UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

IDEIAS/SIGNIFICADOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CAMPINA GRANDE – PB
2016

SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

IDEIAS/SIGNIFICADOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, na linha de pesquisa em Metodologia e Didática, em cumprimento à exigência para a obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orient. Profº. Drº. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE – PB
2016

S586i Silva, Sheila Valéria Pereira da
Idéias/significados da multiplicação e divisão:o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental [manuscrito] / Sheila Valéria Pereira da Silva. - 2016.
170 p.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Drº Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática".

1. Matemática. 2. Ensino-aprendizagem. 3. Operações matemáticas. 4. Ensino Fundamental II. I. Título.
21. ed. CDD 372.7

SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

IDEIAS/SIGNIFICADOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, na linha de pesquisa em Metodologia e Didática, em cumprimento à exigência para a obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Aprovado em 01 de fevereiro de 2016

Banca Examinadora

Silvanio de Andrade

Profº. Drº. Silvanio de Andrade - UEPB (Orientador)

Profº. Drº. José Joelson Pimentel de Almeida - UEPB

Nilza Eigenheer Bertoni

Profª. Drª. Nilza Eigenheer Bertoni - UNB

À minha mãe Severina, ao meu avô João (in memoriam), a minha avó Helena e ao meu tio Pedro.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao Senhor meu Deus pela oportunidade de estudar, de aprender/reaprender e realização dessa pesquisa, como também a sabedoria, a força, a paciência e a perseverança;

À minha mãe Severina pelo seu apoio incondicional;

À minha avó Helena e ao meu tio Pedro por sempre poder contar com suas ajudas;

À professora titular da turma do 5º ano por me ceder sua sala de aula como espaço de investigação;

Aos alunos do 5º ano partícipes dessa pesquisa, pela colaboração e empenho durante os encontros.

Ao meu orientador professor Drº. Silvanio de Andrade, pelas orientações recebidas durante todo o processo de escrita, incentivando um olhar especial para a sala de aula;

Aos professores das disciplinas cursadas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, que contribuíram com diálogos, reflexões e aprofundamento teórico;

Aos professores da banca, José Joelson Pimentel de Almeida e Nilza Eigenheer Bertoni pelas valiosas contribuições na perspectiva de qualificar este trabalho;

À minha amiga Maria das Graças pelo apoio e torcida nestes dois anos de curso;

Agradeço a minha amiga Maria Clara pela revisão de texto.

À todos que torceram por mim durante este processo, enviando energias positivas para que eu chegasse até aqui.

RESMO

O presente trabalho expõe os resultados de uma pesquisa de Mestrado realizada no contexto da sala de aula de Matemática do 5º ano Ensino Fundamental. Tendo por objetivos: investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental; Identificar as compreensões e concepções dos alunos acerca da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*; Descrever e analisar o processo de ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Se propõe ainda, ao término da pesquisa elencar caminhos que possam contribuir didático-metodologicamente com o ensino-aprendizagem da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*. A nossa pesquisa se caracteriza como qualitativa na modalidade pedagógica. A investigação ocorreu em uma escola pública municipal da cidade de Campina Grande/PB, numa turma do 5º ano, composta por 33 alunos. O levantamento/recolha de dados desta pesquisa se deu através de um conjunto de quinze encontros (31 aulas ministradas) no 5º ano, trabalhando a resolução, exploração e proposição de problemas com variadas ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. As anotações da pesquisadora sobre o desenvolvimento dos encontros, os registros dos alunos sobre as resoluções dos problemas e os diálogos surgidos durante as aulas, se constituíram em material de reflexão e análise para nossa investigação. Com o passar dos encontros observamos melhor compreensão dos enunciados dos problemas e escolhas/uso mais pertinentes das operações/processos para as resoluções e a criação de estratégias pelos alunos. A exploração de problemas ocorreu em diversificados momentos da pesquisa, em momentos curtos e contínuos. A proposição de problemas pelos alunos foi uma atividade complexa no início da investigação, mas após algumas experiências notamos maior desenvoltura para a elaboração de problemas. Entre as várias potencialidades, que podem ser desenvolvidas pelos alunos no processo de ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, destacamos algumas a seguir: a autonomia; a criatividade; a reflexão; a interpretação; a criação de diferentes estratégias; a apreensão de novos conhecimentos e o aperfeiçoamento dos antigos; a habilidade para resolver diferentes tipos de problemas; a concepção de que um mesmo problema pode ser resolvido por mais de uma operação, a competência para propor problemas e realizar problematizações. Concluímos que a resolução de problemas é processual, por vezes complexa e estimuladora da aprendizagem de conteúdos e conceitos da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento, a formação escolar e social do aluno/cidadão.

Palavras-chave: Multiplicação. Divisão. Resolução de problemas. Exploração. Proposição.

A B S T R A C T

This paper presents the results of a Master research carried out in the context of Mathematics' 5th grade class of the Elementary school. Its objectives are: investigating the potential and the process of teaching and learning through solving, exploring and proposing problems with ideas / meanings and properties of multiplication and division by students in a 5th grade class of the Elementary school; identifying the students' understandings and conceptions about solving problems with ideas/meanings and properties of multiplication and division. Is also aims to describe and analyze the process of teaching and learning of solving, exploring and proposing problems with ideas/meanings of multiplication and division by students of the 5th year of Elementary school. Furthermore, at the end of the survey it proposes to list ways which can contribute didactically and methodologically with the teaching and learning of problem solving with ideas/meanings and properties of multiplication and division. Our research is qualitative in the teaching mode. The research took place in a public school in Campina Grande-PB, in a 5th grade class with 33 students. We performed the survey/data collection of this research in fifteen meetings (31 lessons taught) in the 5th grade, working the resolution, exploration and proposition of problems with many ideas/meanings of multiplication and division. The notes of the researcher on the development of the meetings, the students' records of the problems' resolution and the dialogues, which came up during class, formed a material for reflection and analysis to our investigation. Over the meetings we observed a better understanding of the problems' statements and the more relevant choices/applications of operations/processes for resolutions and the creation of strategies by the students. The exploration of the problems occurred in various moments of this research, in short and continuous times. The proposition problems by the students was a complex activity at the beginning of the investigation, but after some experiments we noticed a greater resourcefulness to elaborate problems. Among the many possibilities that can be developed by students in the teaching-learning process of solving, exploring and proposing problems with ideas/meanings of multiplication and division, we highlight a few: autonomy; creativity; reflection; interpretation; creating different strategies; acquiring new forms of knowledge and improving the old ones. We also emphasize the ability of solving different kinds of problems, the idea that we can solve the same problem with more than one operation, the power to propose problems and perform questions. We conclude that solving problems is a process: sometimes it is complex and it stimulates the learning of Mathematics contents and concepts, contributing to the development, educational and social instruction of the student/citizen.

Keywords: Multiplication. Division. Problems solving. Exploration. Proposition.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Desde a nossa graduação de Licenciatura em Pedagogia, na disciplina Ensino de Matemática (Estágio Supervisionado V - Magistério do Ensino Fundamental), como bolsista de Iniciação à Docência e voluntária de Iniciação Científica, realizávamos oficinas pedagógicas e seminários sobre conteúdos matemáticos para os anos inicias do Ensino Fundamental. E principalmente a partir do momento que começamos a lecionar, em sala de aula, sentimos algumas limitações por parte dos alunos em relação ao trabalho das operações aritméticas, em especial a multiplicação e a divisão. Nos fazíamos questionamentos como: *Quais as compreensões dos alunos sobre as ideias/significados das operações aritméticas? Como auxiliar os alunos na aprendizagem mais ampla das operações aritméticas?*

Compreendemos que o trabalho com os conteúdos das operações aritméticas é priorizado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mas também entendemos que muitas vezes esse trabalho não oportuniza aos alunos o estudo com as variadas ideias/significados dessas operações. Muniz (2009), [1] nos fala que a escola trabalha em cada operação aritmética um conceito entre as muitas ações que cada operação suscita. Essa realidade é preocupante, pois as operações aritméticas englobam uma variedade de ideias/significados. Quando o estudo de cada operação se reduz a uma única ideia/significado, estamos limitando a possibilidade de desenvolvimento dos alunos. A aprendizagem desses conhecimentos se constituem essenciais para a vida escolar dos alunos, como também para as diversas situações vividas.

Ainda segundo Muniz (2009), nas propostas dos livros didáticos mais recentes, percebe-se o esforço dos autores em contemplar a diversidade conceitual das operações. Nossa preocupação como professores pesquisadores é proporcionar alternativas para que os alunos tenham condições de resolverem problemas que envolvam as mais diversas ideias/significados das operações aritméticas.

Em nossa pesquisa, por questões de delimitação da temática e período de tempo para a investigação, optamos pelo estudo das ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. Não temos a intenção de minimizar a importância do estudo

[1] O autor faz uso do termo “conceito”, mas em nossa pesquisa optamos pela utilização das palavras ideias/significados.

das ideias/significados da *adição* e *subtração*, no entanto, com base em nossa experiência docente, compreendemos que as dificuldades nas operações de *multiplicação* e *divisão* ainda são maiores para os alunos do que as da *adição* e *subtração*. Também salientamos que no 5º ano (escolaridade onde se concretiza nossa investigação) o estudo da *multiplicação* e *divisão* ganha maior ênfase no currículo escolar.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1997) destacam a importância de um trabalho conjunto que explore a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que envolvem esse campo de significados. Infelizmente, essa não é a realidade que presenciamos na maioria das escolas da educação básica. Grande parte dos alunos desenvolvem uma única ideia/significado acerca de cada operação e não consegue identificar a relação existente entre elas. Quem também nos fala que a multiplicação e a divisão estão relacionadas é Van de Walle (2009).

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa de Matemática – PNAIC (BRASIL, 2014) ressalta que para o desenvolvimento do raciocínio aditivo e multiplicativo é importante propor aos alunos problemas variados. Faz-se relevante possibilitar aos alunos a resolução de diversos problemas, com variadas ideias/significados da *multiplicação* e divisão. Toda a nossa investigação está pautada na resolução de problemas, ora priorizamos mais a exploração, ora a proposição de problemas pelos próprios alunos. Conforme Carvalho (2007), para a resolução de problemas, os alunos precisam ler e compreender as informações, criar estratégias, desenvolvê-las e socializar as resoluções.

Nossa preocupação, como professores pesquisadores, é proporcionar alternativas para que os alunos adquiram as competências e habilidades necessárias para resolverem os mais diversos problemas que envolvem as ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. Diante do que foi exposto, buscamos compreender a seguinte questão: *Que potencialidades podemos desenvolver no ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e divisão por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?*

A nossa pesquisa tem por objetivo geral: investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Por objetivos específicos temos: Identificar as compreensões e concepções dos alunos acerca da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*; Descrever e analisar o processo de ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental; Elencar caminhos que possam contribuir didático-metodologicamente com o ensino-aprendizagem da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*.

A escolha pela pesquisa reúne razões de caráter pessoal, profissional e social. O motivo pessoal está relacionado ao gosto pela temática, o processo de ensino-aprendizagem em Matemática. A razão profissional deve-se à contribuição da investigação para com minha prática profissional, como professora dos anos iniciais do Fundamental, e à minha curiosidade epistemológica condizente ao cumprimento do objetivo geral da pesquisa. Por último, a razão social está em contribuir com a prática profissional dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e consequentemente com a resolução de diversos problemas a partir das ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* pelos alunos e com os estudos da comunidade acadêmica.

Nossa dissertação está organizada da seguinte maneira: o segundo capítulo realiza uma síntese de algumas pesquisas que de modo geral abrangem o estudo sobre as ideias/significados das operações aritméticas de *multiplicação* e *divisão*, tanto do ponto de vista das compreensões dos alunos, quanto das práticas pedagógicas (concepções) dos professores. Ainda refletimos e dialogamos sobre as principais contribuições teóricas para o estudo das ideias/significados essenciais da *multiplicação* e *divisão*.

No terceiro capítulo expomos alguns dos subsídios que a literatura sobre a metodologia da resolução, exploração e proposição de problemas para a aprendizagem de Matemática tem a nos ofertar. No capítulo seguinte apresentamos o caminhar metodológico da pesquisa, o tipo de investigação, o campo de pesquisa, os sujeitos envolvidos e como se deu o levantamento dos dados.

No quinto capítulo realizamos as descrições, análises e reflexões sobre os quinze encontros de pesquisa em sala de aula. Finalizamos este estudo com as considerações sobre o trabalho realizado, trazendo para o diálogo os objetivos da investigação, elencando caminhos que possam contribuir didático-metodologicamente com o ensino-aprendizagem da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*.

2. IDEIAS/SIGNIFICADOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Este capítulo realiza uma síntese de algumas pesquisas que abrangem o estudo sobre as ideias/significados das operações aritméticas de *multiplicação* e *divisão*, do ponto de vista das compreensões dos alunos, das práticas pedagógicas (concepções) dos professores. Ainda refletimos e dialogamos também sobre as principais contribuições teóricas de VERGNAUD (2009), VAN DE WALLE (2009), GITIRANA, ET AL (2014), BOTTA (1997), BRASIL (1997) e BRASIL (2014) para o estudo das ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*.

2.1 Um olhar para dissertações e teses brasileiras sobre multiplicação e divisão

Existe uma considerável quantidade de pesquisas (dissertações e teses) no Brasil que de modo geral envolvem o estudo sobre as operações aritméticas de *multiplicação* e *divisão*. A maior parte dessas pesquisas tratam da *multiplicação* e *divisão* fundamentando-se na área da Psicologia, fazendo uso da *Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud*. Muitas dessas investigações buscam identificar a compreensão dos professores, a sua prática e processos pedagógicos em sala de aula em relação à temática em foco. Outras abordam o ensino e aprendizagem dos alunos no condizente à *multiplicação* e *divisão*.

Dentre as várias pesquisas relevantes, destacaremos quatro, que consideramos mais pertinentes para este momento de estudo e reflexão da *multiplicação* e *divisão*, em especial para os anos iniciais do Ensino Fundamental:

1. *A tese de doutorado de Ana Ruth Starepravo, "Multiplicação na escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino" (2010),* propôs uma metodologia fundamentada no construtivismo piagetiano, para ensinar a multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisadora realizou uma intervenção de ensino de 21 aulas em uma turma de 3ª série de uma escola da rede municipal de Curitiba. A multiplicação foi explorada em problemas de proporcionalidade simples. A divisão, por ser uma operação inversa da multiplicação, foi explorada em algumas atividades. Segundo a pesquisadora, os resultados da pesquisa apontam para uma interação de qualidade construtiva uma vez que a intervenção teve efeito de

aperfeiçoamento sobre os sujeitos envolvidos. Verificaram a substituição progressiva de estratégias de contagem, por estratégias de cálculo, aquisição de competências aritméticas e interações entre as crianças.

Esse trabalho apoiou-se na concepção de aprendizagem de Piaget como eixo norteador para toda a pesquisa. De acordo com Starepravo, embora Piaget não tenha se dedicado ao estudo da aprendizagem em um sentido mais específico como o da pesquisa realizada. A investigação também se fundamentou na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983; 1994; 1998) para o estudo da multiplicação. Essa tese nos possibilita refletir sobre a ação didática em sala de aula, a metodologia adotada no trabalho com os saberes escolares. A pesquisa se desenvolveu na perspectiva dos alunos, ressaltando a relação com a Matemática, a forma de lidar com os problemas, a comunicação e o próprio envolvimento com as atividades.

2. *A dissertação de mestrado de Josenir Rodrigues da Silva, “A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?” (2014)*, teve por objetivo investigar como a produção de problemas multiplicativos por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental pode favorecer o avanço da aprendizagem na resolução de problemas envolvendo a multiplicação. Participaram da pesquisa 33 alunos de duas escolas públicas municipais da área metropolitana do Recife e foram realizados um pré-teste, quatro sessões de intervenção utilizando para cada encontro uma atividade envolvendo a produção de problemas multiplicativos. No término das sessões foi realizado um pós-teste e um pós-teste posterior após oito semanas do final da realização do pós-teste. No final de cada teste foi solicitada a formulação de problema a partir de uma conta de multiplicação. Conforme a autora Silva, as estratégias utilizadas pelos alunos possibilitaram observar que no pré-teste houve a concentração de formas de resolução não relacionadas ao raciocínio multiplicativo, enquanto nos testes após as intervenções, as estratégias que foram mais frequentes corresponderam ao aprendizado da multiplicação tanto parcialmente como por acerto total.

Essa pesquisa teve como foco investigar como a produção de problemas, pode auxiliar na aprendizagem dos alunos para a resolução de problemas multiplicativos. A investigação está na perspectiva dos alunos e nos instiga à reflexão que a produção de problemas pelos mesmos pode possibilitar novas aprendizagens. A pesquisadora fundamentou-se nos estudos de Nunes e Bryant (1997); Parâmetros Curriculares Nacionais (1997); Vergnaud (1983; 1991). O trabalho defende a necessidade que a produção de problemas seja contínua em sala de aula com a finalidade dos alunos ampliarem seu aprendizado, mas também para que percebam a relação entre a língua materna e a linguagem matemática.

3. *A tese de doutorado de Maria Alves de Azerêdo, "As representações semióticas de multiplicação: um instrumento de mediação pedagógica" (2013)*, analisa o ensino de multiplicação, buscando evidenciar o lugar/papel atribuído às representações semióticas no processo de ensino e aprendizagem, relacionando-as ao conceito de mediação pedagógica. O procedimento metodológico envolveu um grupo de discussão com oito professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e montagem de um curso sobre o Ensino de Multiplicação de Números Naturais que funcionou como lócus de pesquisa de campo. Durante esse processo foram visitadas as turmas das professoras e coletadas as informações sobre a compreensão dos alunos acerca da multiplicação. De acordo com Azerêdo os resultados apontaram que o ensino ainda está centrado na adição de parcelas iguais, com forte apelo ao uso de material concreto, não sendo explorado o cálculo mental, por meio dos fatos fundamentais. Evidenciou-se variedade de representações semióticas de multiplicação no ensino, se considerado todas as turmas, podendo ser ainda acrescentado o uso de tabelas e gráficos.

O trabalho se desenvolveu na perspectiva da formação das professoras partícipes da pesquisa e da aprendizagem e compreensão de seus alunos sobre o tema em estudo. Nos direciona a um pensamento problematizador sobre o conceito de ensino, de aprendizagem e mediação pedagógica, fundamenta-se também nas contribuições teóricas de Vergnaud (2009) e autores da Educação Matemática que pesquisam o ensino da multiplicação. A tese conclui que as representações semióticas de multiplicação podem constituir-se em instrumentos de mediação pedagógica à medida que o trabalho dos professores se encaminhe para tal finalidade, fomentando a discussão e reflexão sobre os diferentes registros semióticos e estratégias de solução de problemas.

4. *Dissertação de mestrado de Adriana Maria da Silva Barbosa Batista, “A influência dos suportes de representação na resolução de problemas com estruturas multiplicativas” (2002)*, investigou se e como diferentes suportes de representação influenciam na compreensão de crianças e na forma como resolvem diferentes problemas matemáticos inseridos no campo conceitual das estruturas multiplicativas. 60 crianças da 2ª série foram solicitadas a resolver problemas de isomorfismo e de combinatória (ambos da multiplicação e divisão). As crianças foram divididas igualmente em três grupos em função do suporte de representação utilizado: grupo 1: lápis e papel; grupo 2: material concreto neutro (fichas); e grupo 3: material concreto definido (objetos). A autora conclui que nos problemas há estratégias que levam ao erro, assim como há estratégias que sempre levam ao acerto. As estratégias que levam ao acerto variam quanto ao suporte de representação adotado nos problemas de isomorfismo.

Esse trabalho insere-se principalmente na área da Psicologia, fundamentando-se principalmente na *Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud*. A pesquisa está na perspectiva dos alunos, buscando compreender como os suportes de representação podem influir na resolução de problemas dos alunos das estruturas multiplicativas. A partir dos resultados, a pesquisadora nos diz que os suportes de representação adotados influenciam diferentemente na resolução de problemas com estrutura multiplicativa, tendo o material concreto definido (objetos) levado a um melhor desempenho do que os outros suportes nos problemas de isomorfismo.

A partir das referidas pesquisas, podemos observar as diversas abordagens teórico-metodológicas que envolvem de modo geral a *multiplicação* e a *divisão*. Starepravo (2010) enfatizou uma metodologia fundamentada no construtivismo piagetiano, para ensinar a *multiplicação* nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Silva (2014) investigou como a produção de problemas multiplicativos por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental pode favorecer o avanço da aprendizagem na resolução de problemas envolvendo a *multiplicação*. Azerêdo (2013) analisou o ensino de *multiplicação*, buscando evidenciar o lugar/papel atribuído às representações semióticas no processo de ensino e aprendizagem, relacionando-as ao conceito de mediação pedagógica. Batista (2002) investigou como diferentes suportes de representação influenciam na compreensão de crianças e na forma como resolvem diferentes problemas matemáticos inseridos no campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Essas dissertações e teses focaram nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos, nas suas compreensões, na formação e ação didática dos professores sobre a *multiplicação* e *divisão*, como também nos diferentes registros semióticos e suportes de representação. Todas as pesquisas mencionadas neste tópico buscaram aporte teórico na *Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud*, umas se aprofundaram mais no conteúdo, levando em consideração os seus objetivos de pesquisa. O estudo da *multiplicação* e *divisão* tem se mostrado uma temática de forte interesse para pesquisas da Educação Matemática e sugere novos caminhos para pesquisas futuras.

É nesse âmbito da *multiplicação* e *divisão* que nossa investigação se insere. Nossa pesquisa investiga as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Trabalhamos oito ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. Para a seleção destas nos fundamentamos em diversos autores, entre eles Vergnaud. Fazendo uso de diversos problemas com diferentes ideias/significados. A nossa pesquisa foca na dinâmica da sala de aula e nos processos de resolução de problemas pelos alunos.

2.2 Multiplicação e divisão: ideias/significados essenciais

A partir de um olhar reflexivo, percebemos que o trabalho com as operações aritméticas nas aulas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental ocorre costumeiramente de forma compartimentalizada e linearmente. Ou seja, no início do ano letivo começam-se atividades pela operação da *adição*, depois vai para a *subtração*, em seguida a *multiplicação* e, no final do ano, estuda-se a *divisão*, sempre de forma isolada, o que, a nosso ver, dificulta nos alunos a realização de soluções com sucesso de problemas envolvendo as quatro operações, levando a perguntas do tipo: professor, a conta é de mais ou de menos? É de vezes ou de dividir?.

Conforme Toledo e Toledo (2009, p. 143), "A divisão está relacionada com a multiplicação e a subtração, assim como a multiplicação se relaciona com a adição". Existem estreitas relações entre as operações aritméticas. Na atualidade pesquisadores e educadores da área da Educação Matemática mostram em suas pesquisas a relação existente entre as operações aritméticas, e que o trabalho com esses conteúdos necessariamente não necessita ser desenvolvido de modo linear.

As conexões entre as situações que envolvem as operações aritméticas são tão fortes que elas são apresentadas em dois grupos de ideias/significados. O grupo das ideias/significados das operações de *adição* e *subtração*, e o grupo de ideias/significados das operações de *multiplicação* e *divisão*.

Há casos no ambiente escolar que as operações de *multiplicação* e *divisão* só são trabalhadas nos 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Do mesmo modo há uma certa priorização da *adição* e *subtração* em detrimento da *multiplicação e divisão* nas atividades em sala de aula. Mulligan e Mitchelmore (1997 apud VAN DE WALLE, 2009):

> [...] argumentam que os estudantes devem ser expostos a todas as quatro operações desde o primeiro ano escolar e que a multiplicação e a divisão devem ser muito mais intimamente ligadas no currículo. (MULLIGAN E MITCHELMORE, 1997 apud VAN DE WALLE, 2009, p. 178).

Faz-se importante que, desde cedo, os alunos sejam direcionados ao estudo das operações aritméticas, para que desenvolvam familiaridade, sejam capazes de estabelecer relações e identificar suas propriedades. Tanto a *adição e subtração* como a *multiplicação e divisão* são conteúdos essenciais para os alunos e se desenvolvem ao longo dos anos de estudos na educação básica.

O foco de nossa pesquisa é o trabalho com a *multiplicação e divisão* conforme foi mencionado anteriormente. Grossi (2001, p. 13) nos explica que "[...] o domínio da estrutura multiplicativa é a porta de entrada dos raciocínios matemáticos mais complexos"[2]. Para que a aprendizagem da *multiplicação e divisão* aconteça é essencial que os alunos desenvolvam a compreensão dos algoritmos, dos conceitos matemáticos presentes nas situações, e tenham a capacidade de resolver

---

[2] O termo "Estrutura multiplicativa" representa as operações de *multiplicação* e *divisão*.

diversificados tipos de problemas, com as diferentes ideias/significados, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento matemático.

De acordo com Vergnaud (1993):

> Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessarmos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para criança. (VERGNAUD, 1993, p. 1).

A aprendizagem de um conceito ou de um conjunto de conceitos ocorre a partir das situações que se experiencia, dos problemas que são resolvidos. Os conceitos são apreendidos a partir do estudo de vários problemas, de diversificados tipos. As situações a que os alunos são submetidos precisam dar sentido aos conceitos, fazendo com que haja uma ligação entre as aprendizagens anteriores, uma ruptura com alguns conhecimentos existentes e o surgimento de novos raciocínios.

Segundo Vygotsky (2004), o conceito reúne um conjunto de ideias sobre um determinado objeto. Os conceitos se constroem aos poucos, ao longo da vida escolar e sofrem influências das próprias atividades cotidianas do sujeito. É importante que as situações e os problemas propostos tenham sentido para os alunos, para então possibilitar a compreensão dos conceitos matemáticos e propriedades.

A resolução de problemas que envolvam a *multiplicação e divisão* é um importante meio para que os alunos apreendam/compreendam conceitos, ideias e propriedades matemáticas. Quando nos referimos à aprendizagem, estamos falando dos alunos pensarem, produzirem ideias, serem sujeitos ativos no processo de ensino, para que suas aprendizagens envolvam compreensão.

A competência para a resolução de problemas da *multiplicação e divisão* está diretamente ligada à ação do aluno, ao uso de seus conhecimentos prévios para solucionar as situações satisfatoriamente. Para Gitirana, et al. (2014):

> [...] Se por um lado a competência refere-se à capacidade de mobilizar concepções para se obter êxito em certas situações; por outro, as concepções evoluem a medida que os alunos enfrentam novas situações. A competência é diagnosticada, portanto, pela ação do aluno diante das situações (no caso, resolução de problemas). (GITIRANA, ET AL. 2014 p. 16).

Essa competência para resolver problemas é adquirida à medida que os alunos são expostos a variados tipos de problemas, durante um certo período de tempo. É neste processo, nessa interação, com diversas situações que os conhecimentos e as concepções dos alunos se desenvolvem.

O PNAIC de Matemática (BRASIL, 2014, p. 32) esclarece que “o raciocínio multiplicativo envolve a multiplicação e a divisão com diferentes complexidades”. O raciocínio multiplicativo abrange relações fixas entre quantidades ou grandezas de naturezas distintas. Conforme Van de Walle (2009, p. 182) “A ênfase deve estar nas ideias e não na terminologia ou definições”.

Diversos autores têm contribuído com o estudo sobre as ideias/significados envolvendo a operação de *multiplicação* e *divisão*. Nesta pesquisa nos fundamentamos em obras como VERGNAUD (2009), VAN DE WALLE (2009), GITIRANA, ET AL (2014), BOTTA (1997), BRASIL (1997) e BRASIL (2014) apesar das variadas classificações/denominações realizadas por estes autores não identificamos diferenças relevantes entre elas. Dialogaremos sobre algumas das ideias/significados a seguir.

- **Comparação multiplicativa**

Guilherme pesa 26 quilos. André pesa o triplo de Guilherme. Qual é o peso de André?

Neste problema podemos observar a comparação entre o peso de Guilherme e o peso de André. O processo de resolução mais indicado seria por meio da operação de *multiplicação*. Vejamos mais um exemplo envolvendo a C*omparação multiplicativa*:

André pesa 78 quilos. Sabendo que ele pesa o triplo de Guilherme. Qual é o peso de Guilherme?

Temos condições de perceber que este exemplo envolve uma comparação, igualmente ao primeiro problema, todavia o caminho mais indicado para a sua solução seria por meio da operação de *divisão*.

- **Comparação entre razões, que envolvem a ideia de proporcionalidade**

Laura vai comprar quatro pacotes de biscoitos. Cada pacote custa R$ 3,50. Quanto ela pagará pelos quatros pacotes?

Problemas como este costumam estar mais presentes no cotidiano dos alunos. Faz-se importante que os mesmos compreendam que há uma proporção entre a quantidade de pacotes de biscoitos e o valor monetário R$ 3,50. Toda vez que o número de pacotes de biscoitos aumentar, o valor monetário também aumentará. Existe a correspondência, se um pacote de biscoito custar R$ 3,50 quatro pacotes custarão R$ 14,00.

- **Divisão por distribuição**

Larissa tem 24 balas de caramelo. Quer distribuir igualmente entre três primos, mas ela também se incluirá na distribuição das balas. Com quantas balas de caramelo cada um deverá ficar?

Este tipo de problema que envolve a operação de divisão geralmente é bastante trabalhado nas escolas. O processo de resolução mais indicado é que o valor 24 seja repartido/distribuído por quatro partes. Tanto os problemas associados às ideias/significados da *Divisão por distribuição*, como os da *Divisão envolvendo formação de grupos*, podem partir de situações de proporcionalidade. Estas mesmas ideias e significados podem se fazer presentes nas situações da *multiplicação* e na relação com a *divisão*.

- **Divisão envolvendo formação de grupos**

Paulo guardou 30 livros em caixas de papelão. Em cada caixa foram colocados 6 livros. Quantas caixas de papelão foram necessárias para guardar os livros?

Nos problemas de *Divisão envolvendo formação de grupos*, o tamanho do grupo é conhecido, no caso os 30 livros, e a quantidade de elementos de cada grupo a ser colocada em cada caixa de papelão. O que necessita ser verificado é o número de grupos possíveis.

- **Configuração retangular**

No auditório da escola as cadeiras estão dispostas em 15 fileiras e 12 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

Este problema envolve linhas e colunas, podendo direcionar o nosso pensamento a uma imagem geométrica retangular. Um dos caminhos para a resolução deste problema é por meio da operação de *multiplicação*. Podemos ainda nesta ideia/significado verificar a relação da *multiplicação* com a *divisão*, no exemplo a seguir.

As 180 cadeiras do auditório da escola estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 15 as fileiras, quantas são as colunas?

Podemos averiguar que a ideia/significado da *Configuração retangular* permanece. Mas a operação mais indicada para a resolução do problema é outra, a divisão. Na ideia/significado da *Configuração retangular* também podemos trabalhar problemas de área.

- **Raciocínio combinatório**

Durante a comemoração do São João de uma das turmas da escola, se dispuseram a dançar uma música do forró 4 meninas e 3 meninos. Quantos casais diferentes se formaram para dançar?

Problemas deste tipo podem ser resolvidos pelos alunos nos anos iniciais do Fundamental por meio do desenho (pictórico), de diagramas de árvore, até esgotar as possibilidades. Como também por meio da operação de *multiplicação* (4X3). Precisamos salientar que para os problemas de *Raciocínio combinatório* com valores maiores, a resolução a partir do desenho e do diagrama de árvore se torna mais limitado.

Durante a comemoração do São João de uma das turmas da escola, formaram-se 12 casais diferentes para dançar uma música do forró. Se havia 3 meninos, quantas eram as meninas?

Os alunos costumam solucionar problemas como este apoiados na *multiplicação* ou representando graficamente. A ideia/significado de *Raciocínio combinatório* deste problema estar relacionada com a *divisão*.

- **Grupos iguais**

Maria, João e Cristina ganharam cada, um saquinho com lápis de colorir. Cada saquinho tem seis lápis. Quantos lápis eles têm juntos?

Observemos que o problema apresenta três grupos com a mesma quantidade (seis) de lápis de colorir. Os alunos que ainda não tiverem se apropriado do algoritmo da *multiplicação*, provavelmente solucionem o problema através da soma de parcelas iguais.

Maria, João e Cristina têm juntos, 18 lápis de colorir. Eles querem dividir igualmente os lápis entre si. Com quantos lápis cada um ficará?

A ideia de *Grupos iguais* permanece, mas o processo mais indicado para a solução do problema agora é a operação de *divisão*, nos remetendo também à ideia de distribuição.

- **Medidas iguais**

Pedro e Eduardo levaram ao piquenique com os primos 3,2 litros de suco de manga cada um. Quantos litros de suco eles têm juntos?

Vejamos o exemplo de um problema com a ideia/significado de *Medidas iguais* que tem relação com a operação de *divisão*.

Pedro e Eduardo estão em um piquenique, eles têm juntos 6,4 litros de suco de manga. Querem dividir igualmente. Quantos litros de suco cada um ficará?

Tanto o primeiro problema como o segundo abordam a ideia de *Medidas iguais*, com a ressalva que a operação mais indicada para a solução do primeiro problema é a operação de *multiplicação* e o segundo a da *divisão*. A partir das ideias/significados apresentadas neste trabalho podemos observar que os problemas têm importante função no estudo da *multiplicação e divisão*, que um problema pode ser solucionado por distintas operações e uma operação pode estar relacionada a vários tipos de problemas.

As ideias/significados da *multiplicação e divisão* apresentadas neste trabalho são frutos de uma seleção, do que no nosso entendimento ponderamos ser mais importantes para a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos neste nível de escolaridade (5º ano). Estas ideias/significados não seguem uma relação hierárquica.

Consideramos que o trabalho de problemas com diferentes ideias/significados da *multiplicação e divisão* se constituem essencial para a aprendizagem dos alunos, conforme mencionado anteriormente neste trabalho. Mas também entendemos ser necessário o nosso olhar às propriedades da *multiplicação e divisão*.

De acordo com Toledo e Toledo (2009):

> O sinal X, para a multiplicação, aparece pela primeira vez em um livro publicado em 1631. Ainda no século XVII, surge o ponto entre dois números, com o mesmo significado. Descartes usava o sinal X para indicar a multiplicação e o sinal ÷ para a divisão. (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 99).

A introdução do sinal da *multiplicação* e da *divisão* em sala de aula requer do professor muito diálogo com a turma. No início, antes que o sinal da *multiplicação* seja apreendido, pode ser que os alunos a concebam apenas com o aspecto da adição de parcelas iguais. Por exemplo, para resolver a conta 4x5 os alunos podem representar 5+5+5+5. Esse processo inicialmente também é relevante, até pelo fato dele mostrar a relação da *multiplicação* com a *adição*. Mas sabemos que a *multiplicação* é muito mais que isso. Mediante o desenvolvimento das atividades sobre a *multiplicação* e o trabalho do professor, esta compreensão começa a se modificar. Como sabemos, a *multiplicação* pode ser representada pelo sinal do X ou pelo ponto entre dois números. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental o que mais prevalece é o sinal do X, mas o sinal do ponto entre dois números também pode ser trabalhado. Todavia é importante que o professor trabalhe um de cada vez.

Alguns alunos ao iniciarem o estudo da *multiplicação* durante as aulas de Matemática apresentam dificuldades em lidar com a presença do zero em algum algoritmo. Para Van de Walle (2009, p. 182), “O zero e, em menor extensão, a unidade como fatores geralmente causam dificuldades às crianças”. Nesse sentido, os alunos ainda necessitam compreender o zero como um número igual aos demais números, que representa a ausência de objetos ou algo a contar, como também pode representar a presença de um valor dependendo do lugar que ocupa. Por exemplo, o valor 237x0 é igual a zero. Já a unidade causa bem menos dificuldades nos alunos em apreender que 429x1 é igual a 429. Ambos os números requerem dos alunos o desenvolvimento do raciocínio abstrato. A apreensão destas propriedades pelos alunos se dá por meio das vivências de situações, de problemas.

A maior parte dos alunos apresenta dificuldades para perceber, intuitivamente e de imediato durante o estudo da *multiplicação*, a *propriedade comutativa*. Por exemplo, que 3x7 dê o mesmo resultado que 7x3. Imaginemos 3 conjuntos de 7 objetos, e depois pensemos em 7 conjuntos de 3 objetos. Como vemos a ordem dos números não alterou o resultado final de ambas as multiplicações. Só que nem sempre esta relação é óbvia para os alunos. Mas também é preciso verificar que estamos falando de duas multiplicações diferentes, de ordens distintas, com ideias diversas, que têm o mesmo produto final. Por exemplo, se uma pessoa precisa tomar 3 comprimidos, durante 5 dias, para um tratamento de saúde. Neste caso 3X5 não será o mesmo 5X3, pois alterará o número de comprimidos e de dias do tratamento de saúde, por mais que o resultado final seja o mesmo. Para que os alunos desenvolvam a compreensão de ordem e comutatividade com maior facilidade, uma boa opção é o desenho ou o arranjo das duas multiplicações. “Um arranjo é qualquer organização de coisas em filas e colunas, tais como retângulos de azulejos ou blocos quadrados” (VAN DE WALLE, 2009, p. 180). O arranjo tanto pode ser utilizado na *multiplicação* e na *divisão*, como na *adição*.

Já com relação à *propriedade distributiva* da *multiplicação*, geralmente acontece quando o aluno tem uma compreensão desta operação e suas ideias, empregando o algoritmo no processo de resolução dos problemas buscando melhores/diferentes estratégias. A *propriedade distributiva* também pode ser aplicada pelos alunos de modo intuitivo.

Na *propriedade distributiva* um dos fatores pode ser trabalhado em duas ou mais partes, cada parte é multiplicada separadamente e adicionada. Por exemplo, 7x9 é igual a (7x5) + (7x4). O resultado para os dois procedimentos é o mesmo. O fator 9 foi separado no 5 e no 4, e multiplicado pelo 7, e seus resultados foram somados. Temos condições de identificar que foi possível fazer o emprego das três operações aritméticas (*adição*, *multiplicação* e *divisão*). A *propriedade distributiva* contribui para a facilitação da realização de cálculos de números maiores pelos alunos.

Alguns professores sentem receio em propor aos alunos que estão concluindo os anos iniciais do Fundamental, atividades de *multiplicação* com números grandes. A questão a ser refletida não é o tamanho dos valores numéricos, e sim se esses números estão ao alcance dos alunos, de acordo com os seus processos de desenvolvimento e impulsionando novas aprendizagens. O aluno que consegue resolver a *multiplicação* 3x18, provavelmente conseguirá solucionar 12x8. É importante que as atividades de *multiplicação* com valores numéricos um pouco maiores abordem um contexto significativo, para que se constituam em um desafio para os alunos, e estes se sintam atraídos a procurarem estratégias para a sua resolução.

Constitui-se relevante que, ao se trabalhar a *multiplicação*, também se desenvolvam atividades da *divisão*. Segundo Van de Walle (2009, p. 178), “É importante, porém, combinar multiplicação e divisão logo após a multiplicação ser introduzida a fim de ajudar os estudantes a perceber como elas são relacionadas”. Uma boa estratégia didática é o estudo da *multiplicação* e da *divisão* em um mesmo dia de aula para que os problemas trabalhados sejam interpretados e desenvolvam a compreensão nos alunos. E a *multiplicação* ou a *divisão* não se torne apenas a operação empregada “na aula”.

A *divisão* é um processo que faz parte da vida dos alunos desde a Educação Infantil, pois a criança trata de situações de *divisão* naturalmente, no cotidiano, com outras crianças e/ou adultos. Por exemplo ao repartir brinquedos, doces etc. Só que a *divisão* em condições matemáticas raramente ocorre, ao dividir algo, geralmente a criança coloca a maior parte para si. Cabe ao professor levar em consideração esse conhecimento de partilha do aluno e trazer para as condições da Matemática. Para Gitirana, et al. (2014, p. 99), “Os alunos começam a empregar a divisão de modo mais sistemático a partir do 5º ano. Embora de inegável complexidade, [...] sabe-se que os alunos apresentam noções iniciais sobre este conceito desde muito cedo”.

A partir do momento da introdução da *divisão* nas aulas de Matemática, é essencial que os professores dialoguem com seus alunos e vivenciem situações envolvendo o resto e o divisor. A relação entre o resto e o divisor precisa ficar esclarecida para os alunos, eles necessitam compreender que o resto deve ser sempre menor que o divisor. Que a cada passo da divisão realizado, para se obter um número no quociente, o dividendo muda e o divisor sempre permanecerá o mesmo. Essa relação entre dividendo, divisor e resto precisa ser compreendida pelos alunos. Assim como também a estrutura e a ordem da operação de *divisão*.

Um aspecto da *divisão* que provoca discussões e métodos de ensino distintos entre os professores é o processo breve e o processo longo do algoritmo da *divisão*, como também, entre outros, o método das subtrações sucessivas. O processo breve é aquele no qual aparece o resultado da *subtração* entre o dividendo e o produto do quociente pelo divisor. No processo longo a *subtração* efetuada explicitamente no algoritmo, aparecendo o produto do quociente pelo divisor como subtraendo da mesma. “Em termos de aprendizagem, [...], não faz diferença que a criança utilize esse ou aquele processo, desde que compreenda o que está fazendo” (Toledo e Toledo, 2009, p. 150). O importante é que os alunos compreendam o processo do algoritmo da *divisão* e que este processo seja estudado de modo a gerar aprendizagem para os alunos.

Todas as ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* refletidas e dialogadas neste capítulo foram trabalhadas na pesquisa. Uma das ideias/significados mais exploradas foi a de **Raciocínio combinatório**, pois foi a que os alunos apresentaram mais dificuldade de resolução. Vejamos o exemplo de dois problemas envolvendo esta ideia trabalhados no **Encontro 12 – Dia 11-12-2014**:

1. *Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar dois apertos de mãos com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?*

2. *Na turma do 5º Ano há 33 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?*

Problemas como estes, que abordam a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*, foram bastante trabalhados em nossa pesquisa, pois no primeiro encontro de investigação observamos que os alunos não tinham proximidades com problemas similares a estes. A cada problema envolvendo o *Raciocínio combinatório* proposto, a turma demonstrava curiosidade e entusiasmo para a sua resolução. Constitui-se importante que a *multiplicação* e a *divisão* sejam exploradas em sala de aula a partir de diversos problemas, para que os alunos percebam as várias formas de pensar e agir sobre estas operações. Também faz-se importante que os professores compreendam as ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, para que tenham condições de expor aos seus alunos as mais variadas situações que contemplem essas operações matemáticas.

3. A RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O presente tópico expõe alguns dos subsídios que a literatura sobre a metodologia da resolução, exploração e proposição de problemas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula tem a nos ofertar.

3.1 A resolução, exploração e proposição de problemas para a aprendizagem de Matemática

Desde o início da humanidade ao se deparar com um problema no cotidiano o homem buscou a sua solução. Na ação da criação de estratégias e objetos materiais, na procura por essa resposta, fomos nos desenvolvendo ao longo da história, buscando solucionar os problemas existentes. A Matemática também foi evoluindo nesse processo. A partir dos problemas que surgiam, as pessoas da época buscavam a sua solução e a Matemática foi sendo construída. Ainda e sempre a Matemática encontra-se em construção.

Conforme Carvalho (2007):

> [...] A história da Matemática foi e está construída na resolução de problemas, porque, se o homem não tivesse um problema para resolver, ele não iria pensar em uma solução. Afinal ainda existem muitas portas a serem abertas. (CARVALHO, 2007, p. 13).

Os problemas provocam a curiosidade, causam inquietações e desafiam o indivíduo na elaboração/busca por sua solução. A resolução de problemas nas aulas de Matemática vem se expandindo principalmente nas últimas décadas. Mas precisamos nos questionar e refletir sobre o que é um problema matemático?

De acordo com os PCN de Matemática (BRASIL, 1997):

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. O que é problema

> para um aluno pode não ser para outro, em função dos conhecimentos de que dispõe. (BRASIL, 1997, p. 33).

Um problema necessita constituir-se em um desafio para os alunos, que na busca pela sua resolução eles possam fazer uso dos conhecimentos já apreendidos e compreender novos saberes. Na resolução de um problema, é importante que o aluno consiga perceber (elaborar) mais de um processo/caminho para chegar até a resolução. Fazendo tentativas, formulando hipóteses, e que ao término compare seus resultados com os dos demais colegas, verificando se as respostas satisfazem as condições do problema.

Segundo Chica (2001):

> [...] problema é toda situação que não possui uma solução evidente, na qual é exigido que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida-se sobre como usá-los na busca da solução. Trata-se de situações que permitam questionamentos. (CHICA, 2001, p. 160).

Para a resolução de problemas o aluno necessita compreender seu enunciado, criar/traçar estratégias e empregá-las da melhor maneira possível para chegar à solução. Um problema apresenta um contexto/situação até chegar ao questionamento. O documento dos *Elementos Conceituais e Metodológicos para definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (BRASIL, 2012), afirmam:

> [...] entende-se a aprendizagem matemática como instrumento de formação e promoção humana. Por isso, defende-se a resolução de situação-problema como núcleo para o desenvolvimento do conhecimento matemático na escola e não apenas em torno da resolução de problemas. Muitas vezes “problemas” e “situações-problema” são termos tomados como sinônimos, mas há diferenças significativas entre eles. Numa proposta pedagógica fundada em situação-problema, o ponto de partida não é o conteúdo escolar para a constituição da situação, mas o mergulho em diferentes contextos. Uma diferença fundamental do conhecimento matemático em situações-problema é o fato de os conceitos e estruturas matemáticas estarem mais integradas na mobilização de diferentes conteúdos matemáticos. A situação-problema provoca, na sua resolução, a mobilização de conceitos e procedimentos matemáticos de forma aberta à participação das crianças em suas hipóteses, “não pensados” de modo apriorístico pelo professor, como normalmente é

> feito na perspectiva de oferta de problemas. (BRASIL, 2012, p. 63-64).

Os problemas trabalhados em nossa investigação foram desenvolvidos na perspectiva da situação-problema. Pois a partir da resolução dos problemas com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, buscamos o estudo de conteúdos, conceitos, propriedades e procedimentos matemáticos. Questionando os alunos, problematizando os problemas e as resoluções, comparando processos de solução, estimulando o desenvolvimento de hipóteses, a criatividade e a reflexão.

O precursor do trabalho e pesquisa com a resolução de problemas foi o americano George Polya, em seu livro *A arte de resolver problemas,* com a 1ª ed. em 1945. Polya (1995) propõe um método com quatro principais etapas para a resolução de um problema: 1º Compreender o problema; 2º Elaborar um plano; 3º Executar um plano e 4º Fazer o retrospecto ou verificação.

No início da década de 1980 a resolução de problemas torna-se o tema principal do currículo escolar de Matemática dos Estados Unidos, com a publicação do documento *Uma agenda para a Ação* do *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática). Esse documento enfatizava a resolução de problemas como o foco nas aulas de Matemática nessa década. Os anos 80 foram chamados de a idade de ouro da resolução de problemas.

A partir de então foram emergindo grandes pesquisas sobre a resolução de problemas, a nível mundial. Surgiram diversas concepções/visões de diferentes autores, que têm orientado o currículo e os trabalhos em sala de aula. Desde concepções que enxergam a resolução de problemas como o foco do ensino da Matemática, a visões que concebem a resolução de problemas como competência mínima para a inserção do indivíduo no mundo do conhecimento e na sociedade.

Na década de 1990 a resolução de problemas passa a ser vista como uma metodologia para o ensino da Matemática. A partir disto vários documentos têm sido publicados ao longo dos anos, enfatizando a importância da resolução de problemas para o ensino-aprendizagem da Matemática. Entre eles os PCN de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1997). Segundo Andrade (1998), a metodologia de resolução de problemas é tida como ponto de partida/meio para o ensino da Matemática. A ação do aluno encontra-se no centro do processo de ensino e aprendizagem. Os problemas são trabalhados com a intenção de contribuir com a formação de conceitos e ideias, antes mesmo da apresentação dos conteúdos da Matemática formal, os problemas seriam a introdução do conteúdo que se quer estudar. “O Ensino através da resolução de problemas começa com um problema. Os alunos aprendem e compreendem aspectos importantes de um conceito ou ideia matemática, explorando a situação-problema” (CAI, 2010, p. 255).

Conforme Diniz (1991, p. 12), “A metodologia *Resolução de Problemas* representa, em essência, uma mudança de postura em relação ao que seja ensinar Matemática”. A resolução de problemas requer uma mudança de postura na ação pedagógica do professor, pois o processo é lento, as resoluções precisam ser exploradas, sendo necessário estimular o diálogo e a criatividade nos alunos.

ONUCHIC (1999 apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) criou um Roteiro de Atividades para o trabalho com a metodologia da resolução de problemas em sala de aula. Vejamos as etapas deste roteiro: formar grupos e entregar uma atividade; o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização. Este Roteiro de Atividades buscava promover mais entusiasmo nas aulas e fazer com que os alunos enxergassem a Matemática com mais confiança.

A partir das pesquisas desenvolvidas e experiências com a formação de professores, Onuchic e Allevato (2011) constataram que os professores têm enfrentado dificuldades para trabalhar a Matemática com seus alunos, muitas vezes pela falta de conhecimentos prévios dos mesmos, outras por demonstrarem aversão aos conteúdos estudados ou mesmo à forma de ensinar. Buscando atender à demanda de prover os alunos de conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento mais produtivo da metodologia de resolução de problemas e auxiliar os professores em suas ações pedagógicas, estas autoras alteraram um pouco o Primeiro Roteiro, acrescentando novos elementos e criando o Segundo Roteiro. Vejamos as etapas do Segundo Roteiro: *Preparação do problema; Leitura individual; Leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca do consenso* e *Formalização do conteúdo*. Esta metodologia baseia-se na proposição de problemas aos alunos antes da apresentação do conteúdo matemático formal.

O elemento *Leitura em conjunto* versa sobre a formação de grupos e a solicitação de nova leitura do problema, agora nos grupos. Onuchic e Allevato (2011, p. 83) propõem:

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

Em nossa pesquisa nos deparamos com vários alunos que realizavam a leitura dos problemas com dificuldades e apresentavam uma necessidade ainda maior para a compreensão dos enunciados (pequenos textos) dos problemas. Também tínhamos uns poucos alunos que não conseguiam ler quase nada, apenas assinar o próprio nome. O desenvolvimento do trabalho com a resolução de problemas com estes alunos se constituiu um pouco complexo. Após entregarmos os problemas aos alunos, realizávamos a leitura para toda a turma e depois circulávamos pela sala de aula realizando as leituras dos problemas, ora individualmente, ora nos grupos. Alguns alunos não apresentavam paciência de esperar a sua vez para que pudéssemos ler conjuntamente o seu problema. A dificuldade de leitura e interpretação de pequenos textos por alunos ainda se faz presente em muitas escolas de nosso país.

Segundo Diniz (2001):

> A perspectiva da Resolução de Problemas caracteriza-se por uma postura de inconformismo diante dos obstáculos e do que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo de desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, que são características primordiais daqueles que fazem ciência e objetivos do ensino de matemática. (DINIZ, 2001, p. 92).

Os alunos precisam enxergar os problemas como um desafio no qual sempre se pode apreender e recomeçar o processo de resolução. Eles necessitam sentir-se à vontade para resolverem os problemas, utilizando seus conhecimentos e a criatividade. Faz-se essencial que, durante a resolução de problemas, os alunos superem a ansiedade de responderem os problemas rapidamente em busca apenas da resposta e reflitam mais sobre o problema e o próprio processo de resolução.

Vila e Callejo (2006, p. 29) esclarecem: “[...] o ensino/aprendizagem por meio da resolução de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de matemática”. Antes de se trabalhar a resolução de problemas, faz-se importante que se planeje cuidadosamente as ações didático-metodológicas para a sala de aula, levando em consideração alguns aspectos como: a contextualização; temas geradores; a adaptação dos dados do problema a um novo contexto; a criação de problemas a partir de situações matemáticas abstratas/representações, entre outros. Conforme Rabelo (2002, p. 26), “É importante enfatizar que, embora o aluno possa aprender conteúdos novos ao resolver problemas, é preciso que ele já tenha algum conhecimento matemático pertinente ao problema a ser resolvido”. Antes de se trabalhar a metodologia de resolução de problemas com os alunos, o professor precisa compreender um pouco sobre os conhecimentos prévios, para propor problemas que os mesmos tenham condições de resolver e estimulem novas aprendizagens.

Para o NCTM (1991 apud VILA; CALLEJO, 2006, p.20), “[...] a resolução de problemas significa muito mais que a aplicação de técnicas específicas para a resolução de diferentes [...] enunciados”. Várias pesquisas têm corroborado com a explicitação do NCTM, evidenciando a importância da resolução de problemas para a aprendizagem de Matemática, como também se tem publicado as experiências de sala de aula que apresentam resultados positivos. Essas pesquisas apresentam que o trabalho pedagógico de sala de aula pode ir além da resolução de problemas, abrangendo a exploração e a proposição de problemas pelos alunos.

A metodologia de resolução de problemas pode envolver uma outra ação muito importante, a exploração do problema. A exploração de problema permite o levantamento de questões, a especulação, o diálogo, além da própria contextualização. Em sua dissertação de Mestrado, Andrade (1998) nos fala:

> [...] o trabalho de **exploração de problemas** é inacabado, vai além da busca da solução do problema e refere-se a tudo que se faz nele a partir da relação P-T-RS. No trabalho de **exploração de problemas,** há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática,

> da escola ... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez. (ANDRADE, 1998, p. 24).[3]

A exploração de problema impulsiona um ir além da própria resolução. Na relação ensino-aprendizagem mediada pelo professor, ocorre o diálogo sobre os processos utilizados, os conteúdos trabalhados, sempre questionando, criando novos problemas, não se sabe onde se vai chegar precisamente, pois tudo depende do contexto da sala de aula. Na exploração, as perguntas e respostas não são prontamente explícitas, pois há um processo de construção em tempo real. “Os alunos desempenham um papel muito ativo nas situações de exploração e aprendizagem com problemas, sob orientação do professor, e ao "inventar" suas próprias estratégias de solução” (CAI, 2010, p. 255).

Carvalho (2007, p. 18) afirma: “Para que o aluno possa ler e entender o problema é interessante que, durante as aulas, os problemas sejam explorados oralmente, trabalhando-se as diferentes maneiras de se encontrar a solução”. Na exploração de problemas pode-se problematizar os diferentes processos de resolução que possam surgir na turma, assim como outros problemas podem ser propostos a partir do problema inicial. Ao problematizar os processos de solução dos alunos, eles precisarão refletir sobre o que pensaram/fizeram nas resoluções dos problemas. A exploração pode acontecer antes, durante ou além da resolução do problema.

A exploração de problemas nas aulas de Matemática pode muitas vezes resultar na proposição de problemas pelos próprios alunos. Vejamos o que Domite (2006) nos diz a respeito da proposição de problemas pelos alunos:

> A formulação de problemas é um processo de articulação, com base na ação e no diálogo, na relação do indivíduo com o meio e consigo mesmo. Neste processo de articulação/organização, o pensamento criativo dialoga com as experiências anteriormente acumuladas pelo sujeito da formulação em andamento, articulando o antigo e o novo, por meio da combinação que respeita a especificidade do sujeito e do objeto a ser conhecido. Resultados mais elaborados vão-se construindo neste processo....Até que se constituam verdadeiros problemas. (DOMITE, 2006, p. 28-29).

[3] A sigla P-T-RS significa Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese.

Na proposição de problemas os alunos empregam os conhecimentos já apreendidos, constroem novas experiências e desenvolvem a criatividade. No início pode ser que os alunos não apreciem a elaboração de problemas, mas isto é normal, pois é algo novo, novidades algumas vezes causam rejeição, e principalmente se a atividade requerer do aluno mais empenho, dedicação e reflexão. Certamente os primeiros problemas criados pelos alunos são frágeis, mas com o processo de criar/recriar, e o retorno do professor, os alunos aprimoram os problemas. Até se constituírem em problemas.

Chica (2001) explicita:

> Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada. (CHICA, 2001, p. 152).

Ao proporem problemas os alunos precisarão utilizar a criatividade e os conhecimentos matemáticos. Necessitarão pensar na estrutura básica de um problema, em uma situação, nos dados e na pergunta final. Ter a consciência de que o problema é passível de resolução, assim como também resolvê-lo. Na proposição de problemas pelos alunos, pode ocorrer a alteração de dados, ampliação/acréscimo das perguntas, inversão do problema, transformações das explorações, entre outros.

Nessa perspectiva da metodologia da resolução, exploração e proposição de problemas, buscamos desenvolver nossa pesquisa. Trabalhamos vários problemas com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, utilizando diversificadas abordagens didáticas. Em alguns momentos na resolução dos problemas trabalhamos mais a exploração, em outros a proposição.

4. O PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Nesse capítulo apresentamos a descrição do caminhar metodológico da pesquisa, o tipo de investigação, o campo de pesquisa, os sujeitos envolvidos e como se deu o levantamento dos dados.

4.1 Pesquisa qualitativa na modalidade de pesquisa pedagógica

A metodologia empreendida em nossa investigação é a abordagem qualitativa, por considerarmos que ela possibilita maior aprofundamento do objeto de estudo. Segundo Oliveira (2008, p. 168): “A pesquisa qualitativa pode ser caracterizada como sendo um estudo detalhado de um determinado fato, objeto, grupo de pessoas ou ator social [...]”. A abordagem qualitativa permite um aprofundamento maior das informações levantadas, através da descrição, análise, reflexão e interação com suportes teóricos.

Conforme Creswell (2014):

> [...] os pesquisadores qualitativos usam uma abordagem qualitativa de investigação, a coleta de dados em um contexto natural sensível às pessoas e aos lugares em estudo e a análise dos dados que é tanto indutiva quanto dedutiva e estabelece padrões ou temas. O relatório final ou a apresentação incluem as vozes dos participantes, a reflexão do pesquisador, uma descrição complexa e interpretação do problema e a sua contribuição para a literatura ou um chamado à mudança. (CRESWELL, 2014, p. 50).

A investigação qualitativa geralmente ocorre em um ambiente natural. Os dados coletados apresentam o perfil/características dos sujeitos da pesquisa. Esses dados são objeto de análise e reflexão do pesquisador. A pesquisa necessita trazer algo novo. Contribuir com a literatura, com a comunidade local e/ou acadêmica, ou até mesmo expor uma visão/realidade sobre determinado objeto.

A nossa pesquisa se caracteriza como qualitativa na modalidade de pesquisa pedagógica. Conforme Lankshear e Knobel (2008, p. 13): “[...] a pesquisa pedagógica está confinada à investigação direta ou imediata das salas de aula”. A pesquisa pedagógica tem como principal pesquisador o professor e sua sala de aula. A nossa investigação constitui-se em pesquisa pedagógica pelo fato de ter se concretizado em uma sala de aula, mas a turma de alunos investigada tinha como professora titular uma colega de profissão, que nos cedeu sua sala como campo de pesquisa.

De acordo com Lankshear e Knobel (2008):

> [...] os professores não devem ser tratados nem considerados como "funcionários" ou "operadores", que realizam tarefas rotineiras, rigorosamente especificadas. Em vez disso, como os médicos, os advogados e os arquitetos, eles baseiam-se em um cabedal de conhecimento profissional compartilhado e na experiência acumulada para conduzi-los, o mais longe possível, em situações específicas. Quando precisam ir além dessa "sabedoria profissional" compartilhada, baseiam-se no conhecimento educacional especializado, na experiência, nas redes de contato e na sua competência em formular um julgamento autônomo e criterioso para tomar decisões sobre a melhor maneira de promover os objetivos da aprendizagem. (LANKSHEAR; KNOBEL, 2008, p. 14).

Ao pesquisarem sobre a própria prática, os professores têm condições de refletir, de questionar sua ação pedagógica, de saber quais as aprendizagens de seus alunos e modificar a sua prática docente. A investigação do professor pesquisador pedagógico tem um aspecto positivo, que é a constante convivência com o campo de pesquisa, conhecendo bem os sujeitos partícipes da investigação. Mas também é preciso ter cautela para que essa proximidade com o lócus de trabalho e pesquisa não interfira no seu senso crítico, nas suas percepções, na recolha dos dados, nas análises e tomadas de decisões. É importante que as pesquisas realizadas pelos professores em suas salas de aula sejam compartilhadas entre seus pares e publicadas, para que sirvam de objeto de reflexão e apoio a outras ações docentes.

A pesquisa realizada por professores sobre sua própria prática é um meio para que os mesmos desenvolvam competências e tenham autonomia para identificar, julgar e decidir sobre as questões referentes à sua sala de aula. Essa modalidade de investigação também confere ao professor um status profissional de produtor de conhecimentos, de respeito e de confiança, como profissionais de outras áreas.

4.2 O campo de pesquisa

A investigação ocorreu em uma escola pública municipal da cidade de Campina Grande no Estado da Paraíba. A instituição encontra-se em um bairro residencial, onde parte da população é classe média e periferia. Mas o maior contingente de alunos desta escola é do bairro vizinho, uma das comunidades do município.

Pode-se dizer que a escola tem uma boa localização, possui ponto de ônibus em sua lateral, onde transitam três linhas de transportes. A escola é de pequeno porte. No turno da manhã e da tarde oferece-se a escolaridade para os anos inicias do Ensino Fundamental, no horário da noite é ofertada a Educação de Jovens e Adultos - EJA, também para a primeira fase do Fundamental. A instituição foi fundada no início dos anos 90.

A escola possui projetor Data Show, cinco salas de aula. A direção e secretaria funcionam em uma única sala, que contém um computador. A instituição também comporta sala de informática, mas não está em funcionamento. Neste mesmo espaço existe a sala de leitura, e ainda tem uma mesa para os professores. Há cantina, mas não possui refeitório. Existem dois sanitários, o feminino e o masculino e uma pequena quadra de esportes. Escolhemos uma escola pública como campo de investigação para a nossa pesquisa, por justamente se tratar de uma realidade comum à maioria das instituições de ensino do nosso Brasil.

4.3 Os alunos

Os sujeitos de nossa pesquisa são os alunos de um 5º ano, do turno da manhã. A turma é composta por 33 alunos. Destes, 18 são do sexo masculino e 15 do sexo feminino. A faixa etária varia entre 10 e 14 anos de idade. A maior parte dos alunos são crianças, apenas dois possuem 14 anos.

A turma é formada por crianças, pré-adolescentes e adolescentes oriundos das camadas populares sociais, uma pequena parcela é classe média, de família de trabalhadores assalariados que podem pagar transportes para seus filhos irem à escola. Há alunos de outros bairros também, mas a maior parcela é de um bairro vizinho (uma das comunidades da cidade).

A nossa investigação se direcionou a trabalhar com essa realidade heterogênea, cheia de diversidades, pois consideramos a equidade, justiça social e o ensino de qualidade como um direito de todos. A escolha pelo 5º ano do Ensino Fundamental se deu pelo fato deste ser o último ano de escolaridade dos anos iniciais e subtende-se que no mesmo os alunos já apresentem algum domínio sobre a resolução de problemas que envolvem as diversas ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*.

4.4 Levantamento dos dados e ação pedagógica em sala de aula

O levantamento/recolha de dados desta pesquisa deu-se através de um conjunto de aulas (Encontros) ministradas no 5º ano. As anotações da pesquisadora sobre o desenvolvimento das aulas, os registros dos alunos sobre as resoluções dos problemas e os diálogos surgidos durante os encontros constituíram-se em material de reflexão e análise para nossa investigação.

A nossa ação pedagógica em sala de aula concretizou-se em quinze encontros. Cada encontro teve a carga horária de 02 aulas de 45 minutos, exceto o encontro 13 (12/12/2014) que teve 03 aulas de 45 minutos. Totalizando uma carga horária de 31 aulas com duração de 45 minutos cada uma. Nos possibilitando refletir acerca das potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental.

O trabalho pedagógico pautou-se ora nos alunos resolvendo problemas individualmente, outros momentos em grupos, às vezes em duplas. Mas ao final das aulas sempre tínhamos a socialização das resoluções e o espaço para o diálogo. A ação se desenvolveu na perspectiva da interação entre alunos e alunos; alunos e pesquisadora. Na visão Vygotskyana, o desenvolvimento e a aprendizagem estão interligados, na interação de uns com os outros, alunos se desenvolvem com o auxílio do professor.

5. DESCRIÇÕES E ANÁLISES DOS ENCONTROS EM SALA DE AULA

Nesse ponto realizamos as descrições, análises e reflexões sobre os quinze encontros de pesquisa em sala de aula. Os encontros são detalhados, analisados e refletidos fundamentando-se em obras de vários autores.

5.1 Contato inicial

A nossa escolha pela escola campo de pesquisa se deu a partir do contato com uma professora atuante na EJA, no turno noturno. Esta professora foi a mediadora entre a pesquisadora e a direção da escola, para que o contato inicial ocorresse. Então marcamos por telefone uma reunião com a gestora escolar.

Ao chegarmos na escola no dia 26 de agosto de 2014, quem nos recebeu foi a vice-diretora. Nos apresentamos e entregamos uma declaração do Mestrado informando que somos do Mestrado e qual a nossa intenção na escola. Apresentamos o nosso projeto de pesquisa à vice-diretora e à assistente social. Questionamos se era necessário nos dirigirmos à Secretaria de Educação do município para pedir autorização para o trabalho na escola e entregar a cópia do projeto de pesquisa. A vice-diretora nos informou que não era necessário, pois a escola tinha autonomia para receber estagiários e pesquisadores. Pedimos para conversar com a professora da turma do 5º ano para perguntarmos se seria possível a realização da pesquisa em sua turma. A professora do 5º ano se mostrou aberta à nossa intervenção em sua turma. Também lhe explicamos como se daria nossa investigação.

Tanto a professora da turma lócus de pesquisa como a assistente social nos relataram a realidade social da escola. Explicaram que na turma do 5º ano havia alunos que ainda não sabiam ler, nem escrever, falaram do difícil comportamento de alguns e que a turma possuía muitos alunos.

Arquivamos em nossa agenda do celular o número do telefone da professora da turma para agendarmos o nosso primeiro contato com os alunos. E também acertamos que nossas idas à escola sempre seriam às segundas e terças-feiras, para as duas primeiras aulas da turma. Convidamos a professora a se fazer presente na sala de aula durante a nossa estadia com a turma. Para que o nosso primeiro contato com a turma ocorresse, passou-se mais de um mês, pois a nossa agenda ficava incompatível com o calendário escolar, devido a datas comemorativas, feriados municipais e à feira de ciências da escola. Enfim conseguimos marcar o primeiro encontro.

5.2 Encontro 01 - 14/10/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Sondagem das compreensões dos alunos acerca da resolução de problemas com diferentes ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*;
- Primeiro contato com a turma e os encaminhamentos.

No primeiro encontro com os alunos, nos apresentamos e esclarecemos que somos do Mestrado, que precisávamos realizar uma pesquisa e gostaríamos de suas participações/colaboração para que nosso trabalho se concretizasse. Em seguida, cada aluno se apresentou dizendo o nome, a idade e onde morava.

Comentário: Alguns alunos mostraram timidez, principalmente aqueles que depois mostraram-se traquinos, com pouca atenção e participação durante as aulas. Um aluno, ao se apresentar, disse em qual bairro morava e que quase todos os dias tinha tiroteio na sua rua. Fazendo o barulho dos tiros com a boca. Observamos que esse aluno relatou uma situação que faz parte de sua realidade naquele momento.

Explicamos à turma que entregaríamos a cada um deles alguns problemas matemáticos a serem resolvidos individualmente e que qualquer dúvida poderiam nos consultar. Na sequência, entregamos os problemas, realizamos a leitura para a turma e explicamos que havia uma rasura nas cópias, que a correção foi feita a mão.

1) Leia os problemas abaixo e resolva-os:

a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há na sala de aula? [4]

[4] Problema adaptado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos inicias do Ensino Fundamental, 1997.

Este problema pode abordar a ideia/significado de *Configuração retangular*, pois as linhas e colunas nos remete ao pensamento de algo/objeto que se configura em formato de um retângulo.

b) *Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997).*

No problema do item **b** podemos trabalhar a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*, ou seja, a combinação de possibilidades. Combinar as saias com as blusas. "Os problemas de combinações envolvem contar o número de possíveis emparelhamentos que podem ser feitos entre dois conjuntos de coisas" (VAN DE WALLE, 2009, P. 186). Encontra-se o produto final a partir dos pares de coisas formados de cada conjunto.

c) *Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta? (BRASIL, 2014).*

Nesse problema podemos estudar a ideia/significado de *Comparação entre razões, que envolvem a ideia de proporcionalidade*. A comparação de uma caixa de lápis com 12 lápis para três caixas de lápis com doze lápis cada uma. A correspondência de um para muitos. A proporção entre o número de lápis de cada caixa permanece, à medida que aumenta a quantidade de caixas. Para Toledo e Toledo (2009), a proporcionalidade é uma das principais ideias da multiplicação e divisão, pois com base nela se formam noções de razão, medida, entre outras.

d) *3 crianças têm, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas têm juntas? (BOTTA, 1997).*

Nesse item pode-se trabalhar a ideia/significado de *Grupos iguais*. Esse problema contém três grupos iguais, de quatro objetos de mesma natureza.

Os problemas tiveram a intenção de identificar as compreensões e concepções dos alunos acerca da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*, para, então, planejarmos as nossas aulas (intervenção). Enquanto os alunos respondiam os problemas, circulamos pela turma dando alguns insights àqueles alunos que apresentavam alguma dúvida ou que nos indagavam de alguma forma.

Comentário: Observamos de imediato a dificuldade da maioria dos alunos para a resolução dos problemas. E também visualizamos que existia o hábito da cola (fila), principalmente pelos alunos com mais idade da turma. Estes alunos estavam colando dos alunos mais novos. Vale salientar que percebemos que os alunos com menos idade conseguem ler.

Circulamos pela turma, relembrando a todos mais uma vez que a atividade era individual e que naquele momento não se podia conversar com o colega.

Comentário: Os alunos que demonstravam a preocupação em responder os problemas corretamente demoraram mais tempo para entregar os problemas resolvidos. Já outros alunos entregaram a resolução dos problemas rapidamente, entre esses, uns aparentavam segurança no que estavam fazendo.

Após recolhermos os problemas respondidos pelos alunos, entregamos, a cada um, uma folha de papel ofício e pedimos que escrevessem em poucas linhas o que tinham achado da atividade (percepções); se os problemas tinham sido fáceis ou difíceis de resolver; se tinham gostado ou não; o que tinham aprendido; quais as operações trabalhadas; como tinham pensando para resolver os problemas. Dissemos também que quem não soubesse escrever podia desenhar algo a respeito.

Comentário: Os alunos não gostaram do fato de terem que escrever. Apresentaram em seus rostos a fisionomia de descontentamento com a proposição da atividade de escrita.

Voltamos a circular pela sala de aula, observando o desenvolvimento das escritas ou desenhos dos alunos. Quando um aluno nos chamou a atenção ao dizer:

A5 [5]: Não sei escrever!

PP [6]: Então desenhe. Faça um desenho de como você pensou para resolver os problemas!

A5: Posso desenhar o que quiser?

PP: Você quer desenhar o que?

A5: Uma arma!

PP: Por que você quer desenhar uma arma?

A5: Eu gosto! (riso)

PP: Mas o desenho precisa ser sobre os problemas resolvidos. Qual a relação da arma com a Matemática? Qual a relação da arma com os problemas resolvidos?

A12: Serve pra contar as balas!

Após os nossos questionamentos o aluno A5 ficou pensativo em sua carteira. E fez o desenho de uma trave de futebol.

Comentário: Pensamos que a intenção do aluno ao nos fazer esta pergunta sobre a arma foi a de nos inibir de alguma forma, mostrar poder, ou pelo fato de que o objeto arma esteve presente na sua vida em algum momento. O diálogo ocorreu com os dois alunos mais velhos da turma, com 14 anos de idade. Nas vivências posteriores, os alunos A5 e A12 não falaram mais em armas. Mas este episódio nos trouxe uma angústia porque no momento do diálogo com os alunos nós não soubemos o que fazer, a nossa ação foi de pensar rápido e dizer ao aluno que o desenho precisava ser sobre os problemas resolvidos e questionar o aluno sobre qual a relação da arma com a Matemática. Na realidade educacional atual, nós, professores, estamos sujeitos às mais diversificadas e inusitadas situações no contexto da sala de aula. Na maioria das vezes, não estamos preparados para lidar com algumas situações, não recebemos formação acadêmica para isso, para essa nova realidade cultural e

[5] Para manter o sigilo e a integridade moral dos alunos durante a descrição e análise dos dados, utilizamos a sigla A1 até A33 como forma de nomear cada aluno.

[6] Para a identificação da professora pesquisadora durante os diálogos com os alunos empregamos a sigla PP.

social, e é nas experiências de sala de aula que vamos criando estratégias para lidar com as situações inesperadas. Essas situações fogem do nosso "controle" e isso nos causa angústia e inquietação.

Recolhemos as escritas dos alunos. Dos trinta alunos presentes na sala de aula neste dia, vinte e dois entregaram a folha de ofício com a escrita ou desenho. Nos despedimos dos alunos e da professora da turma. Falamos que retornaríamos na próxima semana. Entregamos pirulitos aos alunos.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item a

a) *Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há na sala de aula?* [7]

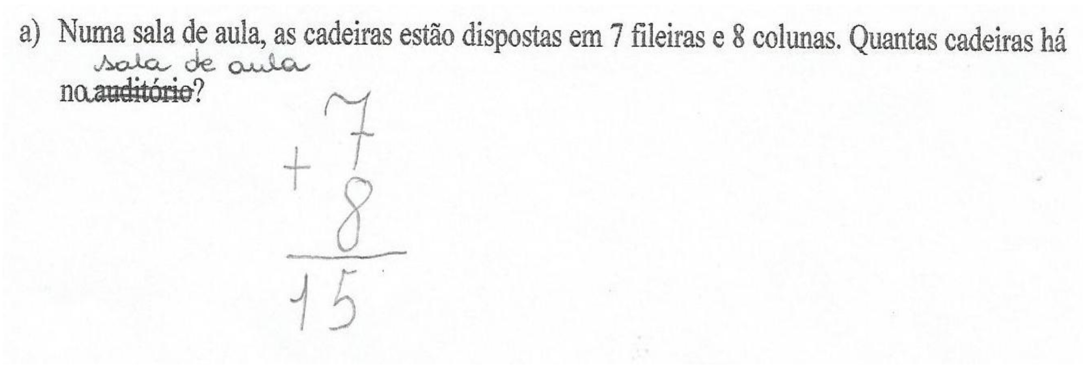
Quadro 1 - Processos de resolução dos alunos referente ao item **a**

PROBLEMA	APENAS A RESPOSTA	OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO CORRETO	OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO ERRADO	OPERAÇÃO INADEQUADA	NÃO RESPONDEU	
A	3 1 Resposta incorreta	5	20	0	1	**QUANTIDADE DE ALUNOS**

Fonte: Tabulação da pesquisadora a partir da turma de alunos investigada

Na questão **a** tivemos diversos tipos de respostas, entre elas surgiram onze respostas tendo o valor 15 como resultado final. Vejamos a resolução da *aluna A3*:

[7] Problema adaptado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos inicias do Ensino Fundamental, 1997.


a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no ~~auditório~~ sala de aula?

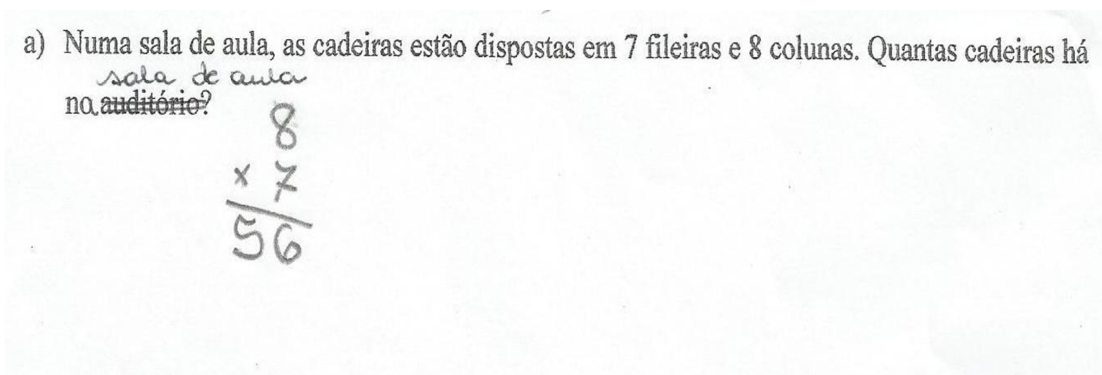
$$\begin{array}{r} 7 \\ +\ 8 \\ \hline 15 \end{array}$$

Figura 1 – Resolução do item (a) pela aluna A3

Todos os alunos que atribuíram resultado 15 ao problema utilizaram a operação da *adição*.

Comentário: Esses alunos mostraram que sabem somar. Mas ainda não compreenderam que para resolver o problema por meio da operação de adição seria preciso o processo da soma de parcelas iguais. Parece ter havido uma ausência na compreensão do enunciado do problema pelos alunos, talvez eles nem tenham pensando nas cadeiras dispostas em filas e colunas, e empregado apenas o 7 e o 8, escolhendo a operação que mais tinham domínio. Gitirana, et al. (2014), salientam que a adição e a subtração são as operações mais empregadas quando os alunos não compreendem o que está sendo pedido pelo problema.

Cinco alunos responderam o problema da letra **a** tendo como resultado o valor 56, vejamos:


a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no ~~auditório~~ sala de aula?

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times\ 7 \\ \hline 56 \end{array}$$

Figura 2 - Resolução do item (a) pela Aluna A27

Esses cinco alunos resolveram o problema por meio da operação de *multiplicação*.

Comentário: Os alunos aparentaram ter compreendido o enunciado do problema e utilizaram um processo mais rápido para solucioná-lo. Chegando ao resultado correto. Seria importante explorar com esses alunos outros processos de resolução para o problema. Surgiram também três resultados dos alunos apenas com a resposta 56 sem o processo de resolução. Pode ser que os alunos tenham realizado o cálculo escrito em uma folha a parte ou mentalmente.

Ainda tivemos três alunos que escreveram o resultado 40 para o problema. Um exemplo a seguir:

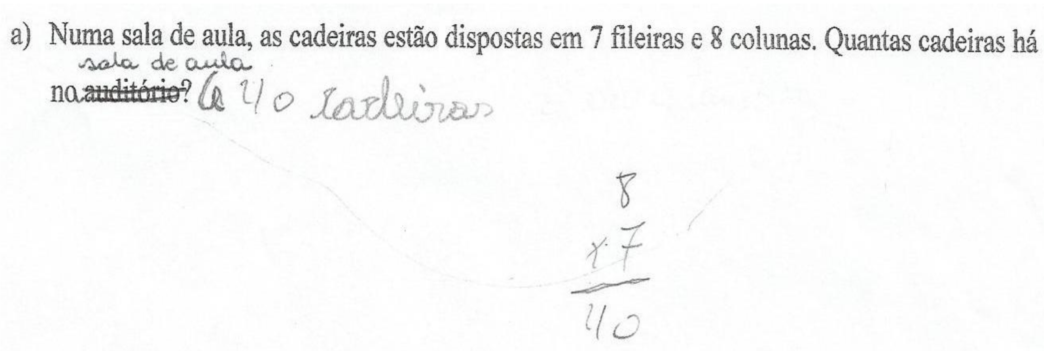

a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no ~~auditório~~ sala de aula? 40 cadeiras

Figura 3 - Resolução do item (a) pela aluna A4

Comentário: Por mais que esses alunos tenham utilizado o processo mais rápido para resolução do problema (operação de multiplicação), não souberam multiplicar. Esses alunos ainda apresentam dificuldades para lidar com o algoritmo da multiplicação (ideia básica). Faz-se necessário um trabalho que desenvolva nos alunos as habilidades para cálculos com a multiplicação.

A aluna A30 fez um desenho representando o problema com o resultado de 64 cadeiras ao problema. Olhemos a seguir:

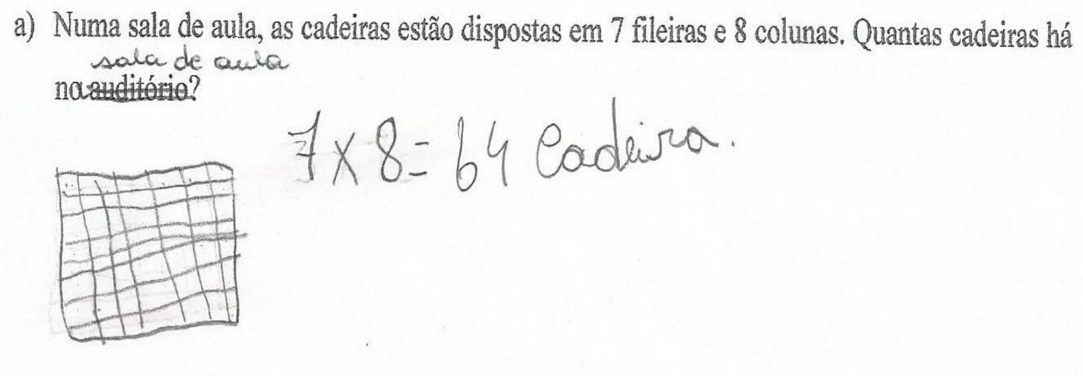


Figura 4 – Resolução do item (a) pela aluna A30

Comentário: A aluna A30 também se equivocou no cálculo escrito da conta de multiplicação. O seu desenho (pictórico) mostra que o seu raciocínio tem a base geométrica. O desenho também apresenta uma das ideias/significado da multiplicação e divisão, a Configuração retangular. Provavelmente esta aluna se confundiu ao contar os quadrados de seu desenho, pois o seu processo de resolução mostra que ela interpretou o enunciado do problema e escolheu a operação mais apropriada para a sua resolução. O processo de resolução desta aluna propicia mais recursos (o algoritmo e o desenho geométrico) ao professor para trabalhar e, a partir de seu erro, possibilitar o desenvolvimento de sua aprendizagem. "[..] a partir do momento em que o aluno desenha a solução, monta um esquema, ele estará organizando suas ideias, que explicam seu pensamento, e professor poderá fazer as intervenções necessárias" (CARVALHO, 2007, p.17).

Tivemos três respostas ao problema **a** com cada um dos valores 64, 11, 54 e dois resultados com o número 55. Todas estas respostas foram resolvidas utilizando a operação da *multiplicação*. A aluna A22 não respondeu o problema **a**.

Comentário: Podemos constatar que a maioria desses alunos ainda não possuem a habilidade de calcular resultados básicos da multiplicação. É preciso um trabalho que explore essa operação. Evidenciamos, a partir das respostas dos alunos, que eles compreenderam o enunciado do problema e escolheram bem a operação, mas não souberam como utiliza-la. Percebemos que a aluna A22, que não respondeu o problema ***a****, tem dificuldades para se entrosar com os colegas de turma. De modo geral o resultado 15 foi o que apareceu com maior frequência para este problema. Como podemos ver, dos trinta alunos presentes neste dia, oito chegaram ao* *resultado correto do problema que é o 56. A maior parte dos alunos utilizaram a operação da multiplicação, mas não souberam fazer o cálculo. Houve alunos que empregaram a adição, contudo não na forma de parcelas repetidas, que seria o certo. A ênfase no processo geométrico para a resolução do problema apareceu uma única vez. A partir das respostas apresentas ao problema* ***a****, constatamos que se faz necessário trabalhar mais problemas com esta ideia/significado, desafiando os alunos, buscando contribuir com os seus desenvolvimentos e aprendizagens.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item b

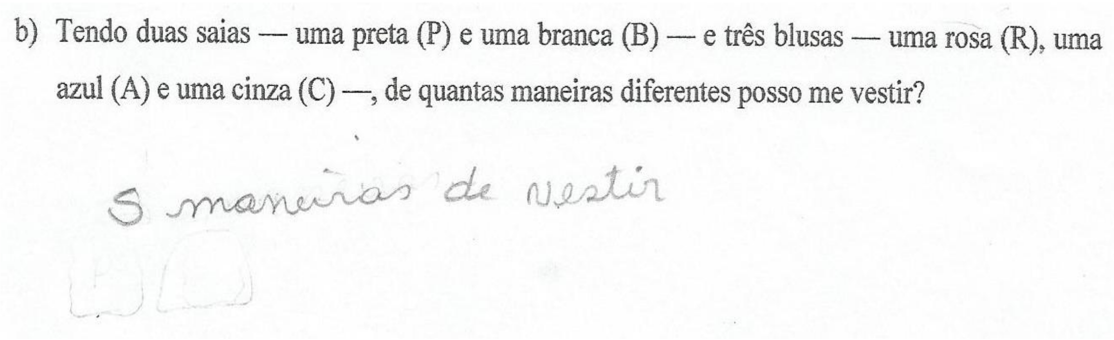
b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997).

Quadro 2 - Processos de resolução dos alunos referente ao item **b**

PROBLEMA	**APENAS A RESPOSTA**	**OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO CORRETO**	**OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO ERRADO**	**OPERAÇÃO INADEQUADA**	**NÃO RESPONDEU**	
B	12 Respostas incorretas	2	12 1 Escreveu palavras informativas do próprio problema	0	2 1 Fez cálculo sem colocar a operação	**QUANTIDADE DE ALUNOS**

Fonte: Tabulação da pesquisadora a partir da turma de alunos investigada

Já na questão **b**, o resultado que mais apareceu foi o 5. Sete alunos colocaram apenas o resultado 5, sem o cálculo. Vejamos um exemplo abaixo:

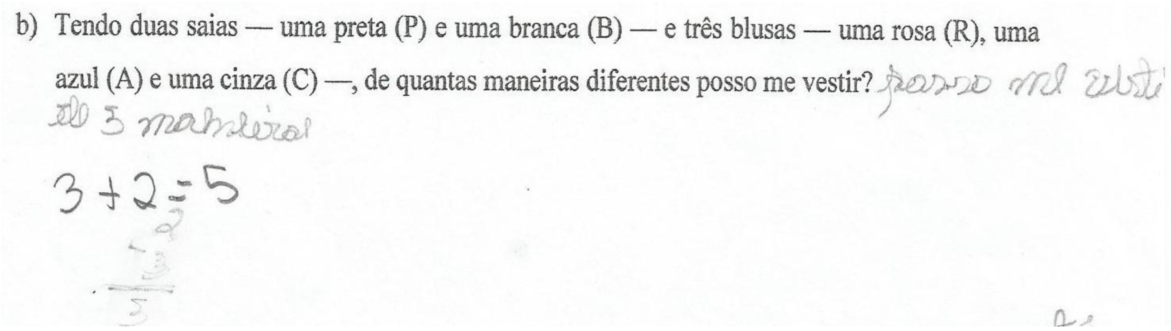

b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

5 maneiras de vestir

Figura 5 – Resolução do item (b) pela aluna A29

Comentário: Possivelmente esses sete alunos tenham realizado o cálculo em um outro local, ou realizado o cálculo mental e escrito somente o resultado respondendo a pergunta do problema. A partir do resultado 5 podemos subtender que esses alunos realizaram um cálculo aditivo. Somaram as duas saias com as três blusas. Nesta situação, uma boa opção de atividade é o diagrama de árvore a ser construído com os alunos para que eles compreendam que com duas saias e três blusas podemos formar três pares de roupas. Observando a resolução da aluna A29 percebemos que ela ainda tentou desenhar o processo de resolução do problema, mas o apagou.

Ainda tivemos mais dez alunos que atribuíram o resultado 5 ao problema **b**. Resolveram o problema pela operação de adição. Observemos um exemplo a seguir:


b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? posso me vestir de 5 maneiras

3 + 2 = 5

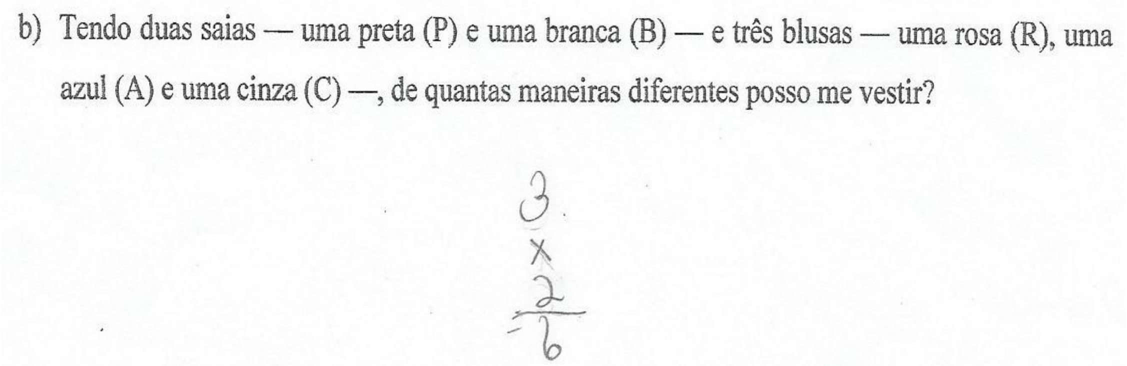
Figura 6 – Resolução do item (b) pelo aluno A4

*Comentário: Como podemos perceber, dezessete alunos, mais que a metade da turma, responderam que o resultado é 5 para o problema **b**. As respostas dos alunos nos fazem entender que existe uma dificuldade na interpretação do enunciado do problema, na abstração, para então escolher o processo mais viável para a* *resolução. O aluno A4 fez o processo de resolução para o problema* ***b*** *com o cálculo na vertical, utilizando a adição, depois apagou e escreveu o cálculo no modo horizontal também fazendo uso da adição, conforme podemos ver. O aluno pode ter ficado em dúvida sobre qual a forma de escrever o cálculo, na vertical ou horizontal. Cremos que ele não conseguiu compreender o problema, pois a modificação do formato do cálculo vertical para o horizontal não altera o resultado. Podemos verificar que ocorreu com este aluno uma dificuldade de interpretação da questão e na utilização da operação.*

Quatro alunos responderam sem apresentar o cálculo que o resultado ao problema **b** é 3. A aluna A20 afirmou que o resultado é 2 sem expor o cálculo também.

Comentário: Percebemos que, pelo fato do problema abordar três blusas, esses quatro alunos compreenderam que se pode vestir de 3 maneiras diferentes. Eles não levaram em consideração que com cada saia pode-se vestir com as três blusas. Pode ser que a aluna A20 só tenha considerado as duas saias formando par com duas blusas, a terceira blusa foi descartada.

A aluna A26 e o aluno A32 concluíram que é possível se vestir de 6 maneiras. Os dois alunos empregaram a operação de *multiplicação*. Observemos uma amostra:


b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Figura 7 – Resolução do item (b) pela aluna A26

Comentário: Dos trinta alunos que responderam esse problema, apenas dois chegaram ao resultado 6. Utilizaram a multiplicação, e ainda posicionaram o sinal da *operação de modo diferente no cálculo. Um bom trabalho a ser desenvolvido com esses alunos é a exploração de outras possibilidades para se resolver este problema e a proposição de problemas similares a estes à toda a turma.*

Dois alunos atribuíram o valor 12 como resultado ao problema **b** empregando a *multiplicação* 4x3=12. Não está claro o que seria esse valor 4 dentro do processo de resolução, os alunos souberam resolver a conta, mas dá-se a entender que se confundiram na compreensão do problema ou até mesmo na leitura, por mais que, durante a aplicação dessa atividade, nós tivéssemos lido e explicado este problema. A aluna A22 resolveu o problema por meio da operação de *adição* 3+1=4. A aluna A9 e o aluno A13 deixaram o problema **b** sem resposta.

Comentário: Provavelmente a aluna A9 e o aluno A13 não responderam o problema por não saberem como fazê-lo. Recordamos de termos explicado à aluna A9 várias vezes, de diferentes formas, este problema. Já o aluno A13, pelo fato de não saber responder, de não ter compreendido, também não demonstrou interesse em buscar algo mais para entender o problema. A aluna A22 resolveu o problema somando o valor 3 com mais 1 igual a 4, que talvez possa ser as três blusas com uma saia. Tanto a aluna A9 quanto a aluna A22 não sabem ler, isso também dificulta um pouco o trabalho em sala de aula, já que os outros alunos sabem ler.

Vejamos como a aluna A17 resolveu o problema **b**:

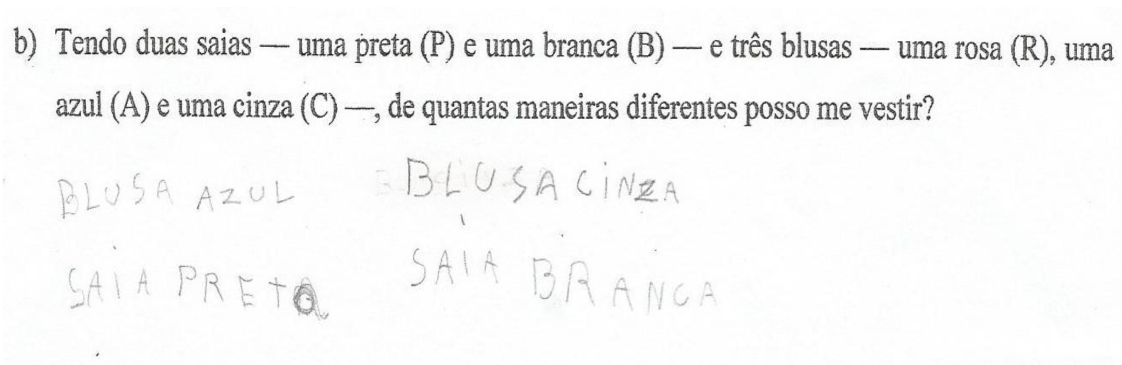

b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Figura 8 – Resolução do item (b) pela aluna A17

Comentário: A aluna tentou resolver o problema combinando os nomes das peças de roupas, saia e blusa, parece que faltou alguma peça para combinar e a aluna *parou a combinação. Esse pensamento da aluna é bastante válido, precisa ser valorizado e aprofundado para que a aluna perceba as outras combinações que podem surgir a partir dessas mesmas peças. No geral, identificamos que os alunos não estavam habituados a resolver problemas que envolvessem o Raciocínio combinatório, eles aparentaram muita dificuldade e as suas resoluções evidenciam as necessidades. Talvez esta aluna tenha resolvido desta forma porque o problema não apresenta nenhum número escrito na linguagem matemática. Apenas dois alunos chegaram ao resultado correto, o valor 6. Todavia, os processos de resolução utilizados por todos os alunos merecem atenção. "Tantos os sucessos quanto os equívocos são fontes de informação, igualmente, preciosos sobre como o aluno pensa'' (GITIRANA, et al. 2014). Os erros dos alunos precisam ser objeto de reflexão sobre a ação e replanejamento para a ação.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item c

c) Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta? (BRASIL, 2014).

Quadro 3 - Processos de resolução dos alunos referente ao item **c**

PROBLEMA	**APENAS A RESPOSTA**	**OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO CORRETO**	**OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO ERRADO**	**OPERAÇÃO INADEQUADA**	**NÃO RESPONDEU**	
C	5	20	3	2	0	**QUANTIDADE DE ALUNOS**

Fonte: Tabulação da pesquisadora a partir da turma de alunos investigada

O problema do item **c** teve um considerável número de acertos, vinte e cinco alunos acertaram este problema por meio de diferentes processos de resolução. Treze alunos responderam o problema **c** através da *multiplicação*. Visualizemos o exemplo abaixo:

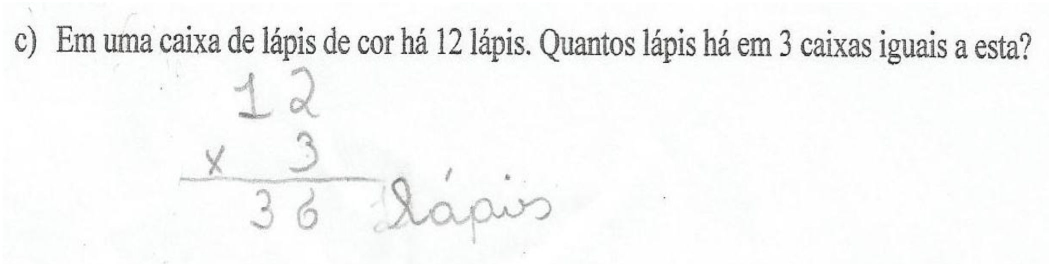


Figura 9 – Resolução do item (c) pela aluna A20

Comentário: Este item apresentou um bom número de acertos por se tratar de um problema mais simples e por fazer parte da rotina de estudos dos alunos no ensino-aprendizagem da Matemática. Ao compreenderem o problema de imediato os alunos escolheram a operação e elaboraram o cálculo. A partir de problemas como esse, é que se precisa ir aprofundando os estudos da multiplicação e divisão com os alunos.

Surgiram cinco respostas apresentando apenas o resultado 36. É provável que os alunos tenham realizado o cálculo em um espaço a parte ou mentalmente. Ainda emergiram sete respostas com o valor 36 que fizeram uso da operação de *adição*. Vejamos:

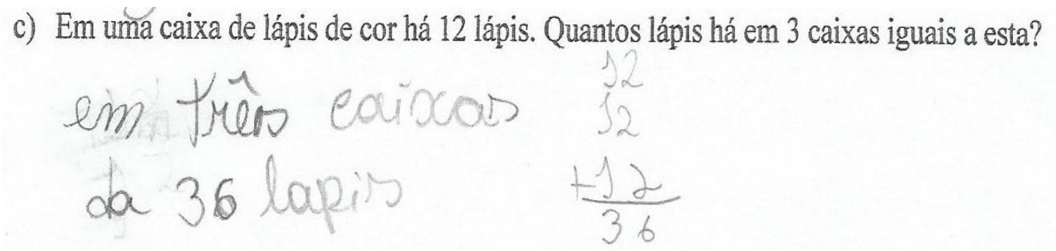


Figura 10 – Resolução do item (c) pela aluna A25

Comentário: A resolução desse problema pela operação da adição, através da soma de parcelas iguais, foi uma boa estratégia dos alunos, todavia para valores maiores é complicado realizar a soma de parcelas iguais. Os alunos fizeram uso de uma ideia bem comum/inicial da multiplicação que é a soma de parcelas iguais. A partir dessas estratégias de resolução dos alunos, o bom é o professor aprofundar o conteúdo trazendo problemas mais complexos.

O aluno A1 e as alunas A3, A11, A19 concluíram que a resposta ao problema **c** é 15. Eles empregaram a operação de *adição*, somando 12+3=15.

Comentário: Os alunos não compreenderam o enunciado do problema. Houve dificuldade ao empregar a proporção dos dados numéricos apresentados. Os alunos escolheram uma operação possível para resolver o problema corretamente, mas não utilizaram-na de forma favorável. É relevante propor a esses alunos problemas contextuais, que mostrem as diversas formas de estruturar uma operação aritmética para a resolução de um problema.

Um único aluno resolveu o problema utilizando a operação da *divisão*. Observemos:

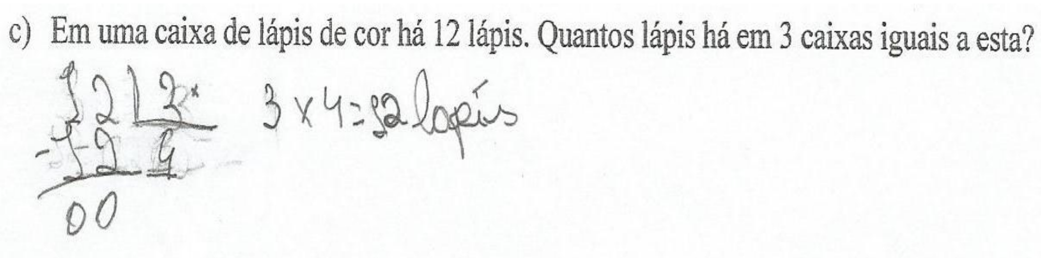


Figura 11 – Resolução do item (c) pela aluna A30

Comentário: A aluna interpretou o problema de forma equivocada. Ela entendeu que seria para dividir 12 por 3. Diante disso, podemos dizer que houve uma dificuldade na interpretação. Mas essa aluna mostra que sabe utilizar tanto a operação da divisão como da multiplicação, pelo menos com valores menores, pois ela dividiu e multiplicou (tirou a prova real) corretamente.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item d

d) 3 crianças têm, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas têm juntas? (BOTTA, 1997).

Quadro 4 - Processos de resolução dos alunos referente ao item **d**

PROBLEMA	APENAS A RESPOSTA	OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO CORRETO	OPERAÇÃO ADEQUADA COM CÁLCULO ESCRITO ERRADO	OPERAÇÃO INADEQUADA	NÃO RESPONDEU	
D	8	15	7	0	0	**QUANTIDADE DE ALUNOS**

Fonte: Tabulação da pesquisadora a partir da turma de alunos investigada

As respostas dos alunos ao problema **d** obtiveram um relevante número de acertos. Vinte e três dos trinta alunos que responderam esse problema afirmaram que o resultado é 12. Doze alunos responderam o problema por meio da operação de *multiplicação*. Oito alunos escreveram apenas o resultado 12.

*Comentário: Os processos realizados pelos alunos no problema **d** se aproximam do que foi feito no problema **c.** É importante que os processos de resolução sejam compartilhados entre os alunos, para que eles entendam que um problema pode ser resolvido de diferentes formas, levando ao mesmo resultado, e que o seu cálculo não precisa necessariamente estar igual aos dos demais colegas, desde que responda corretamente a pergunta do problema.*

As alunas A22 e A25 também afirmaram que o resultado ao problema **d** é 12. Os seus processos de resolução envolveram a operação da *adição*, 4+4+4=12. Tivemos outros processos de resolução abrangendo a operação de *adição*, mas que não chegaram ao produto final correto. Observemos um exemplo:

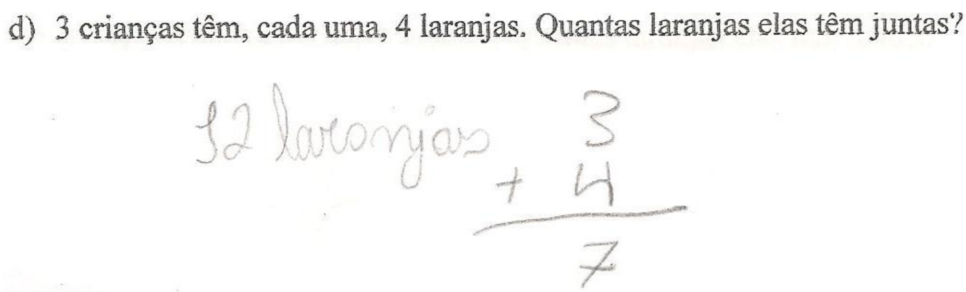


Figura 12 – Resolução do item (d) pela aluna A11

As alunas A3, A9, A11 e A19 responderam que o resultado ao problema **d** é 7.

Comentário: Parece que as alunas não entenderam o enunciado do problema, e se confundiram no momento de estruturar os valores numéricos para realização do cálculo. As suas resoluções nos mostram que as alunas sabem calcular a operação da adição. Esse problema necessita ser retomado e trabalhado com as alunas. A resolução da aluna A11 nos chamou atenção porque em seu cálculo a aluna chegou ao resultado 7, mas ao lado de sua resolução colocou o resultado 12 laranjas. Inferimos que talvez tenha ocorrido uma cola por parte da aluna A11.

Apesar do problema **d** se constituir em uma atividade simples, alguns alunos se equivocaram na conta. Como no exemplo abaixo:

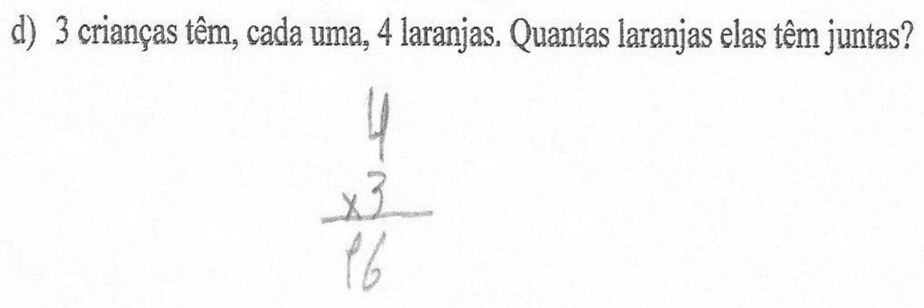


Figura 13 – Resolução do item (d) pelo aluno A21

Comentário: O aluno A21 e a aluna A17 escolheram bem a operação da multiplicação, mas se confundiram no cálculo. Aconteceu o mesmo com o aluno A31, que ao multiplicar 4x3 atribuiu o valor 24. O estranho é que esses alunos resolveram cálculos da multiplicação anteriormente e acertaram. É preciso que se trabalhe mais o algoritmo da multiplicação com esses alunos.

Na descrição, análise e reflexão do primeiro encontro com a turma, focamos nos processos de resolução dos alunos. É importante que os alunos empreguem a operação mais adequada e saibam utilizar o algoritmo, mas o mais relevante é que eles compreendam o que está sendo requerido nos problemas e o que estão realizando.

De acordo com Toledo e Toledo (2009):

> Crianças acostumadas a confiar apenas em resultados encontrados com a utilização dos algoritmos "aprendidos" nas aulas às vezes passam até a não confiar mais na própria capacidade de raciocinar, demonstrando insegurança no momento de resolver problemas. (TOLEDO, TOLEDO, 2009, p. 96).

As resoluções dos alunos nos mostram que eles estavam focados na conta ou algoritmo, apenas a aluna A30 arriscou a fazer diferente e fez um desenho e a aluna A17 que tentou formar pares com as palavras saias e blusas, conforme mencionado anteriormente. Muitas vezes, pelo fato de os alunos estarem preocupados em encontrar a resposta correta do problema, esquecem de parar para pensar e entender o problema, e acabam fazendo escolhas inadequadas.

Diante das análises e reflexões sobre os processos de resolução dos alunos em relação aos problemas **a, b, c** e **d**, podemos considerar que a menor parte dos alunos conseguiu chegar ao resultado correto nos problemas **a** e **b**. Já nos problemas **c** e **d** a grande maioria dos alunos elaborou a resposta correta. Percebemos que os problemas **a** e **b**, principalmente o problema **b**, foram os mais complexos para os alunos, esses problemas não faziam parte de suas rotinas escolares no ensino-aprendizagem da Matemática. Os alunos não estavam acostumados a resolver problemas desses tipos. Diferentemente dos problemas **c** e **d**, que os alunos se sentiram mais familiarizados.

Identificamos a dificuldade da maioria dos alunos em interpretar e compreender os enunciados dos problemas. Isso ocasionou muitas vezes a escolha inadequada da operação. E ainda percebemos que vários alunos não souberam realizar o cálculo corretamente.

Por isso compreendemos que se faz de extrema relevância um trabalho que aborde a resolução, exploração e proposição de problemas com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, valorizando o que os alunos já sabem, envolvendo a realidade vivenciada por eles, aprofundando os conhecimentos, para que possibilite novas aprendizagens, contribuindo para as suas formações enquanto cidadãos.

Direcionando o nosso olhar às escritas e ou desenhos elaborados pelos alunos sobre as suas percepções a respeito da atividade (problemas) aplicada e como foram seus pensamentos para a resolução, obtivemos diferentes retornos. Dos vinte e dois alunos que nos entregaram a escrita e ou desenho, oito deles desenharam sol, nuvens, montanhas, árvores, boi, trator, trave de futebol, pássaros, ou a própria escola. Vejamos um exemplo a seguir:

Figura 14 – Desenho do aluno A6

Comentário: Observamos que os alunos (crianças) sentem a necessidade de desenhar coisas do seu cotidiano, algo que gostem e lhes faça bem. É importante que nós professores incentivemos nossos alunos à escrita desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Que a escrita faça parte da rotina dos alunos, que esteja presente nas atividades das aulas de Língua materna, e das outras disciplinas também.

De acordo com Smole (2001):

> [...] ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu. (SMOLE, 2001, p. 31).

A proposição da escrita pelos alunos precisa ser pensada e planejada pelo professor. Por mais que a escrita possibilite aos alunos o desenvolvimento e uso de diversas habilidades, não quer dizer que em toda aula deverá ter a proposição da escrita.

Os alunos A12, A24 e A31 escreveram apenas os seus nomes na folha de ofício e nos entregaram. Já as alunas A14, A26 e A29 afirmaram terem gostado da prova. A aluna A14 disse ter gostado da pesquisadora também. Vejamos um exemplo a seguir:

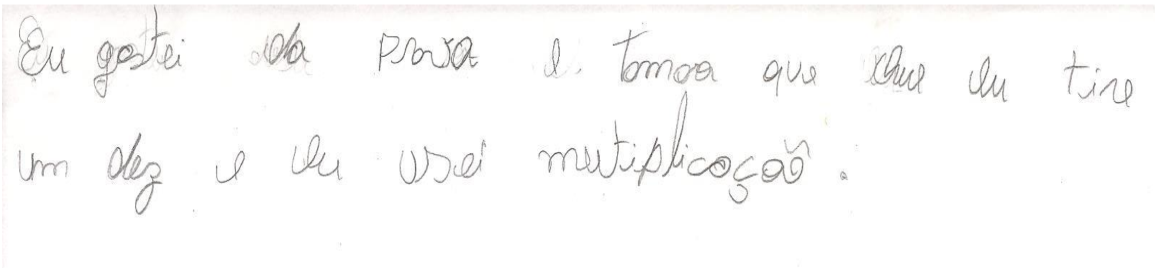


Figura 15 – Escrita da aluna A26

Comentário: Notamos que os alunos A12, A24 e A31 não apreciaram a ideia de escreverem. Por isso, entregaram a folha só com o nome. Presenciamos a insatisfação no momento em que sugerimos a atividade. A maior parte da turma apresentou insatisfação. Faz-se essencial um trabalho que incentive esses alunos a escreverem. É preciso atividades que despertem o prazer da escrita nesses alunos. No início podem ser propostas atividades simples, que os levem a escrever duas ou três linhas. A leitura e a escrita são habilidades necessárias que podem contribuir para a aprendizagem da Matemática. Com relação às alunas A14, A26 e A29, achamos estranho a presença da palavra "prova" em suas escritas. Em nenhum momento mencionamos a palavra "prova". No início da aula esclarecemos que a atividade consistia em problemas a serem resolvidos individualmente. Parece que as alunas estão habituadas a responder problemas impressos e individualmente com o caráter de "prova". A escrita da aluna A26 expõe a sua preocupação em tirar nota máxima, um 10. Parece haver uma maior preocupação com a nota, do que com o que foi aprendido. É como se a prova devesse ser levada a sério pelo fato de atribuir nota. A aluna ainda menciona que utilizou a operação da multiplicação para a resolução dos problemas. A fixação das alunas com a palavra "prova" pode por vezes atrapalhar seu desempenho na resolução dos problemas, ao ficarem tão focadas no acerto podem deixar de compreender o problema como um todo. Constitui-se relevante o professor esclarecer à sua turma que a prova (avaliação) tem a intenção de identificar se eles conseguiram aprender ou não, para a partir de então tomar outras decisões, que a avaliação se faz todos dias, é um processo.

A aluna A22 em sua escrita cita a palavra “atividade” e depois também menciona “prova”, referindo-se aos problemas aplicados. A aluna A20 também faz menção à palavra “atividade”. Vemos a sua escrita a seguir:

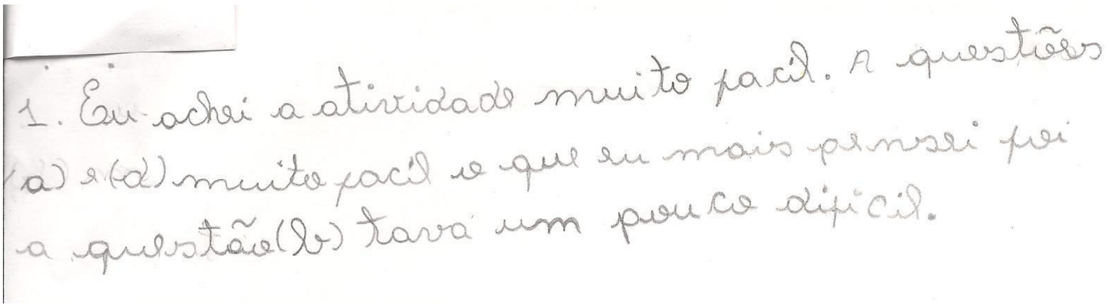

1. Eu achei a atividade muito facil. A questões (a) e (d) muito facil e que eu mais pensei foi a questão (b) tava um pouco dificil.

Figura 16 – Escrita da aluna A20

Comentário: A aluna A22 aparentou ficar em dúvida sobre qual palavra utilizar. Primeiro mencionou a palavra “atividade”, e no final escreveu a palavra “prova”. Ao contrário da aluna A20 que fez uso apenas da palavra “atividade”. E disse ter achado as questões ***a*** *e* ***d*** *muito fáceis. A questão que mais pensou para responder foi a letra* ***b****, pois precisou pensar um pouco mais para resolver. Por mais que essa aluna tenha achado a questão* ***a*** *fácil, ela se equivocou ao resolvê-la, atribuindo o resultado 15. E já que o problema* ***b*** *fez com que ela pensasse mais, este se concretiza em um ótimo problema. Todo problema que põe os alunos para pensarem mais, são ótimos problemas para o contexto da sala de aula. Por mais que os alunos não gostem de problemas que façam pensar, pelo fato de darem mais trabalho. Faz-se necessário que se trabalhe com os alunos problemas que os ponham para pensar. Que estimulem o desenvolvimento e impulsionem os alunos para a frente, propiciando a aprendizagem.*

A aluna A17, igualmente à aluna A20, disse ter achado muito fácil os problemas, ainda falou que adorou e fez o desenho do rosto de uma menina. O aluno A32 afirmou que achou bom e usou a *multiplicação*. O aluno A23 enunciou ter aprendido a fazer muitas coisas, como a *adição* e a *multiplicação*, desenhou um rosto sorrindo e agradeceu à pesquisadora. A aluna A19 escreveu que achou muito bom e muito fácil e usou a *multiplicação* e *adição*. O aluno A16 e a aluna A30 afirmaram que foi ótimo e usaram a *multiplicação*, *divisão* e *adição* (escrevendo apenas o sinal das operações). Observemos um exemplo:

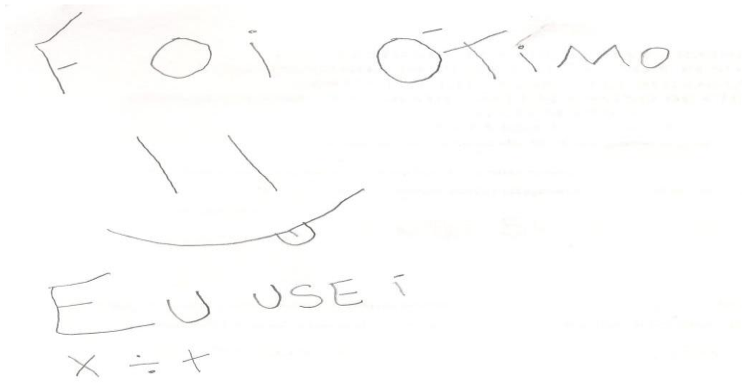


Figura 17 – Desenho da aluna A30

Comentário: Os alunos disseram ter achado muito fáceis, ótimos e bons os problemas. Alguns escreveram o nome das operações aritméticas que utilizaram, outros registraram apenas os sinais. Os alunos foram breves em suas escritas, mas as mesmas nos oportunizam tomar conhecimento de que por mais que os alunos ainda necessitem aprofundar seus conhecimentos em multiplicação e divisão, eles acreditam terem ido muito bem na resolução dos problemas e que foram fáceis. A aluna A30 e o aluno A16 enunciaram ter utilizado, além das operações da adição e multiplicação, a divisão. Ao observamos os processos de resolução dos alunos, não conseguimos identificar em qual local foi utilizada a divisão. Provavelmente esta operação foi utilizada em algum cálculo mental. A partir das resoluções dos alunos e de suas escritas e ou desenhos, tivemos condições de ter uma visão maior das suas compreensões. A escrita tem a função de ajudar o aluno a rememorar o que foi estudado e auxiliar o professor a tomar conhecimento do que o aluno aprendeu.

Diante das escritas dos alunos, podemos considerar a ausência no hábito de escrever e a dificuldade em escrever sobre algo que eles mesmos realizaram. Todavia é preciso valorizar essas breves escritas e os desenhos dos alunos, pois elas nos informam suas percepções e aprendizagens. Praticamente todos os alunos da turma afirmaram que os problemas foram fáceis, mas quase todos se equivocaram nas resoluções. Isso nos induz a pensar que os alunos ainda não estão cientes de suas ações, de suas compreensões sobre os problemas trabalhados. Por isso se faz necessário trabalhar problemas com esses alunos, que os estimulem à compreensão do todo, que os ponha para pensar e aprofundem conhecimento.

5.3 Encontro 02 - 20/10/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Retomada dos problemas aplicados no encontro anterior (correção coletiva);
- Proposição de novos problemas.

Iniciamos a aula com a retomada dos problemas aplicados no primeiro dia de investigação, realizando a correção coletiva com toda a turma. A nossa intenção foi que os alunos tirassem suas dúvidas a respeito dos problemas resolvidos e consertassem os erros. Explicamos à turma que realizaríamos a correção no quadro branco conjuntamente, dos problemas respondidos por eles na semana anterior. Disponibilizamos a cada aluno a folha com os suas respectivas resoluções.

Perguntamos à turma quem se dispunha a solucionar na lousa o problema referente à letra **a**. Os alunos ficaram calados. Aparentavam timidez. Nós esclarecemos que o momento de correção coletiva à frente da turma se constitui em uma situação de aprendizagem, que todos nós estávamos ali para aprender, se alguém errasse não tinha problema, nós consertaríamos o erro juntos.

Deixamos os alunos livres, para decidirem se queriam consertar/acrescentar algo ou não, nas folhas dos problemas respondidos por eles, à medida que a correção fosse sendo realizada. Efetuamos a correção coletiva no quadro branco, questionando a turma se concordavam com as resoluções dos colegas. Para cada problema, um colega de turma veio solucioná-lo.

Análise referente à correção das respostas ao problema da letra a

a) *Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há na sala de aula?* [8]

O aluno A6 se dispôs a resolver o problema referente à letra **a**, mediante incentivo de seus colegas. O aluno fez a leitura do problema e o resolveu no quadro branco por meio da *multiplicação* 7x8= 56. Questionamos a turma se concordavam com o colega. Alguns disseram que sim. Perguntamos porquê. O aluno A10

[8] Problema adaptado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, 1997.

respondeu que é porque 7x8=56. A aluna A30 disse que não, o resultado era maior. Pedimos ao aluno A6 que desenhasse as 7 fileiras e 8 colunas de cadeiras no quadro. O aluno sentiu dificuldade, então o ajudamos na organização das filas e colunas de cadeiras. Em seguida chamamos a atenção da turma para que contássemos todos juntos a quantidade de cadeiras presentes nas filas e colunas. Chegamos ao resultado 56. Explicamos aos alunos que temos uma disposição retangular, a ideia de retângulo. Perguntamos se o problema havia sido compreendido por todos. A turma respondeu que sim. No mesmo momento sugerimos na lousa um novo problema, semelhante ao que havia acabado de ser corrigido.

Em uma fileira tem 5 caixas. Quantas caixas há em 4 fileiras? [9]

Disponibilizamos um tempo para os alunos responderem o problema. Três alunos disseram que não iam escrever por não gostarem, e afirmaram que o resultado era 20. Um dos alunos veio até o quadro branco, leu e respondeu o problema. Notamos que a turma ficou mais tranquila para resolver o problema pelo fato do mesmo ser parecido com um resolvido anteriormente.

Observamos que os alunos não gostaram de ter de copiar o problema do quadro nas folhas da atividade, pois apenas seis deles escreveram o problema. Desses seis, quatro alunos concluíram que nas 4 fileiras há 20 caixas. As alunas A26 e A18 chegaram a outros resultados.

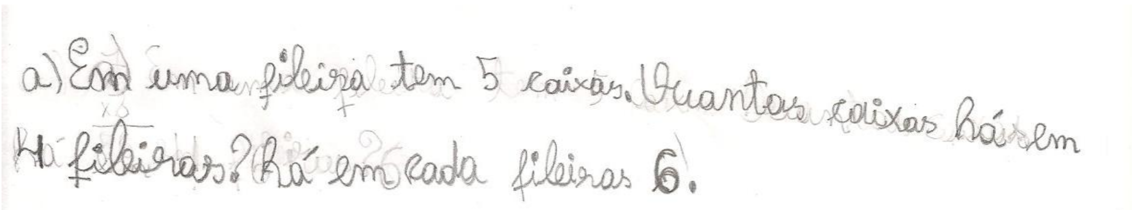


Figura 18 – Resolução da aluna A18

[9] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

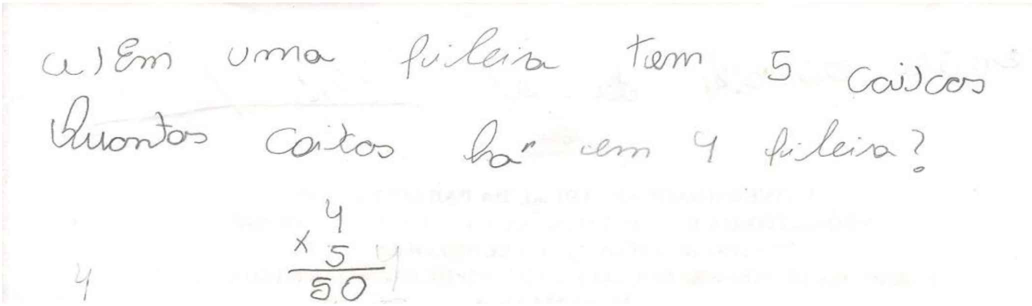


Figura 19 – Resolução da aluna A26

Comentário: As resoluções das alunas apresentam resultados diferentes. Não ficou explícito como a aluna A18 pode ter chegado ao valor 6. Nos causa estranhamento o fato da aluna ter resolvido bem outros problemas envolvendo a multiplicação, e neste problema a aluna ter se equivocado. Possivelmente a aluna pode não ter compreendido o problema. Já a aluna A26 certamente se equivocou no momento da multiplicação.

Análise referente à correção das respostas ao problema da letra b

b) *Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997).*

A aluna A27 dirigiu-se à frente da turma, fez a leitura e respondeu o problema relacionado à letra **b**. A aluna montou uma operação de *adição* 3+2=5. Indagamos os alunos se a resposta da colega estava correta. Quase todos da turma afirmaram que sim. Perguntamos se tinham certeza. Os alunos ficaram com o semblante de dúvida. Questionamos mais uma vez se alguém havia respondido diferente, pois sabíamos que dois alunos haviam acertado a resolução desse problema. Os alunos se mantiveram em silêncio. Nos dirigimos ao quadro branco, desenhamos duas saias, uma representando a cor preta e a outra representando a cor branca. Questionamos a turma se uma das alunas poderia combinar a saia preta com uma blusa rosa, a saia preta com uma blusa azul e a saia preta com uma blusa cinza. Os alunos afirmaram que sim. Desenhamos as blusas ao lado da saia preta. Questionamos mais uma vez, se poderíamos combinar a saia branca com a blusa rosa, com a blusa azul e com a blusa cinza. Todos os alunos responderam que pode sim. E perguntamos: “temos quantas combinações nesses desenhos?”. Os alunos se mantiveram calados. Dissemos, vamos contar juntos?! A saia preta com as três blusas, temos três combinações e a saia branca com a três blusas, temos mais três combinações. Questionamos, temos quantas combinações? Um aluno disse seis. Dissemos vamos contar: um, dois, três, quatro, cinco, seis. A maior parte da turma exclamou ah.....é assim.. é fácil... Alguns alunos ficaram em dúvida, chamamos ao quadro e explicamos novamente. Na sequência propusemos um problema:

No cardápio da merenda escolar, o aluno pode escolher leite, suco ou iogurte. Para acompanhar a bebida, há bolo e cachorro quente. De quantas maneiras o aluno pode lanchar? [10]

Alguns alunos afirmaram que leite com cachorro quente não é bom. Outros disseram que gostavam de leite. A maior parte da turma respondeu o problema rapidamente. Um dos alunos foi ao quadro e respondeu o problema afirmando ser fácil, combinando os nomes dos alimentos com os nomes das bebidas, chegando ao resultado seis. Dos sete alunos que entregaram por escrito o problema e a sua resolução, o resultado também foi seis. Vejamos um exemplo:

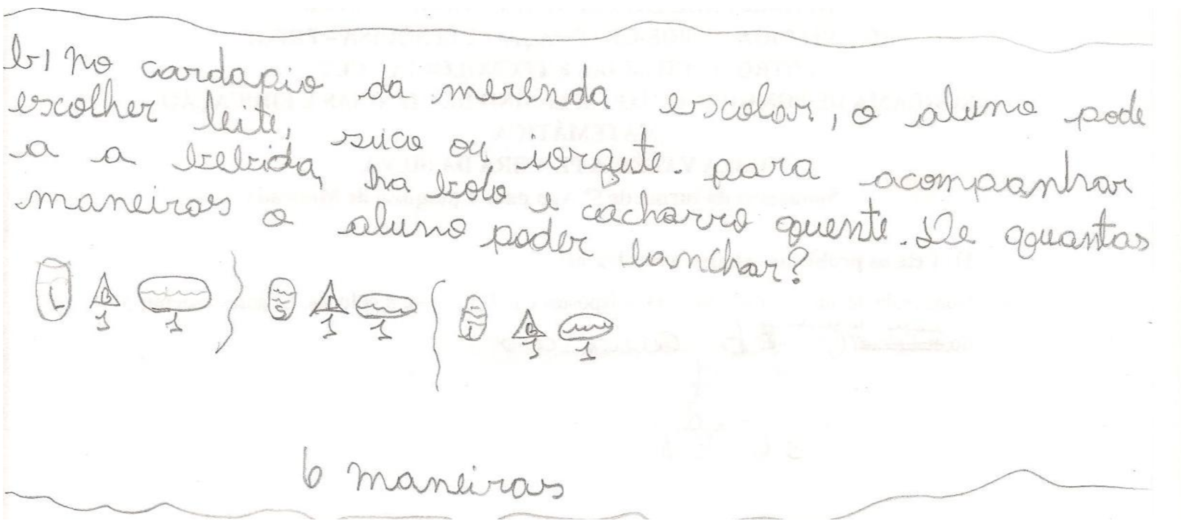


Figura 20 – Resolução da aluna A14

Comentário: Os alunos aparentaram ter compreendido como se deu o processo de resolução do problema com a ideia de Raciocínio combinatório, pois resolveram bem

[10] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

o segundo problema proposto. Mas todos resolveram o problema por meio do desenho ou da escrita dos nomes dos alimentos. Os alunos estão em seu desenvolvimento inicial no estudo e aprendizagem de Raciocínio combinatório.

Análise referente à correção das respostas ao problema da letra c

c) Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta? (BRASIL, 2014).

Perguntamos quem poderia responder o problema referente à letra **c**. O aluno A10 disse que iria fazer só a resposta, não iria ler o problema para a turma. Nós questionamos o porquê. Ele afirmou que não sabia ler. Os colegas disseram que estava mentindo. A professora titular da turma interveio afirmando que ele sabia ler. Percebemos que o aluno estava com vergonha. Conversamos com ele mais uma vez. Mas ele se negou firmemente a ler o problema. Um de seus colegas se ofereceu para ler o problema. Após a leitura do problema da letra **c**, o aluno A10 respondeu no quadro branco por meio de uma *multiplicação* que o resultado ao problema era 3X12=36. Ele ainda afirmou que era muito fácil. Questionamos a turma se concordava com a resposta do colega. Todos afirmaram que sim. Sabemos que poucos alunos se equivocaram nesta resolução, por isso pedimos ao aluno que explicasse como compreendeu o enunciado do problema para chegar ao seu valor. O aluno explicou que três caixas de lápis, com 12 lápis cada uma, ao todo tinham 36 lápis. Na sequência propomos um problema, que foi respondido rapidamente:

Uma caixa de chocolate tem 6 bombons. Quantos bombons há em 3 caixas? [11]

Os alunos responderam o problema de imediato. Afirmaram que era muito fácil. Observamos que alguns alunos realizaram o cálculo mentalmente. Cinco alunos nos entregaram por escrito este problema. Dois responderam por meio da *multiplicação* 6X3=18. O aluno A31 fez a resolução para turma na lousa. A sala foi unânime em concordar com a resolução do aluno.

[11] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Comentário: O problema foi bastante simples aos olhos dos alunos. Observamos que já estavam habituados a resolver problemas deste tipo. Nesse momento conseguimos enxergar a habilidade do cálculo mental presente em alguns alunos. Isso foi algo que somente com a resolução dos problemas no papel não tivemos condições de perceber. De acordo com Toledo e Toledo (2009 p. 96), "Desde a Educação Infantil a criança precisa ir desenvolvendo o cálculo mental, antes mesmo das abordagens formal das operações com números naturais". O cálculo mental é realizado com a cabeça, o aluno analisa os dados, escolhe/articula a estratégia e obtém os resultados.

Análise referente à correção das respostas ao problema da letra d

d) 3 crianças têm, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas têm juntas? (BOTTA, 1997).

Indagamos a turma sobre quem seria o próximo a resolver o problema relacionado a letra **d**. Alguns alunos levantaram a mão, mas percebemos que o aluno A1 estava conversando muito, então sugerimos que ele respondesse o problema na lousa. O aluno aceitou. Ele leu o problema e respondeu por meio de uma *multiplicação*, 3x4=12. A turma afirmou que a resposta estava correta. Questionamos o porquê. Um dos alunos explicou que se três crianças tem quatro laranjas, cada uma, o resultado é doze. Na sequência propusemos um problema com a mesma ideia:

5 crianças tem 3 lápis cada. Quantos lápis elas têm juntas? [12]

Os alunos responderam de imediato o problema. Alguns utilizaram o cálculo mental. Uma das alunas respondeu o problema na lousa por meio de uma *multiplicação*, 3X5=15. A turma afirmou que o resultado estava correto. Apenas cinco alunos nos entregaram o problema e suas resoluções por escrito. Todos os cinco alunos resolveram o problema por meio da *multiplicação*, duas alunas utilizaram também o desenho como forma de resolução, vejamos um exemplo:

[12] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

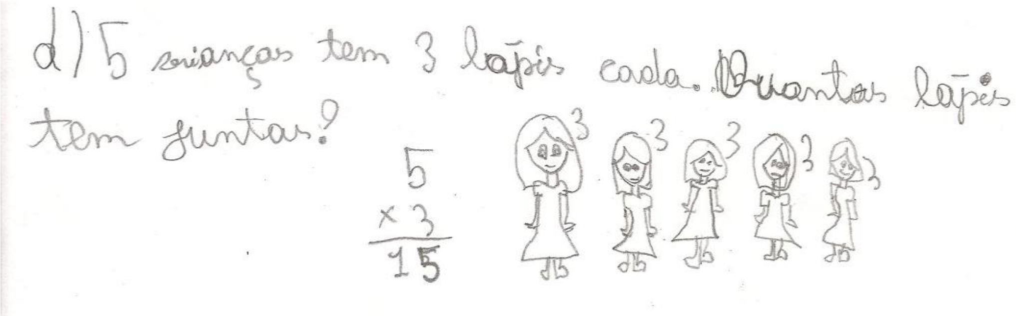


Figura 21 – Resolução da aluna A18

*Comentário: Apesar da aluna saber resolver o problema por meio da operação da multiplicação, sentiu a necessidade de realizar também o registro pictórico (desenho), que também pode ser considerada como resposta correta. Também podemos observar que ela fez a conta 3X5=15 e desenhou a partir das bonequinhas 5X3=15. Para Cavalcanti (2001) o desenho possibilita ao professor pistas sobre como a criança pensou e agiu para solucionar o problema, e à criança expressar suas ideias e comunicar-se. Por meio desse registro pictórico, percebemos que para se chegar ao resultado final faz-se necessário a soma do numeral 3 atribuído à cada bonequinha. A aluna aparenta ter a consciência dessa soma, apenas não a realizou por escrito. Ela empregou a operação de multiplicação e de adição implicitamente. O problema referente à letra **d** constitui-se mais compreensível aos alunos igualmente ao problema relacionado a letra **c**. Assim como os demais problemas propostos após as correções coletivas. A maior parte dos alunos respondeu com mais agilidade, confiança e compreensão. Possivelmente isto deve-se ao fato de se tratarem de problemas "fáceis" e que fazem parte do cotidiano escolar dos alunos e também porque os alunos estão se dirigindo a um nível mais elevado da aprendizagem.*

Ao final da correção dos problemas, o aluno A31 nos questionou:

A31: Professora coloque situações-problemas no quadro...
PP: O que são situações-problema?
O aluno explicou escrevendo uma conta de *adição* armada na lousa.

Comentário: Então percebemos que o aluno estava se referindo a problemas sem um contexto. Com apenas os números (contas armadas), que ele chamava de *situações-problemas. Provavelmente o aluno utilizou o termo situações-problemas por já ter ouvido, mas não tinha consciência do que se tratava.*

Solicitamos à turma que nos devolvessem as suas folhas sobre a atividade, dois alunos recolheram as folhas dos colegas, nos entregaram e encerramos a aula. Ao observarmos os problemas identificamos que praticamente metade dos alunos corrigiram a sua atividade mediante a correção coletiva no quadro branco. Após a correção dos problemas referentes às letras **a**, **b**, **c** e **d**, seis alunos entregaram apenas as respostas dos problemas similares propostos.

O fato dos alunos terem resolvido os problemas referentes às letras **a**, **b**, **c** e **d**, facilitou o entendimento e resolução dos problemas similares aplicados posteriormente. Após cada aluno ir à lousa ler e responder algum dos problemas, solicitamos que a turma batesse palmas para o colega, frisamos a importância do apoio e respeito ao colega. Os alunos tinham medo de errar as resoluções dos problemas, esclarecemos que errar faz parte do processo de aprendizagem, e que o mais importante é a compreensão do problema e a correção do erro, para que a aprendizagem ocorra.

Os problemas referentes às letras **a** e **b**, que envolveram a ideia/significado de *Configuração retangular* e *Raciocínio combinatório*, no primeiro encontro pareciam estar distantes do conhecimento dos alunos. No segundo encontro, após as explicações, discussões e correção coletiva com toda a turma, os alunos aparentaram estar mais próximos e sentirem-se confiantes a solucionar problemas deste tipo.

A correção coletiva (socialização) dos problemas foi um momento de troca de informações entre os alunos e a pesquisadora, e entre os próprios alunos. Como também uma oportunidade de esclarecimentos de dúvidas por parte dos alunos e da pesquisadora perceber como o aluno realmente pensou para resolver os problemas. Na fala dos alunos encontramos explicações sobre os problemas, que contribuíram para o nosso entendimento sobre a sua resolução por escrito.

5.4 Encontro 03 - 21/10/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Estudo de problemas envolvendo diferentes ideias/significado da *multiplicação* e *divisão*;

- Socialização das respostas.

Ao chegarmos à sala de aula, cumprimentamos a turma, pedimos à professora que nos ajudasse a dividir a turma em quatro grupos, pois nesse dia trabalharíamos com os alunos em equipes. A professora distribuiu os alunos em grupos, tendo o cuidado de colocar em equipes diferentes os alunos que costumavam conversar e mesclar os grupos com os alunos em diversificados níveis de aprendizagem.

Para este encontro, elaboramos quatro problemas diferentes. Vejamos os problemas a seguir:

1. Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema. [13]

Este problema pode trabalhar a ideia/significado da *Divisão por distribuição* (distribuir igualmente), pois ele nos remete à ideia de partilhar ovos (dividir) em quantidades iguais.

2. João precisa guardar 90 bananas em caixas iguais. Cada caixa deverá conter 18 bananas e não devem sobrar bananas. Quantas caixas serão necessárias? Explique como você pensou para responder o problema. [14]

No problema referente ao quesito 2, podemos estudar a ideia/significado *Divisão envolvendo formação de grupos* (quantos grupos), pois é preciso guardar determinado número de bananas dentro de caixas.

---

[13] Problema elaborado pela pesquisadora com a finalidade de ser trabalhado na investigação.

[14] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

3. A mãe de Júlia trabalhou 25 horas por semana em um supermercado durante 8 semanas. Quantas horas ela trabalhou? Explique como você pensou para responder o problema. [15]

Nesse problema pode-se trabalhar a ideia/significado de *Grupos iguais*, pois em um determinado número de vezes podemos adicionar parcelas com o mesmo valor.

4. No pátio da escola acontecerá uma amostra cultural. Há 13 filas de cadeiras. Em cada fila há 9 cadeiras. Qual é o total de cadeiras no pátio? Explique como você pensou para responder o problema. [16]

No problema relacionado ao item 4 podemos estudar a ideia/significado da *Configuração retangular*. A disposição das cadeiras está relacionada ao formato de um retângulo.

Após os grupos de alunos estarem formados, nos dirigimos a eles, entregando os problemas. Cada grupo recebeu um problema referente a um dos itens: **1**, **2**, **3** ou **4**. Todos os alunos dos grupos receberam cópias referentes ao item que ficaram responsáveis para estudar e responder. Em seguida, realizamos a leitura de cada um dos problemas/itens, e pedimos que os grupos lessem, discutissem e respondessem em conjunto. Circulamos pelos grupos esclarecendo as dúvidas dos alunos, à medida que também realizávamos questionamentos.

Comentário: Apesar de percebermos que em todos os grupos tiveram aqueles alunos que ficaram apenas esperando as respostas elaboradas pelos colegas, sem se esforçar para contribuir com a resolução do problema, sentimos que o trabalho em grupo foi muito bom. Os alunos realmente discutiram sobre os problemas, contestaram um a resolução do outro, houve apoio entre eles para se chegar ao resultado.

---

[15] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[16] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Observamos que todos os grupos já haviam respondido os problemas. Então nos dirigimos a eles e reformulamos verbalmente cada problema, alterando apenas as informações numéricas (os dados numéricos). Por exemplo: o problema correspondente ao item **1**, em vez de: *Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema.* Após a reformulação este problema ficou desta forma: *Felipe precisa distribuir 63 ovos em 9 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema*. Indagamos os alunos: E agora como será a resolução desse problema? A resposta muda? Qual é a resposta?.

De imediato percebemos que alguns alunos não compreenderam a nossa intenção. Os alunos fizeram cara de estranhamento, pois eles haviam terminado de resolver os problemas e em seguida nós sugerimos uma modificação nos mesmos problemas e aguardávamos resoluções.

Comentário: Observamos que os alunos apresentaram estranhamento às alterações realizadas nos problemas. Parece que no entendimento deles, o fato dos problemas terem sido respondidos, não haveria mais o que se fazer (estudar/problematizar) com os mesmos. Ou seja, após a resolução o problema estaria "terminado". Esse pensamento geralmente costuma ocorrer no trabalho tradicional com a resolução de problemas nas aulas de Matemática. Optamos neste momento por apenas alterar os dados numéricos dos problemas, pois levamos em consideração que os alunos não estavam habituados a atividades com esta metodologia.

A aluna A30 nos questionou:

A30: A senhora quer a mesma "conta", né?! Só muda o número?!
PP: Este problema tem a mesma história, o mesmo contexto que o primeiro. Os dados numéricos são outros. Temos um problema diferente. Que exige uma outra resolução.
A21: Como assim?
A30: É assim, vem que te explico..

A aluna A30 mostrou na sua carteira ao aluno A21 que os dados numéricos dos problemas foram modificados. As alterações feitas por nós verbalmente aos problemas, em cada grupo, foram acrescentadas pelos alunos em suas folhas a próprio punho. Esclarecemos à turma que os problemas tratavam do mesmo contexto que o problema inicial, mas o fato de termos modificado as informações, isso transformava o problema. Alguns grupos discutiram mais entre si sobre os problemas, mas no final todos responderam. Na sequência nos dirigimos à socialização das respostas pelos grupos, com toda a turma.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1. Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema. [17]

Para a socialização das resoluções um representante de cada grupo veio à frente da turma compartilhar as respostas elaboradas. O grupo responsável para solucionar o problema relacionado ao item **1** foi composto por seis alunos. Todos eles chegaram ao resultado correto do problema, mas após a reformulação apenas um aluno acertou a questão.

Vejamos as soluções elaboradas pela aluna A19:

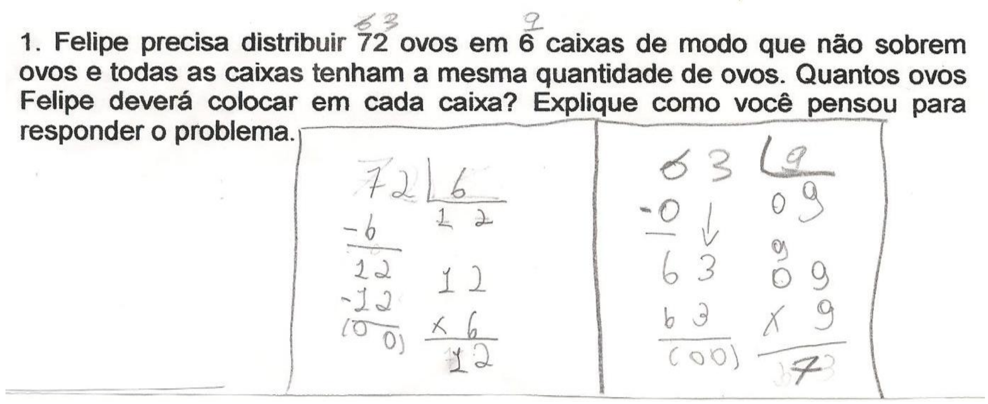

1. Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema.

Figura 22 – Resolução do item (1) pela aluna A19

[17] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

A aluna chegou à resolução correta do item **1,** juntamente com seus demais colegas de grupo, realizando a operação 72:6=12. Mas como podemos ver ao fazer a prova real da *divisão*, ela se equivocou na *multiplicação*, fazendo a operação 6X12= 12. O processo de resolução do problema reformulado, a aluna fez ao lado da resposta do item **1**, como podemos observar ela acrescentou o valor 63 ovos, acima do valor 72 ovos. E acima do valor 6 caixas, foi acrescentado o valor 9 caixas. O grupo alterou os valores conforme a reformulação que realizamos no problema. A aluna empregou o processo de resolução por meio da *divisão*, todavia ela se equivocou ao operar 63:9 tendo como resultado o 9. E também cometeu um equívoco ao tirar a prova real 9X9, tendo como resultado o 7, que seria o resultado correto para a *divisão* 63:9. Mais três colegas do grupo também realizaram a *divisão* do mesmo modo (equivocadamente).

Comentário: Provavelmente a aluna tenha se confundido nas multiplicações das provas reais ou realmente apresenta dificuldades com o algoritmo. Ao observamos atentamente a folha de papel com as resoluções, percebemos que ela havia feito as respostas corretas e apagou por algum motivo. Ao dialogarmos com a aluna notamos que ela ainda demonstra insegurança nos cálculos que realiza, necessitando da nossa confirmação de "certo" ou "errado". Também devemos levar em consideração que neste nível de escolaridade (5º ano) os alunos não estão cognitivamente autônomos e sentem a necessidade da corroboração do professor ou de alguém mais experiente. Às vezes a preocupação dos alunos com o certo ou errado nos inquieta, porque sentimos que alguns aspectos e informações dos problemas passam despercebidos por eles estarem focados no erro e no acerto. Uma questão que nos chamou a atenção nas resoluções da aluna foi a prova real realizada para o problema reformulado, em que ao 9X9 ela atribui o resultado 7. O resultado 7 é a resposta para a divisão do problema 63:9. Um aluno do grupo chegou ao resultado 7 para esta divisão. Certamente no momento das discussões no grupo o aluno deve ter compartilhado a resolução para a divisão e a aluna anotou no espaço da prova real.

O aluno eleito pelo grupo para representá-lo indo à frente da turma, fazer a leitura do problema relacionado ao item **1**, a sua reformulação e solucioná-los foi justamente o aluno que acertou o problema reformulado da equipe. Visualizemos a seguir:

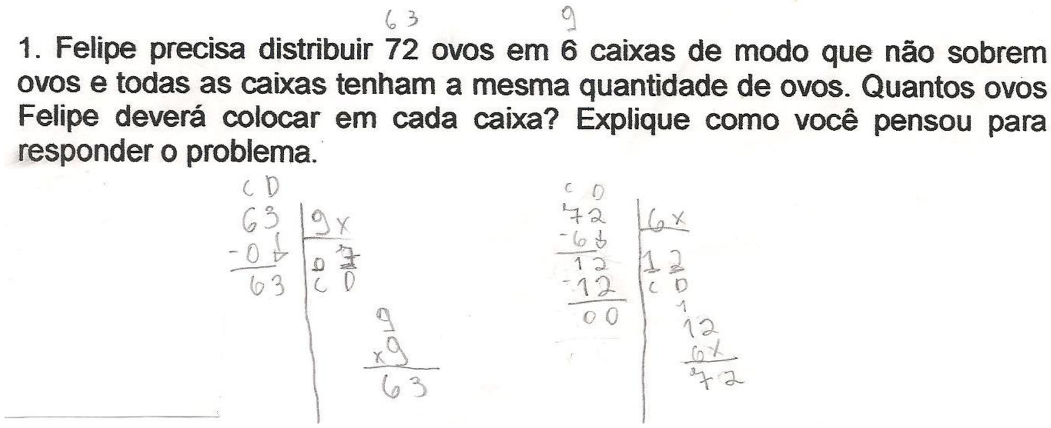


Figura 23 – Resolução do item (1) pelo aluno A31

As resoluções do aluno estão corretas. Ele fez uso da operação da *divisão* para chegar aos resultados. Todavia o aluno ainda se equivocou ao estruturar a prova real 9X9 em vez de 7X9 e ao multiplicar 9X9=63. Ele também identificou os numerais do dividendo das divisões realizadas de acordo com as ordens do Sistema de Numeração Decimal (SND), à ordem das unidades foi atribuído o D representante das dezenas e a ordem das dezenas foi identificada com o C da centena. Ao visualizarmos as resoluções com essa atribuição de ordens do SND, questionamos o aluno:

PP: O que significa esse D?
A31: Dezena!
PP: O que significa esse C?
A31: Centena!

O aluno A10 disse de imediato que estava errado. Alguns alunos concordaram com ele e outros ficaram calados.

Questionamos o aluno A31 na lousa: Por que no número 72 o 2 é dezena e o 7 é centena?

O aluno disse: sei lá... porque é...

Percebemos que ele não queria mais falar. Se sentiu inibido. Estava sem jeito. Então agradecemos por ter vindo à lousa responder os problemas e decidimos explicar para toda a turma as ordens do SND, unidade, dezena e centena na lousa, desenhando. O aluno A10 levantou da carteira e disse “aqui é mil”, desenhando a 4ª ordem. Respondemos “isso mesmo”. Estava correto!

Uma aluna fez o processo de resolução por meio da *adição* para o problema reformulado. Vejamos:

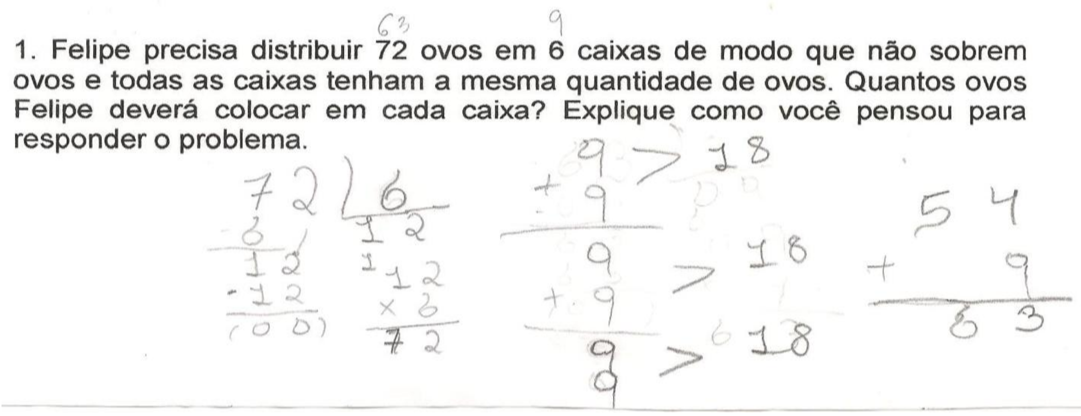

1. Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema.

Figura 24 – Resolução do item (1) pela aluna A20

A partir da resolução escrita da aluna para o problema reformulado, inferimos que o processo utilizado foi a soma 9+9=18, 9+9=18, 9+9=18, depois somou todos os dezoito, chegando ao resultado 54 e somou com mais 9, tendo como valor o 63.

Comentário: O aluno A31 fez as resoluções corretamente para o problema relacionado ao item 1 e a sua reformulação. O aluno se equivocou na prova real multiplicando 9X9=63 em vez de 7X9=63. Essa equipe discutia muito entre si sobre qual seria a resolução correta. Os alunos do grupo apagaram e refizeram os seus cálculos algumas vezes. A aluna A20 fez o processo de resolução para o problema reformulado, diferente de todos os colegas de grupo, contando 9+9=18 por três vezes, até ter chegar a 54+9=63, conforme foi descrito acima. Ela criou uma estratégia própria de resolução. “Possibilitar ao aluno lançar mão de diferentes estratégias para resolver os problemas propostos é permitir que use os seus conhecimentos e a sua criatividade” (CARVALHO, 2007, p. 17). A aluna fez uso da operação de adição, em vez da divisão. Apesar dela não ter exposto como resultado final o 7, podemos induzir a sua compreensão de que para se ter o valor 63 contando de 9 em 9 é preciso fazer uso do número nove, sete vezes. De modo geral a divisão para solucionar o problema foi realizada tranquilamente pelos alunos do grupo, mas a divisão efetuada para resolver o problema reformulado constituiu-se mais complexa, cremos que pelo fato da divisão do problema reformulado, ser o *primeiro número do dividendo indivisível pelo divisor, precisando que a divisão fosse realizada com todos os números do dividendo. Acreditamos que a divisão com um valor maior gerou dificuldades para os alunos, assim como a multiplicação das provas reais.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2. João precisa guardar 90 bananas em caixas iguais. Cada caixa deverá conter 18 bananas e não devem sobrar bananas. Quantas caixas serão necessárias? Explique como você pensou para responder o problema. [18]

O grupo incumbido de solucionar o problema do item **2** entrou em consenso nas respostas, todos os seis alunos responderam os problemas da mesma forma. O aluno A28 foi o representante da equipe para ir à frente da turma ler e responder os problemas na lousa. Analisemos as respostas do aluno:

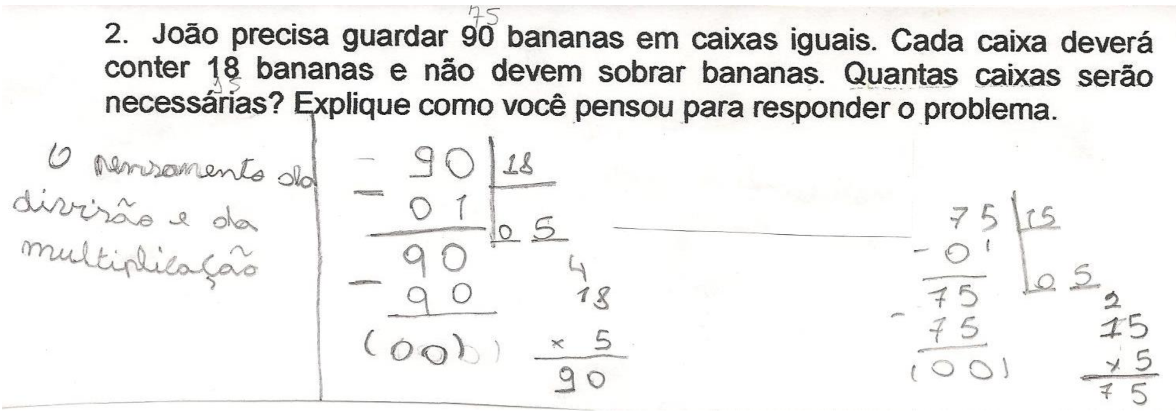


Figura 25 – Resolução do item (2) pelo aluno A28

O aluno respondeu corretamente o problema dividindo as 90 bananas por 18, sendo necessário 5 caixas para guardá-las. Reformulamos o problema verbalmente: *João precisa guardar 75 bananas em caixas iguais. Cada caixa deverá conter 15 bananas e não devem sobrar bananas. Quantas caixas serão necessárias? Explique como você pensou para responder o problema.* Os alunos anotaram os valores numéricos da reformulação do problema próximos aos valores iniciais do item **2.** O

[18] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

grupo solucionou a questão a partir de uma *divisão* 75:15=5 de forma correta. O aluno A28 escreveu ao lado de suas resoluções que utilizou “O pensamento da *divisão* e da *multiplicação*” para responder o problema. O aluno A10 também afirmou “Eu pensei na *multiplicação* e *divisão*”. E a aluna A27 escreveu: “Eu fiz pensando”.

Comentário: O grupo respondeu o problema e a sua reformulação com bastante facilidade e agilidade, pois uns alunos da equipe apresentam habilidade e facilidade para lidar com as operações da divisão e da multiplicação. Eles não aparentam intimidade com a escrita, mas mesmo assim dois alunos escreveram algumas palavras informando quais operações fizeram uso para solucionar os problemas. Mas podemos observar que esses alunos já apresentam a noção de que para solucionar os problemas precisaram empregar mais que uma operação aritmética. Para Van de Walle (2009), é importante na resolução de problemas que os alunos expliquem, de preferência por escrito, o que foi feito e porque o fizeram. A aluna A27 explicou que resolveu os problemas pensando, sua afirmação está correta, mas é como se os alunos não se sentissem confortáveis e seguros para expressar seus pensamentos sobre as resoluções dos problemas. As escritas dos alunos demonstram uma certa fragilidade/dificuldade no ato de escrever, que necessita ser trabalhada e desenvolvida para contribuir com a aprendizagem da Matemática e da própria Língua materna.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 3

3. A mãe de Júlia trabalhou 25 horas por semana em um supermercado durante 8 semanas. Quantas horas ela trabalhou? Explique como você pensou para responder o problema.

O grupo responsável para solucionar o problema do item **3** foi composto por cinco alunos. Desses cinco, três alunos responderam o problema e a sua reformulação do mesmo modo. Vejamos as resoluções de um destes alunos, que foi o indicado pelo grupo para ir à frente da turma fazer a leitura e responder os problemas na lousa.

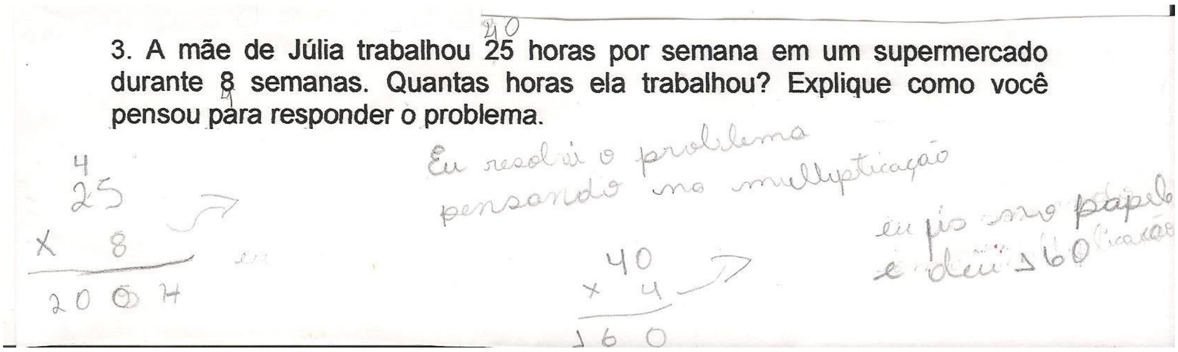


Figura 26 – Resolução do item (3) pela aluna A29

A aluna representante de seu grupo respondeu bem o problema multiplicando 8X25=200. Assim como também a reformulação do problema 4X40= 160. A aluna A29 afirmou que resolveu o problema pensando na *multiplicação* e resolveu a reformulação do problema no papel. O aluno A32 ainda acrescentou que resolveu os problemas pensando e fez o cálculo mental. Certamente o aluno utilizou o termo cálculo mental por ter ouvido alguém comentar, mas já presenciamos durante as aulas alguns alunos da turma calculando os problemas mentalmente e com bom desempenho. Os PCN (1997, p. 76), afirmam que "[...] se calcula mentalmente quando se efetua uma operação, recorrendo-se a procedimentos confiáveis, sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos". Uns dos alunos, quando estavam realizando os cálculos com a cabeça, utilizavam os dedos como auxílio.

Os outros dois alunos do grupo responderam o problema, mas não solucionaram a sua reformulação. Um deles provavelmente não respondeu o problema por estar desinteressado, pois ficava com conversas paralelas, até atrapalhando a equipe e apenas copiou a resposta do problema 8x25=200 dos demais colegas. A aluna A17 inicialmente quis fazer o problema por conta própria sem o auxílio dos companheiros do grupo, depois percebeu que se equivocou na resolução do problema e com a ajuda dos colegas consertou a solução obtendo como resultado 8X25=200. O que nos chamou a atenção foi a estratégia utilizada pela aluna para resolver o problema. Ela não queria nos entregar a sua folha de rascunho, estava com vergonha e dizia que estava errado. Nós dissemos que não tinha problema. Vejamos a folha de rascunho da aluna:

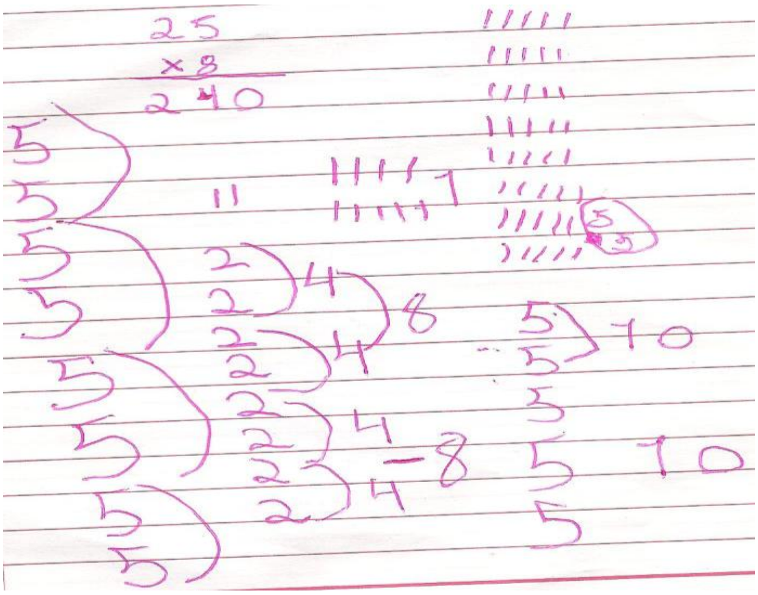


Figura 27 – Processo de resolução do item (3) pela aluna A17

A aluna sabia que um dos processos para resolver o problema seria por meio da operação da *multiplicação*, mas pelo fato do cálculo envolver valores maiores ela sentiu dificuldade, então precisou desenvolver estratégias para solucionar a operação. “Deixar que os alunos criem suas próprias estratégias para resolver problemas favorece um envolvimento maior deles com a situação dada” (CAVALCANTI, 2001, p. 125). Observemos que para multiplicar 8X5 a aluna estruturou na vertical o número 5 oito vezes e depois passou um tracinho formando grupos de dois números 5. Provavelmente isso foi feito para facilitar o cálculo (a soma dos números). Ao olharmos para a operação da *multiplicação* acima, a aluna concluiu que 8X5=40, então ela colocou o resultado 40 abaixo do número 8. Ela se equivocou neste passo da operação, pois este seria o momento que ela deveria colocar o 0 (zero) abaixo do 8 e subir o 4 para a próxima ordem decimal. Para calcular o 8X2 a aluna estruturou mais uma vez verticalmente o número 2 oito vezes e formou grupos de dois número 2 com um tracinho, obtendo os valores 8 e 8. Não entendemos como ela conseguiu obter o número 2 a partir dos valores 8 e 8. Mas mesmo assim a aluna se equivocou, pois colocou o número 2 ao lado do valor 40. Chegando a resolução 8X25=240. O rascunho mostra outras estratégias utilizadas pela aluna para resolver o problema. Conforme mencionamos anteriormente a aluna se equivocou na resolução e posteriormente a consertou.

Comentário: Neste grupo havia alunos que já compreendiam bem a operação da multiplicação e os alunos que sentiam mais dificuldades. Os colegas do grupo se ajudavam nas multiplicações com valores maiores. A aluna A17 tem condições de desenvolver boas estratégias para solucionar cálculos que envolvem a operação da multiplicação com números maiores, essa iniciativa da aluna precisa ser valorizada, mas ainda é preciso desenvolver na aluna a compreensão da decomposição dos números no algoritmo da operação.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 4

4. No pátio da escola acontecerá uma amostra cultural. Há 13 filas de cadeiras. Em cada fila há 9 cadeiras. Qual é o total de cadeiras no pátio? Explique como você pensou para responder o problema. [19]

As resoluções dos sete alunos responsáveis por responder o problema referente ao item **4** foram todas iguais. Observemos as respostas da aluna representante do grupo para ler e resolver o problema na lousa:

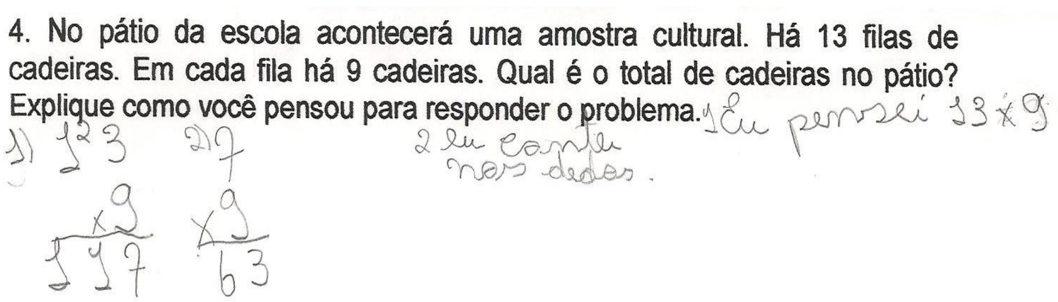


Figura 28 – Resolução do item (4) pela aluna A30

Os alunos desse grupo responderam corretamente o problema multiplicando 9X13=117 e a sua reformulação 9X7=63. Neste caso, na reformulação alteramos apenas o primeiro valor, trocamos número 13 pelo 7. A aluna A30 escreveu sobre a resolução do problema, “Eu pensei 13X9” e para a reformulação do problema escreveu “Eu contei nos dedos”. Os dedos como um instrumento de contagem se faz presente no estudo da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

[19] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Alguns educadores defendem que essa prática é restrita quando os alunos necessitam contar valores maiores. Nós entendemos que os alunos usam os recursos que têm mediante o problema que enfrenta. E a Matemática está presente em seu corpo. A escola necessita possibilitar aos alunos o desenvolvimento das mais diversificadas estratégias de resolução para que a aprendizagem aconteça. Uma aluna do grupo escreveu “Eu armei usando a cabeça” e outro aluno disse “Eu fiz pensando”. Como podemos inferir os alunos sentem dificuldades para escrever, escrevendo frases óbvias que apresentam sentidos para si. No final da aula os alunos da turma nos questionaram sobre quando retornaríamos à sala, explicamos que na semana seguinte estaríamos de volta.

Comentário: as respostas do grupo ao problema e a sua reformulação foram homogêneas. Quase todos os componentes da equipe aparentou compreender a operação da multiplicação e já podem ser expostos à problemas com um pouco mais de complexidade. Também percebemos que esses alunos apresentam ausência de intimidade com a escrita, pois dos sete alunos do grupo, apenas três escreveram cada um uma frase, ainda pouco clara sobre os seus processos de pensamento para a resolução dos problemas.

Percebemos que a maior parte dos alunos da turma sentiu dificuldades na resolução dos problemas que envolviam a *multiplicação* e a *divisão* com valores maiores. Eles também, muitas vezes, detêm a atenção a modelos únicos de solução das operações impedindo que desenvolvam a criatividade e busquem novas formas de resolução. Além do que existe um grande “medo” do erro. Todavia sabemos que no ambiente das aulas de Matemática dificilmente os alunos são incentivados a pensar sobre outros processos de resolução, e o erro é raramente tratado como um recomeço para se chegar ao acerto e sim é tido como objeto de rejeição.

A maior parte da turma não escreveu explicando como pensou para resolver o problema. Os alunos que escreveram algo, não foram mais que poucas palavras e frases. Observamos que os alunos que mais aparentavam compreensão da *multiplicação* e da *divisão* foram os que nada escreveram sobre os processos de resolução. Apesar de ter existido alunos que pouco contribuíram com o seu grupo, de terem ficado conversando assuntos paralelos no momento das resoluções e apenas copiado as respostas dos problemas, o trabalho em grupo foi muito bom.

Sentimos o desempenho e o gosto dos alunos por estarem em equipes. Alguns grupos se saíram melhor na resolução dos problemas do que outros, mas o fato é que todos os grupos se empenharam e se dedicaram para resolverem os problemas.

5.5 Encontro 04 - 10/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Estudo de problemas com as ideias/significados da *Divisão envolvendo formação de grupos* e *Comparação entre razões, que envolvem a ideia de proporcionalidade*.

Na aula deste dia, também optamos por trabalharmos com os alunos em grupos. A professora titular da turma nos ajudou a dividir os alunos em cinco equipes. Para este encontro elaboramos dois problemas, observemos:

1.Um professor de Educação Física da Escola Municipal de Ensino Fundamental promoverá um campeonato de futebol. Irão participar desse campeonato 99 alunos. Em cada time deverá ter 11 jogadores, quantos times terá o campeonato? [20]

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

Este problema pode trabalhar a ideia/significado de *Divisão envolvendo formação de grupos*. Pois nós sabemos o total de jogadores, a quantidade de jogadores por grupo, falta saber a quantidade de grupos.

2.Marcela quer comprar 4 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 1,30. Quanto Marcela pagará por essas 4 canetas? [21]

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

---

[20] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[21] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Neste problema podemos trabalhar a ideia/significado de *Comparação entre razões, que envolvem a ideia de proporcionalidade*. Se por uma caneta Marcela pagará R$ 1,30 é preciso observar a proporção/correspondência do valor de uma caneta para mais três canetas.

Cada aluno recebeu apenas um dos problemas para solucionar (recebeu o problema referente ao item **1** ou **2**). Todos os componentes da equipe ficaram responsáveis por solucionar o mesmo problema. Realizamos a leitura dos problemas, explicamos que após resolverem os problemas teriam de reescrevê-los, alterando os seus dados numéricos e respondê-los. Também explicamos que havia o acréscimo do cifrão do dinheiro feito à mão no item **2**. A turma aparentou compreensão em relação ao que foi pedido.

Os alunos começaram a solucionar os problemas e nós circulávamos pela sala de aula relendo e explicando os mesmos para os que ainda não sabiam ler e também para aqueles que estavam com dúvidas. A resolução dos problemas foi tranquila. O que ocasionou mais dificuldades na turma foi ter que reescrever os problemas alterando os dados numéricos, procuravam valores que já conheciam, alguns alunos utilizaram valores maiores, outros menores. Eles diziam que aquilo era muito difícil. Mas mesmo assim a maior parte dos alunos conseguiu fazer a reescrita, a alteração dos dados e a solução dos problemas.

Ao circularmos pelos grupos percebemos que quase todos os alunos já haviam terminado de resolverem os problemas e suas reescritas. Então questionamos a todos se reescrever os problemas alterando os dados numéricos e solucioná-los tinha sido fácil ou difícil. Uma aluna respondeu:

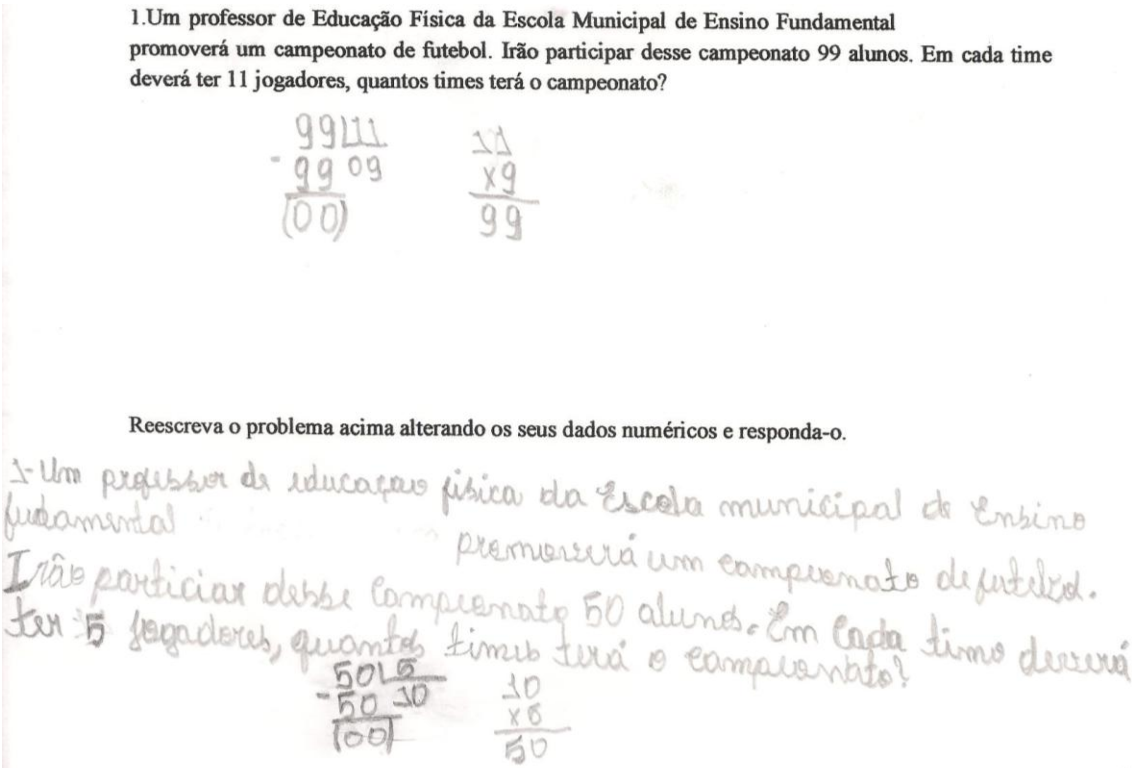
A27: Não gostei ter que trocar os números do problema! Dá mais trabalho.
Um aluno interpelou:
A31: Eu gostei professora! É que se aprende mais assim... porque tem de pensar na pergunta e na resposta do problema.
PP: Muito bom! Alguém quer falar mais alguma coisa?
Outros alunos disseram que gostaram e uns que era difícil...

Ficamos surpresos com a fala do aluno A31. Aproveitamos o momento para reforçar junto aos alunos que a elaboração de um problema tem uma finalidade, que a construção de um problema precisa ser pensada e esse pensamento possibilita aprendizagens. Jamais um problema pode ser criado de qualquer jeito. Questionamos se alguém teria algo mais a falar, a turma afirmou em coro que não. Recolhemos as folhas com as resoluções dos alunos e na sequência nos dirigimos à socialização das respostas aos problemas com toda a turma.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1.Um professor de Educação Física da Escola Municipal de Ensino Fundamental promoverá um campeonato de futebol. Irão participar desse campeonato 99 alunos. Em cada time deverá ter 11 jogadores, quantos times terá o campeonato? [22]

Um total de quatorze alunos da turma receberam e resolveram o problema do item **1**. Perguntamos quem se dispunha a ir à frente do quadro branco ler e resolver o problema. Um aluno se dispôs. Vejamos suas resoluções:


1.Um professor de Educação Física da Escola Municipal de Ensino Fundamental promoverá um campeonato de futebol. Irão participar desse campeonato 99 alunos. Em cada time deverá ter 11 jogadores, quantos times terá o campeonato?

99 | 11
-99 09
(00)

11
x9
99

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

1- Um professor da educaçao fisica da Escola municipal de Ensino fudamental promoverá um campeonato de futebol. Irão particiar desse campeonato 50 alunos. Em cada time deverá ter 5 jogadores, quantos times terá o campeonato?

50 | 5
-50 10
(00)

10
x5
50

Figura 29 – Resolução do item (1) pelo aluno A10

[22] Duas palavras do item **1** foram apagadas, pois na intenção de contextualizarmos o problema com a realidade da turma, utilizamos o nome da escola e para mantermos o anonimato e a integridade moral dos sujeitos pesquisados, rasuramos (apagamos) o nome da instituição das folhas de resolução dos alunos.

Devolvemos ao aluno a folha com a sua atividade. Ele fez a leitura e resolveu o problema na lousa. Questionamos a turma se concordava com a resolução do colega. Todos afirmaram que sim. Os quatorze alunos que receberam esse problema o solucionaram da mesma forma, empregando a *divisão* 99:11=9. Questionamos se gostavam de futebol, todos os meninos quiseram falar de uma única vez. Uns afirmaram que jogavam futebol em um campo perto de suas casas, outros que jogavam futebol nos jogos que aconteciam na escola e ainda alguns alunos disseram possuir chuteiras. Indagamos se tinham aulas de Educação Física, eles afirmaram que sim, e que no caso deles o professor de Educação Física é uma professora, mencionando o nome da mesma.

Solicitamos que o aluno A10 escrevesse no quadro a sua reescrita do problema referente ao item **1**. Conforme podemos ver ele colocou que 50 alunos iriam participar do campeonato de futebol e que cada time deverá ter 5 jogadores, realizando a *divisão* 50:5=10 times de futebol. Pedimos que a turma observasse a resolução do colega e dissesse se concordava. Uma parte afirmou que estava correta, os demais pouco prestaram atenção. Agradecemos ao aluno A10 e pedimos que retornasse ao seu lugar.

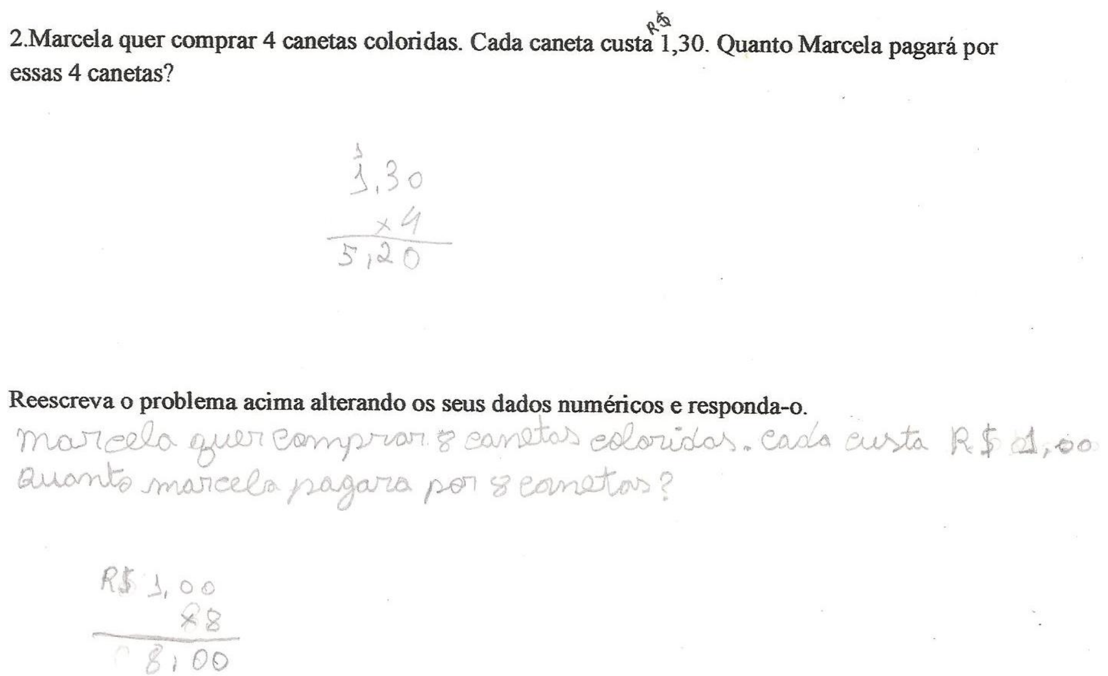
Dos quatorze alunos, três não fizeram a reescrita do problema alterando os dados numéricos. Dois disseram que estavam sem coragem de escrever o enunciado do problema e fizeram apenas o cálculo, mesmo após nós termos pedido que escrevessem. Outros dois apenas escreveram o enunciado, mas não resolveram. Os demais alunos fizeram as reescritas dos problemas e as solucionaram.

*Comentário: Acreditamos que o motivo de todos os alunos que ficaram responsáveis por solucionar o problema relacionado ao item **1** ter acertado a resolução se deve ao fato de terem respondido em grupos, um aluno que compreende bem a divisão auxilia o outro que ainda está em processo de aprendizagem. Mas também é preciso levar em consideração que nas atividades propostas até o momento parece que os alunos possuem um domínio maior da divisão, do que da multiplicação. Para a reescrita dos problemas os alunos utilizaram dados numéricos com os quais já aparentavam propriedade. A maioria deles empregou números com valores menores, por exemplo, a aluna A29 reescreveu o problema afirmando que irão participar do campeonato de futebol 24 alunos e que cada time deverá ter 3* *jogadores. Mas também teve quem utilizou números com valores maiores, por exemplo, o aluno A6 disse que irão participar do campeonato de futebol 124 alunos e que cada time deverá ter 4 jogadores. Os alunos empregaram os valores numéricos sem pensar logicamente como seria um time com 3 ou 4 jogadores. Todavia para a lógica infantil um time com 3 ou 4 participantes é totalmente admissível. Por mais que as resoluções fossem em grupo, poucos alunos quiseram utilizar os mesmos valores numéricos que seus colegas para a reescrita do problema. Alguns alunos quiseram utilizar a criatividade e escolher por conta própria os dados numéricos para reescrever o problema.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2.Marcela quer comprar 4 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 1,30. Quanto Marcela pagará por essas 4 canetas?

Quinze alunos solucionaram o problema do item **2**. Dentre estes, apenas uma aluna se equivocou ao multiplicar 4X1,30 obtendo como resultado R$ 4,90. O equívoco ocorreu durante o processo de *multiplicação* 4X3, a resposta seria 12, e a aluna colocou 9. Observemos a resolução do aluno que se dispôs ir à frente da turma ler e resolver o problema:


2.Marcela quer comprar 4 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 1,30. Quanto Marcela pagará por essas 4 canetas?

1,30
x4
5,20

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

marcela quer comprar 8 canetas coloridas. cada custa R$ 1,00
Quanto marcela pagara por 8 canetas?

R$ 1,00
x8
8,00

Figura 30 – Resolução do item (2) pelo aluno A2

Entregamos ao aluno a folha com a sua atividade, foi feita a leitura e a resolução. Todas as respostas a este problema ocorreram por meio da operação de *multiplicação*. Este item se constituiu bastante entendível e de acessível resolução para os alunos. Questionamos a turma se concordava com a resolução do colega, principalmente os que também ficaram responsáveis por solucionar este problema, eles responderam que sim.

A reescrita do problema pelo aluno A2: “Marcela quer comprar 8 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 1,00. Quanto Marcela pagará por 8 canetas?” Teve por resultado R$ 8,00. Questionamos a turma se a resposta estava correta, os alunos afirmaram em coro que sim. Agradecemos a contribuição do aluno e pedimos que sentasse. O aluno fez uso de um número inteiro, mas a maior parte das reescritas dos outros alunos utilizou números decimais. Um exemplo é a reescrita do problema pelo aluno A32: “Marcela quer comprar 10 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 7,30. Quanto Marcela pagará por essas canetas?” ele chegou a resposta R$ 73,00. Todos os alunos que ficaram responsáveis por reescrever este problema realizaram a reescrita alterando os dados numéricos e a solucionaram corretamente.

Comentário: Este problema pareceu ser adequado ao nível de desenvolvimento dos alunos que o solucionou. Vygotsky nos diz que as atividades precisam estar adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos, impulsionando novas aprendizagens, o desenvolvimento e a aprendizagem um estimulando o outro. Por isso acreditamos que à medida que os alunos se desenvolvem, precisamos propor problemas mais desafiadores, que estimulem novas aprendizagens. Os alunos empregaram valores acessíveis para a reescrita do problema. O maior valor utilizado para a compra de cada caneta foi R$ 7,30 e o menor R$ 1,00. Os que reescreveram este problema foram mais lógicos ao trocarem os dados numéricos, levando em consideração o conhecimento empírico e a própria realidade social. O fato do problema inicial proposto ter feito uso de um valor decimal, acreditamos que influiu também nos valores decimais escolhidos pela maior parte dos alunos.

O trabalho em grupo para a resolução dos problemas foi produtivo. Apesar de termos observado que uns poucos alunos apenas copiaram as respostas e reescritas dos problemas de outros colegas. Os alunos tiveram a coragem de se arriscar e reescrever os problemas, mesmo que para isso fosse preciso um forte estímulo de nossa parte. Para a primeira experiência de reescrita de um problema, alterando os dados numéricos e solucioná-lo, acreditamos que demos o primeiro passo.

Observamos nas resoluções dos alunos a dificuldade em escrever, até mesmo de copiar, omitindo palavras e letras. A quantidade de alunos que apresentaram bom rendimento nas resoluções dos problemas foi bem significativo, cremos que devido ao fato dos problemas terem sido resolvidos nos grupos.

A nossa intenção de reescrita dos problemas, alterando os dados numéricos, pelos alunos, foi também para que os mesmos percebessem que a elaboração de um problema exige pensamento e que não pode ser elaborado de qualquer forma. Bem como que os alunos pesassem na pergunta e nas respostas e que um problema pode estar ligado diretamente a uma questão da vida real.

5.6 Encontro 05 - 11/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Estudo de problemas que abordam as ideias/significados de *Medidas iguais* e *Divisão por distribuição*.

Ao chegarmos na turma cumprimentamos a todos com um bom dia! Explicamos que nesta aula trabalharíamos individualmente. Os alunos responderam: “ah.......” e pediram que a atividade fosse em grupos. Um aluno alegou que o trabalho em grupo é melhor. Dissemos que desta vez os problemas seriam estudados individualmente. Vejamos os problemas trabalhados:

1) Seu João trabalha entregando leite. Por dia ele entrega leite em 3 locais diferentes na cidade. Em cada local é entregue 6,2 litros de leite. Quantos litros de leite ele entrega em um dia? [23]

a) Em 2 dias seu João entrega quantos litros de leite?

[23] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

b) *Em 4 dias seu João entrega quantos litros de leite?*

c) *Sabendo que seu João não entrega leite aos sábados e aos domingos. Em 2 semanas seu João entregará quantos litros de leite?*

No item **1** podemos trabalhar a ideia/significado de *Medidas iguais*. Exploramos a venda de leite em vários dias da semana, mas a medida de leite é sempre a mesma.

2) A mãe de Gustavo comprou 20 copos de vidro. Ela quer dividi-los igualmente para guardar em seu armário que tem 4 prateleiras. Quantos copos a mãe de Gustavo vai colocar em cada prateleira? [24]

Neste problema podemos explorar a ideia/significado de *Divisão por distribuição*. A mãe de Gustavo precisará distribuir os copos nas prateleiras.

Disponibilizamos a cada aluno uma cópia dos dois problemas a serem estudados e realizamos a leitura coletiva. Circulamos pela sala de aula explicando as dúvidas. O problema do item **1** além da questão inicial, trazia outros três questionamentos, as letras **a**, **b** e **c**. Todos da turma consumiram bastante tempo para respondê-los. A questão que mais causou dificuldade para resolver foi a da letra **c**. Alguns alunos refizeram-na várias vezes.

Os alunos são bem focados à atividades avaliativas “prova”, pois em vários momentos da aula escutamos a menção da palavra “prova”. Um colega disse ao outro “Cala a boca, é prova!”. Nós já havíamos explicado em um dos encontros passados e reforçamos novamente que as atividades propostas tinham a intenção de saber quais os seus conhecimentos e possibilitar novas aprendizagens. Isso nos inquietou, pois ao nosso ver os alunos ficavam tão preocupados em acertar que não conseguiam se aprofundar em seus conhecimentos, para chegar/elaborar a

[24] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

resolução dos problemas. Acreditamos que essa comparação das nossas atividades com a "prova" ocorreu devido ao fato de trabalharmos com os problemas impressos, remetendo à prática avaliativa "prova" que também é impressa nesse nível de ensino. Cremos também que a ideia de prova tenha surgido porque solicitamos que respondessem os problemas individualmente, e ainda que a "prova" fosse o único momento no qual é necessário o silêncio.

Uma das coisas que nos chamou atenção neste dia foi que uns poucos alunos, que dificilmente prestavam atenção no que estava sendo estudado ou que às vezes tentavam solucionar algum problema, demonstraram interesse e começaram a resolver os problemas, mesmo que lentamente. Nós aproveitamos esse momento para incentivá-los ainda mais a participar da atividade. Quando eles questionavam algo, à medida que explicávamos, também fazíamos questionamentos estimulando-os a pensar.

As nossas duas aulas de 45 minutos acabaram. Os alunos que não conseguiram concluir as resoluções dos problemas no encontro ficaram para serem concluídas no dia seguinte. Recolhemos as folhas com as atividades dos alunos. Eles nos perguntaram quando retornaríamos, dissemos "amanhã voltaremos".

*Comentário: O problema do item **1** exigiu um esforço maior por parte dos alunos para se chegar a sua resolução. Pois ele envolvia outros questionamentos a seu respeito, exigia que o aluno refletisse e tivesse um pensamento mais elaborado, com relações a serem consideradas. Aparentemente este tipo de problema não se fazia comum aos conhecimentos dos alunos. Mesmo diante das dificuldades, eles demonstraram interesse em continuar a resolver o problema.*

5.7 Encontro 06 - 12/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Retomada dos problemas estudados na aula anterior e socialização das respostas com toda a turma.

Ao entrarmos na sala de aula, cumprimentamos a turma, esclarecemos que retomaríamos os problemas estudados no dia anterior e devolvemos a cada aluno a sua respectiva folha de papel com as resoluções. Essas folhas com as soluções dos problemas elaboradas pelos alunos foram digitalizadas previamente. Os alunos permaneceram com as folhas durante todo o encontro (socialização das respostas aos problemas) e estavam livres para fazerem quaisquer anotações e/ou correções. Nós devolvemos as folhas de ofício com as resoluções aos alunos para que no momento da socialização eles percebessem onde foram seus equívocos e tivessem condições de consertá-los.

Disponibilizamos um pequeno espaço de tempo para aqueles que ainda não haviam conseguido concluir a resolução dos problemas, terminá-la. Na sequência nos dirigimos à socialização coletiva das respostas aos problemas.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1) Seu João trabalha entregando leite. Por dia ele entrega leite em 3 locais diferentes na cidade. Em cada local é entregue 6,2 litros de leite. Quantos litros de leite ele entrega em um dia? [25]

a) *Em 2 dias seu João entrega quantos litros de leite?*

b) *Em 4 dias seu João entrega quantos litros de leite?*

c) *Sabendo que seu João não entrega leite aos sábados e aos domingos. Em 2 semanas seu João entregará quantos litros de leite?*

Na socialização das respostas para cada problema um aluno foi à frente da turma ler e solucionar a questão no quadro branco. Como o problema do item em estudo envolvia quatro questionamentos, quatro alunos foram convidados a resolvê-los. Após o primeiro aluno ler para todos o problema do item **1**, questionamos se eles já haviam visto alguém entregar leite. A maior parte deles afirmou que sim, no bairro onde moram. Um aluno disse:

---

[25] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

*A12: Lá no bairro *****[26] o homem entrega leite de moto.*

Um dos alunos maiores afirmou:

A5: Eu já trabalhei entregando leite.

PP: No bairro onde você mora?

A5: Lá e em outros bairros também.

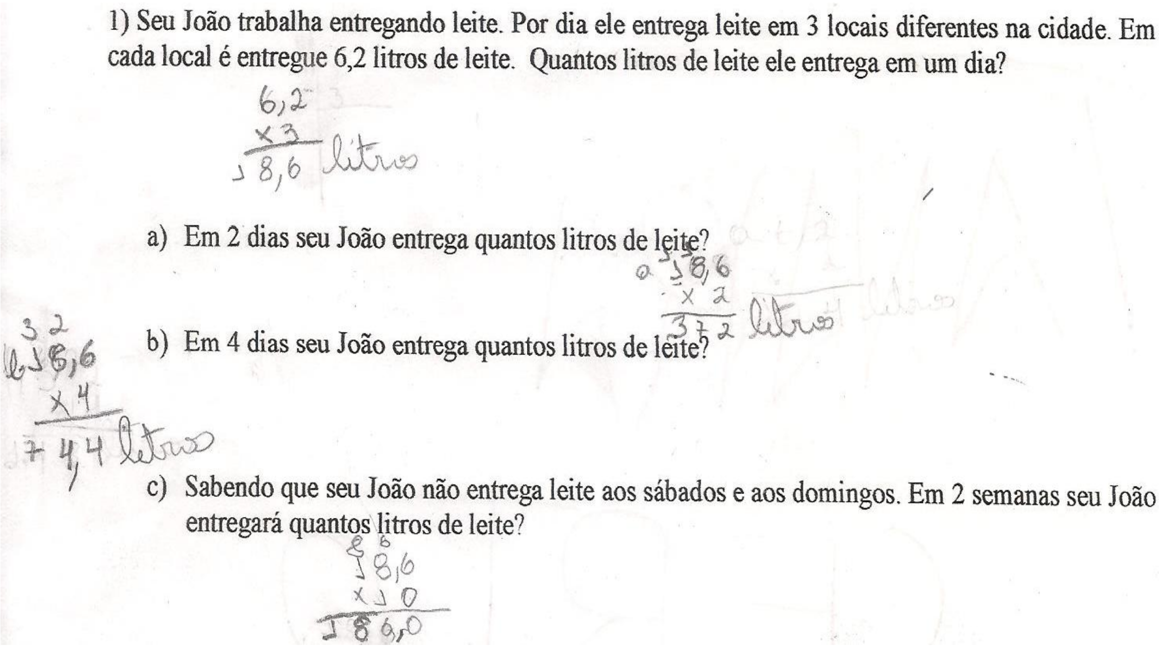
PP: Hoje você não entrega mais leite?

A5: Não! rsrsrs.

Nos surpreendemos que o assunto da entrega de leite estivesse tão próximo da realidade dos alunos. Esse diálogo ocorreu com os dois alunos de mais idade da turma, 14 anos. Surpreendentemente estes dois alunos são os que mais dão trabalho quanto ao comportamento. Nesse momento, eles prestaram atenção ao que estava sendo dialogado, pelo fato do assunto fazer parte de seus cotidianos. Quando o tema tratado faz parte da realidade do aluno ou lhe inspira curiosidade, eles demonstram interesse em dialogar sobre o assunto e até em fazer alguma atividade. Conforme Diniz (2001), bons problemas, situações próximas à realidade dos alunos, possibilitam a aprendizagem e envolvimento, mas é através da comunicação que o aluno tem voz na sala de aula, partilha opiniões e ideias.

Dos trinta e dois alunos que solucionaram o problema do item **1**, e suas respectivas questões, catorze conseguiram chegar as soluções corretas do item **1**, letras **a**, **b** e **c**. Vejamos um exemplo de resolução:

[26] Omitimos o nome do bairro para manter sigilo da pesquisa.



1) Seu João trabalha entregando leite. Por dia ele entrega leite em 3 locais diferentes na cidade. Em cada local é entregue 6,2 litros de leite. Quantos litros de leite ele entrega em um dia?

6,2
x3
18,6 litros

a) Em 2 dias seu João entrega quantos litros de leite?

18,6
x 2
372 litros

b) Em 4 dias seu João entrega quantos litros de leite?

18,6
x 4
74,4 litros

c) Sabendo que seu João não entrega leite aos sábados e aos domingos. Em 2 semanas seu João entregará quantos litros de leite?

18,6
x 10
186,0

Figura 31 – Resolução do item (1) pela aluna A29

Como podemos observar a aluna resolveu o problema de modo satisfatório, utilizou a operação da *multiplicação* para a resolução de todas as questões. Na resposta da questão da letra **a** do item **1** identificamos a ausência da vírgula que indica o valor decimal. Vários alunos deixaram de colocar a vírgula nas soluções dos problemas ou a colocaram no local inapropriado. Durante a socialização das resoluções com todos da turma, frisamos a importância do emprego correto da vírgula para o resultado final do problema e explicamos como isso precisa ser feito. Também encontramos equívocos nas soluções de alguns alunos ao calcular a operação da *multiplicação*. Dos trinta e dois alunos que resolveram o item **1**, dez acertaram a resolução da questão inicial e a letra **a**. Outros cinco alunos acertaram o problema inicial do item **1**, e as questões **a** e **b**. Três alunos responderam a solução correta apenas do problema inicial do item **1**. A questão que mais gerou dificuldades para os alunos foi a da letra **c** do item **1**.

Comentário: Optamos por propor problemas com valores decimais com o intuito de possibilitar aos alunos o uso/manuseio da vírgula e estimular a sua aprendizagem para a resolução dos mais diversificados problemas. O problema estudado trazia uma expansão de questões, de certa forma estas questões estavam interligadas, isso fez com que os alunos tivessem que pensar mais para resolver o problema. Diante da situação que nos deparamos ao chegarmos na sala de aula no início da *pesquisa, consideramos que tivemos um bom número de acertos (catorze) no problema do item **1** e sua expansão de questões. Provavelmente a letra **c** do item **1,** gerou mais dificuldades para os alunos pelo fato de envolver um pensamento matemático mais lógico, que envolvia um acréscimo maior de informações qualitativas (dias, semanas) e quantitativas (números de litros de leites).*

A aluna que se dispôs ir à frente da turma ler e resolver a letra **c** do item **1** se equivocou na resolução, ao multiplicar 10X18,6 atribuiu como resultado o valor 180. Os alunos que haviam obtido em seus cálculos o valor 186,0 discordaram e um colega a chamou de burra. Pedimos que parasse e afirmamos que não existe ninguém burro. Explicamos que o erro faz parte de nossa vida e ele precisa servir de estímulo para nos impulsionar a buscar o acerto. Então a aluna A18 começou a fazer a resolução da questão **c** mais uma vez no quadro branco, agora com os colegas ajudando nos cálculos.

Em seguida propusemos mais um problema no quadro branco, ainda sobre o trabalho de seu João entregando leite. Disponibilizamos aos alunos folhas de papel ofício para que escrevessem o problema. Eles demonstraram insatisfação por terem de copiar o problema do quadro nas folhas, mas mesmo assim o fizeram. Vejamos o problema:

Em um dia especial seu João entregou 10 litros de leite. Cada litro de leite seu João vende por R$ 1,50, quanto seu João faturou nesse dia? [27]

Após ver o problema no quadro branco, um dos alunos que costumam realizar cálculo mental disse "Isso aí é fácil professora!", dissemos "Então faça!". Os alunos responderam o problema rapidamente, um deles veio à frente da turma, fez a leitura e o solucionou. Visualizemos um dos exemplos:

---

[27] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

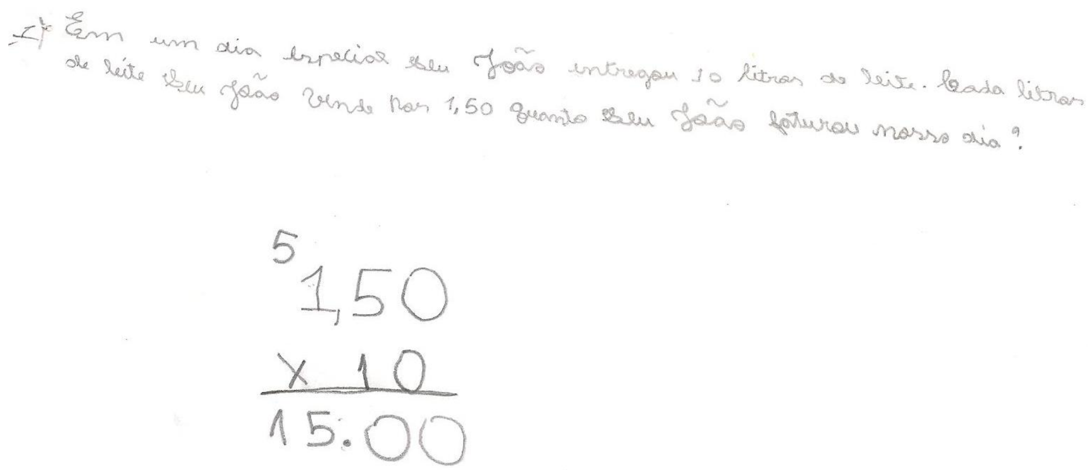


Figura 32 – Resolução de um problema adicional pelo aluno A28

Dos vinte e cinco alunos da turma que se dispuseram a copiar o problema do quadro branco e a solucioná-lo, vinte e dois responderam satisfatoriamente, calculando 10X1,50=15,00. Três alunos ainda colocaram a vírgula no local inapropriado. Uma aluna entregou a folha de ofício apenas com uma parte do problema copiado, e outra também entregou com uma parte do problema e a resposta, e um aluno se equivocou no cálculo com a operação da *multiplicação*.

Comentário: Acreditamos que a razão do problema ter abordado um assunto que já vinha sendo discutido desde a última aula e que faz parte da realidade dos alunos, a posição da vírgula também estava sendo reforçada e o problema envolveu dados numéricos com valores menores, pode ter contribuído para que os alunos se sentissem íntimos do problema e com segurança para resolvê-lo rapidamente.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2) A mãe de Gustavo comprou 20 copos de vidro. Ela quer dividi-los igualmente para guardar em seu armário que tem 4 prateleiras. Quantos copos a mãe de Gustavo vai colocar em cada prateleira? [28]

[28] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Este problema obteve um considerável número de acertos. Dos trinta e dois alunos presentes na aula, vinte e cinco alcançaram um bom desempenho em sua resolução. Atentemos para um exemplo das soluções:

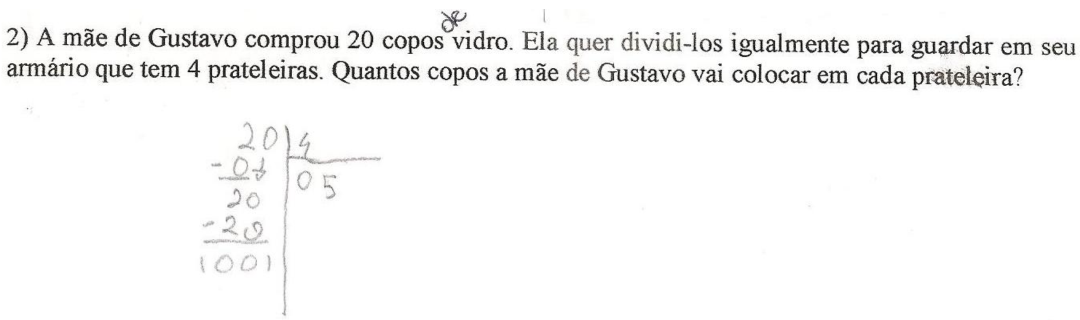


Figura 33 – Resolução do item (2) pelo aluno A2

Todos os alunos solucionaram este problema por meio da operação da *divisão* 20:4=5. Por mais que os dados numéricos do problema abordassem números com valores menores, cinco alunos ainda se equivocaram no cálculo obtendo resultados diferentes do 5. Outros dois alunos não responderam o problema. No final da aula recolhemos mais uma vez as folhas de papel ofício com as resoluções dos alunos. Ao fazermos um comparativo das respostas aos problemas antes e depois da socialização, observamos que mesmo aqueles alunos que se equivocaram nas soluções não as consertaram. Poucos foram os alunos que corrigiram as suas resoluções dos problemas.

Comentário: O quantitativo de alunos que se equivocaram na divisão para resolução do problema foi pequeno. De modo geral o número de alunos (vinte e cinco) que conseguiu solucionar o problema é bem gratificante. Parece que o enunciado do problema foi compreendido, a dificuldade se fez no cálculo da operação de divisão, nos passos do algoritmo.

As resoluções dos alunos para o problema do item **1** estiveram permeadas do apagar e refazer, muitas vezes, mesmo assim eles se mostraram interessados e motivados em solucionar as questões. Parece que o fato do problema **1** ter abordado assuntos de sua realidade, fez com que os alunos se sentissem desafiados. Houve um estranhamento por parte da turma, pois um único problema envolveu vários questionamentos. Um problema com uma extensão de questões a seu respeito se constituiu em algo novo para eles. Já as resoluções para o problema adicional e para o item **2** foram resolvidas de modo tranquilo. Pensamos que estamos começando a evoluir, os alunos se sentem confortáveis, estão criando o gosto e o hábito de solucionar problemas, os novos conhecimentos adquiridos estão sendo utilizados para a solução dos problemas propostos.

5.8 Encontro 07 - 18/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Estudo de problemas que abordam a ideia/significado de *Divisão envolvendo formação de grupos*.

Antes de iniciarmos a aula cumprimentamos a turma e explicamos que trabalharíamos individualmente mais uma vez. Entregamos a cada aluno uma cópia dos dois problemas a serem solucionados e realizamos a leitura coletiva dos problemas. Observemos os problemas a seguir:

1. A mãe de Arthur gastou 24 reais na compra de pacotes de meia que custavam 4 reais cada pacote. [29]

a) *Quantos pacotes de meia a mãe de Arthur comprou?*

b) *Arthur tem mais 2 irmãos com quem dividirá os pacotes de meia igualmente. Com quantos pacotes de meia cada um ficará?*

c) *Supondo que a mãe de Arthur tivesse comprado os 6 pacotes de meia por R$ 3,50 quanto ela teria gastado?*

[29] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

O problema do item **1** trabalha a ideia/significado *Divisão envolvendo formação de grupos*. A mãe de Arthur gastou 24 reais na compra de pacotes de meias, cada pacote custou R$ 3,50 queremos descobrir quantos foram os pacotes (grupos).

2. Elabore uma situação-problema envolvendo a multiplicação e a responda.

Após concluirmos a leitura do item **1**, explicamos que havia uma rasura na letra **c** do item **1**, pois cometemos um erro de digitação. Questionamos a turma sobre quem usava meias. Das meninas só duas alunas disseram que usavam meias. E dos meninos apenas um. A grande maioria dos meninos afirmaram possuir meiões de futebol para jogar. E realmente percebemos que os poucos alunos da turma que iam à escola usando sapatos, não faziam uso de meias.

Enquanto os alunos tentavam solucionar os problemas, nós circulávamos pela sala de aula explicando as dúvidas e esclarecendo os questionamentos. Alguns alunos apresentaram dificuldade para resolver a letra **a** do item **1**, eles queriam solucionar o problema por meio da operação de *multiplicação*, mas não estavam conseguindo. Um aluno nos chamou em sua carteira com a expressão facial de angústia e falou:

A21: Professora não tou entendendo! Já tentei muito e não consegui...A conta não tá dando certo.
PP: Você já leu problema direitinho?!
A21: Já.
PP: Vamos ler novamente...
Realizamos a leitura do problema juntamente com o aluno.
PP: Você compreendeu o que o problema pede? Você entendeu a pergunta?

O aluno apresentou um semblante pensativo, baixou a cabeça, apagou o que estava fazendo e voltou a refazer o problema. Muitas vezes para que os alunos esclareçam suas dúvidas só é preciso que paremos um pouco para refletirmos com eles, e também lancemos questionamentos incentivando-os a pensar.

Enquanto circulávamos pela sala de aula outros alunos esclareciam suas dúvidas e se mostravam entusiasmados em resolver os problemas. Mas também tiveram três alunos que disseram estar com preguiça em ter que solucionar os problemas. Outros quatro alunos afirmaram que elaborar problemas é trabalhoso e uma aluna tentou copiar um problema de seu caderno, como resposta para o item **2**. Dissemos que ela teria de criar um problema como resposta para o item **2** e não copiar um problema já existente.

Um aluno nos questionou se seria preciso tirar a prova real da *divisão*. Nós dissemos que se ele estivesse inseguro com o resultado, poderia ficar à vontade para fazê-la. Quem decidiria seria ele. Uns poucos alunos que concluíram as resoluções dos problemas e a elaboração da situação-problema mais rápido que os demais colegas precisaram aguardar que o restante da turma concluísse.

Uma aluna pré-adolescente deixou de solucionar os problemas para escrever uma “cartinha de amor”. Um determinado grupo de alunos, que geralmente sentava no fundo da sala de aula, estava com o comportamento mais complicado neste dia. Os dois meninos com mais idade da turma (quatorze anos) não ficaram quietos um único momento da aula. Tiravam a concentração dos demais alunos com as conversas paralelas e brincadeiras, além de colar as respostas dos problemas dos demais colegas e ainda um deles agrediu fisicamente (com socos) um menino menor que ele. A professora titular da turma acionou a direção e a assistente social da escola para virem à sala de aula. A nossa aula terminou, recolhemos as folhas de papel com as resoluções dos alunos e a socialização das respostas aos problemas ficou para o próximo encontro.

Comentário: Possivelmente os alunos sentiram maior dificuldade em solucionar a letra ***a*** *do item* ***1*** *pelo fato do problema trazer em seu enunciado um dado numérico que geralmente é o questionamento (a pergunta) nos problemas. Acreditamos que essa inversão de informações tenha confundido os alunos. Mas esta situação serve para que eles fiquem atentos e percebam os diversos modos que um problema pode ser apresentado (proposto). Por mais que os problemas sejam estudados individualmente, sempre há aquele aluno que consegue colar do colega as suas resoluções. Se o colega acertar ou se equivocar nas respostas, ele também fará o mesmo. Estamos percebendo isto desde o início da pesquisa. Observamos que alguns alunos apresentam uma certa facilidade para os cálculos dos problemas, mas* *a compreensão dos enunciados ainda se faz complexa, e isso precisa ser desenvolvido. Quanto ao comportamento de um grupo específico de alunos, os adolescentes, no primeiro dia de pesquisa já percebemos que teríamos que lidar com situações de posturas conflituosas. Sempre procuramos inclui-los nas atividades, trazê-los para os diálogos surgidos na turma e incentivá-los a solucionar os problemas.*

5.9 Encontro 08 – 25/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Socialização das resoluções dos problemas estudados na última aula com toda a turma.

Fomos à escola no dia 24/11/2014, assim que entramos na instituição, os alunos nos abordaram e disseram “professora os meninos não vão tá na aula hoje”. Perguntamos porque, e afirmaram que seria por causa dos jogos escolares. Então fomos conversar com a professora titular da turma, ela nos explicou que os meninos iriam participar dos jogos escolares com alunos de outras instituições no turno da manhã e que as meninas iriam participar dos jogos no turno da tarde. Por esse motivo na aula deste dia só iriam estar presentes as meninas. Em comum acordo com a professora da turma, decidimos que retornaríamos a escola no dia seguinte para darmos continuidade à nossa pesquisa.

No dia 25/11/2014 iniciamos a aula com a socialização das resoluções dos problemas do encontro anterior. Devolvemos as folhas de papel com as respostas, recolhidas na última aula aos alunos. Estas folhas foram digitalizadas antes de serem devolvidas, com a intenção de manter intactas as soluções iniciais dos problemas pelos alunos. Durante a socialização eles ficaram livres para fazerem quaisquer alterações nos problemas.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1. A mãe de Arthur gastou 24 reais na compra de pacotes de meia que custavam 4 reais cada pacote. [30]

[30] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

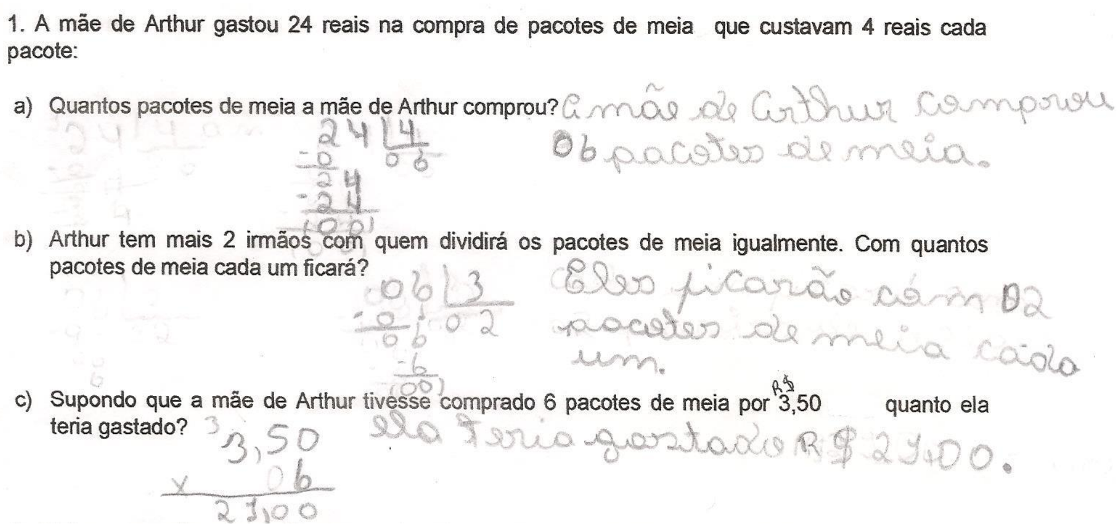
a) *Quantos pacotes de meia a mãe de Arthur comprou?*

b) *Arthur tem mais 2 irmãos com quem dividirá os pacotes de meia igualmente. Com quantos pacotes de meia cada um ficará?*

c) *Supondo que a mãe de Arthur tivesse comprado os 6 pacotes de meia por R\$ 3,50 quanto ela teria gastado?*

Perguntamos à turma quem se disponibilizaria a ir ao quadro branco ler e solucionar o problema do item **1**. Vários alunos levantaram a mão e disseram “Eu!”, “Eu!”, “Eu!”. Para cada uma das letras **a**, **b** e **c** do item **1**, foi um aluno à frente da turma fazer a leitura do problema e resolvê-lo.

Dos vinte e oito alunos que solucionaram o problema do item **1**, vinte e dois resolveram satisfatoriamente as letras **a**, **b** e **c**. Olhemos um exemplo das resoluções:


1. A mãe de Arthur gastou 24 reais na compra de pacotes de meia que custavam 4 reais cada pacote:

a) Quantos pacotes de meia a mãe de Arthur comprou? a mãe de Arthur comprou 06 pacotes de meia.

b) Arthur tem mais 2 irmãos com quem dividirá os pacotes de meia igualmente. Com quantos pacotes de meia cada um ficará? Eles ficarão com 02 pacotes de meia cada um.

c) Supondo que a mãe de Arthur tivesse comprado 6 pacotes de meia por R\$ 3,50 quanto ela teria gastado? ela teria gastado R\$ 21,00.

Figura 34 – Resolução do item (1) pela aluna A20

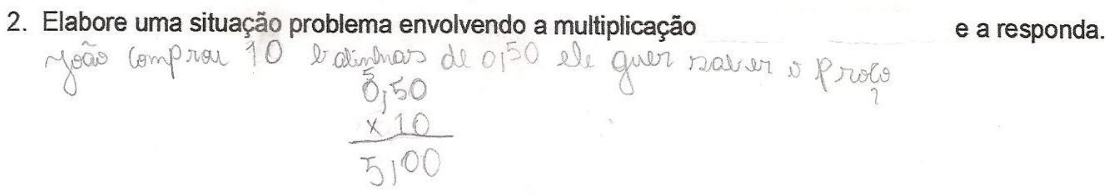
Para a resolução das questões das letras **a**, **b** e **c** do problema do item **1**, os alunos fizeram uso das operações de *divisão* e *multiplicação*. Por mais que a letra **a** tenha sido uma questão um pouco complexa, ao trazer um questionamento, que geralmente ocupa o lugar de dado numérico no problema, os alunos conseguiram lidar bem com a situação. Cinco alunos acertaram as soluções das letras **a** e **b** do item **1**. Uma aluna conseguiu responder corretamente apenas a letra **a**.

Comentário: Notamos que problemas como este modelo (com extensão de questões) do item ***1****, estão mais aceitáveis pelos alunos da turma. Além do que, eles podem suscitar nos alunos o entendimento de que um único problema consegue implicar muitas questões. Os alunos estão solucionando-os com maior tranquilidade e desenvoltura. Uma das coisas que nos chamou atenção na resolução da aluna A20 é que ela faz o cálculo e ainda responde aos questionamentos do problema também por extenso. Essa atitude é importante, precisa ser valorizada e estimulada. Uns poucos alunos da turma fazem o mesmo. Observamos que a dificuldade dos alunos em calcular os dados numéricos dos problemas com as operações de multiplicação e divisão estão começando a se fazer menor, o que ainda é mais complicado é a interpretação dos enunciados.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2. Elabore uma situação-problema envolvendo a multiplicação e a responda.

No item **2** obtivemos diversificados tipos de respostas. Dos vinte e oito alunos que responderam a atividade, oito não resolveram o problema **2**. Outros seis, realizaram unicamente um cálculo, sem ter criado o enunciado. Mais quatros alunos elaboraram o problema, mas calcularam os dados de forma equivocada e ainda houve quem criasse o problema mais não o respondeu. Atentemos para a resolução do aluno que se dispôs ir à frente da turma solucionar o item **2**, no quadro branco:


2. Elabore uma situação problema envolvendo a multiplicação e a responda.

João comprou 10 balinhas de 0,50 ele quer saber o preço

0,50
x 10
5,00

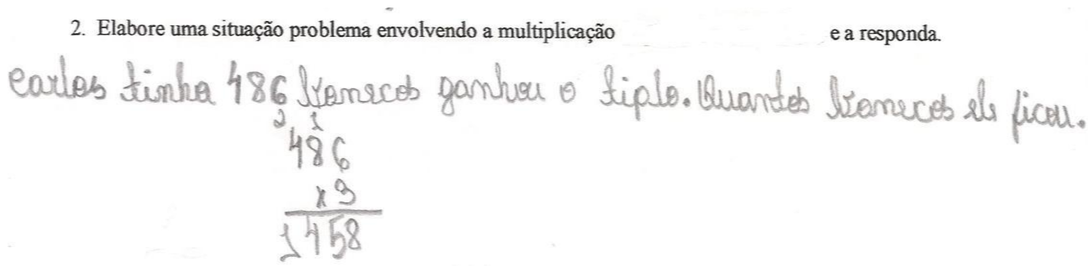
Figura 35 – Resolução do item (2) pelo aluno A31

O aluno fez a leitura do item **2**, e o solucionou no quadro branco. Após escrever no quadro o problema que havia elaborado, o leu para todos e explicou como resolveu. Os seus colegas começaram a falar de sua caligrafia, dizendo “Que letra é essa?!”. Dissemos, se a caligrafia dele está entendível, então está tudo bem. Questionamos a turma:

PP: Vocês concordam com a resolução do colega?
Todos afirmaram que sim!
PP: Que bolinhas são essas, A31?
A31: São bolinhas de chocolate.
PP: Esta pergunta é para todos. O contexto do problema está bem escrito? Está correto?
Toda a turma disse em coro que sim! Exceto o aluno A10.
A10: Está não!
PP: Por quê?
A10: Porque a pergunta do final ficava melhor se ele colocasse “Quanto ele gastou?” e não “Ele quer saber o preço”.
Questionamos a turma.
PP: Vocês concordam?
A turma gritou que sim!

Então pedimos ao aluno A31 que consertasse o seu problema no quadro branco. Ainda sugerimos que no lugar do “de 0,50” fosse colocado “por R$ 0,50”. Agradecemos ao aluno A31, e dissemos que todas as sugestões tiveram a intenção de melhorar o seu problema, pedimos que retornasse ao seu lugar. Explicamos a importância de na criação de um problema deixarmos claro os seus dados, o contexto e a pergunta final.

Também houve aluno que elaborou problemas com valores maiores. Um exemplo é o problema criado pelo aluno A10, vejamos:



2. Elabore uma situação problema envolvendo a multiplicação e a responda.

carlos tinha 486 bonecos ganhou o tiplo. Quantos bonecos ele ficou.

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times\ 3 \\ \hline 1458 \end{array}$$

Figura 36 – Resolução do item (2) pelo aluno A10

O aluno elaborou um problema relacionado ao seu contexto infantil (bonecos), à sua faixa etária, calculou corretamente os bonecos que ganhou, faltou somar com os bonecos que já tinha. Ele compreende o que significa o triplo de algo. Faltaram a letra “r” da palavra triplo e o sinal de interrogação ao final da frase. Mas o aluno apresentou um bom desempenho.

Vários dos alunos da turma ainda escrevem com certa dificuldade. Eles se mostraram insatisfeitos em ter que copiar algum problema do quadro branco. Nas suas escritas podemos encontrar a ausência de letras, palavras e da acentuação gráfica. A escrita dos alunos precisa ser um pouco mais explorada e só a prática fará com que eles aperfeiçoem o escrever. A proposição de problemas pelos alunos é uma ótima oportunidade para praticarem a escrita, além de estudar os conteúdos matemáticos. Segundo Domite (2006) quando ensinamos Matemática resolvendo problemas formulados pelos alunos, podemos possibilitar a compreensão do que está sendo ensinado e levar à valorização da Matemática.

Estamos pesquisando em uma sala de aula heterogênea, tanto na faixa etária, quanto no desenvolvimento dos alunos. Alguns deles ainda necessitam ser alfabetizados. Lamentavelmente a lacuna da não alfabetização das crianças na idade recomendável é uma realidade educacional nacional, que precisamos enfrentar e lutar para superá-la em nossas escolas.

Comentário: Por mais que o número de alunos que tenham conseguido realizar satisfatoriamente o que o item ***2*** *solicitou seja pequeno, consideramos um avanço, possivelmente os alunos desconheciam a atividade de criar problemas com um contexto e solucioná-los. Valorizamos o que eles conseguiram construir, mesmo aqueles que não alcançaram o objetivo. As falhas precisam nos servir de ensinamentos para tentarmos mais uma vez, até conseguirmos realizar o melhor possível. O aluno A31 criou um problema com bom contexto, teve dificuldades em* *escrevê-lo explicitamente no papel, o solucionou e ainda usou a vírgula corretamente. Já o aluno A10 foi bem corajoso em discordar de toda a turma e fazer uma sugestão ao problema do colega.*

Duas alunas não quiseram resolver os problemas, colocaram apenas seus nomes nas folhas e nos devolveram. Uma dessas alunas é a que estava escrevendo a "carta de amor". Essas duas alunas têm potencial, que precisa ser estimulado, mas em algumas aulas elas desviam a atenção para outras atividades, tendo-as como prioridades.

Os problemas estudados nos dois últimos encontros foram bastantes proveitosos. Observamos que os alunos estão com a habilidade um pouco melhor para lidar com problemas de *multiplicação* e *divisão*, precisando investir mais na interpretação e proposição dos problemas. Percebemos uma certa autonomia por parte dos alunos para as resoluções dos problemas.

Após a conclusão da socialização das respostas aos problemas dos itens **1** e **2**, pedimos aos alunos que nos devolvessem as folhas de ofício com as suas resoluções. Explicamos que iniciaríamos o estudo de dois novos problemas. Os alunos perguntaram se seria em grupo. Afirmamos que não. Observamos que eles gostam de resolver os problemas em grupo. Dois deles distribuíram os problemas para os demais colegas da turma. Vejamos os problemas:

1. Na festa de uma das turmas da escola, formou-se 12 casais diferentes para dançar. Havia 3 moças. Todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes? [31]

Neste problema podemos estudar a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*. A partir da combinação dos pares, moças e rapazes, obtemos o produto final.

[31] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

2. O pai de Marta vende laranjas. As laranjas já são arrumadas em montinhos (em saquinhos de rede). Numa quarta-feira o pai de Marta vendeu 36 laranjas em saquinhos. Em cada saquinho foram colocados 4 laranjas. [32]

a) Quantos saquinhos de laranjas foram vendidos?

b) Elabore mais um problema ainda sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

Neste item podemos estudar a ideia/significado de *Divisão envolvendo formação de grupos*. A partir do total de laranjas, da quantidade de laranjas em cada grupo, descobriremos o número de grupos.

Realizamos a leitura dos problemas para toda a turma e circulamos pelas carteiras dos alunos esclarecendo as dúvidas, relendo e explicando os problemas. O item **1** foi o que eles sentiram mais dificuldades. Alguns alunos escolheram logo que caminho/operação utilizar, e responderam o problema rapidamente, mas os que não compreenderam o enunciado do item **1**, nos perguntavam "É de vezes?" "É de dividir?" "É de diminuir?". Focando apenas na operação. Então chamávamos os alunos para suas carteiras e íamos ler e explicar o problema novamente a fim de que pudessem entendê-lo.

A nossa aula terminou. Pedimos aos alunos que nos entregassem as folhas de ofício com os problemas. A socialização das resoluções com toda a turma ficou para a aula do dia seguinte.

5.10 Encontro 09 – 26/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- Socialização das respostas aos problemas com as ideias/significados de *Raciocínio combinatório* e *Divisão envolvendo formação de grupos*, iniciados os estudos na aula anterior.

[32] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Ao chegarmos na turma explicamos que iríamos socializar com todos as resoluções dos problemas estudados na última aula. Devolvemos aos alunos as folhas de ofício com suas respostas aos itens **1** e **2**. Estas folhas já haviam sido digitalizadas, para nos servirem de objeto de reflexão e análise. Durante a socialização das respostas, os alunos ficaram livres para fazer quaisquer alterações em suas folhas.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1. Na festa de uma das turmas da escola, formou-se 12 casais diferentes para dançar. Havia 3 moças. Todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes? [33]

Dos vinte e quatro alunos da turma que solucionaram o problema do item **1**, dezenove apresentaram um bom desempenho. Perguntamos quem se dispunha ir até o quadro branco ler e resolver o problema **1**. A aluna A30 se dispôs. Vejamos sua resolução:

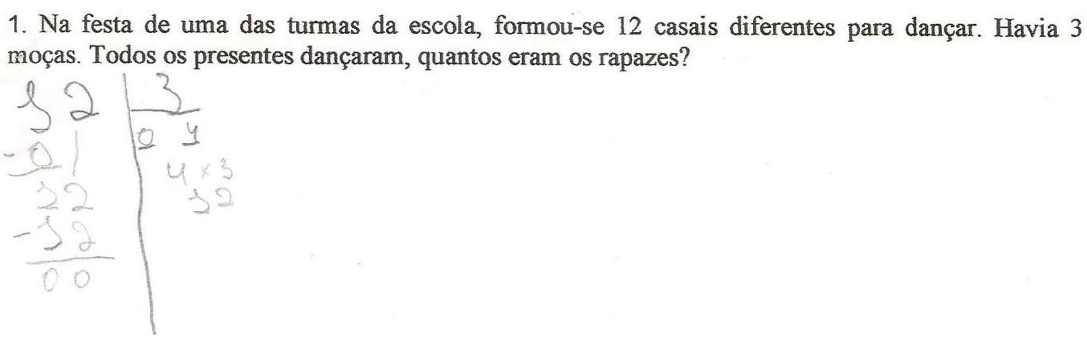


Figura 37 – Resolução do item (1) pela aluna A30

A aluna resolveu o problema por meio da operação de *divisão*, dividindo o número de casais pelo de moças, 12:3=4. Questionamos a turma se concordava com a resolução da colega. Todos afirmaram que sim. Perguntamos se alguém havia feito diferente, dois alunos levantaram as mãos. Então solicitamos que viessem ao quadro branco mostrar a todos. Observemos a resposta do aluno:

[33] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

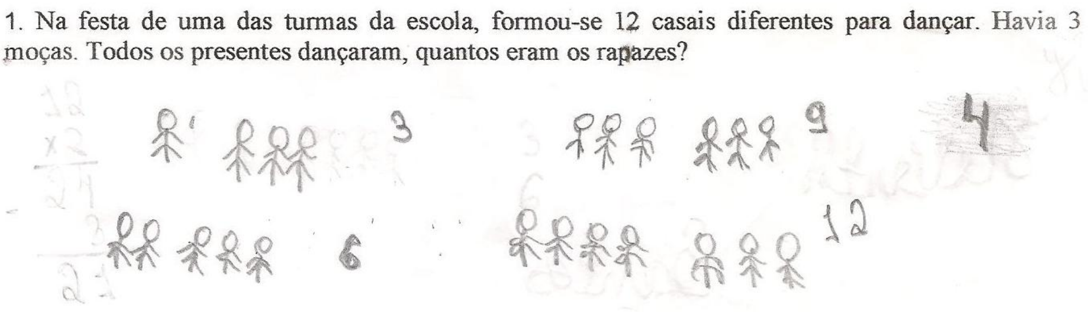
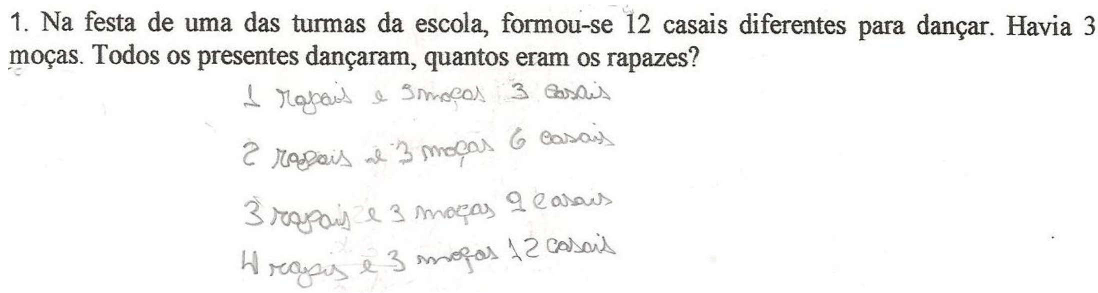

1. Na festa de uma das turmas da escola, formou-se 12 casais diferentes para dançar. Havia 3 moças. Todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

Figura 38 – Resolução do item (1) pelo aluno A10

Indagamos a turma se havia compreendido o que o colega tinha feito. Todos responderam que sim. Mesmo assim, fomos lendo e explicando o processo de resolução juntamente com o aluno que o elaborou. Esclarecemos que na primeira combinação temos um rapaz e três moças, formando três casais; A segunda combinação tem dois rapazes e três moças, formando seis casais; Já na terceira combinação temos três rapazes e três moças, formando nove casais; Na última combinação temos quatro rapazes e três moças, formando doze casais. Logo a resposta final é 4. O aluno A31 disse “O jeito foi diferente professora, mas a resposta é igual!”. Dissemos que sim, a resolução de um problema pode ter vários caminhos, mais de um processo, mas o resultado é o mesmo.

“A possibilidade de um mesmo problema ser resolvido de diferentes maneiras – apropriadas ou inapropriadas – é, sem dúvida, uma faceta importante e instigante da resolução de problemas” (GITIRANA, et al. 2014, p. 93). Atentemos para o outro processo de resolução que surgiu na turma:


1. Na festa de uma das turmas da escola, formou-se 12 casais diferentes para dançar. Havia 3 moças. Todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

1 rapais e 3 moças 3 casais
2 rapais e 3 moças 6 casais
3 rapais e 3 moças 9 casais
4 rapais e 3 moças 12 casais

Figura 39 – Resolução do item (1) pelo aluno A23

Esta solução do aluno se faz um pouco parecida com resolução do aluno A10. O aluno A23 combinou a quantidade de rapazes com o número de moças, obtendo o total de casais. A diferença está no emprego das palavras “rapazes” e “moças”, no lugar dos desenhos realizados pelo colega.

*Comentário: Foi bastante satisfatório o desempenho dos alunos nas resoluções do item **1**. No primeiro dia de investigação desta pesquisa propomos um problema a turma com a ideia/significado de Raciocínio combinatório e obtivemos apenas duas resoluções corretas. No problema estudado neste encontro dezenove alunos conseguiram acertar a resolução. Podemos observar que eles estão evoluindo, compreendo melhor os problemas que envolvem a combinação de possibilidades. O processo de resolução por meio da divisão realizado pela aluna A30 foi o que mais surgiu na sala de aula. A forma mais comum. O aluno A10, já combinou as possibilidades por meio do registro pictórico. É o caminho de resolução que mais costuma ocorrer nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A resolução do aluno A29 foi um pouco similar a do aluno A10, com a diferença que o A29 combinou as possibilidades por meio das palavras "rapazes" e "moças". Ele não escreveu o resultado final 4, mas ao parar na cominação "4 rapazes e 3 moças 12 casais", dar-se a entender que o resultado final são 4 rapazes.*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2. O pai de Marta vende laranjas. As laranjas já são arrumadas em montinhos (em saquinhos de rede). Numa quarta-feira o pai de Marta vendeu 36 laranjas em saquinhos. Em cada saquinho foram colocados 4 laranjas. [34]

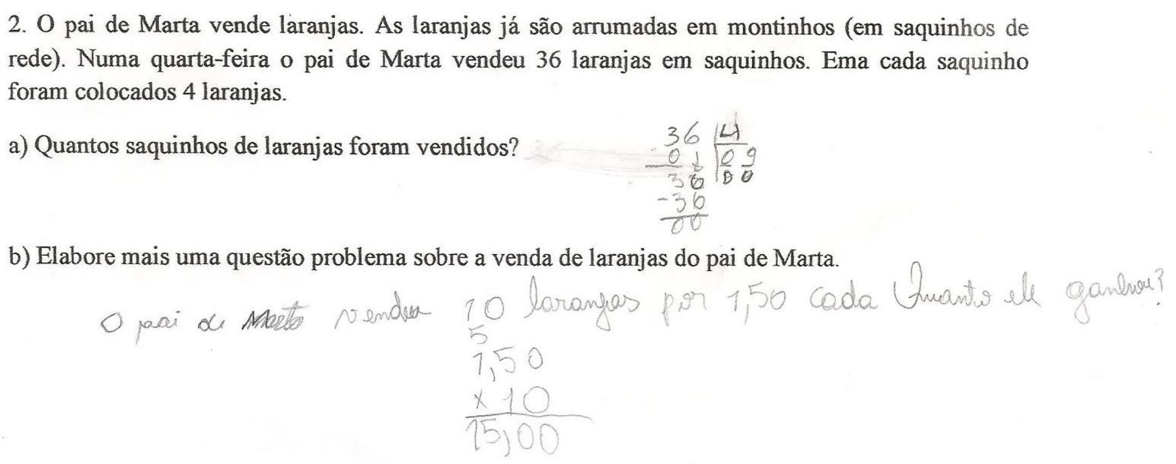
a) Quantos saquinhos de laranjas foram vendidos?

b) Elabore mais um problema ainda sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

Ao iniciarmos a socialização do problema **2**, questionamos a turma se alguém já havia visto a venda de laranjas separadas em saquinhos. Os alunos pensaram, alguns disseram já ter visto na rua, outros na feira. Mas teve quem dissesse ter visto as laranjas serem vendidas espalhadas no carro de mão. Conversamos que geralmente as laranjas são vendidas por unidade, agrupadas em saquinhos ou até

[34] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

mesmo no peso. Entre os vinte e quatro alunos que solucionaram o item **2**, vinte, resolveram a letra **a** de forma correta, utilizaram como processo a operação de *divisão*, 36:4= 9. Já na letra **b**, do problema **2**, obtivemos dez resoluções aceitáveis. Olhemos as soluções ao item **2**, de um dos alunos que conseguiram solucionar bem o problema:


2. O pai de Marta vende laranjas. As laranjas já são arrumadas em montinhos (em saquinhos de rede). Numa quarta-feira o pai de Marta vendeu 36 laranjas em saquinhos. Ema cada saquinho foram colocados 4 laranjas.

a) Quantos saquinhos de laranjas foram vendidos?

b) Elabore mais uma questão problema sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

O pai de Marta vendeu 10 laranjas por 1,50 cada Quanto ele ganhou?

Figura 40 – Resolução do item (2) pelo aluno A7

Na solução da letra **a** do problema **2**, os alunos conseguiram alcançar um desempenho melhor do que na resolução da letra **b**, na qual obtivemos um número de respostas que consideramos plausíveis, dez, quase metade dos participantes da aula. Diversos foram os tipos de soluções para a letra **b**. Tivemos alunos que criaram um problema com excelente contexto, mas se equivocaram na pergunta final do mesmo. Questionando algo que pouco tinha a ver com a situação tratada no problema elaborado. Alguns escreveram um bom problema e se equivocaram na resolução (cálculo). Uns alunos escreveram um problema que não tinha nenhuma relação com a venda de laranjas do pai de Marta. Ainda houve aqueles que escreveram apenas um cálculo sem ter um problema, uma questão. O aluno A7 elaborou um bom problema sobre a venda de laranjas do pai de Marta. Ele colocou o preço das laranjas um pouco mais caro (R$ 1,50 cada laranja) e fez uma pergunta ao final do problema que está em consonância com o restante da situação. Os alunos deste ano de escolaridade (5º ano), comumente ainda estão atrelados a palavras, como ganhar, raramente utilizam o termo faturar ou lucrar. Cremos que por isso A7 pergunta “Quanto ele ganhou?” sobre a venda de laranjas.

*Comentário: Quando os alunos estavam solucionando individualmente o item **2**, apresentaram entendimento. Após explicarmos uma ou duas vezes o problema, as dúvidas raramente surgiam. Nas resoluções da letra **a** do problema **2**, eles mostraram um bom desempenho. Já na letra **b**, observamos que ainda existia a dificuldade em escrever no papel, o que foi estruturado na mente. Os alunos têm ótimas ideias para a criação de problemas, o complicado está em organizar essas ideias na elaboração do problema, com um contexto e uma pergunta final. Essa habilidade também requer tempo e prática. Talvez o fato de termos limitado o assunto (sobre a venda de laranjas do pai de Marta) para a criação problema, possa ter dificultado um pouco as elaborações. Este é o segundo momento da pesquisa que solicitamos aos alunos a elaboração de um problema/questão. Por mais que apenas dez alunos tenham conseguido criar uma situação, perguntar a seu respeito e solucioná-la, de modo satisfatório, estamos evoluindo, estudando, provocando reflexões, inquietações e o interesse.*

Os problemas dos itens **1** e **2,** abordam ideias/significados diferentes da *multiplicação* e *divisão*. Os alunos solucionaram com maior desenvoltura o problema **1** que envolve a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*. As suas resoluções para a letra **a** do problema **2**, também se deram de modo satisfatório. Já as soluções para a letra **b** do item **2** demonstram uma certa fragilidade na elaboração de problemas, que ainda é precoce, que pode ser trabalhada e superada aos poucos, processualmente. Valorizamos cada passo dado pelos alunos e suas resoluções, com a consciência de que podemos ir mais além.

Alguns alunos gostaram muito de participar dos momentos de socialização, de ir à frente da turma responder algum dos problemas no quadro branco. Mas incentivamos também aqueles alunos mais tímidos, a irem até o quadro e darem as suas contribuições.

Sentimos a necessidade de relatar que cinco alunos colocaram apenas seus nomes nas folhas de ofício com os problemas e nos devolveram. Estes alunos geralmente ficavam sentados em grupo no fundo da sala de aula. Dois deles são os alunos com mais idade da turma (quatorze anos). Lamentavelmente nem todos os dias eles quiseram participar das atividades. Os outros três sempre tentaram solucionar os problemas, mas neste encontro não quiseram. Quando trabalhamos com a sala dividida em vários grupos, a professora titular da turma os colocava em equipes diferentes. Todos os dias nós os convidamos a solucionar os problemas e procuramos trazê-los para os diálogos surgidos sobre o que estava sendo estudado. Às vezes eles participavam bem. Mas as “brincadeiras”, ameaças por qualquer motivo, agressões verbais e até físicas acabaram intervindo no rendimento da aula.

Após a conclusão da socialização das respostas aos itens **1** e **2**, dividimos os alunos em quatro grupos, com o auxílio da professora titular da turma. Entregamos a cada grupo duas folhas de ofício em branco. Explicamos que em uma das folhas a equipe deveria elaborar um problema para o outro grupo solucionar, mas quem criou o problema também teria de resolvê-lo para confirmar se a resposta feita pelo outro grupo estava correta. Os alunos ficaram confusos, então explicamos mais uma vez.

Identificamos os grupos como **grupo1**, **2**, **3** e **4**. O **grupo 1** elaborou um problema para o **grupo 2** resolver; O **grupo 2** criou um problema para o **grupo 3** solucionar; O **grupo 3** construiu um problema para o **grupo 4** responder; O **grupo 4** propôs um problema para o **grupo 1** resolver. Delimitamos que o **grupo 1** e **2** elaborariam problemas envolvendo a operação de *multiplicação*. Os **grupos 3** e **4** construiriam problemas abordando a operação de **divisão**. Novamente explicamos a dinâmica da atividade, desta vez em cada grupo.

Ao compreenderem as explicações os alunos ficaram animados. Os grupos se empenharam na elaboração dos problemas. Eles queriam criar problemas complexos para o grupo ao lado solucionar. Buscavam valores numéricos altos. Esclarecíamos que o importante era que o problema tivesse sentido, contexto e não apenas valores numéricos maiores. Mas eles diziam que queriam assim mesmo. Alguns alunos se preocupavam mesmo, com a elaboração do problema, se empenhando em fazer o melhor. Um aluno reclamou do colega de grupo que não auxiliou na construção do problema, afirmando que iria retirar o seu nome da equipe. A aula terminou e recolhemos os problemas elaborados pelos alunos. Na próxima aula daríamos continuidade a atividade.

5.11 Encontro 10 – 27/11/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- A proposição de problemas pelos alunos.

Ao chegarmos à sala cumprimentamos a turma com bom dia e realizamos a divisão dos mesmos grupos da aula anterior. Questionamos os alunos sobre o que havíamos estudado no nosso último encontro e o que havia ficado para ser concluído neste dia. A turma respondeu “fizemos problemas”. Referindo-se aos problemas que eles elaboraram em seus grupos. Devolvemos a cada grupo o problema elaborado por eles mesmos. Alguns grupos que foram concluir seu problema e/ou resolve-lo. O **grupo 2** não conseguiu responder o próprio problema que elaborou. Esclarecemos a equipe que quando não conseguimos solucionar o problema que elaboramos, possivelmente sentiremos insegurança em propor este problema a outros colegas, e isto é pouco recomendável. Mas o grupo quis manter o problema da forma que estava.

Trocamos os problemas entre os grupos e explicamos que deveriam resolver, em seguida seria a socialização. Observamos que alguns alunos não haviam percebido que por meio dessa dinâmica de estudo todos iriam resolver problemas. O **grupo 2** não conseguiu responder o próprio problema que elaborou e sentiu dificuldades em responder o problema criado pelo **grupo 1**.

Ao circularmos pelos grupos percebemos que as equipes **2** e **3** foram as que mais sentiram dificuldades para solucionar os problemas. Um aluno do grupo **2**, disse “professora já tentei de três jeito e não deu certo”. Fizemos a leitura do problema com o grupo e explicamos. Eles foram resolvendo o problema. Segundo Van de Walle (2009) os alunos precisam dedicar um momento para dialogar sobre os problemas, e depois pensar como será a resposta. Após um tempo retornamos à equipe, estavam discutindo. Um aluno dizia que a resolução era por meio da operação de *multiplicação* e outro dizia que era por meio da *divisão*. Explicamos/dialogamos o problema com o grupo mais uma vez, agora de outra forma. Um aluno disse ao colega “Eu num disse!”. Afirmando que havia falado que a resolução do problema seria melhor por meio da operação de *multiplicação*.

O **grupo 1** apresentou facilidade para compreender e solucionar o problema construído pelo **grupo 4**. Ao chegarmos na equipe eles afirmaram “Já sabemos! Estamos fazendo!”. O **grupo 3** sentiu dificuldades para solucionar o problema elaborado pelo **grupo 2**. Estavam resolvendo o problema por meio da operação de *divisão*, quando o processo mais indicado seria por meio da operação de *multiplicação* e depois a realização de uma *divisão*. Realizamos a leitura do problema, explicamos, fizemos questionamos, até a equipe **3** compreender o enunciado do problema. O **grupo 4** solucionou o problema elaborado pelo **grupo 3** rapidamente. Ao indagarmos se já haviam resolvido o problema, afirmaram que sim e que era muito fácil. Nos dirigimos a socialização das resoluções aos problemas com toda a turma.

Análise referente ao problema 1 e à sua resposta

Um representante de cada grupo foi à frente da turma ler e solucionar o problema construído pelo outro grupo. Vejamos o problema elaborado pelo **grupo 1** e solucionado pelo **grupo 2**:

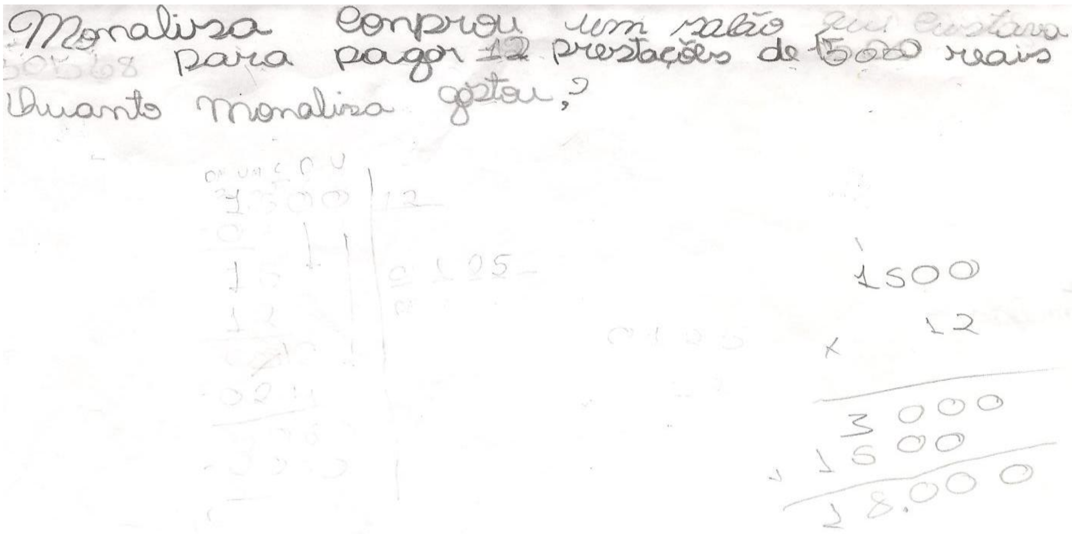


Figura 41 – Resolução do item (1) pelo grupo 2

O aluno representante do **grupo 2**, fez a leitura do problema e o solucionou no quadro branco. Questionamos o **grupo 1** (quem elaborou o problema) se concordava com a resposta do **grupo 2** ao problema. A equipe **1** afirmou que estava certa. Indagamos a turma se a resolução estava correta, a turma concordou que sim.

*Comentário: Apesar do **grupo 2** ter apresentado dificuldades para compreender e solucionar o problema elaborado pelo **grupo 1**, conseguiu chegar à resolução correta. Até alcançar a resposta final, o **grupo 2** passou por um processo natural de aprendizagem e desenvolvimento que inclui o ler, reler, refletir, fazer e refazer a resolução do problema. O **grupo 1** elaborou um bom problema, que faz parte do contexto social. Trazendo a compra de um salão de cabeleireiro que foi pago em 12 prestações de 1,500 reais. Algumas informações do problema ficaram pouco claras, como que tipo de salão seria. Sabemos que se trata de um salão de cabeleireiro a* *partir de nossos diálogos com a equipe. De modo geral o* ***grupo 1*** *apresentou um bom desempenho na construção (proposição) do problema.*

Análise referente ao problema 2 e à sua resposta

Um dos componentes do **grupo 3** foi à frente da turma ler e resolver o problema construído pelo **grupo 2**. Observemos a sua resolução:

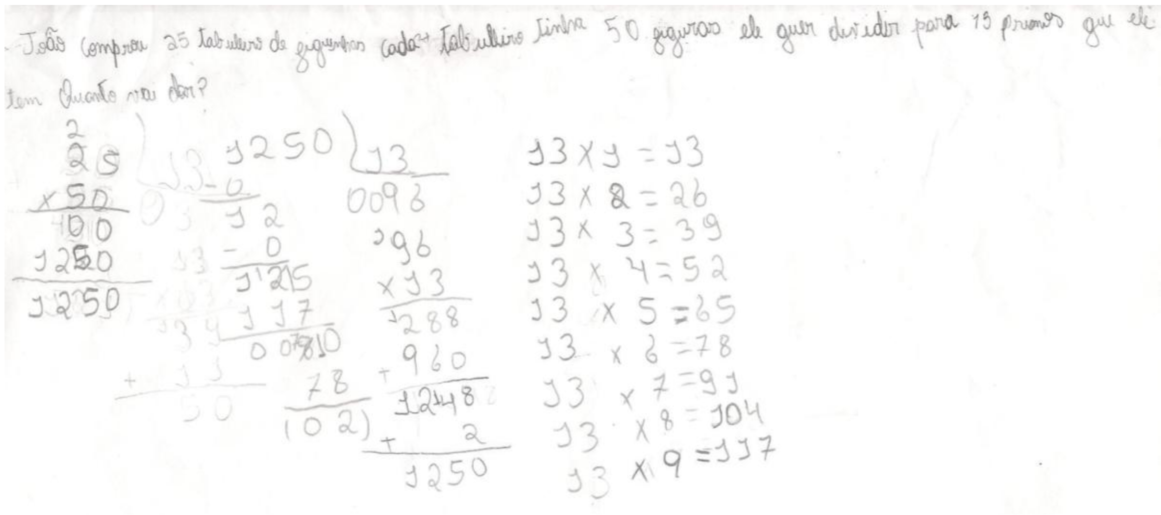


Figura 42 – Resolução do item (2) pelo grupo 3

O aluno escreveu a resposta ao problema no quadro branco, questionamos o **grupo 2** (quem elaborou o problema) se a solução estava correta. O grupo ficou calado com a expressão facial de dúvida. Como já sabíamos que o **grupo 2** não havia conseguido responder o problema que tinha elaborado, então, com toda a turma, conjuntamente fomos lendo os procedimentos utilizados pelo **grupo 3** até chegar à resolução do problema. Ainda lemos o problema novamente e questionamos a turma se todos concordavam com a pergunta ao seu final. Os alunos se mantiveram calados. Indagamos se ao final do problema não ficaria melhor a pergunta “Quanto cada um vai ganhar?”. A turma respondeu que sim. Então perguntamos por que. O aluno A10 disse “Dá mais certo!”. Inquerimos mais uma vez por que. O aluno disse “Sei lá!”. Esclarecemos a todos a importância de ao elaborarmos um problema termos uma pergunta coerente ao seu respeito.

*Comentário: O **grupo 2** construiu um bom problema. Trouxe as informações de forma clara. Cometeu pequenos equívocos gramaticais e a pergunta final do problema não estava bem elaborada. Entretanto não conseguiu resolver o próprio problema que elaborou. A equipe fez várias tentativas de solução, mas se equivocava durante o processo. Pensamos que isso se deva ao fato do grupo ter tentado construir um problema complexo para o grupo vizinho, que teria de resolver, mas o próprio **grupo 2** não conseguiu solucionar o problema. O **grupo 3** enfrentou dificuldades para resolver o problema elaborado pelo **grupo 2**. Foi um processo de leitura, releitura, fazer, apagar e refazer até conseguir chegar ao resultado final. Os componentes do **grupo 3** arredondaram o resultado da divisão 1.250:13=96. Pelo fato do resto da divisão ter sido o número 2, menor que o divisor 13, os alunos encerraram o cálculo. Ao tirarem a prova real 13X96=1.248 eles acrescentaram as duas unidades restantes da divisão obtendo o valor 1.250. O grupo solucionou o problema satisfatoriamente, pois 96 é o valor mais aproximado do resultado final, já que o mesmo é de casas decimais infinitas. Ao lado do processo de resolução o **grupo 3** escreveu a tabuada do 13, com a intenção de auxiliar no cálculo da divisão. Ao longo das aulas observamos que alguns alunos dispunham da tabuada em seus materiais escolares.*

Análise referente ao problema 3 e à sua resposta

O **grupo 4** considerou o problema elaborado pelo **grupo 3** de nível fácil. Olhemos a resolução ao problema **3**:

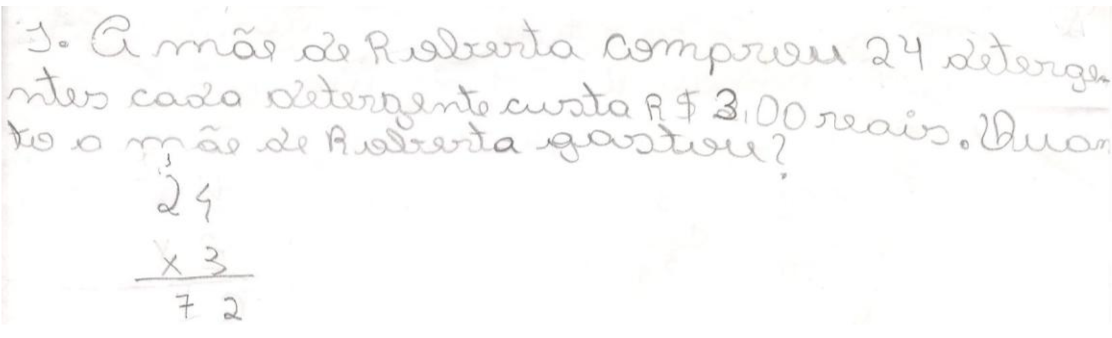


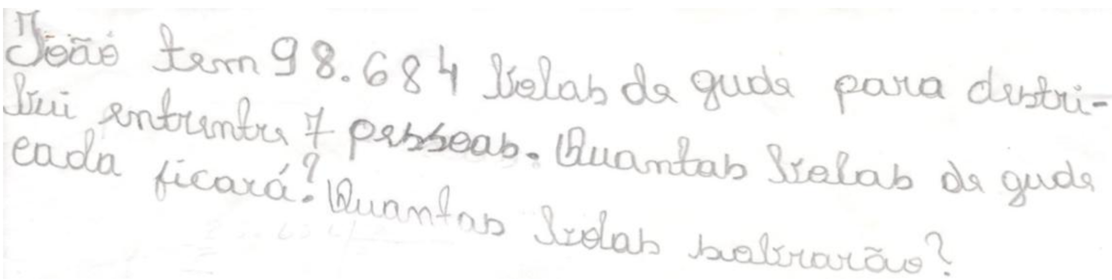
Figura 43 – Resolução do item (3) pelo grupo 4

Após a leitura e a resolução do problema realizada por um integrante do **grupo 4**, questionamos o **grupo 3** se todos concordavam com a resolução do colega, a equipe afirmou que sim e o restante da turma também. Ao dividirmos os alunos em equipes na aula anterior, dissemos ao **grupo 3** que precisava elaborar um problema envolvendo a operação da *divisão*. Ao circularmos pela turma, observamos que eles estavam construindo um problema abordando a *multiplicação*. Mesmo assim, nos mantivemos calada.

Comentário: O ***grupo 3*** *foi uma das equipes que mais demoraram na elaboração dos problemas. Eles ficaram preocupados em escrever o problema da melhor forma, e isso gerou muitas incertezas/dúvidas na equipe, até tomarem a decisão final. Constitui-se relevante que ao propor problemas aos seus colegas, os alunos estejam cientes da necessidade de clareza nas informações, palavras e contextos a serem apresentados. Apesar do problema ter se constituído de fácil nível para os alunos do* ***grupo 4****, talvez para alguns alunos da turma não fosse tão simples assim. Certamente o* ***grupo 3*** *construiu o problema envolvendo a multiplicação em vez da divisão, por terem mais proximidade com a operação de multiplicação. O grupo ainda empregou o cifrão do dinheiro e a palavra reais em uma única frase, para expressar o mesmo valor monetário.*

Análise referente ao problema 4 e à sua resposta

O problema criado pelo **grupo 4** abordou um grande valor numérico. Vejamos a resolução deste problema:


João tem 98.684 bolas de gude para distri-
bui entre 7 pessoas. Quantas bolas de gude
cada ficará? Quantas bolas sobrarão?

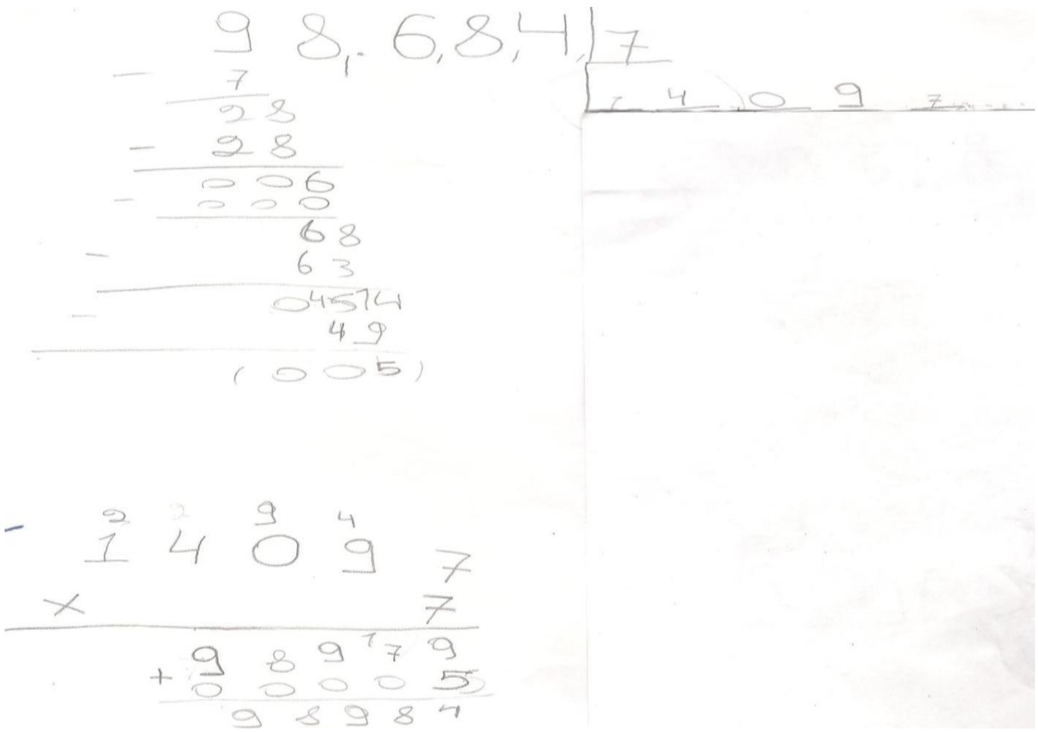


Figura 44 – Resolução do item (4) pelo grupo 1

Um aluno do **grupo 1** realizou a leitura do problema e o solucionou no quadro branco. Perguntamos ao **grupo 4** se a resposta estava correta. O grupo afirmou que sim, mas um dos alunos da equipe disse que discordava do resultado da prova real. Conjuntamente com a turma conferimos todo o processo da *divisão* e da prova real realizada pelo **grupo1**. Identificamos que na prova real, ao multiplicar 7X0=0, mais o resto 6 da *multiplicação* da ordem decimal ao lado, o resultado é 6. Mas os alunos se confudiram e obtiveram o valor 9 em seu cálculo. Foi nesta parte da multiplicação da prova real que o **grupo 1** se equivocou.

*Comentário: Os componentes do **grupo 4** apresentaram uma forte preocupação em elaborar um problema com valor númerico alto, na intenção de tornar mais complexa a sua resolução para os seus colegas de turma. Isso fez com que o problema ficasse um pouco distante da realidade. O problema teve como contexto, bolas de gude, um brinquedo que faz parte principalmente das vivências dos alunos do sexo masculino. O **grupo 4** cometeu alguns equívocos gramaticais na escrita do problema, por exemplo, repetindo palavras e deixando outras ausentes. De modo geral a equipe elaborou um bom problema. O **grupo 1** demonstrou compreensão e tranquilidade para solucionar o problema. Eles arredondaram o resultado da divisão 98,684:7=14,097 semelhante à resolução realizada pelo **grupo 3** para o problema **2.***

O resto da divisão foi 5, menor que o divisor 7, então os alunos encerraram o cálculo. Ao tirarem a prova real 7X14,097=98,679 eles acrescentaram o resto 5 obtendo o valor 98,648. A resolução do grupo foi satisfatória porque 14,097 é o valor mais próximo do resultado final, que é de casas decimais infinitas.

"Trabalhar com a formulação de problemas requer paciência, pois tal atividade demanda muitas idas e vindas, cabendo ao professor orientar os alunos sem atropelar o processo de criação" (CHICA, 2001, p. 153). Do início da pesquisa até o presente encontro, estamos observando o desenvolvimento dos alunos na proposição de problemas. Esta aula foi bastante proveitosa. Os alunos aparentaram autonomia, segurança e interesse na elaboração dos problemas. Porém, alguns alunos esperavam os demais colegas de grupo criarem os problemas, também houve aqueles que monopolizaram a construção dos problemas. O fato de uns grupos terem ficado atrelados aos valores numéricos, fez com que explorassem pouco a criatividade para os contextos dos problemas. Mas observamos que de modo geral, os alunos começaram a dar uma atenção aos contextos.

A socialização sempre é trabalhosa pelo fato da turma ser numerosa. Todavia essa partilha das resoluções dos problemas é significativa. Após o representante de cada grupo ler e solucionar o problema no quadro branco, a turma batia palmas. Os alunos estão melhorando na interpretação dos enunciados dos problemas, apesar de ainda ficarem em dúvida sobre qual operação utilizar, qual o melhor processo a ser seguido. Estamos percebendo o desenvolvimento da turma na resolução e proposição de problemas. Os alunos estão resolvendo os problemas com mais propriedade e abertura para o fazer e refazer. Eles estão mais íntimos das atividades propostas durante as aulas.

5.12 Encontro 11 – 10/12/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- A resolução de problemas que envolvem a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*.

Ao adentrarmos na sala cumprimentamos a todos. A aluna A30 disse "Chegou a professora de Matemática!". Por estarmos há algum tempo presente na turma, trabalhando problemas de Matemática, os alunos passaram a nos ver como a professora de Matemática. Apesar deles ainda possuírem uma única professora (Pedagoga) para ministrar todas as disciplinas do Currículo.

Alguns alunos nos perguntaram se iríamos trabalhar em grupos. Afirmamos que não. Naquele dia a atividade seria individual. Dois colegas de classe entregaram as folhas com o problema a cada aluno. Observemos o problema abaixo:

1. *Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [35]

Neste problema podemos estudar a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*. Pois precisamos combinar as possibilidades dos apertos de mãos para chegar ao resultado final.

O aluno A12, que é um dos alunos com mais idade da turma, se recusou a receber a folha com o problema. Questionamos se iria fazer a atividade, ele afirmou que não. Mas passou a aula toda tentando ter a atenção dos colegas, fazendo barulho.

Realizamos a leitura e explicação do problema para toda a turma. Circulamos pela sala esclarecendo as dúvidas. Percebemos que os alunos ficaram entretidos resolvendo o problema, se ocuparam mesmo. Até tivemos momento de silêncio absoluto. As respostas começaram a surgir e os questionamentos se as mesmas estavam corretas também.

Quando os alunos nos perguntavam se a sua resolução estava correta, nós respondíamos com outra pergunta "Você tem certeza que é assim? Você acha que essa é a resposta?". Quando fazíamos esses questionamos em vez de responder se a solução estava certa ou não, os alunos ficavam inseguros, com o semblante de dúvida. Eles sentiam a necessidade de que confirmássemos a resolução. Ainda apresentavam insegurança sobre seu próprio conhecimento.

Circulamos pela turma explicando o problema de diferentes formas. Alguns alunos usaram logo a *multiplicação*, outros optaram por resolver o problema por

---

[35] Problema retirado do livro de DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas em Matemática**. São Paulo/SP: Ática, 2000.

meio do desenho. A turma apresentou dificuldades para perceber no problema que todos tinham de apertar a mão de todos. Explicamos isso várias vezes. Os alunos pensavam e diziam “Tou raciocinando professora!”. Chegamos a explicar o problema quatro vezes a alguns alunos. Trazíamos ele e os próprios colegas de turma como exemplo nas explicações. O aluno A2 se equivocou na resolução, mas não aceitava que estivesse errada. E também nos contestava o porquê do erro. Então íamos explicando. Quando ele acertou a resposta ao problema, dissemos “Vamos conferir se está correta na socialização com toda a turma”. O aluno se dirigiu a sua carteira e foi revisar o que tinha feito. Após concluírem a resolução do problema, pedimos aos alunos que nos entregassem as folhas com as suas respostas.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1. *Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [36]

Perguntamos quem se dispunha ir à frente da turma ler e solucionar o problema no quadro branco. Poucos alunos levantaram a mão. O aluno A6 fez a leitura do problema e o resolveu multiplicando 3x6=18. Questionamos quem concordava com a resolução do colega. Os alunos se mantiveram calados. Então indagamos mais uma vez, sobre quem discordava da resposta do colega. Eles ficaram receosos em falar.

Chamamos seis alunos a frente da sala e os posicionamos em uma fila. Relemos o problema e perguntamos quantos alunos temos nesta fileira. A turma respondeu “seis”, logo perceberam o que iríamos fazer. Dissemos “Vamos contar os apertos de mãos juntos?”, responderam “Sim!”. O primeiro aluno da fila apertou a mão dos cinco colegas seguintes, contamos todos juntos os cinco apertos. Perguntamos a turma “Quantos apertos tivemos?”, responderam “cinco!”. A6 escreveu o número 5 no quadro branco. A turma rapidamente compreendeu que se o primeiro aluno apertou a mão de todos, não precisaria apertar a mão de mais ninguém. Assim os alunos compreenderam a resolução do problema.

[36] Problema retirado do livro de DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas em Matemática**. São Paulo/SP: Ática, 2000.

O segundo aluno seguiu com a dinâmica e apertou a mão de seus quatro colegas seguintes. Contamos juntos os quatro apertos. O aluno A6, escreveu o número 4 no quadro, em seguida demos continuidade aos apertos de mão. Ao final tínhamos esses números no quadro branco 5, 4, 3, 2, 1, antes de fazermos a soma, um aluno afirmou “É 15 professora!”, realizamos a soma obtendo o resultado, 15 apertos de mãos. Pedimos aos seis alunos que participaram da dinâmica e ao A6 que retornassem as suas carteiras. Explicamos o processo de resolução do problema do item **1** mais uma vez, agora no quadro branco, contando os apertos de mãos conjuntamente. Os alunos diziam “É fácil demais!” Apenas um aluno escreveu o 15 como resposta para o problema 1, o A2, mencionado no início da descrição deste encontro. Vejamos a sua resolução:

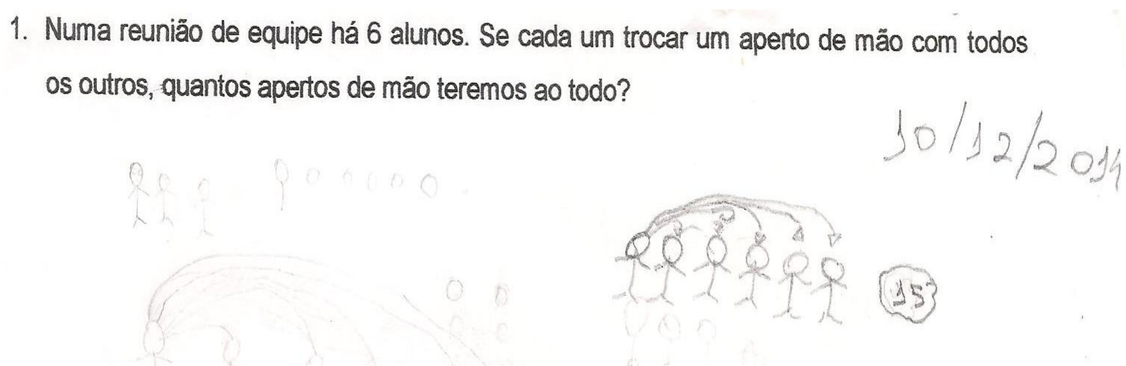


Figura 45 – Resolução do item (1) pelo aluno A2

O aluno solucionou o problema por meio do desenho (pictórico), após várias tentativas de resolução conseguiu chegar ao resultado 15. Outros três alunos também tentaram resolver o problema por meio do desenho, mas se equivocaram no cálculo. Obtivemos diversos tipos de respostas a este problema. Houve quem dissesse (oito alunos) que a solução ao problema eram 12 apertos de mãos, esse foi o resultado que mais apareceu, outros (quatro alunos) que eram 36 apertos, para uns (três alunos) que seria 18. Ainda tivemos resultados como 24, 54, 56, 5, duas alunas deixaram a folha com o problema em branco. Uma aluna tentou solucionar o problema por meio da combinação, mas se confundiu nas ligações. A operação que predominou nas resoluções dos alunos foi a da *multiplicação*.

*Comentário: Os alunos apresentaram bastante dificuldade para solucionar o problema do item **1**. As resoluções estiveram permeadas de muitas explicações/exemplos, do fazer e refazer. Apesar dos alunos terem demonstrado dedicação e interesse para resolver o problema, apenas o aluno A2 conseguiu acertar a solução final. A determinação do aluno para resolver o problema de forma correta foi bem expressiva. Pois ele nos questionou sobre os acertos e equívocos de suas respostas durante toda a aula. Diversos fatores podem ter ocasionado os equívocos da turma nas soluções ao problema **1**, mas acreditamos que o fator mais aparente, foi a dificuldade de abstração, de que se um aluno aperta a mão de todos, o mesmo aluno não precisará apertar a mão de mais ninguém. Cremos que este foi o pensamento que os alunos necessitavam desenvolver. Eles também focaram suas atenções em realizar uma multiplicação envolvendo a informação 6 alunos presente no problema. Em aulas passadas resolvemos problemas de Raciocínio combinatório através de combinações, mas neste dia apenas uma aluna tentou solucionar por este processo. A turma tem evoluído no estudo da ideia de Raciocínio combinatório, mas ainda precisamos trabalhar um pouco mais sobre essa combinação de possibilidades, que envolve um pensamento abstrato.*

Após concluirmos a socialização das respostas ao problema do item **1**, perguntamos se alguém queria comentar algo. Todos se mantiveram calados. Então realizamos um questionamento extensivo do problema do item **1** “E se fossem 10 alunos que tivessem, todos que apertar a mão de todos. Quantos apertos de mãos teríamos?”. Escrevemos o problema/questão no quadro para facilitar a compreensão dos alunos sobre o que havia sido proposto. Prontamente os alunos foram solucionar o problema.

Análise referente à correção das respostas ao problema extensivo

Considerando que sejam 10 alunos, todos tem que apertar a mão de todos, teremos quantos apertos de mãos ao todo? [37]

---

[37] Problema elaborado pela pesquisadora a partir do problema de Dante.

Rapidamente o aluno A31 exclamou em voz alta “É 45 apertos, professora!”. Esclarecemos que deveriam solucionar o problema em silêncio e depois haveria a socialização das respostas. A turma ficou em silêncio, empenhada em resolver o problema. Após concluírem as soluções, os alunos nos entregaram as suas folhas com as respostas.

Perguntamos quem gostaria de ir à frente da turma solucionar o problema. Vários alunos levantaram a mão, exclamando “Eu! Eu!”. Eles tinham respondido o problema e estavam seguros de suas respostas. Escolhemos um aluno que ainda não havia ido ao quadro branco. Olhemos a sua resolução:

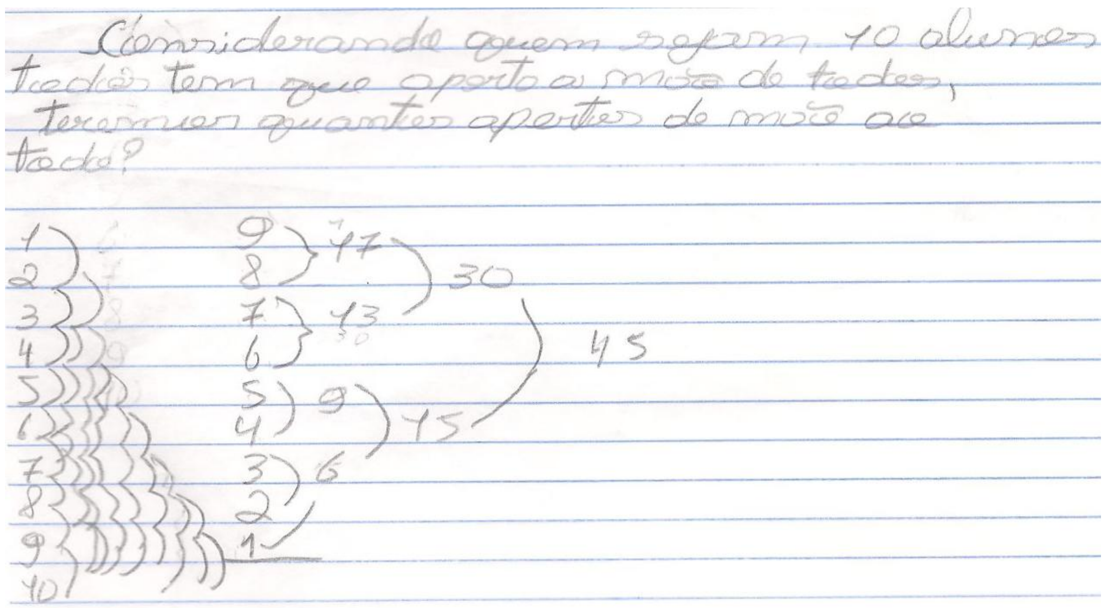


Figura 46 – Resolução do problema extensivo pelo aluno A21

Quando o aluno concluiu a escrita de sua resposta ao problema no quadro branco, questionamos a turma se todos concordavam com a resolução do colega. Ouvimos um forte coro afirmando que sim. Dos vinte e seis alunos que participaram desta aula, doze apresentaram um bom rendimento nessa extensão do problema do item **1**. Quatro alunos realizaram a solução do problema pelo mesmo processo que o A21, mas se equivocaram na contagem de apertos de mãos, obtendo valores como 35, 49, 44, 39. Outros três alunos entregaram as respostas incompletas. Mais três copiaram apenas o problema extensivo e quatro alunos não entregaram suas folhas com esta parte da atividade do dia.

*Comentário: O aluno A21 utilizou o mesmo processo de resolução empregado na solução do problema do item **1**, que apresentamos no quadro branco para toda a turma no início da socialização das respostas. Inclusive todos os alunos que chegaram ao resultado 45 para o problema extensivo, fizeram uso do mesmo processo. O A21 juntou os números de apertos de mãos em grupos, como estratégia para facilitar o cálculo e foi somando até chegar ao resultado final. O nível de complexidade deste problema para a turma foi menor em relação a complexidade apresentada pelo problema do item **1**. Praticamente todos os alunos copiaram o problema extensivo do quadro branco, em encontros anteriores, raros eram os que copiavam algo do quadro. Apesar da turma ter se empenhando para responder o problema, e metade dos alunos presentes na aula terem solucionando o problema satisfatoriamente, eles ainda apresentam uma certa dificuldade no estudo de problemas com as ideias/significados de Raciocínio combinatório.*

Os problemas estudados nesta aula levaram os alunos a pensar, refletir, ao desafio. Por mais que as dificuldades se fizessem presentes, o interesse em solucionar os problemas por parte dos alunos era maior. Eles se sentiram desafiados e a complexidade da solução os inquietava. No problema do item **1** praticamente toda a turma se equivocou na resolução, um único aluno acertou a resposta. Já o problema extensivo por ser parecido com o do item **1**, foi mais tranquilo, metade da turma conseguiu responder satisfatoriamente. Os alunos tentaram solucionar o problema **1** através do desenho (pictórico), estratégia utilizada para responder outros problemas com a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*, em aulas anteriores, mas desta vez não conseguiram organizar o pensamento de modo satisfatório. Entretanto os alunos já conseguem identificar um problema com a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*, escolher uma estratégia/processo considerável. Eles estão recorrendo a estratégias de solução não mais unicamente relacionada a operação, também ao desenho.

5.13 Encontro 12 – 11/12/2014 - 02 aulas de 45 minutos

- O trabalho com problemas envolvendo a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*.

Ao entrarmos na escola, algumas alunas nos abordaram, ainda no portão, informando “Tia hoje sairemos mais cedo!”. Aguardamos a professora da turma chegar à instituição para esclarecermos a dúvida. A professora nos disse que não havia problemas, poderíamos ficar com as duas primeiras aulas e a terceira e última aula seria dela.

Adentramos na sala cumprimentamos a turma com bom dia! Duas alunas entregaram as folhas com os problemas aos demais colegas. Vejamos os problemas a seguir:

1. *Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar dois apertos de mãos com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [38]

2. *Na turma do 5º Ano há 33 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [39]

Em ambos os problemas podemos estudar a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*. Pois teremos de combinar a quantidade de apertos de mãos entre os alunos.

Realizamos a leitura coletiva dos problemas para toda a turma e explicamos que eles eram semelhantes aos problemas trabalhados na aula anterior, que havíamos modificado algumas informações. Logo os alunos começaram a resolver. O aluno A10, exclamou em voz alta “O primeiro é 30!”. Pedimos que ficasse em silêncio sobre as respostas. A maioria da turma demonstrava dificuldades para solucionar o problema do item **1**. Alguns alunos chegaram ao valor 15, para um aperto de mãos entre seis pessoas, todos apertando a mão de todos, mas não conseguiam transportar esse valor para dois apertos de mãos. E nós questionávamos “E se fossem dois apertos?” Os alunos ficavam parados, nos olhando, pensando, e voltavam a sentar em suas carteiras. Alguns deles

[38] Exploração de problema pela pesquisadora.

[39] Exploração de problema pela pesquisadora.

perguntavam “É 15 duas vezes?”. Nós questionávamos “Porque é 15 duas vezes?”. Teve aluno que chegou ao resultado 30, a solução correta, mas estava inseguro sobre a resolução.

Para Cai (2010, p. 255), “Enquanto os alunos trabalham sobre o problema individualmente, os professores conversam com os alunos, um por um, a fim de compreender o seu progresso e fornecer orientação individual”. Circulamos pela sala explicando os problemas, questionando os alunos, levando-os a pensar. Por mais que tivéssemos trabalhado problemas similares no dia anterior, e estes fossem uma exploração/continuidade dos mesmos, uns alunos não conseguiam lembrar dos processos de resolução empregados, para fazerem uso nos problemas desta aula. E isso os deixavam irritados.

O problema do item **2** se constitui bastante complexo para os alunos. Eles afirmavam “Essa conta é grande demais professora!”. Observamos que dois alunos conseguiram solucionar o problema satisfatoriamente. E alguns colegas estavam colando as respostas. Solicitamos aos alunos que nos entregassem suas folhas com os rascunhos. A aluna A3, afirmou ter jogado o rascunho “fora de raiva”, pela “conta” ser grande e não ter conseguido fazer. Outro aluno ao ser questionado sobre sua folha de rascunho disse ter feito na carteira (rabiscado), e outros que haviam realizado a “conta de cabeça”. Alguns alunos exclamavam “Dá trabalho demais, professora!”.

A Assistente Social da escola entrou na sala de aula, para reclamar do comportamento dos dois alunos com mais idade da turma e da irmã de um deles. Um deste dois meninos também havia agredido um dos colegas de turma. Os três foram levados à direção da escola.

A nossa aula terminou. Os alunos nos entregaram as folhas com as suas resoluções e alguns os rascunhos também. A socialização ficou para o dia seguinte. A professora da turma nos disse que no próximo dia poderíamos ficar com três aulas. Agradecemos à professora. E nos despedimos dos alunos.

Comentário: Os problemas envolvendo a ideia de Raciocínio combinatório, estudados nesta aula, traziam uma complexidade maior que os do encontro passado. Por mais que a maior parte da turma reclamasse sobre o quanto os problemas eram difíceis e trabalhosos, ficamos satisfeitos, pois percebemos que os problemas exigiam que os alunos pensassem a seu respeito, por isso eram *trabalhosos. Os problemas não estavam além do nível de desenvolvimento da turma. Mas precisavam serem estudos, discutidos e explorados. O problema do item* ***1*** *foi complexo para os alunos, mas uma boa parte deles conseguiu solucioná-lo satisfatoriamente. A dificuldade consistiu nos alunos compreenderem que o número de apertos de mãos dobrou, em relação ao problema estudado no dia anterior. A grande maioria dos alunos queriam resolver o problema do item* ***2****, da mesma forma que foram solucionados os problemas com a ideia/significado de Raciocínio combinatório da última aula. Mas o fato dos dados do problema abordarem valores maiores, dificultou a resolução. Observamos que alguns alunos desenvolveram estratégias diferentes das que já havíamos estudado nas aulas para a resolução dos problemas. Por mais que vários alunos não tenham conseguido solucionar o problema* ***2*** *satisfatoriamente, reconhecemos os seus esforços e preocupação para solucioná-lo corretamente. Uns alunos colaram as respostas de colegas, que também haviam respondido os problemas de modo equivocado. Durante as aulas percebemos que a mania dos alunos de rabiscarem as suas carteiras era rotineira, por mais que pedíssemos que fizessem seus rascunhos em folhas a parte, vários deles insistiam em rabiscar as mesinhas. A necessidade de que o professor confirme todas as suas soluções do certo ou errado, é uma forte característica dos alunos deste ano (5º ano) de escolaridade. Com o tempo que convivemos com a turma, tivemos condições de perceber um pouco os alunos, em suas particularidades, suas "limitações", desenvolvimentos reais e avanços. Respeitando seus modos de ser e sempre buscando impulsionar as suas aprendizagens.*

5.14 Encontro 13 – 12/12/2014 – 03 aulas de 45 minutos

- Socialização das respostas aos problemas envolvendo a ideia/significado de *Raciocínio combinatório* estudados na aula anterior.

Ao entrarmos na sala de aula cumprimentamos a turma com "bom dia!". Esclarecemos que iríamos socializar as respostas aos problemas trabalhados na última aula.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

1. *Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar dois apertos de mãos com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [40]

Indagamos quem gostaria de ir à frente do quadro branco ler e solucionar o problema do item **1**. Vários alunos levantaram a mão. Escolhemos alguém que ainda não havia ido à frente da turma e entregamos a folha com suas resoluções. A aluna A25, realizou a leitura do problema e o resolveu. Olhemos a sua resolução:

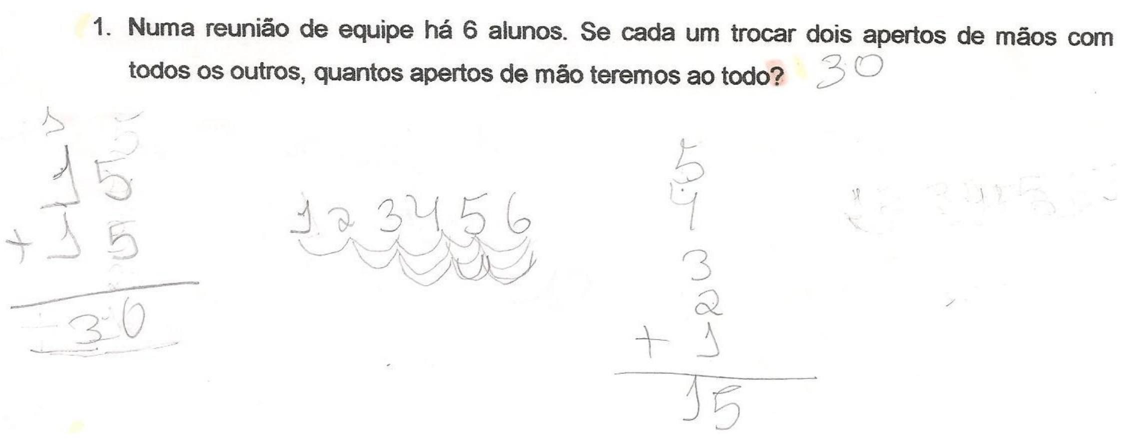


Figura 47 – Resolução do item (1) pela aluna A25

Questionamos se todos concordavam com a resolução da colega. A turma afirmou que sim. Perguntamos se alguém havia respondido diferente. Dois alunos levantaram as mãos. Pedimos que um deles nos mostrasse como havia resolvido o problema do outro lado do quadro branco. Devolvemos a aluna A20 a sua folha com a resolução do problema. Ela escreveu a resposta no quadro. Vejamos:

[40] Exploração de problema pela pesquisadora.

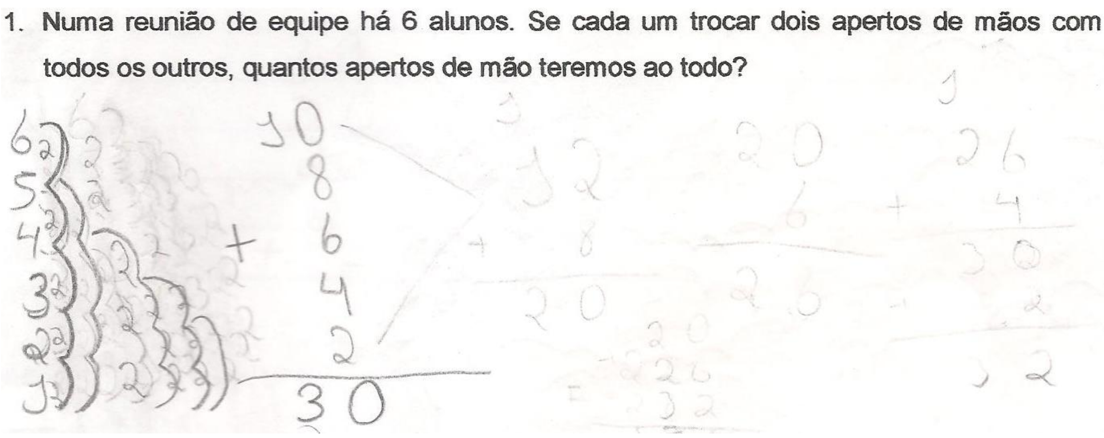


Figura 48 – Resolução do item (1) pela aluna A20

Questionamos a aluna sobre como pensou para resolver o problema. Ela ficou tímida. Então conjuntamente fomos observando que ela duplicou os apertos de mãos desde o início da contagem e posteriormente os somou obtendo o valor 30. Uns poucos alunos também resolveram desta forma. O aluno A31 salientou “O jeito é diferente, mas a resposta é a mesma!”. Afirmamos que sim. Já a aluna A25 realizou a contagem com um aperto de mãos de todos os seis alunos, tendo como resultado o 15 e em seguida dobrou o valor, chegando a resposta 30. Dos trinta alunos presentes na aula, vinte e nove solucionaram este problema tendo por resultado final o valor 30. Apenas uma aluna apresentou o valor 14 como resposta ao problema do item **1**.

*Comentário: O problema do item 1 se constituiu um pouco complexo para os alunos, mas quase toda a turma demonstrou um bom rendimento, acertando a resolução. A aluna A20 teve um pensamento mais abstrato do que a aluna A25. Ela começou a contar os apertos de mãos de dois em dois, em seguida calculou por meio da adição e obteve a resposta. Já a aluna A25, contou os apertos um a um, realizou uma adição, na sequência duplicou o valor da adição e calculou, obtendo o resultado. Ambos os processos são importantes, retratam o desenvolvimento real das alunas, a diferença está no percurso, pois um é mais curto e o outro mais longo. Todos os alunos empregaram o mesmo meio para a resolução do problema do item **1**, a combinação. O mesmo processo utilizado para resolver os problemas da aula anterior (**Encontro 11 – 10/12/2014**).*

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

2. *Na turma do 5º Ano há 33 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?* [41]

Nos detivemos um bom tempo na socialização das soluções ao problema do item **2**. Ao indagarmos sobre quem poderia ir à frente da turma ler e solucionar o problema. Apenas um aluno se dispôs. Devolvemos ao aluno A6 a folha com a sua resolução ao problema. A6 começou a escrever a sua resolução no quadro branco, equivocou-se no cálculo e disse que teria de apagar. Dissemos que tudo bem, ficasse tranquilo, pois ainda tínhamos tempo. O aluno começou a escrever a resposta novamente. Observemos a sua solução:

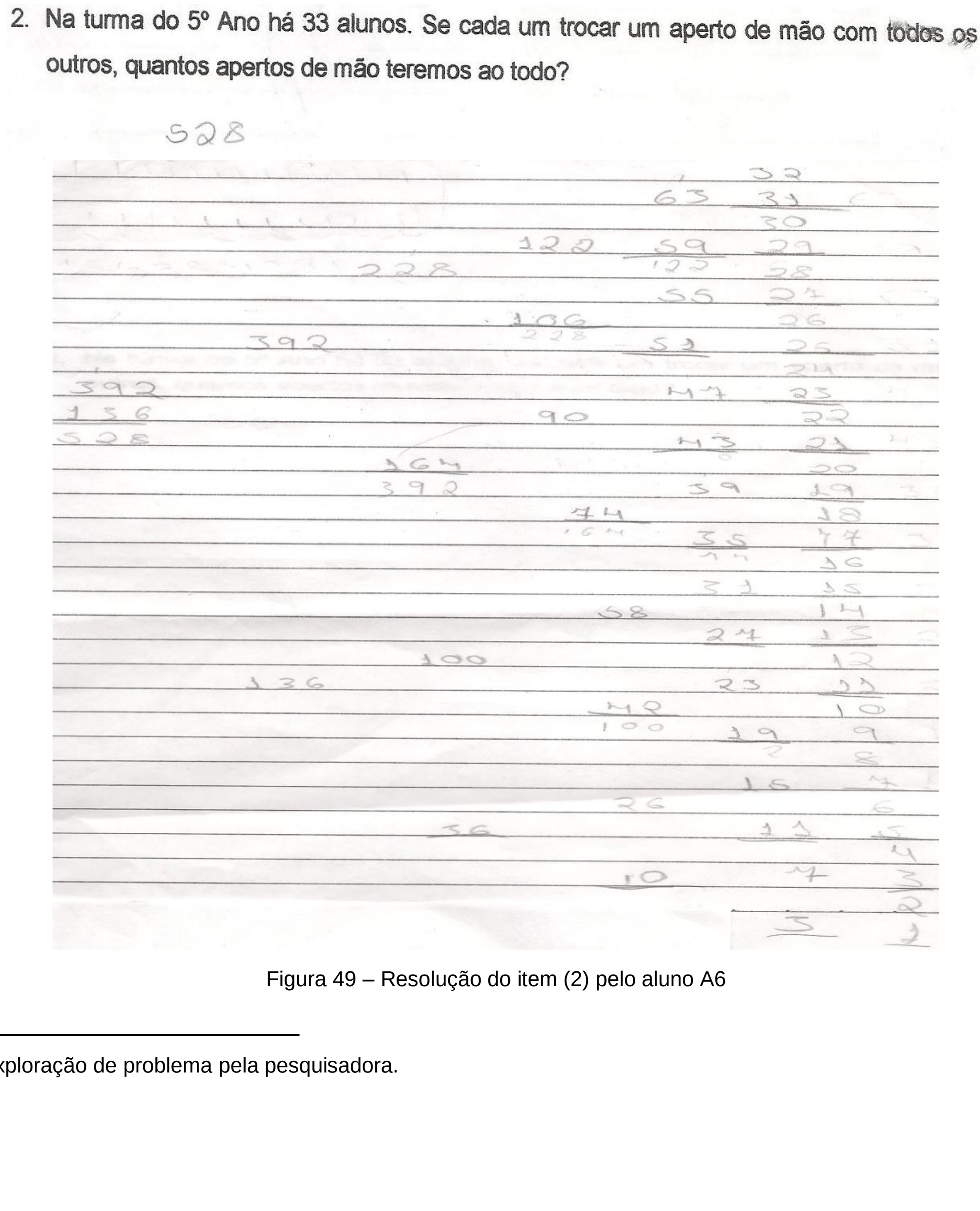


Figura 49 – Resolução do item (2) pelo aluno A6

[41] Exploração de problema pela pesquisadora.

Após o aluno A6 concluir a escrita da resposta ao problema no quadro branco, nós pedimos que ele explicasse aos seus colegas como foi que resolveu. Ele explicou que se na turma havia 33 alunos, os apertos de mãos começariam do número 32 até o 1. A partir daí ele foi somando os apertos, formando os grupos, chegando ao resultado final 528. Perguntamos se a turma concordava com o colega, uma parte da turma afirmou que sim, o restante ficou em silêncio. Agradecemos a participação do aluno e pedimos que continuasse conosco.

Indagamos aos alunos se a resolução do problema era extensa, eles exclamaram que sim. Então dissemos “Vamos ver um outro processo!”. Solicitamos que o aluno A6 escrevesse em um lado do quadro branco, em ordem decrescente do número 32 ao 1. Ele escreveu. Em seguida pedimos que ele somasse o 32+1 lá do final da ordem e escrevesse o resultado do outro lado do quadro. O aluno escreveu o valor 33 do lado direito do quadro branco. Na sequência dissemos que somasse o 31+2, e colocasse o valor resultante da soma, no lado de lá do quadro e assim sucessivamente. Pedimos que a turma ajudasse o colega nos cálculos. Ao término perguntamos quantos valores 33 havia no quadro branco. Os alunos contaram, e disseram “16!”. Solicitamos que somassem. Após a soma afirmaram que o resultado era 528 apertos de mãos. Questionamos se o valor estava igual à resolução elaborada pelo colega, falaram em voz alta que estava. Perguntamos a turma se este processo de resolução era mais fácil e curto de se realizar do que o anterior. Todos afirmaram que sim.

Ainda pedimos que o aluno A6 multiplicasse no quadro branco a quantidade de alunos que teriam de apertar as mãos de acordo com o problema, pela quantidade de apertos de mãos do primeiro aluno a apertar a mão de todos. O aluno multiplicou 33X32=1.056, ele teve a ajuda de alguns colegas nesta solução. Depois pedimos que dividisse 1.056:2. Esclarecemos que esse 2, são as duas pessoas que apertam as mãos um do outro. Ao dividir 1.056:2=528, perguntamos à turma se o resultado estava igual aos outros dois processos de resolução anteriores, a turma afirmou em voz alta “sim!”. Um aluno exclamou “Esse último jeito é o mais fácil, professora!”. Durante a resolução/apresentação destes dois últimos processos de solução, os alunos ficaram bem atentos. Explicamos aos alunos que é possível solucionar um problema por diversos caminhos e obter o mesmo resultado. Que existem fórmulas, para facilitar o cálculo de valores numéricos maiores, que serão estudadas mais adiante, nos seus próximos anos escolares. E que para responder problemas com valores maiores, fazendo uso do desenho, as vezes é difícil. Perguntamos sobre quem seria essa turma do 5º ano, a qual o problema fala. O aluno A12 respondeu “Somos a gente!”. Dissemos “Muito bem! Está correto”.

Nove alunos atribuíram como resposta ao problema do item **2**, o resultado 528. Mas nós temos a consciência de que alguns desses nove alunos, apenas escreveram o valor 528 em suas folhas. Pois durante a aula presenciamos as colas, através dos olhares, das conversas paralelas, por mais que tivéssemos dito que a atividade era individual. E já tínhamos condições de conhecermos um pouco dos alunos. Um aluno realizou um enorme cálculo para resolver o problema **2**, e obteve o resultado 529, se equivocou por uma unidade. Oito alunos atribuíram o valor 532 como solução ao problema, outros três escreveram que o resultado era 148. Mais três alunos deixaram a resolução ao problema **2**, em branco, mas eles se esforçaram muito para solucionar o problema, realizaram diversos cálculos, só não conseguiram chegar ao produto final. Várias respostas apareceram como 535, 529, 35, 521e 238.

*Comentário: Por mais que este problema se constituísse um pouco mais complexo e alguns alunos tentaram colar ou colaram as respostas de outros colegas, obtivemos um considerável rendimento da turma. Várias das resoluções dos alunos chegaram bem próximas do resultado satisfatório. Cremos que ocorreram equívocos nos cálculos, pelo fato do valor numérico ser grande. Ainda tiveram alunos que tentaram resolver o problema várias vezes, mas não conseguiram. Pois o cálculo envolvia valores maiores e o processo utilizado era sempre por meio do desenho, isto ocasionou uma certa limitação e fazia com que eles se confundissem ao calcular os números, dificultando chegar ao resultado final. Alguns alunos logo perceberam que seria mais difícil solucionar o problema por meio do desenho e desenvolveram estratégias próprias. A turma demonstrou entusiasmo para entender os diferentes processos de resolução apresentados no quadro branco a respeito do problema do item **2**. Temos consciência da necessidade de aprofundação no estudo de problemas com a ideia/significado de Raciocínio combinatório, pelos alunos. Como também compreendemos que esta aprendizagem é processual, levando em consideração o nível de desenvolvimento de cada aluno.*

Estes dois encontros foram proveitosos. Propomos a turma dois problemas com a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*, com o nível um pouco mais complexo que das outras aulas. “[...] um único problema pode ocupar várias aulas, seguidas ou não, sendo necessário sacrificar a quantidade de problemas em favor da qualidade do ensino” (DINIZ, 1991, p. 13). No problema do item **1**, praticamente todos os alunos apresentaram um bom rendimento. No problema do item **2**, compreendemos que a cola esteve presente em umas poucas resoluções, a turma aparentou um rendimento menor, mas um considerável desenvolvimento durante a experiência. Pois venceram as dificuldades, criando estratégias de resolução e aproximando-se dos resultados corretos. A partir do estudo dos problemas dos itens **1** e **2**, os alunos tiveram condições de perceberem que na resposta a um problema, o resultado final é importante, mas o seu processo também.

Os alunos tem apresentado evolução na compreensão dos enunciados dos problemas, na criação de estratégias de solução e nos próprios cálculos. Os problemas trabalhados com a turma tem aumentado de nível, impulsionando o desenvolvimento dos alunos. Estudamos problemas diversos, com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. Através dos quais tivemos condições de ir percebendo o caminhar dos alunos ao longo desta pesquisa.

Após o término da socialização, ainda tínhamos um tempo até que a aula acabasse, então dividimos os alunos em duplas. Entregamos a cada dupla uma folha com os problemas. Realizamos a leitura dos problemas coletivamente e explicamos. A turma iniciou a resolução. Observemos os problemas:

1. *Estão construindo um condomínio vertical (prédio) residencial no centro de Campina Grande/PB. O condomínio terá 20 andares. Em cada andar haverá 2 apartamentos. Sendo que os apartamentos do 1º ao 10º andar terão 2 quartos e os apartamentos do 11º ao 20º andar terão 3 quartos. Quantos quartos ao todo terá o condomínio?* [42]

[42] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

2. *Elabore uma questão problema ainda sobre o condomínio vertical residencial e resolva-a.*

O problema do item **1** aborda a ideia/significado de *Configuração retangular*. Pois a característica vertical e os andares nos remete a ideia de um objeto retangular.

No início, os alunos sentiram dificuldades para compreender o problema. Circulamos pela sala, esclarecendo as dúvidas nas duplas. O aluno A2 veio até nós e exclamou "Não tem jeito professora, não sei! Já usei as quatro operações e não deu certo". Dissemos que ele não focasse tanto nas operações, mas procurasse compreender o que o problema estava pedindo. Explicamos o problema mais uma vez, ele entendeu e voltou a fazer a resposta.

A sala estava muito barulhenta. Os alunos mal conseguiam nos ouvir. Reclamavam que o barulho estava interferindo na concentração para a solução aos problemas. Os alunos A12 e A5, e a irmã de um deles, A9, estavam gritando, subindo nas carteiras, tirando a atenção dos demais alunos. A professora titular da turma convocou a gestora escolar e a Assistente Social. Quando a gestora e a Assistente Social adentraram a sala de aula, a professora da turma comunicou o que estava ocorrendo. O aluno A12 agrediu verbalmente a professora. A gestora da escola o retirou da turma. A sua irmã, a aluna A9, também foi retirada da sala de aula, ao sair, ela começou a agredir a professora da turma com palavrões. O aluno A5 ficou calado. Durante este momento uma das alunas da turma se dirigiu até nós, para esclarecer uma dúvida. Pedimos que aguardasse. Os demais alunos ficaram parados, em silêncio. Após este incidente lamentável, não tivemos mais condições de continuar o estudo dos problemas. Pedimos aos alunos que nos entregassem as folhas com suas resoluções e que na próxima aula daríamos continuidade.

Esta foi uma complexa situação, que envolve uma questão familiar, escolar, social. Durante as aulas, procuramos incluir estes alunos nos diálogos e nos estudos dos problemas, mas o processo de inclusão, nem sempre é fácil, principalmente quando o próprio indivíduo, devido a muitos fatores internos e externos, começa a se/ser colocar/colocado à margem da própria sociedade/realidade.

5.15 Encontro 14 – 16/12/2014 – 02 aulas de 45 minutos

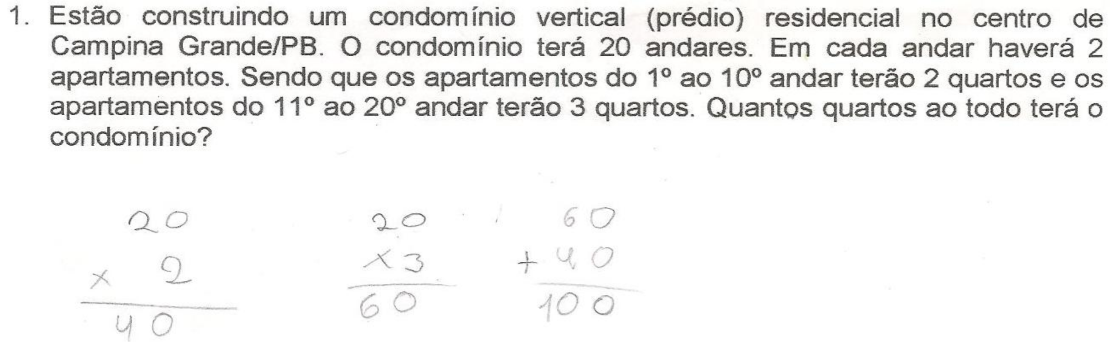
- Retomada dos problemas com a ideia/significado de *Configuração retangular*.

No início da aula esclarecemos à turma que retomaríamos os problemas do encontro passado. Devolvemos às duplas suas respectivas folhas com as resoluções, para que fossem concluídas. O problema do item **1** se constituiu complexo para os alunos, pois exigia a compreensão de um contexto com diversas informações, necessitando de um pensamento abstrato e mais que uma tomada de decisão durante o processo de resolução, para chegar ao resultado final. Circulamos pela sala de aula esclarecendo as dúvidas, confrontando os pensamentos, citando exemplos.

Com relação ao item **2**, os alunos apresentavam pouca disposição para pensar na elaboração de um problema. Observamos alguns deles tentando copiar um problema do caderno. Explicamos que o problema a ser criado precisava ter relação com o problema do item **1**. Solicitamos que as duplas nos entregassem as folhas com as suas resoluções e nos dirigimos à socialização das soluções.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 1

Perguntamos quem gostaria de ir à frente da turma ler e solucionar o problema do item **1**. Alguns alunos levantaram a mão. Então escolhemos A16 para ir ao quadro branco, já que ele não havia feito isto em nossas aulas ainda. O aluno realizou a leitura do problema e o solucionou. Visualizemos sua resolução:



1. Estão construindo um condomínio vertical (prédio) residencial no centro de Campina Grande/PB. O condomínio terá 20 andares. Em cada andar haverá 2 apartamentos. Sendo que os apartamentos do 1º ao 10º andar terão 2 quartos e os apartamentos do 11º ao 20º andar terão 3 quartos. Quantos quartos ao todo terá o condomínio?

$20 \times 2 = 40$ $\quad$ $20 \times 3 = 60$ $\quad$ $60 + 40 = 100$

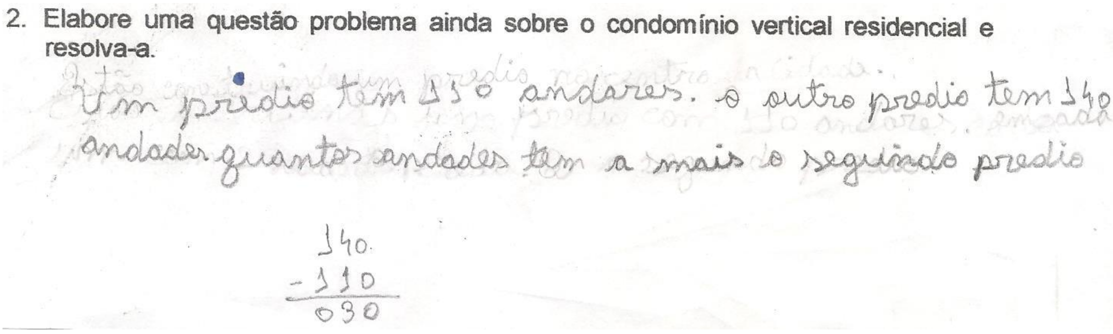
Figura 50 – Resolução do item (1) pelos alunos A16 e A23

Pedimos que o aluno explicasse aos colegas a sua resolução ao problema. Questionamos se a turma concordava com o aluno A16, eles afirmaram que sim. O aluno multiplicou metade do número de apartamentos, pelo valor de quartos presentes nesta metade, ou seja, 20x2=40. Em seguida multiplicou a outra metade dos apartamentos, pelo número de quartos que lá constam, 20X3=60. No final realizou a soma dos dois resultados das multiplicações, 40+60=100 quartos. Vinte e três alunos da turma resolveram o problema desta mesma forma, alguns utilizaram um processo de resolução menor, mas obtiveram o resultado igual. Cinco alunos se equivocaram na resposta, obtendo valores como 180, 47, 40 e três deles, deixaram a resolução em branco. Indagamos a turma se já haviam visto os prédios no centro da cidade de Campina Grande/PB, disseram que sim. O aluno A24, afirmou sorrindo, que morava em um prédio. Os colegas o contestaram, dizendo que ele não morava em prédio e sim em um pequeno primeiro andar. Uns alunos quiseram resolver os problemas individualmente e também tivemos um trio de alunos, em vez de uma dupla.

Comentário: Este problema se constitui um pouco complicado para a turma. Foram muitas dúvidas e questionamentos a seu respeito. Incialmente os alunos queriam resolver o problema com um único cálculo, empregando apenas uma operação. Mas quando conseguiram compreender o enunciado do problema, as informações que ele trazia e o que pedia, o solucionaram com tranquilidade. Nos encontros anteriores, durante a resolução de problemas que envolviam a ideia/significado de Configuração retangular, geralmente alguns alunos tentavam resolvê-los por meio do desenho, porém desta vez todos empregaram alguma operação aritmética. Talvez isto tenha ocorrido porque a ideia "retangular" ficou mais implícita. Cremos que o trabalho em dupla também contribuiu para o considerável número de acertos.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item 2

Ao indagarmos sobre quem poderia fazer a leitura do item **2**, e solucioná-lo no quadro branco, poucos alunos se dispuseram. O aluno A2 foi até a frente da turma, leu o problema e a sua resposta. Mas disse que não iria escrever no quadro, porque a sua letra era feia. Então o seu amigo o A10, se ofereceu para escrever a resposta para ele. Vejamos a resolução do aluno A2:

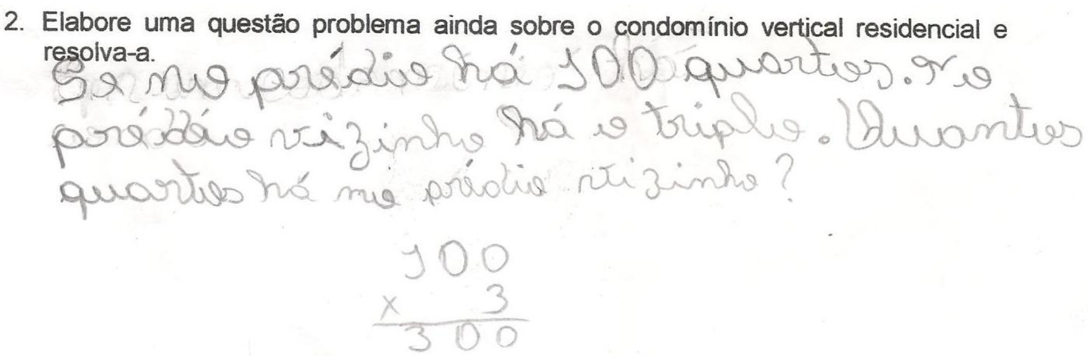

2. Elabore uma questão problema ainda sobre o condomínio vertical residencial e resolva-a.

Um predio tem 110 andares. o outro predio tem 140 andades quantos andades tem a mais o seguindo predio

140
-110
030

Figura 51 – Resolução do item (2) pelos alunos A2 e A21

Questionamos a turma se concordava com a resposta do aluno A2. Disseram que sim. Onze alunos solucionaram este problema de modo satisfatório. Treze deixaram a solução em branco e quatro deles, incompleta. Escrevendo uma parte da pergunta ou apenas o cálculo. Mais três alunos se equivocaram na resolução do próprio problema que havia elaborado. Alguns dos problemas elaborados pelos alunos estavam um pouco distantes da realidade. Os enunciados abordavam um prédio com 600 andares; a venda de um apartamento em 3 parcelas de 100.00; a compra de um apartamento por 2.000 e a venda do mesmo por 1.000. Observemos também outro problema, elaborado pelas alunas A20 e A30:


2. Elabore uma questão problema ainda sobre o condomínio vertical residencial e resolva-a.

Se no prédio há 100 quartos. No prédio vizinho há o triplo. Quantos quartos há no prédio vizinho?

100
x 3
300

Figura 52 – Resolução do item (2) pelas alunas A20 e A30

*Comentário: Ambos os problemas elaborados pelos alunos, nas Figuras 51 e 52, consideramo-nos satisfatórios. Os alunos A2 e A21 (Figura 51) demonstraram criatividade e uma determinada competência para a elaboração de problemas. Cometeram alguns equívocos gramaticais e elaboraram o problema sobre um outro prédio, diferente do condomínio comentado no problema do item **1**. As alunas A20 e A30 (Figura 52) construíram um problema um pouco mais elaborado, que poderia até servir como sequência de questões para o problema do item **1**. Essas alunas já* *apresentam um domínio maior da compreensão estrutural de um problema. Valorizamos tanto a elaboração do problema da Figura 51, quanto o da Figura 52, elas retratam o desenvolvimento dos alunos, em suas particularidades. Observamos que a maioria dos alunos ainda não apresentam a consciência do valor econômico de imóveis, pois eles lhes atribuem baixos valores. Isto é explicável devido ao fato dos alunos estarem em processo de "inserção" na esfera econômica. Apesar do número de acertos a este problema ter sido apenas onze, um pouco menos que a metade da turma e ainda com algumas fragilidades. Consideramos um avanço, pois também enxergamos um aumento na qualidade dos problemas propostos pelos alunos neste momento, em relação ao início da pesquisa. Todavia sabemos que a proposição de problemas por parte dos alunos precisa melhorar, ter sentido com a realidade. Como também valorizamos os esforços dos alunos para tentarem elaborar bons problemas. O aprofundamento do estudo da proposição de problemas se faz necessário com toda a turma.*

Após a finalização da socialização esclarecemos a turma que no dia seguinte seria o nosso último encontro com eles. Os alunos exclamaram "Ah........ Por quê?". Explicamos que nossa pesquisa estava sendo "concluída". Também dissemos que traríamos um problema para resolverem. O aluno A31 afirmou "Traga mais de um professora!".

O estudo dos problemas dos itens **1** e **2** foram bastante bons. O primeiro problema exigiu que os alunos prestassem atenção e pensassem mais, para compreender o seu enunciado. O segundo problema colocava o aluno efetivamente para pensar, raciocinar sobre uma situação, a pergunta e a sua resposta. E alguns alunos apresentaram rejeição e indisposição para isto. Desde os primeiros encontros, percebemos o desagrado de determinados alunos em ter que criar problemas, por considerar uma tarefa trabalhosa. Neste momento da investigação observamos maior segurança e autonomia por parte dos alunos para solucionar os problemas. A turma apresenta limitações, mas estes "limites" os impulsionam a tentar, recomeçar e prosseguir.

5.16 Encontro 15 – 17/12/2014 – 02 aulas de 45 minutos

- O estudo de problemas envolvendo as ideias/significados de *Comparação multiplicativa*, *Configuração retangular* e *Raciocínio combinatório*.

Ao darmos início a aula, lembramos aos alunos que este seria o nosso último encontro, conforme havíamos comentado no dia anterior. Esclarecemos que eles iriam resolver alguns problemas individualmente. Visualizemos a atividade a seguir:

a) Gustavo pesa 31 quilos. Daniel pesa o triplo de Gustavo. Qual é o peso de Daniel? [43]

Neste problema estudamos a ideia/significado de *Comparação multiplicativa*. Precisamos comparar o peso de Gustavo com o peso de Daniel para se obter o resultado.

b) Para a confraternização de final ano da escola foi oferecido um almoço aos alunos. A turma do 5º Ano foi acomodada em uma das salas de aula da escola para o momento do almoço. Foram organizadas 3 mesas em filas com o mesmo número de cadeiras para acomodar os 33 alunos. Ficaram quantos alunos por mesa? [44]

Esse item pode trabalhar a ideia/significado de *Configuração retangular*. A arrumação das mesas em filas nos remete a imaginação de um retângulo.

c) Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usa-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir? [45]

---

[43] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

[44] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

[45] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

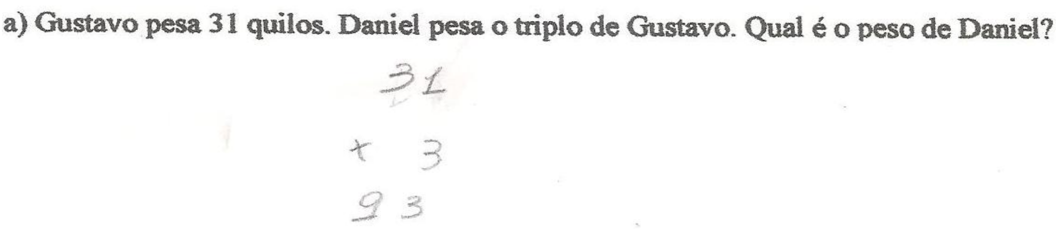
No problema desse item podemos estudar a ideia/significado de *Raciocínio combinatório*. Pois precisamos combinar os bonés com as camisas para se obter o produto final.

Entregamos as folhas com os problemas aos alunos, realizamos a leitura coletiva dos mesmos e explicamos. O aluno A12 afirmou que não iria fazer a atividade. Depois mudou de opinião e nos pediu a folha com os problemas. A maior parte da turma conseguiu solucionar os problemas com tranquilidade, mas alguns alunos apresentaram dificuldades. Recolhemos as folhas com as resoluções dos problemas e nos dirigimos à socialização com a turma.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item a

a) Gustavo pesa 31 quilos. Daniel pesa o triplo de Gustavo. Qual é o peso de Daniel? [46]

Para a socialização das soluções a cada um dos problemas, um aluno se dirigiu a frente da turma, realizou a leitura e resolução do item no quadro branco. Vejamos a resposta do aluno A12:


a) Gustavo pesa 31 quilos. Daniel pesa o triplo de Gustavo. Qual é o peso de Daniel?

31
x 3
93

Figura 53 – Resolução do item (A) pelo aluno A12

O aluno resolveu o problema de forma correta. Dos vinte e seis alunos presentes na aula, vinte e cinco acertaram o item **a**. Todos solucionaram o problema por meio da operação de *multiplicação*. Apenas uma aluna se equivocou, obtendo o resultado 62, ela tentou solucionar o problema através da soma de parcelas iguais, mas confundiu-se no cálculo.

[46] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

Comentário: O aluno A12, é um dos com 14 anos de idade da turma, ainda encontra-se em processo de alfabetização, precisou do nosso auxílio e de colegas para a leitura da questão. Solucionou o problema satisfatoriamente. Problemas com esta estrutura, com enunciados menores, estão mais presentes nas vivências dos alunos. Este item foi solucionado com facilidade pela turma. Observamos que no início da pesquisa para resolverem problemas deste tipo, alguns alunos empregavam a soma de parcelas iguais. Neste encontro identificamos a predominância da operação de multiplicação.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item b

b) Para a confraternização de final ano da escola foi oferecido um almoço aos alunos. A turma do 5º Ano foi acomodada em uma das salas de aula da escola para o momento do almoço. Foram organizadas 3 mesas em filas com o mesmo número de cadeiras para acomodar os 33 alunos. Ficaram quantos alunos por mesa? [47]

Vinte e um alunos solucionaram o problema do item **b** satisfatoriamente. Observemos a resolução de um destes alunos:

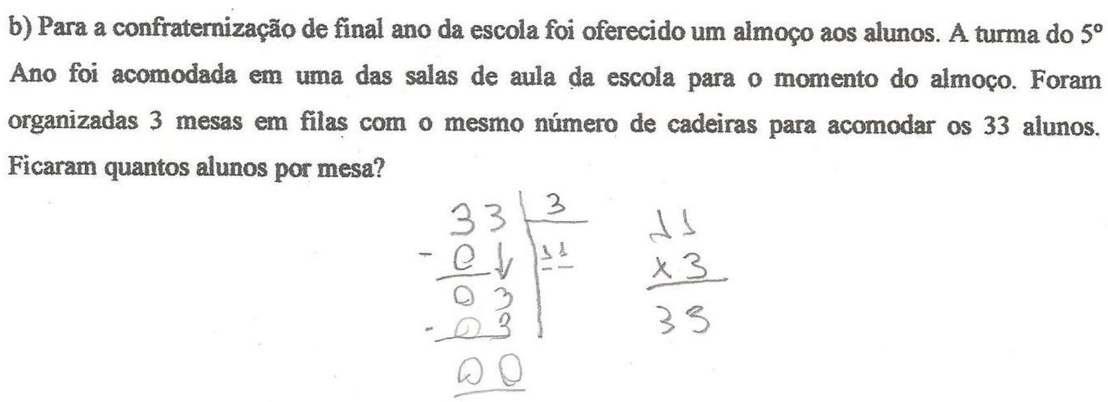


Figura 54 – Resolução do item (B) pelo aluno A23

O aluno respondeu o item **b**, por meio da operação de *divisão*. Os seus demais colegas, que também resolveram o problema corretamente, empregaram o mesmo caminho. Dois alunos se equivocaram na resolução, outros dois deixaram a solução em branco e um aluno entregou o cálculo inacabado.

[47] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

*Comentário: Mesmo que o número de alunos que tenham acertado este problema, tenha sido menor que a quantidade de acertos do problema do item **a,** obtivemos um bom rendimento. Após compreenderem o enunciado do problema, os alunos escolheram a estratégia de resolução. Observamos que os alunos começaram a escolher o processo de solução com mais propriedade*.

Análise referente à correção das respostas ao problema do item c

c) Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usa-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir? [48]

Quanto ao item **c**, obtivemos alguns diferentes processos de resolução, com o mesmo resultado final. Visualizemos dois exemplos:

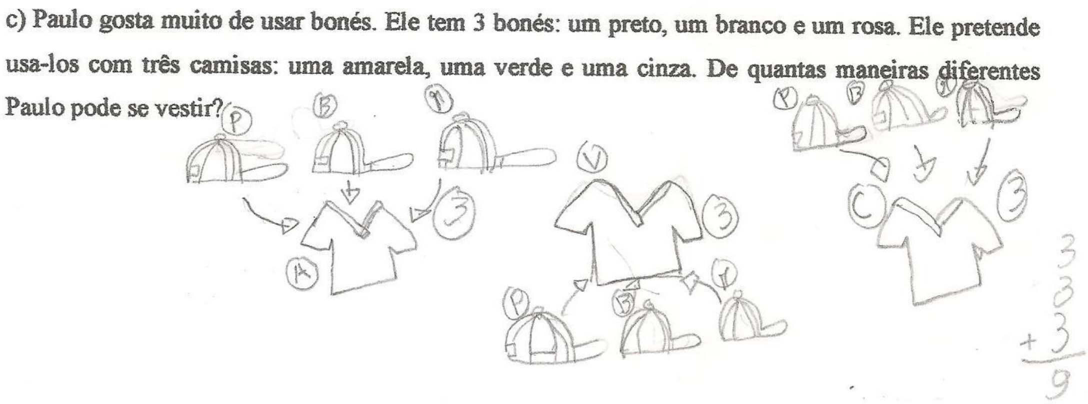
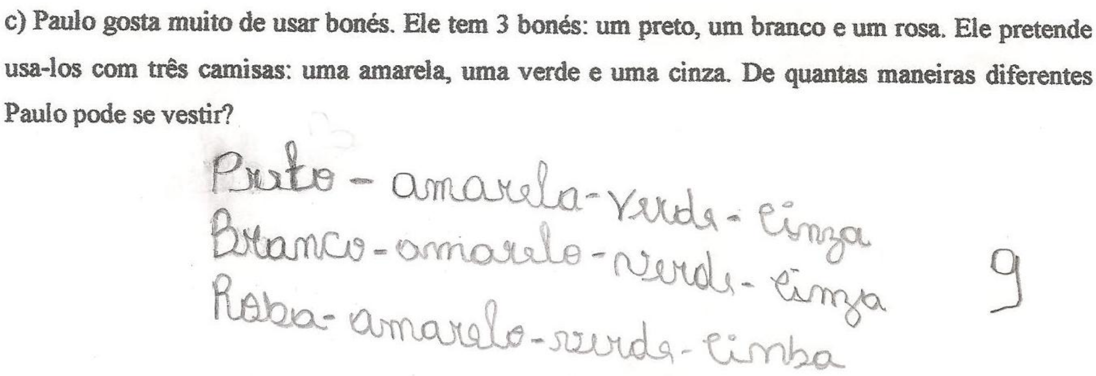


Figura 55 – Resolução do item (C) pelo aluno A21

Este aluno solucionou o problema por meio da combinação dos desenhos dos bonés e com os das camisas, depois somou os resultados das combinações. A maior parte da turma também utilizou este processo. Dos vinte e seis alunos presentes neste encontro, dezessete resolveram corretamente este item. Sete alunos deixaram a resposta em branco e dois não concluíram as soluções. Entre os alunos que responderam o problema satisfatoriamente, tiveram processos de resolução com apenas o cálculo multiplicativo 3X3=9; com cálculo e desenho; e

[48] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

também com a combinação das palavras (cores) bonés e camisas. Observemos um exemplo da combinação com estas palavras (cores):


c) Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usa-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir?

Preto - amarela - verde - cinza
Branco - amarelo - verde - cinza
Rosa - amarelo - verde - cinza
9

Figura 56 – Resolução do item (C) pelo aluno A10

Comentário: Apesar de apenas dezessete alunos terem conseguido solucionar este item satisfatoriamente, consideramos um grande avanço, pois no primeiro encontro da nossa investigação, apenas dois alunos acertaram o problema com a ideia/significado de Raciocínio combinatório, similar a este. A partir dos diferentes processos utilizados pela turma para resolver o problema do item ***c****, podemos perceber o desenvolvimento de seus pensamentos e habilidades. No início da pesquisa a turma demonstrava muita dificuldade para solucionar os problemas de Raciocínio combinatório. Neste encontro solucionaram o item* ***c*** *com tranquilidade. Evidentemente que alguns alunos apresentaram dificuldades.*

Os problemas estudados neste encontro são similares aos trabalhados no primeiro dia de pesquisa. A nossa intenção foi o estabelecimento de relações entre o início e o término da investigação. Neste momento, para o nível de desenvolvimento de grande parte da turma, estes problemas não se constituem complexos. Durante os encontros trabalhamos problemas com um grau de complexidade maior. O forte receio em cometer erros apesentado pelos alunos nas primeiras aulas foi minimizado. Uma melhor compreensão dos enunciados dos problemas e as escolhas/uso mais pertinentes das operações para as resoluções se fazem próximas dos alunos. Observamos a evolução favorável da turma no decorrer da pesquisa.

Posteriormente a socialização das respostas aos problemas, agradecemos a colaboração dos alunos e reforçamos a importância de estudar, do respeito ao próximo, do bom comportamento e que foi um prazer conhecê-los. Dissemos ainda que nós também aprendemos com eles. Ficaram um olhando para o outro, sorrindo. Nós corroboramos com o que diz Freire (2008) que quem ensina aprende, e quem aprende ensina ao aprender. Ao finalizarmos a nossa fala, a turma bateu palmas para nós e gritaram “Uhuu!”. Ao ouvir as palmas e gritos a gestora escolar compareceu à sala, achando que tivesse ocorrido algo. Entregamos bombons aos alunos. Agradecemos à professora da turma pela oportunidade. Ela nos disse que se precisasse era só procurá-la. No momento que estávamos saindo da sala de aula, alguns alunos vieram nos abraçar. Nos dirigimos à direção, agradecemos a gestora escolar e a sua vice, por ter nos acolhido na instituição. Disseram que as portas estavam abertas.

6. CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRABALHO REALIZADO

Inicialmente este capítulo apresenta considerações acerca dos resultados dessa pesquisa, retomando os objetivos propostos, verificando se os mesmos foram atendidos, em seguida realizamos ponderações das contribuições do trabalho à ação docente e ao meio acadêmico.

A pesquisa teve por base um objetivo geral e três objetivos específicos como elementos norteadores de todo o trabalho. Esses objetivos estão no centro de nossos diálogos neste tópico, pois compreendemos ser essencial verificar os resultados da investigação estabelecendo um paralelo com as questões a serem respondidas.

O nosso objetivo geral foi investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão* por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Antes de comentarmos sobre o objetivo geral, trazemos a questão problemática para o diálogo, pois esses dois pontos se convergem. *Que potencialidades podemos desenvolver no ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e divisão por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?*

Embasados na descrição, análise e reflexões dos encontros de nossa pesquisa, temos condições de elencar potencialidades, que podem ser desenvolvidas pelos alunos no processo de ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*: a autonomia; a confiança, a criatividade; a reflexão; a interpretação; a consciente tomada de decisão; a criação de diferentes estratégias; a compreensão do que está sendo realizado; a apreensão de novos conhecimentos e o aperfeiçoamento dos antigos; a habilidade para resolver diferentes tipos de problemas, a concepção de que um mesmo problema pode ser resolvido por mais de uma operação, a competência para propor problemas e realizar problematizações.

O processo de ensino-aprendizagem foi norteado pela leitura, exploração, proposição e resolução de problemas individualmente e coletivamente com toda a turma. O trabalho de resolução de problemas pelos alunos ora se fazia individualmente, ora em grupos e em outros momentos em duplas.

O primeiro objetivo buscou identificar as compreensões e concepções dos alunos acerca da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*. A partir dos problemas aplicados no primeiro encontro de investigação com os alunos, tivemos condições de sondar e observarmos que eles demonstravam facilidade para solucionar os problemas que faziam parte do cotidiano das suas aulas de Matemática, como os com a ideia/significado de *Comparação entre razões, que envolvem a ideia de proporcionalidade* e *Grupos iguais*. Já os problemas que se constituam em situações novas, apresentaram-se mais complexos, os de *Configuração retangular* e *Raciocínio combinatório*. Apoiados nessas observações planejamos os problemas que foram trabalhados nos encontros seguintes.

Para o segundo objetivo empenhamo-nos em descrever e analisar o processo de ensino-aprendizagem da resolução, exploração e proposição de problemas com ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. A partir desta etapa da pesquisa podemos sistematizar toda a investigação. Os problemas que envolveram a ideia/significado de *Configuração retangular* e *Raciocínio combinatório*, no primeiro encontro da pesquisa pareciam estar distantes do conhecimento dos alunos, no segundo encontro após as explicações, discussões e correção coletiva com toda a turma, os alunos começaram a aparentar mais tranquilidade para solucionar problemas com esta ideia/significado.

Percebemos inicialmente que a maior parte da turma sentiu dificuldades na resolução dos problemas que envolviam a *multiplicação* e a *divisão* com valores maiores e também muitas vezes detinham a atenção durante a solução unicamente ao uso das operações aritméticas, impedindo que desenvolvessem a criatividade e criassem estratégias. Existia um forte “medo” de errar. Em nossa investigação o erro foi tratado como uma fonte de informação e oportunidade de recomeço para se chegar ao acerto para os alunos.

Observamos que uns alunos, que mais aparentavam compreensão do algoritmo da *multiplicação* e da *divisão*, foram os que menos aparentaram gostar de escrever sobre os próprios processos de resolução. O trabalho em grupo para a resolução dos problemas foi bastante proveitoso, possibilitando a cooperação, o diálogo e o confronto de resoluções. Para a reescrita dos problemas foi preciso um forte estímulo de nossa parte. Mesmo assim consideramos que os alunos tiveram a coragem de se arriscar e reescrever os problemas, por se tratar ainda de uma atividade nova para eles.

Na fala dos alunos encontramos explicações sobre as resoluções aos problemas, que contribuíram para o nosso entendimento acerca de suas concepções. Conseguimos estabelecer uma rotina de trabalho em sala de aula com a turma. A problematização dos enunciados e soluções aos problemas se fizeram presentes na maior parte das aulas.

Os problemas estudados que envolviam vários questionamentos a seu respeito exigiam que os alunos refletissem e tivessem um pensamento mais elaborado. Muitas resoluções estiveram permeadas do apagar e refazer. Os problemas que abordavam assuntos da realidade dos alunos chamavam mais atenção.

À medida que os encontros foram sendo realizados os alunos foram se sentindo mais confortáveis, criando o gosto e o hábito de solucionar problemas. Os novos conhecimentos adquiridos nos encontros anteriores passaram a ser utilizados para a solução dos problemas propostos nos encontros seguintes. No decorrer da investigação fomos percebendo que os alunos apresentavam mais facilidade para o algoritmo, mas a compreensão/interpretação dos enunciados ainda se fazia complexa.

Alguns alunos gostavam muito de participar dos momentos de socialização das respostas aos problemas, de ir à frente da turma solucionar algum das questões no quadro branco. Também incentivamos aqueles alunos mais tímidos a irem até o quadro e darem as suas contribuições. O hábito dos alunos compartilharem suas soluções se faz relevante, pois as resoluções podem ser confrontadas, as dúvidas esclarecidas, outros processos de resolução apresentados e a própria ação conjunta que envolve toda a turma.

Na proposição de problemas os alunos foram se desenvolvendo gradativamente, nos primeiros encontros percebemos os equívocos gramaticais e o desagrado de alguns em ter que criar problemas, eles argumentavam ser trabalhoso, ter de pensar na pergunta e na resposta. Com o passar dos encontros começaram a sinalizar autonomia, segurança, criatividade e interesse na proposição dos problemas. Alguns deles se preocupavam mais com o valor numérico, mas explicávamos que o problema precisava envolver um contexto.

No decorrer dos encontros presenciamos os alunos resolvendo os problemas com mais propriedade e abertura para o fazer e refazer, mais íntimos das atividades propostas, sentiam-se desafiados e a complexidade das soluções os inquietava, criando estratégias. Eles começaram a pensar mais sobre os problemas, a perceber a importância da resposta, mas também de seu processo.

Com o passar das aulas os problemas foram aumentando o grau de complexidade pausadamente. O forte receio dos alunos em cometer erros, exposto nos primeiros encontros, foi minimizado. Melhor compreensão dos enunciados dos problemas e as escolhas/uso mais pertinentes das operações/processos para as resoluções e a criação de estratégias, passaram a se fazer próximas dos alunos. Estudamos diversos tipos de problemas, com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*. Através deles tivemos condições de ir percebendo o considerável desenvolvimento dos alunos ao longo desta pesquisa.

O nosso último objetivo se propõe a elencar caminhos que possam contribuir didático-metodologicamente com o ensino-aprendizagem da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da *multiplicação* e *divisão*. Diante de todo o percurso de investigação, dispomos de fundamentos para elencar alguns caminhos:

- O primeiro caminho para se trabalhar a resolução de problemas com as ideias/significados da *multiplicação* e *divisão* é conhecer os conhecimentos prévios dos alunos a respeito do conteúdo, para então planejar as próximas ações;
- Propor variados tipos de problemas com diferentes ideias/significados da *multiplicação* e *divisão*, e que também abordem a realidade dos alunos;
- Possibilitar a resolução de problemas ora individualmente, ora em grupos, alternando;
- Aumentar o grau de complexidade dos problemas de acordo com o desenvolvimento dos alunos, sempre estimulando ir mais adiante;
- A socializar as respostas e processos de resolução com toda a turma;
- No processo de resolução, possibilitar a exploração das resoluções e enunciados e a proposição de problemas pelos alunos;
- Centrar a ação pedagógica do professor no diálogo e problematizações aos alunos sobre o conteúdo em estudo.

A pesquisa se concretizou em uma sala de aula heterogênea, tanto em relação à faixa etária dos alunos (entre 10 e 14 anos), quanto no nível de desenvolvimento. Alguns alunos que ainda não sabiam ler. Durante o trabalho nós olhamos o global, o todo, mas também precisamos enxergar o individual. A exploração de problemas ocorreu em diversificados momentos da pesquisa, em momentos curtos e contínuos, gostaríamos de ter explorado mais, todavia, por se tratar de uma turma com muitos alunos, em sua maioria crianças, entre outros fatores, ficamos impossibilitados do aprofundamento.

A proposição de problemas pelos alunos foi uma atividade complexa no início da investigação, mas após algumas experiências observamos maior desenvoltura para a elaboração de problemas. Os alunos também propuseram problemas ao fazer questionamentos orais durante as aulas. Quando os alunos compreendiam que determinado problema poderia ser resolvido por uma operação, mas em vez disso, optava-se por empregar outra operação, ao sentir mais segurança em operar com ela ou considerar uma melhor estratégia. Esses processos demonstram que as operações aritméticas se complementam.

Para Gitirana, et al, (2014, p. 23) “[...] os professores devem ter plena clareza de que, no processo de ensino-aprendizagem, os resultados ocorrem geralmente a longo prazo”. Corroboramos o posicionamento das autoras e acrescentamos que os sujeitos (alunos do 5º ano) participantes de nossa pesquisa se desenvolveram, adquiriram novas aprendizagens durante a investigação, aprimoraram os conhecimentos já existentes, criaram o hábito de resolver problemas, mas que esses conhecimentos adquiridos sempre precisam continuar a serem explorados.

Estes/os alunos apresentavam/apresentam potencial que necessitava/necessita ser desenvolvido continuamente, por isso se faz necessário mais estímulo por parte do educador. Em nossa ação pedagógica, valorizamos os esforços da turma a cada resolução apresentada aos problemas, pois acreditamos que a aprendizagem e o desenvolvimento se dão processualmente, respeitando o tempo de cada um.

Esperamos que as reflexões, os diálogos, os resultados e as propostas expostos neste trabalho possam contribuir com a formação inicial dos futuros professores que ensinarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e para a ação pedagógica daqueles que já estão em sala de aula.

A presente investigação nos proporcionou refletir sobre a própria prática docente, possibilitando/instigando novos olhares, um leque de reflexões e análises contribuindo para a nossa formação continuada, enquanto Pedagoga, que sente o gosto, a curiosidade e o prazer por estudar mais e mais o ensino-aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Temos a convicção de termos contribuído com a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos do 5º ano, participantes dessa investigação, apesar da turma apresentar dificuldades, reconhecemos seus saberes prévios, disposição para aprender e recomeçar, da maior parte. Assim como suas colaborações à nossa pesquisa.

Compreendemos que essa pesquisa pode suscitar várias outras análises e reflexões a respeito desse tema. Ainda se tem bastante o que falar, apreender, dialogar e refletir, podendo servir de fio condutor para outras investigações. Mas a finalização se faz necessária. Consideramos a metodologia de resolução de problemas processual, por vezes complexa e estimuladora da aprendizagem de conteúdos e conceitos da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento, a formação escolar e social do aluno/cidadão.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodicação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. Rio Claro: IGCE, UNESP, 1998. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). p. 16-36.

AZERÊDO, M. A. de. **As representações semióticas de multiplicação:** um instrumento de mediação pedagógica. Tese (Doutorado) Universidade Federal da Paraíba, CE. João Pessoa, 2013. 282f.

BATISTA, A. M. da S. B. **A influência dos suportes de representação na resolução de problemas com estruturas multiplicativas**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Pernambuco. Pós-Graduação em Psicologia. Recife, 2002. 180f.

BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Operações na resolução de problemas / Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral –DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental –COEF. **Elementos Conceituais e Metodológicos para definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional:** considerações sobre o ensino-aprendizagem. Rio Claro: UNESP, 1997. (Dissertação de Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosóficos-científicos). p. 2-47.

CAI, J. Commentary on Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion. In: **Theories of Mathematics Education:** seeking new frontiers. Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010. p. 251-258.

CARVALHO, M. **Problemas? Mas que problemas?!:** estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. 3ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

CAVALCANTI, C. T. Diferente Formas de Resolver Problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 121-149.

CHICA, C. H. Por que Formular Problemas?. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 151-173.

CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa:** escolhendo entre cinco abordagens. Tradução: Sandra Mallmann da Rosa; revisão técnica: Dirceu da Silva. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas em Matemática**. São Paulo/SP: Ática, 2000.

DINIZ, M. I. S. V. A metodologia Resolução de Problemas. **Revista do professor de Matemática – RPM.** São Paulo, n. 18, p. 12 – 19, 1991.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 87-97.

DOMITE, M. D. C. Formulação de problemas e educação matemática: a quem compete? **Revista Movimento**. Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense, n. 14, p. 24-37, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia de Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 37ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2008.

GITIRANA, et al. **Repensando multiplicação e divisão:** contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. Ed. São Paulo: PROEM, 2014.

GROSSI, E. P. Dificuldades com os dias contados. In: **GÉRARD VERGNAUD:** o campo conceitual da multiplicação. (Seminário Internacional sobre Didática da Matemática). São Paulo e Porto Alegre: GEEMPA, 2001.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica**: do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MUNIZ, C. A. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: GUIMARÃES, R. B. (Org). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização.** Recife: SBEM, 2009, p. 101-118. (Coleção SBEM; v.6)

NCTM. **An agenda for action**. Reston: NCTM, 1980.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. v. 25, n. 41, Rio Claro (SP): UNESP–IGCE, dez. 2011 p. 73-98.

OLIVEIRA, M. M. de. **Projetos, relatórios e textos na educação básica:** como fazer. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Jaineiro: Interciência. 1995.

RABELO, E. H. **Textos matemáticos:** produção, interpretação e resolução de problemas. 3. Ed. ver. e ampl. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

SILVA, J. R. da. **A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2014. 151f.

SMOLE, K. S. Textos em Matemática: Por Que Não?. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 29-68.

STAREPRAVO, A. R. **A multiplicação na escola Fundamental I**: análise de uma proposta de ensino. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010. 262p.

TOLEDO, M. B. A.; TOLEDO, M. A. **Teoria e prática de matemática:** como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. Desenvolvendo Significados para as Operações. In: VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, p. 1-26. 1993.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lucia Faria; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VYGOTSKY, L. V. **Psicologia pedagógica**. Tradução do russo e introdução de Paulo Bezerra. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANEXOS

Atividade 1

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA
Sondagem de turma do 5º ano para pesquisa de Mestrado

1) Leia os problemas abaixo e resolva-os:

a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há na sala de aula? [49]

b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997).

c) Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta? (BRASIL, 2014).

d) 3 crianças têm, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas têm juntas? (BOTTA, 1997).

Referências

BOTTA, Luciene Souto. **Números racionais e raciocínio proporcional:** considerações sobre o ensino-aprendizagem. Rio Claro: UNESP, 1997. (Dissertação de Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosóficos-científicos). p. 47.

BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Operações na resolução de problemas / Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

---

[49] Problema adaptado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos inicias do Ensino Fundamental, 1997.

Atividade 2

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. Felipe precisa distribuir 72 ovos em 6 caixas de modo que não sobrem ovos e todas as caixas tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos Felipe deverá colocar em cada caixa? Explique como você pensou para responder o problema. [50]

2. João precisa guardar 90 bananas em caixas iguais. Cada caixa deverá conter 18 bananas e não devem sobrar bananas. Quantas caixas serão necessárias? Explique como você pensou para responder o problema. [51]

3. A mãe de Júlia trabalhou 25 horas por semana em um supermercado durante 8 semanas. Quantas horas ela trabalhou? Explique como você pensou para responder o problema. [52]

4. No pátio da escola acontecerá uma amostra cultural. Há 13 filas de cadeiras. Em cada fila há 9 cadeiras. Qual é o total de cadeiras no pátio? Explique como você pensou para responder o problema. [53]

---

[50] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[51] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[52] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[53] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Atividade 3

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1.Um professor de Educação Física da Escola Municipal de Ensino Fundamental promoverá um campeonato de futebol. Irão participar desse campeonato 99 alunos. Em cada time deverá ter 11 jogadores, quantos times terá o campeonato? [54]

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

2.Marcela quer comprar 4 canetas coloridas. Cada caneta custa R$ 1,30. Quanto Marcela pagará por essas 4 canetas? [55]

Reescreva o problema acima alterando os seus dados numéricos e responda-o.

[54] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[55] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Atividade 4

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1) Seu João trabalha entregando leite. Por dia ele entrega leite em 3 locais diferentes na cidade. Em cada local é entregue 6,2 litros de leite. Quantos litros de leite ele entrega em um dia? [56]

a) Em 2 dias seu João entrega quantos litros de leite?

b) Em 4 dias seu João entrega quantos litros de leite?

c) Sabendo que seu João não entrega leite aos sábados e aos domingos. Em 2 semanas seu João entregará quantos litros de leite?

2) A mãe de Gustavo comprou 20 copos de vidro. Ela quer dividi-los igualmente para guardar em seu armário que tem 4 prateleiras. Quantos copos a mãe de Gustavo vai colocar em cada prateleira? [57]

[56] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[57] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Atividade 5

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. A mãe de Arthur gastou 24 reais na compra de pacotes de meia que custavam 4 reais cada pacote. [58]

a) Quantos pacotes de meia a mãe de Arthur comprou?

b) Arthur tem mais 2 irmãos com quem dividirá os pacotes de meia igualmente. Com quantos pacotes de meia cada um ficará?

c) Supondo que a mãe de Arthur tivesse comprado os 6 pacotes de meia por R$ 3,50 quanto ela teria gastado?

2. Elabore uma situação problema envolvendo a multiplicação e a responda.

[58] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Atividade 6

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. Na festa de uma das turmas da escola, formou-se 12 casais diferentes para dançar. Havia 3 moças. Todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes? [59]

2. O pai de Marta vende laranjas. As laranjas já são arrumadas em montinhos (em saquinhos de rede). Numa quarta-feira o pai de Marta vendeu 36 laranjas em saquinhos. Em cada saquinho foram colocados 4 laranjas. [60]

a) Quantos saquinhos de laranjas foram vendidos?

b) Elabore mais um problema ainda sobre a venda de laranjas do pai de Marta.

---

[59] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

[60] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de ser trabalhado na investigação.

Atividade 7

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo? [61]

[61] Problema retirado do livro de DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas em Matemática**. São Paulo/SP: Ática, 2000.

Atividade 8

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar dois apertos de mãos com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo? [62]

2. Na turma do 5º Ano há 33 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo? [63]

---

[62] Exploração de problema pela pesquisadora.

[63] Exploração de problema pela pesquisadora.

Atividade 9

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA

1. Estão construindo um condomínio vertical (prédio) residencial no centro de Campina Grande/PB. O condomínio terá 20 andares. Em cada andar haverá 2 apartamentos. Sendo que os apartamentos do 1º ao 10º andar terão 2 quartos e os apartamentos do 11º ao 20º andar terão 3 quartos. Quantos quartos ao todo terá o condomínio? [64]

2. Elabore uma questão problema ainda sobre o condomínio vertical residencial e resolva-a.

[64] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

Atividade 10

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
SHEILA VALÉRIA PEREIRA DA SILVA
Sondagem final da turma do 5º ano para a pesquisa de Mestrado

1) **Leia os problemas abaixo e resolva-os:**

a) Gustavo pesa 31 quilos. Daniel pesa o triplo de Gustavo. Qual é o peso de Daniel? [65]

b) Para a confraternização de final ano da escola foi oferecido um almoço aos alunos. A turma do 5º Ano foi acomodada em uma das salas de aula da escola para o momento do almoço. Foram organizadas 3 mesas em filas com o mesmo número de cadeiras para acomodar os 33 alunos. Ficaram quantos alunos por mesa? [66]

c) Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usa-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir? [67]

[65] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

[66] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.

[67] Problema elaborado pela pesquisadora com a intenção de trabalhado na investigação.