_d = l_{i(md)} + \frac{\left[\frac{\sum f_a}{2} - F(ant)\right]\cdot h_{(md)}}{f_{a(md)}}$. Sendo $l_{i(md)}$ o limite inferior da classe mediana, $\frac{\sum f_a}{2}$ a classe mediana, $F(ant)$ a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana, $h_{(md)}$ a amplitude do intervalo da classe mediana e $f_{a(md)}$ a frequência absoluta da classe mediana. Uma das desvantagens da mediana é a seguinte: se um dos dados do centro muda ligeiramente, a mediana pode alterar significativamente, o que já não acontece com a média, que relativamente é pouco afetada por uma pequena mudança nos números centrais.

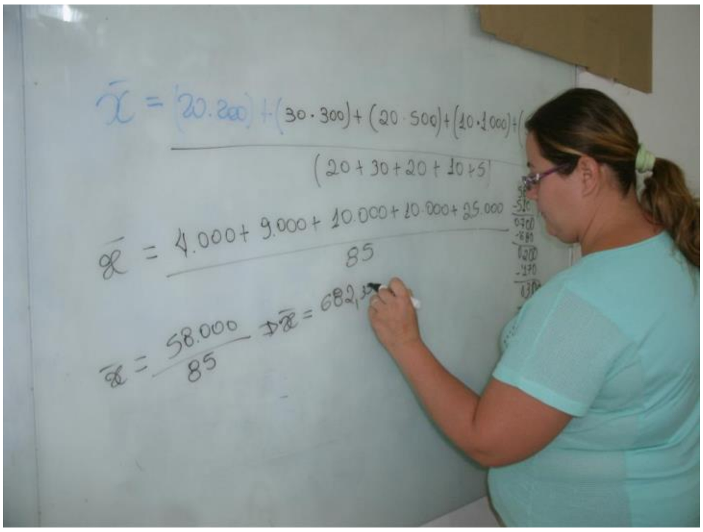
Em seguida, a pesquisadora-professora chamou atenção da aluna por não ter feito a tarefa. Com frequência, a aluna mal acostumada, não fazia as tarefas extraclasse, querendo sempre resolver em sala de aula. Ela justificava que estava muito ocupada e envolvida na campanha política e que poderia perder o emprego. É verdade, era uma época de campanha eleitoral e isto atrapalhou um pouco o desempenho da aluna, acarretando nessa falta de compromisso com a entrega das tarefas. Também houve uma falha da pesquisadora-professora por não ter sido mais rígida na cobrança da entrega das tarefas, e foi por isso que nos encontros anteriores e neste, começamos com o problema deixado como tarefa.

Tarefa – Problema da venda dos produtos: Uma loja vende cinco produtos básicos A, B, C, D e E. O Lucro por unidade comercializada destes produtos vale respectivamente R$ 200,00; R$ 300,00; R$ 500,00; R$ 1.000,00 e R$ 5.000,00. A loja vendeu em determinado mês 20, 30, 20, 10 e 5 unidades respectivamente. Qual foi o lucro médio por unidade

Foi realizado uma plenária para resolver o problema deixado como tarefa e a pesquisadora-professora precisou questionar a aluna sobre como começaria a resolver o problema já que não tinha feito. Então, a aluna fez uma nova leitura do problema e juntamente com a pesquisadora-professora começou a trabalhar. A aluna após alguns minutos fez alguns questionamentos.

> Aluna B: Não é preciso saber o valor total do produto? Aqui no problema só tem o lucro.
> Professora-pesquisadora: Não é necessário, porque o problema só pede lucro médio por unidade comercializada na loja.
> Aluna B: Então deixa eu ver se entendi. Vou ter que multiplicar aquele primeiro valor que é 20 por 200? Para saber o total dele.
> Pesquisadora-professora: Porque multiplicar por 20?
> Aluna B: Porque aqui tá dizendo que a loja vendeu em determinado mês 20. 20 foi a quantidade e o lucro por um produto foi 200 que ele ganhou, então se ele vendeu 20, tem que multiplicar 20 por 200 que é para saber o total do lucro desses 20 produtos.
> Pesquisadora-professora: Exatamente. Isso ocorre porque trata-se de uma frequência que tem dados agrupados.
> Aluna B: E depois? Para achar a média, eu divido por 5?
> Professora-pesquisadora: Porque por 5?
> Aluna B: Porque são 5 produtos básicos. Não é isso?
> Professora-pesquisadora: Pense um pouco.
> Aluna B: Não entendi.
> Pesquisadora-professora: Não seria pela quantidade total de produtos?

A aluna, após termos debatido na plenária e chegando a um consenso, foi à lousa apresentar a resolução do problema.



Para fazer o cálculo do lucro médio por unidade, ela multiplicou os lucros correspondentes com a quantidade de vendas de cada peça e somou esses produtos. Por fim, a aluna dividiu pela quantidade de peças comercializadas nesse determinado mês, que foram 85 chegando ao seguinte resultado

$$\bar{x} = \frac{(20.200)+(30.300)+(20.500)+(10.1000)+(5.5000)}{85} = \frac{R\$\ 58.000,00}{85} = R\$\ 682,35\ por\ peça.$$

Considerando as diferentes formas de se trabalhar em uma aula de Estatística e Probabilidade, essa maneira que nós estamos ensinando os conceitos da Estatística Descritiva através da resolução de problemas, pode ser importante na organização das experiências investigativas dessas alunas e também pelo aspecto da formação inicial da professora.

Depois desse momento, foi entregue a folha de atividade com o problema 12 do encontro. A aluna ao lado da pesquisadora-professora começou a trabalhar. O combinado era resolver o problema e, posteriormente, ir à lousa fazer a plenária.

Problema 12

Problema da Mão de obra da empresa de aviação: Uma empresa de aviação observou em seus registros recentes, o tempo de mão de obra gasto na revisão completa de um motor de jato.

Classes	Tempo médio de mão de obra (horas)	Número de motores
1	0 ⊢--- 4	1
2	4 ⊢--- 8	5
3	8 ⊢--- 12	10
4	12 ⊢--- 16	12
5	16 ⊢--- 20	4
Total		

a) Determine o número médio de horas de mão de obra necessários para a revisão de cada motor.
b) Com base nesta informação, qual deve ser o tempo total de mão de obra para a revisão de dez motores que aguardam revisão?
c) Se a empresa dispõe no momento de dois homens trabalhando 12 horas por dia nestas revisões conseguir provavelmente revisar estes dez motores em quatro dias?

A aluna estava empenhada na resolução desse problema, e após alguns minutos, tirou algumas dúvidas com a pesquisadora-professora em relação a uma das questões do problema:

> Aluna B: Não entendo essa questão "a".
> Pesquisadora-professora: Como assim não entende? Por quê?
> Aluna B: Olha só, como é que eu vou determinar a média se não tem um valor exato? Tem é o Tempo médio de mão de obra, diferente daquele outro problema que fizemos.

Pesquisadora-professora: Nesse problema os dados estão agrupados em intervalos de classe, por exemplo, 1 motor gasta na revisão um tempo médio de mão de obra no intervalo de 0 a 4 horas. Entendeu?
Aluna B: Eu entendi. Então eu somo tudo e divido pelo total?
Pesquisadora-professora: Somar tudo? Como assim?
Aluna B: É, todos os valores.
Pesquisadora-professora: Mas esses valores estão em intervalos. Então, para cada intervalo, como você poderia determinar um único valor que representasse esse intervalo?

Após discussões na plenária e sanadas as dúvidas, a aluna entregou por escrito suas resoluções para a pesquisadora-professora. Assim, foi chamada para registrar na lousa o que havia feito. Primeiramente, começou desenhando o quadro abaixo:

Classe	**Tempo médio de mão de obra (horas)**	**Número de motores (f_a)**	s_i (*ponto médio*)	$s_i . f_a$
1	0 ⊢--- 4	1		
2	4 ⊢--- 8	5		
3	8 ⊢--- 12	10		
4	12 ⊢--- 16	12		
5	16 ⊢--- 20	4		
Total	-			

A partir daí, a pesquisadora-professora, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, dentro do contexto da formação inicial do professor de matemática, junto com a aluna, passou ao preenchimento da tabela, chegando-se a um consenso, relacionando os dados presentes no problema vivenciado por nós.

Fomos preenchendo as colunas da tabela com os valores calculados, para chegar na resposta da questão “a”. Primeiro somamos as frequências absolutas f_a dos números de motores, para chegar ao número total de elementos 1+5+10+12+4 = 32. Na sequência, fez-se o cálculo dos pontos médios ($\boldsymbol{s_i}$) de cada classe, somando os limites inferior e superior e dividindo por 2. Sendo o ponto médio da primeira classe $\frac{0+4}{2} = 2$, da segunda classe $\frac{4+8}{2} = 6$, da terceira classe $\frac{8+12}{2} = 10$, da quarta classe $\frac{12+16}{2} = 14$, e da última classe $\frac{16+20}{2} = 18$. E por fim, fizemos o cálculo da média ponderada, substituindo os pesos pelos pontos médio. Nesse momento, a pesquisadora-professora pediu para a aluna efetuar os cálculos corretamente para questão "a" do problema, que se deu da seguinte maneira $\bar{x} = \frac{(2.1)+(6.5)+(10.10)+(14.12)+(18.4)}{32}$ $\rightarrow \bar{x} = \frac{2+30+100+168+72}{32} \rightarrow \bar{x} = \frac{372}{32} \rightarrow \bar{x} = 11{,}625h.$

Classe	**Tempo médio de mão de obra (horas)**	**Número de motores (f_a)**	s_i (*ponto médio*)	$s_i . f_a$
1	0 ⊢--- 4	1	2	2.1=2
2	4 ⊢--- 8	5	6	6.5=30
3	8 ⊢--- 12	10	10	10.10=100
4	12 ⊢--- 16	12	14	14.12=168
5	16 ⊢--- 20	4	18	18.4=72
Total	-	32	-	372

Já na questão "b", após ter determinado que o número médio de horas de mão de obra necessários para a revisão de cada motor era 11,625h, a aluna multiplicou esse valor por 10. Assim, ela chegou ao resultado de 116,25h que era o tempo total de mão de obra para a revisão dos dez motores.

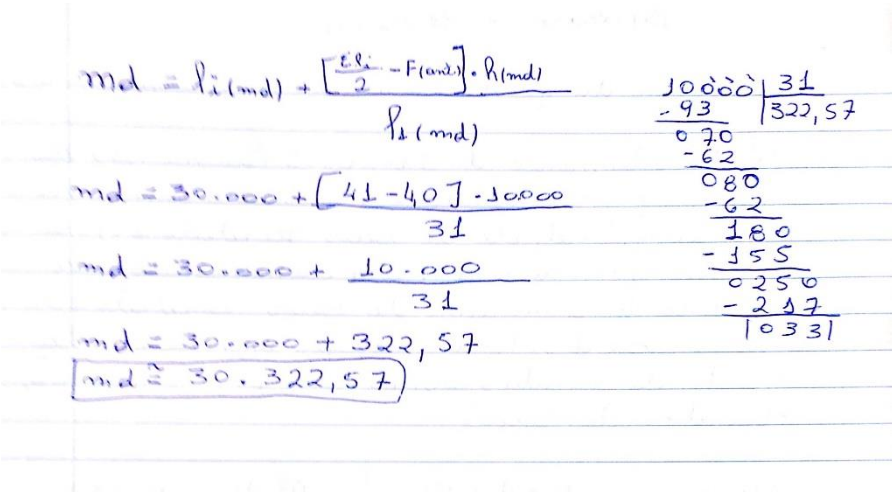
Respondendo a questão "c" a aluna oralmente disse que, provavelmente esses dois homens não iriam conseguir fazer as revisões em quatro dias porque cada homem revisava cada motor em 12 horas aproximadamente e se eles trabalhassem 12 horas por dia eles só iriam revisar um motor cada, ou seja, seriam apenas 2 revisões de motores por dia. Como eram 4 dias eles fariam cerca de 8 revisões. Ainda, a pesquisadora-professora, em relação a questão "c" do problema, disse que de acordo com as condições da empresa, o tempo de mão de obra gasto por esses dois homens seria 2.12.4 = 96 horas. Em síntese, a empresa provavelmente não conseguiria mesmo revisar os dez motores em quatro dias, pois seria preciso cerca de mais de 20 horas de trabalho para concluir o serviço, pois 116,25h – 96h = 20,25h.

Nesse encontro a aluna estava confiante em relação ao que havia aprendido sobre as medidas de posição para dados agrupados, foi o problema que a empolgou e acabamos trocando ideias sobre a importância dessas medidas na construção de um novo conhecimento. Foram atingidos os objetivos planejados e a pesquisadora-professora salientou para a aluna que o encontro também havia sido muito proveitoso. A aluna concordou e disse que "Estatística é legal, mas é trabalhosa". A pesquisadora-professora aproveitou os últimos minutos da aula para entregar a tarefa extraclasse.

ENCONTROS XII e XIII: Medidas Separatrizes

O último encontro da aplicação do projeto ocorreu no dia 26 de agosto. Nesse encontro "duplo" iniciamos pelo problema proposto deixado como tarefa extraclasse. A aluna resolveu o problema e foi à lousa apresentar sua resolução.

Figura 23 – Resolução da tarefa feita pela aluna B – encontros XII e XIII



Fonte: Acervo do projeto de pesquisa

A pesquisadora-professora retomou o problema e pediu a colaboração da aluna para que juntas refizessem o problema e encontrassem uma solução consensual. A aluna deu suas opiniões, sendo um momento muito interessante, onde trocamos ideias pensando de como ela, futura professora, poderia trabalhar usando a Metodologia Resolução de Problemas. Após esse momento importante de discussão e como já era a última tarefa do projeto, e imaginando que essa futura professora trabalhasse com esse problema, a aluna foi à lousa e fez a formalização dos conceitos estatísticos envolvidos nessa tarefa.

Tarefa - Problema da produtividade dos vendedores: O departamento de Recursos Humanos de uma empresa, tendo em vista o aumento de produtividade de seus vendedores, resolveu, premiar com um aumento de 5% no salário, a metade de seus vendedores mais eficientes. Para isto, fez um levantamento de vendas semanais, por vendedor, obtendo a tabela:

Classe	Vendas R$	Número de vendedores
1	0 ⊢--- 10.000	1
2	10.000 ⊢--- 20.000	12
3	20.000 ⊢--- 30.000	27
4	30.000 ⊢--- 40.000	31
5	40.000 ⊢--- 50.000	10
Total		

A partir de qual volume de vendas o vendedor será premiado?

A aluna iniciou seu trabalho usando a Metodologia Resolução de Problemas construindo a tabela na lousa e acrescentando mais uma coluna:

Classe	**Vendas R$**	**Número de vendedores**	F_A
1	0 ⊢--- 10.000	1	
2	10.000 ⊢--- 20.000	12	
3	20.000 ⊢--- 30.000	27	
4	30.000 ⊢--- 40.000	31	
5	40.000 ⊢--- 50.000	10	
Total	-		

A aluna estava animada de ter tido a oportunidade de estar à frente do problema e ficou surpresa de como poderia trabalhar outros conteúdos através da Resolução de Problemas.

> Pesquisadora-professora: Como você determinou a posição da classe mediana?
> Aluna B: Primeiramente somei todas as frequências absolutas, encontrando o número total de elementos 1+12+27+31+10 = 81. Depois, admitindo que o número total de elementos era ímpar, somaríamos 1 ao total desses elementos e desse resultado dividiríamos por 2 encontrando a posição da classe mediana 81+1= 82 → $^{82}/_{2} = 41$.
> Pesquisadora-professora: E para encontrar o valor mediano nessa distribuição? Como você poderia explicar esse processo? Imagina que eu sou uma aluna sua querendo entender.
> Aluna B: Primeiro precisamos determinar a frequência absoluta acumulada (F_a) para encontrar a posição 41, que é a posição da classe mediana. Para calcular a F_a da primeira classe devemos repetir a f_a da primeira classe. Já para determinar frequência absoluta acumulada das outras classes somamos com a f_a da classe anterior, assim a F_a da segunda classe foi 12+1 = 13, da terceira classe 12+1+27 = 40, da quarta classe 12+1+27+31 = 71, e da quinta classe 12+1+27+31+10 = 81, que deu igual ao número total de elementos (n), e tem que "bater" com esse resultado. Quando essas frequências estiverem determinadas, já na tabela, é mais fácil localizar a posição 41 que é o termo central do problema.
> Pesquisadora-professora: Como você terminaria o problema?

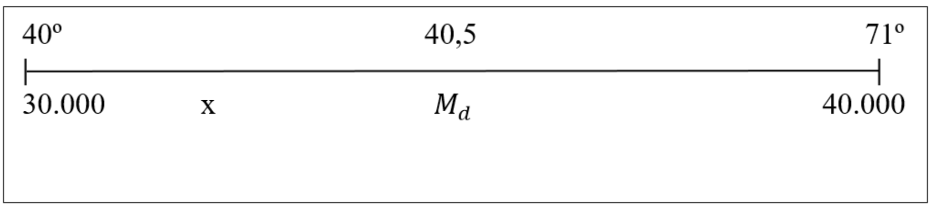
A aluna, que era bastante comunicativa, ao trabalhar este problema, foi completando a tabela.

Classe	**Vendas R$**	**Número de vendedores**	F_A
1	0 ⊦--- 10.000	1	1
2	10.000 ⊦--- 20.000	12	13
3	20.000 ⊦--- 30.000	27	40
4	30.000 ⊦--- 40.000	31	71
5	40.000 ⊦--- 50.000	10	81
Total	**-**	**81**	**-**

Também a aluna disse que, para calcular a metade dos vendedores mais eficientes, tínhamos que saber primeiro a classe. A posição 41, na coluna da frequência absoluta acumulada, está na quarta classe, como podemos ver na tabela. Logo, o valor mediano estava entre 30.000 e 40.000 e foi dado por $M_d = 30000 + \frac{\frac{81}{2} - 40}{31}.10000 \Rightarrow M_d \cong 30000 + 161,29$ $\Rightarrow M_d \cong 30.161,29$.

Durante a condução do problema pela futura professora foi possível perceber que ela buscava, inicialmente, o que pensava sobre o problema. Em seguida, provocou uma discussão com a pesquisadora-professora em direção à solução do problema. Ao final, após apresentar como havia pensado, a aluna fez a resolução do problema discutindo os conceitos estatísticos envolvidos. Desse modo, foi possível perceber que a aluna compreendeu e aplicou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Após a aluna chegar à solução do problema, a pesquisadora-professora foi à lousa para mostrar outro possível caminho para determinar o volume de vendas que o vendedor será premiado.



$\frac{71-40}{10000} = \frac{40,5-40}{x}$, simplificando $\frac{31}{10000} = \frac{0.5}{x} \Rightarrow 31x = 5000 \Rightarrow x = \frac{5000}{31} \Rightarrow x \cong 161,29.$

Então, $M_d = 30.000 + x$ e portanto $M_d = 30.000 + 161{,}29 \Rightarrow M_d \cong 30.161{,}29$.

Dando continuidade ao encontro foram feitas a leitura e a discussão do texto "Médias, Medianas e Mais", de Rumsey (2016). Nele é abordado os dados estatísticos de maneira rápida, algumas interpretações estatísticas comumente usadas e a compreensão do que as estatísticas dizem e o que não dizem.

Ao questionar a futura professora sobre a ligação entre estatística e probabilidade, ela argumentou que a primeira fornece as possibilidades de coletar, organizar, analisar e interpretar dados a fim de subsidiar a tomada de decisões e a segunda nos dá as chances de um determinado evento ocorrer. Daí a ligação entre esses dois conteúdos.

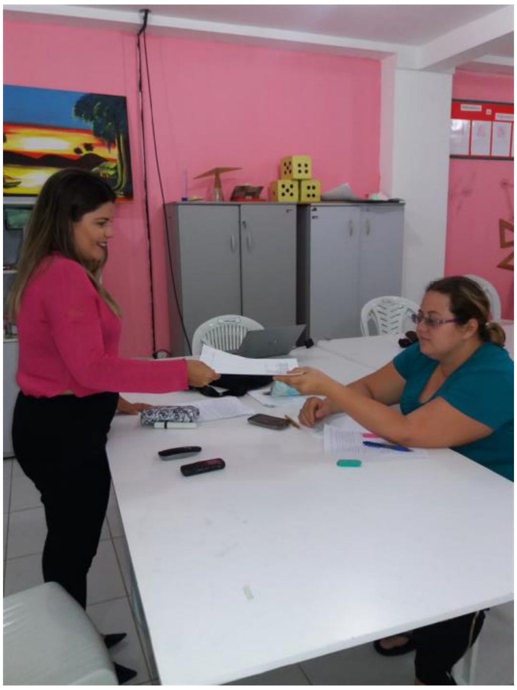
Retomei um pouco da experiência pessoal da aluna e foi realizada a leitura e a discussão do texto. A futura professora enfatizou que alguns assuntos do texto já haviam sido vistos ao longo dos nossos encontros. Além disso, a aluna disse ter descoberto algumas medidas estatísticas que são utilizadas com maior frequência.

> Pesquisadora-professora: Eu gostaria que você destacasse alguns trechos desse texto que lhe chamou mais atenção.
> Aluna B: Bem, logo na primeira página, diz que uma estatística é um número que resume algumas características sobre um conjunto de dados. E que as estatísticas são, geralmente, usadas para fornecer informações que sejam fáceis de compreender e que respondam ás perguntas que nos são feitas. Outra coisa bem interessante que eu achei foi que muitas vezes, as estatísticas são usadas para transmitir um rápido resumo de uma situação que é, na verdade, bastante complexa. E também quando fala aqui sobre dados categorizados.
> Pesquisadora-professora: Esses dados categorizados são na verdade as variáveis qualitativas que estudamos, que coletam qualidades ou características não-numéricas. Podendo ser nominal ou ordinal. Nominal quando esses dados são meramente classificados por categorias e ordinal quando pode ser arranjado em ordem, como por exemplo, classes sociais, grau de instrução, entre outros.
> Aluna B: Ah, pelo que li, também achei importante uma informação, e lembrei daquele problema 11 dos salários, lá dizia assim, a média de um conjunto de dados é influenciada por valores discrepantes, mas isso não acontece com a mediana. Se alguém lhe informar o valor médio, pergunte também pela mediana, para que assim você possa comparar as duas estatísticas e entender melhor o que realmente está se passando no gráfico e o que é realmente normal. Isto ficou claro no texto.
> Pesquisadora-professora: Teve alguma outra medida no texto que você queira falar?
> Aluna B: Tem sim, as medidas de variação. Tem um trecho que diz que sempre existe variação em um conjunto de dados, independente da característica que você esteja medindo, pois nem todos os indivíduos terão o mesmo exato valor para todas as variáveis. A variabilidade é o que faz a estatística ser como é.

Finalizando esse momento da discussão, a aluna destacou o seguinte trecho do texto,

> [...] Independentemente do tipo de dado e do tipo de estatística que esteja sendo resumido, lembre-se de que a estatística de síntese não lhe diz tudo sobre os dados. Porém, se essas estatísticas forem bem escolhidas e não forem enganosas, podem lhe dizer muito e de forma rápida. Erros de omissão podem ocorrer, portanto fique atento à essas estatísticas menos conhecidas, que podem lhe dar importantes pistas para a compreensão da história real por trás dos dados (RUMSEY, 2016, p. 111).

Em seguida, a pesquisadora-professora propôs um problema à aluna. O problema 13 proposto envolvia as medidas separatrizes.



Problema 13

Problema do incentivo aos vendedores: Uma empresa estabelece o salário de seus vendedores com base na produtividade. Desta forma, 10% é fixo e 90% são comissões sobre venda. Uma amostra de salários mensais nesta empresa revelou o quadro abaixo. Se a empresa decidir, a nível de incentivo, fornecer uma cesta básica para 5% dos vendedores que pior desempenho tiveram durante o próximo mês com base nesta amostra, qual será o maior salário que receberá esta cesta básica?

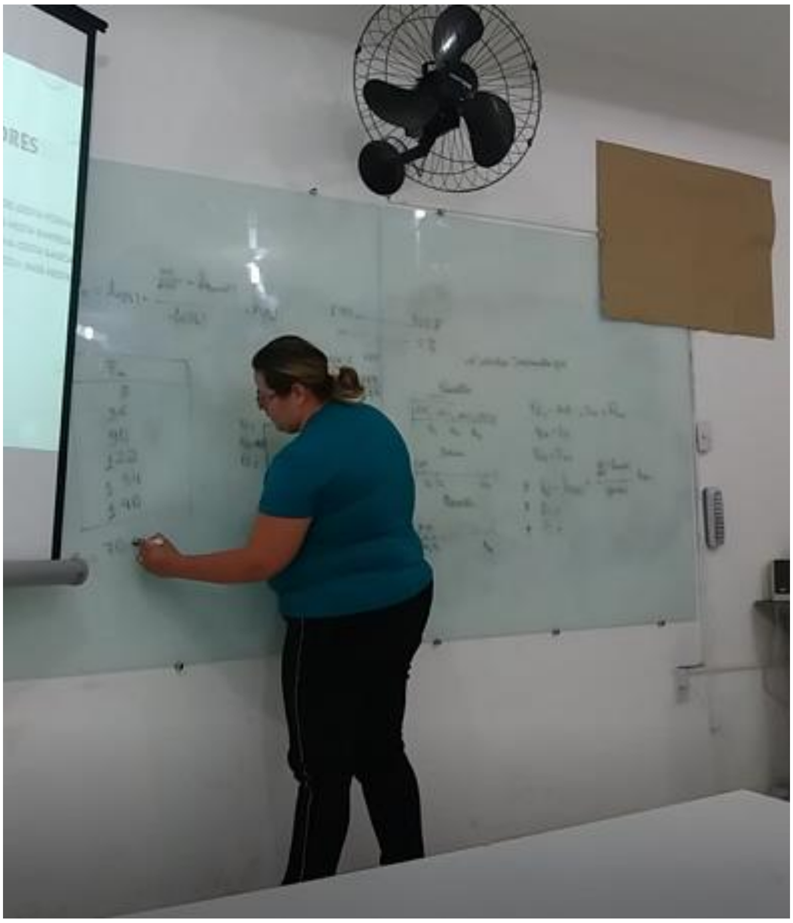
Classe	Salários R$	Número de vendedores
1	70 ⊢--- 120	8
2	120 ⊢--- 170	28
3	170 ⊢--- 220	54
4	220 ⊢--- 270	32
5	270 ⊢--- 320	12
6	320 ⊢--- 370	6
Total		

A pesquisadora-professora pediu para aluna trabalhar sobre o problema. Teria sido bom que ela trabalhasse em grupo, mas infelizmente não pôde, pois nesse encontro era a única aluna da turma.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na fase de observar e incentivar, a pesquisadora-professora, andando pela sala, vendo a aluna concentrada e pensando no caminho que iria seguir para resolver o problema, pude perceber que estava utilizando os seus conhecimentos prévios calculando 5% do número de vendedores. Nesse momento a pesquisadora-professora fez um questionamento. Esses 5% que você encontrou está em que classe? A aluna disse que os 5% de 140 vendedores era 7, mas que ainda estava pensando a qual classe esse valor pertencia.

A aluna nesse instante apresentou sua dúvida e a fim de esclarecer, a pesquisadora-professora tentou ajudar com problemas secundários com relação a medidas separatrizes. Ela fez algumas representações na lousa e perguntei-lhe quantos por cento ela achava que correspondia.

A aluna, de imediato, disse que teria que calcular o percentil 5 (P_5). Depois de ter dado o tempo suficiente para a aluna, a pesquisadora-professora chamou-a e pediu que colocasse na lousa a resolução.



Após isso, reunidas em uma plenária, a aluna e a pesquisadora-professora, chegaram a um consenso do cálculo do $P_5 = 70 + \frac{7-0}{8} . 50 \Rightarrow P_5 = 70 + 43{,}75 \Rightarrow P_5 = 113{,}75$.

Classe	Salários R$	Número de vendedores (f_A)	F_A
1	70 ⊢--- 120	8	8
2	120 ⊢--- 170	28	36
3	170 ⊢--- 220	54	90
4	220 ⊢--- 270	32	122
5	270 ⊢--- 320	12	134
6	320 ⊢--- 370	6	140
Total	**-**	**140**	**-**

Percebeu-se que a aluna havia compreendido que o problema exigia o cálculo do percentil 5. Dizendo para a pesquisadora-professora que, 70 era o limite inferior da classe pertencente ao percentil 5, 7 era posição da classe pertencente ao percentil 5; 0 a frequência absoluta acumulada da classe anterior; 8 a frequência absoluta da classe e por fim, 50 a amplitude da classe, que foi calculada com a subtração dos limites (120-70).

Analisando a situação descrita, pode-se deduzir que as medidas separatrizes permitem dividir a sequência ordenada de dados em partes que contém a mesma quantidade de elementos da série. “Desta forma, a mediana que divide a sequência ordenada em dois grupos, cada um deles contendendo 50% dos valores da sequência, é também uma medida separatriz” (SILVA et al., 2010, p. 71). Muitas vezes, o professor apoiado apenas em livros-texto, enfatiza a estatística somente por seu algoritmos, conduzindo os alunos a conhecerem as regras que permitem fazer a operação. Embora, seja importante para essa aluna ser capaz de usar tais regras, se não houver uma compreensão dos conceitos nele contidos, a futura professora não será capaz de ver como aplicar essas regras em novas situações ou problemas.

Nesse sentido, Huanca (2014) afirma que, na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o professor não está preocupado unicamente em ver se o grupo fez a operação correta ou erradamente. Ainda ele disse que, o importante, para o professor, é que cada grupo apresente sua versão e que somente na plenária é que o consenso será alcançado. “No final, o professor formaliza todo conceito novo construído e toda teoria utilizada ao longo da resolução de problemas” (HUANCA, 2014, p. 261).

A pesquisadora-professora fechando a discussão do problema disse para a aluna que, se ela prestou atenção nos dados do problema (se a empresa decidir a nível de incentivo fornecer uma cesta básica para 5% dos vendedores que pior desempenho tiveram), o valor não será único, porque se trata de um intervalo. Nesse sentido, como resposta correta, o maior salário que receberá a cesta básica é de R$ 113,75.

Já Onuchic e Allevato (2011) dizem que, após serem sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

Após essa discussão formalizamos que, se dividirmos qualquer sequência ordenada em 100 partes, cada uma ficaria com 1% de seus elementos. Esses elementos que separam estes grupos chamamos de percentis ou centis. Ao resolver esse problema podemos generalizar para qualquer sequência na forma de uma variável contínua, assim: $P_i = l_{i(P_i)} + \frac{\frac{in}{100} - F_{a(ant)}}{f_{a(P_i)}} . h_{P_i}$. Também a pesquisadora-professora falou para a aluna que existem outras medidas separatrizes, como os Quartis $Q_i = l_{i(Q_i)} + \frac{\frac{in}{4} - F_{a(ant)}}{f_{a(Q_i)}} . h_{Q_i}$ e os Decis $D_i = l_{i(D_i)} + \frac{\frac{in}{10} - F_{a(ant)}}{f_{a(D_i)}} . h_{D_i}$, além disso falou sobre o intervalo interqualítico e sobre a construção do box-plot.

Para finalizar esse encontro, a pesquisadora-professora disse que, como combinando, quando chegássemos ao final da aplicação do projeto seria realizada uma prova corresponde a unidade I do Componente Curricular Estatística e Probabilidade com o objetivo de verificar o aprendizado dos conteúdos já trabalhados. Essa prova seria individual com peso 5, cumprindo com o termo de compromisso, planejado para aula seguinte.

Também planejou-se para este encontro fazer uma avaliação do projeto aplicado no Componente Curricular Estatística e Probabilidade, usando-se um questionário que foi entregue as alunas. Para isso, a pesquisadora-professora conversou com as alunas, futuras professoras, na tentativa de conscientizá-las sobre a importância desse componente curricular do Curso de Licenciatura Plena em Matemática. Ao longo da aplicação do projeto foi possível trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A pesquisadora-professora, neste encontro duplo, reforçou dizendo que durante a aplicação do projeto foram utilizados problemas estatísticos e probabilísticos a fim de trabalhar novos conceitos e novos conteúdos da Estatística ou até mesmo rever conceitos e conteúdos matemáticos.

Reportando-se ao questionário de avaliação do componente curricular, a professora deu-lhes um tempo para pensarem e responder as 4 questões. Devido ao horário, o encontro já estava terminando e alunas não tiveram tempo suficiente para responder todas as perguntas, sendo assim, a seguir colocamos as respostas das questões 1 e 4.

1) Qual era a sua expectativa com relação ao Componente Curricular Estatística e Probabilidade? Ela foi alcançada durante essa primeira unidade?
4) De que maneira o Componente Curricular Estatística e Probabilidade, que ministrei através da Resolução de Problemas na minha pesquisa de campo, contribuiu na sua formação inicial, como futura professora de Matemática?

Em relação à primeira questão as alunas disseram que o Componente Curricular contribuiu na sua formação e perceberam ser uma nova maneira de se ensinar estatística, ou seja, uma maneira de se trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Seguem alguns trechos que justificam essa posição das alunas:

– A disciplina mostrou uma forma diferente de se introduzir novos conceitos e conteúdos de estatística trabalhando através da resolução de problemas.

– Não tinha tantas expectativas com relação a essa disciplina, achava que seria ministrada assim como as outras, de maneira tradicional. Mas me surpreendi com a metodologia aplicada em nossas aulas, mostrando a descoberta de quanto conhecimento temos guardado para construção de outros, no entanto superando a pouca expectativa que tinha.

Com relação à quarta questão, para elas o que ficou evidente foi a apresentação dessa nova metodologia de trabalho em sala de aula. Perceberam que ela contribuiu na introdução de novos conceitos e conteúdos estatísticos e probabilísticos, fazendo-as refletir sobre o seu uso como futuras professoras, com a certeza que a aplicação dessa metodologia possibilita ao aluno construir seu próprio conhecimento, permitindo sair do método tradicional de ensino.

Depois que elas responderam e entregaram o questionário, a pesquisadora-professora agradeceu a colaboração e participação delas e encerrou mais esse encontro, como também, o Projeto.

8.2.1 Análise qualitativa dos Encontros

Com base no relato dos encontros, faremos agora uma análise simplificada porque ao longo dos encontros também já foram feitas outras análises. Considerando alguns aspectos que se mostraram relevantes durante o Componente Curricular Estatística e Probabilidade através da Resolução de Problemas, essa análise nada mais é do que um estudo mais aprofundado sobre os encontros ocorridos, em que pretendemos simplificar as informações mais importantes que foram percebidas no desenvolvimento do mesmo. Nesta síntese, procuramos também, encontrar relações com os Capítulos 3 e 4 a respeito de temas que são considerados como suporte para nossa pesquisa de campo.

Os problemas selecionados foram considerados pelas alunas como muito interessantes e foi possível envolvê-las nas discussões decorrentes na maioria dos encontros. Entre as alunas, depois de alguns encontros, foi se criando um ambiente de amizade, favorável a aprendizagem, onde elas tentavam se ajudar. Essa foi a grande diferença desse Projeto. Era possível errar e percebendo o erro, discutir com a colega e com a pesquisadora-professora, e tentar uma nova forma de resolver o problema. Nesse sentido, o nosso trabalho está em sintonia com o de Onuchic e Allevato (2011), citado por nós no Capítulo 4, nas páginas 103, 104 e 105. Nesse ponto, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi a grande protagonista durante a aplicação do Projeto.

Depois dos encontros iniciais as alunas realmente sentiram-se com vontade de trabalhar em dupla. Achavam que compreendiam melhor, muitas vezes, o que elas explicavam, mas do que quando a pesquisadora-professora o fazia. Mesmo assim, foi possível perceber, assim como Huanca (2014, p. 258) que "os alunos investigam, usando seus conhecimentos prévios, descobrindo caminhos e decidindo quais deles devem tomar para resolver o problema ao trabalhar colaborativamente, relacionando ideias e discutindo o que deve ser feito para chegar à solução".

As alunas queriam saber por que não trabalharam assim em outras disciplinas durante o curso. A pesquisadora-professora respondeu que a metodologia de trabalho dos professores era variada e que isso era importante para que eles tivessem oportunidade de trabalhar de diferentes formas. Salientou que a metodologia utilizada no Componente Curricular Estatística e Probabilidade era nova e que muitos professores de Matemática do Curso Superior ainda não a conhecia.

Em relação as Noções de Probabilidade, de maneira simplificada, podemos avaliar que a dupla trabalhou com os problemas probabilísticos, sempre observando o espaço amostral e as possibilidades de ocorrências dos eventos, o que possibilitou o desenvolvimento das capacidades de literacia, raciocínio e pensamento, na medida em que:

- Trabalhou-se com dados do problema;
- Relacionou-se os dados ao contexto em que estavam inseridos;
- Interpretou-se os dados apresentados em tabelas;
- Favoreceu-se as discussões com o trabalho em dupla.

A dupla, ao trabalhar, os problemas 1, 3, 5 e 7 evidenciaram o desenvolvimento da literacia estatística. Essa capacidade também se revelou quando as alunas demonstraram conhecimento e consciência sobre os dados em seu contexto. Isto se confirma com a literacia, apresentada por Rumsey (2016). Mas, sobre o pensamento estatístico, as falhas mais observadas referem-se a descredibilidade sobre o enunciado das questões do problema 3. Quanto ao raciocínio estatístico, conforme apresentado por Garfield (2008), a dupla tomava decisões nos problemas 1, 3, 5 e 7 baseados nos cálculos probabilísticos, sem analisar os resultados e a adequação das fórmulas. Muitas vezes não questionaram os métodos determinísticos ou probabilísticos, mas inventaram regras para facilitar os resultados. Parecia mais fácil usar seus conhecimentos prévios do que refletir sobre as propriedades da probabilidade e interpretar de maneira mais profunda os dados.

Dessa forma, avaliamos que as Noções de Probabilidade trabalhadas através da resolução de problema, representou uma boa oportunidade de desenvolver alguns aspectos importantes das três capacidades envolvidas na aprendizagem da Estatística. Já as dúvidas das alunas foram debatidas e sanadas pela pesquisadora-professora com problemas secundário, também as discussões na plenária foram momentos importantes para o construção do novo conhecimento probabilístico, no qual a pesquisadora-professora pôde tornar mais evidente o objetivo de favorecer a vivência das capacidades. As alunas se sentiram mais motivadas e perceberam que suas dúvidas eram bastante pertinentes. Aos poucos, elas foram expondo suas ideias e incertezas, possibilitando uma rica troca de experiências.

Em relação a Estatística Descritiva, de maneira simplificada, podemos avaliar que a dupla trabalhou com os problemas estatísticos, sempre observando a distribuição de frequência e as representações gráficas, o que possibilitou o desenvolvimento das capacidades, na medida em que:

- Aproximou-se a Estatística Descritiva de outras áreas de conhecimento;
- Valorizou-se a importância da Estatística para a formação inicial;
- Usou-se a aplicabilidade da Estatística para estimular o interesse pela disciplina;
- Melhorou-se a habilidade de interpretação e conclusão dos resultados;
- Desenvolveu-se a habilidade de resolver problemas;
- Estimulou-se a capacidade de trabalhar em equipe.

A dupla, ao trabalhar os problemas 8, 10, 11, 12 e 13, evidenciaram o desenvolvimento da literacia estatística. Nós trabalhamos o conhecimento e a consciência sobre os dados ao fornecer contextos relevantes para os conceitos estatísticos. O entendimento de alguns dos conceitos de estatística também foram trabalhados nos problemas citados, na medida em que não foi dada ênfase a fórmula e ao cálculo, e sim aos conceitos envolvidos nos assuntos pesquisados através da Resolução de Problemas. Antes de usar as fórmulas as alunas puderam perceber a utilidade e a necessidade da estatística que estava sendo trabalhada. Também demos a oportunidade as alunas de tomarem a responsabilidade de resolver os problemas.

Além disso, as alunas puderam vivenciar, nesse aspecto, a organização de dados e as medidas estatísticas para dados agrupados e não agrupados, conceitos que são bastante relevantes para a Estatística Descritiva. Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) dizem que, essas habilidades, incluem as capacidades de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações dos dados. Ainda os autores dizem que, a literacia estatística também inclui um entendimento de conceitos e símbolos. Sabemos que a interpretação mostra o entendimento do próprio aluno em relação às ideias estatísticas e a comunicação envolve a passagem dessa informação para outra pessoa, de uma forma que ambas irão entendê-la. Sendo assim, a comunicação torna-se tão importante quanto a interpretação, além de permitir o desenvolvimento da habilidade de usar a terminologia estatística para expressar as ideias, condição essencial da literacia.

Já sobre o pensamento estatístico, nós debatemos com as alunas as capacidades de relacionar dados quantitativos, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolhendo adequadamente as ferramentas estatísticas, e identificando os tipos de representações gráficas. Também, discutimos sobre distribuição de frequência, incentivando a interpretação dos dados e tendo sido tudo feito com a participação das alunas, trabalhando através de problema. Assim, todos os problemas trabalhados nesse projeto contribuíram firmemente para o desenvolvimento do pensamento estatístico das alunas. Por fim, sabemos que o raciocínio estatístico (GARFIELD, 2008) envolve fazer interpretações sobre medidas estatísticas, representações gráficas, construção de tabelas, etc.. Em alguns casos, o raciocínio estatístico envolve a capacidade de explicar e interpretar sobre essas medidas estatísticas, o que leva a interpretações e limitações de cada uma das três medidas de tendência central.

Embora que as competências não se revelaram de forma objetiva nas alunas, nós entendemos que os processos e atitudes que foram observados no desenvolvimento desse projeto contribuíram consistentemente para o seu desenvolvimento, na formação inicial dessas futuras professoras de Matemática, conforme pudemos justificar acima.

Dessa forma, a aplicação do projeto foi encerrada e, de maneira geral, as alunas se mostraram satisfeitas com os resultados e com a maneira pela qual foi conduzida desde o início até o seu fechamento.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao aplicar o projeto no componente curricular Estatística e Probabilidade pretendíamos deixar as alunas conscientes de seu papel como futuras professoras de Matemática. Para alcançar esse objetivo fomos à busca de atividades envolvendo problemas e textos esclarecedores sobre o papel importante da Estatística e, em particular, a Educação Estatística.

Os textos selecionados para esse componente curricular referiam-se a textos em que se falava de Formação de Professores, de Educação Estatística, de metodologias de trabalho para sala de aula, especificamente a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Esses textos foram fundamentais, pois propiciaram momentos de reflexão, debates e discussões, dando oportunidade as alunas de expressarem suas ideias.

Inicialmente as alunas mostraram certa timidez em resolver os problemas e em expressar suas ideias relacionadas aos textos selecionados pela pesquisadora, mas, aos poucos foram se sentindo confiantes, entusiasmadas e motivadas para tal. Esse tipo de comportamento é natural, pois essas alunas estavam acostumadas a ouvirem passivamente o professor. Em consonância com Tardif (2014), acreditamos que o curso de Licenciatura é o momento propício para se criar estratégias de formação que possam desconstruir os saberes que foram apropriados durante a trajetória estudantil na Escola Básica.

Esse Projeto **P$_4$** tinha por objetivo explorar, investigar, construir, experimentar, conjecturar, generalizar e formalizar determinados conceitos de Estatística e Noções de Probabilidade fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, por meio da Estatística Descritiva, exigindo uma participação mais ativa das alunas, desde o primeiro momento da experimentação do jogo das bolinhas e observações até a generalização de novos conceitos estatísticos e noções probabilísticas. Nesse Projeto não foi nossa intenção trabalhar toda a Estatística, mas sim, apenas alguns importantes conceitos. Procuramos trabalhar as ideias, como as de Formação de Conceitos Probabilísticos, Eventos, Espaço Amostral, Eventos Equiprováveis, Probabilidade Condicional, Independência Estatística, Conceitos Estatísticos, Distribuição de Frequência, Representações Tabulares e Gráficas, Medidas de Tendência Central, Medidas Separatrizes e Medida de Dispersão.

Para trabalhar essas ideias foi lhes apresentada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como um caminho para se ensinar, aprender e avaliar Estatística. Para conhecimento e aplicação dessa metodologia, selecionamos problemas que seriam geradores de novos conceitos e novos conteúdos estatísticos e probabilísticos que envolvessem os principais ramos da Estatística Descritiva e Noções de Probabilidade. Foram problemas de natureza simples, mas que levaram essas futuras professoras a repensarem e reverem determinados conceitos estatísticos que não eram bem compreendidos por elas, como, o conceito de medidas de posição.

Houve uma participação ativa dessas alunas durante os encontros. Diante dos problemas apresentados elas mostraram-se interessadas e motivadas para resolvê-los, mesmo com suas dificuldades. E isso só foi possível devido à aplicação da metodologia de ensino adotada por nós.

Percebemos que, essa metodologia mostrou-se como algo novo para essas futuras professoras, como se pode ler em alguns depoimentos:

– *Essa metodologia me mostrou outra visão ... que quando queremos estimular o aprendizado dos alunos temos metodologia para isso ... só é preciso querer e buscar métodos que renove o aprendizado e estimule o querer dos alunos.*

– *Aprendi com uma metodologia diferente de outras tão tradicionais e pude construir meu conhecimento deixando formalizado os conceitos estudados.*

Assim, trabalhar com essa metodologia favoreceu um ambiente de aprendizagem, promovendo, dessa forma, debates, interações entre as alunas, reflexões sobre como trabalhar através da Resolução de Problemas.

– *Muito boa essa metodologia, pois através da forma que foram apresentados os conteúdos de Estatística e Probabilidade, me deu prazer de ir aos encontros e participar deles.*

– *O despertar do prazer pela disciplina e o gosto pelo conteúdo abordado, levou a nós mesmas o caminho para a construção do saber, o compromisso a não faltar nas aulas, o acréscimo as responsabilidades e o aceitamento aos erros.*

– *Eu não sabia que tudo no cotidiano tem estatística e probabilidade, e a cada encontro aprendo mais.*

– *A disciplina me fez aprender mais sobre as facetas da probabilidade no cotidiano. Eu estou adorando as aulas.*

Ensinar essas alunas com tal metodologia possibilitou uma maior reflexão a essas futuras professoras que, repensando sobre os prévios conceitos e conteúdos estatísticos possuídos, pudessem criar ou até mesmo ressignificar novos conceitos e novos conteúdos estatísticos e probabilísticos. Mais que isso, sua aplicação permitiu identificar os erros que as alunas cometem por não terem consigo o domínio dos conceitos e das propriedades estatísticas bem compreendidos. Nesse sentido, queríamos mostrar às futuras professoras que com essa nova metodologia pode-se fazer muita estatística e dar sentido a ela.

Essa foi nossa proposta, de ensinar Estatística através da Resolução de Problemas. Uma proposta que se apresenta de uma forma prescritível, como vista no capítulo 4 desta dissertação, com ações tanto por parte do professor quanto do aluno. O ponto de partida é sempre um problema que gerará novos conceitos e novos conteúdos estatísticos e probabilísticos. O ambiente de sala de aula se torna dinâmico com a participação ativa dos alunos nos processos de ensino-aprendizagem.

Onuchic e Allevato (2011) argumentam que essa proposta ajuda os alunos a obterem percepções mais profundas acerca da matemática; a estabelecer conexões entre temas matemáticos e não matemáticos, a identificar padrões e a desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Trabalhar essas ideias usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas permitiu dar as alunas um grande significado e compreensão sobre elas, como também, foi possível uma maior reflexão por parte dessas futuras professoras, abrindo-lhes os olhos para esse novo tipo de trabalho quando vierem a ensinar. Nesse Componente Curricular pretendíamos tornar a Estatística mais compreensível para as alunas em um ambiente que fosse suscetível a questionamentos, a experimentos, a análise, a levantamento de conjecturas, enfim, um lugar onde se pudesse aprender Estatística, em especial, a Estatística Descritiva e Noções de Probabilidade de forma compreensível. Esse espaço foi a própria sala de aula. Nesse sentido, a metodologia favoreceu o trabalho em equipe e a troca de ideias entre elas. As alunas tiveram uma participação ativa, como coconstrutoras do novo conhecimento adquirido.

> Na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem e construção de um novo conhecimento, onde professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e conteúdos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

No decorrer do componente curricular, depois das várias leituras feitas, as questões apresentadas pela professora tiveram o intuito de levar as alunas a refletirem sobre a Educação Estatística como uma nova área de conhecimento, cujo campo de pesquisa tem por finalidade identificar e caracterizar os processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Estatística. Dessa forma, na pesquisa de campo, o ensino da Estatística se deu através da Resolução de Problemas.

Em suma, podemos aferir que tanto a Estatística quanto a Educação Estatística tem um papel fundamental na formação do futuro professor. A Educação Estatística é mais que um domínio da prática profissional. Nela se reconhece três competências estatística: a literacia estatística, o pensamento estatístico e o raciocínio estatístico.

> Se o professor estiver atento aos tipos e níveis de raciocínio que precisa reforçar em cada um dos seus alunos, se tiver em consideração o pensamento estatístico dos seus alunos e criar situações no sentido de incrementar e desenvolver, se estiver atento ao que os alunos já sabem e ao que precisa reforçar na literacia estatística dos seus alunos, pode promover situações, na sala de aula, para os ajudar a desenvolver o raciocínio, o pensamento e a literacia estatística, e consequentemente, a competência estatística (LOPES; FERNANDES, 2014, p. 75).

Procuramos também evidenciar durante os encontros que, para ser um professor eficiente em Estatística, é necessário que se tenha o conhecimento matemático e também o conhecimento estatístico e probabilístico, pois ambos subsidiarão o professor para que ele faça com que seus futuros alunos compreendam a estatística e percebam a sua importância. O professor, deve estar preparado sobre o modo e sobre o método de trabalhar com determinados conteúdos estatísticos e probabilísticos.

Sentimos, muitas vezes, durante os encontros, as dificuldades que essas futuras professoras encontraram ao se deparar com problemas probabilísticos e estatísticos que, para sua resolução, pedem mais conhecimento e mais rigor da Estatística. Tal deficiência se destacou no momento em que elas precisaram usar de argumentação para a justificação ao demonstrar propriedades estatísticas que haviam levantado por meio de conjecturas que se apresentaram através da experimentação. Por vezes, as alunas conseguiam expressar oralmente suas ideias estatísticas, mas quando eram requeridas a fazer registros do que pensavam por escrito, por exemplo, ao entender e calcular a probabilidade condicional, como também as medidas para dados agrupados com intervalo de classe e até a construção de gráficos, estampava-se em suas faces uma dificuldade acentuada. Foi preciso muitas e muitas vezes a intervenção e a mediação da pesquisadora-professora, dando-lhes dicas e sugestões para que pudessem avançar.

Diante de todas essas dificuldades, a essência da aplicabilidade da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas foi se perdendo. As alunas quase que, totalmente, deixaram de ser as “protagonistas” neste cenário de aprendizagem, cabendo essa função à professora que, diante das dificuldades apresentadas pelas alunas com relação aos seus conhecimentos estatísticos, teve que intervir e guiá-las por várias vezes. Nesse contexto, os problemas que seriam secundários passaram a ser, praticamente, problemas primários.

Pensávamos que as alunas, já tendo um conhecimento prévio da Estatística, seria mais fácil propor e aplicar a metodologia adotada para se trabalhar em sala de aula numa visão dinâmica. Mas não foi o que aconteceu e isso nos causou um sentimento de frustração, pois esperávamos que essas alunas, futuras professoras, já no fim de um curso de Licenciatura, apresentassem conhecimentos básicos da Estatística, capazes de poder desenvolver bem os conteúdos, por nós planejados, para esse componente curricular. Além disso, as alunas possuíam várias lacunas, tal fato se deu por não terem tido oportunidade de estudar esses conteúdos, do bloco Tratamento da Informação, no Ensino Básico. Assim, essas alunas revelaram não ter conhecimento sobre Estatística e Probabilidade que, segundo elas, era um novo conteúdo.

Olhando por outro lado, não podemos deixar de admitir que a aplicabilidade da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, concedeu a essas futuras professoras, momentos de criatividade, de interesse, de motivação e de participação ativa, num trabalho cooperativo e colaborativo durante as atividades propostas, diferentemente do que ocorre em uma aula tradicional. Esse trabalho também lhes deu oportunidade de discussões criativas na plenária.

Apesar das alunas não conseguirem uma produção estatística desejada, a pesquisadora-professora, numa atitude de guia, mediadora e orientadora, foi contundente ao deixar que as alunas explorassem as atividades para só então, depois, chegarem à abstração e generalização de determinadas propriedades estatísticas e probabilísticas trabalhadas, cabendo-lhe a formalização dos novos conceitos e conteúdos estatísticos e probabilísticos que se pretendia construir nos encontros. Elas passaram por situações de experimentação que não estavam acostumadas, saindo da rotina de aulas tradicionais.

Não foi possível trabalhar com todos os problemas elaborados para o projeto devido ao tempo usado pela pesquisadora-professora em problemas secundários e na busca de sanar dificuldades manifestadas pelas alunas, desde a interpretação dos enunciados dos problemas até a falta de conhecimento prévio da estatística necessário para avançar na Resolução do Problema. Assim, alguns problemas levaram mais de um encontro para ser trabalhado. No entanto, acreditamos que, com boa parte do trabalho realizado, muitos de nossos objetivos foram alcançados.

Mesmo diante de todas essas dificuldades manifestadas pelas alunas, com certeza houve um ganho significativo para a aprendizagem delas, a ponto de, em seus depoimentos, ficarem registrado o quão importante foi esse trabalho para sua formação. Estes por sua vez, foram escritos no último encontro.

– Serei bem sincera ... no primeiro momento apenas iria fazer a disciplina para terminar o curso, mas ao decorrer dos encontros fui gostando dos conteúdos e achando interessante as aplicações da probabilidade e da estatística no nosso cotidiano.

– No meu ver, os conteúdos da estatística deveriam ser mais abordados em sala de aula através de problemas, onde seria induzido aos alunos a terem as suas próprias conclusões.

– De qualquer forma a metodologia terá resultados positivos, claro que com alguns conhecimentos adquiridos anteriormente, suas ideias na construção do novo conhecimento são mais rápidas, mas sem esses conhecimentos você também chegará ao resultado.

– A metodologia adotada nos encontros é excelente, na qual até o dia de hoje só tive o prazer de estudar apenas em duas disciplinas, contando com essa. Usaria a metodologia resolução de problemas com maior honradez nas minhas aulas.

– A metodologia foi bem trabalhada e aprofundou os conceitos para formalizar o que realmente é a probabilidade e estatística.

Concluímos então, que diante desses depoimentos das alunas-participantes e olhando para toda a aplicação do nosso projeto em 13 encontros, estamos convencidos de que houve contribuição na formação inicial dessas futuras professoras de Matemática da UEPB, Campus Monteiro, além do aporte na construção do conhecimento estatístico aliado a um conhecimento da probabilidade, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico. Assim, constatamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um caminho conveniente para essa ação, exigindo do professor uma nova forma de ver e compreender os processos de ensino-aprendizagem-avaliação da Estatística.

REFERÊNCIAS

BATANERO, C. Didáctica de la Estadística. Grupo de Investigación en Educación Estadística, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001.

BIASE, N. G. A Estatística como Ferramenta para Tomada de Decisões. In: Cristiane Coppe de Oliveira; Vlademir Marim. (Org.). Educação Matemática: contextos e práticas docentes. 2 ed. Campinas: Alínea, p. 131-139, 2014.

BLANCO, L.; CONTRERAS, L. Un modelo formativo de maestros primários, en el área de matemática, en el ámbito de la geometria. In: ______. (Org.). Aportaciones de la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente. Cáceres: Universidad de Extremedura, 2002. p. 92-124.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BORGES, B. L. M. Simplificando a Estatística. Campina Grande: EDUEP, 2003.

BOTTER, D. A.; PAULA, G.A.; LEITE, J. G.; CORDANI, L. K. Noções de Estatística: com apoio computacional. Versão preliminar, editora: Instituto de Matemática e Estatística – USP. São Paulo, 1996.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC, 1998. 148p.

________. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica. Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006. v.2, p.69-98.

________. Ministério da Educação. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n. 9394, de 20 de Dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: MEC, 1996.

______. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução. Parecer CNE/CP 09/2001. Institui as diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em cursos de nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília: MEC, 2002.

BURNS, M. How to teach problem solving. Arithmetic Teacher, 29 (6), p. 46-49, february, 1982.

BUSSAB, W.O; MORETTIN, P. A. Estatística Básica. São Paulo: Saraiva, 2010.

CAMPOS, C. R. A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. 2007. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Coleção tendências em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

CAMPOS, C. R. et al. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. Bolema, v. 24, n. 39, p. 473-494, 2011.

CARLINI, A. L. Procedimentos de ensino: escolher e decidir. In: SCARPATO, M. (Org.) Os procedimentos de ensino fazem a aula acontecer. São Paulo: Avercamp, 2004, 133p., p. 25-81.

CHARLES, R. I. Teacher education and mathematical problem solving: some issues and directions. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). The teaching and assessing of mathematical problem solving. Virgínia: Lawrence Erlbaum Associates, 1989, NCTM, 282p., p. 259-272.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. In: STERNBERG, R. As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações. Trad. Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992, 285p., p. 249-275.

COSTA, A.; NACARATO, A. M. A Estocástica na Formação do Professor de Matemática: percepções de professores e de formadores. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 24, n° 39, p. 367-386, 2011.

CRESPO, A. A. Estatística Fácil. São Paulo: Saraiva, 2009.

CURI, E. A matemática e os professores dos anos iniciais. São Paulo: Musa Editora, 2005.

DANTAS, C. A. B. Probabilidade: Um curso Introdutório. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2013.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In.: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

DELMAS, R. A Comparison of Mathematical and Statistical reasoning. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Ed.). The challenge of development statistical literacy, reasoning and thinking. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publisher, 2004. p. 79-95.

DESLAURIES, J. P.; KÉRISIT, M. O delineamento de pesquisa qualitativa. In: POUPART, J. et al. A pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, p. 127-153, 2008.

ECHEVERRIA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, 177p., p. 43-65.

ECHEVERRIA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, 177p., p. 13-42.

ESTEBAN, M. T. Sujeitos Singulares e tramas complexas – desafios cotidianos ao estudo e à pesquisa. In: GARCIA, R. L. (Orgs). Método, Métodos e Contramétodo. 1 ed. São Paulo: Cortez, p. 125-145, 2003.

FERRAÇO, C. E. A Pesquisa em educação no/do/com o Cotidiano das Escolas. In: FERRAÇO, C. E. ; PEREZ, C. L. V. ; BARBOSA, I. B. (Orgs). Aprendizagens cotidianas com a pesquisa. Petrópolis: DP et al., p. 23-34, 2008.

FI, C. D.; DEGNER, K. M. Teaching through problem solving. Mathematics Teacher, V.105, n. 6, february, p. 455-459, 2012.

FIORENTINI, D. Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. Campinas, 1994. Tese de doutorado. Faculdades de Educação – UNICAMP.

FONSECA, J. S; MARTINS, G. A. Curso de Estatística. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GARCIA, R. L. A difícil arte/ciência de pesquisar com o cotidiano. In: GARCIA, Regina Leite (Org.). Método; métodos; contramétodos. São Paulo: Cortez, p. 193-208, 2003.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. Developing Students' Statistical Reasoning Research and Teaching Practice. Springer Publishers, 2008.

GOLDENBERG. M. A Arte de Pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8.ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GIRONDO, L. Capacitats, objectius i ara competències!. BIAIX, n. 18, p. 30-32, 2001.

HUANCA, R. R. H. A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula. 2006. 247f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" -UNESP, Rio Claro.

________. A Resolução de Problemas e a Modelização Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem- Avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática. 2014. 315 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H. Tratamento da Informação. In: Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato; Fabiane Cristina Höpner Noguti; Andresa Maria Jusulin (Orgs.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. 1ed. Jundiaí: Paco Editorial, v. 1, p. 141-154, 2014.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIND, W. Manual de Psicologia Educacional: aprendizagem e capacidades humanda. Tradução de ABREU, M. C. T. A. São Paulo: Haper &Row, 1977, 605p.

KRULIK, S.; RUDNICK, J. A. Teaching problem solving to preservice teachers. Arithmetic Teacher, 29 (6), p. 42-45, february, 1982.

LARSON, R.; FARBER, B. Estatística Aplicada. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LINDQUIST, M. M. Prólogo. In: Making Sense: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997, p. vii-xvii.

LIRA, O. C. T.; MONTEIRO, C. E. F. Interpretação de Dados a partir da Utilização de Ferramentas do Software TinkerPlots. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 24, nº 40. p. 765-788, 2011.

LOESCH, C. Probabilidade e Estatística. Rio de Janeiro: LCT 2014.

LOPES, P. C.; FERNANDES, E. Literacia, Raciocínio e Pensamento Estatístico com Robots. Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática, v. 23, nº 2, p. 69-94, 2014.

MAGALHÃES, M. N. Probabilidade e Variáveis Aleatórias. 2 ed. São Paulo: Edusp, 2006.

________. Desafios no Ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática. In: Suzi Samá; Mauren Porciúncula Moreira da Silva (ogrs). Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. Curitiba: CRV, 1ed, p. 41-65, 2015.

MARCELO, C. Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. Revista Brasileira de Educação, n. 9, p. 51-75, 1998.

MAYER, R. E. Implications of cognitiv psychology for instruction in mathematical problem solving. In: SILVER, E. A. (Ed.) Teaching and learning mathematical problem so lving: multiplie research perspectives. Hillsdale:LEA, 1985, 469p., p. 123-138.

MINAYO, M. C. S. O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde, 14 ed. São Paulo: Hucitec, 2014.

MORETTIN, L. G. Estatística Básica: Probabilidade. São Paulo: Makron Books, 1999.

NACARATO, A. M. et al. Saberes docentes em matemática: uma análise da prova do concurso paulista de 2003. Revista de Educação Matemática, v. 9-10, p. 61-70, 2005.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston: NCTM, 1989, 258p.

________. Normas Profissionais para o ensino de Matemática. Tradução: Associação de Professores de Matemática. APM. 2ª ed. Lisboa, 1994. NCTM.

________. Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Tradução: Associação de Professores de Matemática. APM. 2ª ed. Lisboa, 2008. 466p. PNME

OLIVEIRA, M. C. A. Possibilidades de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo na formação inicial de professores de matemática. In: 28º REUNIÃO DA ANPED, 2005, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2005.

OLIVEIRA, M. M. Como fazer pesquisa qualitativa. 6 ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, 314p., p. 199-218.

________. Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. In: 11ª CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, Blumenau. Anais da 11ª Conferência Interamericana de Educação Matemática. Blumenau: Universidade Regional de Blumenau, 2003, p. 1-11.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212-231.

________. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, nº 41. p. 73-98, 2011.

________. Matemática Discreta através da Resolução de Problemas. Anais do XI Encontro Paulista de Educação Matemática: XI EPEM. São José do Rio Preto: SBEM/SBEM-SP, 2012, p.1-4.

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: Maria Clara Rezende Frota; Barbara Lutaif Bianchini; Ana Márcia F. Tucci de Carvalho. (Org.). Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior. 1ed. Campinas: Papirus, 2013, v. 1, p. 307-331.

ONUCHIC, L. R.; NOGUTI, F. C. H. A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica. In: Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato; Fabiane Cristina Höpner Noguti; Andresa Maria Jusulin (Orgs.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. 1ed. Jundiaí: Paco Editorial, v. 1, p. 53-68, 2014.

PACHI, C. G. F. A Estatística e suas Aplicações no Cotidiano. In: Cristiane Coppe de Oliveira; Vlademir Marim. (Org.). Educação Matemática: contextos e práticas docentes. 2 ed. Campinas: Alínea, p. 147-154, 2014.

PEREZ, G. Formação de professores de Matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 15, p. 263-282.

PERRENOUD, P. Dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: ________. (Org.). Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez, 1999.

________. Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002.

PFANNKUCH, M.; BEN-ZVI, D. Developing teachers' statistical thinking. In: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.). Teaching statistics in school mathematics: challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study. Nova York, NY: Springer, 2011. p. 323-334.

PIERCE, R.; CHICK, H. Teachers' beliefs about statistics education. In: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.). Teaching statistics in school mathematics: challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study. Nova York, NY: Springer, 2011. p. 151-162.

PINTO, S. S; SILVA, C. S. Estatística. vol. I. Porto Alegre: A autora, 2013.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre cursos de licenciaturas em matemática, tomando como referências as orientações propostas nas diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica. Educação Matemática em Revista, São Paulo,v. 9, n. 11-A, edição especial, p. 44-56, abr. 2002.

PIRONEL, M. A Avaliação integrada no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. 2002. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994, 196p.

PONTE, J. P. Por uma formação inicial de professores de qualidade – documento de trabalho da Comissão ad hoc do CRUP para a formação de professores, abril de 2000.

________. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. Educação Matemática em Revista, v. 9, n. 11, abr. 2002. (Edição Especial).

________. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. Educação e Matemática, Lisboa, n. 31, p. 9-12, 1994. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentesjpontes>. Acesso em: 16 jan. 2016.

________. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: CONFERÊNCIA PLENÁRIA APRESENTADA NO ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – PROFMAT, 1998, Guimarães Acta... Lisboa: APM, 1998. p. 27-44. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentesjpontes>. Acesso em: 16 jan. 2016.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2013, 152p.

POZO, J. I; ANGÓN, Y. M. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver,

ROMBERG, T. A. Perspectives on Scholarship and Research Methods. In: Grouws, D. A. (ed.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, p.49-64. NCTM, New York: Simon & Schuster, 1992.

________. Perspectivas sobre o Conhecimento e Métodos de Pesquisa. Tradução de ONUCHIC, L. R.; BOERO, M. L. BOLEMA – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro – UNESP, n. 27, p. 93-139, 2007.

RUMSEY, D. Estatística para leigos. Rio de Janeiro: Alta Books, 2016.

SANTOS. A. R. Metodologia Científica - a construção do conhecimento, 7 ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2007.

SCHOENFELS, A. H. H. Mathematical problem solving. Orlando: Academic Press, 1985, 409p.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). New directions for elementary school mathematics. Reston: NCTM, 1989, 245p., p. 31-42.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas letivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. Quadrante, Lisboa, n. 8, p. 139-168, 1999.

SILVA, E. M. S; SILVA, E. M. S; GONÇALVES, V.; MUROLO, A. C. Estatística. São Paulo: Atlas, 2010.

SOUZA, L. O.; LOPES, C. E. O Uso de Simuladores e a Tecnologia no Ensino da Estocástica. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 24, nº 40. p. 659-677, 2011.

SPIEGEL, M. R. Estatística. 3 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1993.

SPIEGEL, M. R; STEPHENS, L. J. Estatística. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2009.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). The teaching and assessing of mathematical problem solving. 3 ed. Virginia: Lawrence Erlbaum Associates, 1990, NCTM, 282p., p. 01-22.

STERNBERG, R. J. Psicologia cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. Revista Brasileira de Educação, ANPED, São Paulo, n. 13, jan./abr. 2000.

________. Saberes Docentes e Formação Profissional. Petrópolis: Vozes, 2002.

________.Saberes Docentes e Formação Profissional. 17 ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

TRIOLA, M. F. Introdução à Estatística. 10 ed. Rio de Janeiro: LCT, 2008.

VAN DE WALLE, J. A.; LOVIN, L. H. Teaching Student – Centered Mathematics: Grads K-3. Vol.1, Pearson, 2006.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009, 584 p.

VENDRAMINI, C. M. M.; BRITO, M. R. F. Relações entre atitude, conceito e utilidade da estatística. Psicologia Escolar e Educacional, v.5 n.1. Campinas, 2001.

VIALI, L. Aprender fazendo: como tirar proveito do computador para melhorar a aprendizagem da estatística. In: 9º Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Anais. Belo Horizonte: ENEM, 2007.

WODEWOTZKI, M. L. L; JACOBINI, O. R. O Ensino de Estatística no Contexto da Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V. & BORBA, M. de C. (orgs.). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. São Paulo: Editora Cortez, p. 232-249, 2004.

ANEXO A

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA "Campus Campina Grande"
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Campina Grande, julho de 2016.

PREZADOS ALUNOS

Somos pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB de Campina Grande/PB. Temos desenvolvido pesquisas sobre temas que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática nos diferentes níveis de escolaridade. Atualmente, estamos envolvidos num projeto cujo objetivo é contribuir com a formação inicial do professor de Matemática que deverá ensinar **Estatística** propondo uma metodologia de trabalho em sala de aula. Para isso, estabelecemos contato, na Universidade Estadual da Paraíba – UEPB/Campus VI, com o Coordenador do Colegiado de Matemática, professor Luciano dos Santos Gomes, pedindo-lhe permissão para realizar a coleta de dados que se dará em forma de aulas, tendo a pesquisadora como professora no Componente Curricular Introdução à Probabilidade.

Para essa pesquisa, uma sequência de aulas dessa disciplina será filmada. Todas as prerrogativas éticas serão rigorosamente cumpridas e o Coordenador do curso estará informado de todos os momentos desse processo. Além disso, reiteramos que seguiremos à risca todas as obrigações éticas indicadas pela UEPB sendo que nenhum material relativo a essa filmagem será divulgado sem o conhecimento e a autorização explícita dos participantes.

Esta carta, portanto, tem a intenção de informar a todos sobre esse processo de investigação e solicitar-lhes autorização para sua participação. Para tanto, pedimos a gentileza de que esta carta, assinada abaixo, nos seja devolvida.

Os resultados desta pesquisa estarão disponibilizados nesse Campus, em cópia impressa e digital, tão logo todo o trâmite tenha se completado. Além disso, ficamos à disposição de todos para o que for julgado necessário, no PPGECEM/UEPB/CG – PB, Campus Universitário – Av. das Baraúnas, 351, Campina Grande/PB (telefone 3315-3409).

Contamos com sua colaboração num trabalho que visa à melhoria do processo de ensinar e aprender Estatística.

Atenciosamente

Prof. Dr. Roger Huanca — Orientador

Profa. Patrícia Melo Rocha — Mestranda

Nome do Aluno: ____

ANEXO B

uepb
Universidade
ESTADUAL DA PARAÍBA

Centro de Ciências Humanas e Exatas
Campus VI - Poeta Pinto do Monteiro
Coordenação de Matemática

DECLARAÇÃO

Declaramos para os devidos fins que a mestranda **Patrícia Melo Rocha** do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Campina Grande, esteve aqui no dia 24/04/2015 na coordenação do *Curso de Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas – CCHE, campus Monteiro,* para discutir a possibilidade de realizar sua pesquisa de campo, já que seu objeto de pesquisa é o Processo de Ensino-Aprendizagem de Estatística visando as Perspectivas didático estatístico na formação inicial de professores de Matemática.

A coordenação inicialmente providenciou o Projeto Político Pedagógico - PPP do curso de Licenciatura plena em Matemática, também a Resolução da aprovação do referido PPP, além da Composição Curricular – Seriado Semestral.

Sendo assim, estamos a disposição em colaborar com o referido Projeto de Pesquisa do Mestrado.

Por ser expressão da verdade, dato e assino a presente declaração.

Monteiro-PB, 24 de abril de 2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI
Prof. Luciano dos Santos Ferreira
Coordenador do Curso de Matemática
Mat. 623744-4

Rua Abelardo Pereira dos Santos, 079 – Campus VI – Centro
58500-000 – Monteiro – Paraíba – Brasil
Fone: (083) 3351-2348 – Fax: (83) 3351-2970
E-mail:uepbcampus6@hotmail.com – www.uepb.edu.br

ANEXO C

UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – CAMPUS MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS

Termo de Compromisso e Responsabilidade

PROJETO DE PESQUISA E ENSINO "CURSO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS"

Quantidade de Alunos:
Quantidade de Aulas Previstas: 60 horas/aula
Quantidade de Encontros Previstos: 15 encontros
Período: 30/06/2016 até 27/10/2016

Este termo de compromisso tem por objetivo estabelecer parâmetros para nortear o desenvolvimento e a organização do Projeto de Ensino "Curso de Estatística e Probabilidade através da Resolução de Problemas", apontando as responsabilidades e os direitos dos alunos e da pesquisadora-professora.

O trabalho será realizado no Componente Curricular "Introdução à Probabilidade", com uma turma do 9º semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Monteiro, PB. Com 60 horas/aulas presenciais.

Conteúdo e metodologia:

Serão trabalhados temas Noções de Probabilidade e Estatística Descritiva, com a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, onde se entende por problema tudo aquilo que não sabemos e estamos interessados em saber.

Normas:

- A professora será responsável pelo desenvolvimento de um ensino-aprendizagem sério e eficiente, tendo o aluno como co-construtor de seu próprio conhecimento. Ela, também, será o veículo que conduzirá à construção desse novo conhecimento (Vygotsky – Zona de Desenvolvimento Proximal). Cabe também à professora a exploração final e a formalização de novos conceitos e conteúdos construídos.
- O trabalho será desenvolvido de forma cooperativa e colaborativa. Os estudantes trabalharão em grupos de quatro alunos com o objetivo de resolver problemas visando à construção ou reconstrução de conceitos matemáticos;
- Todos deverão engajar-se na discussão dos problemas apresentados;
- O trabalho individual de cada membro terá um efeito direto sobre o sucesso do grupo;

- Cada grupo deverá entregar as atividades ao final de cada encontro. A pesquisadora recolherá os trabalhos e, após tirar cópia, os devolverá aos grupos no encontro seguinte;
- A tarefa extraclasse deverá ser feita e entregue no início do encontro seguinte.

Avaliação:

Os alunos serão avaliados individualmente, de acordo com o artigo 24, inciso V- a da L.D.B. da Educação Nacional, lei nº 9394 de 20/12/1996. A avaliação desses alunos será feita continuamente e, para cada tópico selecionado, haverá uma pontuação:

- FREQUÊNCIA (1 ponto): Todos deverão estar presentes no local e horários estipulados.
- TRABALHO DE GRUPO (2 pontos): Os trabalhos de grupo serão observados e avaliados pela pesquisadora-professora durante as atividades.
- PARTICIPAÇÃO (1 ponto): Participação nas discussões e no desenvolvimento de atividades propostas.
- TAREFA (1 ponto): As tarefas extraclasse serão validadas e discutidas no início da aula subsequente.
- PROVA (5 pontos): A avaliação escrita será constituída por uma prova individual requerida por Lei e pela Instituição.

Outras resoluções:

Questões e problemas sugeridos durante o desenvolvimento do trabalho serão discutidos por todos, alunos e pesquisadora-professora, a fim de chegar-se a um comum acordo, ficando estabelecido que as normas devam ser cumpridas por todos.

Ciente dessas normas e de pleno acordo com todas as condições estabelecidas assinam abaixo.

Monteiro, 07 de julho de 2016.

____

Pesquisadora Professora

____________________________ ____________________________

Aluno (a) Aluno (a)

____________________________ ____________________________

Aluno (a) Aluno (a)

ANEXO D

FICHA DE ACOMPANHAMENTO (Use também o verso, se considerar necessário)

1. O que você aprendeu com o encontro (aulas) de hoje?

____

____

____

____

____

2. Para você, quais foram os pontos positivos desse encontro?

____

____

____

____

____

3. E os pontos negativos?

____

____

____

____

____

4. Sugestões:

____

____

____

____

____

DATA: ..... /...... /...........

NOME (não é obrigatório):_______________________________________