UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CARLOS ALEX ALVES

OS SABERES MOBILIZADOS POR FUTUROS PROFESSORES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA ENVOLVENDO A FUNÇÃO AFIM

CAMPINA GRANDE – PB
Novembro - 2015

CARLOS ALEX ALVES

OS SABERES MOBILIZADOS POR FUTUROS PROFESSORES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA ENVOLVENDO A FUNÇÃO AFIM

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

Área de Concentração: Educação Matemática
Orientadora: Prof. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

CAMPINA GRANDE – PB

Novembro - 2015

A474q Alves, Carlos Alex.
Que saberes são mobilizados quando futuros professores vivenciam atividades de modelagem matemática? [manuscrito] / Carlos Alex Alves. - 2015.
158 p.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, 2015.
"Orientação: Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa".

1. Educação matemática. 2. Modelagem matemática. 3. Formação de professores. 4. Mobilização de saberes. I. Título.
21. ed. CDD 372.7

CARLOS ALEX ALVES

OS SABERES MOBILIZADOS POR FUTUROS PROFESSORES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA ENVOLVENDO A FUNÇÃO AFIM

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Profissional) da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

Área de Concentração: Educação Matemática
Orientadora: Prof. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

Aprovado em: 13 / 11 / 2015

Banca Examinadora

Cibelle de Fátima Castro de Assis

Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro de Assis - Orientadora
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Rogéria Gaudencio do Rêgo

Prof.ª Dr.ª Rogéria Gaudencio do Rêgo - Examinadora Interna
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Jamilson Ramos Campos

Prof. Dr. Jamilson Ramos Campos - Examinador Externo
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

CAMPINA GRANDE – PB

Novembro - 2015

Dedicatória

Dedico este trabalho as mulheres da minha vida: minha mãe Aldeiza Custódio da Silva Alves, minha esposa Jacilene Pereira Alves e minha filha Alice Isabelle Alves, pelos incentivos, carinhos e apoios irrestritos, propiciando minha vitória nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente **ao Senhor Jesus, meu Deus maravilhoso,** pelo seu genuíno auxílio que esteve comigo ao longo de todo trabalho desenvolvido, pela Sua multiforme sabedoria, fundamental para escrever cada pensamento contido neste trabalho, e também pela Sua constante força que esteve comigo todos os dias e noites na conclusão deste trabalho.

Aos **meus pais e demais familiares,** por estarem juntos comigo nessa empreitada, acreditando em minha capacidade e também investido em minha carreira profissional.

À minha esposa **Jacilene Pereira da Silva**, por ter sido minha fiel amiga e companheira durante a realização do mestrado.

Aos irmãos em Cristo e amigos verdadeiros, **Ricardo e Rossano**, pela hospitalidade concedida em Campina Grande-PB nos momentos de necessidade.

À **Profª Drª. Cibelle de Fátima Castro Assis**, minha orientadora, pelo acolhimento e dedicação no cumprimento deste trabalho. E principalmente por ser um grande exemplo de educadora por amar o que faz e a quem devo muito do que aprendi sobre pesquisar e produzir.

Aos demais **professores participantes da banca examinadora**, pelas contribuições de melhoria para o trabalho.

Aos **companheiros do PIBID** atuantes na E.E.E.F.M Professor Luiz Gonzaga Burity que prontamente participaram da pesquisa.

Ao **professor Dr. Rômulo Marinho do Rêgo** pela colaboração na idealização deste trabalho e também pelas disciplinas ministradas a mim durante o mestrado. Devo muito do que aprendi no mestrado a este grande educador matemático.

À **Profª Drª. Francisca Terezinha Oliveira Alves** pelo carinho, incentivos e presença na minha carreira acadêmica desde a Graduação.

Ao colega de turma **Tiêgo dos Santos Freitas,** pelo companheirismo acadêmico e vínculos de amizade construídos ao longo do mestrado.

Aos **professores e colegas** do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias, desafios e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados;

Ao **corpo docente** do Curso de Matemática da UFPB – Campus IV – Litoral Norte por serem os primeiros construtores da minha trajetória acadêmica.

Sinceramente, muito obrigado a todos!

E é por intermédio de Cristo que temos tal confiança em Deus; não que, por nós mesmos, sejamos capazes de pensar alguma coisa, como se partisse de nós; pelo contrário, a nossa suficiência vem de Deus (...).

2 CORÍNTIOS 3: 4-5

RESUMO

O presente trabalho abrange uma pesquisa de Mestrado Profissional que discute aspectos teóricos e metodológicos envolvendo a Modelagem Matemática e a formação de professores de Matemática no campo dos saberes docentes. O objetivo geral da pesquisa é investigar quais os saberes docentes mobilizados por futuros professores ao vivenciarem atividades de Modelagem Matemática envolvendo o conteúdo matemático Função Afim. Os principais teóricos que embasaram a pesquisa foram Barbosa (2001; 2004) e Tardif (2002). A metodologia empregada foi um estudo de caso com alunos e ex-alunos do programa PIBID de Matemática desenvolvido em uma escola da rede estadual de ensino do município de Rio Tinto e a análise dos dados assumiu uma proposta qualitativa. Utilizamos como instrumentos de produção de dados um questionário diagnóstico e duas atividades de Modelagem Matemática com os temas "consumo de água na fatura doméstica" e "consumo consciente de energia elétrica", ambas envolvendo o conteúdo Função Afim. Os dados recolhidos foram tabulados e analisados mediante o estabelecimento de três categorias principais de saberes docentes: Saberes de Modelagem Matemática, Saberes da formação do professor de Matemática para Modelagem e Saberes da sociedade. Os resultados revelaram a mobilização predominante de saberes pertinentes às duas primeiras categorias e possibilitou a percepção dinâmica deles frente o contexto das atividades de Modelagem que foram desenvolvidas. Concluímos que a formação profissional do professor de Matemática em relação à Modelagem para atuar na Educação Básica deve agregar aos Saberes de Modelagem, os Saberes da docência e os Saberes da sociedade, que compreende, também, o ambiente escolar e contexto dos estudantes. Por fim, apontamos que um ambiente de Modelagem pode se configurar em um dispositivo para a formação de futuros professores de Matemática e a descrição de saberes mobilizados e não mobilizados em um elemento de avaliação da qualidade desse processo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Formação de Professores. Mobilização de Saberes.

ABSTRACT

This work is a professional master's research that discusses theoretical and methodological aspects involving Mathematical Modeling and training of mathematics teachers in the field of teaching knowledge. The main objective of this research is to investigate which knowledges are mobilized for future teachers when they are involved in the Modeling activities about mathematical content Function. The main theoretical framework that supported the research were Barbosa (2001, 2004) and Tardif (2002). The methodology used was a case study with students and ex- students of program PIBID of Mathematics developed at a public school of the Mamanguape municipality and the data analysis took a qualitative proposal. We used as instruments of production data a questionnaire and two Mathematical Modeling activities about issues related with water consumption in domestic context and aware of eletric energy consumption involving the Function content. The data collected were tabulated and analyzed by establishing three main categories of teacher knowledge: Knowledge of Mathematical Modeling, Knowledge of teacher of Mathematics for Modeling and Knowledge Society. The results revealed the predominant mobilization of relevant knowledge to the first two categories and enabled the dynamic perception of them facing the context of Modeling activities that have been developed. We conclude that the professional training of teachers of Mathematics to Modeling in Basic Education should add to Knowledge Modeling the Knowledge of teaching and Knowledge Society which also includes the school environment and context of students. Finally, we point out that a Modeling environment as developed can be configured on a device for the training of future teachers of Mathematics and also the description of mobilized (or not) knowledge can be un elemento of evaluation of the quality of this process.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Teacher training. Knowledge Mobilization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A temática Modelagem Matemática tem sido objeto de estudo por professores, pesquisadores e educadores matemáticos há pelo menos 20 anos. A pretensão central dos trabalhos desenvolvidos consiste na busca por práticas educacionais que qualifiquem o ensino-aprendizagem de Matemática e a formação sócio-cultural e tecnológica do cidadão frente à sociedade pós-moderna (BARBOBA, 2001; BASSANEZI, 2011; BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

O envolvimento e o interesse de matemáticos ditos puros ou aplicados e de educadores matemáticos pela modelagem matemática têm gerado múltiplas facetas e ajustes em suas concepções e conceitualizações, considerando e respeitando os objetivos de trabalho, os agentes envolvidos e os contextos vislumbrados.

Conforme o campo teórico-metodológico no cenário mundial e nacional, a modelagem matemática apresenta atualmente três tendências ou vertentes principais de trabalho. Tratam-se: da corrente científica; da corrente pragmática; e da corrente sócio-crítica. Estas tendências apresentam relações diretas com as perspectivas da Matemática Pura; da Matemática Aplicada; e da Educação Matemática, respectivamente, e tem implicações conceituais e curriculares referentes à sua implementação no espaço educativo (BARBOSA, 2004).

As linhas conceituais, como veremos adiante, apontam definições diferenciadas para a modelagem matemática. Ela pode ser entendida como uma arte de elaborar e analisar modelos matemáticos a partir de uma perspectiva interdisciplinar e/ou intradisciplinar; pode ser entendida como uma metodologia de ensino-aprendizagem e também pode ser entendida como um ambiente de aprendizagem. Ideias envolvendo a resolução de problemas e a Etnomatemática também estão em interseção com a modelagem matemática.

Em linhas curriculares, reflexões sobre como implementar a modelagem nas aulas de matemática têm sido travadas nos debates teóricos. Autores como Barbosa (2001), Ribeiro (2008) e Bassanezi (2011), apontam que é possível superar as dificuldades postas pelo atual sistema educacional e explorar a modelagem matemática tanto na Educação Básica quanto na Educação Superior. Nesta ótica, percebemos a modelagem matemática situada no currículo escolar e no estudante. Entretanto, entendemos que é necessário reunir esforços e situá-la também no professor, já que não é observado um quantitativo significativo de pesquisas acadêmicas acerca da modelagem matemática na formação do professor que ensina matemática (BARBORSA, 2001; BIENBENGUT, 2009).

Como consequencia do exposto, questiona-se como podem professores de matemática que não receberam formação profissional em relação à modelagem matemática fazer uso dela em suas práticas pedagógicas? Como futuros professores de matemática podem inserir a modelagem matemática em suas futuras práticas profissionais se ela não for abordada na licenciatura? Tais perguntas indicam que a formação profissional em relação à modelagem matemática precisa discutir sobre o repertório de saberes necessários para a sua implementação em sala de aula. A necessidade de travar este debate é relevante pela própria essência da modelagem matemática e também pelas demandas do ofício da docência.

Nessa perspectiva, este trabalho é dedicado principalmente aos professores, aos pesquisadores e aos educadores matemáticos interessados pela modelagem matemática e preocupados com a formação dos futuros professores. Buscaremos ao longo deste trabalho fomentar uma discussão teórico-metodológica envolvendo modelagem matemática e formação de professores de matemática no campo dos saberes docentes à medida que futuros professores em formação vivenciam a modelagem matemática como ambiente de aprendizagem situada na corrente sócio-crítica.

Tratamos de organizar este trabalho em cinco Capítulos. No primeiro Capítulo, cuidamos de apresentar nossa pesquisa em linhas gerais, possibilitando ao leitor uma breve "viagem" sobre os motivos, intentos e fundamentos teórico-metodológicos que constituem este trabalho. No segundo Capítulo, apresentamos os pressupostos teóricos que embasam nossa pesquisa. Assim sendo, falaremos sobre a modelagem matemática em diferentes perspectivas: da matemática pura; da matemática aplicada; da educação matemática; escolar e curricular; da formação de professores; e dos saberes docentes. No terceiro Capítulo, apresentamos os caminhos construídos para o desenvolvimento de nossa pesquisa. Assim, falaremos de pesquisa descritiva, abordagem qualitativa, estudo de caso e instrumentos de produção/coleta de dados.

No quarto Capítulo, trazemos os resultados da nossa investigação apresentando os saberes mobilizados pelos futuros professores ao vivenciarem atividades de modelagem matemática. Finalizando nas Considerações Finais, apresentamos as conclusões da nossa investigação a paritr das questões norteadoras desta pesquisa e registramos possibilidades futuras de investigação.

CAPÍTULO 1 - SITUANDO A PESQUISA

1.1. Demarcando a gênese da pesquisa

A gênese desta pesquisa emergiu de uma vivência educativa entre professores de Matemática de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio e Licenciandos do Curso de Matemática do Campus IV, no contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID[1]), sendo as instituições localizadas no município de Rio Tinto no Litoral Norte da Paraíba.

Considerando o curso de licenciatura em matemática do campus IV, o projeto PIBID é desenvolvido na EEEFM Professor Luiz Gonzaga Burity desde maio de 2010, conforme o Edital nº018/2010 da CAPES, encerrando suas atividades em fevereiro de 2014. Sequencialmente teve novo projeto aprovado no mês de março do referido ano, conforme o Edital nº61/2013 DA CAPES, com duração de mais quatro anos. No contexto do programa diversas atividades são desenvolvidas, tais como: plantão tira – dúvidas; oficinas pedagógicas; e preparação para o Exame Nacional do Ensino Médio –ENEM, sob a orientação de duas professoras do curso de licenciatura em matemática do campus IV.

À época da primeira versão do programa, quinze alunos bolsistas atuavam exclusivamente de forma semanal, nos turnos da manhã e da tarde, quando tivemos a experiência de ser supervisor por atuar como professor na escola.

No primeiro edital do PIBID, o programa teve o título “A Licenciatura, o Ensino Médio e a Formação do Professor” e apresentava como objetivo geral contribuir para a melhoria da formação inicial do professor nos cursos de licenciatura e da formação continuada dos professores da Educação Básica. Mediante reflexões e debates ao longo da sua execução, com o novo edital nº61/2013, o título do novo projeto passou a ser "A

[1] O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID funciona sob responsabilidade da Diretoria de Educação Básica Presencial – DEB da Capes e na UFPB, envolve vinte cursos de Licenciatura à saber, Ciências Biológicas, Física, Geografia, Química, Matemática, Ciências Sociais – Sociologia, História, Letras Inglês, Letras Português, Filosofia, Música, Educação Física, Artes Virtuais, Dança, – Campus I; Ciências Biológicas e Química – Campus II; Pedagogia – Campus III; Ciência da Computação, Matemática e Pedagogia – Campus IV.

Licenciatura, o Ensino Básico e a Formação de Professores". Em consulta ao projeto institucional do programa, destacamos alguns dos seus objetivos principais[2], à saber:

> I - Elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre a educação superior e a educação básica;
> II - Inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem;
> III - Incentivar as escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como co-formadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério.

Mediante o contexto das ações do PIBID na escola e frente aos seus objetivos, presumimos que o trabalho colaborativo/investigativo mediatizado pela modelagem matemática é uma possibilidade plausível para estimular a formação inicial e/ou continuada de professores, tendo em vista qualificar a pesquisa, as práticas de ensino inovadoras e o desenvolvimento profissional.

1.2. Problemática e Justificativa da pesquisa

A opção pela temática da pesquisa agrega razões de natureza pessoal, profissional e científica. As razões pessoais estão não apenas no interesse pela temática "A formação do professor que ensina matemática", mas na criticidade sobre sua formação profissional, sobretudo, no que tange os saberes necessários à docência, para a modelagem matemática e para o processo de ensino-aprendizagem de matemática de forma significativa e contextualizada.

Enquanto professor de matemática, a razão profissional deve-se ao nosso envolvimento no programa e a nossa curiosidade epistemológica frente ao cumprimento de seu objetivo geral e à nossa assunção como professores investigadores de nossa própria prática.

---

[2] Portaria Capes nº 96/2013. Para mais detalhes sobre o Regulamento do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) 2013, consultar o site da Capes e a Portaria citada: https://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria_096_18jul13_AprovaRegulamentoPIBID.pdf

Questões de cunho científico associadas com a necessidade de compreender que relações existem entre a Universidade, a Escola, o professor e/ou futuro professor de matemática, a modelagem matemática e os saberes mobilizados em sua execução face à formação profissional, também determinaram a escolha do tema desta pesquisa.

Estudar e investigar sobre tal temática é importante por diversos motivos. Um deles diz respeito à formação inicial que vem sendo oferecida ao futuro professor na universidade. Considerando a licenciatura em matemática, por exemplo, o quadro tem repercutido no debate teórico e os fatores são plurais. Conforme Bassanezi (2011), as discussões acerca dos fundamentos da matemática e a dualidade entre a matemática pura que preserva o estilo formalista e, consequentemente, descontextualizado do mundo sensível ou real, e a matemática aplicada, que evoca a aplicação da matemática em outras áreas de conhecimento, têm influenciado a maneira como a matemática vem sendo ensinada nos cursos de Graduação. Parafraseando algumas palavras sobre o assunto, Bassanezi (2011) nos diz que:

> [...] As disciplinas oferecidas nos cursos de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é formar docentes para o ensino fundamental e médio, continuam funcionando no estilo clássico formalista. Sem dúvida, aproximando nossa afirmação do terreno das conjecturas, com tal formação purista, os futuros profissionais só podem reconhecer a utilidade da Matemática na capacidade desta de ensinar a pensar e raciocinar com precisão (BASSANEZI, 2011, p. 179).

Desta forma, o autor aponta que a formação profissional não tem corroborado para que o futuro professor e o educando construam uma postura crítica e reflexiva sobre a utilidade da matemática fora do seu campo restrito e menciona que não se pode esperar outra postura senão esta. Além disso, defende a necessidade de se criticar e repensar o currículo da licenciatura em matemática a partir de dois questionamentos singulares: “[...] o que o professor do ensino fundamental e médio deve conhecer para ser um bom professor de matemática?" (BASSANEZI, 2011, p. 180) e “como ensinar matemática de maneira que se torne um assunto agradável para a maioria, incluindo alunos e professores?" (BASSANEZI, 2011, p. 177).

O primeiro questionamento apresentado abrange a estrutura curricular e o segundo contempla os aspectos relativos ao como ensinar. O autor entende por agradável para os alunos e professores aquele ensino que apresenta uma matemática funcional, útil, aplicável, formal, bonita e elegante. Para ele, a matemática deve ser ensinada de forma equilibrada no que tange às suas especificidades formalistas e as suas especificidades aplicáveis.

Em resposta a esses questionamentos, concordamos com o autor e situamos a modelagem matemática como uma alternativa significativa para colaborar com a formação profissional e com a melhoria do processo de ensino-aprendizagem de matemática, pois seu desenvolvimento em sala de aula exige, tanto por parte do professor quanto por parte do estudante, saberes plurais e heterogêneos. Além disso, presume um trabalho reflexivo, crítico, dinâmico e colaborativo.

Desta forma, a importância e a inclusão da modelagem matemática na formação do professor de matemática justificam-se pela necessidade de formarmos profissionais críticos, ativos politicamente na sociedade e capazes de utilizar a matemática dentro da matemática, fora da matemática e também nos acontecimentos e debates socioculturais (BARBOSA, 2004; BASSANEZI, 2011).

Assim, acreditamos que com esse estudo podemos contribuir com questões da área da educação matemática fortalecendo-a enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos à medida que: i) discutimos a formação profissional de docentes e licenciandos de matemática através da modelagem matemática e seus saberes necessários para o desenvolvimento em sala de aula, investigando sobre como formar profissionais melhor preparados para atuarem criticamente na sociedade e exercerem a cidadania; ii) dialogamos com a escola e com a licenciatura no tocante à melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática, ao passo que também se incentiva o trabalho colaborativo em favor da educação matemática do professor, do futuro professor e do aluno; iii) encorajamos licenciados e alunos a se tornarem professores e pesquisadores, quer sejam de sua prática ou de outras práticas.

Neste contexto, nos questionamos: como professores de matemática e futuros professores que não receberam formação profissional (continuada ou inicial) em relação à modelagem matemática podem fazer uso dela em suas práticas pedagógicas? Julgamos, então, que seja necessário buscarmos respostas para a seguinte questão norteadora: **que saberes matemáticos e de outros domínios precisam ser incorporados e desenvolvidos na formação profissional de um professor de matemática em relação à modelagem, com vistas a práticas significativas na Educação Básica?**

1.3. Apresentando os objetivos da pesquisa

Por se tratar de uma pesquisa de Mestrado Profissional nossa investigação contempla objetivos de cunho teórico e de cunho pedagógico. Os objetivos de cunho teórico estão vinculados à nossa problemática de investigação, enquanto que os objetivos de cunho pedagógico estão atrelados ao desenvolvimento de um produto didático.

Nesse sentido, delimitamos como objetivo geral da pesquisa: **Investigar saberes docentes para o desenvolvimento da Modelagem Matemática na Educação Básica mediante a vivência de atividades envolvendo o conteúdo matemático de Função Afim.**

Em linhas fracionárias, tentaremos atingir esse objetivo mediante o cumprimento dos seguintes objetivos específicos:

- Identificar saberes prévios de futuros professores sobre a modelagem matemática envolvendo o conteúdo matemático função afim;
- Interpretar a experiência coletiva de futuros professores com atividades de modelagem matemática envolvendo o conteúdo função afim;
- Descrever saberes mobilizados de futuros professores ao vivenciarem uma proposta de ensino com atividades de modelagem matemática envolvendo o conteúdo função afim.

O objetivo geral da pesquisa aponta para o desenvolvimento de uma proposta de ensino para professores e estudantes do Ensino Médio e constitui-se um produto do nosso trabalho. Assim, em linhas curriculares esta proposta de ensino está inspirada na modelagem matemática com aplicações do conteúdo matemático função afim e abrange duas atividades envolvendo os temas “Consumo de água na fatura doméstica” e “Consumo consciente de energia elétrica”.

1.4. Apresentando as bases teóricas e metodológicas da pesquisa

Nossa investigação sobre a Modelagem Matemática contempla a consulta de alguns teóricos que tratam deste tema face à matemática pura, a matemática aplicada e, sobretudo, face à educação matemática. Dentre eles, estão Barbosa (2001; 2004);

Bassanezi (2011); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Biembengut e Hein (2013) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013).

Em consonância com nossos objetivos de investigação, optamos por estabelecer nosso referencial teórico tendo em vista as ideias compartilhadas por Barbosa (2001; 2004). Em suma, nossa intenção primordial ao propor atividades de modelagem matemática para futuros professores de matemática envolve aprender matemática e indagar acerca do seu papel nos debates sociais. Nesse sentido, elaborar os modelos matemáticos no contato com as atividades de modelagem são intenções relevantes, mas secundárias. Portanto, recorremos à perspectiva de modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem.

Por outro lado, nossa investigação contempla a formação profissional de futuros professores de Matemática no campo dos saberes docentes. Em outras palavras, envolve saberes de modelagem na formação inicial de professores de matemática. Nesse sentido, optamos pelas ideias desenvolvidas por Tardif (2002). Este autor discute formação profissional e saberes docentes motivado pelo seguinte questionamento: quais são os saberes necessários para um professor atuar na docência?

Além disso, este autor discorre sobre a ideia de mobilização de saberes no trabalho docente como sendo um processo dinâmico e criativo de movimento, renovação, construção e valorização de todos os saberes docentes.

Assim sendo, de modo semelhante, pretendemos com esta investigação fomentar o debate teórico acerca dos saberes necessários ao ensino dos conteúdos matemáticos através da modelagem matemática e categorizar os saberes mobilizados pelos futuros professores nas atividades de modelagem realizadas nos casos particulares analisados.

1.5. Os caminhos pensados e construídos para a pesquisa

Pensar e construir caminhos para uma pesquisa científica significa estabelecer suas bases metodológicas. Significa adotar um tipo de investigação em consonância com os objetivos almejados na pesquisa e com os procedimentos técnicos, bem como estabelecer instrumentos de coleta e de análise de dados.

Nesse sentido, situamos a presente investigação como sendo uma pesquisa descritiva de abordagem qualitativa contendo um estudo de caso com alunos pibidianos e está teoricamente embasada nas ideias de Bogdan e Biklen (1994), Gil (2001), Yin (2005), Ponte (2006) e Costa e Costa (2012).

Quanto aos co-participantes da pesquisa, optamos por escolher entre alunos e ex alunos licenciandos (e licenciados) em matemática da UFPB do campus IV que integram (ou integraram) o PIBID entre os anos 2010-2015 e que atuam (ou atuaram) na EEEFM Professor Luiz Gonzaga Burity. Essses participantes da pesquisa foram referenciados no nosso trabalho como pibidiano A, B, C, D, E e F, respectivamente. Por se tratar de um estudo de caso qualitativo, consideramos este número significativo tanto para o desenvolvimento das atividades quanto para a análise dos dados produzidos e recolhidos. Mais detalhes sobre os participantes desta pesquisa serão apresentados no Capítulo 3.

Os dados da pesquisa foram produzidos a partir de um questionário diagnóstico inicial e de duas atividades de Modelagem Matemática orientadas pelo pesquisador. Os momentos das atividades foram registrados por áudio e vídeo.

O questionário diagnóstico foi respondido individualmente pelos co-participantes da pesquisa com base em suas experiências na Licenciatura em Matemática, no PIBID e/ou na docência (Apêndice A). Detalhes da construção deste questionário serão apresentados no Capítulo 4.

As atividades de Modelagem construídas foram inspiradas na temática do consumo consciente de água e de energia e na possibilidade de aplicar a Função Afim como ferramenta matemática para a compreensão da problemática.

A primeira atividade de modelagem foi pautada no tema **Consumo de água na fatura doméstica** e a segunda, por sua vez, envolveu o tema **Consumo consciente de energia elétrica.** As propostas completas estão nos Apêndices B e C deste trabalho e serão apresentadas com detalhes no Capítulo 4.

Assim sendo, buscamos analisar os dados produzidos e recolhidos mediante o estabelecimento das seguintes categorias: (i) Saberes de modelagem matemática; (ii) Saberes da formação do professor de matemática para modelagem; e (iii) Saberes da sociedade. Estas categorias foram construídas a partir das contribuições de Skovsmose (1990) *apud* Barbosa (2001, p. 4) e Tardif (2002). Detalhes sobre estas questões metodológicas serão tratadas no Capítulo 3 deste trabalho.

CAPÍTULO 2 - A MODELAGEM MATEMÁTICA EM BASES TEÓRICAS

2.1 A Modelagem Matemática na perspectiva da Matemática Pura e Aplicada

> A Matemática Aplicada moderna pode ser considerada como a *arte de aplicar matemática a situações problemáticas*, usando como processo comum a modelagem matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na *atitude de se pensar e fazer matemática* (BASSANEZI, 2011, p. 32).

Em sua essência, a modelagem matemática é tão antiga quanto a própria Matemática. De fato, a prática de desenvolver modelos matemáticos que representem satisfatoriamente as características do mundo real sempre foi uma das principais tarefas do ser humano em sua história de vida. Povos antigos como os egípcios, os babilônicos e os gregos já utilizavam empiricamente processos de modelagem como ferramenta para a manutenção da vida e também para o entendimento de fenômenos da natureza (BIEMBENGUT; HEIN, 2013).

Os egípcios, por exemplo, desenvolveram modelos na arquitetura, na Engenharia, na Trigonometria, na Geometria e na Astronomia. Os gregos, por sua vez, são os grandes modeladores da antiguidade, como Tales de Mileto (624-546 a.C.), Pitágoras (570-495 a.C.), Platão (427-347 a.C.), Aristóteles (384-322 a.C.), Euclides (325-265 a.C.), Aristarco de Samos (310-230 a.C.), Arquimedes (287-212 a.C.), entre outros.

Além destes, podemos mencionar os grandes modeladores renascentistas, como Leonardo da Vinci (1452-1519), Nicolau Copérnico (1473-1543), Michellangello (1475-1564), Galileu Galilei (1564-1642), Johannes Kepler (1571-1630), René Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1642-1727), Albert Einstein (1879-1955), entre outros. Estes modeladores-cientistas desenvolveram modelos nos campos da Pintura, da Matemática, da Física e da Astronomia que revolucionam as investigações científicas nos séculos XV a XX (ROSA, 2014).

Atualmente, a modelagem matemática perpassa os campos científicos de ensino e pesquisa dentro da matemática pura, dentro da matemática aplicada e, mais recentemente, dentro da educação matemática. Sua concepção e funcionalidade variam segundo o campo de estudo no qual ela é contemplada, analisada e aplicada. Sem perder de vista nossa problemática de investigação, faremos em seguida algumas considerações a esse respeito.

Em seus fundamentos filosóficos, os debates teóricos sobre a existência e a natureza do conhecimento matemático têm estruturado a Matemática dentro de duas ideias essenciais: de um lado, vemos a Matemática sendo entendida como uma ciência que não necessita retribuir coisa alguma ao mundo externo à ela; de outro lado, verificamos a Matemática sendo concebida como uma ciência instrumental e unificadora capaz de subsidiar o desenvolvimento científico e empírico de outras áreas de conhecimento (BASSANEZI, 2011).

Nesse sentido, a matemática vem sendo associada dentro de três termos adjetivados por pesquisadores e educadores matemáticos: de um lado compartilhamos de uma matemática dita pura e de outro, compartilhamos de uma matemática dita aplicada. E mais recentemente, ainda podemos mencionar uma matemática que privilegia a educação matemática do cidadão com vistas a sua vivência ativa e transformadora na sociedade.

De fato, embora a matemática seja o ponto de intersecção dos pesquisadores e educadores matemáticos, existem contrastes entre o matemático puro, o matemático aplicado e o educador matemático, pois a figura, o perfil e o papel de cada um deles frente ao saber matemático divergem nitidamente em termos de atuação profissional.

Muitas ideias matemáticas surgiram de abstrações sobre situações empíricas. Estas, por sua vez, são refinadas, aprimoradas e distanciadas do contexto de origem. Portanto, se tornam menos significativas para aqueles que estão em contato com elas, pois precisam abstraí-las de mentefatos e não de objetos concretos ou artefatos. É nesse movimento que se constitui a matemática dita pura e, consequentemente, o matemático puro (BASSANEZI, 2011).

Considerando seus fundamentos filosóficos e a literatura específica, podemos inferir que a Matemática pura conserva principalmente o formalismo e o platonismo. Assim sendo, temos os matemáticos puros formalistas que defendem a construção e a sistematização do conhecimento matemático através de axiomas, definições, teoremas e mecanismos lógico-dedutivos e os matemáticos puros platonistas, aqueles que rejeitam a ideia de construção/intuição e adotam a ideia de descoberta dos objetos matemáticos através da razão. Nesse sentido, podemos dizer que a matemática pura "constrói ou descobre objetos de estudos próprios, tratando-os como entes ideais, abstratos/interpretados, existentes/criados apenas na mente humana, isto é, construídos de modo conceitual"(BASSANEZI, 2011, p. 172).

Desta forma, a maior parte do conhecimento matemático produzido pelos chamados puristas tem por finalidade atender interesses próprios da matemática; eles são produzidos dentro do terreno da matemática e subsidiam a própria matemática em seu desenvolvimento. Suas descobertas e/ou construções científicas são incompreensíveis para iniciantes, pois privilegiam categoricamente o rigor e o formalismo matemático. Eles não estão preocupados com a utilização de seus conhecimentos em outras áreas de conhecimento e consideram a matemática aplicada uma produção inferior e deselegante (*idem, 2011*).

Nesse contexto, os modelos construídos/descobertos pelo matemático puro envolvem fórmulas e estruturas matemáticas carregadas de abstrações, de rigor científico e de uma linguagem extremamente simbólica. Esse processo de modelagem é desvinculado da realidade empírica e seu interesse maior é aplicar e/ou associar o novo conhecimento matemático em alguma parte do próprio campo de pesquisa da Matemática a fim de subsidiar seu desenvolvimento/fortalecimento no campo científico.

Essa matemática não processa apenas de maneira isolada e o que observamos na prática é uma matemática em ação munida de potencialidade de generalizar e de poder de sintetizar, via linguagem matemática unificadora e universal, situações em diversas áreas de conhecimento, bem como vários fenômenos do mundo real. Essa matemática funciona como um instrumento indispensável para o avanço e/ou descoberta de novas teorias tanto da própria matemática quanto de outros domínios de conhecimento.

De fato, a consistência, a qualidade e a validade de uma interpretação e/ou a explicação de uma teoria científica (seja da Física, da Psicologia, dentre outras áreas de conhecimento) que esteja no bojo da matemática depende essencialmente de um unificador universal: a linguagem. Em outras palavras, temos observado o quanto as teorias científicas têm sido “modeladas por meio da linguagem matemática”(BASSANEZI, 2011, p. 173).

Desta forma, enquanto o matemático puro concebe a matemática como fim em si mesma e atua no campo de formação acadêmica promovendo uma educação para a matemática, além de enfatizar os conteúdos formais e a produção de novos pesquisadores de matemática, o matemático aplicado busca construir/descobrir teorias e técnicas matemáticas a fim de aplicá-las em algum campo de conhecimento fora da matemática, de modo que, de alguma maneira, essa aplicação resulte em melhorias para uma determinada instituição (homem, escola, empresa, dentre outras). É exatamente nesse contexto que Bassanezi (2011) aponta a modelagem matemática como um instrumento indispensável da matemática aplicada.

Por um lado, o conhecimento matemático é construído pelo matemático aplicado (ou modelador matemático) quando este mobiliza conceitos e estruturas matemáticas já existentes a fim de melhorar ou entender ou explicar determinado fenômeno da realidade. Por outro lado, vemos situações da realidade possibilitando a descoberta de novos conceitos e estruturas matemáticas (visão platônica). Assim, o modelador matemático pode construir um modelo matemático a partir de uma teoria conhecida ou pode gerar novo conhecimento a partir de um modelo existente. No segundo caso, o modelo torna-se insuficiente para atender a necessidade em questão. Nesse caso, o modelador matemático precisa ter criatividade e habilidade para mobilizar os conhecimentos e variáveis em questão com vistas ao desenvolvimento de novas teorias, métodos e técnicas que sejam eficazes e capazes de atender às necessidades locais e solucionar o problema enfrentado.

Em seu processo de cristalização no campo científico e acadêmico, a modelagem matemática enquanto matemática aplicada surge historicamente e culturalmente a partir de problemas práticos e é tão antiga quanto à própria matemática. Sua funcionalidade predominante está em aplicar a matemática em outras áreas de conhecimento (BASSANEZI, 2011).

A ideia de convencionar a matemática aplicada como modelagem matemática emerge do período renascentista devido aos avanços artísticos e científicos, sobretudo, nos campos da pintura e da física. Nesse sentido, a ideia imbricada de modelagem matemática enquanto conceito moderno da matemática aplicada correspondia a uma linguagem matemática de tradução (e não de construção) de problemas de outras áreas de conhecimento. Esses problemas analisados e/ou representados através da linguagem e tratamento matemáticos deu origem ao que hoje se convencionou chamar de modelo matemático. Nestes moldes, ela era concebida como um instrumental indispensável na resolução de problemas fora do campo restrito da matemática (PIETROCOLA, 2002).

Nos tempos atuais, essa ideia de modelagem matemática é corrente nas pesquisas brasileiras e foi desenvolvida localmente pelos pesquisadores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D' Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, pioneiros em estudos, discussões e trabalhos desenvolvidos em modelagem matemática a partir da década de 1980.

Rodney Carlos Bassanezi destaca-se nas contribuições da modelagem matemática na perspectiva da matemática aplicada. Com vasta produção acadêmica, capacidade e experiência sobre o assunto, o autor enfatiza o desenvolvimento da matemática e a elaboração de modelos matemáticos correlatos a outras áreas de conhecimento, atribuindo à matemática um caráter interdisciplinar (BASSANEZI, 2011).

Para o autor, a formação de modelos vinculados a uma determinada realidade, segundo reflexão e tratamento matemáticos, nos permite compreender melhor tal realidade, fazer previsões sobre ela, tomar decisões sobre ela, agir sobre ela e até provocar mudanças nela. Nesse sentido, o autor define um modelo matemático como sendo "um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado" (*ibidem,* p. 20) ou ainda como

> [...] um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno –este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou atémesmo outro modelo matemático. (*ibidem,* p. 174).

Por sua vez, estes modelos ou representações da realidade (ou mundo real) são apenas aproximações da realidade e nunca a própria realidade. Na dinâmica de sua elaboração e análise, Bassanezi (2011) nos diz que algumas características devem ser consideradas por parte do modelador matemático:

- Um modelo é sempre uma aproximação da realidade e nunca a própria realidade;
- Um mesmo modelo pode ser útil no estudo de um determinado fenômeno e para outros pode ser desprezível ou parcialmente desprezível. Portanto, depende essencialmente das necessidades de seu usuário.
- A aceitação de um modelo depende dos objetivos e dos recursos disponíveis que condicionam o modelador matemático;
- A qualidade e/ou validação de um modelo depende de sua potencialidade para resolver os problemas modelados, ou pelo menos parte deles, através de uma linguagem usual e acessível;
- Um modelo nunca encerra uma verdade definitiva;
- Ele sempre está sujeito a mudanças, a partir de análise comparativa com um modelo já existente ou refinado por meio de (novas) teorias matemáticas.

Estas características são fundamentais para delinear a qualidade ou aceitação ou utilidade de um modelo matemático sobre uma determinada porção da realidade. De modo geral, Bassanezi (2011) apresenta dois tipos de modelos matemáticos: o modelo objeto (representação do objeto ou fato concreto na forma pictórica, conceitual ou simbólica) e o modelo teórico (representação atrelada a uma teoria existente e desenvolvida por meio de hipóteses abstratas e/ou de experimentos reais).

Esses símbolos e relações matemáticas conexas a uma parte da realidade com objetivo específico é o que podemos chamar de Modelagem Matemática. Nas palavras do autor, temos que:

> Modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. Éuma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2011, p. 24).

Esta ideia de modelagem matemática merece alguns comentários importantes. Diferente da abordagem tradicional de ensino e aprendizagem de Matemática como um processo linear, centrado na reprodução de conteúdos, fechado para a análise da realidade que nos envolve e sem criatividade, a Modelagem Matemática pressupõe um processo de idas e vindas com vistas à resolução de um problema ou situação da realidade, envolvendo dinamismo, mobilização de saberes heterogêneos, criatividade e criticidade por parte do modelador matemático.

Os diagramas a seguir ilustram o processo de modelagem e descrevem a ideia central da Modelagem Matemática para diferentes autores (Figura 1). Na sequência, temos as perspectivas de Bassanezi(2011), Mclone (1984) e Biembengut; Hein(2013).

Figura 1. Diagramas para o Processo de Modelagem Matemática

Fonte: BASSANEZI (2011, p. 25); MCLONE (1984, *apud* BASSANEZI, 2011, p. 44); BIEMBENGUT e HEIN (2013.p. 13).

Em comum, entendemos que eles ressaltam a modelagem matemática como um processo interativo, sobretudo, pelo fato de relacionar uma situação real estudada e a matemática utilizada na modelagem. Neste sentido, a situação real pode ser representada matematicamente através da elaboração de um modelo.

Esta situação real pode ser tanto um fenômeno com raízes no campo científico quanto um problema oriundo da vida cotidiana. Assim, quer seja o estudo de outras áreas da realidade que não a matemática (Física, Química, Biologia, Economia, dentre outras) quer seja o estudo de situações corriqueiras aparentemente simples da vida cotidiana, o processo de modelagem matemática preza pela teoria matemática, pela elaboração e análise de modelos, pela criatividade e pela tomada de decisões e resolução de problemas.

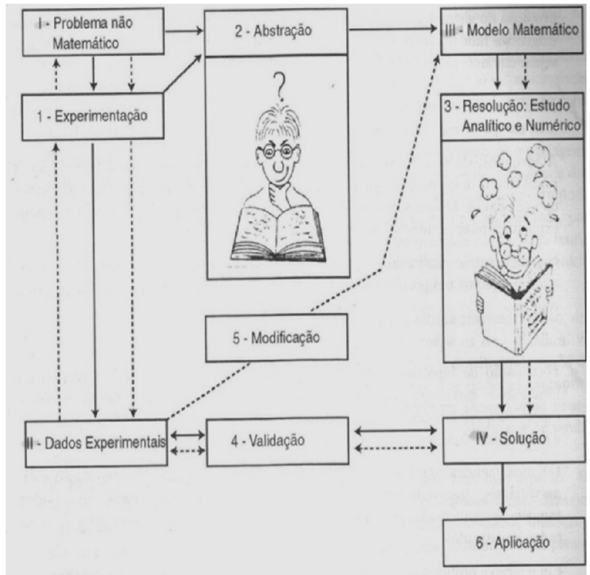
A modelagem matemática de uma situação ou problema do mundo real envolve o exercício contínuo de atividades intelectuais que se cruzam constantemente com suas etapas. Estas tarefas intelectuais permitem ao modelador matemático definir suas estratégias de ação sobre a realidade investigada de forma reflexiva, crítica, interpretativa, subjetiva e conclusiva.

Desta forma, o modelador é convidado e desafiado a pensar criticamente sobre o que está modelando ao formular e resolver problemas; ao escolher e interpretar fenômenos ou situações da realidade; ao selecionar e descartar variáveis, ao (re)elaborar, validar e aplicar modelos matemáticos.

A Figura 2 a seguir apresenta um esquema proposto por Bassanezi (2011) que trata das fases de um processo de modelagem matemática em consonância com as atividades intelectuais exercitadas pelo modelador matemático. Em suma, estas fases se processam de maneira dinâmica face a atividade de modelagem e compreendem desde a obtenção de dados na fase da experimentação até a funcionlidade do modelo elaborado na fase da aplicação.

Percebe-se, portanto, que uma atividade de modelagem matemática envolve a mobilização de saberes heterogêneos por parte do modelador matemático, uma vez que por excelência, "a modelagem pressupõe multidisciplinaridade, e, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa" (BASSANEZI, 2011, p.16). Desta forma, podemos inferir que o trabalho com modelagem matemática abrange de um modo geral, facetas da matemática, do mundo real e também de outras áreas de conhecimento.

Figura 2. Modelagem e as atividades intelectuais de um modelador matemático



Fonte: BASSANEZI (2011, p. 27).

É bastante evidente e até comum entre os pesquisadores e educadores que exploram a modelagem matemática, a necessidade de competências, habilidades, criatividade e criticidade por parte do modelador matemático. Bassanezi (2011), por exemplo, sempre menciona essas palavras quando discute sobre a modelagem matemática como método científico de pesquisa e/ou como uma metodologia de ensino e aprendizagem. Para nós, esse comentário é fundamental neste discurso, pois faz parte da base de motivação de nossa pesquisa que será melhor discutido posteriormente.

Em suma, uma meta comum da modelagem matemática na perspectiva da Matemática Aplicada é capacitar o indivíduo a "agir/refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, compreender ou modificá-la"(BASSANEZI, 2011, p. 173), mediante um processo dinâmico de elaborar e analisar modelos matemáticos que representem essa porção da realidade em sua máxima aproximação e configuração. Para tanto, é necessário que o indivíduo envolvido nesta tarefa, o modelador matemático, seja habilidoso, crítico e capaz de mobilizar conhecimentos matemáticos e de outros domínios do conhecimento.

De modo geral, a modelagem tem sido discutida no campo teórico-prático dentro de três tendências ou correntes: (i) a corrente pragmática; (ii) a corrente científica; e (iii) a corrente sócio-crítica (BARBOSA, 2001). Sua implementação no currículo está condicionada, sobretudo, pelos objetivos e interesses peculiares de sua utilização.

A corrente pragmática em modelagem possui suas raízes na perspectiva da matemática aplicada e enfatiza a resolução de problemas aplicados e a elaboração de modelos matemáticos. Nesse sentido, o que se preza dentro da matemática são aqueles conteúdos aplicáveis em áreas não matemáticas e úteis para a sociedade. Assim, os conteúdos matemáticos desprovidos desta potencialidade são excluídos do currículo escolar.

A corrente científica em modelagem valoriza a concepção científica da matemática como o ponto de partida para o seu ensino. Assim, uma atividade de modelagem com base nesta corrente enfatiza primeiramente o desenvolvimento da própria matemática enquanto ciência (estruturas, conceitos, algoritmos) e, posteriormente, atenta para os aspectos externos da matemática. De qualquer forma, tanto a corrente pragmática quanto a corrente científica em modelagem possuem um mesmo fim: explorar o potencial da matemática para resolver problemas do cotidiano e/ou de outras áreas de conhecimento.

A corrente sócio-crítica em modelagem vislumbra, sobretudo, o potencial da matemática para a formação do sujeito e compreensão dos debates sociais. A ideia central nesta corrente trata-se, portanto, de situar a matemática e a modelagem como "meios para questionar a realidade vivida" (BARBOSA, 2001, p. 3) a fim de colaborar para o desenvolvimento de sujeitos autônomos, críticos e ativos na sociedade.

É importante destacar que esta última corrente não sobrepõe as correntes anteriores nem pretende invalidá-las do campo teórico da modelagem matemática, mas situa-se como uma mescla entre ambas no campo específico da educação matemática, privilegiando a integração entre a investigação, a indagação, os conhecimentos de matemática, de modelagem e de reflexão. Nesse sentido, "O que chamamos de corrente sócio-crítica de Modelagem sublinha que as atividades devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social" (ibid., p. 5).

Desta forma, corroboramos com a ideia de conceber e praticar modelagem matemática a partir da própria educação matemática e centralizada na corrente sócio-crítica em modelagem. Assim, entendemos que desenvolver uma atividade de modelagem nesta corrente envolve mobilizar integralmente e dinamicamente as competências de investigação e indagação, bem como os domínios de matemática, de modelagem, de reflexão e de outras realidades; e implica, sobretudo, "potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática" (BARBOSA, 2004, p. 2).

Veremos no próximo tópico implicações que as ideias envolvendo a modelagem matemática na perspectiva da matemática pura e aplicada refletem no âmbito da educação matemática e que contribuições essas ideias trazem para o desenvolvimento da nossa investigação.

2.1 A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

> Na modelação a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo da sociedade em que vive (BASSANEZI, 2011, p. 38).

Em seu processo histórico de consolidação como tendência de investigação da educação matemática na literatura brasileira, a modelagem matemática tem ganhado atenção de pesquisadores e educadores matemáticos em publicações de artigos, livros e trabalhos de mestrado e doutorado (BURAK, 1987; BIEMBENGUT, 1999; BARBOSA, 2001, BASSANEZI, 2011; entre outros).

Assim sendo, a modelagem matemática vem emergindo no final do século XX e início do século XXI também no âmbito educacional brasileiro, explorada principalmente como metodologia de ensino-aprendizagem e ambiente de aprendizagem dos conteúdos matemáticos e também de outras áreas correlatas.

A modelagem matemática no contexto do ensino e da aprendizagem concentra dois objetivos fundamentais: (i) apresentar os conteúdos matemáticos de forma motivadora, atrativa, interativa, contextualizada e/ou interdisciplinar através da resolução de problemas do mundo real ou problemas aplicados como uma atividade de modelagem e também em forma de projetos educativos; e (ii) capacitar o educando para utilizar a matemática na resolução de problemas de seu mundo vivido, seja ele sociocultural ou profissional (LESH e DOERR, 2003; BARBOSA, 2004; LESH e ZAWOJEWSKI, 2007; RIBEIRO, 2008; BASSANEZI, 2011; BIEMBENGUT e HEIN, 2013; MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2013).

Desta forma, temos a modelagem matemática situada no currículo escolar e situada no aluno e em seu caráter formativo. Não são observadas, entretanto, um quantitativo significativo de pesquisas acadêmicas acerca da modelagem matemática situada na formação do professor. Dois principais motivos reforçam tal situação corrente: (i) a maior parte dos cursos de formação de professores não oferecem disciplinas específicas em relação à modelagem matemática, e quando oferecem ainda há disciplinas que abordam modelagem apenas como tópico (BIEMBENGUT, 2009); (ii) quando abordada como disciplina ou tópico de disciplina, a modelagem matemática é trabalhada prioritariamente em caráter informativo e não formativo (BARBOSA, 2001).

Retomamos aqui alguns questionamentos sobre a temática já feitos anteriormente: como um professor de matemática que não recebeu formação profissional em relação à modelagem matemática pode assumi-la em sua prática e qualificar o processo de ensino-aprendizagem da matemática? Que conhecimentos matemáticos e de outros domínios precisam ser incorporados e desenvolvidos na formação profissional de um professor de matemática em relação à modelagem?

As perguntas apresentadas demonstram que a formação profissional em relação à modelagem matemática precisa ser apreciada e refletida também com olhar sobre o professor e/ou futuro professor de matemática e também sobre o repertório de saberes necessários para o seu emprego em sala de aula. A necessidade de travar este debate é denunciada pela própria essência da modelagem matemática e também pelo ofício da docência.

Com base em Biembengut e Hein (2013), a essência da modelagem evoca a imagem (Figura 3) de um oleiro (ou escultor) trabalhando com argila para produzir um objeto ou modelo (representação real ou imaginária de alguma coisa).

Figura 3. Trabalho de um oleiro

Fonte: www.vidaamelhorescola.blogspot.com.br/2011/05/um-cantico-em-oração-porhoje.html. Acesso em: 30 set. 2014.

Esse trabalho ou modelagem do oleiro representa a essência da modelagem e indica algumas considerações importantes para a nossa investigação.

A modelagem (criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais) é um processo inerente ao ser humano: em sua manutenção de vida, o homem sempre recorreu aos modelos tanto para comunicação como para preparar uma ação sobre seu mundo vivido. Por outro lado, para um oleiro realizar uma modelagem de alguém ou de alguma coisa em contextos reais faz-se necessário a existência e mobilização de matéria-prima (argila e água, por exemplo), pois, sem ela, este processo se constitui apenas em solos internos da mente humana e talvez não satisfaça, suficientemente, as necessidades do usuário interessado na elaboração do modelo.

De modo semelhante, acreditamos que a operacionalização da modelagem no processo educativo é influenciada pela disponibilidade qualitativa de matéria-prima ou ferramentas ou recursos externos e subjacentes ao modelador. Por isso, defendemos o debate sobre a modelagem matemática no ensino valorizando prioritariamente a formação profissional do professor/futuro professor de matemática em relação aos saberes necessários para o seu uso em sala de aula.

Além disso, entendemos que um processo de modelagem exige do oleiro uma subjetividade repleta de intuição, experiência, criticidade, criatividade e competência naquilo que está modelando. Por analogia, não é diferente do modelador imerso no processo educativo: ele precisa estar imerso em um processo contínuo de formação ou aprendizagem, tanto no sentido teórico quanto no sentido prático a fim de desenvolver estas competências e habilidades.

Destacamos ainda o trabalho colaborativo no processo de modelagem, uma vez que nenhum oleiro consegue trabalhar isoladamente na modelagem de algo ou alguém. Ele estará sujeito a ajuda de outros, quer seja para conseguir matéria-prima quer seja para dividir a tarefa com alguém, quer seja dependente em alguma outra coisa. O fato é que em uma atividade de modelagem e/ou em qualquer processo educativo envolvendo mulheres e homens, “Ninguém educa ninguém, ninguém se educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo” (FREIRE, 1981, p. 79).

Nesse sentido, Biembengut e Hein (2013) fortalecem o debate acerca da modelagem matemática na perspectiva da educação matemática tendo em vista as ideias de modelo matemático, de modelagem matemática, de modelação matemática e também com base em algumas experiências de atividades de modelagem desenvolvidas no ensino de matemática.

Para os autores, muitas situações do mundo real apresentam problemas que exigem soluções e decisões. Assim sendo, a ideia de modelagem é fundamental neste processo, pois a elaboração e análise de modelos nos permitem resolver problemas e tomar decisões que poderão melhorar nossa condição de vida no presente e também alicerçar o sucesso do nosso futuro. Quer no trabalho, quer na escola, quer na vida, temos uma tarefa comum e universal: resolver problemas e realizar escolhas que nos promovam. Neste sistema de vida real, os modelos atuam como apoios mentais incorporados a nossa realidade de vida. Através deles fazemos previsões, selecionamos variáveis e caminhos diversos, e, por fim, juntamos o melhor conteúdo possível para tomar nossas decisões e resolver nossos problemas.

Por conseguinte, alguns problemas e/ou fenômenos apresentam constructos e fatos matemáticos (sejam na perspectiva intradisciplinar sejam na perspectiva interdisciplinar) e para serem solucionados é necessário uma teoria matemática. Nestes moldes, significa dizer que um professor e/ou futuro professor de matemática que se dispõe a se tornar continuamente um modelador matemático necessita possuir conhecimentos matemáticos e de outros domínios.

Além de serem utilizados na própria matemática, os modelos matemáticos são mobilizados em diversas áreas de conhecimento, como por exemplo na Arte, na Moda, na Arquitetura, nas Engenharias, na Química, na Física, na Ciência da Computação, nas Ciências Sociais (História, Geografia, Política, etc.), na Economia e na Educação (BASSANEZI, 2011; BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

Quanto aos seus objetivos, os modelos matemáticos apresentam finalidades variadas e estão condicionados às necessidades do usuário (e/ou aos recursos disponíveis). Desta forma, eles podem ser utilizados para fins explicativos, para fins pedagógicos, para fins heurísticos, para fins diretivos e/ou para fins de previsão. Suas potencialidades permitem, dentre outras coisas, uma melhor compreensão, simulação e/ou previsão do fenômeno estudado. Além disso, eles podem ser apresentados através de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficas ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas e/ou programas computacionais (BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

Assim sendo, a modelagem matemática é uma arte de expressar situações-problema do nosso cotidiano por meio da linguagem matemática, é um processo artístico, é uma arte, é um conjunto de procedimentos demandados na elaboração e análise de um modelo de qualquer área do conhecimento, é um ramo próprio da matemática, que busca “traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que por meio dela se possa compreender, prever e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos, com estratégias de ação, nas mais variadas áreas de conhecimento” (BIEMBENGUT e HEIN, 2013, p. 7). É, portanto, um processo interativo e dinâmico que requer do modelador matemático conhecimento matemático (instrumental matemático); conhecimento da realidade modelada; intuição; criatividade; discernimento; experiência acumulada; e flexibilidade para jogar com as variáveis envolvidas.

A dinâmica da modelagem matemática, uma vez que essa interação é estruturada mediante uma série de procedimentos, ela pode se desencadear conforme o esquema (Figura 4) proposto por Biembengut e Hein (2013, p. 15).

Figura 4. Dinâmica da Modelagem Matemática

Fonte: BIEMBENGUT e HEIN (2013, p.15)

Conforme o esquema, essa dinâmica é dividida em três etapas centrais e subdividida em seis subetapas secundárias. Na etapa da interação acontece a escolha e a familiarização com o tema a ser trabalhado na modelagem, que pode ser realizada tanto pelo professor, quanto pelos estudantes e ainda pelo professor e estudantes em comum acordo. Além disso, a interação com o tema gerador da modelagem pode ocorrer mediante atividades pedagógicas como paletras, pesquisas, seminários e exposição de vídeos/documentários educativos.

Na etapa da matematização acontece a formulação do(s) problema(s) gerador(es) da modelagem e a sua posterior resolução. Neste momento os conhecimentos matemáticos e de outros domínios são colocados em ação tendo em vista à (re)aprendizagem de (novos)conteúdos matemáticos e a elaboração de um modelo matemático que permita solucionar o problema em questão. Geralmente este modelo resulta em uma tabela, ou em um gráfico cartesiano, em uma função matemática, ou ainda nas três representações anteriores devidamente correlacionadas.

Por fim, na etapa do modelo matemático acontece a análise do modelo matemático elaborado na etapa anterior, tendo em vista sua potencialidade para satisfazer e atender as necessidades do problema da modelagem. Caso o modelo matemático possiblite satisfatoriamente a solução do problema em questão ele será validado e a modelagem terá sido concluída. Caso contrário, ele poderá ser aprimorado até que satisfaça as necessidades do problema em seu contexto natural. Entretanto, para que isso seja alcançado há situações em que é preciso desenvolver novas teorias matemáticas. Por esta razão, o professor deve estar atento à formulação do problema da maodelagem a fim de respeitar os níveis de aprendizagem dos estuantes.

Queremos mencionar que a modelagem matemática, enquanto método de ensino de matemática na perspectiva de Biembengut e Hein (2013), tem como finalidade principal "criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos" (*ibidem,* p. 23). Em outras palavras, visa desenvolver o conhecimento matemático e a capacidade em utilizá-lo mediante a elaboração e análise de modelos matemáticos imbricados em contextos reais.

Além disso, a modelagem enquanto método no ensino e na aprendizagem de matemática é denominada pelos autores como modelação matemática. Em suas próprias palavras, "o método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa, denominamos *modelação matemática"* (BIEMBENGUT e HEIN, 2013, p. 18).

Esse método de ensino pode ser explorado desde as séries iniciais até os cursos de pós-graduação e apresenta como norte o desenvolvimento do conteúdo programático mediante um tema que possibilite a realização de modelos matemáticos por parte dos alunos, cabendo ao professor lapidar sua implementação no ensino conforme sua condição temporal/profissional, o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para o trabalho extraclasse e a estrutura curricular do espaço educacional.

Desta forma, a modelação matemática é configurada no terreno educacional como uma alternativa de melhorar o ensino de matemática, pois ajuda a despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele desconhece, desenvolve a arte de estudar fenômenos matematicamente, favorece o estudo de situações-problema por meio da pesquisa e aguça o senso crítico.

Em linhas gerais, os autores destacam os seguintes objetivos da modelação matemática:

- aproximar uma outra área do conhecimento da matemática;

- enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno;
- despertar o interesse pela matemática ante a aplicabilidade;
- melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- desenvolver a habilidade para resolver problemas; e
- estimular a criatividade (BIEMBENGUT e HEIN, 2013, p. 18-19).

Além disso, os autores apresentam cinco etapas a serem seguidas para se colocar em prática a Modelação Matemática nas aulas de matemática. Resumidamente, são elas:

Diagnóstico: essa etapa serve de base para o planejamento da Modelação Matemática e abrange características dos alunos, tais como o estado socioeconômico, o nível de aprendizagem, seus interesses de aprendizagem, o tempo disponível, dentre outras.

Escolha do tema ou modelo matemático: essa etapa corresponde à escolha do tema que será posteriormente transformado no(s) modelo(s) matemático(s) na etapa do desenvolvimento do conteúdo programático. Ele pode ser apontado tanto pelo professor quanto pelos alunos e deve atender as circunstâncias temporais do nível escolar envolvido no processo da modelação matemática.

Desenvolvimento do conteúdo programático: essa etapa versa sobre os conteúdos matemáticos pertinentes à modelação matemática compreendidos desde a exposição do tema até a validação dos modelos matemáticos elaborados a partir do tema escolhido.

Orientação da modelagem: essa etapa estende o desenrolar da Modelação Matemática e envolve os aspectos didáticos e pedagógicos, tais como orientações do professor, planejamento das atividades, pesquisa, apresentação dos modelos, dentre outros.

Avaliação do processo: essa etapa envolve a sistemática de avaliação da modelação matemática realizada sob dois olhares: a avaliação como instrumento capaz de nortear o trabalho do professor e a avaliação como instrumento para verificar as aprendizagens dos alunos.

Em linhas gerais, a modelação matemática é norteada por uma situação/tema (proposto pelo professor ou escolhido pelos estudantes) que origina e/ou provoca o surgimento de questões que deverão ser resolvidas pelos próprios estudantes mediante a pesquisa, o desenvolvimento dos conteúdos programáticos e a elaboração/análise dos modelos matemáticos. Nesse sentido, embora seja fundamental a obtenção dos modelos matemáticos na dinâmica da modelação matemática, vale ressaltar que:

> A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dáno sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural (BASSANEZI, 2011, p. 38).

Desta forma, o que se espera prioritariamente de uma modelação matemática é a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos por parte dos estudantes, compreendendo corretamente os conceitos matemáticos envolvidos no processo da modelagem e desenvolvendo habilidades e criatividade para aplicá-los adequadamente nos diversos contextos do mundo real. Além disso, é relevante a tentativa corajosa de obter o(s) modelo(s) matemático(s) desejado(s) no processo da modelagem (caso não consigam), o incentivo a pesquisa, o desenvolvimento de habilidades em formular/resolver problemas e o desenvolvimento de capacidades argumentativas acerca do tema de interesse.

Barbosa (2001; 2004) situa a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a investigarem e a indagarem situações do cotidiano e/ou problemas de outras disciplinas por meio da matemática. Suas ideias estão inseridas na corrente sócio-crítica em modelagem e encontram-se articuladas com as ideias de Skovsmose (2000).

Por sua vez, se engajar em uma atividade de modelagem pressupõe um lugar e/ou ambiente e/ou condições nas quais os estudantes são convidados a atuarem de maneira ativa, investigativa e indagadora frente às situações de outras áreas da realidade que não a matemática, por meio da matemática. Esta ideia realça a noção de *ambiente de aprendizagem* apresentada por Skovsmose (2000) e constitui-se como o eixo central para a conceitualização de modelagem por parte de Barbosa (2001; 2004).

Nesse sentido, a ideia de modelagem entendida e assumida por este autor encontra-se descrita nos seguintes termos: “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6).

Embora pareça simples, entendemos que esta conceitualização de modelagem matemática está bem ajustada no campo específico da educação matemática, pois elucida o contexto no qual as atividades são desenvolvidas (a escola). Além disso, deixa evidente quem são os agentes dessas atividades (professores e alunos, e não matemáticos puros e/ou aplicados), clarifica a natureza dessas atividades (investigativa e indagadora) e apresenta os saberes envolvidos nessas atividades (matemáticos e de outras áreas com referência na realidade).

Assim sendo, compartilhamos e assumimos esta ideia de modelagem como ambiente de aprendizagem em nosso trabalho, por se ajustar adequadamente com os fins de nossa investigação e com nossa concepção de modelagem no campo da educação matemática.

2.2 A Modelagem Matemática na perspectiva escolar e curricular

> A escolaridade é um percurso para os alunos/as, e o currículo é seu recheio, seu conteúdo, o guia de seu progresso pela escolaridade" (Sacristán 1998, p. 125). Os currículos são a expressão do equilíbrio de interesses e forças que gravitam sobre o sistema educativo num dado momento, enquanto através deles se realizam os fins da educação no ensino escolarizado... O currículo, em seu conteúdo e nas formas através das quais se nos apresenta e se apresenta aos professores e alunos, é uma opção historicamente configurada, que está carregado, portanto, de valores e pressupostos que é preciso decifrar (SACRISTÁN, 2000, p. 17).

A modelagem matemática na perspectiva escolar e curricular se constitui como uma alternativa metodológica para o ensino-aprendizagem de matemática tanto na educação básica quanto no ensino superior.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) também fazem referência à implementação da Modelagem Matemática como um caminho ou estratégia de ensino para se trabalhar a matemática na escola. Situada como a habilidade de transformar problemas reais em problemas matemáticos a fim de resolvê-los com o auxílio da matemática e interpretá-los a luz da própria realidade estudada, a ideia de Modelagem Matemática discorrida neste documento pressupõe contextualização, interdisciplinaridade e resolução de situações-problemas ligadas ao mundo real.

Por sua vez, sua operacionalização no currículo de matemática tem sido realizada considerando, principalmente, a extensão das atividades e as responsabilidades distribuídas ao professor e aos estudantes. Assim sendo, sua operacionalização continua sendo desenvolvida via projetos em períodos longos e atividades investigativas mais elaboradas (BRASIL, 2006; RIBEIRO, 2008), mas também vem sendo desenvolvida em pequenos espaços de tempo e curtas atividades, via regiões ou casos de possibilidades de modelagem (BARBOSA, 2001; 2004).

Nesse sentido, a modelagem entendida como um trabalho pedagógico nas aulas de matemática destaca a elaboração e a análise de modelos matemáticos como uma modalidade de ensino por meio de projetos. Esta é a concepção tradicional e prevalecente de modelagem matemática em nosso país (RIBEIRO, 2008).

Em suma, esta forma de organizar uma atividade de modelagem inicia-se com um tema escolhido pelo professor e/ou estudantes, ganha direção pela formulação de um problema a ser resolvido por meio da matemática, desenvolve-se pela coleta de informações qualitativas/quantitativas extraclasse e conclui-se na resolução do problema formulado e avaliação do projeto com um todo. Estes trabalhos são realizados em grupos de estudantes, geralmente são orientados pelo professor e o tempo de duração pode ser algumas semanas, um bimestre, um semestre ou até mesmo um ano letivo (BARBOSA, 2001; BRASIL, 2006; RIBEIRO 2008).

É fato, entretanto, que sua aceitação no espaço escolar tem dividido opiniões. De um lado, alguns professores resistem a esta possibilidade de ensinar matemática através da modelagem e apontam como dificuldades principais questões relativas à formação do professor, à formação do estudante e à falta de tempo. Alegam que nem sempre o modelo matemático requerido pode ser alcançado pelo aluno e/ou pelo professor em uma atividade; afirmam também que nem sempre é possível ou permitido adequar a estrutura curricular vigente no espaço educacional que se pretende desenvolver o trabalho de modelagem matemática, além disso, dizem que nem sempre o professor e os alunos apresentam conhecimentos sobre o tema escolhido para desenvolver o trabalho de modelagem (RIBEIRO, 2008; BASSANEZI 2011).

Por outro lado, pesquisas e relatos de experiências de pesquisadores e professores apontam ser possível superar tais dificuldades e operacionalizar a modelagem no ensino de matemática. Desta forma, temos aqueles que afirmam que por meio dela não é possível ensinar novos conceitos matemáticos, mas apenas melhorar a habilidade dos alunos em aplicar matemática em outras áreas da realidade, e aqueles que defendem a modelagem como um processo plausível para ensinar matemática, pois se trata de uma metodologia prazerosa que confere a aquisição significativa de conceitos matemáticos e/ou de conhecimentos relativos ao tema que se estuda (BASSANEZI, 2011).

Obviamente, fazemos parte do grupo que compreende a modelagem como um caminho plausível para qualificar o ensino de matemática. Assim, embora sua implementação face ao currículo escolar apresente algumas dificuldades, entendemos que sua inserção pode ser tanto atingível quanto significativa para o ensino de matemática, para a formação intelectual/cidadãdos estudantes, para o desenvolvimento curricular e para o desenvolvimento da própria escola enquanto espaço formativo de sujeitos críticos e autônomos frente à sociedade, tendo em vista que "a modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem preza pelo favorecimento da pesquisa, pela criação de modelos por parte dos alunos sem, contudo, quebrar as regras educacionais vigentes"(BASSANEZI, 2011, p.29).

Desta forma, outras maneiras de programar e organizar uma atividade de modelagem no currículo escolar são discutidas na literatura. Para nossa investigação, optamos pelas ideias compartilhadas por Barbosa (2001; 2004). Segundo este autor, a ideia de modelagem ligada à ideia de projetos deve ser apenas um caminho (e não o caminho) para desenvolver uma atividade de modelagem nas aulas de matemática, pois, caso contrário, correremos o risco de concebê-la de forma isolada das demais atividades pedagógicas da escola.

Nesse sentido, outros tipos de atividades menos complexas e que demandam menos tempo podem ser configuradas no currículo de matemática como sendo uma atividade de modelagem. Elas são situadas como regiões de possibilidades de organização curricular da modelagem nas aulas de matemática e são chamadas simplesmente de *Casos de Modelagem*.

Estes casos de modelagem são vislumbrados tendo em vista a complexidade da atividade, sua extensão e as tarefas pertinentes ao professor/estudantes. Além disso, podem ser adaptados conforme o contexto escolar sem perder de vista as limitações e as possibilidades de trabalho. Sua classificação envolve casos de modelagem de três formas diferentes, conforme apresentamos no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1. O Aluno e o Professor nos Casos de Modelagem

ATIVIDADES/CASOS	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta dos dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Solução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Adaptado de BARBOSA (2004, p.73-80)

No caso1, percebemos que o professor é o agente principal na organização das atividades para os estudantes, definindo o tema de estudo, formulando e apresentando o(s) problema(s) com os dados qualitativos e/ou quantitativos necessários a sua resolução e participando da(s) soluções do(s) problema(s) junto com os estudantes. Assim, sua tarefa reside em construir, organizar e proporcionar o ambiente de aprendizagem para os estudantes. Estes, por sua vez, têm a tarefa de resolver o(s) problema(s) proposto(s) através da investigação e da indagação. Eles não precisam formular questões nem buscar informações fora da sala de aula, o que geralmente implica menos complexidade e pouco tempo de duração das atividades (geralmente quatro aulas incluindo a discussão dos resultados).

No caso 2, as tarefas do professor/estudantes estão mais equilibradas em relação ao caso 1, cabendo pessoalmente ao professor somente a tarefa de formular e apresentar o problema de investigação para os estudantes. Estes, por sua vez, recebem mais responsabilidades, pois são os agentes responsáveis pela coleta de dados fora da sala de aula, seleção de variáveis, estruturação de estratégias de resolução e solução do problema, o que implica mais complexidade e maior tempo de duração das atividades (geralmente algumas semanas, incluindo a discussão dos resultados). Neste caso de modelagem, é imprescindível o acompanhamento do professor durante a resolução do problema por parte dos estudantes, pois possibilita maior profundidade e melhor qualidade no trabalho desenvolvido.

A configuração do caso 3 abrange a ideia de modelagem via trabalho com projetos, conforme comentamos anteriormente. Aqui, as tarefas do professor/estudante estão devidamente equilibradas, pois ambos têm espaço e voz para eleger temas de investigação e, a partir daí, os estudantes podem formular, coletar informações e resolver os problemas, o que implica maior nível de complexidade e maior demanda de tempo para o cumprimento das atividades em relação aos casos anteriores de modelagem (geralmente alguns meses, incluindo a discussão dos resultados). Este caso de modelagem possibilita um nivelamento de envolvimento, responsabilidade e autonomia do professor e dos estudantes em torno do processo, onde o ambiente de aprendizagem de modelagem é construído colaborativamente.

Relembramos ainda que as atividades de modelagem propostas nesta investigação preservam o pensamento crítico e a inferência em outras áreas da realidade que não apenas a matemática. Nesse sentido, nossa ênfase está em aprender matemática através da modelagem de situações reais. Assim, a obtenção de modelos matemáticos são anseios secundários e imprevisíveis, já que estas atividades são investigativas, dinâmicas e podem ser respondidas por múltiplos caminhos (o que impossibilita prever a obtenção de modelos em torno das questões problematizadas).

Ademais, entendemos que a organização curricular de modelagem proposta por Barbosa (2001; 2004) favorece e fortalece sua implementação no ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva escolar, pois apresenta diferentes formas de explorar a modelagem sem perder de vistas as dificuldades, as possibilidades e os interesses do professor e do estudante, do cumprimento da estrutura curricular e da escola.

2.3 A Modelagem Matemática na perspectiva da formação profissional e dos saberes docentes

> O saber docente é um saber reflexivo, plural e complexo porque é histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos – e de saberes da experiência e da tradição pedagógica (FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p. 55).

> Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei (FREIRE, 2006, p. 95).

As citações destacadas inspiram reflexões acerca dos saberes necessários a um professor que ensina matemática para a atividade de modelagem no processo de ensino-aprendizagem, com qualidade.

De um modo geral, o que temos na literatura específica são esquemas que explicam a dinâmica da modelagem matemática ou as etapas de uma modelagem matemática, orientações para implementar este método de ensino de matemática no contexto escolar, ou de como fazer um trabalho de modelação; informações de como aprofundar ou ampliar suas (in)formações sobre a proposta de modelagem no processo educativo a fim de tentar superar a insegurança e as deficiências da formação profissional. Entretanto, isso não tem sido o bastante para melhorar qualitativamente a formação do professor que ensina matemática no tocante a modelagem matemática.

Muitos professores (inclusive da Educação Superior) se recusam e/ou evitam trabalhar com modelagem matemática na escola e/ou nos cursos de graduação alegando a falta de conhecimento sobre o processo, a insegurança em orientar o processo, a falta de habilidade em aplicar a teoria matemática, a falta de conhecimento matemático ou de outros domínios e a falta de um currículo escolar que contemple esta metodologia de ensino-aprendizagem (RIBEIRO, 2008; BASSANEZI, 2011; BEIMBENGUT e HEIN, 2013).

Ao contrário do que pode parecer, estas colocações não objetivam ofender aqueles que estão inseridos nessa realidade formativa para a modelagem matemática e sim destacar a necessidade de formação profissional, tanto inicial quanto continuada. Concordamos com Freire (2014) e defendemos a hipótese de que:

> Ensinar inexiste sem aprender e vice-versa, e foi *aprendendo* socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar. Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível –depois, preciso –trabalhar maneiras, caminhos, métodos de ensinar. Aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender (FREIRE, 2014, p. 25-26).

Desta forma, vislumbrar a modelagem matemática na formação de professores implica pensar sobre processos de formação profissional que ajudem no aprendizado desta tendência da educação matemática, uma vez que processos de formação envolvem imergir em um processo permanente de aprendizado consigo mesmo e com os outros.

A literatura específica que apresenta alguns modelos clássicos e pesquisas ou experiências no ensino envolvendo a modelagem matemática não pode ser a única fonte de formação de professores. Além disso, os cursos de graduação e pós-graduação devem continuar buscando "desenvolver disciplinas matemáticas aplicáveis", bem como "desenvolver a criatividade matemática do aluno no sentido de torná-lo um modelador matemático quando se dedica ao estudo de alguma situação fenomenológica" (BASSANEZI, 2011, p. 35).

É corrente entre pesquisadores e educadores matemáticos que explorar modelagem nas aulas de matemática envolve ler e interpretar saberes científicos, habilidade de resolver problemas e modelar situações da realidade, imaginação criadora, segurança, experiência acumulada, criatividade, capacidade de pensar criticamente e independentemente, vontade de aprender (BASSANEZI, 2011; BEIMBENGUT e HEIN, 2013).

Barbosa (2001) investigou as concepções de futuros professores de Matemática em relação à modelagem, através de um programa de extensão intitulado "Modelagem e Educação Matemática", na Licenciatura em Matemática da UNESP do Campus de Rio

Claro. A tese produzida foi operacionalizada mediante o estudo de três casos distintos e simultâneos (Ana, Helena e Marlene) e apresentou como resultado principal que a maneira como os futuros professores de Matemática concebem Modelagem é influenciada por suas experiências/concepções de Matemática e de ensino.

Além disso, aponta em suas considerações finais "domínios propícios para atividades de modelagem na formação inicial" e apresenta como conhecimentos necessários o conhecimento reflexivo; o conhecimento da autonomia; o conhecimento matemático; as habilidades de modelagem; e o conhecimento pedagógico. Segundo o autor, tais "domínios devem ser pensados como entrelaçados em torno da situação investigada" e visam satisfazer, principalmente, as necessidades da formação e atuação profissional (BARBOSA, 2001, p. 237).

Skovsmose (1990) *apud* Barbosa (2001, p. 4), também contribui para o debate e apresenta três tipos de conhecimentos que podem ser agregados e mobilizados em atividades de Modelagem Matemática, são eles: o conhecimento matemático em si, o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático e, o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Ao discutir sobre a formação profissional e os saberes da docência, Tardif (2002) fala de *epistemologia da prática*. Este termo faz referência aos saberes necessários à profissão docente no sentido de delimitar, em linhas concretas, quais são os saberes que o professor deve aprender/saber para atuar com competência em sua prática profissional.

Nesse sentido, Tardif (2002) relata que é impossível analisar/discutir a questão do saber do professor sem considerar as dimensões e condicionantes do ensino e de seu trabalho realizado cotidianamente no espaço escolar. Além disso, aponta o saber do professor como um *saber social* e ao mesmo tempo como um *saber individual*, estabelecendo, portanto, uma interconexão entre os aspectos sociais e individuais do saber docente e, para tanto, confrontando com o mentalismo e o sociologismo.

Tardif (2002) também acredita e defende que o saber do professor está intimamente relacionado a um trabalho coletivo (envolvendo seus pares, alunos, pais, comunidade, etc.), baseado em uma tarefa extremamente complexa (ensinar), situado num ambiente de trabalho também complexo (a escola, a sala de aula) e arraigado numa instituição de ensino (a escola) que também é movimentada por interesses da sociedade. Desta forma, o autor ressalta que "[...] o saber dos professores depende, por um lado, das condições concretas nas quais o trabalho deles se realiza e, por outro, da personalidade e da experiência profissional dos próprios professores" (TARDIF, 2002, p.16).

Nesse sentido, o processo de construção/concretização do saber dos professores deve ter como gênese e chegada o que estes *são* e o que *fazem* ao ensinar, e devem ser encarados como ações dependentes uma da outra no trabalho escolar.

Em linhas paralelas, entendemos que a modelagem matemática faz referência a uma epistemologia prática frente à complexidade, heterogeneidade e a pluralidade dos saberes necessários à sua inserção na sala de aula.

Nesse sentido, estes saberes são oriundos de experiências sociais, coletivas e individuais, o que evoca a necessidade de vislumbrarmos os espaços formativos e as comunidades de prática como condicionantes concretos para o desenvolvimento de saberes em relação à modelagem matemática.

Conforme Tardif (2002, p. 33), "o saber docente se compõe, na verdade, de vários saberes provenientes de várias fontes". Essa definição não está distante quando consideramos a modelagem matemática como práxis do professor que ensina matemática, pois a modelagem em sala de aula abrange saberes diversos, heterogêneos, plurais e dinâmicos, sendo a matemática o ponto de intersecção do processo. Embora saber matemática seja necessário para se tornar permanentemente um modelador matemático, isto não é suficiente, pois explorar modelagem considerando problemas/situações reais envolve essencialmente domínios da matemática e de outras áreas da realidade (BARBOSA, 2004).

Desta forma, refletir sobre os saberes da docência e, particularmente, sobre os saberes do professor que ensina matemática através da modelagem, emerge principalmente devido ao fato de que o conjunto de saberes matemáticos que compõe o saber da matéria a ser ensinado pelo (futuro) profissional não é mais suficiente para o ofício do professor. Reconhecer que essa profissão é plural, complexa e heterogênea é o mesmo que admitir que outros e novos saberes docentes devem ser discutidos e ao mesmo tempo ser associados à formação do (futuro) professor que ensina Matemática.

Nesse sentido, entendemos que discutir tais saberes seja necessário. É vigente "uma preocupação com o repertório de saberes do futuro profissional, considerando que esse não pode ser reduzido aos saberes do conteúdo matemático apenas" (NACARATO e PAIVA, 2008, p. 24). Assim, embora a importância da formação matemática do futuro profissional seja indispensável para a sua atuação profissional, somos conscientes de que ser um bom profissional e um bom modelador matemático não se resume em dominar o saber da matéria.

Conforme Nacarato e Paiva (2008), reduzir o saber docente ao conteúdo matemático apenas é negligenciar a profundidade que permeia o ofício do professor e também é enxergar a prática docente em uma única dimensão do conhecimento. Nesse sentido, Gauthier et al. (1998, p. 20-21), citados em Nacarato e Paiva (2008, p. 14), nos diz que:

> Pensar que ensinar consiste apenas em transmitir um conteúdo a um grupo de alunos éreduzir uma atividade tão complexa quanto o ensino a uma única dimensão, aquela que émais evidente, mas é, sobretudo, negar-se a refletir de forma mais profunda sobre a natureza desse ofício e dos outros saberes que lhe são necessários (GAUTHIER et al, 1998, p20-21, *apud* NACARATO; PAIVA, 2008, p. 14).

Nesse sentido, Tardif (2002) menciona e explica quatro categorias do saber docente. São elas:

- **Saberes da formação profissional:** estes compõem o conjunto de saberes ensinados nas instituições de formação de professores. São também chamados de saberes das ciências da educação e de saberes pedagógicos.
- **Saberes disciplinares:** abrange o repertório de saberes sociais que são socialmente estabelecidos e determinados pelas instituições de ensino. São os saberes da matéria a serem ensinados pelo professor.
- **Saberes curriculares:** são os saberes disciplinares reestruturados em programas escolares (objetivos, conteúdos, métodos) a serem aprendidos e aplicados pelos professores em seu trabalho cotidiano.
- **Saberes experienciais ou práticos:** é o conjunto de saberes construídos e desenvolvidos pelos professores ao longo de suas carreiras profissionais. Estes saberes ganham forma concreta a partir das experiências individuais e coletivas dos próprios professores com o seu entorno.

Desta forma, nossa provocação está baseada no *aprender/saber* para *aprender/ensinar* matemática através da modelagem, partindo do pressuposto que outros saberes não matemáticos também são necessários. Isto certamente implica em uma reformulação curricular nos espaços de formação de professores, pois o processo de modelagem não está situado em uma única dimensão do conhecimento: *aprender/saber* matemática.

De outro lado, também reforça reflexões no tocante a maneira de como a modelagem matemática tem sido inserida e explorada nas Licenciaturas em Matemática por todo o Brasil, pois, conforme Bassanezi (2011), não se pode esperar de um professor formado nos moldes formalistas, uma prática pedagógica assentada nas aplicações da Matemática em outras áreas de conhecimento. Faz-se necessário, portanto, uma formação profissional norteada pela epistemologia prática da Modelagem Matemática, que esteja fincada nos contextos sociais, culturais e interdisciplinares e que intencione, sobretudo, "formar sujeitos para atuar ativamente na sociedade e, em particular, capazes de analisar como a matemática é usada nos debates sociais" (BARBOSA, 2004, p. 2).

Por isso, também integramos em nossa pesquisa a ideia sobre mobilização de saberes compartilhada por Tardif (2002). Em primeira instância, esta ideia presume movimento ou renovação de saberes ao longo do trabalho docente. Trata-se, portanto, de integrar os saberes já sabidos para atuar na ação docente. Neste processo, vários saberes isolados ou menos utilizados na formação profissional também podem ser resgatados e renovados pelo professor. Desta forma, seu trabalho tem como base de partida os saberes docentes já existentes.

Avante, ao movimentar saberes presentes o professor acaba por construir outros saberes. Assim sendo, a ideia de mobilizar saberes neste momento se assenta na construção de novos saberes docentes, pois novas experiências e novas reflexões permitem que novos saberes sejam conectados àqueles e que a formação profissional se desenvolva com mais qualidade.

Vale salientar que neste processo de mobilização de saberes todos os saberes são valorizados e podem servir de ponto de partida para movimentar/resgatar saberes existentes e/ou construir novos saberes, quer sejam eles científicos ou experienciais, quer sejam eles sociais ou individuais.

Portanto, é justamente nesta concepção de mobilização de saberes que pretendemos investigar os saberes docentes mobilizados pelos alunos e ex alunos do PIBID ao vivenciarem atividades de modelagem matemática envolvendo o conteúdo função afim. Serão categorizados os saberes mobilizados (e não mobilizados) pelos participantes desta pesquisa ao longo das atividades de modelagem matemática. Escolhemos Tardif (2002) por se tratar de um processo de formação profissional em situação inicial e continuada.

Pelo fato destes ex alunos do PIBID estarem inseridos em um processo de formação inicial e atuarem como professores de matemática da Educação Básica, podemos inferir que estes já possuem saberes científicos, saberes da formação profissional, saberes disciplinares, saberes curricularese saberes experienciais (do trabalho do cotidiano). Desta forma, temos a possibilidade de investigar como eles usam, movimentam ou resgatam os saberes já existentes e/ou como desenvolvem ou constroem novos saberes em face de situações reais de modelagem matemática.

A modelagem matemática na perspectiva da formação de professores é uma temática fundamental neste processo de formação intelectual e sociocultural do estudante. Para tanto, é necessário reunir esforços a fim de amparar o professor que ensina matemática por meio da modelagem, particularmente, seja qual for o espaço formativo que ele esteja inserido. Esta tarefa é precisa e necessária, pois "Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei" (FREIRE, 2006, p. 95).

Se por um lado não podemos ensinar o que não sabemos, por outro lado necessitamos aprender o que precisamos ensinar para nossos estudantes. Nesse sentido, em linhas contextuais entendemos que este aprendizado é viabilizado em espaços de formação profissional em relação à modelagem matemática. Como nos diz Freire (1991):

> Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática (FREIRE, 1991, p. 58).

Nesse contexto, entendemos que ninguém nasce um modelador matemático ou marcado para ser um bom modelador matemático. A gente se forma como modelador, a gente se faz modelador, pela prática e pela reflexão sobre a prática permanentemente. Se habilidades e segurança para mobilizar modelagem nas aulas de matemática são construídas com a experiência, podemos ganhar competência e experiência pela formação profissional, pela vivência de atividades de modelagem e pela reflexão permanente sobre elas.

Nesse sentido, entendemos que a pesquisa acadêmica e os programas de formação de professores podem se tornar instrumentos para enriquecer o debate teórico da modelagem matemática na educação matemática e contribuir com a formação profissional através da vivência de atividades de modelagem.

CAPÍTULO 3 - A PESQUISA EM LINHAS METODOLÓGICAS

3.1 Caracterização da pesquisa

Em concordância com a natureza dos objetivos, com o tipo de abordagem e com a forma de levantamento de dados construídos, caracterizamos a presente investigação como sendo uma pesquisa descritiva com estudo de caso e análise qualitativa.

A pesquisa descritiva pressuposta nesta investigação encontra-se fundamentalmente teorizada com base em Gil (2001). Categoricamente, ela é uma metodologia para o desenvolvimento de uma investigação científica e vem sendo solicitada e utilizada em diferentes contextos pelos pesquisadores e educadores: fenômenos educacionais, culturais, sociais, empresariais, políticos, etc. Em sua essência, ela contempla dois objetivos principais: (i) descrever características peculiares de uma população ou fenômeno estudado e (ii) identificar, categorizar, definir, classificar e descrever as relações funcionais existenciais entre as variáveis em estudo e quando necessário, busca determinar a natureza dessas relações.

No tocante aos objetos de estudo agregados à pesquisa descritiva, para operacionalizar uma investigação científica é possível elucidar uma variedade de fenômenos das ciências humanas e sociais como cotidiano escolar, práticas educativas, inovações curriculares, formação profissional, condições de vida de uma população; nível de escolaridade, índice de criminalidade, estado de saúde mental; etc.

Outra produção científica significativa de pesquisa descritiva abrangendo a área educacional é a de Alves (2011). Ao participar de um grupo colaborativo centrado na ressignificação do currículo de Matemática por parte de professoras dos anos iniciais de uma rede pública municipal de ensino, a autora descreveu o que mudou e/ou melhorou na prática docente dessas profissionais a partir do processo de ressignificação curricular. Os resultados apontaram que as principais mudanças estão intimamente ligadas ao aprimoramento dos saberes docentes e as crenças e sentimentos dessas professoras no tocante a matemática.

Desta forma, podemos inferir que a pesquisa descritiva tem ocupado lugar privilegiado nas pesquisas acadêmicas e científicas e que suas extensões e potencialidades são evidentes pela quantidade e qualidade de trabalhos produzidos mediante este tipo de investigação.

No entanto, vale salientar que a pesquisa descritiva não pretende relatar um objeto de estudo em sua totalidade, mas descrever em profundidade algum aspecto que permeia o fenômeno investigado. Desta forma, em nossa investigação pretendemos descrever quais saberes matemáticos e/ou de outros domínios futuros professores de matemática mobilizam ao vivenciarem atividades de Modelagem Matemática. Para tanto, utilizaremos a abordagem qualitativa sobre os dados coletados e o estudo de caso.

O tratamento qualitativo sobre os dados coletados ou simplesmente a lógica de abordagem qualitativa de uma pesquisa científica encontra-se fundamentalmente teorizada com base em Bogdan e Biklen (1994) e Costa e Costa (2012).

A operacionalização de uma abordagem qualitativa em uma pesquisa científica no ramo da Educação, por exemplo, pode ser desenvolvida de diversas formas em múltiplos contextos e deve mediatizar os objetivos e as técnicas de investigação.

A abordagem qualitativa emergiu no século XIX nas ciências sociais e começou a ser efetivamente utilizada pelos acadêmicos, antropólogos e sociólogos em contraponto da abordagem quantitativa para desencadear narrativas de histórias de vida, estudos e investigações científicas de natureza predominantemente social com dois objetivos principais: (i) elucidar os problemas sociais em conexão com a realidade do ser humano a partir de seus métodos científicos de pesquisa e (ii) provocar transformações sociais com base na investigação (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Outro acontecimento histórico do século XIX que contribuiu para o desenvolvimento da abordagem qualitativa nas ciências sociais e na educação foi o reconhecimento das disciplinas: Antropologia, Sociologia de Chicago e Sociologia da Educação como campos de estudos científicos. Desta forma, as décadas de 30 a 50 foram registradas por mais acadêmicos, antropólogos e sociólogos adeptos à abordagem qualitativa. Como conseqüência, as pesquisas educacionais saltaram significativamente e versavam sobre currículo escondido no processo educativo, professores, carreira profissional e perspectivas relativas ao trabalho docente.

Além disso, o tipo de abordagem qualitativa avançou na dimensão conceitual e metodológica por se tornar objeto de estudo para os pesquisadores correntes. Enquanto que na dimensão conceitual à abordagem qualitativa alcançava o significado dos processos inerentes ao ser humano, na dimensão metodológica a entrevista em profundidade se tornou a estratégia de pesquisa principal da abordagem qualitativa.

Assim sendo, nos anos 1960 a abordagem qualitativa foi oficialmente reconhecida como método científico e se configurou como a principal abordagem de pesquisa na educação. O motivo principal de sua ascensão foi a grande massa de problemas educativos que emergiam naquela época. Outros fatores foram os investimentos financeiros por parte do governo estatal para subsidiar este tipo de abordagem na educação. Desta forma, mais pesquisadores educacionais aderiram ao tipo de abordagem qualitativa e desenvolveram diversas pesquisas em diferentes estilos e assuntos educacionais com professores, alunos; experiência de vida diretores; questões raciais na escola; exclusão escolar; sistemas de transportes urbanos; entre outros (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Por conseguinte, nos anos 1980 e 1990 o tipo de abordagem qualitativa definitivamente marcou seu território no campo da educação. As razões agregadas a este avanço são: (i) aumento de adeptos e publicações, e o surgimento de revistas e editoras livreiras específicas para a divulgação da pesquisa científica de abordagem qualitativa; (ii) a possibilidade de se utilizar o computador e softwares sofisticados como ferramentas tecnológicas e aliadas para a recolha, gestão e análise de dados; (iii) a presença feminista no manuseio da abordagem qualitativa, pois alterou fortemente o conteúdo, as questões metodológicas e a relação entre o pesquisador e o co-pesquisador da investigação e (iv) as contribuições pós-modernistas, pois transformou intensamente o significado da interpretação e também do papel do pesquisador em uma pesquisa científica (visto agora como instrumento ou intérprete da pesquisa).

Atualmente, o tipo de abordagem qualitativa é prevalescente nas ciências humanas e sociais e apresenta uma grande coleção de trabalhos acadêmicos e científicos. Diferente da abordagem quantitativa (com métodos estatísticos rigorosos que pretende quantificar textos em números, testar hipóteses, responder questões de maneira objetiva e explicar o objeto investigado) o tipo de abordagem qualitativa enfatiza a compreensão, a interpretação, a intersubjetividade, o processo, o significado, o sujeito cognoscente e busca descrever em profundidade algum aspecto da população ou fenômeno pesquisado.

Além disso, na abordagem qualitativa a recolha de dados realizada por parte do pesquisador é desenvolvida em contato direto com os objetos pesquisados imersos em seus contextos ecológicos naturais. Por isto éque o tipo de abordagem qualitativa é assumida como naturalista.

Em consonância com o contexto real da nossa prática profissional, com os meios e com os fins da nossa investigação, empregaremos como estratégia de pesquisa o estudo de caso qualitativo (YIN, 2005; PONTE, 2006).

Embora o estudo de caso ainda receba diversos estereótipos por partes de pesquisadores da academia científica, sua utilização como estratégia de pesquisa vem crescendo de forma significativa nas ciências humanas, sociais e naturais (YIN, 2005).

Especificamente na educação matemática, o estudo de caso como estratégia de pesquisa também vem sendo utilizado nas pesquisas acadêmicas, sobretudo, naquelas de abordagem qualitativa com fins de investigar questões relativas a processos de aprendizagem, de formação de professores, de programas de formação inicial e continuada de professores, de práticas de ensino, de inovações curriculares, de tecnologias na educação, dentre outros aspectos (PONTE, 2006).

No tocante a nossa investigação, estudamos seis casos distintos ao mesmo tempo através de uma situação que denominamos de *situação aproveitada* definida pelo contexto do projeto PIBID. Assim, o*s casos estudados* são seis futuros professores de matemática e a *unidade de análise* é a mobilização de saberes docentes em atividades de modelagem matemática.

Para determinação dos casos estudados optamos por construir e seguir alguns critérios de seleção que pudessem atender aos nossos anseios investigativos e, ao mesmo tempo, permitir reflexões futuras acerca da formação inicial do professor de Matemática oferecida nos cursos de graduação, do papel e das contribuições do PIBID neste processo formativo, e do trabalho docente com modelagem matemática. Além de ser aluno ou ex aluno do PIBID à época do desenvolvimento das atividades, ter cursado, no mínimo, o quinto período do curso de licenciatura em matemática; possuir alguma experiência profissional em sala de aula envolvendo o conteúdo de função afim e apresentar disponibilidade, desejo de vivenciar atividades de modelagem e boa vontade de colaborar com a concretização da pesquisa.

Como propomos investigar a mobilização de saberes docentes, houve a exigência de alguma experiência com saberes da formação profissional, da disciplina e curriculares trabalhados nas disciplinas de educação, educação matemática (estágios e laboratórios, por exemplo) e matemática (as discipinas de matemática básica e cálculo, por exemplo, que tratam de função afim). Assim, tivemos a possibilidade de identificar o uso de saberes já existentes e a construção de novos saberes mediante as atividades de modelagem.

Entrementes, reconhecemos que para concretizar esta investigação foi imprescindível desenvolver certas qualidades de um bom pesquisador de estudo de casos e também nos colocar em um processo contínuo de reflexão-ação-reflexão sobre o objeto pesquisado.

Segundo Kin (2005, p. 81-87), cinco habilidades são fundamentais para realizar um estudo de caso(s) e envolve: fazer boas perguntas e atribuir significados as respostas; ser um bom "ouvinte", ou seja, ser capaz de identificar o máximo de informações relevantes para o cumprimento de sua investigação sem parcialidade; ser adaptável e flexível, uma vez que o pesquisador não possui controle acerca dos caso(s) estudado(s) e seus variantes; apresentar compreensão das questões de estudo para operacionalizar a pesquisa da melhor maneira possível; e ser aberto a descobertas contrárias àquelas preconcebidas para o(s) caso(s) estudado(s).

É certo que as qualidades mencionadas são válidas e significativas para o desenvolvimento de qualquer pesquisa científica e que possuir e aplicar estas habilidades em estudos de casos pode assegurar uma boa investigação. Atribuir critérios de qualidade que validem externamente o conhecimento produzido através desta estratégia de pesquisa foi outro grande desafio. Por isso, em nossa investigação também assumimos este desafio e buscamos satisfazer as exigências gerais e essenciais agregadas a um bom estudo de caso (Ibidem), que são:

- **Validade do constructo:** envolve as idas e vindas do desenvolvimento da pesquisa desde a coleta de evidencias até a revisão do relatório por colegas de pesquisa;

- **Validade externa:** abrange as possibilidades de generalização analítica através da lógica de replicação;

- **Confiabilidade:** envolve a constatação de resultados semelhantes quando o pesquisador ou par realizam o mesmo estudo de caso em contextos análogos.

Sobre esses critérios de avaliação julgamos pertinente destacar algo mais acerca da *validade externa*, uma vez que a generalização científica em estudo de casos é um dos principais estereótipos e/ou preconceitos apontados pelos críticos desta estratégia de pesquisa. Assim sendo, devemos esclarecer que não pretendemos nesta investigação produzir generalizações estatísticas com base nos participantes da pesquisa ou casos estudados, mas desenvolver generalizações analíticas ou pelo menos tentar "generalizar um conjunto particular de resultados a alguma teoria mais abrangente"(KIN, 2005, p.58).

Ainda situamos a perspectiva de generalização em nossa investigação à ideia de transferibilidade apresentada por Costa e Costa (2012, p.40). Esta ideia é característica de pesquisas de abordagem qualitativa e é colocada pelos autores em contraste com a generalização de pesquisas de abordagem quantitativa. Em sua essência, os resultados evidenciados de uma pesquisa de abordagem qualitativa podem ser utilizáveis ou reprodutíveis para o desenvolvimento de investigações similares em outros locais, ou regiões, ou grupos de professores.

Portanto, a generalização analítica a que nos referimos se completa com a transferibilidade do conjunto de resultados generalizantes produzidos em uma investigação de abordagem qualitativa e é a ideia de generalização entendida e defendida para os casos estudados, bem como para os resultados evidenciados nesta investigação.

Em suma, o que se pretende ao estudar um caso único ou clássico e/ou casos múltiplos ou comparativos em uma pesquisa científica é coletar, apresentar dados de forma imparcial e escrever um trabalho final (KIN, 2005).

3.2 Instrumentos de produção e coleta de dados

De acordo com a estrutura metodológica da nossa investigação utilizamos os seguintes instrumentos de produção e recolha de dados: um questionário diagnóstico e duas atividades de modelagem.

O questionário diagnóstico foi estruturado com onze questões sendo a primeira do tipo fechada e as demais do tipo aberta (Apêndice A). O questionário foi respondido pelos co-participantes da pesquisa com base em suas experiências na licenciatura em matemática, no PIBID-matemática e/ou em ações docentes.

Nossa opção pelo questionário como instrumento de produção e coleta de dados para subsidiar essa investigação se justifica principalmente pelo fato deste proporcionar um enorme benefício em sua aplicação. Segundo Gil (1999), *apud* Alves (1997, p. 44), "o questionário [...] possibilita as pessoas participantes da amostra não ficarem expostas a influência de opiniões e ponto de vista pessoal do entrevistador". Ademais, acreditamos que, ao se deparar com as perguntas propostas, cada pibidiano pode refletir sobre processos de formação e atuação profissional em relação à modelagem matemática.

A finalidade da aplicação desse questionário foi termos condições de reconhecer e/ou acompanhar *quais saberes prévios* envolvendo modelagem matemática, saberes da docência e de função afim que os alunos do PIBID já possuiam e mobilizaram. Nos Anexos de A até F estão os registros dos pibidianos ao responderem o questionário.

Outro instrumento para produção de dados desta pesquisa foram as atividades de modelagem já mencionadas. Nos Apêndices B e C encontram-se os roteiros destas atividades elaborados antes do desenvolvimento das mesmas com os co-participantes da pesquisa. Nos Anexos de G até J estão os registros dos pibidianos ao responderem as atividades.

Ambas as atividades foram vivenciadas adotando as etapas da modelagem no ensino propostas por Biembengut e Hein (2013) e organizadas no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2 – Sequência didática para as atividades de modelagem

INTERAÇÃO	MATEMATIZAÇÃO	MODELO MATEMÁTICO
• Escolha dos temas; • Apresentação dos vídeos; • Discussão sobre os vídeos apresentados, sobre o uso consciente de água e luz, sobre conta de água e conta de luz, sobre os gastos e consumos residenciais envolvendo água e luz.	• Formulação dos problemas de modelagem; • Leitura e interpretação de tabelas tarifárias, conta de água e conta de luz; • Uso de conceitos e procedimentos matemáticos envolvendo função afim e função de várias setenças; • Construção dos modelos matemáticos (tabelas, leis matemáticas e gráficos);	• Interpretação dos modelos matemáticos construídos; • Validação dos modelos matemáticos construídos; • Emissão de respostas sobre os problemas iniciais de modelagem.

Fonte: produção prória

Na primeira atividade de modelagem tratamos de promover a familiarização com o tema da modelagem através da conta de água e de um vídeo educativo que versava sobre o funcionamento do hidrômetro de uma casa.

A partir destes recursos discutimos sobre sustentabilidade, sobre a situação das regiões do país que sofrem com a falta de água, acerca do uso consciente de água, sobre dicas para economizar água e da importância de realizar periodicamente a leitura do hidrômetro de nossa casa a fim de controlar o consumo de água, reduzir consumos excessivos, evitar desperdícios e identificar possíveis fazamentos. Além disso, refletimos sobre o papel da escola e da Matemática com vistas ao uso consciente de água e a sustentabilidade do nosso planeta.

Na segunda atividade buscamos promover a familiarização do tema da modelagem mediante discussões a partir da conta de luz e de um vídeo educativo sobre a importância de economizar energia elétrica. Desse modo, debatemos acerca da situação energética de nosso país, dos fatores que têm encarecido a conta de luz, da sustentabilidade, do uso consciente de energia elétrica, do selo PROCEL, do papel da escola e da matemática no enfrentamento de problemas sociais e também sobre medidas de economia de energia elétrica. No Anexo L, disponibilizamos imagens ilustrativas das principais tecnologias utilizadas nas atividades supracitadas: o hidrômetro, a tabela tarifária do consumo de água, a conta de água e a conta de luz.

Avante, buscamos tabular e analisar os dados recolhidos mediante o estabelecimento de categorias sobre os saberes mobilizados pelos participantes da pesquisa frente as atividades de modelagem matemática envolvendo o conteúdo de função afim. Desta forma, apresentamos a seguir as categorias de análise da nossa investigação.

3.3 Categorias de análise investigativa

Buscando compreender os dados qualitativos da nossa investigação, estabelecemos categorias e subcategorias de análise considerando os saberes docentes discutidos por Tardif (2002); os saberes de modelagem matemática utilizados na vivência de uma atividade de modelagem discutidos por Skovsmose (1990, *apud* BARBOSA, 2001); e os saberes da sociedade inerentes à modelagem matemática, mobilizados durante a realização de atividades de modelagem.

Desta forma, a partir do referencial teórico construímos três categorias de análise: Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática; Categoria 2 - Saberes da formação do professor de Matemática para a Modelagem; e Categoria 3 - Saberes da sociedade.

Embora os saberes da sociedade estejam presentes e sejam reconhecidos em uma atividade de modelagem, entendemos que tais saberes podem ser elucidados de forma mais explícita e igualmente importante no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, já que não identificamos categoricamente os saberes sociais inclusos em uma atividade de modelagem no campo da educação matemática. O Quadro 3, a seguir, organiza e apresenta o que compreende as três categorias apresentadas.

Quadro 3 – Categorias de análise dos saberes

Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática	**Categoria 2 -** Saberes da formação do professor de Matemática para a Modelagem	**Categoria 3 -** Saberes da sociedade
Compreende o conhecimento matemático em si (ou saber disciplinar), o conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo	Compreende os saberes da formação profissional (ou saberes das ciências da educação e pedagógicos), os saberes curriculares e os saberes práticos ou experienciais (saberes em desenvolvimento)	Compreende a composição dos saberes relativos à vida em sociedade que direta ou indiretamente fazem parte da modelagem matemática em questão e contribuem para a formação intelectual e humana do cidadão.

Fonte: construção Própria

Sabemos que por essência, tanto a matemática quanto a modelagem matemática emergem da realidade vivida e interpretada pelo ser humano (BASSANEZI, 2011). Em primeira instância isto pode significar a presença de saberes da sociedade, procedentes do mundo real, numa atividade de modelagem matemática. Em seguida, tais saberes são fundamentais para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, pois precisam ser mobilizados tanto quanto os conhecimentos matemáticos e/ou os saberes da docência.

Nesse sentido, embora a formação inicial nem sempre preserve e explore os contextos sociais relativos as atividades de modelagem matemática, o que compromete a qualidade da formação/atuação profissional desses futuros professores na escola, entendemos que esta ausência no espaço escolar pode fragilizar a formação cidadã dos estudantes. Assim sendo, é significativo iniciar uma atividade de modelagem tanto na formação inicial quanto na formação escolar, situando tanto a matemática quanto a modelagem como meios educativos para a vida em sociedade destes estudantes.

Ademais, embora este discurso seja enfático quanto a importância da formação cidadã a ser desenvolvida na escola através da matemática e da modelagem, haja vista que o espaço escolar também é responsável por favorecer contextos sociais que promovam o estudante para a vida em sociedade, também reafirmamos a importância das tarefas intelectuais e relativas ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em suas dimensões científicas e pragmáticas imbricadas em uma atividade de modelagem.

Além disso, se considerarmos as etapas da modelagem no ensino colocadas por Biembengut e Hein (2013), constataremos a presença e a mobilização não apenas dos saberes de modelagem e de formação do professor para a modelagem, mas também saberes sociais. Nesse sentido, relacionamos as categorias de análise do Quadro 3 com as referidas etapas de uma atividade de modelagem no ensino (Figura 4, página 36). Como resultado, o Quadro 4, apresentado a seguir.

Quadro 4 – Categorização de saberes docentes nas etapas da modelagem

<table>
<tr><th>INTERAÇÃO
(Situação e familiarização do tema)</th><th>MATEMATIZAÇÃO
(Formulação e resolução do problema da modelagem)</th><th>MODELO MATEMÁTICO
(Interpretação e validação do modelo obtido)</th></tr>
<tr><td>Categoria 3 - SABERES DA SOCIEDADE

Contém saberes sobre uso consciente de água e de luz, sobre esgoto sanitário, sobre conta de água e conta de luz, sobre o funcionamento do hidrômetro e do medidor de energia elétrica de uma residência, sobre a CAGEPA e ENERGISA, sobre os gastos e consumos residenciais envolvendo água e luz, sobre compra e uso de eletrodomésticos, eletrônicos e eletroeletrônicos, dentre outros.</td><td>Categoria 1 - SABERES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Conhecimento matemático. Contém saberes sobre leitura, interpretação e construção de tabelas, gráficos e leis matemáticas, sobre conceitos e procedimentos envolvendo função afim e geometria analítica.

Conhecimento tecnológico. Contém saberes sobre como construir e usar um modelo matemático de forma técnica através do uso adequado de ferramentas e recursos de natureza matemática, pedagógica e/ou computacional.

Categoria 2 - SABERES DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA PARA A MODELAGEM
(Saberes em desenvolvimento)

Saberes práticos ou experienciais. Representa a composição de todos os saberes da docência desenvolvidos na formação acadêmica, mas retraduzidos, “polidos” e submetidos à prática e a experiência profissional. Estes são saberes dos práticos e são acionados no momento da elaboração, organização e vivencia de uma atividade de modelagem matemática tendo em vista os objetivos, conteúdos e métodos de ensino. Como nós elaboramos as atividades de modelagem presumimos que a vivência das mesmas pelos pibidianos poderá revelar/indicar como tais saberes estão sendo aprendidos na academia e como eles estão sendo transpostos na ação docente, por exemplo.</td><td>Categoria 1 - SABERES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Conhecimento reflexivo. Contém saberes sobre o entendimento do modelo construído, sobre o que exatamente ele responde perante o seu problema gerador e sobre suas (re) elaborações, aplicações, utilidades e limitações em contextos locais e/ou globais.</td></tr>
</table>

Vale salientar que em algumas subcategorias realçadas no Quadro 4, registramos o termo “conhecimento” enquanto que em outras registramos o termo “saberes”. Esta derivação ocorre para preservar a fonte primária de cada referencial teórico utilizado para a construção das mesmas. Entrementes, em nosso trabalho estamos admitindo estes termos como sendo semelhantes e complementares.

Desta forma, estes termos compreendem tanto o conhecer/saber articulado as experiências e/ou vivências educativas ocorridas dentro e fora de sala de aula que apresentem uma natureza dinâmica, informal, não-sistemática e que não possuam princípios/leis formais de validação, quanto o conhecer/saber cientificamente, que apresenta uma natureza formal, sistemática e normas formais/rígidas de validação.

Destacamos ainda que a proposição desta relação entre a mobilização de saberes e as etapas da modelagem no ensino propostas por Biembengut e Hein (2013) não objetivou engessar os princípios teóricos e práticos da modelagem matemática na educação matemática. Ao contrário, pretendemos provocar e ampliar nossas prerrogativas quanto ao uso da modelagem nos processos de ensino-aprendizagem de matemática tendo em vista a formação profissional, o campo dos saberes docentes e a própria educação matemática, bem como contribuir para o desenvolvimento e teorizações destas reflexões em momentos futuros de estudos e pesquisas.

CAPÍTULO 4 - QUANDO FUTUROS PROFESSORES VIVENCIAM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: QUE SABERES SÃO MOBILIZADOS?

4.1 Saberes prévios de Modelagem e Saberes Docentes

Neste tópico apresentamos os saberes prévios dos ex-alunos do PIBID, ou simplesmente, pibidianos participantes da pesquisa tendo em vista o questionário diagnóstico (Apêndice A) aplicado e as categorias de análise dos saberes do Quadro 4. Para tanto, tratamos de relacionar as perguntas/respostas do questionário com tais categorias assumidas em nossa investigação e elucidar os saberes revelados por cada um, identificados na pesquisa como **pibidiano A, pibidiano B, pibidiano C, pibidiano D, pibidiano E** e **pibidiano F.** Nos Anexos de A até F estão os registros dos pibidianos ao responderem o questionário.

O questionário diagnóstico foi aplicado no dia 21 de maio de 2015 na escola em que o Programa foi desenvolvido. Teve uma duração de uma hora e cinco minutos. Informamos aos pibidianos quanto aos obejtivos do questionário e sua condução foi realizada de forma imparcial. Alguns questionamentos sobre o conceito de modelagem matemática e suas etapas no ensino vieram à tona, pois os pibidianos não apresentavam profundidade sobre o assunto. Mesmo assim, tratamos de não comentar qualquer questionamento e interferir nas respostas.

Conforme mencionamos anteriormente, o questionário diagnótico foi organizado com onze questões, sendo a primeira do tipo fehada e as demais do tipo aberta que tratavam essencialmente de três eixos norteadores principais: *(i) função afim e seu ensino*, *(ii) formação profissional e saberes docentes* e *(iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim*.

Assim sendo, as perguntas do questionário foram elaboradas em comum acordo com as categorias de análise investigativa. Nas questões 1, 2, 3, 4 e 11 consideramos os eixos norteadores (i) e (ii), ou seja, função afim e seu ensino/ formação profissional e saberes docentes. Assim, questionamos os pibidianos acerca da atuação profissional enquanto professor de matemática; da experiencia de ensinar função afim; da competência de conceitualizar e contextualizar função afim; e da capacidade de desenvolver uma proposta curricular para o ensino desse conteúdo no Ensino Médio. Estas questões abrangem prioritariamente a categoria de análise contendo os saberes práticos, os saberes curriculares e os saberes da formação profissional (principalmente os saberes pedagógicos).

Nas demais perguntas do questionário, consideramos o eixo norteador (iii) sobre modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim. Assim, arguimos os pibidianos acerca da formação profissional em relação à modelagem matemática; da experiência de vivenciar e/ou orientar uma atividade de modelagem matemática; da capacidade de conceitualizar modelagem matemática e descrever suas etapas no ensino; da competência de articular a ideia de modelagem matemática ao ensino envolvendo o conteúdo de função afim; e da habilidade de utilizar modelos matemáticos para compreender e agir em outras realidades que não a matemática. Estas questões apresentam conexões diretas com a categoria de análise investigativa sobre *saberes de modelagem matemática* (conhecimento matemático, conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo).

Embora a categoria de análise investigativa sobre os *saberes da sociedade* (categoria 3 do Quadro 3) não se encontre explicitamente nas perguntas do questionário, sua pertinência é inerente aos eixos que nortearam sua elaboração e aplicação. A questão 11, por exemplo, examina uma construção curricular para explorar a matemática contida na conta de água e na conta de luz de uma residência e realça um contexto recheado de saberes de natureza e interesse social.

Assim, entendemos que esta associação entre as perguntas do questionário e as categorias de análise prescritas em nossa investigação não devem ser vislumbradas de maneira linear, mas de modo potencialmente integrado. Isto signfica dizer que uma pergunta somada a sua resposta pode revelar simultaneamente saberes prévios de modelagem matemática, da formação do professor de matemática para a modelagem e saberes da sociedade.

Desta forma, a fim de preservar a natureza metodológica da nossa investigação (estudo de caso qualitativo) e tentar atribuir uma análise potencial e integrada aos dados revelados a partir do questionário diagnóstico, optamos por apresentar os saberes prévios dos pibidianos realizando uma descrição pontual para cada pibidiano nos proximos tópicos deste capítulo.

4.1.1 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano A

O pibidiano A cursa atualmente o sétimo periodo da licenciatura em matemática, participa do projeto PIBID desde o ano de 2013, e não possui experiência na docência enquanto professor de matemática. Mencionou ter ensinado o conteúdo de função afim no Ensino Médio pelo projeto PIBID e também em uma experiência de substituir um professor regente na própria escola onde o projeto atua.

Considerando sua formação incial, o pibidano A já cursou diciplinas que abrangem a Matemática, as Ciências da Educação e a Educação Matemática, dentre as quais podemos citar Cálculo Diferencial e Integral I a III, Matemática para o Ensino Básico I até IV, Matemática Financeira, Estatística, Política e Gestão da Educação, Didática, Estágio Supervisionado I, Laboratório de Ensino de Matemática I e História da Matemática. Atualmente, ele encontra-se cursando as disciplinas de Estágio Supervisionado II, Laboratório de Ensino da Matemática II e Introdução à Álgebra.

Vale destacar que até o momento em que respondeu o questionário diagnóstico, o pibidiano A ainda não vivenciara e nem cursara qualquer disciplina que tenha explorado a modelagem matemática enquanto currículo da sua formação incial. Entretanto, podemos inferir que de alguma maneira as disciplinas cursadas e as experiências acumuladas no Projeto PIBID também constituem pano de fundo das respostas do questionário, pois revelaram parcialmente a origem dos saberes prévios não apenas do pibidiano A, mas de todos os pibidianos envolvidos em nossa investigação.

Assim sendo, o pibidiano A respondeu o questionário diagnóstico atendendo principalmente aos dois eixos norteadores *(i) função afim e seu ensino* e *(ii) formação profissional e saberes docentes*, a partir das questões 1, 2, 3 e 4.

Nesse sentido, embora não desempenhe a docência enquanto professor de matemática, o pibidiano A aponta ter conhecimentos matemáticos. Podemos confirmar esta prerrogativa considerarando sua escrita ao definir, exemplificar e tentar sugerir uma aplicação de função afim como no registro da Figura 5.

Figura 5 – Resposta do pibidiano A para a Questão 3 do diagnóstico

A função afim é definida por $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e nela existem constantes a e b que pertencem ao conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, onde a e b são chamados de coeficientes angular e linear respectivamente, $\forall\ x \in \mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = 2x$ (função linear, onde o coeficiente angular a é 2 e o coeficiente linear b = 0.

Aplicação: Seja a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x + 4$, determine o valor de $f(20) - f(5)$.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Em seguida, a última pergunta respondida pelo **pibidiano A** foi a questão 4, que versava sobre como ensinar o conteúdo de função afim no Ensno Médio. Em resposta, ele alegou que planejaria uma sequência didática como exposto na Figura 6.

Figura 6 – Resposta do pibidiano A para a Questão 4 do diagnóstico

Planejaria uma sequência didática, onde eu pudesse expressar a forma algébrica e graficamente de uma função afim, levaria para a sala de aula pelo menos uma apresentação no software Geogebra (ou no laboratório de informática), e nessa apresentação faria os traçados de gráficos das funções de forma que relacionasse os coeficientes da equação da reta e assim, fazendo um reconhecimento que o gráfico da função afim é uma reta. Em seguida: faria aplicações que envolvessem o próprio cotidiano dos alunos, fazendo com eles se relacionarem diretamente com o conteúdo.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

À primeira vista, sua descrição de como ensinar o conteúdo de função afim no Ensino Médio evidência saberes prévios de natureza curricular e pedagógica, pois reflete um programa de ensino contendo objetivos (ainda que implícitos), conteúdo e métodos. Estes tipos de saber docente estão situados na categoria de análise investigativa que envolve os saberes da formação do professor de matemática para a modelagem que estão em desenvolvimento na formação inicial. São, portanto, os saberes pedagógicos da formação profissional e os saberes curriculares.

Ademais, realçamos a presença do conhecimento tecnológico apresentado pelo pibidiano A ao mencionar o uso do software Geogebra como método de ensino para o conteúdo de função afim. Este software seria utilizado para explorar a construção de gráficos de uma função afim e os conceitos matemáticos de coeficiente angular e coeficiente linear de uma função afim. Trata-se, portanto, de utilizar a ferramenta computacional para obtenção de modelos gráficos.

Assim, o pibidiano A apresentou saberes prévios de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar e o conhecimento tecnológico) e saberes prévios da formação do professor de Matemática para a Modelagem (saberes da formação profissional – apenas os saberes pedagógicos – e os saberes curriculares) ao responder o questionário diagnóstico.

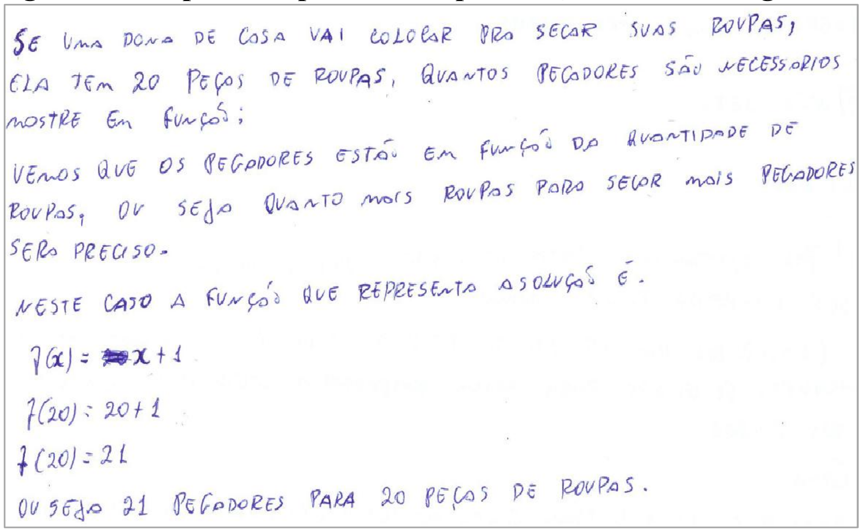
4.1.2 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano B

O pibidiano B participa do projeto PIBID desde o ano de 2014, e também não tem experiência docente enquanto professor de matemática. Nesse sentido, ele também não vivenciara e nem cursara qualquer disciplina que tenha explorado a modelagem matemática na graduação.

Assim sendo, ao responder o questionário diagnóstico, o pibidiano B contemplou dois eixos norteadores do questionário: *(i) função afim e seu ensino* e *(iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim,* e externou suas reflexões em todas as questões propostas.

Desta forma, o pibidiano B registrou que já ensinou o conteúdo de função afim em uma atividade do projeto PIBID na escola onde o projeto atua e relata que se fosse professor de matemática ensinaria este conteúdo no Ensino Médio a partir de problemas do cotidiano dos alunos. Assim, definiu este tipo de função tendo em vista a noção de conjuntos e de modo plausível conseguiu mencionar uma aplicação relacionando pegadores e o número de peças de roupa da maneira apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Resposta do pibidiano B para a Questão 3 do diagnóstico


SE UMA DONA DE CASA VAI COLOCAR PRA SECAR SUAS ROUPAS, ELA TEM 20 PEÇAS DE ROUPAS, QUANTOS PEGADORES SÃO NECESSARIOS MOSTRE EM FUNÇÃO;

VEMOS QUE OS PEGADORES ESTÃO EM FUNÇÃO DA QUANTIDADE DE ROUPAS, OU SEJA QUANTO MAIS ROUPAS PARA SECAR MAIS PEGADORES SERA PRECISO.

NESTE CASO A FUNÇÃO QUE REPRESENTA A SOLUÇÃO É.

$f(x) = x + 1$

$f(20) = 20 + 1$

$f(20) = 21$

OU SEJA 21 PEGADORES PARA 20 PEÇAS DE ROUPAS.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

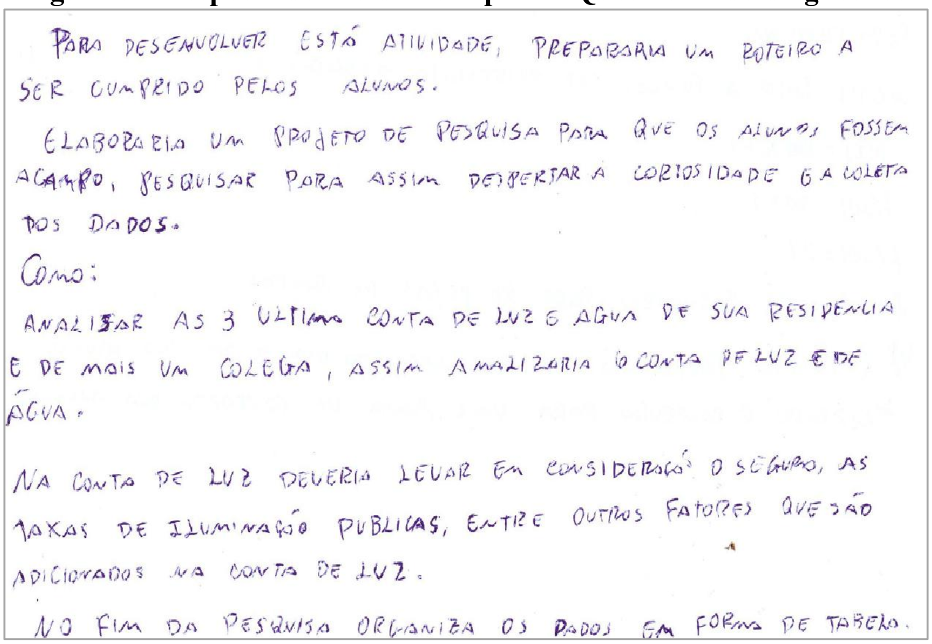
Esta aplicação de função afim aponta saberes prévios de natureza matemática, situados em nossa pesquisa como conhcimento matemático e subjacente à categoria de saberes de Modelagem Matemática. Aqui, vemos um contexto de função afim, o conceito genérico de função enquanto relação funcional, elementos de uma função (domínio e imagem) e um modelo algébrico que realça tal aplicação. Embora defina inicialmente função afim mediante a linguagem de conjuntos, fica evidente que o campo conceitual do pibidiano B sobre função afim não se restinge aos limites da formalidade matemática.

Nesse sentido, o pidiano B conceitualizou a modelagem matemática como sendo uma "forma que você adapta o conteúdo para o cotidiano, o dia-adia" e contextualizou o ensino de função afim utilizando a modelagem matemática enquanto metodologia de ensino tendo em vista situações que envolvam o "preço de passagens, de gasolina, de energia, água, entre outros". Mesmo não tendo vivenciado nenhuma atividade de modelagem matemática ao longo de sua formação inicial e não ter conseguido responder quais são as etapas da modelagem no ensino, percebemos uma coerência entre sua maneira de conceber modelagem e exemplificar fenômenos que permitam seu trabalho no espaço escolar visando desenvolver o conteúdo de função afim.

Ao ser examinado sobre a possibilidade de utilizar a modelagem matemática para compreender fenômenos ou problemas da realidade, o pibidiano B afirmou nada saber a respeito desse processo. Confrontando esta resposta com as anteriores parece-nos que estamos diante de uma contradição, mas não entendemos que se trata disso. Ao contrário, presumimos que esse contraste pode revelar uma questão mal elaborada, falta de entendimento do que sejam fenômenos/problemas da realidade ou ainda uma concepção de que a modelagem natemática serve apenas para desenvolver os conteúdos matemáticos de maneira significativa, contextualizada e interdisciplinar (via conceitualização de modelagem matemática apresentada no parágrafo anterior).

Considerando especificamente o trabalho com a conta de luz e a conta de água nas aulas de matemática, o pibidiano B propõe uma atividade de pesquisa da maneira exposta na Figura 8.

Figura 8 – Resposta do Pibidiano B para a Questão 11 do diagnóstico



PARA DESENVOLVER ESTÁ ATIVIDADE, PREPARARIA UM ROTEIRO A SER CUMPRIDO PELOS ALUNOS.

ELABORARIA UM PROJETO DE PESQUISA PARA QUE OS ALUNOS FOSSEM A CAMPO, PESQUISAR PARA ASSIM DESPERTAR A CORIOSIDADE E A COLETA DOS DADOS.

COMO:

ANALISAR AS 3 ULTIMA CONTA DE LUZ E ÁGUA DE SUA RESIDENCIA E DE MAIS UM COLEGA, ASSIM ANALIZARIA A CONTA DE LUZ E DE ÁGUA.

NA CONTA DE LUZ DEVERIA LEVAR EM CONSIDERAÇÃO O SEGURO, AS TAXAS DE ILUMINAÇÃO PUBLICAS, ENTRE OUTROS FATORES QUE SÃO ADICIONADOS NA CONTA DE LUZ.

NO FIM DA PESQUISA ORGANIZA OS DADOS EM FORMA DE TABELA.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Neste registro, o pibidiano B apresenta uma proposta de trabalho via projeto, ideia tradicional da modelagem matemática no Brasil, descreve as etapas deste projeto, elege as tarefas para o professor/alunos e dimenciona a natureza investigativa e social do trabalho, embora não consideremos aqui uma mobilização coerente de saberes prévios de natureza curricular, pois não é possível identificar uma estruturação curricular que contemple objetivos, conteúdos e métodos nesta descrição de atividade escolar. Enfatizamos a ligeira presença de saberes prévios da sociedade, pois traz à tona reflexões sobre elementos que influenciam diretamente a vida em sociedade de um cidadão. Assim, o pibidiano B apresentou os seguintes saberes prévios ao responder o questionário diagnóstico: Saberes de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar) e Saberes da Sociedade.

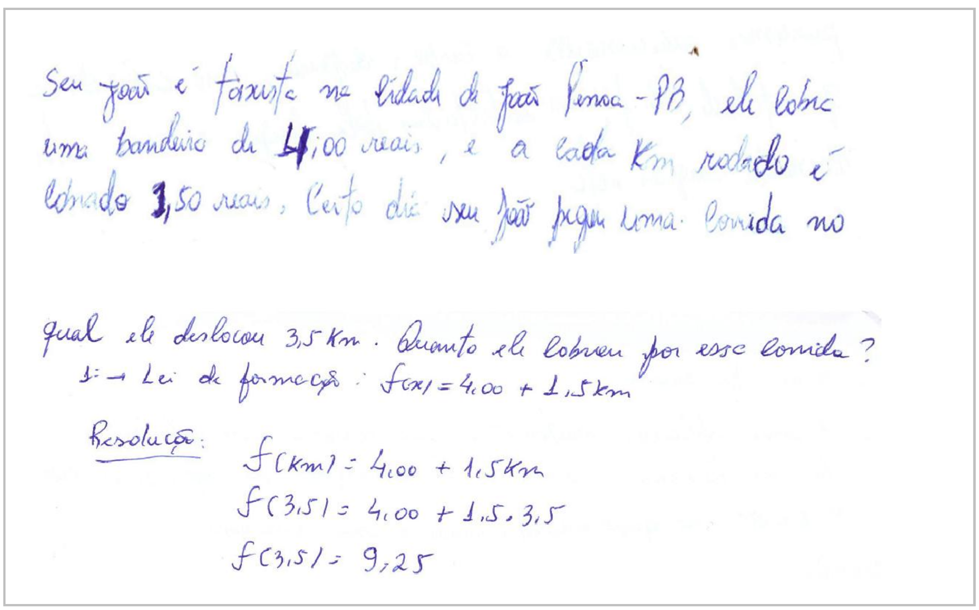
4.1.3 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano C

O pibidiano C participa do projeto PIBID desde o ano de 2014, e ainda não exerceu a docência enquanto professor de matemática. Ele cursa atualmente o sétimo período universitário e também não vivenciara qualquer situação envolvendo a modelagem matemática.

Frente ao questionário diagnóstico, o pibidiano C descreveu suas respostas tendo em vista os três eixos norteadores que o compõe: *(i) função afim e seu ensino*, *(ii) formação profissional e saberes docentes* e *(iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim*, apresentando suas ideias em todas as questões propostas.

Nas questões relativas ao eixo norteador (i), o pibidiano C registra ter ensinado o conteúdo de função afim, define este tipo de função como sendo uma aplicação matemática bem próxima da ideia de função por meio de conjuntos e exemplifica sua conceitualização atráves de uma sequência numérica ímpar cuja lei de formação é $f(x) = 2x + 1$. Além disso, contextualiza este conteúdo mediante o problema clássico do taxista da maneira apresentada na figura 9.

Figura 9 – Resposta do pibidiano C para a Questão 3 do diagnóstico


Seu João é taxista na cidade de João Pessoa - PB, ele cobra uma bandeira de 4,00 reais, e a cada Km rodado é cobrado 1,50 reais, Certo dia seu João pegou uma corrida no qual ele deslocou 3,5 Km. Quanto ele cobrou por essa corrida?

1: → Lei de formação: $f(x) = 4{,}00 + 1{,}5km$

Resolução:

$f(km) = 4{,}00 + 1{,}5Km$

$f(3{,}5) = 4{,}00 + 1{,}5 \cdot 3{,}5$

$f(3{,}5) = 9{,}25$

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

De acordo com suas respostas, esta aplicação reflete a maneira pela qual o pibidiano C ensinaria esse tipo de função no Ensino Médio, através da proposição de problemas do cotidiano. É relevante sublinhar que este pibidiano usou o km como sendo a variável independente do problema e não x ou qualquer outra letra, como de costume. Isto aponta para uma compreensão adequada do significado que a letra “x” poderia representar no problema supracitado. Desse modo, frisamos a presença de saberes prévios de natureza matemática.

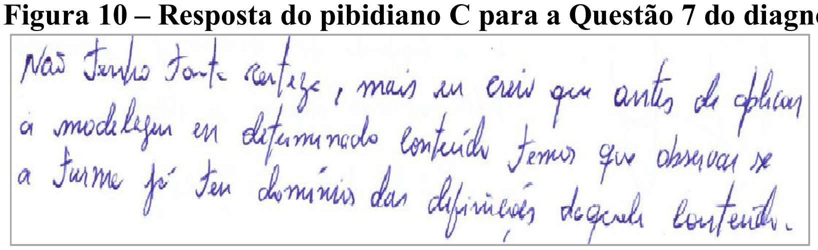
Por sua vez, ao ser questionado sobre perguntas envolvendo o eixo norteador que relaciona a modelagem matemática e o ensino de função afim, o Pibidiano C aproxima a ideia de problemas do cotidiano com a noção de modelagem matemática ao nos dizer que: “modelagem são proposições, ou seja, problemas criados utilizando conceito ou exemplo do nosso dia-a-dia”.

Esta conceitualização revela que sua maneira de conceber modelagem matemática está intimamente relacionada com sua maneira de conceber a matemática e seu ensino (BARBOSA, 2001). Além disso, realça que ela deve brotar da criação de problemas do mundo real mediante o uso de teorias matemáticas e menciona como possibilidades de trabalho problemas envolvendo tempo e distância e o cálculo de quantidade de pessoas infectadas pela dengue em uma determinada região.

Entretanto, esta conceitualização não parece indicar clareza quanto à dinâmica da Modelagem Matemática no espaço escolar, não sabendo informar quais são as etapas da modelagem no ensino.

Da passagem a seguir, podemos inferir que para o pibidiano C a ideia de modelagem perpassa a perspectiviva de aplicar a matemática que se sabe para tentar resolver problemas do cotidiano e que o processo de modelagem sucede o domínio de conteúdos matemáticos, como exposto na figura 10.

Figura 10 – Resposta do pibidiano C para a Questão 7 do diagnóstico



Naõ Tenho Tanta certeza, mais eu creio que antes de aplicar a modelagem em determinado conteúdo temos que observar se a turma já tem domínio das definições daquele conteúdo.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Entendemos que embora sejam necessários conhecimentos prévios para desenvolver uma atividade de modelagem, também admitimos sua possibilidade e potencialidade para provocar a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos. Assim, relaçamos a modelagem tanto como uma metodologia passível de aplicação de conhecimentos quanto uma metodologia de novas descobertas, construções e aprendizagens.

Avante, quando questionado sobre a possibilidade de elaborar um roteiro curricular para explorar a matemática contida na conta de água e na conta de luz de uma residência, o pibidiano C propõe o roteiro na Figura 11.

Figura 11 – Resposta do pibidiano C para a Questão 11 do diagnóstico

O tipo de roteiro criado seria desta forma;

• Uma questão do dia a dia, que está presente na casa dos alunos e muitos não tem o desconhecimento de como calcular o consumo de sua energia, ou verificar se aquela leitura está completamente correta em relação ao valor cobrado.

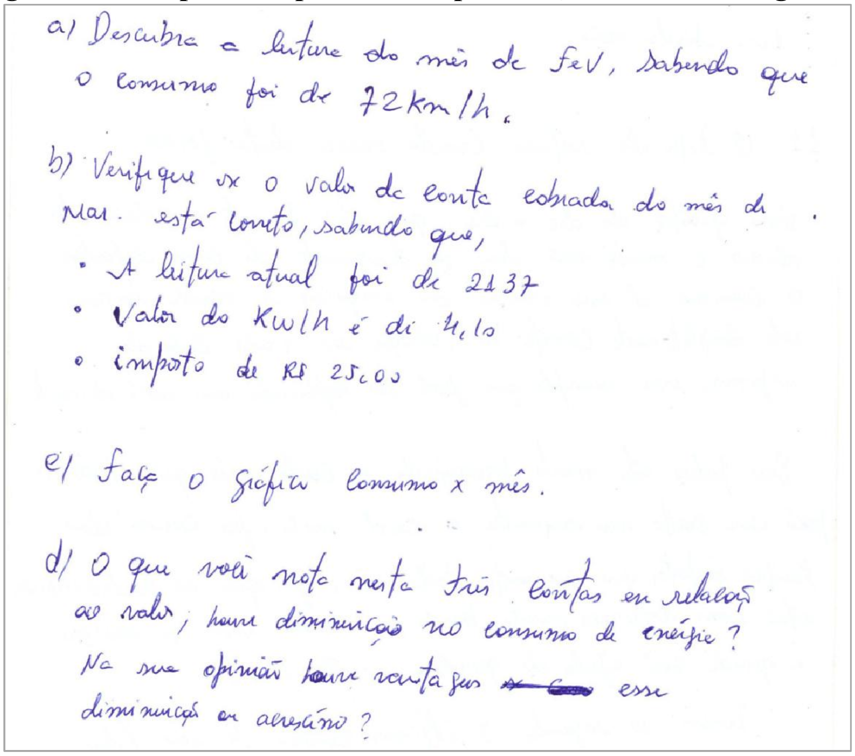
Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Embora seu roteiro não explicite objetivos, conteúdos e métodos, ele é devidamente orientado por problemas típicos de uma atividade de modelagem: calcular o consumo de energia elétrica de uma residência ou verificar se o consumo apresentado na fatura corresponde ao valor cobrado. Estes problemas se aproximam bem das nossas atividades de modelagem vivenciadas nessa investigação.

Entrementes, este roteiro revela claramente que o pibidiano C apresenta saberes prévios da sociedade. Ele aparenta acompanhar o que está acontecendo atualmente acerca dos aumentos da conta de energia e também os motivos que justificam tais aumentos: hidroelétricas com volumes baixo de água e geração de energia através das termelétricas, por exemplo.

Agregado a esse roteiro, o pibidiano C termina de responder seu questionário apresentando quatro perguntas a serem respondidas, destacadas na Figura 12.

Figura 12 – Resposta do pibidiano C para a Questão 11 do diagnóstico



a) Descubra a leitura do mês de fev, sabendo que o consumo foi de 72km/h.

b) Verifique se o valor da conta cobrada do mês de mai. está correto, sabendo que,

- A leitura atual foi de 2137
- Valor do Kw/h é de 4,10
- imposto de R$ 25,00

c) Faça o gráfico consumo x mês.

d) O que você nota nesta três contas em relação ao valor; houve diminuição no consumo de energia? Na sua opinião houve vantagem pra essa diminuição ou acréscimo?

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Em suma, estas perguntas abrangem saberes prévios de natureza matemática (a, b e c) e saberes prévios de natureza social (d). Desta forma, o pibidiano C apresentou os seguintes saberes prévios ao responder o questionário diagnóstico: Saberes de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar) e Saberes da Sociedade.

4.1.4 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano D

O pibidiano D ingressou no projeto PIBID no corrente ano e não possui experiência docente enquanto professor de matemática. Ele cursa atualmente o nono período universitário e já teve contato com modelagem matemática na disciplina de Laboratório de Enisno de Matemática II.

Frente ao questionário diagnóstico, o pibidiano D contemplou dois eixos norteadores do questionário: *(i) função afim e seu ensino* e *(iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim,* e apresentou suas reflexões em todas as questões propostas.

Desta forma, o pibidiano D registrou que ainda não ensinou o conteúdo de função afim e que se fosse professor de matemática ensinaria este conteúdo no Ensino Médio mediante o uso de um software educacional como o Geogebra. Para ele, esta ferramenta pedagógica possibilita aos alunos “perceber claramente o movimento do gráfico, como também a localização dos pontos, entre outros”.

Embora seja positiva sua menção de novas tecnologias no ensino de função afim, não há qualquer problematização dessa ferramenta pedagógica tendo em vista a construção do conhecimento matemático. Sua sugestão evoca uma melhor qualidade na visualização de gráficos e localização de pontos no plano cartesiano. Assim sendo, não registramos qualquer presença de conhecimento tecnológico e/ou conhecimento reflexivo pertinente a categoria investigativa de saberes de modelagem matemática.

Em paralelo, o pibidiano D definiu esse tipo de função tendo em vista sua forma geral $f(x) = ax + b$, com a e b números reais e a $\neq 0$, mas não apresentou nenhum exemplo ou aplicação envolvendo este conteúdo. Assim sendo, registramos neste contexto a presença tímida de saberes de natureza matemática.

Em seguida, o pidiano D definiu a modelagem matemática como sendo uma “aplicação da matemática no cotidiano e nas demais áreas de conhecimento”, e relacionou o ensino de função afim com a modelagem matemática através da construção de gráficos oriundos de uma conta de água e/ou de luz.

Todavia, este pibidiano não apresentou nenhum roteiro curricular de como desenvolver esse trabalho educativo, não conseguiu responder quais são as etapas da modelagem no ensino e nada soube escrever sobre a possibilidade de utilizar a modelagem matemática para compreender fenômenos ou problemas da realidade. Mesmo assim, percebemos uma coerência entre sua maneira de conceber modelagem como matemática aplicada e apresentar situações do cotidiano que comportem seu trabalho no espaço escolar visando desenvolver o conteúdo de função afim.

Assim, o pibidiano D apresentou ligeiramente saberes prévios de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar) ao responder o questionário diagnóstico.

4.1.5 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano E

O pibidiano E é um dos ex-pibidianos participantes da nossa investigação. Sua permanência no PIBID abrangeu desde o início do projeto na escola no ano de 2010 até a conclusão do curso de graduação no primeiro semestre do presente ano.

Ao responder o questionário diagnóstico este pibidiano afirmou ser professor de matemática e ter vivenciado uma atividade de modelagem matemática na graduação dentro da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática II, entretanto alegou que ainda não teve a experiência de ensinar o conteúdo de função afim.

Assim sendo, os eixos norteadores do questionário contemplados pelo pibidiano E envolveram prioritariamente *(i) função afim e seu ensino* e *(iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim.*

Nesse sentido, ao definir e exemplificar função afim o pibidiano E fez uso da sua forma geral $f(x) = ax + b$ e do exemplo f(x) = 7x – 3, sendo a = 7 e b = -3. Ademais, embora tenha declarado que este conteúdo seja comum no dia a dia e que este fato facilite seu ensino em sala de aula, ele não exibiu qualquer aplicação envolvendo tal conteúdo e também não conseguiu delinear uma proposta metodológica para seu ensino. Desta forma, registramos uma discreta presença de saberes prévios de natureza matemática em sua dimensão conceitual.

No tocante ao eixo norteador (iii) do questionário diagnóstico, o pibidiano E externou seu entendimento sobre a ideia de modelagem matemática e sobre sua possibilidade de relacioná-la ao conteúdo de função afim. Alegou não saber categoricamente as etapas da modelagem matemática no ensino bem como desenvolver um roteiro curricular que permitisse explorar a matemática contida na conta de água e na conta de luz de uma residência.

Sendo assim, o pibidiano E definiu modelagem matemática como sendo “algo a ser explorado e desenvolvido em um detalhado processo de construção”. Embora não saiba das etapas de uma modelagem no ensino e que esta definição de modelagem não esteja completa dentro dos parâmetros da literatura específica, este pibidiano admite que a dinâmica de uma atividade de modelagem envolve e possibilita a “exploração e processos de contrução” de um dado objeto do conhecimento. Estes termos realçam a essência da modelagem matemática enquanto prática pedagógica inovadora do fazer matemática, pois “explorar e construir” não são termos oriundos de uma concepção de ensino tradicional, mas de uma concepção de ensino construtivista.

Por sua vez, inquirido sobre a possibilidade de trabalhar função afim através da modelagem matemática o pibidiano E não apresentou detalhes consistentes sobre como poderia ser este processo, que temas poderiam ser trablhados e/ou que conteúdos poderiam ser desenvolvidos. Todavia, declarou que este trabalho poderia iniciar "a partir de uma única questão que poderia ser trabalhada em sala e fora dela". Nesse sentido, este esboço está de acordo com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no ensino, preserva tanto a etapa de formação do problema da modelagem a ser desenvolvida quanto à natureza investigativa desta atividade, quer seja nos limites do espaço escolar quer seja fora dele e confirma a ligeira presença de saberes prévios de natureza pedagógica.

Assim, o pibidiano E apresentou ligeiramente saberes prévios de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar) e saberes prévios da formação do professor de Matemática para a Modelagem (apenas os saberes pedagógicos) ao responder o questionário diagnóstico.

4.1.6 Os saberes prévios de Modelagem do pibidiano F

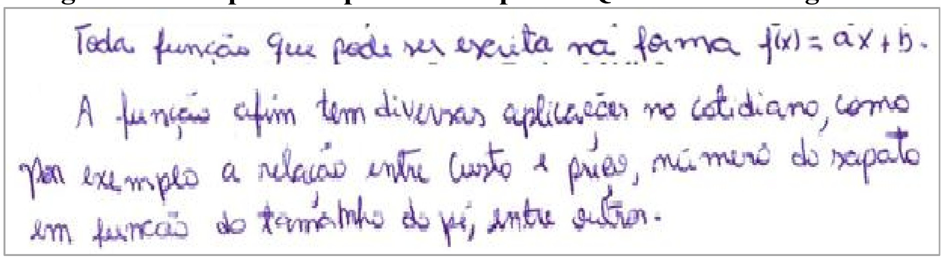
O pibidiano F é o outro ex-pibidiano participante da nossa investigação. Ele esteve no projeto desde seu surgimento na escola em maio de 2010 até o primeiro semestre do corrente ano, quando concluiu o curso de graduação.

Ao responder o questionário diagnóstico este pibidiano declarou ser professor de matemática e já ter participado de uma atividade de modelagem matemática na graduação dentro da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática II, mas ainda não teve nenhuma experiência profissional com o conteúdo de função afim.

Ao responder o questionário diagnóstico, os eixos norteadores contemplados pelo pibidiano F abarcaram *(i) função afim e seu ensino*, *(ii) formação profissional e saberes docentes*, (*iii) modelagem matemática envolvendo o ensino de função afim*, e apresentou suas reflexões em todas as questões propostas.

Sendo assim, o pibidiano F registrou que se tivesse oportunidade de esinar o conteúdo de função afim no Ensino Médio faria a partir de situações do cotidiano. Nesse sentido, definiu este tipo de função tendo em vista sua representação geral (embora não tenha especificado os coeficientes no conjunto dos números reais) e conseguiu referi ralgumas aplicações envolvendo problemas do cotidiano nos termos expostos na Figura 13.

Figura 13 –Resposta do pibidiano F para a Questão 3 do diagnóstico



Toda função que pode ser escrita na forma $f(x) = ax + b$.
A função afim tem diversas aplicações no cotidiano, como por exemplo a relação entre custo e preço, número do sapato em função do tamanho do pé, entre outros.

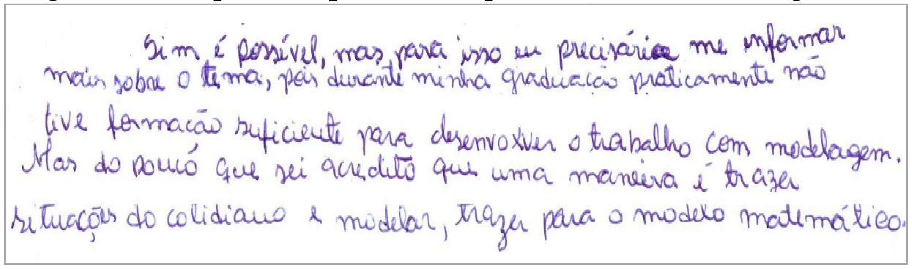
Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Nessa citação podemos identificar saberes prévios de natureza matemática, localizado em nossa pesquisa como conhecimento matemático e subjacente à categoria de saberes de modelagem matemática. Aqui realçamaos a presença de diferentes contextos relativos a função afim que podem ser explorados em sala de aula, seja via modelagem matemática ou resolução de situações-problema, por exemplo. Isso está coerente com a maneira apresentada pelo pibidiano F de ensinar função afim no Ensino Médio e condiz com as prerrogativas discutidas nos documentos oficiais do nosso sistema educacional brasileiro.

No que tange aos eixos norteadores (ii) e (iii), o pibidiano F conceitualizou a modelagem matemática como sendo algo que "relaciona os conceitos a situações do cotidiano" e que buscar "trazer situações para o modelo matemático". Em suma, esta definição se aproxima dos parâmetros discorridos na literatura específica, revela a funcionalidade da modelagem em relacionar situações do mundo real com a matemática através da elaboração e análise de modelos matemáticos e realça a presença de saberes prévios da formação profissional oriundos da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática II.

Ao ser examinado sobre as etapas da modelagem no ensino, o pibidiano F declarou nada saber sobre este processo. Falou da possibilidade de trabalhar o conteúdo de função afim através da modelagem matemática nos termos apresentados na Figura 14.

Figura 14 –Resposta do pibidiano F para a Questão 8 do diagnóstico

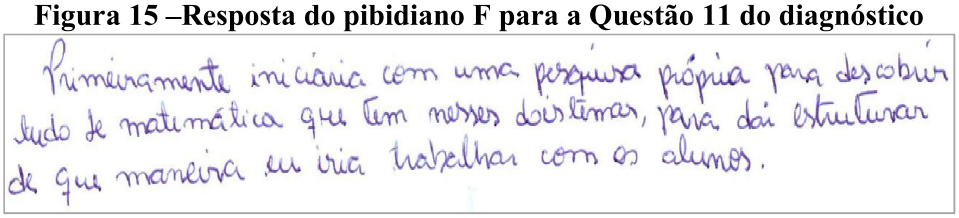

Sim, é possível, mas para isso eu precisaria me informar
mais sobre o tema, pois durante minha graduação praticamente não
tive formação suficiente para desenvolver o trabalho com modelagem.
Mas do pouco que sei acredito que uma maneira é trazer
situações do cotidiano e modelar, trazer para o modelo matemático.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

Este relato aponta categoricamente a importância de uma formação profissional adequada para o desenvolvimento de um trabalho com modelagem matemática. Embora adimita ser possível trabalhar função afim via modelagem matemática e compreender a essência da modelagem em modelar situações do cotidiano através de ferramentas matemáticas e de outros domínios, o pibidiano F não consegue realicionar os contextos de função afim na dinâmica da modelagem. Talvez a carência de vivencias de atividades com modelagem matemática e/ou a formação profissional a título informativo (e não formativo) sejam possíveis razões para este cenário.

Em paralelo, o pibiano F também não soube justificar como utilizar a modelagem matemática para compreender fenômenos ou problemas da realidade. Para ele esta interpretação está condicionada as etapas da modelagem no ensino. Além disso, arguido sobre o desenvolvimento de um roteiro curricular para explorar a matemática nas contas de água e luz, respectivamente, nos informou o que destacamos na Figura 15.

Figura 15 –Resposta do pibidiano F para a Questão 11 do diagnóstico


Primeiramente iniciaria com uma pesquisa própia para descobrir
tudo de matemática que tem nesses dois temas, para daí estruturar
de que maneira eu iria trabalhar com os alunos.

Fonte: Registro na Avaliação Diagnóstica

De maneira implícita, seu depoimento evoca a busca pelos saberes da sociedade em co-relação com os conhecimentos matemáticos e de outros domínios, tão pouco explorados nas licenciaturas em matemática e tão essenciais em qualquer atividade de modelagem matemática. Aponta que reconhecer superficialmente a matemática contida em um dado contexto do mundo real é algo relevante, mas compreender sua funcionalidade neste contexto a fim de intervir nele é o cerne para o desenvolvimento profissional.

Assim sendo, identificamos que o pibidiano F apresentou os seguintes saberes prévios ao responder o questionário diagnóstico: Saberes de Modelagem Matemática (conhecimento matemático em si ou saber disciplinar) e saberes prévios da formação do professor de Matemática para a Modelagem (saberes da formação profissional oriundos da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática II).

4.2 As Atividades de Modelagem e os Saberes Docentes

Esta sessão apresenta e esclarece as atividades de modelagem matemática, a dinâmica de suas aplicações, as discussões e os resultados obtidos em nossa investigação.

Cada atividade de modelagem foi aplicada na escola no mês de agosto e desenvolvida em dupla em dias/turnos distintos. Como dispomos de seis pibidianos, foram formadas quatro duplas, sendo que uma dupla vivenciou as duas atividades de modelagem. Vale salientar que estes agrupamentos aconteceram desta forma por dificuldades em reunirmos mais pibidianos em um mesmo lugar e horário para a vivência das mesmas. Assim sendo, eles foram formados de maneira aleatótia, condicionada à disponibilidade de cada pibidiano. Nos Anexos de G até J estão os registros dos pibidianos ao responderem as atividades.

A seguir, apresentamos no Quadro 5 a distribuição dos pibidianos face as atividades de modelagem realizadas.

Quadro 5 – Distribuição dos pibidianos face as atividades de Modelagem

ATIVIDADE DE MODELAGEM	**1ª Atividade de Modelagem** Entendendo o consumo de água na fatura doméstica	**2ª Atividade de Modelagem** Conta de luz: evitar desperdícios e reduzir gastos
DUPLAS DE ALUNOS	**Pibidianos E** e **F**	**Pibidianos A** e **C**
	Pibidianos B e **D**	**Pibidianos E** e **F**

Fonte: Construção dos próprios autores.

Conforme mencionamos em nossa fundamentação teórica, desenvolvemos essas atividades de modelagem tendo em vista as etapas da modelagem no ensino discorridas por Biembengut e Hein (2013). Além disso, para cada atividade confrontamos as etapas da modelagem com os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos conforme o Quadro 4.

Buscamos configurar nossas atividades de modelagem considerando os casos 1 e 2. Propomos duas atividades pautadas no conteúdo matemático Função Afim e nas orientações das OCEM (BRASIL, 2006). A atividade 1 (caso 1), abrange como tema **Entendendo o consumo de água na fatura doméstica**, e a atividade 2, por sua vez, versa sobre **Consumo consciente de energia elétrica** (caso 2).

Na primeira atividade, caso 1 de modelagem (BARBOSA, 2004), o professor formula e apresenta a situação-problema para que os estudantes desenvolvam suas soluções. Assim, esta foi a tarefa dos co-participantes de nossa investigação nesta primeira atividade: solucionar a situação-problema proposta com base na investigação e indagação sobre dados disponibilizados. Desta forma, propomos os seguintes problemas: Você compreende a sua fatura de água? O valor cobrado corresponde ao gasto real de sua residência? Como você pode descobrir as respostas destas questões? De que informações você precisa?

O desenvolvimento desta atividade de modelagem evoca prioritariamente saberes de natureza social e matemática. Informações contidas na estrutura tarifária da CAGEPA, na conta de água, os conhecimentos matemáticos envolvendo função afim e função definida por várias sentenças são ferramentas essenciais para responder essas perguntas.

A atividade 2 está associada ao caso 2 de modelagem (BARBOSA, 2004), apresentado anteriormente, no qual o professor apresenta a situação-problema para que os estudantes recolham dados suficientes e resolvam o problema em questão. Nesse sentido, esta foi a responsabilidade dos co-participantes de nossa investigação: coletar dados/informações e traçar estratégias de resolução para solucionarem a seguinte situação-problema: Como você poderá reduzir gastos com luz em sua casa sem precisar abnegar suas necessidades de consumo?

Para desencadear esta atividade de modelagem é necessário entender essencialmente como é tarifado a valor pago em uma conta de luz; perceber quais equipamentos da residência apresentam mais gastos durante um mês em kWh, em reais e em porcentagem; e operar simulações de redução de energia elétrica mendiante ideias de regra de três simples.

Vale salientar que não propomos nenhuma atividade de modelagem que envolva o caso 3 de Modelagem, pois tivemos alguns obstáculos envolvendo o tempo disponível para a vivência desse tipo de tarefa. Entretanto, julgamos que este fato não compromete nossos objetivos de investigação, tendo em vista que as atividades propostas são potencialmente adequadas para compreender e descrever os saberes mobilizados pelos co-participantes da pesquisa frente à vivência destas atividades de modelagem.

4.2.1 Atividade 1 - Entendendo o Consumo de Água na Fatura Doméstica

Neste tópico do nosso trabalho apresentaremos a dinâmica da aplicação da primeira atividade de modelagem levando em consideração o roteiro criado para a condução desta atividade (Apêndice B) e o Quadro 4.

Elaboramos um ambiente de modelagem e participamos da sua vivência junto aos pibidianos B, D, E e F, cabendo a estes a responsabilidade de resolverem o problema da modelagem: o valor cobrado na fatura doméstica corresponde ao gasto real de sua residência?

Nosso envolvimento aconteceu de maneira mediadora em todos os momentos e provocadora em alguns períodos onde os pibidianos não conseguiam avançar nas ideias relativas ao desenvolvimento da modelagem. Estes momentos provocativos nos permitiram trazer à tona conceitos/exemplos de situações envolvendo os conteúdos da modelagem e também discussões sociais envolvendo o tema da modelagem. Assim, os pibidianos interagiam com estes saberes e buscavam ampliar suas aprendizagens e avançarem na resolução da atividade.

Por outro lado, o envolvimento geral dos pibidianos participantes desta atividade marcou o trabalho ativo e investigativo, salvo em alguns momentos em que algum membro da dupla deixava para o companheiro a tarefa de continuar a modelagem. Quando não conseguiam avançar na atividade eles nos questionavam acerca de conceitos/procedimentos sobre conteúdos matemáticos e contextos sociais envolvendo a atividade. Nestes momentos participavamos de maneira provocativa.

A aplicação dessa atividade durou em média duas horas para cada dupla e foi realizada em dias diferentes. Num primeiro momento, realizamos a atividade com os pibidianos E e F, e num segundo momento fizemos com os pibidianos B e D. Para tanto, utilizamos como recursos pedagógicos contas de água dos próprios pibidianos, um vídeo educativo e apresentação de slides (ppt) em uma televisão, lápis e papel para o registro a e elaboração dos modelos matemáticos.

Começamos com uma fase de *Interação* do tema e iniciamos a atividade a partir de questionamentos relativos à leitura, compreensão e geração da fatura de água de uma residência. Posteriormente, apresentamos o vídeo cujo conteúdo retratava o funcionamento do hidrômetro de uma casa e sobre a importância de observá-lo a fim de controlar o próprio consumo de água, de identificar possíveis vazamentos e de evitar desperdícios de água. A duração desse vídeo foi de três minutos e trinta e três segundos.

A partir daí, abrimos espaços para discussões sobre o vídeo e temas co-relacionados. Assim, debatemos sobre a importância de observar o hidrômetro da própria casa, da matemática contida no hidrômetro, do uso consciente de água, do papel da escola e da matemática na formação cidadã visando o consumo consciente de água, de ações de economina de água, das informações contidas na conta de água e da matemática contida nela. Todos estes momentos estiveram inclusos na etapa da interação (BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

Avante, iniciamos a etapa da *Matematização* apresentando o problema e as informações necessárias para os pibidianos desenvolverem a modelagem. Nesse sentido, discutimos sobre a matemática contida na conta de água, sobre a tabela tarifária da CAGEPA e sobre a matemática contida nela.

Estas discussões iniciais foram provocações essenciais para despertar nos pibidianos processos de solução do problema da modelagem, pois eles não sabiam por onde começar a modelagem propriamente dita. A tabela tarifária da CAGEPA era tudo que eles precisavam para responder se o valor da fatura doméstica representava o gasto real de suas residências.

O método de tentativa e erro para relacionar o preço e o consumo contidos na conta de água e as dificuldades em identificar o tipo de função envolvida na relação funcional envolvendo preço e consumo merecem destaque, por se tratar de saberes estudados, até aquele momento, no espaço universitário.

Ambas as duplas não sabiam incialmente como tarifar o valor pago na fatura de água em função do consumo a partir da tabela tarifária da CAGEPA. Associada a tabela tarifária tem-se como modelo uma função com quatro sentenças definida sobre o conjunto dos números inteiros positivos, uma vez que a companhia de água considera apenas valores do consumo em metros cúbicos, desprezando os seus submúltiplos no registo do consumo de água. Não houve registro escrito dos pibidianos neste sentido, apenas oralmente.

Além disso, demonstraram dificuldades matemáticas em transpor a tabela tarifária em uma lei matemática que representasse a relação funcional entre o preço e o consumo. Talvez não lembrassem da ideia de função de várias sentenças ou talvez nunca tivessem trabalhado aquele tipo de função atrelada a uma situação de outra realidade que não a matemática.

Através de diálogos e provocações da nossa parte, quando necessário, os pibidianos participantes da primeira atividade de modelagem conseguiram construir os modelos matemáticos (algébricos e gráficos) que representavam a situação proposta e de forma comum foram exitosos em validar tais modelos na etapa do modelo matemático (BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

Assim sendo, percebemos que os pibidianos manifestaram saberes heterogêneos ao vivenciarem essa primeira atividade de modelagem. Apresentaram também algumas dificuldades matemáticas em desenvolver os processos necessários para a solução do problema proposto, refletiram pontualmente a carente formação social do professor que ensina matemática e confirmaram a importância do professor (ou modelador mais experiente conforme a literatura especifica) enquanto sujeito mediador e provocador de uma atividade de modelagem matemática e o trabalho em equipe para o desenvolvimento da profissão docente (TARDIF, 2002).

A fim de apresentar de maneira categórica os saberes mobilizados pelos pibidiantes participantes, discorreremos nos próximos dois tópicos o trabalho particular de cada dupla no desenvolvimento dessa primeira atividade de modelagem.

4.2.1.1 A DUPLA 1: Os Pibidianos E e F na Atividade 1

Neste tópico, iremos apresentar os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos E e F ao vivenciarem a primeira atividade de modelagem relativa à nossa investigação. Seguiremos esta ordem pelo fato destes pibidianos terem sido os pioneiros na vivência da atividade da fatura doméstica.

Vale destacar que a presente explanação será realizada tendo como refencial o trabalho coletivo dos pibidianos durante a atividade vivenciada. Assim, estaremos preservando a importância e a potencialidade da dimensão social do trabalho docente (TARDIF, 2002) e também a dinâmica da modelagem matemática no ensino enquanto ambiente coletivo e investigativo de aprendizagem (BARBOSA, 2001; 2004). No entanto, esta opção não inviabiliza a possibilidade de uma análise individual para cada pibidiano participante da nossa investigação, tal como fizemos no questionário diagnóstico.

Os resultados compartilhados nesta seção vieram à tona, sobretudo, pelos confrontos e reflexões estabelecidos entre os saberes prévios destes pibidianos e o trabalho particular da dupla no desenvolvimento da referida atividade. Além disso, usamos como matrizes de referência os quadros 2 e 4 (páginas 57 e 60, respectivamente), e respeitamos a sequência didática das etapas da modelagem no ensino (interação, matematização e modelo matemático). Assim sendo, buscamos analisar essas relações considerando mudanças dos saberes, confirmação dos saberes e/ou o surgimento de novos saberes que não foram manifestados previamente no questionário diagnóstico.

Os pibidianos E e F vivenciaram a referida atividade de modelagem no período de tempo de uma hora e quarente a sete minutos. Ela foi realizada no dia dezoito de agosto do presente ano no laboratório de informática da escola. Todo o processo da atividade foi devidamente registrado com equipamento de gravador de áudio digital.

Começamos a atividade a partir de debates e questionamentos acerca da conta de água deles próprios. Em resposta, eles alegaram que é importante ler a conta de água a fim de verfificar o consumo e taxas tributáveis, mas que não tinham o habito de realizá-la por não serem os responsáveis diretos das despesas familiares.

Ainda diante da conta de água, os pibidianos indicaram não terem conhecimento dos saberes sociais, tais como as categorias de utilização de água (residencial, comercial, industrial e público) e os dados de identificação do cliente e número de matrícula que permite consultar no site da CAGEPA diversas informações sobre fatura doméstica (débitos, 2ª via de conta e agendamento de ligação de água, por exemplo).

Assim sendo, identificamos neste momento da atividade que eles puderam aprender diversos saberes da sociedade, mas não houve indícios de mobilização de saberes desta natureza. O pensamento matemático dos pibidianos floresceu frente a conta de água. Arguidos sobre a matemática contida na conta de água, eles apresentaram os seguintes conteúdos: "subtrações, adições, gráficos e tabelas”. Aqui, destacamos os primeiros indícios de saberes docentes envolvendo **conhecimento matemático**.

Em paralelo ao debate sobre a conta de água, inciamos um debate extensivo envolvendo o funcionamento do hidrômetro de uma residência. Nesse sentido, temáticas como uso consciente de água, medidas de economia de água e identificação de vazamentos de água em uma residência a partir da observação diária do hidrômetro poderiam vir à tona como **saberes da sociedade**. Entretanto, os pibidianos E e F não apresentaram quaisquer desses saberes sociais envolvendo o assunto e novamente puderam aprender diversos saberes da sociedade, mas não houve indícios de mobilização de saberes prévios.

Assim sendo, assistimos a um vídeo envolvendo o funcionamento do hidrômetro de uma casa e depois intensificamos o debate sobre controlar o consumo de água da própria casa a partir da observação do hidrômetro e sobre o significado dos números dispostos no mesmo. Nesse interim, o pensamento matemático novamente floresceu nos pibidianos E e F, e assim eles discorreram sobre a matemática contida em um hidrômetro domiciliar apresentando os seguintes conteúdos: "aumento diário de consumo apresentado pelo hidrômetro (10m^3, 12m^3, e assim por diante); aumento financeiro da fatura; unidades de medida; litros; transformações de medida; metro cúbico e volume; figuras tridimensionais como o cubo (caixa d'água)". Desta forma, neste momento vislumbramos novamente a mobilização de saberes docentes envolvendo **conhecimento matemático**.

Ademais, eles não tinham clareza sobre a unidade de medida do consumo (feita em metros cúbicos), sobre os conceitos de capacidade e volume, sobre o significado dos números pretos (quatro números pretos indicando o consumo em metros cúbicos) e vermelhos (dois números vermelhos indicando o consumo em centenas de litros e dezenas de litros, respectivamente) contidos no painel do hidrômetro, e sobre o funcionamento dos relógios contidos no hidrômetro.

Fechamos a primeira etapa da atividade de modelagem discutidindo acerca do conceito de uso consciente de água e sobre o papel social da escola e da Matemática frente a esta temática. Quando perguntados sobre o conceito de uso consciente de água, os pibidianos E e F não responderam de maneira formal ou categórica a esta pergunta. Ao contrário, apresentaram como resposta a possibilidade de aplicar a atividade vivenciada em sala de aula explorando os seguintes tópicos: "como funciona o hidrômetro, medir o relógio, fazer comparações para fazer economias". Assim sendo, o conteúdo desta resposta aponta para a mobilização de **saberes da formação profissional** (apenas os saberes pedagógicos), uma vez que se trata de uma proposta metodológica para debater acerca do uso consciente de água no âmbito da sala de aula.

Saberes desta natureza também vieram à tona quando discorremos sobre o papel social da escola e da Matemática como aliados do uso consciente de água. Para os pibidianos E e F a escola poderia promover “palestras formativas e projetos interdisciplinares” que envolvessem a comunidade escolar na temática. Por sua vez, na Matemática poderiam ser discutidas questões envolvendo “consumo, observação do relógio de água, medidas de economia, reduções no valor de água e identificação de vazamentos”.

No registro anterior, realçamos a mobilização de dois saberes docentes distintos: o primeiro envolve o saber da formação profissional (apenas os saberes pedagógicos), confirmado pelas propostas pedagógicas ou metodologias de ensino apresentadas pelos pibidianos E e F envolvendo palestras e projetos. O segundo abrange saberes da sociedade a serem explodados nas aulas de matemática, dando a esta disciplina uma funcionalidade social.

Refletir sobre o registro supracitado é significativo, pois no início da atividade de modelagem estávamos em contextos potencialmente sociais e os pibidianos enxergaram conhecimentos matemáticos, enquanto que nesse momento estávamos frente a contextos matemáticos e os pibidianos conseguiram agregar saberes de natureza social. Esta complementação ao longo da primeira etapa da modelagem realça a mobilização de **saberes da sociedade** por parte dos pibidianos E e F.

Dando inicío a etapa da *Matematização* da atividade de modelagem, discutimos a respeito do valor tarifado na fatura doméstica de cada pibidiano. Face ao debate eles nos indagaram: “tem como saber se o valor contido na fatura é verdadeiro ou falso? Como podemos fazer isso através da matemática? Estes questionamentos faziam parte do nosso problema de modelagem e até aquele momento não havíamos apresentado nada para eles.

Assim sendo, dissemos que tais perguntas constituíam o cerne da nossa atividade de Modelagem e que respondê-las seria uma tarefa para eles. Desta forma, apresentamos categoricamente o problema para essa atividade e a estrutura tarifária da CAGEPA relativa a tarifa normal da categoria residencial, dado suficiente para a solução da atividade.

Frente a tabela tarifária, os pibidianos E e F puderam analisar como seria tarifado o valor a pagar (P) em função do consumo de água (C). Além disso, discutimos genericamente acerca das demais informações contidas na tabela e sobre suas aplicabilidades para a nossa atividade tendo em vista a realidade local da ligação de água e de esgosto.

A partir daí, indagamos os pibidianos sobre o valor a pagar pelo consumo de água de 10 metros cúbicos (informação contida na fatura de água do pibidiano E). Eles não sabiam como operacionar os cálculos para tarifar o consumo de água. Certamente, esta situação seria uma boa oportunidade para a mobilização de conhecimentos matemáticos.

Respondida corretamente a pergunta, indagamos para o consumo de 14 metros cúbicos (informação contida em nossa fatura de água). Em resposta os pibidianos E e F externaram seus pensamentos e apresentaram corretamente o seguinte cálculo matemático: P = 26,93 + 4 x 3,47 = 26,93 + 13,88 = 40,81 reais, sendo R$ 26,93 da tarifa mínima pelos 10 m^3 e R$ 13,88 R$ valor equivalente aos 4 m^3.

Em seguida, perguntamos como seria o cálculo tarifário para o consumo de 23 m^3 (informação contida na fatura de água do pibidiano F). Incialmente eles apresentaram como resposta o seguinte cálculo: 23 - 10 = 13 x 3,47 = 45,11 + 26,93 = 72,04 reais. Após achar este resultado, os pibidianos perceberam que não havia tal valor na fatura de água. Tentaram novamente da seguinte maneira: P = 23 x 4, 59 = 105,57 reais. Reconhecendo que não haviam encontrado o valor contido na conta de água fizeram mais uma tentativa da seguinte maneira: 75,40 – 26,93 = 48,47 ÷ 13 = 3,72 reais aproximadamente. Esta tentativa buscava o preço de um metro cúbico de água a fim de identificar que intervalo estaria enquadrado o consumo de 23 metros cúbicos de água. Outra maneira verbalizada pelos pibidianos foi a tentativa de aplicar a tarifa mínima duas vezes e depois aplicar 3m^3 excendentes de água: P = 26,93 + 26,93 + 3 x 4,59 = 67,63 reais.

Por fim, eles encontraram o valor contido na conta de água a partir da seguinte operação matemática: P = 26,93 + 10 x 3,47 + 3 x 4,59 = 26,93 (tarifa mínima pelos 10 m^3) + 34,7 (pelos 10 m^3 excedentes pertencente ao segundo intervalo da tabela tarifária) + 13,77 (pelos 3 m^3 excedentes pertencente ao terceiro intervalo da tabela tarifaria) = 75,40 reais.

Depois de encontrar e comprovar a validade do valor pago na fatura em função do consumo, o desafio proposto aos pibidianos E e F era construir um modelo algébrico e um modelo gráfico que representassem adequadamente aquela relação funcional. Todavia, este percurso foi marcado por dificuldades conceituais e procedimentais pertinentes aos conteúdos envolvidos na Modelagem. Eles não conseguiram identificar inicialmente conteúdos matemáticos na tabela tarifária envolvendo função afim e função de varias sentenças, tendo identificado apenas as operações fundamentais com números naturais e decimais.

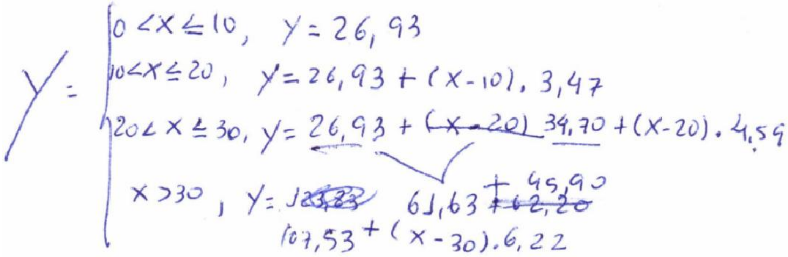
Desta forma, tivemos que realizar provocações gerais sobre a possibilidade de outros conteúdos matemáticos que poderiam ser explorados no 1º ano do Ensino Médio. A partir daí, eles apresentaram o conteúdo de função e conseguiram discernir a relação funcional entre o preço da conta de água em função do consumo. Vieram à tona também as ideias de variável independente, variável dependente, domínio, contradomínio e imagem de uma função, o que evidência a mobilização de conhecimentos matemáticos.

Eles não conseguiram identificar o tipo de função que descrevia o fenômeno modelado. Então, buscamos promover reflexões sobre a tabela tarifária tendo em vista o domínio e a imagem da função correspondente. A partir daí, indagamos sobre as funções estudadas no 1º do Ensino Médio e qual delas estaria de acordo com as propriedades apresentadas. Nesse momento, sutilmente veio à tona a função de várias sentenças, mas ainda sim sua definição/exemplificação estava obscura. Eles alegaram que haviam estudado este tipo de função no início da graduação e que até aquele momento não haviam tido qualquer contato. Por se tratar de graduados, optamos por discutir genericamente sobre aquela função tendo em vista sua definição e alguns exemplos.

Até então, eles estavam certos de fazer uma única função para o modelo algébrico, tal fosse uma função afim. Após mostrar o exemplo de função com várias sentenças os pibidianos E e F começaram o trabalho de elaboração do modelo algébrico e conseguiram conectar os intervalos de consumo da tabela tarifária com a ideia de várias sentenças. Nesse sentido, após discussões eles chegaram aos modelos algébricos que se seguem, embora não tenham especificado o conjunto domínio da função (Figura 16).

O primeiro modelo representa a construção fidedigna dos pibidianos, enquanto que o segundo surgiu a partir de motivações de nossa parte. Para eles não havia possibilidade de melhor representar o modelo algébrico obtido. Nesse sentido, inquirimos a respeito do tipo de função que havia em cada setença da função e se era possível construir um modelo gráfico correspondente. Eles não souberam responder e perceberam a necessidade de melhorar esteticamente o modelo construído para responder tais perguntas que ocorreu após alguns exemplos apresentados por nós

Figura 16 – Função de várias sentenças dos pibidianos E e F/ 1ª Atividade



$$y = \begin{cases} 0 < x \leq 10, & y = 26{,}93 \\ 10 < x \leq 20, & y = 26{,}93 + (x - 10) . 3{,}47 = 3{,}47x - 7{,}77 \\ 20 < x \leq 30, & y = 61{,}63 + (x - 20) . 4{,}59 = 4{,}59x - 30{,}17 \\ x > 30, & y = 107{,}53 + (x - 30) . 6{,}22 = 6{,}22x - 79{,}07 \end{cases}$$

Fonte: Registros dos alunos E e F.

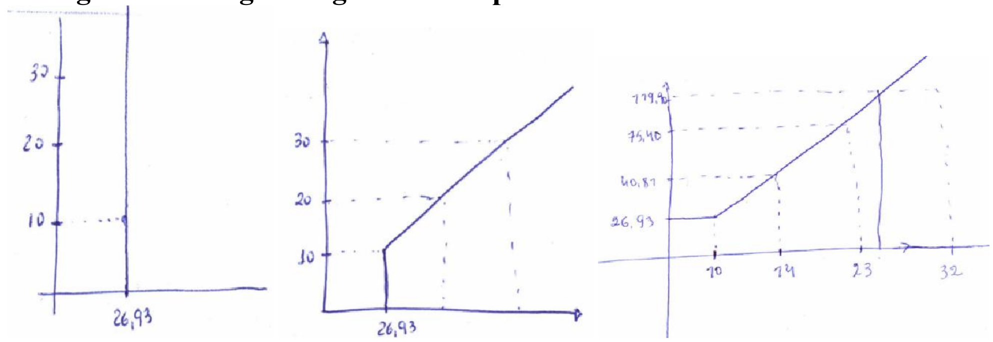
Assim sendo, vemos que o processo envolvido na construção do modelo algébrico evidencia notadamente a mobilização de conhecimentos matemáticos e a superação em interpretar/utilizar a tabela tarifária enquanto ferramental matemático para a obtenção do modelo algébrico por meio da metodologia de tentativas e erros, denotando categoricamente a progressiva mobilização de conhecimento tecnológico. Por fim, a não classificação das funções contidas no modelo bem como a falta de aprimoramento na etapa do modelo matemático (3ª etapa da modelagem) evidenciam a ausência momentânea de mobilização de conhecimento reflexivo.

Em seguida eles realizaram testes de verificação utilizando os consumos calculados (14 m^3 e 23m^3) e confirmaram os valores financeiros anteriormente obtidos (R$ 40,81 para o consumo de 14 m^3 de água e R$ 75,40 para o consumo de 23 m^3 de água). Esta verificação indicou de maneira plausível a capacidade destes pibidianos em validar o modelo algébrico obtido. Ademais, eles falaram que tal modelo teria serventia em toda Paraíba, desde que fosse considerada a tarifa normal da categoria residencial. Assim, realçamos a mobilização de conhecimento reflexivo (3ª etapa da modelagem: modelo matemático).

Por fim, eles concluíram a atividade de modelagem construindo o modelo gráfico a partir do modelo algébrico obtido anteriormente. Os itens da Figura 17 ilustram as estratégias para o esboço do gráfico.

Em primeira instância, eles situaram o conjunto imagem e o conjunto domínio da função preço x consumo nos eixos Ox e Oy, respectivamente. Esta disposição incomum provavelmente fez com que os pibidianos elaborassem o gráfico cartesiano parcialmente adequado para a relação funcional em questão, uma vez que a imagem da tarifa mínima está associada a qualquer domínio positivo do consumo. Adiante, eles refletiram sobre o que fizeram e corrigiram o equívoco desenvolvendo adequadamente os outros dois últimos modelos gráficos.

Figura 17 – Registros gráficos dos pibidianos E e F - 1ª Atividade



Fonte: Registros dos Pibidianos E e F.

Aqui terminamos a atividade de modelagem e realçamos novamente a mobilização de conhecimentos matemáticos. Assim sendo, podemos elucidar no Quadro 6, a seguir, os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos E e F ao vivenviarem a primeira atividade de modelagem.

Quadro 6 – Saberes docentes mobilizados: pibidianos E e F/ Atividade 1

ETAPAS DA MODELAGEM NO ENSINO	SABERES DOCENTES MOBILIZADOS
INTERAÇÃO (Situação e familiarização do tema)	Categoria 1 – Saberes de Modelagem Matemática **Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático.** Categoria 2 – Saberes da Formação do Professor para a Modelagem **(Saberes em desenvolvimento)** **Saberes da formação profissional (os saberes pedagógicos).** Categoria 3 - Saberes da Sociedade **Saberes da sociedade.**
MATEMATIZAÇÃO (Formulação e resolução do problema da modelagem)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático. Conhecimento tecnológico.
MODELO MATEMÁTICO (Interpretação e validação do modelo obtido)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Conhecimento reflexivo.

Fonte: Construção dos próprios autores.

É importante destacar que o Quadro supracitado elenca de forma geral os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos E e F. Desse modo, esta descrição nos permite comparar em níveis análogos com os saberes prévios dos mesmos no preenchimento do questionário diagnóstico.

Nesse sentido, vale lembrar que tanto o pibidiano E quanto o pibidiano F apresentou *saberes prévios de matemática* e *saberes pévios da formação profissional* (apenas os pedagógicos) ao responder o questionário diagnóstico. Confrontando estes dados com os resultados decritos no Quadro 6, podemos inferir categoricamente que tais saberes foram confirmados na etapa incial da modelagem (Interação) e que novos saberes foram mobilizados/revelados nas etapas posteriores da modelagem (Matematização e Modelo Matemático), sendo estes os **saberes da sociedade**, o **conhecimento tecnológico** e o **conhecimento reflexivo**.

4.2.1.2 A DUPLA 2: Os Pibidianos B e D na Atividade 1

Nesta seção descreveremos o desenrolar da primeira atividade de modelagem vivenciada pelos pibidianos B e D e os respectivos saberes docentes mobilizados. Buscaremos ser sucintos nesta descrição tendo em vista que a condução e a dinâmica de análise desta atividade foram análogas com aquela realizada para a primeira dupla.

A primeira etapa da atividade de modelagem, *Interação*, foi marcada por dois momentos principais. O primeiro momento esteve relacionado com a conta de água de uma residência; o segundo momento esteve relacionado com as discussões envolvendo o funcionamento do hidrômetro de uma casa e a exposição de um vídeo sobre o tema.

Assim sendo, no primeiro momento da referida atividade, os pibidianos B e D afirmaram categoricamente que não leem a conta de água quando chega em suas repectivas residências. Nesse sentido, em meio a debates e frente à conta de água, eles conseguiram compreender os números de matrícula e inscrição, a unidade de medida do consumo de água, o processo pelo qual é gerado a fatura de água que chega a nossos lares e o período de leitura do hidrômetro.

Além disso, estes pibidianos conseguiram identificar os seguintes conteúdos matemáticos contidos na conta de água: média de consumo, porcentagem e dados relativos a qualidade de água. Desta forma, registramos neste momento da atividade a mobilização de **saberes da sociedade** e **conhecimentos matemáticos**.

Ainda neste momento da atividade discutimos acerca do uso consciente de água e sobre as relações entre a escola e a matemática com este tema no âmbito educativo. Para os pibidianos B e D, uso consciente de água envolve "usar a água que necessita e evitar desperdídicos" e resulta em "economizar no bolso e colaborar para a conservação do meio ambiente". Este termo foi adequadamente situado pelos pibidianos tanto em conceitos quanto em contextos e destaca a mobilização de **saberes da sociedade**.

Relacionando esta temática com a escola, os pibidianos falaram que nos tempos atuais os sistemas de comunicação têm difundido a expressão de uso consciente de água. Todavia, os pais e a escola devem assumir a responsabilidade de educar a comunidade escolar no uso adequado da água. Eles acreditam que "a escola deve influenciar principalmente as crianças e promover palestras educativas". Além disso, alegam que "a escola menor é melhor de trabalhar e que o professor deve fazer sua parte individualmente". Estas referências evocam uma educação cidadã desde as fases iniciais da educação formal e situa como ação metodológica para a escola o desenvolvimento de palestras. Desta forma, realçamos a ligeira presença de **saberes pedagógicos**.

Em paralelo a matemática escolar, os pibidianos B e D apontaram que o tema envolvendo o uso consciente de água pode ser desenvolvido no âmbito da sala de aula mediante "discussões da conta de água, vídeos relacionados, problemas envolvendo água e dados sobre a água". Além disso, afirmaram categoricamente que "a matemática seria a disciplina mais favorável para explorar o consumo de água". Desse modo, corroboramos com a funcionalidade social da matemática no espaço escolar e registramos nestas referências a mobilização de **saberes pedagógicos**.

A seguir, iniciamos o segundo momento da primeira etapa da atividade de modelagem refletindo sobre o funcionamento do hidrômetro de uma casa. Os pibidianos B e D afirmaram inicialmente que não observavam o hidrômetro de suas residências e desconheciam o significado dos elementos contidos nele.

Após assistirmos o vídeo discutimos acerca da importância de saber como funciona o hidrômetro para identificar vazamentos internos e controlar o próprio consumo de água.

Nesse interim, os pibidianos aprenderam como se comportavam os números contidos no painel e nos relógios do hidrômetro, bem como mencionar verbalmente os seguintes conteúdos matemáticos tácitos a este instrumento e possíveis de serem explorados na sala de aula: "sistema de numeração decimal e unidades de medidas, metros cúbicos e litros”. O primeiro conteúdo foi associado aos números vermelhos do hidrômetro (centenas e dezenas de litros da esquerda para a direita) e o segundo veio à tona devido as unidades de medida do consumo de água dispostas na imagem do hidrômetro. Assim sendo, realçamos neste segundo momento da primeira etapa da atividade de modelagem a tímida mobilização de **conhecimentos matemáticos.**

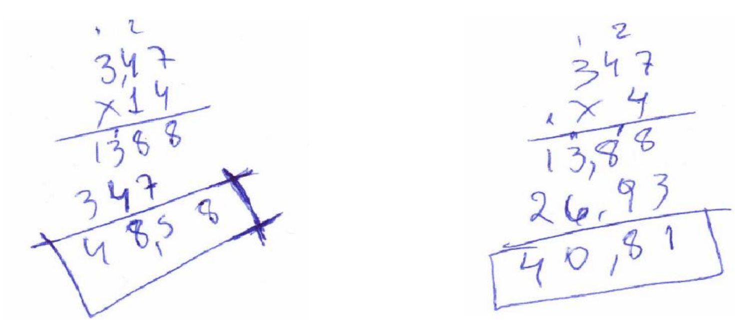
Começamos a segunda etapa da atividade da modelagem, *Matematização*, a partir de questionamentos sobre como é tarifado o valor pago pelo consumo de água e se era possível comprovar se o valor cobrado na fatura doméstica corresponderia ao gasto real de consumo de água (problema central da atividade de modelagem).

Em resposta, os pibidianos B e D falaram que sabendo quanto custasse um metro cúbico de água seria possível mensurar e comprovar a veracidade do valor financeiro contido na conta de água. Nesse sentido, apresentamos a tabela tarifária da CAGEPA e dissemos que essa seria a tarefa para a atividade de modelagem.

Neste momento permitimos que os pibidianos refletissem sobre a tabela tarifária a fim de construir mecanismos para a solução do problema. Nesse interim, arguidos sobre a matemática contida naquela tabela. Eles apresentaram os seguintes conteúdos matemáticos: “números decimais, porcentagem, intervalos numéricos, medidas de capacidade; volume e função”. Eles também conseguiram identificar os conjuntos domínio e imagem da função associada a tabela tarifária, mas tiveram dificuldades para registrá-los matematicamente. Todavia, eles recorreram à noção de função por meio de conjuntos para superarem tais dificuldades e registrar adequadamente os conjuntos em questão. Tal cenário realça a mobilização de **conhecimentos matemáticos**.

Em seguida, perguntamos aos pibidianos B e D qual seria o valor a pagar pelo consumo de água de 14 metros cúbicos de acordo com a tabela tarifária. Em resposta, eles apresentaram as operações destacadas na Figura 18.

Figura 18 – Cálculos dos pibidianos B e D - 1ª Atividade

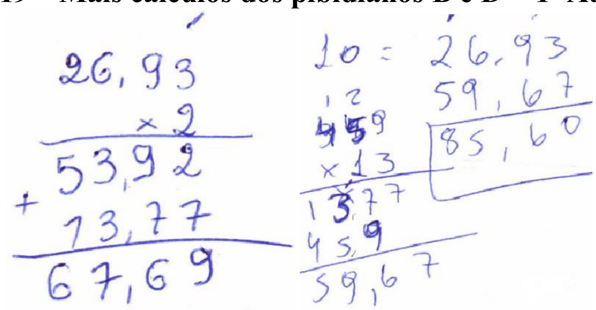


Fonte: Registros dos Pibidianos B e D

Podemos observar que o primeiro cálculo está incorreto, pois os pibidianos pensavam que o consumo de 14 m^3 estaria inteiramente associado ao segundo intervalo tarifário, tal que, para cada metro cúbico, seria cobrado o valor de R$ 3,47. Por outro lado, a segunda opção está respondida corretamente, pois a tarifa mínima está para 10 m^3 e os 4 m^3 excedentes estão associados ao segundo intervalo tarifário, tal que o preço do metro cúbico seria de R$ 3,47. Assim sendo, o total a pagar pelo consumo de 14 m^3 seria de R$ 40,81. Aqui, realçamos a mobilização de **conhecimentos matemáticos**.

Quando questionados sobre o preço a pagar pelo consumo de 23 m^3, os pibidianos B e D recorreram novamente a metodologia de tentativas e erros e apresentaram as opções de solução expressas na Figura 19.

Figura 19 – Mais cálculos dos pibidianos B e D - 1ª Atividade



Fonte: Registros dos Pibidianos B e D.

Podemos observar que ambas sugestões de resposta estão equivocadas. A primeira opção associa o valor da tarifa mínima para o consumo de 20 m^3 e os 3 m^3 excedentes estariam agregados ao terceiro intervalo da tabela tarifária, tal que, cada metro cúbico seria de R$ 4,59. Por outro lado, a segunda solução associa o valor da tarifa mínima para o consumo de 10 m^3 e os outros 13 m^3 foram agregados ao segundo intervalo da tabela tarifária onde o preço de cada metro cúbico seria de R$ 4,59. Os respectivos resultados para duas sugestões de respostas foram R$ 67,69 e R$ 85,60 (os resultados adequados para as contas realizadas equivocadamente seriam R$ 67,63 e R$ 86,60, respectivamente).

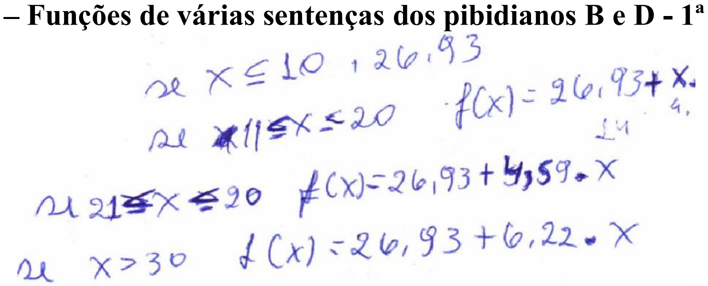
Diante das dificuldades de calcular adequadamente o valor a pagar para o consumo de 23 m^3, preferimos discutir com eles como calcular o preço para aquele consumo. Feito isso, eles realizaram os cálculos necessários com sucesso e chegaram ao valor de R$ 75,40. O mesmo aconteceu para o consumo de 31 metros cúbicos. Nesse sentido, não registramos neste momento a mobilização de conhecimentos matemáticos.

Por conseguinte, perguntamos aos pibidianos B e D que função matemática estava associada a tabela tarifária da CAGEPA. Inicialmente eles respoderam que envolvia uma função do 1º grau, mas ao refletirem sobre o conjunto imagem e o possível gráfico da função afirmaram que se tratava de uma função de várias sentenças. Eles disseram que tais conclusões vieram à tona mediante algumas aulas de matemática vividas na universidade que envolviam o conteúdo de funções, o que evidencia a mobilização de **conhecimentos matemáticos**.

No entanto, eles não conseguiram lembrar a definição e também identificar a função de várias sentenças implícita na referida atividade de modelagem. Assim sendo, tivemos que apresentar alguns exemplos de função de varias sentenças para que eles pudessem desenvolver suas aprendizagens e mobilizar os saberes necessários para a situação desejada.

A partir daí, o trabalho a fazer era elaborar o modelo algébrico correspondente a tabela tarifária. Prontamente os pibidianos apresentaram a primeira setença da função procurada: a função constante tal que $f(x) = 26{,}93$, para o consumo x de até 10 metros cúbicos de água. Desenvolvendo as demais setenças, a função incialmente encontrada foi apresentada na Figura 20.

Figura 20 – Funções de várias sentenças dos pibidianos B e D - 1ª Atividade



Fonte: Registros dos Pibidianos B e D.

Nesse interim questionamos os pibidianos sobre a validade do modelo tendo em vista o domínio da função anteriormente registrado. Não registraram em seus escritos nehuma referência ao conjunto numérico que seria o domínio da função. Eles fizeram testes de verificação com os consumos calculados anteriormente e perceberam que o modelo não produzia os valores adequados. Assim sendo, refletiram sobre as deficiências do modelo obtido e reelaboraram as sentenças matemáticas da Figura 21.

Figura 21 – Reelaboração da função dos pibidianos B e D - 1ª Atividade

se $x \leq 10$ $f(x) = 26,93$

se $11 \leq x \leq 20$ $f(x) = 26,93 + 3,47(x-10)$

se $21 \leq x \leq 30$ $f(x) = 26,93 + 3,47 . 10 + \underline{4,59}(x-20)$

se $x \geq 30$ $f(x)$ $26,93 + 34,7 + 45,9 + 6,22 . (x-30)$

Fonte: Registros dos Pibidianos B e D.

Por fim, eles aprimoraram as setenças obtidas através de algumas simplificações matemáticas, conseguiram construir adequadamente tanto o modelo algébrico quanto o modelo gráfico correspondente a tabela tarifária, o que evidencia a mobilização predominante de **conhecimento tecnológico**. Na figura 22 apresentamos os modelos obtidos pelos participantes:

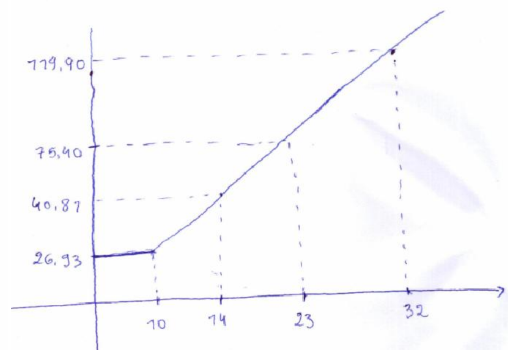
Figura 22 – Representação algébrica e gráfica dos Pibidianos B e D - 1ª Atividade

→ se $x \leq 10$
$f(x) = 26,93$

→ se $11 \leq x \leq 20$
$f(x) = 26,93 + 3,47(x-10)$

→ se $21 \leq x \leq 30$
$f(x) = 61,63 + 4,59(x-20)$

→ se $x \geq 30$
$f(x) = 107,53 + 6,22(x-30)$



Fonte: Registros dos Pibidianos B e D

Destacamos que o modelo algébrico supracitado ainda poderia ser simplificado em mais uma instância, caracterizando assim funções afins com os valores de a e b explícitos na lei de formação de cada sentença do modelo. Entrementes, os pibidiados B e D não identificaram tal possibilidade, pois alegaram não haver como aprimorar tal modelo (3ª etapa da modelagem: modelo matemático) e não especificaram o conjunto domínio da função associada. No entanto, esta representação foi suficiente para que os pibidianos fizessem testes de verificação e validassem os modelos elaborados, o que demonstra a mobilização **de conhecimento reflexivo**.

Ademais, afirmaram que os modelos obtidos poderiam ser aplicados para o cálculo de qualquer consumo de água na Paraíba dentro das conformidades apresentadas na atividade de modelagem e que o valor financeiro cobrado na fatura doméstica que estava era real (3ª etapa da modelagem: modelo matemático). Desta forma, realçamos novamente a mobilização de **conhecimento reflexivo.**

Desse modo, podemos resumir no Quadro 7, a seguir, os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos B e D ao vivenviarem a primeira atividade de modelagem.

Quadro 7 –Saberes docentes mobilizados: pibidianos B e D/ Atividade 1

ETAPAS DA MODELAGEM NO ENSINO	**SABERES DOCENTES MOBILIZADOS**
INTERAÇÃO (Situação e familiarização do tema)	Categoria 1 – Saberes de Modelagem Matemática **Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático.** Categoria 2 – Saberes da Formação do Professor para A Modelagem **(Saberes em desenvolvimento)** **Saberes da formação profissional (os saberes pedagógicos).** Categoria 3 - Saberes da Sociedade **Saberes da sociedade.**
MATEMATIZAÇÃO (Formulação e resolução do problema da modelagem)	**Categoria 1 -** Saberes de Modelagem Matemática Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático. Conhecimento tecnológico.
MODELO MATEMÁTICO (Interpretação e validação do modelo obtido)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Conhecimento reflexivo.

Fonte: Construção dos próprios autores.

É pertinente ressaltar que frente ao questionário diagnóstico o pibidiano B apresentou saberes prévios envolvendo o **conhecimento matemático** e **saberes da sociedade**. Por outro lado, o pibidiano D apresentou tão somente saberes prévios sobre conhecimento matemático. Analisando estes resultados prévios com os resultados contidos no Quadro 7 identificamos que tais saberes foram confirmados e que novos saberes foram mobilizados ao longo da atividade de modelagem, como o conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo.

4.2.2 Atividade 2 – Conta de Luz: Evitar Desperdícios e Reduzir Gastos

Neste tópico do nosso trabalho iremos discorrer sobre a dinâmica da aplicação da segunda atividade de modelgem tendo em vista o roteiro criado para a condução desta atividade (Apêndice C) e o Quadro 2.

Conforme nosso referencial teórico sobre modelagem matemática (BARBOSA, 2001; 2004), caracterizamos a segunda atividade no caso 2 de modelagem. Desse modo, elaboramos o ambiente de modelagem e participamos da sua vivência junto aos pibidianos A, C, E e F, cabendo a estes a responsabilidade de resolverem o seguinte problema: "Como você poderá reduzir gastos com luz em sua casa observando suas necessidades de consumo?".

Durante a vivência da atividade, nosso envolvimento aconteceu de modo análogo à primeira atividade de modelagem, sempre atuando de maneira mediadora e provocadora. Eles, por sua vez, demonstraram vontade de aprender, ativez, coletividade e espírito investigativo.

A aplicação dessa atividade durou em média duas horas e meia para cada dupla e foi realizada em dias diferentes. Num primeiro momento, realizamos a atividade com os pibidianos A e C; num segundo momento fizemos com os pibidianos E e F. Para tanto, utilizamos como recursos pedagógicos contas de luz dos próprios pibidianos, um vídeo educativo e apresentação de slides (ppt) em uma televisão, lápis e papel para o registro e a elaboração dos modelos matemáticos.

Nesse sentido, começamos aplicar tal atividade a partir de questionamentos relativos a leitura e compreensão da fatura de luz de uma residência, bem como da matemática contida nela. Posteriormente, apresentamos um vídeo educativo que versava sobre os aumentos excessivos de produção de energia elétrica em nosso país nos últimos anos; sobre a importância de evitar desperdícios; sobre medidas conscientes para economizar energia elétrica a fim de preservar o meio ambiente e poupar dinheiro; e sobre a importância de observar o selo PROCEL na compra de aparelhos elétricos. A exposição desse vídeo durou cerca de quatro minutos e quatoze segundos.

A partir daí, passamos a discutir acerca do vídeo e temas correlacionados. Debatemos sobre dicas de economia; sobre o selo PROCEL; sobre o selo do INMETRO; sobre os fatores que tem encarecido a conta de luz em nosso país; uso consciente de energia elétrica; papel da escola e da matemática na formação cidadã visando o consumo consciente de energia elétrica. Todos estes momentos estiveram inclusos na etapa da *Interação* (BIEMBENGUT e HEIN, 2013).

Em suma, nesta etapa da atividade de modelagem as duplas participantes também apresentaram características comuns quanto a ausência de *saberes da sociedade*, o que demonstra mais uma vez a formação profissional carente em saberes e contextos sociais.

Em seguida, iniciamos a etapa da *Matematização* apresentando o problema da modelagem e discuntindo sobre as informações necessárias para os pibidianos desenvolverem a modelagem. Nesse sentido, refletimos novamente sobre a Matemática contida na conta de luz e sobre as bandeiras tarifárias. Além disso, eles haviam trazido de suas casas informações necessárias envolvendo as potências dos aparelhos e equipamentos elétricos a fim de mensurar a consumo energético. Estas discussões iniciais possibilitaram aos pibidianos refletir sobre processos de solução do problema da modelagem, pois eles não sabiam por onde começar a modelagem propriamente dita.

As dificuldades principais estavam relacionadas em obter/explicar o significado do preço por kWh em contextos matemáticos e converter adequadamente medidas de tempo.

Através de diálogos e provocações da nossa parte quando necessário, os pibidianos participantes da segunda atividade de modelagem conseguiram construir os modelos matemáticos (tabelas, algébricos e gráficos) que representavam a situação proposta e de forma comum foram exitosos em solucionar o problema da modelagem na etapa do *Modelo Matemático* (BIEMBENGUT e HEIN, 2013). Eles deveriam obter funções do tipo linear com domínio no conjunto dos números inteiros não negativos

Desta forma, identificamos que os pibidianos A, C, E e F também manifestaram saberes heterogêneos ao vivenciarem a segunda atividade de modelagem. Além de algumas dificuldades matemáticas em desenvolver os processos necessários para a solução do problema proposto, refletiram pontualmente a carente formação social do professor que ensina Matemática, confirmaram a importância do professor (ou modelador mais experiente conforme a literatura especifica) enquanto sujeito mediador/provocador de uma atividade de Modelagem Matemática, e também a realçaram a importância do trabalho coletivo para o desenvolvimento da profissão docente (TARDIF, 2002).

A fim de apresentar de maneira categórica os saberes mobilizados pelos pibidianos participantes, discorreremos nos próximos dois tópicos o trabalho particular de cada dupla no desenvolvimento da segunda atividade de modelagem.

4.2.2.1 A DUPLA 3: Os Pibidianos A e C na Atividade 2

Neste tópico, iremos apresentar os saberes docentes mobilizados pelos Pibidianos A e C ao vivenciarem a segunda atividade de modelagem. Seguiremos esta ordem pelo fato destes pibidianos terem sido os pioneiros na vivência da atividade envolvendo a conta de luz.

Esta apresentação será feita conforme as mesmas ideias e parâmetros utilizados na análise da primeira atividade de modelagem, ou seja, considerando mudanças dos saberes, confirmação dos saberes e/ou o surgimento de novos saberes que não foram manifestados previamente no questionário diagnóstico.

Os pibidianos A e C vivenciaram a referida atividade de modelagem durante duas horas e cinquenta e cinco minutos. Ela foi realizada no dia doze de agosto do presente ano no laboratório de informática da escola. Toda a intervenção foi devidamente registrada com equipamento de gravador digital de áudio e transcrita posteriormente.

Começamos a etapa da interação pertinente a segunda atividade de modelagem mediante diálogos e questionamentos envolvendo a conta de luz. Os pibidanos afirmaram expressamente que não atentam para as informações contidas na fatura de luz, observando tão somente o valor a pagar pelo consumo de energia elétrica.

Nesse interim, o pibidiano C declarou que naquele período de tempo estava trocando sua fiação domiciliar a fim de evitar desperdícios de energia e poupar dinheiro na hora de pagar a conta de luz de sua residência. Ele apresentou afinidade ao falar da fiação adequada para economizar energia e oferecer melhores condições de segurança domiciliar, o que realça a mobilização de **saberes da sociedade**.

Perguntamos aos pibidianos acerca das informações contidas na conta de luz. Em resposta, eles disseram que não compreendiam essas informações contidas e apresentaram dificuldades em identificar registros como o consumo mensal e o histórico de consumo. Além disso, eles nada sabiam acerca das bandeiras tarifárias e da influência expressiva que os impostos/encargos têm sobre o valor a pagar pelo consumo de energia.

Posteriormente, passamos a discorrer sobre a importância de observar as informações de um aparelho/equipamento elétrico no momento da compra e sobre os fatores que encarecem a conta de luz em nosso país. Nesse sentido, os pibidianos afirmaram enfaticamente que não observavam tais informações e que não sabiam da existência do selo PROCEL. Ademais alegaram que a escassez de água e a produção de energia pelas termelétricas têm influenciado o aumento da conta de luz. Este discurso demonstra categoricamente a presença de **saberes da sociedade.**

Debatemos sobre o uso consciente de energia elétrica e sobre medidas de economia. Em resposta, eles falaram da importância de economizar energia elétrica, evitar desperdícios, não deixar a televisão ligada por tempo excessivo e/ou "pra nínguem", evitar abrir a geladeira sem necessidade, evitar ligar ventiladores, substituir lâmpadas incandescentes por lâmpadas fluorescentes ou de led utilizar teto solar em comôdos escuros da residência quando possível. Este cenário demonstra nitidamente a mobilização de **saberes da sociedade** por parte dos pibidianos A e C.

Em paralelo, perguntamos aos pibidianos como a esola e a matemática podem contruir para difundir a prática do uso consciente de energia elétrica na comunidade escolar. Com relação à escola, eles apontaram como alternativas a possibilidade de elaborar projetos convidando técnicos especialistas da ENERGISA a fim de realizar palestras socioeducativas para alunos e pais, e a prática de expor vídeos cujos conteúdos abordem o selo PROCEL e a situação mundial no tocante a escassez de água e sustentabilidade.

Com relação à matemática, eles propuseram trazer contas para a sala de aula afim de fazer cálculos de consumo e comparações de contas de luz. Desse modo, registramos a mobilização categórica de **saberes pedagógicos** nesse momento da atividade. Ademais alegaram ser necessário investir em uma educação que contemple uma formação geral ou cidadã desde a infância.

Nesse interim, inquirimos os pibidianos acerca da matemática contida na conta de luz, tendo em vista a prática pedagógica. Eles conseguiram elencar os seguintes conteúdos matemáticos: "função (relação preço x consumo); porcentagem; tabelas; gráficos utilizando as contas anteriores: preço x consumo, preço x mês, consumo x mês; média, moda e mediana". Aqui enfatizamos a mobilização de **conhecimento matemático.**

Assim sendo, finalizamos a primeira etapa da modelagem apresentando aos pibidianos um vídeo que tratava de temas previamente discutidos no início da nossa atividade. Desta forma, eles puderam confrontar suas experiências de vida com o tema em debate e aprender diversos **saberes da sociedade**, antes desconhecidos.

Introduzimos a segunda etapa da modelagem, *Matematização*, perguntando aos pibidianos A e C como é tarifado o valor pago na conta de luz. De maneira positiva, eles responderam inicialmente que a situação envolvia função afim, tal que o preço dependia do consumo. Nesse sentido, apresentaram os modelos algébricos da Figura 23 como resposta.

Figura 23 – Representação algébrica dos pibidianos A e C - 2ª Atividade

$f(x) = \text{valor fixo} \cdot KWh$

$f(KWh) = 0{,}37956 \cdot Kw/h$

Fonte: Registros dos pibidianos A e C.

O modelo da esquerda se refere a representação geral de como é tarifada a conta de luz em função do consumo; já o modelo da direita abrange categoricamente a função matemática que permite calcular o valor da conta de luz tendo em vista o preço de um kWh (R$ 0,37965).

Em seguida, os pibidianos indicaram os coeficientes do modelo algébrico em conformidade com a forma geral de uma função afim $f(x) = ax + b$ tal que a = 0,37965 e b = 0, bem como atribuíram corretamente a esta situação a característica específica da função linear. Além disso, conseguiram indicar adequadamente os conjuntos domínio e imagem desta relação funcional, sendo o domínio representado pelos valores referentes ao consumo e a imagem representada pelos valores a pagar na conta de luz. Tiveram dificuldades em expressar matematicamente esses conjuntos numéricos como mostra a Figura 24. Eles associaram ao domínio e à imagem valores reais não negativos.

Figura 24 – Representação do Domínio e Imagem dos pibidianos A e C - 2ª Atividade

$I(m) = R\$ \ ]\infty, 0]$

$Im = R\$ \leq 31{,}88$

$Im = \mathbb{R}_+$

$Dom = \mathbb{R}_+$

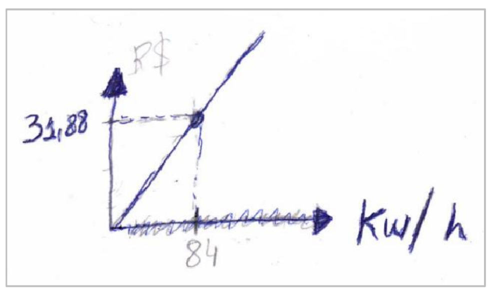
Fonte: Registros dos pibidianos A e C.

Perguntamos aos pibidianos sobre o significado do preço de um 1 kWh e como ele poderia ser obtido matematicamente. Em resposta, eles falaram que se tratava do coeficiente angular a = 0,37965 e que este poderia ser calculado a partir de dois pares ordenados contendo consumo e preço mediante a fórmula geral para o cálculo de distância entre dois pontos dispostos no plano cartesiano. Nesse sentido, os pibidianos aplicaram esta fórmula para tentar encontrar o preço de 1 kWh, mas não conseguiram, pois a situação em questão presumia a mobilização de conhecimentos matemáticos envolvendo taxa de variação e coeficiente angular.

Nesse interim, perguntamos a eles quais conteúdos matemáticos estavam implícitos naquela situação. Eles falaram que envolvia o cálculo de coeficiente angular pela equação da reta, mas não conseguiram desenvolver uma estratégia adequada para encontrá-lo. Este cenário revelou a ausência de conhecimentos matemáticos relativos a função afim e/ou geometria analítica.

Em seguida eles foram desafiados a elaborar o modelo gráfico correspondente a relação funcional entre o valor a pagar na conta de luz e o consumo. Incialmente eles apresentaram algumas dúvidas quanto à delimitação do domínio, da imagem e dos pares ordenados no plano cartesiano. Na figura 25 estão registros dos pibidianos sobre essas questões.

Figura 25 – Representação gráfica dos pibidianos A e C - 2ª Atividade



Fonte: Registros dos pibidianos A e C.

Todavia, a partir de dialógos entre a dupla, houve a superação das dificuldades e o modelo gráfico pôde ser construído adequadamente com base na conta de luz do pibidiano C, o que realça predominantemente a mobilização de **conhecimento tecnológico.**

A partir daí apresentamos a tarefa principal da atividade de modelagem mediante o seguinte questionamento: **como você poderá reduzir gastos com luz em sua casa observando suas necessidades de consumo?** De imediato eles afirmaram que tal redução poderia ser realizada reduzindo o consumo de energia elétrica na residência.

Desse modo, desafiamos os pibidianos a elaborarem/apresentarem um plano de redução de energia elétrica para suas residências. Embora esta parte da atividade tivesse um caráter pessoal, seu desenvolvimento foi marcado de dúvidas, debates e troca de informações entre os pibidianos A e C. O percentual de redução estabelecido entre os pibidianos fora de 20%.

Eles começaram o plano de redução mensurando o consumo de energia dos aparelhos elétricos e da ilumanação de suas residências. Para tanto, trouxeram as potências de cada equipamento, o tempo de consumo e utilizaram os seguintes modelos matemáticos na Figura 26.

Figura 26 – Resposta dos pibidianos A e C - 2ª Atividade

$$C = \frac{W \times horas/dia \times dias/mês}{1000}$$

$$f(KWh) = 0,37956 . KW/h$$

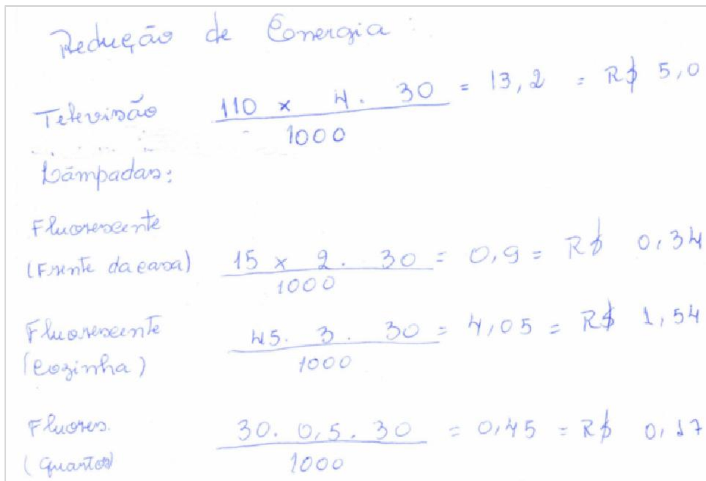
Fonte: Registros dos pibidianos A e C.

A primeira fórmula matemática permitia calcular o consumo em kWh de cada aparelho elétrico, enquanto que a segunda fómula permitia calcular o valor a pagar em reais (R$) pelo consumo correspondente. Nesse interim eles afirmaram que ainda não haviam feito qualquer atividade daquele porte e desconheciam a maneira pela qual se podia mensurar o consumo de energia elétrica de um equipamento conhecendo sua potência em watts, tempo e dias de funcionamento. Por outro lado, eles mostraram maturidade em usar adequadamente o modelo algébrico construído anteriormente para calcular o preço a pagar em função do consumo. Tal competência realça categoricamente a mobilização de **conhecimento tecnológico**.

Os cálculos desenvolvidos nessa etapa da modelagem foram realizados com auxilio de calculadora e envolviam principalmente operações fundamentais, conversão de horas em minutos e porcentagens. As informações foram registradas em duas tabelas distintas elaboradas pelos próprios pibidianos. A primeira tabela apresentava o consumo e o valor a pagar pelo uso dos equipamentos e a segunda envolvia a iluminação da casa. Além disso, um terceiro registro não ordenado em forma de tabela apresentava o plano de redução de energia elétrica. Este cenário revela categoricamente a mobilização de **conhecimento tecnológico.**

O pibidiano A mensurou seu consumo domiciliar de energia elétrica em 133,28 kWh. Este consumo resultava no valor de R$ 50,59 no pagamento da conta de luz. Nesse sentido, ele conseguiu uma redução no consumo de 18,60 kWh, o que corresponde a uma redução financeira de R$ 7,06. Assim sendo, seu plano de redução permitia consumir mensalmente 114,68 kWh de energia elétrica em sua residência e pagar o valor fianeiro de R$ 43,53 aproximadamente. Este plano registrou uma redução total de consumo de 13,95%, valor inferior aquele estabelecido pelos pibidianos. Na Figura 27 dispomos o plano de redução de energia elétrica apresentado pelo pibidiano A.

Figura 27 – Plano de Redução do pibidiano A - 2ª Atividade



Redução de Energia:

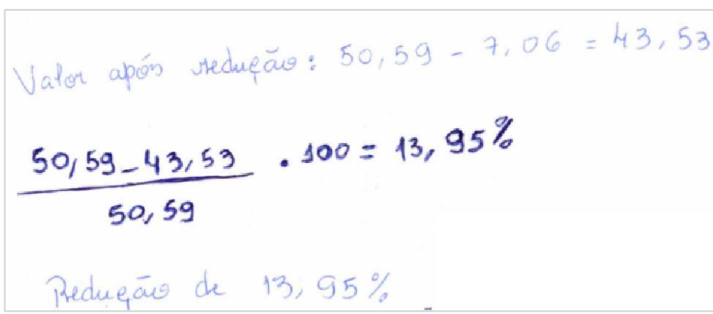
Televisão $\frac{110 \times 4 \cdot 30}{1000} = 13,2 = R\$ \ 5,01$

Lâmpadas:

Fluorescente (Frente da casa) $\frac{15 \times 2 \cdot 30}{1000} = 0,9 = R\$ \ 0,34$

Fluorescente (Cozinha) $\frac{45 \cdot 3 \cdot 30}{1000} = 4,05 = R\$ \ 1,54$

Fluores. (quartos) $\frac{30 \cdot 0,5 \cdot 30}{1000} = 0,45 = R\$ \ 0,17$



Valor após redução: $50,59 - 7,06 = 43,53$

$\frac{50,59 - 43,53}{50,59} \cdot 100 = 13,95\%$

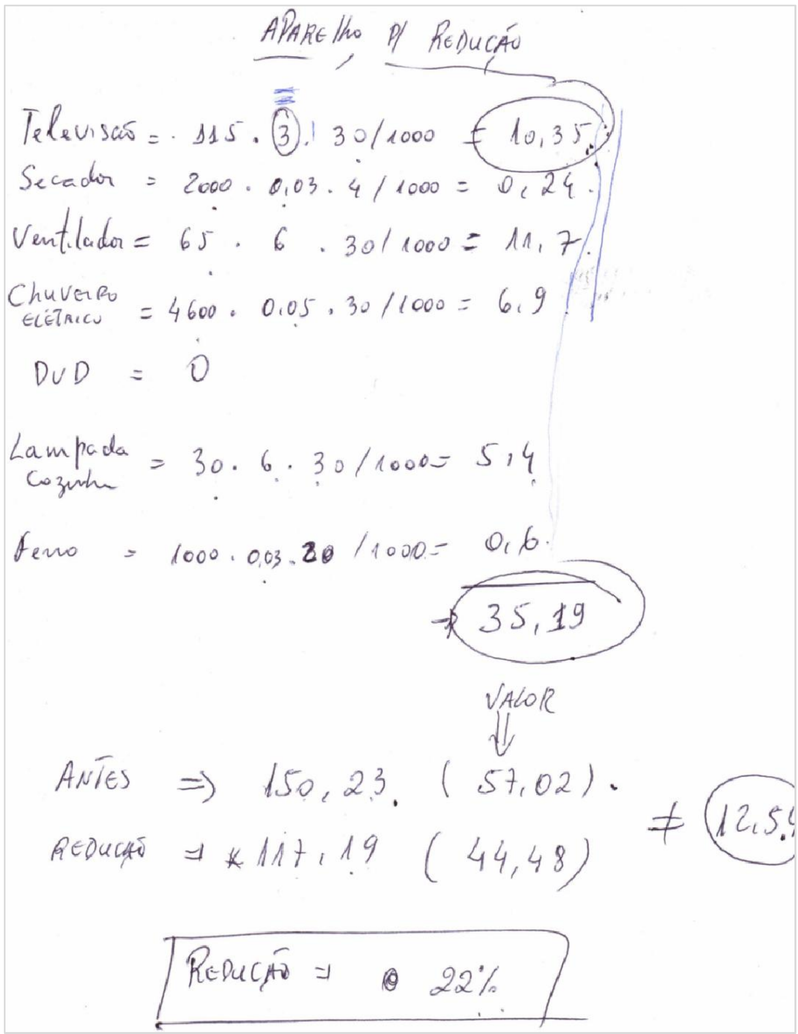
Redução de 13,95%

Fonte: Registros do pibidiano A.

O plano supracitado expõe claramente em quais setores da casa o pibidiano A projetou a redução de energia elétrica. Ele alegou que, embora tenha conseguido desenvolver tal plano, seria difícil conseguir essa projeção de redução para sua residência por se achar tão dependente de energia elétrica.

O pibidiano C mensurou seu consumo doméstico de energia elétrica em 150,23 kWh. Este consumo resultava no valor de R$ 57,02 no pagamento da conta de luz. Desse modo, ele conseguiu uma redução de consumo de 35,19 kWh, o que corresponde a uma redução financeira de R$ 13,35. Assim sendo, seu plano de redução permitia um consumo mensal 115,04 kWh de energia elétrica em sua residência e pagar o valor financeiro de R$ 43,66 aproximadamente. Este plano registrou uma redução total de consumo de 23,42%, valor superior aquele estabelecido pelos pibidianos. Na Figura 28 dispomos o plano de redução de energia elétrica apresentado pelo pibidiano C.

Figura 268 – Plano de Redução do pibidiano C - 2ª Atividade



Fonte: Registros do pibidiano C.

O plano supracitado exibe nitidamente em quais setores da casa o pibidiano C projetou a redução de energia elétrica. Identificamos um erro de subtração no plano que comprometeu a validade da redução final de energia elétrica de 22%, pois o consumo total foi de 150,23 kWh e a redução alcançada foi de 35,19 kWh, resultando em um consumo mensal de 115,04 kWh (e não de 117,19 kWh). Assim sendo, a redução financeira atingida seria de R$ 13,35 (e não R$ 12,54) e culminaria em um percentual de redução de aproximadamente 23,5% (e não de 22%). Desse modo, o pibidiano C teria um consumo mensal de 115,04 kWh correspondende ao valor financeiro de R$ 43,67, aproximadamente. Ademais, ele afirmou que, para conseguir atingir tal redução em sua residência, era necessário entrar em acordo com os seus familiares, motivando-os a serem consumidores conscientes de energia elétrica.

Embora tenham reconhecido a importância de economizar energia elétrica e tenham feito um plano de redução tendo em vista as necessidades de consumo, para eles não se trata de uma tarefa fácil, pois os confortos/prazeres proporcionados pelo consumo de energia elétrica e a vida em família agrega desafios a serem vencidos. Desta forma, as reflexões e os conflitos apresentados pelos pibidianos A e C em aplicar o plano de redução de energia elétrica aponta a mobilização de **conhecimento reflexivo**. Aqui terminamos a terceira etapa da atividade e, portanto, a atividade da conta de luz.

Desse modo, podemos resumir no Quadro 8 os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos A e C ao vivenviarem a primeira atividade de modelagem.

Quadro 8 – Saberes docentes mobilizados: pibidianos A e C/ Atividade 2

ETAPAS DA MODELAGEM NO ENSINO	SABERES DOCENTES MOBILIZADOS
INTERAÇÃO (Situação e familiarização do tema)	Categoria 1 – Saberes de Modelagem Matemática **- Saberes da disciplina ou conhecimento matemático.** Categoria 2 – Saberes da Formação do Professor para a Modelagem **(Saberes em desenvolvimento)** **- Saberes da formação profissional (os saberes pedagógicos).** Categoria 3 - Saberes da Sociedade **- Saberes da sociedade.**
MATEMATIZAÇÃO (Formulação e resolução do problema da modelagem)	**Categoria 1** - Saberes de Modelagem Matemática Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático. Conhecimento tecnológico.
MODELO MATEMÁTICO (Interpretação e validação do modelo obtido)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Conhecimento reflexivo.

Fonte: Construção dos próprios autores.

Destacamos que, diante do questionário diagnóstico, o pibidiano A apresentou saberes prévios envolvendo conhecimento matemático sobre a forma geral de uma função; conhecimento tecnológico acerca da obtenção de modelos gráficos por meio do Geogebra; saberes pedagógicos envolvendo o ensino de função afim; e saberes curriculares acerca de uma aula de função afim tendo em vista seus objetivos, conteúdos e métodos. Por outro lado, o pibidiano C apresentou saberes prévios de matemática envolvendo a dimensão conceitual/contextualizada de função afim e a matemática contida na conta de luz, bem como saberes da sociedade acerca dos fatores que encarecem a conta de luz em nosso país.

Analisando estes resultados prévios com os resultados descritos no Quadro 8, identificamos que os conhecimentos matemáticos, pedagógicos, sociais e tecnológicos foram confirmados, que os saberes reflexivos foram mobilizados e que os saberes curriculares não foram confirmados ao longo da atividade de modelagem, pois não identificamos qualquer escrita e/ou verbalização que estruturasse tal atividade, tendo em vista os objetivos, conteúdos e métodos ensino.

4.2.2.2 A DUPLA 4: Os Pibidianos E e F na Atividade 2

Apresentaremos neste tópico os saberes docentes mobilizados pelos Pibidianos E e F ao vivenciarem a segunda atividade de modelagem. De modo análogo, buscamos analisar essas relações tendo em vista mudanças dos saberes, confirmação dos saberes e/ou o surgimento de novos saberes que não foram revelados previamente no questionário diagnóstico.

Os pibidianos E e F vivenciaram a referida atividade de modelagem no período de tempo de duas horas e seis minutos. Ela foi realizada no dia dezenove de agosto do presente ano no laboratório de informática da escola. Toda intervenção foi devidamente registrada com equipamento de gravador digital de áudio e transcrita.

Inciamos a etapa da *Interação* debatendo sobre temas sociais como dicas de energia elétrica; motivos que encarecem a conta de luz em nosso país; sobre uso consciente de energia elétrica e sobre os selos PROCEL/INMETRO. Sobre as dicas de energia os pibidianos sugeriram “evitar porta da geladeira aberta, evitar chuveiro elétrico e substituir as borrachas da geladeira quando estragadas, usar lâmpadas de acordo com a necessidade do cômodo da casa e evitar carregar celular na hora de dormir”. Ademais, mesmo alegando não saberem sobre a existência/importância de observar os selos PROCEL/INMETRO na compra de equimentos elétricos eles registraram como dica de economia a "compra de equipamentos com baixo consumo de energia".

Com relação aos aumentos da conta de luz em nosso país, os pibidianos demonstraram que a construção de hidrelétricas em locais impróprios anunciados na mídia e os aumentos de impostos devido à corrupção e ao ajuste fiscal do governo têm contribuído para o aperto financeiro quando o assunto é conta de luz. Por isto, alegaram que a melhor saída é o uso consciente de energia elétrica, ou seja, "usar energia somente na necessidade". Nesse sentido, falaram de mais dicas para economizar: "apagar lâmpadas ao sair do quarto, evitar uso abusivo do ventilador, não deixar televisão ligada para ninguém e tirar da tomada tudo que for possível em caso de viagem".

Esta discussão inicial revela que os pibidianos acomapanham os acontecimentos recentes de nosso país relativos à energia elétrica e realça categoricamente a mobilização de **saberes da sociedade.**

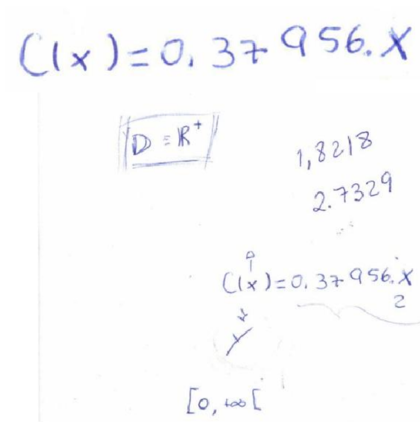
Perguntamos aos pibidianos como a escola e a Matemática podem ajudar a comunidade a usar energia elétrica de maneira consciente. Segundo eles, a escola deve desenvolver um trabalho de conscientização investindo em tecnologia e dando o exemplo de economizar energia. Sugeriram substituir as luzes ativadas em chaves de ligação por luzes de sensor. Quanto à Matemática, eles falaram em trabalhar as unidades de medidas de consumo e observar os aparelhos que consomem mais/menos energia. Este cenário revela a mobilização de **saberes pedagógicos.**

Posteriormente, começamos a discutir acerca da conta de luz propriamente dita. Os pibidianos confimaram não lerem a fatura de luz e demonstraram dificuldades em identificar informações como o consumo mensal e o período de consumo do mês. Também admitiram nada saberem sobre as bandeiras tarifárias. Ficaram impactados ao perceberem que o somatório do valor do ICMS e de outros impostos/encargos contidos na tabela demonstrativa da conta de luz correspondiam a um valor financeiro superior ao valor pago pelo consumo de energia, o que significa dizer que pagamos muito mais pelo que não usamos diretamente do que pelo nosso real consumo de energia elétrica.

Perguntados sobre a Matemática contida na conta de luz, os pibidianos E e F apresentaram os seguintes conteúdos matemáticos: "valor a pagar em função do consumo; tabelas; porcentagem; média dos últimos meses; números decimais". Aqui registramos o início da etapa da *Matematização*, com a mobilização de **conhecimento matemático**.

Em seguida, perguntamos aos pibidianos como era tarifado o valor a pagar pela conta de luz em função do consumo. Em resposta, incialmente eles pensavam que o procedimento era semelhante o de tarifa da conta de água, mas percebereram que o consumo não estava disposto em intervalos numéricos. Assim sendo, eles conseguiram identificar a lei matemática correspondente através do modelo algébrico exibido na Figura 29 e, como resposta aos conjuntos numéricos, identificaram o domínio e a imagem com o conjunto dos números reais não negativos, incluindo o valor zero.

Figura 27 – Resposta dos pibidianos E e F para 2ª Atividade de Modelagem



Fonte: Registros dos pibidianos E e F.

Na figura, a expressão C(x) representa o custo a pagar pela conta de luz em função do consumo x. Sobre o tipo de função correspondente ao modelo algébrico obtido, a dupla pensou que se tratava de uma função afim, mas por não identificarem o valor de b da forma geral da função afim $f(x)= ax + b$ disseram não saber qual seria a função em questão. Nesse interim discutimos a definição de função afim, sua forma geral e os valores de seus coeficientes. Assim, os pibidianos superaram suas dificuldades/dúvidas e afirmaram que de fato se tratava de uma função afim tal que a = 0.37965 e b = 0. Desta forma, a construção adequada do modelo algébrico supracitado, a partir da conta de luz, realça categoricamente a mobilização de **conhecimento tecnológico.**

Por outro lado, os pibidianos não conseguiram mobilizar conhecimentos matemáticos envolvendo a ideia da taxa de variação e coeficiente angular, pertinentes à função afim e seu gráfico cartesiano. Eles identificaram apenas que o valor numérico de *a* representava o preço de um kWh. Entretanto, eles conseguiram construir o modelo gráfico correspondente ao valor a pagar na conta de luz em função do consumo, a partir da conta de luz e do modelo algébrico, bem como delimitar corretamente os conjuntos domínio e imagem desta relação funcional, o que revela a mobilização de **conhecimento tecnológico** e **matemático**, respectivamente.

Após este momento apresentamos aos pibidianos o cerne da atividade de modelagem: **como você poderá reduzir gastos com luz em sua casa observando suas necessidades de consumo?**

Os pibidianos começaram este plano de redução (acordado em 20%) verbalizando os setores de suas residências que consumiam mais energia elétrica: "ventilador, televisão, geladeira com borracha danificada e lâmpadas incandescentes".

Nesse interim perguntamos a eles se havia possibilidade de comprovar aquilo que estavam afirmando sobre aqueles equipamentos. Eles afirmaram que não sabiam como proceder e que não haviam feito aquele tipo de atividade. Assim sendo, apresentamos a fórmula que permitia calcular o consumo de cada equipamento elétrico a partir das potências, das horas de uso por dia e dos dias de uso por mês.

Nesse sentido, os pibidianos calcularam o consumo de cada equimento elétrico, o valor financeiro correspondente através do modelo algébrico obtido anteriormente e registraram os cálculos em duas tabelas produzidas por eles mesmos. Aqui destacamos a mobilização de **conhecimento tecnológico.** Ademais, os pibidianos apresentaram dificuldades em preencher as tabelas pelos erros de transformação de unidades de medida de tempo e de mensurar o tempo de uso de cada equipamento elétrico. Este fato distanciou significamente os valores mensurados dos valores contidos na conta de luz.

Em seguida, cada pibidiano apresentou seu plano de redução de energia elétrica. O pibidiano E mensurou seu consumo de energia elétrica em 988, 48 kWh, o que correspondia a um valor financeiro de R$ 375,19. Nesse sentido, ele conseguiu uma redução no consumo de 134,12kWh, o que correspondia a uma redução financeira de R$ 50,91. Assim sendo, seu plano de redução permitia consumir mensalmente 854,36kWh de energia elétrica em sua residência e pagar o valor fianeiro de R$ 324,28 aproximadamente. Este plano registrou uma redução total de consumo de 13,56%, valor inferior aquele estabelecido pelos pibidianos. A seguir dispomos o plano de redução de energia elétrica apresentado pelo pibidiano E.

Figura 28 – Redução do pibidiano E - 2ª Atividade

	horas	Preços
PC.	3	27,32
Cel.	4	0,91
Vent.	15	22,68
	22hs.	50,91 → 13,56%

Fonte: Registros do pibidiano E.

O plano supracitado expõe claramente em quais setores da casa o pibidiano E projetou a redução de energia elétrica. Ele alegou que sua família precisava aplicar medidas conscientes no uso destes equipamentos, pois era comum carregar o celular enquanto dormia, deixar o computador e ventiladores ligados quando ninguém estava utilizando.

De outro lado, o pibidiano F atingiu no seu plano de redução de energia elétrica um percentual de 7,5%, o equivalente a R$ 12,07 de economia na conta de luz. A seguir, dispomos seu plano de redução.

Figura 29 – Redução do pibidiano F - 2ª Atividade

troca de lâmpadas → Economia → Watts - 21,6
→ Preço - 3,1985

Celular → Economia → ~~Watts~~ Horas → 10 $\xrightarrow{\text{caiu}}$ 4 horas
→ Preço - 2.7329

NotBook → Economia → Horas - 2 $\xrightarrow{\text{caiu}}$ 1 hora
→ Preço - 1,1387

Economia final → 12,07 ≅ 7,5 %

Fonte: Registros do pibidiano F.

O último plano destacado mostra que o pibidano F estebeleceu medidas de economia na troca de lâmpadas, no tempo de carregamento do celular e do notbook. O pibidiano observou que duas lâmpadas incandescentes utilizadas em sua residência estavam consumindo o equivalente a cinco lâmpadas flourescentes. Nesse sentido, embora tivesse que fazer um investimento na troca das lâmpadas, depois de alguns meses ele seria beneficiado.

Os pibidianos E e F concluíram a atividade de modelagem percebendo que era possível reduzir o consumo de energia em casa a partir de medidas conscientes como: "trocar as lâmpadas incandescentes por lâmpadas flourencentes, tirar da tomada os equipamentos ao viajar e evitar carregar celular na hora de dormir". No mais, registraram a presença de conteúdos matemáticos como gráficos e tabelas, função, operações fundamentais, porcentagem e regra de três simples. Este cenário revela categoricamente a mobilização de **conhecimento reflexivo** e **matemático**.

Assim sendo, podemos resumir no Quadro 9 os saberes docentes mobilizados pelos pibidianos E e F ao vivenciarem a segunda atividade de modelagem.

Quadro 9 – Saberes docentes mobilizados: pibidianos E e F/ Atividade 2

INTERAÇÃO (Situação e familiarização do tema)	**Categoria 1 – Saberes de Modelagem Matemática** Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático. **Categoria 2 – Saberes da Formação do professor para a Modelagem** (Saberes em desenvolvimento) Saberes da formação profissional (os saberes pedagógicos). **Categoria 3 - Saberes da Sociedade** Saberes da sociedade.
MATEMATIZAÇÃO (Formulação e resolução do problema da modelagem)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Saberes da disciplina ou Conhecimento matemático. Conhecimento tecnológico.
MODELO MATEMÁTICO (Interpretação e validação do modelo obtido)	**Categoria 1 - Saberes de Modelagem Matemática** Conhecimento reflexivo.

Vale salientar que tanto o pibidiano E o F, apresentaram saberes prévios de matemática e saberes pévios da formação profissional (apenas os pedagógicos) ao responderem o questionário diagnóstico. Confrontando estes resultados prévios com os resultados apresentados no Quadro 9, identificamos que os conhecimentos matemáticos e os saberes pedagógicos foram confimados e que novos saberes foram mobilizados ao longo da 2ª atividade de modelagem, como o **conhecimento tecnológico, o conhecimento reflexivo e os saberes da sociedade.**

4.3 Análise geral dos saberes docentes a partir da vivência com a Modelagem

Registramos a partir da vivência com as atividades de modelagem, que os pibidianos envolvidos em nossa investigação manifestaram saberes docentes presentes no Quadro 4. Em sua constituição, esses saberes compreendem tanto a confirmação dos saberes prévios mobilizados na avaliação diagnóstica quanto os saberes docentes mobilizados durante as atividades.

Em contrapartida, também observamos que estes pibidianos não mobilizaram outros saberes docentes elucidados no Quadro 4, a exemplo dos saberes curriculares. Ao nosso ver, esta peculiaridade não significa presumir que os saberes identificados como não mobilizados nas atividades vivenciadas sejam resultados definitivos. Ao contrário, corroboramos que o contexto das atividades (água e luz) potencializam a mobilização de saberes específicos, incluindo também saberes matemáticos específicos, e que se fossem tomados em outros contextos poderiam ser construídos.

De qualquer forma, tanto a presença quanto a ausência de saberes mobilizados e/ou em vias de mobilização fazem referência ao nosso problema investigativo: **que saberes matemáticos e de outros domínios precisam ser incorporados e desenvolvidos na formação profissional de um professor em relação à modelagem com vistas a práticas significativas na Educação Básica?**

Assim sendo, a partir dos saberes prévios dos pibidianos apontados no questionátio diagnóstico, tendo como base extensiva nossa análise investigativa da vivência das atividades de modelagem, e levando em consideração as etapas da modelagem no ensino, apresentamos no Quadro 10 os saberes docentes mobilizados (e não mobilizados) pelos pibidianos A, B, C, D, E e F, como forma de condensar a análise apresentada neste capítulo.

Quadro 10 – Saberes docentes na Modelagem

INTERAÇÃO (Situação e familiarização do tema)

Categoria 3 - SABERES DA SOCIEDADE

Os pibidianos A, B, C, D apresentram saberes sobre o uso consciente de água e de luz; Os pibidianos E e F apresentaram saberes sobre uso consciente de luz.
Nenhum pibidiano apresentou saberes sobre esgoto sanitário, sobre o funcionamento do hidrômetro e do medidor de energia elétrica de uma residência, sobre a CAGEPA e ENERGISA.
Nenhum pibidiano apresentou saberes sobre conta de água e conta de luz; eles afirmaram que não leem a conta de água e luz. Observam apenas o valor total a pagar.
Nenhum pibidiano manifestou saberes sobre a existência e importância de observar o selo PROCEL e o selo INMETRO na compra de eletrodomésticos, eletrônicos e eletroeletrônicos.

MATEMATIZAÇÃO (Formulação e resolução do problema da modelagem)

Categoria 1 - SABERES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Saberes da disciplina ou conhecimento matemático

Todos os pibidianos manifestaram saberes sobre leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos.
Todos os pibidianos apresentaram dificuldades em mobilizar saberes envolvendo leis matemáticas, conceitos e procedimentos de função afim, de função de várias sentenças, de geometria analítica e de medidas de tempo. Entrementes, essas difulcadades foram superadas mediante diálogos entre pesquisadores/pibidianos e pibidianos/pibidianos.
Os pibidianos conseguiram identificar/apresentar conhecimentos matemáticos contidos na conta de água, no hidrômetro de uma residência, na tabela tarifária da CAGEPA e na conta de luz, á saber, função linear, tabelas, gráficos, porcentagem, regra de três e unidades de medida de capacidade.

Conhecimento tecnológico

Todos os pibidianos manifestaram saberes sobre como usar os modelos matemáticos envolvidos nas atividades de modelagem.
Todos os pibidianos apresentaram dificuldades em construir os modelos matemáticos, sobretudo, aqueles pertinentes a primeira atividade de modelagem. No entanto, pelo método de tentativa e erro as dificuldades foram superadas e os modelos matemáticos foram adequadamente construídos.

Categoria 2 - SABERES DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA PARA A MODELAGEM (Saberes em desenvolvimento)

Saberes da formação profissional (ou saberes das ciências da educação e pedagógicos).

Todos os pibidianos manifestaram saberes sobre o papel da escola e da matemática frente a comunidade escolar para promover o uso consciente de água e de energia elétrica. Segundo eles, a escola também deve sentir-se responsável pela formação social dos estudantes e que a matemática é a disciplina escolar que mais favorece o trabalho exploratório envolvendo os temas de água e luz na sala de aula. Nesse sentido, eles sugeriram palestras formativas e projetos interdisciplinares.

Saberes curriculares.

Nenhum pibidiano manifestou qualquer saber de natureza curricular, pois não identificamos na vivência das atividades qualquer escrita e verbalização que representassem estas atividades em linhas estruturais com objetivos, conteúdos e métodos de ensino.

Saberes práticos ou experienciais.

Nenhum pibidiano manifestou qualquer saber de natureza prática ou experiencial na vivencia das atividades de modelagem. Muito provavelmente a falta de atuação enquanto professor de matemática seja um fator que justifique tal ausência. Também não descartamos a falta de vivência de atividades de modelagem no âmbito da formação inicial.

Todos os pibidianos apresentaram saberes sobre fatores que encarecem e/ou barateiam a conta de luz em nosso país, mas nada sabiam sobre as bandeiras tarifárias e como é tarifado a conta de água e de luz.
Todos os pibidianos apresentaram saberes sobre ações de economia de água e de luz.

MODELO MATEMÁTICO (Interpretação e validação do modelo obtido)
Categoria 1 -SABERES DE MODELAGEM MATEMÁTICA **Conhecimento reflexivo.** Os pibidianos A, B, C, D, E e F manifestaram dificuldades em interpretar eaprimorar os modelos matemáticos elaborados algebricamente e graficamente nas atividades de modelagem. Entrementes, essas difulcadades foram superadas mediante diálogos entre pesquisadores/pibidianos e pibidianos/pibidianos. Todos os pibidianos apresentaram saberes sobre o significado e os contextos aplicáveis dos modelos construídos nas atividades de modelagem.

A partir dos saberes prévios, os pibidianos foram capazes de mobilizar (sobretudo) saberes de natureza matemática nas etapas de *Matematização* e *Modelo Matemático*.

Por outro lado, as intervenções realizadas quando necessárias, mediante provocações interrogativas, permitiram que os pibidianos refletissem acerca de suas ações no processo de modelagem, hora envolvendo a movimentação de saberes já existentes e hora na elaboração de novos saberes. Desse modo, hipóteses equivocadas foram redirecionadas, conflitos cognitivos foram superados e os saberes docentes vieram à tona. Este cenário dialoga com a prerrogativa registrada na literatura de Modelagem Matemática acerca da participação importante de alguém mais experiente no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

Em paralelo, registramos o diálogo e o trabalho em equipe entre os pibidianos. Eles interagiam entre si a fim de superarem momentos de incertezas/contradições, aprenderem Matemática e solucionarem as atividades de modelagem. Nesse interim, acabavam por ensinar uns aos outros aquilo que sabiam e externavam aquilo que estavam pensando.

Na fase da interação observamos que os pibidianos não conseguiram mobilizar a grande maioria dos diferentes saberes emaranhados. Entretanto, as discussões envolvendo os contextos sociais foram essenciais para a aprendizagem de saberes sociais e para a inclusão dos pibidianos no processo de modelagem.

Assim sendo, elementos como o diagnóstico dos saberes prévios, a fase da interação, a intervenção do professor e o trabalho em equipe, são premissas importantes para um ambiente de aprendizagem em modelagem.

Ao mais, destacamos que o Quadro 10 também apresenta reflexos de como está sendo desenhada ou modelada a formação acadêmica desses pibidianos na sua etapa incial com relação a Matemática, a Modelagem Matemática e a formação social, mesmo porque os pibidianos participantes da nossa investigação ou já concluíram a graduação ou estão a frente do quinto período universitário.

Nesse sentido, esta hipótese corrobora com o fortalecimento das discussões acerca da Licenciatura em Matemática, tendo em vista seus desafios e perspectivas para o século XXI, e também reforça a ideia de que o espaço escolar é um óitmo lugar para o aprimoramento e desenvolvimento profissional, haja vista que apenas dois pibidianos participantes da nossa investigação atuam como professores de Matemática no Ensino Fundamental.

Assim sendo, presumimos (ainda que hipoteticamente) que seja revelador o fato de a Modelagem Matemática, mesclada à teoria dos saberes docentes, possa ser admitida e utilizada como um dispositivo capaz de delinear (ao menos genericamente) a formação acadêmica adquirida pelo licenciando ou licenciado em Matemática. Trata-se de contemplar uma visão panorâmica da formação inicial desenvolvida no espaço acadêmico por parte do estudante universitário.

Por outro lado, esta prerrogativa não implica necessariamente que este quadro possa indicar para onde o pêndulo da formação inicial apontará para a experiência profissional de um licenciando ou licenciado em Matemática. O fato de um pibidiano não apresentar saberes da sociedade frente às atividades de modelagem, por exemplo, não significa que na prática docente ele será um professor que desprezará os contextos sociais e políticos no ensino-aprendizagem (embora isto também seja possível de acontecer). Por hora, situamos estas reflexões como premissas significativas para serem investigadas em trabalhos posteriores.

De modo geral, confirmamos nossa hipótese de que a formação do professor que ensina matemática ainda é carente de saberes e contextos sociais que permitam agregar ao ensino-aprendizagem de matemática a tendência da Modelagem na Educação Matemática.

CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇOES FINAIS

> Aqui chegamos ao ponto de que talvez devêssemos ter partido. O do inacabamento do ser humano. Na verdade, o inacabamento do ser ou a sua inconclusão é próprio da experiência vital. Onde há vida, há inacabamento. Mas só entre mulheres e homens o inacabamento se tornou consciente (FREIRE, 2006, p. 50).

Aqui trazemos as considerações finais da nossa investigação, apontando impressões, acabamentos e perspectivas vindouras.

Certamente, estes registros sintetizam prioritariamente a formação do professor de Matemática, a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a mobilização de saberes docentes para trabalho com a modelagem, enquanto metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática.

Assim, este capítulo carrega em si uma natureza conclusiva e sistemática da nossa investigação, embora sejamos conscientes de que o ato solene de pesquisar, agir e ampliar as discussões envolvendo os tópicos deste trabalho seja uma empreitada desafiante e inacabada.

Nesse sentido, a escrita do trabalho, a análise dos dados da pesquisa e os resultados encontrados, hora nos permitem realçar as ideias subsequentes.

O tema do nosso trabalho **“Os saberes mobilizados por futuros professores em atividades de modelagem matemática envolvendo a função afim”** representou nossa inquietação principal e gênese da pesquisa, determinando, portanto, o nosso objetivo geral de pesquisa a ser alcançado e descrito ao longo da investigação.

Em linhas concretas, esta inquietação representa uma retórica sobre a Modelagem Matemática no chão da sala de aula em contraponto com a formação do professor de Matemática em relação a esta tendência da Educação Matemática, isto porque a formação acadêmica que vem sendo concebida nos espaços de formação de professores aponta para um desnivelamento entre a formação e a informação e/ou entre a teoria e a prática.

O fato é que ensinar aquilo que não se aprendeu como deveria, ou ensinar algo de modo diferente de como se aprendeu, ou ensinar aquilo que não se sabe, é desafiador e requer formação profissional de qualidade. Além de aprender Matemática, o professor que pretende explorar a modelagem na sala de aula precisa mobilizar saberes oriundos da sociedade e de outras áreas da realidade que não a matemática. Nesse sentido, sua formação precisa nivelar e entremesclar o saber científico, o saber da sociedade e o saber escolar aos saberes prévios dos estuduantes. Além disso, precisa atrelar às práticas pedagógicas as ideias de pesquisa, de contextualização e de interdisciplinaridade.

Nesse interim, enquanto a literatura especifica em Modelagem na Educação Matemática já se preocupa em combater a ideia da modelagem como "ilha" no currículo escolar (BARBOSA 2001), nossa investigação realça que é preciso também combater a ideia de modelagem como "ilha" centrada no aluno e como "ilha" centrada no professor.

A primeira prerrogativa foi interpretada em nossa investigação a partir da atuação do estudante e da importante participação/orientação do professor em uma atividade de modelagem. Existem momentos em que os estudantes envolvidos estacionam temporariamente nos processos de aprendizagem e solicitam a intervenção do professor. A pouca experiência em modelar, a falta de criatividade, de base matemática e de formação social dificultam o progresso dos estudantes em suas aprendizagens e processos de modelagem, e, caso não sejam ajudados, acabarão confinados na "ilha" da modelagem centrada no aluno.

Ademais, este cenário também comprometerá a qualidade do trabalho de modelagem a ser desenvolvido e influenciará negativamente as concepções de modelagem por parte dos estudantes. Por isto, é plausível respeitar os saberes prévios dos estudantes e desenvolvê-los com atividades em níveis de complexidade gradativos.

Por outro lado, a prerrogativa sobre a modelagem como "ilha" centrada no professor abarca sua mobilização em sala de aula desprovida de uma formação profissional associada. Embora o professor vislumbre possibilidades de inovar sua prática pedagógica através da Modelagem Matemática é possível que sua intenção seja limitada pela sua formação profissional. A literatura específica mostra depoimentos de professores que não trabalham com modelagem no ensino de matemática por causa do tempo, da obrigação de cumprir a grade curricular e por outros motivos. Entretanto, talvez o real motivo que leve o professor a se "ilhar" quando se trata deste tema seja a precária e/ou a ausente formação profissional na área. De fato, o trabalho com modelagem matemática exige experiência acumulada, criatividade, teoria matemática e formação social aguçada.

Nossa investigação também aponta que a modelagem também tem potencial para a mobilização de novos saberes docentes, haja vista que os nossos resultados validaram os saberes docentes prévios externados pelos pibidianos no questionário diagnóstico e também revelaram novos saberes docentes mobilizados por eles ao vivenciarem as atividades de modelagem.

Além disso, apontaram que saberes docentes não mobilizados em uma atividade de modelagem específica podem ser mobilizados em novos contextos, com outras atividades. As atividades construídas foram pautadas no conteúdo matemático Função Afim e constituíram a espinha dorsal da nossa investigação, pois evocaram saberes plurais e heterogêneos. A esta situação peculiar podemos inferir que os saberes docentes estão em vias de mobilização e necessitam de novos e outros ambientes de modelagem para serem efetivamente constituídos na formação profissional.

No desenvolvimento dessas atividades, atitudes de tentativas, testes e verificações como aquelas registradas em nossa investigação, devem ser bem vindas num ambiente de modelagem. É preciso que os participantes em uma atividade de modelagem se sintam confortáveis diante de erros e tentativas, pois esta é uma maneira plausível de aprendizagem e mobilização de saberes em um espaço autônomo, dinâmico e investigativo, tal como foi realizado. Isso favorece a descoberta, a experiência e a construção de novos saberes. Para tanto, é preciso predisposição, intuição, partilha de pensamentos, atitude indagadora, espírito crítico e um espaço de tempo favorável.

Nesse sentido, a necessidade de explorar a fase da *Interação* na modelagem é imprescindível para a formação social, para a elaboraração de uma boa atividade e para a compreensão de seu objetivo principal. Assim sendo, conjecturamos que ações de formação de professores também podem se inspirar em atividades de modelagem que mobilizem saberes diferentes e de diferentes professores nas suas diferentes etapas desenvolvimento, no ensino.

Em paralelo, presumimos que a descrição de saberes docentes mobilizados (e não mobilizados) em atividades de modelagem podem se tornar dispositivos para a formação inicial/continuada do professor de matemática em campo teórico. Além disso, pode indicar, ao menos hipoteticamente, como será sua prática profissional, e a descrição de saberes mobilizados e não mobilizados também pode se constituir em um elemento de avaliação da qualidade do processo de formação de professores.

Desta forma, evocamos trabalhos posteriores a serem investigados a partir dos resultados alcançados e das conclusões supracitadas. Também destacamos a possibilidade de investigar os erros matemáticos apresentados nas atividades de modelagem tendo em vista a perspectiva da análise de erros, bem como a análise de saberes docentes das atividades de modelagem em um ambiente virtual de aprendizagem, o que realça a possibilidade de agregar novas tecnologias da informação e comunicação. Para tanto, os anexos deste trabalho constituem um material investigatigo de preciosidade singular.

Mudar para se tornar capaz de mudar; mudar para melhorar ou atingir o seu máximo/melhor; mudar para melhorar a prática da docência; mudar para melhor se educar e educar; mudar para se emancipar, a fim de contribuir para a libertação de outros. Para tanto, repensar a formação do professor de matemática em relação a modelagem matemática atrelada à teoria dos saberes docentes pode ser uma experiência fundamental para o processo educativo e investigativo na Educação Matemática.

Aqui terminamos as nossas Considerações Finais, que não são conclusivas ou acabadas, no sentido de esgotamento ou terminalidade, nem tampouco são definitivas, únicas ou suficientes, no sentido de não ser possível haver mais descobertas e/ou refutações, mas são apenas considerações que nos instigam a investigar novas possibilidades a fim de construirmos outros olhares e novos caminhos passíveis para a formação do professor de matemática em relação à Modelagem, visto que a prática formativa é um processo inacabado da experiência vital do processo educativo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

ALVES, C. A. **Quando os professores dos anos iniciais ressignificam o currículo de matemática:** o que muda na prática docente? 2011. 84f. Monografia (Graduação em Educação Matemática) –Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto.

ALVES, F. T. O. **Quando professoras se encontram para estudar matemática: saberes em movimento.** Tese de Doutorado 174 p. Natal: UFRN, 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:**concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p.73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática & implicações no ensinoaprendizagem de matemática. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134p.

______.**30 anos de modelagem matemática na educação brasileira:** das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: contexto, 2013.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução àteoria e aos métodos. Trad. Maria Alvarez, Sara do Santos e Telmo Baptista. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Lei nº9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Brasília, DF, 1996. P. 1-31. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/leis/lein9394.pdf.Acesso em: 25 nov. 2013.

______. Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília, DF, 1998. Parecer CEB 15/98, aprovado em 1/6/98.

______. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/Sentec, 2000.

______. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB), Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5ª série. 1987. 186 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

COSTA, M. A. F.; COSTA, M. F. B. **Projeto de pesquisa:** entenda e faça. 3. ed. – Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2012.

FIORENTINI, D; NACARATO, A.M. e PINTO, R.A. **"Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada".***Quadrante: Revista teórica de investigação.* Lisboa, APM, vol 8, nºs 1-2, 1999, p. 33-40.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 9ªed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

______.**A educação na cidade.** São Paulo: Cortez, 1991.

______. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 34. ed. – São Paulo: Paz e Terra, 2006.

______.**Pedagogia da autonomia:** saberes necessários àprática educativa. 48ªed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

GIL, A. C. **Gestão de pessoas.** São Paulo: Atlas, 2001.

LESH, R.; DOERR, H. (2003). **Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving.** In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching (p. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

LESH, R.; ZAWOJEWSKI, J. (2007). **Problem Solving and Modeling.** In F. Lester (Ed.), Handbook for Resdearch on Mathematics Education (2nd ed), p. 763-804. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

MCLONE, R. R. **Can Mathematical Modelling be Taught?** In Teaching and Applying Mathematical Modelling. Ellis Horwood series. Londres. 1984. p. 476-483.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática.** 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PIETROCOLA, M. **A matemática como estruturante do conhecimento físico.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v. 19, n. 1, p. 93-114, 2002. Disponível em: http://www.nupic.fe.usp.br/Publicacoes/artigos/a-matematica-como-estruturante-do-conhecimento-fisico. Acesso em: 15 out. 2013.

PONTE, J. P. **Estudos de caso em educação matemática.Bolema**, nº25, p. 105-132, ano 2006. disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3007. Acesso em: 09 set. 2013.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática-** Vol. 6. Curitiba: IBPEX Editora, 2008.

ROSA, C. A. P. **História da ciência:** da antiguidade ao renascimento científico. Brasília: Fundação Alexandre de Gusmão: 2010. 1v. 496 p.

SACRISTÁN, J. G. e PÉREZ GÓMEZ, A. I. **Compreender e Transformar o Ensino.** POA: Artes Médicas, 1998.

SACRISTÁN, J. G. ***O* currículo:** Uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre, Artimed, 2000.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modellig process. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.,London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. Bolema –Boletim de Educação Matemática,Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. Trad. Daniel Grassi. –3. ed. –Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICES

Apêndice A – Questionário Diagnóstico

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado: **Quando futuros professores vivenciam atividades de modelagem matemática: Que saberes são mobilizados?**

Orientando: **Carlos Alex Alves**

Orientadora: **Profª Drª Cibelle de Fátima Castro Assis**

QUESTIONÁRIO

Com base em sua experiência na Licenciatura em Matemática, no PIBID-Matemática e/ou na profissão docente de professor de matemática, responda as questões abaixo.

1. Você é professor de Matemática? ( ) Sim ( ) Não

2. Você já ensinou o conteúdo função afim?

3. Como você definiria função afim? Dê um exemplo. Sabe de alguma aplicação?

4. Como você ensinaria função afim no Ensino Médio?

5. Quais disciplinas da Graduação você estou sobre modelagem matemática e/ou sobre algo relacionado?

6. Como você define a modelagem matemática?

7. Você sabe quais são as etapas da modelagem matemática no ensino? Se sim, explique seu desenvolvimento.

8. É possível trabalhar função afim através da modelagem matemática? Se sim, como você faria?

9. De que maneira você conseguiria utilizar a modelagem matemática para compreender fenômenos ou problemas da realidade?

10. Você já vivenciou/orientou alguma atividade de modelagem matemática na Graduação, no PIBID e/ou na sua prática profissional?

11. Suponha que você seja professor de matemática do Ensino Médio e que seus alunos queiram explorar a matemática contida na conta de água e na conta de luz de suas residências. Que roteiro curricular você faria para desenvolver esta atividade considerando os objetivos, conteúdos e os métodos de ensino?

Apêndice B – 1ª Atividade de Modelagem Matemática

ENTENDDO O CONSUMO DE ÁGUA NA FATURA DOMÉSTICA
CASO 1 DE MODELAGEM

PROBLEMA: Você compreende a sua fatura de água? O valor cobrado corresponde ao gasto real de sua residência? Como você pode descobrir as respostas destas perguntas? De que informações você precisa?

- **<u>Apresentação do vídeo</u> "Entenda o funcionamento do hidrômetro da sua casa.** Ver: https://www.youtube.com/watch?v=S0qTBQiLgM8.

    - De que trata o vídeo? Você sabe o que é um hidrômetro? Qual é o significado dos números contidos no hidrômetro? Você observa o funcionamento do hidrômetro de sua casa? Porque isso é importante?
    - O que você entende por uso consciente de água? Como a escola pode contribuir para conscientizar a comunidade no uso adequado da água? De que forma a Matemática pode ser mobilizada em sala de aula para fortalecer o uso consciente da água e ajudar na sustentabilidade do planeta?
    - Que ações podem ser postas em prática para reduzir o consumo excessivo ou desperdício de água em sua residência? Liste algumas delas.

- **<u>Observações, diálogos, e questionamentos sobre a fatura de água:</u>**

    - Quais informações estão contidas na sua conta de água?
    - De que maneira você pode fazer a leitura e controlar o consumo de água da sua casa?
    - Observando a sua fatura de água com referência no mês de julho, responda:
        - O consumo de água em sua residência foi de quantos m^3?
        - Quantas pessoas moram em sua casa?
        - Qual foi à quantidade média consumida por pessoa neste mês?

  - Em sua residência vocês estão realizando uso consciente da água? Justifique sua resposta.

- **<u>Analisando gastos e consumo na conta de água:</u>**

    - De acordo com a tabela de tarifas da Companhia de Água e Esgoto da Paraíba (CAGEPA), a tarifa normal paga pela categoria residencial segue conforme a tabela a seguir.

TARIFA NORMAL				
FAIXAS DE CONSUMO MENSAL	ÁGUA	ESGOTO	A + E	% ESGOTO
Tarifa Mínima - Consumo até 10 m³	26,93	21,54	48,47	80%
11 à 20 m³ (p/m³)	3,47	2,78		80%
21 à 30 m³ (p/m³)	4,59	4,13		90%
acima de 30 m³ (p/m³)	6,22	6,22		100%

Fonte:http://www.cagepa.pb.gov.br/outras-informacoes/estrutura-tarifaria/

Data de consulta: 25/07/2015.

Com base nas informações da tabela acima e considerando uma considerando uma residência sem ligação da rede de esgoto, determine:

- Quanto pagará uma pessoa se o seu consumo no mês for de 9 m^3?
- Quanto vai pagar uma pessoa se o seu consumo no mês for de 18 m^3?
- E Se houver um vazamento e o consumo no mês for de 37 m^3?

- Considerando a tabela de tarifa normal da CAGEPA, construa o modelo matemático (algébrico e gráfico) que representa o valor a ser pago pela água consumida em uma residência sem ligação da rede de esgoto.

- O que você pode concluir desta atividade ao considerar o problema inicial da modelagem?

Apêndice C – 2ª Atividade de Modelagem Matemática

CONTA DE LUZ: EVITAR DESPERDÍCIOS E REDUZIR GASTOS
CASO 2 DE MODELAGEM

Problema: Você compreende a sua fatura de luz?Como você poderá reduzir gastos com luz em sua casa observando suas necessidades de consumo?

- **Apresentação do vídeo "Economizar energia elétrica é um dever de todos nós".** Ver: https://www.youtube.com/watch?v=GL8Dz1rPpFA&spfreload=1
- **Discussão:**
    - De que trata o vídeo? O que você entende por consumo consciente de energia elétrica? Você observa as informações de um eletrodoméstico no ato de uma compra? Por que isso é importante? Que fatores podem encarecer ou baratear a conta de luz em nosso País?
    - Como a escola pode contribuir para conscientizar a comunidade no uso consciente de energia elétrica?Como a Matemática pode ser mobilizada em sala de aula e/ou na vida cotidiana para conscientizar as pessoas no uso adequado de energia elétrica?
    - Que ações podem ser postas em prática para reduzir o consumo excessivo ou desperdício de energia elétrica em sua residência? Liste algumas delas.
- **Observações, diálogos e questionamentos sobre a conta de luz:**
    - Quais informações estão contidas na sua conta de luz?
    - De que maneira você pode fazer a leitura e controlar o consumo de energia elétrica da sua casa?
    - Qual é a sua opinião sobre as bandeiras tarifárias? Se o consumidor reduzir seu consumo, a sua bandeira muda de cor?

Observando a sua conta de luz com referência no mês de julho, responda:

- O consumo de energia elétrica em sua residência foi de quantos kWh?
- Quantas pessoas moram em sua casa?
- Qual foi à quantidade média consumida por pessoa neste mês?
- Quanto você pagou de impostos e encargos no mês vigente da fatura? Qual é a taxa percentual correspondente a este valor financeiro?
- Em sua residência vocês estão realizando uso consciente de energia elétrica? Justifique sua resposta.

- **Analisando gastos e consumos na conta de luz:**
    - Como é tarifado o valor pago da sua conta de luz?
    - Construa o modelo matemático (algébrico e gráfico) que representa o valor a ser pago pela energia consumida em uma residência.
    - Quais equipamentos da sua residência apresentam mais gastos durante um mês em kWh, em reais e em porcentagem?
    - Como reduzir o consumo de energia da sua residência em 30%?
    - Quanto você pagará pelo consumo de energia após esta redução?
    - O que podemos concluir desta atividade de modelagem?

Anexo A – Questionário Diagnóstico: Pibidiano A

1) Não

2) Sim

3) A função afim é definida por $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e nela existem constantes a e b que pertencem ao conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, onde a e b são chamados de coeficientes angular e linear respectivamente, $\forall\ x \in \mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = 2x$ (função linear, onde o coeficiente angular <u>a</u> é 2 e o coeficiente linear <u>b</u> = 0.

Aplicação: Seja a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x + 4$, determine o valor de $f(20) - f(5)$.

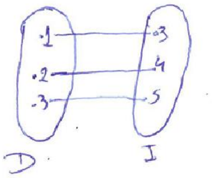
4) Planejaria uma sequência didática, onde eu pudesse expressar a forma algébrica e graficamente de uma função afim, levaria para a sala de aula pelo menos uma apresentação no software Geogebra (ou no laboratório de informática), e nessa apresentação faria os traçados de gráficos das funções de forma que relacionasse os coeficientes da equação da reta e assim, fazendo um reconhecimento que o gráfico da função afim é uma reta. Em seguida, faria aplicações que envolvessem o próprio cotidiano dos alunos, fazendo com eles se relacionassem diretamente com o conteúdo.

Anexo B – Questionário Diagnóstico: Pibidiano B

1) NÃO

2) SIM EM ATIVIDADE DO PROJETO PIBID.

3) FUNÇÕES A FIM POSSUI UM DOMINIO, IMAGEM E CONTRA DOMINIO. ONDE TODO ELEMENTO DO DOMINIO DEVE ESTÁ LIGADO A IMAGEM.



APLICAÇÕES:

SE UMA DONA DE CASA VAI COLOCAR PRA SECAR SUAS ROUPAS, ELA TEM 20 PEÇAS DE ROUPAS, QUANTOS PEGADORES SÃO NECESSARIOS MOSTRE EM FUNÇÃO;

VEMOS QUE OS PEGADORES ESTÃO EM FUNÇÃO DA QUANTIDADE DE ROUPAS, OU SEJA QUANTO MAIS ROUPAS PARA SECAR MAIS PEGADORES SERA PRECISO.

NESTE CASO A FUNÇÃO QUE REPRESENTA A SOLUÇÃO É.

$f(x) = x + 1$

$f(20) = 20 + 1$

$f(20) = 21$

OU SEJA 21 PEGADORES PARA 20 PEÇAS DE ROUPAS.

4) BUSCANDO PROBLEMAS DA REALIDADE DO DIA-A-DIA DOS ALUNOS, TRAZENDO O CONTEUDO PARA UMA ZONA DE CONFORTO DOS ALUNOS.

5) AINDA NÃO ESTUDEI, ACREDITO QUE ESTUDAREI AO LONGO DO CURSO, TENDO EM VISTA QUE ESTOU NO 6º PERIODO DA GRADUAÇÃO.

6) ACREDITO QUE É A FORMA ~~EA~~ QUE VOCÊ ADAPTA O CONTEUDO PARA O COTIDIANO, O DIA-A-DIA.

7) NÃO.

8) SIM:

BUSCANDO PROBLEMAS DO DIA-A-DIA DOS ALUNOS.
EXEMPLO: RELACIONANDO PREÇO DE PASSAGENS, DE GASOLINA, ENERGIA, AGUA, ENTRE OUTROS.

9) NÃO SEI.

10) NÃO.

11) PARA DESENVOLVER ESTÁ ATIVIDADE, PREPARARIA UM ROTEIRO A SER CUMPRIDO PELOS ALUNOS.

ELABORARIA UM PROJETO DE PESQUISA PARA QUE OS ALUNOS FOSSEM A CAMPO, PESQUISAR PARA ASSIM DESPERTAR A CURIOSIDADE E A COLETA DOS DADOS.

COMO:

ANALISAR AS 3 ULTIMAS CONTA DE LUZ E AGUA DE SUA RESIDENCIA E DE MAIS UM COLEGA, ASSIM ANALIZARIA 6 CONTA DE LUZ E DE ÁGUA.

NA CONTA DE LUZ DEVERIA LEVAR EM CONSIDERAÇÃO O SEGURO, AS TAXAS DE ILUMINAÇÃO PUBLICAS, ENTRE OUTROS FATORES QUE SÃO ADICIONADOS NA CONTA DE LUZ.

NO FIM DA PESQUISA ORGANIZA OS DADOS EM FORMA DE TABELA.

Anexo C – Questionário Diagnóstico: Pibidiano C

2- Sim, já ensinei

3- É uma aplicação matemática que associa cada elemento do seu domínio a uma lei de formação, ou seja, $f(x) = ax$. $\forall x \in R^*$, na qual encontramos a sua imagem.

EXEMPLO.

Seja $x = \{0, 1, 2, \ldots n\}$, onde x é o conjunto formado por números naturais ($\mathbb{N}$), dada a lei de formação $f(x) = 2x + 1$, verifique se a imagem corresponde ao conjunto:

a) $\mathbb{N}^*$

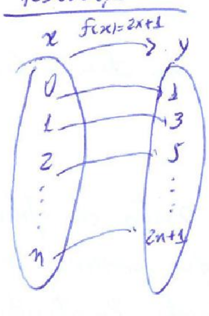
b) $\mathbb{N}$, formado pelos números pares

c) $\mathbb{N}$, formado pelos números ímpares

d) $\mathbb{C}$.

e) $\mathbb{R}_-$

Resolução



Note que o conjunto formado (Imagem de f), é o conjunto dos números $\mathbb{N}$, formados pelos números ímpares, ou seja...

$\mathbb{N} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n+1\}$

• APLICAÇÃO

Sim.

Seu João é taxista na cidade de João Pessoa - PB, ele cobra uma bandeira de 4,00 reais, e a cada Km rodado é cobrado 1,50 reais. Certo dia seu João pegou uma corrida no

qual ele deslocou 3,5 Km. Quanto ele cobrou por esse corrida?
1: → Lei de formação: $f(x) = 4{,}00 + 1{,}5km$

Resolução:
$f(km) = 4{,}00 + 1{,}5km$
$f(3{,}5) = 4{,}00 + 1{,}5 \cdot 3{,}5$
$f(3{,}5) = 9{,}25$

4 - Ensinaria como a proposição afetiva, mostrando ao aluno exemplo do dia a dia, pois os alunos de hoje em dia questionam muito os conteúdos abordados pelos professores em sala de aula, daí é muito importante sempre que puder mostrar esses conceitos.

5 - Até o presente momento eu não conheço, mais estou na disciplina de Laboratório em matemática, onde esse conteúdo está na ementa da disciplina. Mais pelo que eu posso observar de acordo com a pergunta 9., modelagem são proposições, ou seja problemas criados utilizando conceito ou exemplo do nosso dia a dia

6 - Eu acredito que seja, criação de proposições do dia a dia, ou seja, problemas matemáticos.

7 - Não tenho tanta certeza, mais eu creio que antes de aplicar a modelagem em determinado conteúdo temos que observar se a turma já tem domínio das definições daquele conteúdo.

8 - Eu creio que, existe uma infinidade de métodos, onde podemos aplicar a modelagem em função afim, por exemplo, para calcular problemas relacionados a tempo e distância, para calcular a quantidade de pessoas infectadas pela dengue em uma determinada região, etc.

9- bom é sempre mostrar exemplos concretos, que você possa focar sempre o presente, com problemas atuais e de fáceis visualizações ou imaginárias.

10. Ainda não.

11. O tipo de roteiro criado seria desta forma;

• Uma questão do dia a dia, que está presente na casa dos alunos e muitos não tem o desconhecimento de como calcular o consumo de sua energia, ou verificar se aquela leitura está completamente correta em relação ao valor cobrado, vejamos; um exemplo que pode ser explorado em sala de aula.

Seu Pedro está muito preocupado a cada mês que passa, pois sua conta vem aumentando a cada mês, por causa das tarifas impostas que aumenta todo mês, por que as hidroelétricas estão com volumes muito baixo, e com isso a energia é gerada com ajuda de geradores a óleo diesel.

Temos os seguintes 3 últimos contas de seu Pedro,

mês	Valor (R$)
JAN	293,20
FEV	295,80
MAR	303,80

A leitura referente ao mês de ~~Jan~~ foi de 2000, onde constatou que seu pedro consumiu 80kW/h.

- Hora de pensar!

a) Descubra a leitura do mês de fev, sabendo que o consumo foi de 72km/h.

b) Verifique se o valor da conta cobrada do mês de Mar. está correto, sabendo que,
- A leitura atual foi de 2137
- Valor do Kw/h é de 4,10
- imposto de R$ 25,00

c) Faça o gráfico consumo x mês.

d) O que você nota nestas três contas em relação ao valor, houve diminuição no consumo de energia? Na sua opinião houve vantagens ~~~~ esse diminuição ou acréscimo?

Anexo D – Questionário Diagnóstico: Pibidiano D

03. Chamamos função afim a qualquer função dada por uma lei de formação, $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais e $a \neq 0$.
Temos como exemplo:
$f(x) = 7x - 3$, onde $a = 7$ e $b = -3$
A aplicação de função afim é muito comum no dia a dia, logo, facilita para trabalhar em sala de aula.

04. Como transmitir o conteúdo a cada turma, varia de acordo com o nível da turma.
05. Laboratório de Ensino de Matemática II.
06. A modelagem matemática é algo a ser explorado e desenvolvido em um detalhado processo de construção.
07. Não.

08. Sim. Explorando até mesmo a partir de uma única questão que poderia ser trabalhada em sala e fora dela.
09. O fenômeno ou problema em questão teria que ser bem estudado para assim ser trabalhado.
10. Não.

11. Primeiro exploraríamos juntos o que seria trabalhado de acordo com o conteúdo em questão para assim buscássemos juntos alcançar o objetivo em questão.

Anexo E – Questionário Diagnóstico: Pibidiano E

QUESTIONÁRIO

Com base em sua experiência na Licenciatura em Matemática, no PIBID-Matemática e/ou na profissão docente de professor de matemática, responda as questões abaixo.

1. Você é professor de Matemática? (X) Sim ( ) Não

2. Você já ensinou o conteúdo função afim? Não.

3. Como você definiria função afim? Dê um exemplo. Sabe de alguma aplicação?
Toda função que pode ser escrita na forma $f(x) = ax + b$.

4. Como você ensinaria função afim no Ensino Médio?
Procuraria ensinar o conteúdo relacionando-o com situações do cotidiano

5. Quais disciplinas da Graduação você estou sobre modelagem matemática e/ou sobre algo relacionado? Laboratório II.

6. Como você define a modelagem matemática?
Relaciona os conceitos a situações do cotidiano. Trazer situações para o modelo matemático.

7. Você sabe quais são as etapas da modelagem matemática no ensino? Se sim, explique seu desenvolvimento. Não.

8. É possível trabalhar função afim através da modelagem matemática? Se sim, como você faria? Sim, é possível, mas para isso eu precisaria me informar mais sobre o tema, pois durante minha graduação praticamente não

9. De que maneira você conseguiria utilizar a modelagem matemática para compreender fenômenos ou problemas da realidade? Para isso acredito que eu precisaria saber as etapas da modelagem.

10. Você já vivenciou/orientou alguma atividade de modelagem matemática na Graduação, no PIBID e/ou na sua prática profissional? Já trabalhei com situações do cotidiano, mas trabalhar a modelagem em si, com suas etapas não.

11. Suponha que você seja professor de matemática do Ensino Médio e que seus alunos queiram explorar a matemática contida na conta de água e na conta de luz de suas residências. Que roteiro curricular você faria para desenvolver esta atividade considerando os objetivos, conteúdos e os métodos de ensino?

(3) A função afim tem diversas aplicações no cotidiano, como por exemplo a relação entre custo e preço, número do sapato em função do tamanho do pé, entre outros.

(8) tive formação suficiente para desenvolver o trabalho com modelagem. Mas do pouco que sei acredito que uma maneira é trazer

situações do cotidiano e modelar, trazer para o modelo matemático.

(11) Primeiramente iniciaria com uma pesquisa própria para descobrir tudo de matemática que tem nesses dois temas, para daí estruturar de que maneira eu iria trabalhar com os alunos.

Anexo F – Questionário Diagnóstico: Pibidiano F

01 - Não

02 - Não

03 - É chamada de função afim uma função do tipo $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Lembrando que ela também pode ser chamada de função polinomial do 1º grau.

04 - Uma forma importante que faz com que o aluno aprenda com mais rapidez é através da Visualização. Então levaria pra sala de aula um software educacional, por exemplo, o Geogebra para que os alunos pudessem perceber claramente o movimento do gráfico, como também a localização dos pontos, entre outros.

05 - Apenas na disciplina de Laboratório II.

06 - Creio que seja a aplicação da matemática no cotidiano e nas demais áreas de conhecimento.

07 - Não lembro.

08 - Sim. Levaria pra sala uma conta de água ou energia, também pedia para que cada aluno levasse uma, e juntos construiríamos gráficos,

definiríamos quem seria a e b na função, e ainda faria um questionário com perguntas relacionadas a aula.

09 - Não entendi muito a questão.

10 - Não.

11 - Trabalharia de forma separada, uma aula exploraria a conta de água e numa outra aula a conta de luz, depois faria uma comparação sobre os conteúdos explorados em cada conta.

Anexo G – Registros dos Pibidianos E e F/Atividade 1

$$Y = \begin{cases} 0 < x \leq 10, & y = 26,93 \\ 10 < x \leq 20, & y = 26,93 + (x-10) \cdot 3,47 \\ 20 < x \leq 30, & y = 26,93 + \cancel{(x-20)}\ 34,70 + (x-20) \cdot 4,59 \\ x > 30, & y = \cancel{123,23}\ 61,63 + 45,90\ \cancel{+62,20} \\ & 107,53 + (x-30) \cdot 6,22 \end{cases}$$

11 20

Até 10

Taxa fixa: 26,93

23

(3)

(x - 10).

C(x) = 26,93 +

x - 3x

30

10

10

10

11,20 → 26,93 + (x - 10) . 3,47

~~x - consumo~~

4 . 3,47

x - 3x + 2x

26,93 + 13,88

f(x) = x - 3 . (x + 2) + 2x

x - 3x - 6 + 2x

27

f(x) = 2

3x

consumo

10

10

7

23

11,20 ← 26,93 + (x - 10)

21,30 ← 26,93 + 34,70 + (x - 20) . ~~6,22~~ 4,59

23 - 20

3 . 4,59

13,77

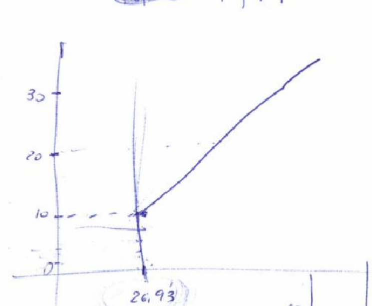
$75{,}40 \qquad 48{,}47 \qquad 3 \cdot 4{,}59 = 13{,}77$

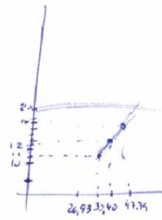
$$y = \begin{cases} 0 < x \leq 10, & y = 26{,}93 \\ 10 < x \leq 20, & y = 26{,}93 + (x-10) \cdot 3{,}47 = 3{,}47x - 7{,}77 \\ 20 < x \leq 30, & y = 61{,}63 + (x-20) \cdot 4{,}59 = 4{,}59x - 30{,}17 \\ x > 30, & y = 107{,}53 + (x-30) \cdot 6{,}22 = 6{,}22x - 79{,}07 \end{cases}$$

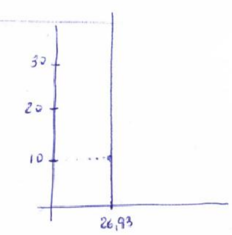
$f(x) = (x-1) \cdot (x+2) + 2x$
$f(x) = x - x - 2 + 2x$
$f(x) = 2x - 2 \rightarrow 2(x-1)$

$x^2 + 2 - x - 2 + 2x$
$x^2 + x$

$3{,}47x - 34{,}70 + 26{,}93$
$3{,}47x - 7{,}77$







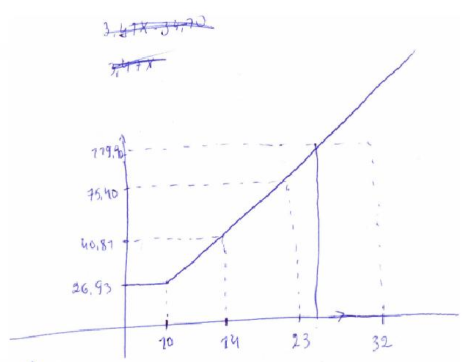
$x^2 + 2x - x \mp 2 + 2x$

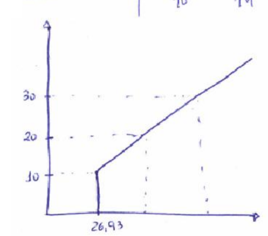
$f(x) = x^2 + 3x - 2$

$y = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot x - 34{,}70$

$y = 3{,}47 \cdot x - \cancel{12{,}23}\ 7{,}77$

$y = 4{,}59x - 30{,}17$





Anexo H – Registros dos Pibidianos B e D / Atividade 1

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & se\ x \geq 0 \\ -x, & se\ x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2, & se\ x \leq 2 \\ 8x+4 & se\ x \geq 10 \end{cases}$$

$y = 26,93 + 3,47 \cdot (10 - x)$ $10 \leq x \leq 20$

$y = 26,93 + 3,47 \cdot (x - 10)$

$$f = \begin{cases} 26,93, \\ f(x) = 26,93 + 3,47 \cdot (x - 10) \\ f(x) = \end{cases}$$ 14

$10 + 10 + 10 + 2$

$26,93 + 10 \cdot 3,47 + 10 \cdot 4,59 + 2 \cdot 6,22$

$26,93 + 34,7 + 45,9 + 12,44$

$26,93 + 34,7 +$

$f(x) = ax + b$ $0 < x \leq 10$ $119,9$ / $120,19$

(3) ....

$$\begin{array}{r} 347 \\ \times 14 \\ \hline 1388 \\ 347 \\ \hline \boxed{48,58} \end{array}$$

$10 = 26,93$

4

$$\begin{array}{r} 347 \\ \times 4 \\ \hline 13,88 \\ 26,93 \\ \hline \boxed{40,81} \end{array}$$

93

10
20
30
acima

D.

26,9
3,4

I.

$10 = 26,93$

$$\begin{array}{r} 26,93 \\ 59,67 \\ \hline \boxed{85,60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 459 \\ \times 13 \\ \hline 1377 \\ 459 \\ \hline 59,67 \end{array}$$

30

$$\begin{array}{r} 6,22 \\ \times 31 \\ \hline 622 \\ 1866 \\ \hline \boxed{192,82} \end{array}$$

$f(x) = 10$

$f(x) = 2,93 +$

se $x \leq 10$, 26,93

se $\cancel{x}\ 11 \leq x \leq 20$ $f(x) = 26,93 + x.4$

$x = 24$

se $21 \leq x \leq 30$ $f(x) = 26,93 + 4,59 \cdot x$

se $x > 30$ $f(x) = 26,93 + 6,22 \cdot x$

$x = 14$

$f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot (x-10)$ | $26{,}93 + 34{,}7 + 45{,}9 + 12$

$= 26{,}93 + 3{,}47 \cdot (14-10)$

$26{,}93 + 3{,}47 \cdot 4$

$26{,}93 + 13{,}88$

$f(x) = 26{,}93 + 4{,}59\,(x-10)$

$(x) = 26{,}93 + \underline{3{,}47} \cdot 10 + 4{,}59 \cdot (x-20)$

23

$+10+3$

- se $11 \le x \le 20$ $\quad f(x) = 26{,}93 + \underline{3{,}47} \cdot (x-10)$

se $21 \le x \le 30$ $\quad f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot 10 + \underline{4{,}59}\,(x-20)$ $\quad 3^a$

se $x \ge 30$ $\quad f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot 10 + 4{,}59 \cdot 10 + 6{,}22\,(x-30)$

~~se $x \le 10$ $f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot (x-10)$~~

- se $11 \le x \le 20$ $\quad f(x) = 26{,}93 + \underline{3{,}47} \cdot (x-10)$

se $21 \le x \le 30$ $\quad f(x) = 26{,}93 + 4{,}59\,(x-10)$

$(3{,}47 \cdot 10) + (x-10)$

$f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot 10 + (x-20) \cdot 4{,}59$

23

23

$26{,}93 + 34{,}7 + 13{,}77$ $\quad 61{,}63 + 4{,}59 \cdot (x-20)$

se $21 \le x \le 30$ $\quad f(x) = 26{,}93 + \underline{3{,}47} \cdot 10 + 4{,}59 \cdot (x-20)$

se $x \ge 30$ $\quad f(x) = 26{,}93 + 3{,}47 \cdot 10 + 6{,}22 \cdot (x-30)$

$26{,}93 + \underline{3{,}47} \cdot 10 + \underline{4{,}59} \cdot 10 \cdot (x-30)$

$26{,}93 + 34{,}7 +$

$26{,}93 + 34{,}7 + 45{,}9 \cdot 2$

$26{,}93 + 34{,}7 + 91{,}8 \rightarrow \boxed{153{,}43}$

$119{,}97$

$$\begin{array}{r} 3,47 \\ \times 14 \\ \hline 1388 \\ 347 \\ \hline 48,58 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48,58 \\ 40,81 \\ \hline \boxed{7,77} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,47 \\ \times 10 \\ \hline 34,70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,59 \\ \times 10 \\ \hline 45,90 \\ \times 2 \\ \hline 91,80 \\ 26,93 \\ 34,70 \\ \hline \boxed{153,43} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26,93 \\ \times 2 \\ \hline 53,92 \\ + 13,77 \\ \hline 67,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,59 \\ \times 3 \\ \hline 13,77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34,70 \\ 26,93 \\ 13,77 \\ \hline 75,40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,47 \\ \times 4 \\ \hline 13,88 \\ 26,93 \\ \hline 40,81 \end{array}$$

(2) $f(x) = 26,93 + 3,47(X-10)$

se $X \leq 10$

$26,93 + 3,47.(14-10)$

$26,93 + 3,47.4$

$26,93 + 13,88$

$\boxed{40,81}$

(1) $f(x) = 26,93 + 3,47(X-10$

se $11 \leq X \leq 20$

$$\begin{array}{r} 6,22 \\ \times 2 \\ \hline 12,44 \end{array}$$

(3) se $21 \leq X \leq 30$

$f(x) = 26,93 + 3,47.10 + 4,59(X-20)$

$6,22 . 2$

$12,44$

(4) se $X \geq 30$

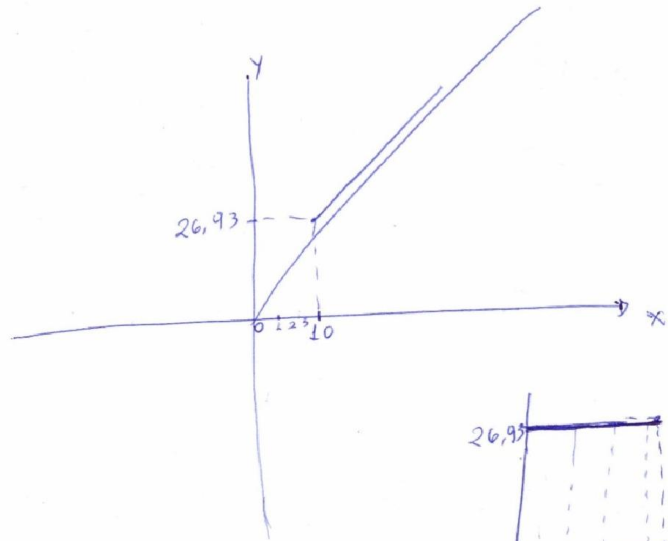
$f(x) = 26,93 + 3,47.10 + 4,59.10\cancel{(X-30)}$

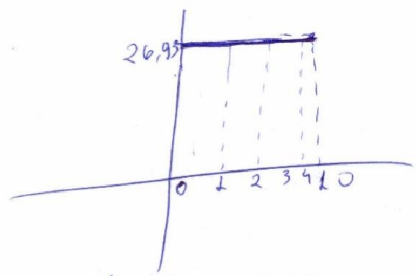
$f(x) = 26,93 + 3,47.10 + 4,59.10 + 6,22(X-30)$

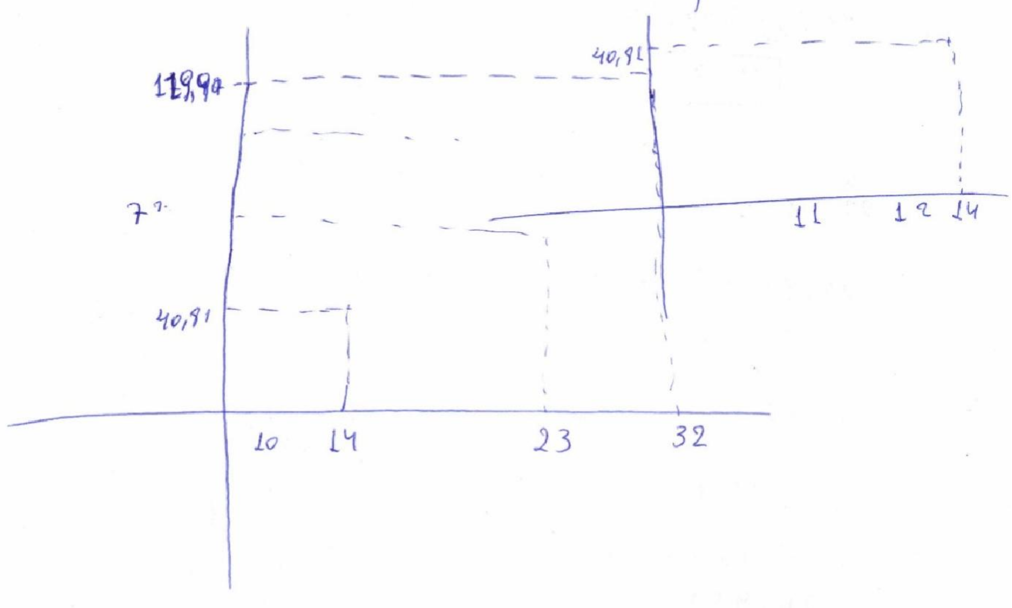
$f(x) = 26,93 + 34,7 + 45,9 + 6,22.(X-30)$

$f(x)$ $107,53 + 6,22(X-30)$

$119,97$


Y
26,93
0
10
x


26,93
0
1
2
3
4
10


40,91
11
12
14
40,91
10
14
23
32

→ Se $x \leq 10$

$f(x) = 26,93$

→ Se $11 \leq x \leq 20$

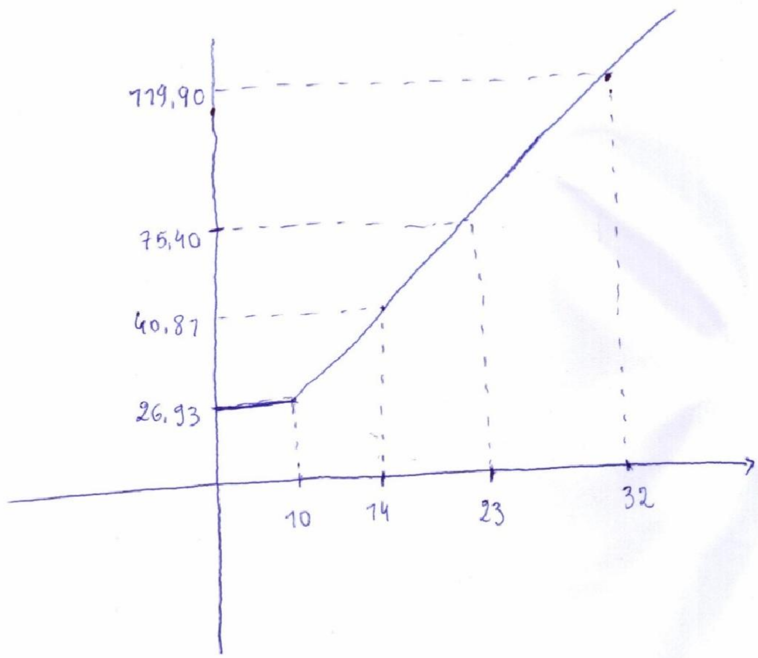
$f(x) = 26,93 + 3,47(x - 10)$

→ Se $21 \leq x \leq 30$

$f(x) = 61,63 + 4,59(x - 20)$

→ Se $x \geq 30$

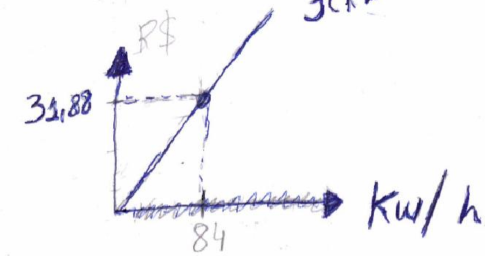
$f(x) = 107,53 + 6,22(x - 30)$



Anexo I – Registros dos Pibidianos A e C/ Atividade 2

$f(kwh) = 0{,}37956 . kw/h$

$f(kw/h) = 0{,}37956 . kw/h$



$f(84) = 0{,}37956 . 84$

$f(84) = 31{,}88$

$Im = R\$ \leq 31{,}88$

$Im = \mathbb{R}_+$

$Dom = \mathbb{R}_+$

$I(m) = R\$ \;]\infty, 0]$

$(P ; C)$

$(0 ; 0)$

$(243 ; 72)$

$(274 ; 82)$

$(373 ; 89)$

$\text{Preço } kWh = \frac{V_t}{Q}$

$a =$

$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Aparelho	Consumo KWh	Preço R$	horas/dia	Cons - 30% Cons KWh	Pre - 30% R$	h - 30% horas
Geladeira	93,6	35,53	24	-	-	-
TV 29'	26,4	10,02	8	13,2	5,01	4
Aparelho de som	4,8	1,82	2			
Liquidificador	0,234	0,08	0,03			
Ferro elétrico	2	0,75	0,5			
Secador	1,2	0,45	0,5			
Grill	2,24	0,85	0,083			
Ap. de DVD	0,48	0,18	4			
Receptor	2,4	0,91	8			
L. Fluorescente (Frente casa)	3,6	1,37	2	0,9	0,34	2
Lâmpada F. (cozinha) 3	10,8	4,09	3	4,05	1,54	3
Lâmpada F. (quartos) 2	0,6	0,23	0,5	0,45	0,17	0,5

Aparelhos elétricos	Watts	h/dia	dia/mês	Consumo KWh	preço R$
Geladeira	130	24	30	93,6	35,53
TV 29'	110	8	30	26,4	10,02
Aparelho de som	80	2	30	4,8	1,82
Liquidificador	300	0,03	26	0,234	0,08
Ferro elétrico	1000	0,5	4	2	0,75
Secador	600	0,5	4	1,2	0,45
Grill	900	0,083	30	2,24	0,85
Ap. de DVD	30	4	4	0,48	0,18
Receptor	~~[illegible]~~ 10	8	30	2,4	0,91
					50,59

Valor Total ⇒ R$ 57,30

Redução de Energia:

Televisão $\frac{110 \times 4 \cdot 30}{1000} = 13,2 = R\$ \ 5,01$

Lâmpadas:

Fluorescente (Frente da casa) $\frac{15 \times 2 \cdot 30}{1000} = 0,9 = R\$ \ 0,34$

Fluorescente (cozinha) $\frac{45 \cdot 3 \cdot 30}{1000} = 4,05 = R\$ \ 1,54$

Fluores. (quartos) $\frac{30 \cdot 0,5 \cdot 30}{1000} = 0,45 = R\$ \ 0,17$

Consumo de iluminação

Lâmpadas	Quant.	Watts	h/dia	dia / mês	Consumo KWh	preço R$
Fluorescente (Sala)	1	15	6	30	2,7	1,02
Incandescente (Frente casa)	1	60	2	30	3,6	1,37
Incandes. (cozinha)	3	40	3	30	10,8	4,09
Incandes. (Quartos)	2	20	0,5	30	0,6	0,23
						6,71

Valor após redução: 50,59 - 7,06 = 43,53

$$\frac{50,59 - 43,53}{50,59} \cdot 100 = 13,95\%$$

Redução de 13,95%

Consumo de Equipamento - Redução de 22%

Aparelho	Consumo kwh	Preço R$	horas/dia	Cons. - 22% cos. kwh	Prec. -22%	h - 22%
Televisão	17,25	6,54	5	10,35	3,92	
Geladeira	64,8	24,59	24	-	-	-
Liquidificador	0,27	0,10	0,03	-	-	-
Secador	4	1,51	0,5	0,24	0,09	
Ventilador	15,6	5,92	8	11,7	4,44	
Chuveiro Elet	17,94	6,80	0,13	6,9	2,61	
DVD	0,24	0,09	2	0	0	
Receptor	1,5	0,56	5	-	-	-
Ferro elet	2,4	0,91	0,08	0,6	0,22	
Lâmp. (Sala/área	6,3	2,39	7	-	-	
Lâmp. Quarto	0,027	0,01	0,06	-	-	
Lâmp. Quart.	0,108	0,04	0,08	-	-	
Lâmp. Cozinha	10,8	4,09	12	5,4	2,04	
Lamp. Quintal/corredor	9	3,41	0,01	-	-	

02- Tabela de consumo de iluminação

Lâmpada	Quant	Wats	horas/dia	Dia/mês	Consumo kwh	Preço R$
Fluorescente (sala/área)	2	15w	7	30	6,3	2,39
" (Quarto)	1	15w	0,06	30	0,027	0,01
" (Quarto)	1	45w	0,08	30	0,108	0,04
" Cozinha	1	30w	12	30	10.8	4,09
Quintal/Corredor	2	15w	0,01	30	9	3,41
Total					150,23	9,94

Consumo: 150,0
T = 57,02

(01) Tabela de Consumo de energia "Aparelhos"

Aparelhos	Potência wats	Hora/dia	Dia/mês	Consumo kwh	Preço
Televisão	115	5	30	17,25	6,54
Geladeira	90	24 ~~dia~~	30	64,8	24,59
Liquidificador	300	0,03	30	0,27	0,10
Secador	2000	0,5	4	4	1,51
Ventilador	65	8	30	15,6	5,92
Chuveiro elet	4600	0,13	30	17,94	6,80
DVD	30	2	4	0,24	0,09
Receptor de tv	10	5	30	1,5	0,56
Ferro elétrico	1000	0,08	30	2,4	0,91

Total = 60,12

APARElho P/ REDUÇÃO

Televisão = 115 . 3 . 30/1000 = 10,35

Secador = 2000 . 0,03 . 4 / 1000 = 0,24

Ventilador = 65 . 6 . 30/1000 = 11,7

Chuveiro elétrico = 4600 . 0,05 . 30 / 1000 = 6,9

DVD = 0

Lampada Cozinha = 30 . 6 . 30/1000 = 5,4

Ferro = 1000 . 0,03 . 20 /1000 = 0,6

35,19

VALOR

ANTES ⇒ 150,23 (57,02)

REDUÇÃO = 117,19 (44,48) ≠ 12,5

$\boxed{\text{REDUÇÃO} = 22\%}$

Anexo J – Registros dos Pibidianos E e F/ Atividade 2

	Potência (W	horas/dia	dia/mês	consumo	Pre
- DVD	30	2	8	0,48	0,18
- TV	~~150,600~~ 250	10	30	~~45,180~~ 75 180	6,832
4 - VENTILADOR	~~400,00~~	15	30	~~180~~ 64,8	~~6,332~~
- GELADEIRA	~~250~~ 90	24	30	3	1,138
- R.P.T	10	10	30	5	1,897
- Liquidificador	200	1	25	12	4,554
- Sanduicheira	800	1	15	15	~~11,386~~ 5,6
- Ferro	1.000	1	15	18	6,832
- NOTBOOK	300	2	30	12	4,55
4 - CELULAR	40	10	30	12,5	
- Fogão	~~6000~~ 12500	1	~~30~~ 1	~~375~~	~~14,23~~
- Máquina de lavar	1500	1	20	30	11,386
- Secador	1.000	1	4	4	1,5182
- Chapinha	1000	1	4	6	2,277
- máq. de cabelo	1000	1	4	4	1,51824
	20.220	81	322	934,48	~~326,17~~

$$C = \frac{W \times h \times d}{1000}$$

~~186,67~~

~~64,74~~

180.93

$\boxed{137,20}$

75.300

24,595488

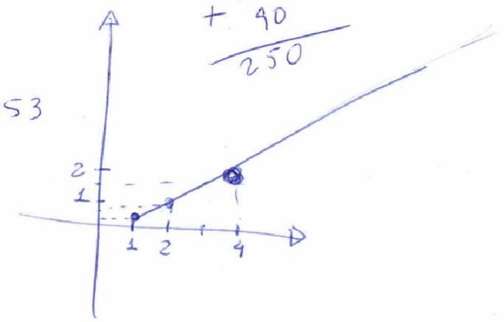
$f(x) = ax + b$

2.500

y

x

160
+ 40
250



43.7253

$\boxed{D = \mathbb{R}^+}$

1,8218

2.7329

$\boxed{3,41604}$

5.6934

$C(x) = 0,37956 \cdot x^2$

y

15% de 137,20 = 20,58

$[0, +\infty[$

15% 20.195 = 24,67

3,029.25

Lâmp.	Quant.	Watts	horas/dia	dia mês	KWh	R$
Im.	2	60	10	30	36	13.6641
Flore.	5	15	16	30	36	13.6641
		75			72	27.3282

4 horas   Cada lâmpada   14,4   21,6   5.4656

2.73282

7 comedor.
2 imag
5 Tia
2 banh

TOTAL

Watts	Preço
20.195	164,52

troca de lâmpadas → Economia → Watts - 21,6
→ Preço - 8,1985

Celular → Economia → ~~Watts~~ Horas → 10 $\xrightarrow{\text{caiu}}$ 4 horas
→ Preço - 2.7329

NotBook → Economia → Horas - 2 $\xrightarrow{\text{caiu}}$ 1 hora
→ Preço - 1,1387

Economia final → 12,07 ≅ 7,5 %

	Potência Watts	horas/dia	dia/mês	Consumo KWh	Preço R$
Gelad.	~~750~~ 90	24 hs	30	64,8	24,5
Micro. *	2000	1 hs	30	~~120~~ 60	~~45,34~~ 22,7
PC (2)	600	7 hs	30	126	47,82
Cel (3) *	30	7 hs	30	6	~~3,79~~ 2,37
Vent. (4)*	400	20 hs	30	240	91
Fogão	15000	1 hs	20	30	11,3
Purific.	85	24 hs	30	61	23
ham. *	1330	4 hs	10	53	20,11
T.V.	250	15 hs	30	113	43
R.P.T.	20	15 hs	30	9	3,41
Maq de lab. *	1500	4 hs	4	24	9,10
Liq. *	200	1h	20	2	0,75
Grill *	800	2h	20	16	6,07
Ferro *	1000	1h	2	2	0,75

375,19

188,39   726,07

Lâmp.	Quant.	Potência Watts	horas/dia	dia/mês	Cons. KWh	Preço
Flor.	6	15	15	30	~~0,054~~ 40,5	15,37

	horas	Preços
PC.	3	27,32
Cel.	4	0,91
Vent.	15	22,68
	22hs.	50,91 → 13,56%

$f(x) = \text{Valor fixo} \cdot KWh$

$$C = \frac{W \times h/d \times d/m}{1000}$$

Anexo L – Figuras ilustrativas das principais tecnologias utilizadas nas atividades de modelagem.

TARIFA NORMAL				
FAIXAS DE CONSUMO MENSAL	ÁGUA	ESGOTO	A + E	% ESGOTO
Tarifa Mínima - Consumo até 10 m³	26,93	21,54	48,47	80%
11 à 20 m³ (p/m³)	3,47	2,78		80%
21 à 30 m³ (p/m³)	4,59	4,13		90%
acima de 30 m³ (p/m³)	6,22	6,22		100%

Fonte: http://www.cagepa.pb.gov.br/outras-informacoes/estrutura-tarifaria/

CAGEPA

PARA CONTATO COM A CAGEPA, INFORME ESTE NÚMERO

MATRÍCULA 06715034-9

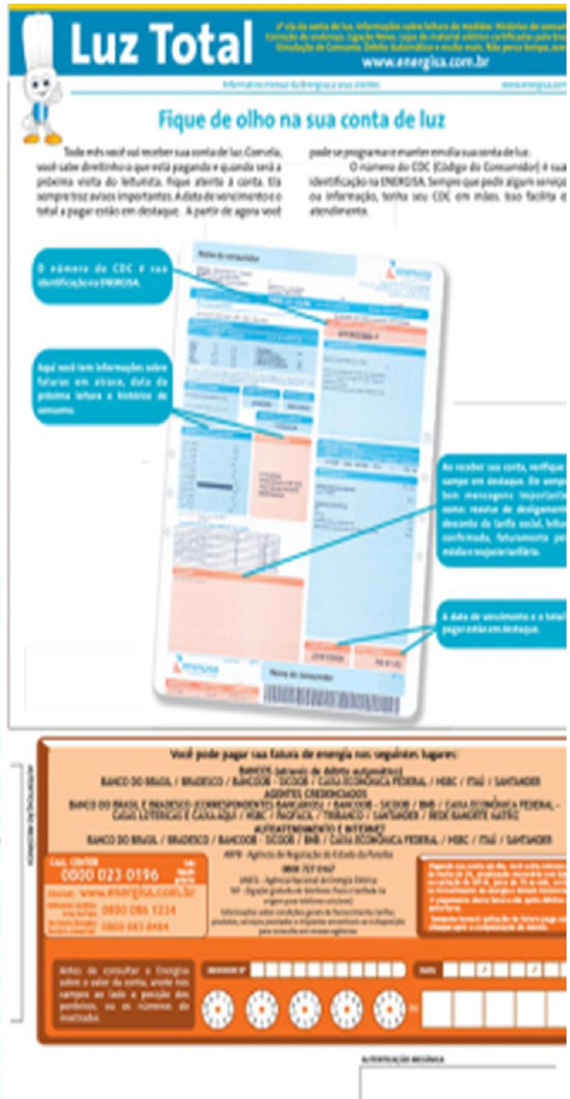
CONTA DE CONSUMO DE ÁGUA / ESGOTOS E SERVIÇOS

QUALIDADE DA ÁGUA

TOTAL A PAGAR ***** 20,93

REFERÊNCIA NOV/2011

VENCIMENTO 01/12/2011



Luz Total

www.energisa.com.br

Fique de olho na sua conta de luz

Você pode pagar sua fatura de energia nos seguintes lugares:

0800 023 0196