UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ARIANA COSTA SILVA

O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: UM RECURSO AVALIATIVO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

CAMPINA GRANDE-PB
2016

ARIANA COSTA SILVA

O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: UM RECURSO AVALIATIVO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa

CAMPINA GRANDE-PB

2016

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586o Silva, Ariana Costa

O uso de jogos nas aulas de matemática do ensino médio: um recurso avaliativo do conceito de função [manuscrito] / Ariana Costa Silva. - 2016.

173 p. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, 2016.

"Orientação: Prof. Drº José Lamartine da Costa Barbosa, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa".

1.Ensino de Matemática . 2. Ensino Médio. 3.Jogos ferramentas didáticas . 4. Função. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

ARIANA COSTA SILVA

O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: UM RECURSO AVALIATIVO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa

Aprovado em 29/02/2016

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa
Orientador – UEPB

Prof.ª Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
Examinador – UEPB

Prof.ª Dra. Maria Betânia Sabino Fernandes
Examinador - UFPB

Este trabalho é dedicado a todos os professores, que passaram pela minha vida, desde a educação infantil até os dias de hoje, em especial aos da graduação em Matemática, aos do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, e aos amigos e familiares que estiveram sempre presentes me apoiando e acreditando em mais uma realização profissional.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, força onipotente, que me capacitou todo momento, fazendo-me perceber que quando eu acredito, eu posso. Se não fosse a sua ajuda nada disso teria acontecido.

Agradeço a meus pais, que a cada conquista se animaram juntos comigo, incentivando-me, ajudando-me e nunca permitindo que eu desistisse.

Ao meu namorado, Antônio Ribeiro, que em momento algum me deixou desanimar, estando sempre ao meu lado nos momentos difíceis, mostrando que tudo daria certo, passando-me muita calma e confiança. Desejo ter toda essa serenidade ao meu lado o resto da minha vida.

Aos meus amigos, Samilly, Luciano Junior e Aylla, companheiros de todas as horas, que não se negaram a ajudar e a ouvir, mesmo tão atarefados quanto eu, podendo dar contribuições significativas a este estudo.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, por toda orientação, pela tranquilidade como dava suas sugestões de mudanças, nunca permitindo que eu me sentisse pressionada, passando-me muita calma e fazendo-me acreditar na realização desse estudo, sempre buscando o aprimorando da pesquisa.

Agradeço gentilmente aos sujeitos participantes da pesquisa, que se dispuseram em participar das atividades, com muita boa vontade. Sem eles não teria conseguido alcançar os objetivos desse trabalho, assim como resultados tão gratificantes. Pude aprender muito com eles também.

A todos os meus familiares, tios e tias, primos e primas que estavam torcendo por mim, acreditando em mais uma conquista.

Enfim, a todos os colegas que caminharam juntos, compartilhando alegrias, experiências e incertezas ao longo desses anos, e a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, ficam os meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

SILVA, A. C. O Uso de Jogos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Um Recurso Avaliativo do Conceito de Função. 2016. 173f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2016.

A utilização dos jogos nas aulas de Matemática vem sendo considerada como uma estratégia de ensino que contribui com a aprendizagem, mas quando se trata de inserir esse recurso didático-pedagógico em turmas do Ensino Médio, o desafio torna-se ainda maior. Sabemos também que muitas são as dificuldades dos alunos com relação a aprendizagem de diversos conceitos que compõem o ensino da Matemática. A presente pesquisa tem como objetivo geral analisar, através da utilização de jogos nas aulas de Matemática, a compreensão do conceito de Função, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Rio Tinto, Paraíba. Para isso, elaboramos e aplicamos uma oficina composta por dois jogos educativos envolvendo o conteúdo de função quadrática, além do mais, no nosso último encontro com os sujeitos da pesquisa, procuramos conhecer, por meio de registros escritos, as opiniões de cada um acerca dos recursos didático-pedagógicos utilizados e sua contribuição para a aprendizagem ou para o aprofundamento do conceito de Função. Esta pesquisa se caracteriza por uma abordagem metodológica qualitativa, por buscar interpretar e analisar todos os fatos ocorridos no processo de intervenção. No entanto, vale ressaltar que para a coleta de dados e análise dos resultados, apoiamo-nos em alguns instrumentos de pesquisa, tais como: as atividades, fazendo uso dos jogos como instrumentos avaliativos e os registros dos alunos, os vídeos dos momentos da intervenção e as gravações de áudio. Decidimos fazer uma análise com base nas respostas dadas pelos alunos em cada atividade aplicada, que abordou o conteúdo de Função e também com base nas opiniões apresentadas por cada um com relação ao uso dos jogos nas aulas de Matemática. Constatamos que ainda existem algumas deficiências com relação ao conteúdo de Função, especificamente função polinomial do segundo grau, ou função quadrática, como chamaremos nessa pesquisa, vista como um tema tão importante para a vida e formação do cidadão. Mesmo já tendo experimentado o estudo desse tema, alguns alunos não conseguiram reconhecer termos e características importantes que fazem parte do conceito de Função. O uso dos jogos nos permitiu analisar o que os alunos sabiam sobre o assunto estudado. Os discentes daquela turma apresentaram uma boa receptividade ao uso dos jogos nas aulas de Matemática, fazendo relatos importantes com relação à prática desse recurso didático-pedagógico no ensino.

Palavras-chave: Jogo. Ensino Médio. Ensino de Matemática. Função.

ABSTRACT

SILVA, A. C. The Use of the Games in Mathematic Classes of the High School: An Evaluative Resource of the concept of Function. 2016. 173f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2016.

The use of games in Mathematic classes has been considered as a teaching strategy that contributes to learning process, but when it comes to putting this methodology into high school classes, the challenge becomes even greater. We also know that many are the difficulties of students with respect to learning of the different concepts that make up the teaching of mathematics The general objective of the present work is to analyze, through the use of games in Mathematic classes, the comprehension of the concept of Function in a 1st year high school class of a state public school in the town of Rio Tinto, Paraiba. To accomplish this, we have elaborated and applied a workshop made up of two educational games involving the subject of quadratic function, and besides, in our last meeting with the subjects of the research, we have tried to know, through our written records, the opinions of each one about the methodology used and its contribution to learning or to deepening the knowledge of the concept of function. This research is characterized by a methodology qualifying approach, for trying to interpret and analyze all the facts occurred throughout the intervention process. Nevertheless, it is important to point out that for the collection of information and the analysis of the results, we have made the use of some research instruments, such as: the activities, having the support of games as evaluation tools and the students' records, the videos of the intervention moments and the audio recordings. We have decided to make an analysis with basis on the answers given by the students in each activity applied, that approached the subject of function and also with basis on the opinions showed by each one related to the use of games in Mathematic classes. We have noticed that there are some deficiencies with relation to the subject of function, specifically polynomial function of the second degree, or function quadratic, as we will call in this research, seen as a so important subject to the life and education of a citizen. Even having already tried the study of this subject, some students could not recognize terms and important features that are part of the concept of function. The use of games has allowed us to analyze what students knew about the subject studied. The pupils showed a good receptivity to the use of games in Mathematics classes by making very interesting comments about the practice of this educational resource.

Keywords: Game. High School. Mathematics Teaching. Function

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama de Flechas.....29
Figura 2: Preço da gasolina por litros comprados.....30
Figura 3: Gráfico da taxa de Aprovação no Ensino Médio no Brasil - 2011.....44
Figura 4: Gráfico da taxa de Reprovação no Ensino Médio no Brasil - 2011.....45
Figura 5: Gráfico da taxa de Abandono no Ensino Médio no Brasil - 2011.....46
Figura 6: Material do jogo Trilha do Conceito de Função.....72
Figura 7: Diferentes Maneiras de Organização das Cartas.....75
Figura 8: Alunos em ação na Atividade com o jogo Trilha do Conceito de Função.....76
Figura 9: Equipe 3 em desenvolvimento do jogo.....81
Figura 10: Carta-pergunta rosa 1.....88
Figura 11: Resolução da carta pergunta-rosa 1 por um aluno.....89
Figura 12: Carta-pergunta rosa 2.....90
Figura 13: Carta-pergunta rosa 3.....92
Figura 14: Carta-pergunta rosa 4.....94
Figura 15: Carta-pergunta rosa 5.....96
Figura 16: Carta-pergunta rosa 6.....97
Figura 17: Carta-pergunta rosa 7.....98
Figura 18: Carta-pergunta azul 1.....101
Figura 19: Carta-pergunta azul 2.....102
Figura 20: Carta-pergunta azul 3.....104
Figura 21: Carta-pergunta azul 4.....105
Figura 22: Carta-pergunta azul 5.....106
Figura 23: Carta-pergunta azul 6.....107
Figura 24: Carta-pergunta azul 7.....108
Figura 25: Carta-pergunta amarela 1.....111
Figura 26: Carta-pergunta amarela 2.....112
Figura 27: Carta-pergunta amarela 3.....114
Figura 28: Carta-pergunta amarela 4.....115
Figura 29: Carta-pergunta amarela 5.....116
Figura 30: Carta-pergunta amarela 6.....117
Figura 31: Carta-pergunta amarela 7.....118

Figura 32: Alunos em desenvolvimento no jogo Enigma de Funções.....122
Figura 33: Carta de Função escolhida pela dupla D1 e D2 da Equipe 01.....125
Figura 34: Carta de Função escolhida pela dupla D3 e D4 da Equipe 01.....126
Figura 35: Carta de Função escolhida pela dupla D5 e D6 da equipe 02 129
Figura 36: Cartaz de Funções da dupla vencedora da equipe 02 131
Figura 37: Carta de Função escolhida pela dupla D9 e D10 da equipe 03 133
Figura 38: Carta de Função escolhida pela dupla D11 e D12 da equipe 03 135
Figura 39: Alunos em desenvolvimento no jogo Enigma de Funções.....137
Figura 40: Carta de Função escolhida pela dupla D13 e D14 da equipe 04 138
Figura 41: Carta de Função escolhida pela dupla D15e D16 da equipe 04 139
Figura 42: Equipe 05 em desenvolvimento do jogo Enigma de Funções.....141
Figura 43: Carta de Função escolhida pela dupla D17e D18 da equipe 05.....142
Figura 44: Carta de Função escolhida pela dupla D19 e D20 da equipe 143

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Instrumentos de Coleta de Dados 71
Quadro 2: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta rosas 99
Quadro 3: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta azuis 109
Quadro 4: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta amarelas 119

LISTA DE SIGLAS

EJA – Educação de Jovens e Adultos

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

MEC - Ministério da Educação

OBEMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

OCEM - Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais.

PCN + - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

PDE - Plano de Desenvolvimento da Educação.

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.

PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

ProEMI - Programa Ensino Médio Inovador.

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

UFPB - Universidade Federal da Paraíba.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **14**
1. O ENSINO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO **20**
1.1 A Importância do Estudo de Função e o Desenvolvimento do Pensamento Funcional . 20
1.2 O Ensino de Função Segundo os Documentos Oficiais do Ensino Médio 24
1.2 O Ensino de Função na Matemática Escolar 27
2. O ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA **33**
2.1 Uma Visão Geral do Ensino da Matemática 33
2.2 A Matemática no Ensino Médio 37
2.3 O Programa Ensino Médio Inovador: uma proposta de melhoria para o Ensino Médio 41
3. O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA **49**
3.1 Aspectos Históricos com Relação ao Uso de Jogos 49
3.2 Reflexões sobre o Sentido de Jogo 51
3.3 O Jogo e a Avaliação em Matemática 55
4. ASPECTOS TEÓRICOS - METOLÓGICOS **60**
4.1 Tipologia da Pesquisa 60
4.2 As Etapas da Pesquisa 61
4.3 Os Jogos Utilizados na Pesquisa 63
4.3.1 Trilha do Conceito de Função 64
4.3.2 Enigma de Funções 66
4.4 A Escola e a Turma do 1º ano do Ensino Médio 68
4.5 Instrumentos de Coleta e Análise de Dados 70
5. ANÁLISE DO JOGO TRILHA DO CONCEITO DE FUNÇÃO **72**
5.1 A Vivência da Atividade 72
5.2 Análise das Cartas-pergunta Rosas 88
5.3 Análise das Cartas-pergunta Azuis 100
5.4 Análise das Cartas-pergunta Amarelas 111
6. ANÁLISE DO JOGO ENIGMA DE FUNÇÕES **121**
6.1 A Vivência da Atividade 121
6.2 Desenvolvimento da Equipe 01 124
6.3 Desenvolvimento da Equipe 02 128
6.4 Desenvolvimento da Equipe 03 132

6.5 Desenvolvimento da Equipe 04 137
6.6 Desenvolvimento da Equipe 05 141
CONSIDERAÇÕES FINAIS 147
Revisitando a Pesquisa 147
Nossas Conclusões 148
REFERÊNCIAS 154
APÊNDICES 157
Apêndice A: Instrumento de Coleta de Dados para Traçar o Perfil do Aluno 157
Apêndice B: Tabuleiro do Jogo Trilha do Conceito de Função 158
Apêndice C: Cartas-pergunta do Jogo Trilha do Conceito de Função 159
Apêndice D: Cartas- resposta do Jogo Trilha do Conceito de Função 162
Apêndice E: Quadro para Registro das Respostas de cada Carta-pergunta 165
Apêndice F: Cartas de Funções do Jogo Enigma de Funções 167
Apêndice G: Baralho de Perguntas do Jogo Enigma de Funções 170
Apêndice H: Instrumento de Registro do Jogo Enigma de Funções 173

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem sido foco de interesse para diversos estudiosos da área. A disciplina apresenta-se como um desafio e, na maioria das vezes, é vista como “um bicho de sete cabeças”. Grande parte da sociedade vê essa ciência como campo de conhecimento, que só traz problemas nas escolas, causando medo e problemas de evasão e/ou retenção.

Estamos imersos numa realidade que tantas vezes dificulta o trabalho pedagógico do professor, pois muitos se encontram desmotivados em relação ao processo de ensino e aprendizagem. Esses educadores sentem muitas dificuldades em trabalhar, quando, na maioria das vezes, os alunos não se dispõem a aprender, ao invés de serem críticos e reflexivos, apresentam reclamações e rejeitam esse ensino. Por outro lado, acreditamos que se essa ciência tão rica tiver seu ensino bem planejado, atrelado à realidade do ser humano, e se conseguíssemos que ela seja vista como um caminho eficaz para a aquisição de conhecimento necessário à vida, superaríamos os limites e desafios encontrados, o que culminaria no alcance de resultados satisfatórios no processo formativo do cidadão.

Ademais, preocupamo-nos com o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, sobretudo o conteúdo de Função, para que os alunos possam perceber que o seu caráter formativo, é fundamental. A Matemática traz em si uma beleza que só aqueles que conseguem enxergá-la como útil à sua vivência, presente no cotidiano, no universo, podem reconhecê-la de tal forma, já que temos o contato, em toda parte, com representações de conceitos ou objetos que nos remetem a conceitos matemáticos, sendo assim uma ciência imprescindível à vivência humana.

Como aluna do Ensino Médio já nos interessava o estudo dessa disciplina. Foi sentido uma satisfação enorme em resolver questões envolvendo conteúdos matemáticos, e ao acertarmos grande era a empolgação, e surgia sempre o desejo de resolver mais e mais questões matemáticas, já a partir das dificuldades encontradas, não hesitávamos em procurar entender os possíveis erros e o motivo que nos levaram a eles.

No entanto, surgiam motivações e desejos de continuar os estudos e desvendar alguns segredos existentes dentro dessa área de conhecimento. Procurávamos entender o porquê de muitas pessoas apresentarem rejeição quando as convidávamos para estudar conteúdos matemáticos, o que era bastante inquietante. Toda essa afinidade com a disciplina foi o fator determinante que nos levou a cursar licenciatura em Matemática.

Dessa forma, grande parte da motivação para essa pesquisa já surgia enquanto aluna do curso de Licenciatura em Matemática e com estudos feitos no Curso de Especialização em Matemática para o Ensino Fundamental, ambos da UFPB - Campus IV – Rio Tinto-PB.

No decorrer dessa formação, foi sentido um interesse maior pelos tópicos abordados no eixo Números e Operações, tendo em vista o seu estudo, fazendo uso do jogo e de materiais manipulativos como recursos metodológicos, o que nos levou aos temas das pesquisas de conclusão de curso voltadas a esse eixo. As respectivas pesquisas intituladas: "Materiais Manipulativos no Ensino da Subtração com Números Naturais" e "A Construção de Significados para o Ensino da Multiplicação com Números Naturais: uma abordagem por meio da Resolução de Situações-Problema", levaram-nos a resultados que abriam o nosso olhar no que diz respeito a tentar entender quem estamos educando e para que estamos educando.

Diante desses fatos, foi observado que, em diversas situações, a Matemática escolar restringia-se aos números e às operações aritméticas. Muitos dos sujeitos envolvidos nas pesquisas já realizadas apresentavam um comportamento de quem estavam acostumados a uma organização artificial e desnecessária de seguimento de métodos.

Atuando como bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) foram realizados estudos sobre práticas pedagógicas que auxiliassem a compreensão de conteúdos matemáticos no Ensino Médio, atuando também através de plantões de dúvidas de Matemática e na execução de oficinas envolvendo essas temáticas, numa escola estadual situada próximo ao Campus IV da Universidade Federal da Paraíba.

Percebemos que as dificuldades dos alunos em compreender e construir conceitos Matemáticos ainda persistia nesse nível de ensino. Foi então, a partir de toda experiência vivida ao longo dessa formação que procuramos continuar nossos estudos, agora em turmas do Ensino Médio, fazendo uso do jogo como um recurso que pode auxiliar a aprendizagem, assim como nos permitir verificar a compreensão dos alunos acerca do conteúdo estudado.

Ao vivenciarmos as atividades com jogos e materiais manipulativos durante a graduação, nas disciplinas de Laboratório do Ensino da Matemática no Curso de Licenciatura em Matemática, com a oportunidade de aplicá-los em sala de aula, percebemos a potencialidade desses materiais, podendo nos auxiliar em diferentes momentos no trabalho docente. Notamos ainda que, através do uso desses instrumentos, podemos dar aos alunos o direito de aprender de maneira diferente, um aprender que não seja simplesmente mecânico e repetitivo, mas que contribua para a construção de uma aprendizagem eficaz, no qual o aluno possa criar estratégias, atuar de forma participativa, relacionando sentidos, compreendendo,

raciocinando, reconstruindo conceitos e assim superando as dificuldades, mostradas através da interação com os demais alunos da sala de aula.

A escolha do tema da atual pesquisa se justifica por ser continuação de experiências vividas, lecionadas em turmas do Ensino Fundamental e Médio, de escolas públicas no município da Baia da Traição - Paraíba, e pesquisas anteriormente realizadas em nível de graduação e pós-graduação.

Na condição de estudante do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, foi possível constatar que na referida área de pesquisa, podemos vivenciar a utilidade de diversos recursos didáticos na construção da aprendizagem, que podem promover ao aluno o entender de maneira curiosa, investigativa e criativa, despertando o interesse pelo conteúdo estudado, permitindo até uma revisão dos mesmos, ou seja, conduzir esse aluno a uma aprendizagem com compreensão e assim contribuir para que suas dificuldades sejam sanadas e não se reflitam futuramente.

No presente estudo, consideramos que as consequências do uso dos jogos no processo de ensino-aprendizagem são muito importantes para o desenvolvimento da Educação Matemática, já que a própria área de pesquisa vai além da simples decodificação dos números, colaborando efetivamente para a construção do conceito da Matemática.

É possível ainda refletimos sobre a frequente falta de interesse dos alunos no processo de aprendizagem nessa área. Isso pode acontecer devido à dissociação entre a referida ciência e o cotidiano do aluno, acarretando na falta de motivação e estímulo por parte dos discentes.

Para Van de Walle (2009), o processo de ensino da Matemática escolar deve ser gratificante para todos os envolvidos no processo educativo. O autor afirma que as pessoas gostam de aprender desde que a nova informação se conecte com as ideias já desenvolvidas, ou seja, é necessário trabalhar de acordo com as percepções dos alunos, auxiliando para que os mesmos possam reconhecer os conceitos Matemáticos presentes na vida de cada um, e também contribuindo para que equívocos com relação a disciplinas possam ser quebrados.

Tendo em vista que geralmente os alunos do Ensino Médio costumam estudar conteúdos Matemáticos de forma mecânica, com algum objetivo específico e muitas vezes não priorizam a sua formação enquanto cidadão, que precisa adquirir conhecimento para a vida, nos preocupou a seguinte problemática de investigação: **Como o uso dos jogos nas aulas de Matemática pode possibilitar uma análise da compreensão do conceito de Função apresentada por alunos do 1º ano do Ensino Médio?**

Como nas pesquisas realizadas anteriormente, em nível de graduação e pós-graduação, não trabalhamos com turmas do Ensino Médio, aproveitamos a oportunidade, dessa vez, para

aprofundarmos nosso estudo nesse nível, pois, o que mais nos chamou a atenção nas observações feitas, foi o fato de que, quando os alunos estavam fazendo uso de materiais concretos, resolviam as situações com significado, evitando termos e procedimentos inadequados.

Diante do exposto, buscamos ampliar a pesquisa e aprofundar a nossa investigação no que se refere ao estudo do conteúdo de Função, fazendo o uso dos jogos como recurso avaliativo, em uma turma do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Rio Tinto, Paraíba.

Portanto, defendemos nesse estudo a importância da aprendizagem do conceito de Função na formação de cada aluno, visto que é um conceito intrinsecamente ligado às nossas atividades diárias, sendo usado como modelos matemáticos de fenômenos do mundo real. Para isso, faremos uso de jogos com o objetivo de verificar o conhecimento dos alunos com relação ao conteúdo de Função, e ainda com o intuito de nos auxiliar na análise dos resultados obtidos das atividades envolvendo elementos propiciadores da construção do conceito de Função.

Acreditamos que o uso desse recurso didático-pedagógico nas aulas de Matemática pode também auxiliar o professor no trabalho docente e influenciar na aprendizagem dos principais conceitos que envolvem essa disciplina, conduzindo os alunos a um caminho eficaz em direção a uma aprendizagem de qualidade, em que os alunos são sujeitos ativos na construção do próprio conhecimento.

Na intenção de obter respostas para o nosso problema de pesquisa, temos o seguinte objetivo geral: Analisar, através da utilização de jogos nas aulas de Matemática, a compreensão do conceito de Função, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Rio Tinto, Paraíba.

Propomos ainda os seguintes objetivos específicos, a fim de alcançarmos nosso objetivo geral:

- Avaliar/selecionar os jogos na intenção da abordagem dos conhecimentos relativos ao conteúdo de Função quadrática;
- Aplicar a atividade envolvendo o conteúdo de Função, fazendo o uso de jogos, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio;
- Coligir os resultados obtidos na proposta didática refletindo sobre a compreensão dos alunos relativa ao conteúdo de Função quadrática;

A presente pesquisa está organizada em capítulos que abordam temas relevantes a esse estudo. Porém, antes da discussão nos capítulos trazemos a introdução, em que nossa atenção

foi voltada para o ensino da Matemática como motivação para este estudo. Foi relatado também um pouco da nossa trajetória acadêmica, descrevendo o nosso problema de pesquisa, a justificativa pela escolha do tema, os objetivos gerais e específicos.

No capítulo 1 ressaltamos a importância do estudo de Função e do desenvolvimento do pensamento funcional, trazendo algumas concepções de autores que consideram crucial o ensino de Função e o desenvolvimento funcional, sendo imprescindíveis à aprendizagem de diversos conceitos matemáticos e de outros saberes. Refletimos também esse tema à luz dos documentos oficiais que regem esse nível de ensino. Trazemos um estudo sobre o ensino de Função na Matemática escolar, enfatizando como esse conteúdo tem sido abordado atualmentos nos livros didáticos, utilizados no Ensino Médio. Todas as relexões se justificam por se tratar de um tema rico em conceitos, podendo ser explorado em diferentes metodologias, além de ser potencialmente favorável ao processo de formação do cidadão, afim de que ele se torne, cada vez mais, apto a intervir no mundo atual.

No capítulo 2, apresentamos uma discussão do ensino e da aprendizagem em Matemática, desta vez não no que se refere apenas ao conteúdo de Função, mas uma visão geral da área, fazendo perceber as suas potencialidades e limitações em qualquer tema, ou conteúdo que seja abordado. Dessa forma, para dar mais coerência as nossas ideias trazemos as orientações dos documentos oficiais que abrem nosso olhar, conscientizando-nos a conhecer e ter como meta os objetivos educacionais da Matemática na educação básica, especificamente no Ensino Médio. Além do mais, um tema novo, e ainda pouco discutido é trazido, ou seja, as principais ideias apresentadas pelo documento orientador do Programa Ensino Médio Inovador - ProEMI-também compõem esse capítulo.

O capítulo 3 apresenta reflexões sobre o uso de jogos nas aulas de Matemática, a partir de diversas perspectivas, em que são destacados os aspectos históricos desse recurso, o significado e o sentido do mesmo, a possibilidade do jogo ser um instrumento de avaliação, dentre outras concepções oriundas dos estudos realizados.

No capítulo 4, registramos os aspectos teórico-metodológicos da nossa pesquisa, apresentamos a tipologia em que ela se enquadra e os caminhos trilhados na intenção de obter dados e resultados significativos. Nesse capítulo descrevemos também os jogos utilizados na pesquisa, que se caracterizaram como recursos avaliativos, a escola e a turma participante da pesquisa, e os instrumentos de coleta e análise de dados.

No capítulo 5 apresentamos a análise do primeiro jogo utilizado na intervenção, destacando toda a vivência da atividade e o desempenho dos estudantes na resolução de cada questão apresentada.

O capítulo 6 refere-se à análise do segundo jogo trabalhado com os alunos. O envolvimento da turma e o aproveitamento de cada um na atividade são descritos do decorrer do capítulo, trazemos também as opiniões dadas pelos alunos no momento da realização da atividade.

Finalizamos trazendo as considerações da pesquisa, a partir dos resultados e das análises realizadas. As Referências e os Apêndices também são apresentados ao final desse trabalho.

1. O ENSINO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO

No Ensino Médio, o conteúdo de Função ainda é abordado nos livros didáticos de uma forma técnica e mecânica, com apresentações de fórmulas e tabelas prontas, em que, nas diversas vezes, está fundamentado na teoria dos conjuntos. Diante deste fato, fizemos uma análise crítica e reflexiva de como este conteúdo tem sido tratado nos últimos anos nesta etapa escolar da vida dos estudantes brasileiros, e ainda trouxemos algumas orientações dos documentos oficiais do Ensino Médio sobre o ensino de Função, elementos que constituem o presente capítulo.

1.1 A Importância do Estudo de Função e o Desenvolvimento do Pensamento Funcional

Ao considerar efetivamente importante o desenvolvimento do pensamento funcional, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (BRASIL, 2006) vem nos alertar da relevância de provocar os alunos para que apresentem diversas relações funcionais e que esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, sendo extremamente importante a compreensão do significado da representação gráfica de funções, destacando também o interessante em solicitar os alunos para expressarem com palavras uma Função dada na forma algébrica. Nesse contexto, o estudo deste tema pode ser abordado em diferentes modelos, que precisam ser objeto de estudo na escola. Restringir esse estudo a alguns tópicos específicos não nos levará a resultados satisfatórios no processo de ensino e de aprendizagem, podendo ainda gerar um entendimento equivocado do tema.

O conteúdo de Função apresenta-se como um pré-requisito para o avanço da aprendizagem de diversos conceitos matemáticos, pois a aquisição desse tema consiste no pontapé inicial para o desenvolvimento de diversas habilidades matemáticas, que auxiliam na compreensão das situações escolar e do cotidiano. Apostamos na ideia de que se este conteúdo for aceito e assimilado pelos estudantes como fundamental para a construção do próprio domínio matemático, pode gerar conhecimentos significativos, que levarão consigo durante toda a vida estudantil/acadêmica e no convívio diário com outras pessoas.

O caráter integrador das diferentes representações de Função, em conexão com os diversos ramos da Matemática, com outras Ciências, e com situações do cotidiano que tenham

significado real para os estudantes, tem tido uma importância cada vez maior nos últimos anos. Concordamos com Braga (2006, p.17) quando afirma que:

> Seguramente, o avanço de um educando em direção a um conhecimento maior do conceito de função deverá levá-lo a uma compreensão melhor de seu dia-a-dia, disponibilizando-lhe ferramentas úteis ao exercício de sua cidadania como, por exemplo, o reconhecimento de variáveis em situações do cotidiano e o estabelecimento de relações entre elas. Esse alcance confere ao referido conteúdo uma relevância incontestável na matemática escolar. (BRAGA, 2006, p.17)

Na obra do autor, intitulada *Função: a alma do ensino da matemática,* ficou constatado que o ensino de Função no nível secundário, se deu apenas no ano de 1929, quando a Matemática passou a ser uma nova disciplina escolar do ensino brasileiro, resultado da unificação de três importantes disciplinas na época, a Aritmética, a Álgebra e a Geometria. (Decreto nº18.564 de 15/01/1929)

Todo esse movimento de inserção do referido tema na Matemática, foi iniciativa do matemático alemão Felix Klein, que propôs uma renovação do ensino da matemática, no Brasil ela ocorreu em 1931 e ficou conhecida como Reforma Francisco Campos, tendo como um dos princípios mais relevantes deste movimento o pensamento funcional. Algumas pesquisas mostram que apesar de se ter tido a intenção de focar no pensamento funcional, durante o período reformista, este não foi alvo de críticas diretas, fato que aconteceu com outras concepções.

Diante o exposto, Felix Klein, pesquisador matemático, ficou conhecido como líder reformista ao tentar também introduzir o cálculo infinitesimal entre os conteúdos da escola secundária, com a intenção de alcançar seu propósito optou por abordar o tema de Função como conteúdo que deveria ser estudado nas escolas, juntamente com os demais conteúdos, pois o referido tema se revelava imprescindível para o alcance do seu objetivo central, a disciplinarização do cálculo

Braga (2006) cita também o educador alemão Ernst Breslich, naturalizado cidadão americano, como o principal estudioso que explorou a capacidade do desenvolvimento do pensamento funcional. Para esse pesquisador, as relações funcionais deveriam estar presentes em todos os campos da Matemática. Sempre que a ideia de variação e dependência de grandezas fosse abordada, esta deveria ser representada e relacionada por meio de Função, utilizando-se de diversos exemplos e de diferentes situações, proporcionando, desta forma, que os alunos coloquem em prática o pensamento funcional.

Dentre os objetivos principais de Felix Klein estavam o de incluir o conceito de Função como ideia coordenadora dos diversos assuntos da Matemática escolar, e também o de procurar desenvolver o pensamento funcional do aluno desde as séries inicias. (BRAGA, 2006).

Os estudos mostram que, Klein também afirmava que o conteúdo de Função não poderia ser trabalhado isolado dos outros conteúdos e nem durante um tempo limitado, mas que deveria ser ministrado de maneira gradativa, conectando, sempre que possível, às diferentes áreas de conhecimento e aos processos utilizados na aritmética, na álgebra e na geometria.

Sabemos e concordamos que o bom desempenho dos alunos no ensino de Cálculo depende de um bom domínio do conteúdo de Função. O aluno para ter sucesso nos diversos campos da Matemática, precisa ter uma ampla compreensão das várias representações de Função, tais como, tabular, algébrica e gráfica, que devem ser trabalhadas durante toda a vida estudantil, por um longo período de tempo.

Por meio dessas diferentes representações é possível perceber as linguagens algébricas, aritméticas e até mesmo geométricas, auxiliando no processo de compreensão e no desenvolvimento da linguagem matemática. O fato do conceito de Função envolver essas diferentes linguagens, e também permitir diversas conexões entre os diferentes ramos matemáticos, torna-o cada vez mais importante no processo educativo, na formação do cidadão, sendo assim peculiar aos nossos estudos na área, dentro da Educação Matemática.

Uma das representações que precisa ser trabalhada no âmbito educacional é a tabular, que muitas vezes é utilizada simplesmente como uma maneira de organizar dados. Dessa forma, é função do professor contribuir com o desenvolvimento do pensamento funcional a partir do trabalho com tabelas, e, por exemplo, trabalhar crescimento ou decrescimento, variação de sinal, observar o comportamento dos valores de um polinômio, e até explorar tabelas vivenciadas no cotidiano. Isso e muitas outras situações não teriam sentido se trabalhados isoladamente, fora da relação funcional.

Ao fazer uma análise do artigo *Developing Functional Thinking in Secondary School* que traz as ideias de Breslich, um grande estudioso do pensamento funcional, Braga (2006) traz um destaque da representação tabular e comenta que quando se trata do trânsito entre tabelas e fórmulas, deve-se tanto partir da construção de tabelas a partir de fórmulas quanto do processo inverso.

As reflexões feitas pelo autor, com base no artigo citado, ressaltam que a representação tabular tem perdido seu caráter representativo, quando trabalhada de forma tradicional e

estática. Outra alternativa para o desenvolvimento do pensamento funcional é citada também pelo autor, para quem "é igualmente importante, senão mais, que o aluno desenvolva um pensamento "gráfico-funcional", através do qual, analisando gráficos, consiga interpretá-los, obter conclusões e estabelecer relações e conexões com outras representações matemáticas. " (BRAGA, 2006, p.84)

Nesse sentido, uma Função não deve ser entendida apenas na sua forma algébrica, ou simplesmente por meio da construção de gráfico que a represente, ou a partir da representação dos dados em uma tabela, é necessário compreender as diferentes formas de representar uma Função, e perceber as relações existentes nas diversas situações que caracterizam determinados tipos de funções. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (BRASIL, 2006, p. 72), nos sugere que:

> O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais [...]. (BRASIL, 2006, p. 72)

Muitas vezes as relações funcionais não são percebidas ou exploradas no ensino. É comum notarmos que nas diversas situações-problema os alunos são direcionados, muitas vezes, a criar uma equação que representa tal situação, deixando de lado os questionamentos relacionados à variação e dependência de grandezas envolvidas, sem reconhecer a relação funcional existente em situações dos mais variados tipos, ficando difícil perceber os comportamentos das funções.

No tocante aos documentos oficiais que regem o ensino da Matemática no Ensino Médio, estes direcionam para um trabalho eficaz com essa disciplina, nos auxiliando nas diversas abordagens dos conteúdos, a fim de que o processo de ensino e de aprendizagem possa ocorrer de maneira significativa, para que os alunos possam perceber a Matemática presente na vida de cada um. Tais documentos dão uma ênfase perceptível ao conteúdo de Função, nos orientando como trabalhar esse tema no Ensino Médio, fazendo as conexões possíveis com o campo matemático e com outras áreas de conhecimento.

No entanto, não há uma receita para ensinar o conteúdo de Função de modo a desenvolver além de outras habilidades, o pensamento funcional. Um dos caminhos mais propícios é buscar estratégias que despertem a motivação e a organização, de um modo que

concentre a atenção dos alunos na descoberta de novas ideias, e que essas tenham sentido na vida e na formação de cada um.

Sabemos que o processo de ensino de qualquer conteúdo matemático não é tão fácil e apresenta grandes desafios, não só especificamente o conteúdo de Funções. Observamos diante a experiência em atuar numa sala de aula, que os alunos, na maioria das vezes, não gostam da disciplina, não a reconhecem como uma ciência rica, presente em seu cotidiano.

O ensino e a aprendizagem da Matemática encontram-se em situação preocupante, com relação às certas concepções sócio-históricas e práticas equivocadas ainda existentes, que acaba permeando numa realidade de desmotivação e falta de interesse.

Diante desse cenário, no próximo capítulo, traremos uma discussão acerca do ensino e a aprendizagem em Matemática de uma forma geral, e especificamente, no Ensino Médio.

1.2 O Ensino de Função Segundo os Documentos Oficiais do Ensino Médio

A Matemática, pela sua própria dimensão, possui um caráter de investigação muito amplo, ela configura-se como um instrumento de comunicação e raciocínio, um espaço para a criação e compreensão de ideias que se entrelaçam no meio social e cultural.

Para que no Ensino Médio essa disciplina alcance os objetivos almejados, tais como o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas, é preciso uma conexão com as demais áreas do saber, assim como uma revisão e redirecionamento de alguns dos temas tradicionalmente ensinados e uma reformulação das práticas docentes, para que possam ocorrer mudanças nesse tradicionalismo marcado por métodos mecânicos de ensino (BRASIL, 2000).

Dessa forma, acreditamos que o ensino de Função, se bem mediado, por meio de estratégias instigantes e utilização de materiais significativos, podendo ser por através de resolução de problemas e/ou a utilização de um jogo, que auxilie o processo de ensino, partindo de uma situação real, permitindo as diversas conexões dentro e fora na matemática, evitando situações carentes de significados, alcançará objetivos que culminará na aprendizagem eficaz do conceito e na compreensão do conteúdo, que relacionado com o dia a dia pode ser enxergado pelos alunos como um conteúdo útil à vida de cada um. Vale salientar que o estudo restrito de Função a certos tópicos ou metodologias, podem trazer-nos resultados que deixariam a desejar.

Ao discutir sobre os conteúdos matemáticos trabalhados no Ensino Médio, especificamente o conteúdo de Função, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p.43) defendem que "o ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui".

No entanto, no Ensino Médio, esse tema tem uma ênfase maior, de forma que os alunos precisam ser conduzidos a uma visão mais ampla dos conceitos matemáticos envolvidos e perceber a ligação dos mesmos com suas atividades diárias, nas relações pessoais e sociais, no sentido de lhes possibilitar uma melhor compreensão da Matemática adequada ao mundo tão modernizado de então.

Induzi-los a pensar que determinados conteúdos são importantes apenas para obter sucessos em avaliações escolares, processos seletivos ou para determinadas profissões, seria um direcionamento errôneo do ensino desses conteúdos, podendo dessa forma gerar falsas concepções com relação ao conhecimento matemático. Essa visão restrita pode também causar verdadeiros traumas na experiência da aprendizagem matemática. Ainda, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)

> Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p. 44)

Para que o aluno adquira tal flexibilidade, faz-se necessário no ensino de Função, o trabalho com várias situações de aprendizagem, que podem ser através de diversos instrumentos mediadores, como o uso de situações-problema e de jogos matemáticos, a manipulação de softwares, de materiais didáticos que permitam o desenvolvimento da intuição e da experiência, evitando manter seu ensino atrelado a atividades monótonas e repetitivas, para que de fato, a aprendizagem se faça exitosa.

Atentamos para a conscientização de toda a comunidade escolar, que a Matemática dever ir muito além da memorização de fórmulas, o que ocorre frequentemente com o ensino do conteúdo de Função, em que muitos alunos e professores enfocam essa preocupação, deixando de lado elementos essenciais. Para isso os PCN + (BRASIL, 2002) sugerem que o ensino de Função deve levar o aluno a identificar regularidades em diferentes situações para depois estabelecer regras, algoritmos e propriedades.

Uma sugestão citada pelo documento é auxiliar os estudantes a perceber que todas as funções do segundo grau, por exemplo, possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento, sem que se tenha como prioridade o processo de memorização dessas partes. Os resultados produzidos nessa disciplinar devem contribuir para o domínio do saber fazer matemático e de um saber pensar matemático.

Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000) indicam como eixo central para o ensino de Função, o trabalho contextualizado e interdisciplinar. Sabemos que esses dois conceitos são complexos e importantes, mas não serão alvo de discussão no presente trabalho. Os PCNEM também enfatizam o potencial deste conteúdo, já que nos permite uma conexão com diferentes formas do pensar matemático, entre diversos conceitos matemáticos, levando em consideração a relevância natural do tema dentro e fora da Matemática, a sua importância histórica, enxergando a sua aplicabilidade tanto nesta ciência como em outras áreas do conhecimento, como a física, a geografia e a economia.

Sabemos que não é fácil superar as dificuldades e impasses que encontramos no caminhar pedagógico, já que todo esse trabalho é lento e exige cada vez mais esforço, dedicação e cautela do professor, um plano de ações flexível, que leve em consideração a diversidade dos alunos, para que nesse nível de ensino, sejam capazes de elaborar conjecturas, buscar identificar as regularidades, a generalização de padrões e a capacidade de argumentar, elementos essenciais ao ensino de Função.

A todo o momento, percebemos que o estudo desse tema é fundamental para a construção do conhecimento matemático, já que seu conceito vem permeando toda educação básica, desde as séries inicias do Ensino Fundamental, até a conclusão do Ensino Médio, sem contar com sua relação no convívio social. Apesar de não ser formalizado na primeira fase de ensino da educação básica, podemos percebê-lo implicitamente no estudo das operações aritméticas e nas diversas situações matemáticas exploradas. No entanto, esse conteúdo ganha um enfoque maior no Ensino Médio, tendo, de fato, o seu aprofundamento neste nível de ensino.

De acordo com Elia e Spyrou (2006), o conceito de Função é de importância fundamental na aprendizagem de Matemática e que tem sido um grande foco de atenção para a comunidade de pesquisas em Educação Matemática. As autoras, em seu trabalho, discutem e analisam as concepções de Função apresentadas por estudantes nos resultados da pesquisa, de forma que ficou evidenciada a valorização da álgebra no conceito de Função, em que os

estudantes relataram que uma determinada expressão deveria conter essencialmente duas variáveis, x e y, para que se caracterizasse como uma Função.

No entanto, não se trata apenas de encontrar uma expressão algébrica que contenha duas ou mais variáveis em sua composição, visto que o conceito de Função vai muito além desse entendimento, no que permite criar um modelo matemático das situações presentes no nosso dia a dia, o que se o torna extremamente importante para poder estabelecer a relação da Matemática com o cotidiano. Assim, as conexões com os diversos ramos da Matemática passam a compor uma prática imprescindível ao desenvolvimento de habilidades que contribuem para a aprendizagem do conceito de Função e para a construção do pensamento funcional.

1.2 O Ensino de Função na Matemática Escolar

O ensino de Função vem se mostrando deficiente em várias abordagens realizadas em sala de aula nas diversas modalidades de ensino, desta forma é preciso que se consiga suprir a carência existente nesse processo referente ao seu ensino. Nesse sentido, é comum percebermos, atualmente, o esforço e interesse de autores de livros didáticos, na busca por traçar uma aproximação maior entre esse conteúdo matemático e o cotidiano dos alunos e professores no intuito de se promover uma aprendizagem eficaz a esse respeito.

No que tange a noção de Função, isso tem sido cada vez mais intenso, devido à possibilidade que esse tema nos permite em conectar a ideia desse conceito às situações vivenciadas no dia a dia. Os livros didáticos inscritos por estudiosos matemáticos intentam servir como referência, e muitas vezes, analisam como outros autores de manuais se apropriam das referidas instruções pedagógicas. No entanto, cabe ressaltar que os livros por si sós, espelham apenas uma imagem parcial do saber, entretanto esse não será nosso enfoque, mas torna-se necessário conhecermos o modo como tem sido abordado o conteúdo de Função em alguns deles, que de uma forma ou de outra não deixam de constituir um dos eixos da própria atividade escolar.

Em nosso estudo, foi possível observar a maneira que alguns livros didáticos introduzem a ideia do conceito de Função. Muitos tentam conectar esse tema a situações reais do mundo atual, com o intuito de tornar o conteúdo contextualizado, mas nem sempre

conseguem, pois são perceptíveis as dificuldades dos alunos em assimilar o conhecimento frente à matemática.

De toda forma, não podemos negar que o estudo do conceito de Função apresenta-se de forma complexa, e exige um nível alto de abstração dos alunos. Podemos perceber isso na prática de sala de aula, em que a compreensão de domínio, contradomínio, estudo do sinal da Função, de variáveis, raízes da Função, e tudo que permeia a aprendizagem desse conceito gera dificuldade na construção do saber dos alunos. Não é algo tão trivial para eles, apesar de ser um tema importante para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais. Esse tema ainda é tratado de forma independente e sem conexão com outros conteúdos matemáticos e com outras áreas do conhecimento.

Nesse contexto, vimos que algumas obras iniciam o conteúdo através de exercícios resolvidos, identificando as variáveis envolvidas, apresentando expressões algébricas e tabelas para depois mostrar o gráfico relacionado, e a partir disso apresentam a lei da Função e a definem. É possível percebermos que desta maneira o conceito de Função não ficará claro para os alunos, parece algo imposto, definido, sem muitas descobertas, ocorrendo uma abordagem vaga do que realmente caracteriza uma Função, e essa abordagem pode causar algumas limitações na aprendizagem dos sujeitos, que provavelmente não perceberão o conceito deste tema presente do seu cotidiano.

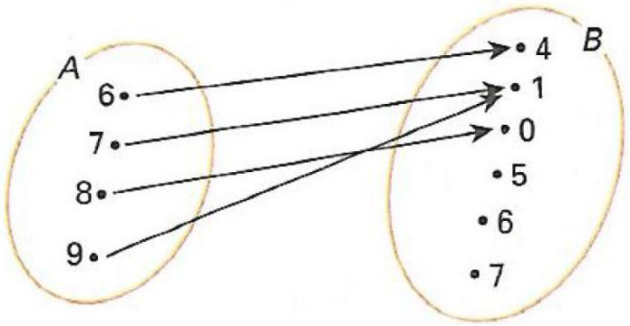
Há ainda livros didáticos que abordam o conteúdo de Função fazendo alguma relação através do diagrama de flechas, e ali mesmo, sem muita contextualização, definem Função, domínio e imagem da Função. Outros livros optam por iniciar esse tema através de situações-problema, em que problematizando juntos com alunos, sistematizam o conhecimento em busca da construção do conceito de Função e, apresentando problemas interessantes, levam os alunos a refletirem, criarem e testarem hipóteses, procurando meios para solucioná-las. Desta forma, reconhecem as variáveis dependentes e independentes envolvidas na situação e, consequentemente contribuem com a compreensão desse conceito.

Não basta nos apoiarmos em metodologias prontas e repetitivas apresentadas em alguns desses livros didáticos, já que muitos se sustentam em modelos com definições e exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercício de fixação. Dessa forma, o conhecimento matemático fica restrito a informação, e mesmo que o conteúdo seja apresentado de forma aprofundada, mas fragmentada, não garante que o aluno irá fazer alguma relação com as ideias desconectadas da realidade e da vida de cada um. Nada nos assegura que os educandos sozinhos irão desenvolver as múltiplas relações existentes do conceito com as formas de raciocínio.

Conseguimos encontrar alguns destes modelos de abordagens do conceito de Função em três livros didáticos do Ensino Médio. No primeiro, Paiva (2005), inicia o conteúdo com uma representação no diagrama de flechas e a partir daí define Função, da seguinte forma:

> Em cada dia de um determinado mês, a temperatura média de uma região, em graus Celsius, assumiu um dos valores 0,1,4,5,6 e 7. Consideramos apenas os dias 6,7,8 e 9 desse mês, em que as temperaturas médias, em graus Celsius, foram 4,1,0 e 1, respectivamente, podemos representar a associação de cada dia à sua temperatura, por meio do diagrama:

Figura 1: Diagrama de Flechas



Fonte: (PAIVA, 2005, p.86)

"Observamos que cada dia do conjunto A corresponde a uma única temperatura no conjunto B, concluímos que essa correspondência é uma função f, do conjunto A no conjunto B. Indicamos esse fato por f: A →B (lê-se f é uma função de A em B). Os conjuntos A e B são chamados, respectivamente, de domínio e contradomínio da função".

É bastante comum encontrarmos livros didáticos que iniciam o tema de Função a partir desse tipo de abordagem, ou seja, enfatizam a ideia que ao considerarmos as funções para as quais A e B são conjuntos de números reais, A será chamado de **domínio** e B será chamado de **imagem** da função f., sendo a **imagem** de f o conjunto de todos os valores possíveis de f(x) quando x varia por todo o domínio, ou ainda definem rapidamente Função como sendo uma lei, na qual para cada elemento x de um conjunto A faz corresponder exatamente um elemento chamado f(x), em um conjunto B.

Sabemos que cabe ao professor tornar as diversas definições mais acessíveis aos alunos, tentando sempre mostrar a importância desse tema na vida de cada um, não se limitando apenas aos livros didáticos, e sim aprimorando as abordagens trazidas por este recurso. Vale lembrar que nosso objetivo principal não é fazer uma análise dos livros didáticos com relação aos diferentes tipos de abordagem do conteúdo de Função, mas torna-se relevante seu conhecimento para fins de estudos e enriquecimento da referida pesquisa.

Nesse contexto, trouxemos mais uma abordagem, que encontramos a partir de livros didáticos do Ensino Médio, na introdução do conteúdo de Função. Dante (2010) prefere iniciar o conteúdo com uma situação e um quadro, que o autor chama de tabela, trazendo os dados da situação, apresenta a lei da Função e assim a define:

"Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em maio de 2009). Observe que o preço a pagar é dado em função do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar depende do número de litros comprados". (DANTE, 2010, p.72)

Figura 2: Preço da gasolina por litros comprados

Número de litros	Preço a pagar (R$)
1	2,40
2	4,80
3	7,20
4	9,60
⋮	⋮
40	96,00
x	2,40x

Fonte: (DANTE, 2010, p. 72)

O preço a pagar, nesta situação, por um litro de gasolina é de R$2,40, ou seja, o valor final dependerá da quantidade de litros comprados. A partir dessa sucinta abordagem, o autor define função e a expressa por meio de uma lei matemática:

"p = 2,40x → lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função." (DANTE, 2010, p.72)

Temos ainda os que iniciam por uma situação-problema. Em "Conexões com a Matemática" (BARROSO, 2010), há a definição de Função implícita em uma situação, a partir da qual a autora faz considerações importantes.

> Um casal resolve realizar uma viagem ao Rio de Janeiro. Para isso, separa os valores referentes ao combustível e ao pedágio, o que representa um valor fixo de R$ 75,00. A hospedagem, diária completa (café da manhã, almoço e jantar) sai por R$ 130,00 o casal. Quanto custará essa viagem? (BARROSO, 2010, p. 110)

Considerando a uma única pergunta apresentada na situação, a autora calcula o valor a ser pago se o casal se hospedar por apenas um final de semana, ou seja: $75 + 2 \cdot 130 = 75 + 260 = 335$. Assim, apresenta uma lei Matemática que representa a Função como sendo $g(x) = 75 + 130x$. Sabemos que o custo total dessa viagem dependerá da quantidade de dias que o casal deseja ficar no hotel, então, antes de chegar a uma lei Matemática que defina a situação apresentada, caberiam algumas problematizações, que foram omitidas nesse livro didático, por exemplo:

Quanto o casal gastará se desejar ficar hospedados por apenas 1 dia? E por 2 dias? Por 4 dias? Enfim por n dias?

1 dia $\rightarrow 75 + 1 \cdot 130 = 205$

2 dias $\rightarrow 75 + 2 \cdot 130 = 335$

4 dias $\rightarrow 75 + 4 \cdot 130 = 595$

n dias $\rightarrow 75 + n \cdot 130 =$ **$75 + 130n$**

E diante desses questionamentos, podemos chegar a uma generalização da situação, resultando também em uma lei matemática. Sabemos que a mediação do professor é imprescindível, não devendo ele se limitar as abordagens do livro didático, que pode ser o ponto de partida para a aprendizagem. Lembramos que os livros analisados apresentam, também, variedades de figuras, possibilitando uma visão ilustrativa do que se estuda.

É possível perceber que qualquer livro didático apresenta limitações, e se conter com as definições trazidas neles podem nos levar a uma visão restrita desse conteúdo, que também acarreta numa aprendizagem limitada dos alunos, no que se refere ao que vem representar de fato uma Função. Devemos sempre buscar complemento em algum material que possa nos levar a ir além dos livros didáticos, além dos materiais com apresentação de conteúdos de forma resumida e tomarmos o cuidado na utilização de certos materiais carentes de significado.

Mesmo diante desse material que é disponibilizado para o professor e para os alunos na escola, devemos ter em mente que o que faz a diferença é o trabalho criativo do professor ao utilizar esse recurso numa atividade promotora do desenvolvimento cognitivo. Além disso, como bem enfatizam Fossa e Fossa (2001, p. 155):

> De fato, a definição do conceito de função parece ter um papel bastante reduzido na determinação de como este conceito é entendido pelo aluno. Muito mais importante é a sua experiência com dois conceitos associados ao de função, a saber, equações e gráficos, pois quando o aluno encontra funções no seu livro texto ou na sala de aula, geralmente se pede que ele manipule de alguma forma uma equação que representa a função ou esboce

> o seu gráfico. Assim, o aluno é exposto a uma classe restrita de funções e, forçosamente, ele abstrai o seu conceito de função apenas desta classe. (FOSSA & FOSSA, 2001, p. 155)

Os alunos precisam estar diante de diversas situações de Função, dentro de diferentes contextos, a fim de que percebam e descubram a conceito de Função presente em cada uma, e não apenas por meio da manipulação da forma algébrica, mas que possam entender o que na verdade caracteriza uma situação de Função. Acreditamos que se faz necessário, antes de termos as formalizações possíveis, o trabalho docente a partir das devidas problematizações, para então chegar a uma lei Matemática que a caracterize, gerando uma investigação entre os alunos, auxiliando-os a serem críticos na hora de analisar qualquer situação, ou até mesmo o gráfico de Funções.

Os estudantes são, geralmente, treinados a construir gráficos, que lhes são ensinados de maneira mecânica, indicando o passo a passo dessa construção, sendo que na verdade, eles precisam ter uma visão mais crítica na hora de analisar tais gráficos, tentando entender o que cada um quer transmitir, o porquê do seu comportamento, para que possamos explorar com significado e sentido todos os elementos envolvidos no conceito de Função.

2. O ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A compreensão e a vivência dos saberes matemáticos são muito importantes para a inserção do indivíduo na sociedade. Trata-se de uma ciência que surgiu com a necessidade humana, no entanto tem se observado que as dificuldades no ensino e aprendizagem dessa ciência na escola têm sido apontadas como uma das principais causas do aumento das taxas de evasão e reprovação no Ensino Médio. Tais dificuldades podem ser decorrentes da forma como esses conteúdos matemáticos estão sendo trabalhados, já que os alunos não estão conseguindo desenvolver habilidades e competências esperadas para o domínio de tal saber. Neste capítulo fazemos uma discussão acerca do quadro geral do ensino e da aprendizagem da Matemática, assim como traremos as taxas que evidenciam os principais problemas enfrentados no Ensino Médio, e algumas propostas para a melhoria da qualidade desse ensino.

2.1 Uma Visão Geral do Ensino da Matemática

A Matemática tem se mostrado como um dos grandes desafios no processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista que os alunos, em algumas situações, não a reconhecem como algo presente no seu dia a dia, acreditando que não a utilizam, e diante disso, apresentam dificuldades e baixo desenvolvimento nas atividades em sala de aula. Muitos desses alunos não se dão conta que a Matemática faz parte do seu cotidiano e que alguns deles já possuem certo domínio desse saber, resolvendo situações reais da sua própria vida. Fazendo uso de algum material concreto, esses sujeitos são capazes de solucionar certas situações de maneiras diferentes daquelas que resolveriam na escola, com lápis e papel, com fórmulas e regras, mas obtendo os mesmos resultados. O aluno não consegue fazer a relação entre essas duas experiências de universos diferentes, e a Matemática ensinada na escola acaba sem sentido para ele.

Ao se referir a esses fatos, Zunino (1995, p.68) afirma que o aluno “coloca em evidência a necessidade de tomar sempre como ponto de partida situações-problema reais ou hipotéticas no lugar de apresentar contas carentes de significado”.

Desta forma surge uma grande preocupação do campo da educação quando se refere à aprendizagem Matemática. Fatos comprovam que os alunos não fazem uso da disciplina como

um elemento presente no dia a dia. Um importante exame de avaliação, o Sistema de Avaliação de Educação Básica (SAEB) mostra o baixo rendimento dos alunos na disciplina. Assim, esses fatores nos levam a refletir sobre como poderíamos auxiliar esses alunos no processo de ensino, para que durante sua vida escolar possam construir um conhecimento sólido e uma aprendizagem com significado, percebendo a Matemática presente na vida de cada um como um elemento fundamental para a sobrevivência, tornando-os conscientes das futuras mudanças e capacitados para adequar-se a elas.

Muitos têm sido os esforços para que se mude esse quadro em relação à Matemática. Determinadas iniciativas têm sido de grande ajuda no processo educativo, algumas com bastante sucesso como: desenvolvimento de projetos interdisciplinares, formação continuada, pesquisas que buscam desenvolver materiais de apoio para a prática do professor e ainda os próprios professores, que juntos buscam maneiras, objetos, atitudes que contemplem os interesses e a necessidade dos alunos e da comunidade, a fim de minimizar todos os problemas que surgem no trabalho docente e no processo de aprendizagem desta disciplina. Mas, ainda assim, muitas dificuldades surgem impedindo ou impossibilitando a execução e a criação de tais iniciativas e atividades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998), quando tratam do atual quadro do ensino de Matemática no Brasil, relatam que todas as tentativas de melhoria ainda não atingiram o conjunto dos professores, em que os mesmos não têm oportunidade e condições para aprimorarem sua formação, não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas do dia a dia da sala de aula, apoiando-se apenas nos livros didáticos. Ainda segundo os PCN, tais dificuldades não permitem alterar o quadro desfavorável do ensino da matemática.

Com relação aos alunos, na disciplina de Matemática, podemos perceber que muitos se sentem excluídos do processo de ensino e aprendizagem, acreditando que aprender conteúdos dessa disciplina não seja algo acessível a todos, ou simplesmente pensam desta maneira por já terem experimentado esse sentimento partindo de algum professor.

Skovsmose (2007) relata que a Educação Matemática é crítica, onde a mesma pode agir de forma gratificante, ou seja, para o bem, quando ajuda a formar os cidadãos críticos, ou para o mal, quando faz parte do processo global que tanto “une” quanto “divide”. Para ele, talvez essa segunda pode ser uma das funções da Educação Matemática na nova proposta curricular, já que a disciplina foi lançada com o objetivo de decidir quem na sociedade estar apto e quem não estar apto a prosseguir. Ao discutir sobre a inclusão o autor também afirma que a Matemática desempenha um papel essencial nos sistemas educacionais. No tocante, sabemos

que a Matemática, muitas vezes, funcionou como processo de seleção dos que participariam na decisão de processos da sociedade. Talvez seja também por este fato que até os dias atuais podemos observar a falta de interesse dos alunos no processo de aprender.

Ainda discutindo dentro da temática de inclusão no que se refere ao ensino da Matemática, refletimos as ideias de Skovsmose (2008), quando trata da Educação Matemática crítica em mais uma de suas obras. O autor cita a Teoria Crítica elaborada pela Escola de Frankfurt, que difundiu a ideia de uma educação orientada pela emancipação, nesse contexto ele também se refere a Paulo Freire quando trata da relevância do diálogo no processo educativo, e dessa forma, questiona o ensino tradicional, centrado na resolução de exercícios padronizados, que orientam os alunos a responderem as questões propostas de uma única maneira, a considerada correta, pois nesse tipo de abordagem a premissa central é que em cada um dos exercícios há apenas uma resposta correta. Esse fato pode contribuir para a exclusão de alunos que apresentam diversas formas de raciocínio no ensino da Matemática.

Historicamente a Matemática se caracterizava por ser uma área reservada para os considerados “deuses” e esse fato até hoje é motivo de exclusão de muitos jovens, pois isso foi culturalmente disseminado ao longo dos anos. Contudo, há de considerarmos as aptidões e a diversidade de talentos, inerentes a cada indivíduo. Como docentes, devemos propiciar aos nossos alunos meios que os levem a entender o mundo em que vivem de uma forma mais ampla, conduzindo-os ao princípio da inclusão, do respeito à diversidade, para que conceitos matemáticos possam ser construídos por eles de maneira coletiva, de maneira que nenhum seja excluído desse processo contínuo de construção do conhecimento.

No campo educacional é necessário desenvolver ações que permitam aos educandos a capacidade de orientar, julgar, criticar as ações coletivas, pessoais e políticas a fim de serem cidadãos críticos capazes de intervir na sociedade modificando-a, e ainda capazes de caminharem na direção da democracia, da construção do saber.

A cada dia, a nossa sociedade exige um cidadão que seja capaz de pensar e agir criticamente, um ser que tome decisões inteligentes, e possa agir rápido, diante de um mundo cheio de transformações científicas e tecnológicas. Daí a escola é parte dos que devem assumir esse papel, de formar um cidadão apto a intervir no mundo em que vive, mas nem sempre consegue, e quando se trata do saber matemático esse papel torna-se ainda mais difícil, não pelo grau de complexidade da disciplina, mas pelas concepções históricas que vêm de uma cultura onde a mesma era ministrada para alguns escolhidos na sociedade. Mesmo quando todos tiveram acesso, o ensino tradicional tratou de impor a sua aprendizagem, sem

buscar entender as dificuldades dos alunos, sem procurar meios, materiais, metodologias que melhorasse a compreensão destes.

Hoje temos inúmeras formas de contribuir com a construção do conhecimento matemático. As escolas, as instituições de ensino superior, os órgãos governamentais estão cada vez mais investindo em materiais, cursos de formação para professores, no uso de tecnologias, implantação de laboratórios, entre outros com o intuito de auxiliar os educandos no processo de aprender.

Também se faz necessário a predisposição daqueles que fazem a educação para abraçar essa causa e lutar por uma educação de qualidade, por uma aprendizagem Matemática que contribua para a interação entre as demais áreas do conhecimento que lutem para execução da cidadania, de uma forma que valorize as habilidades e especificidades de cada um, considerando a diversidade, trabalhando pela inclusão e para inclusão, não favorecendo o aumento de excluídos nesse processo.

A escola, por sua vez, também precisa ser palco importante nessa jornada, exercendo devidamente o seu papel, deixado de lado o grande enfoque dado a preocupações com aspectos burocráticos, que contribuem com uma política educacional fragmentada, que se vê influenciada por uma classe social dominante. O jovem que é recebido pela escola precisa encontrar sentido em fazer parte desse contexto educacional.

No entanto, se nenhuma mudança ocorrer no estabelecimento de ensino, principalmente no que diz respeito à busca por soluções que sanem as dificuldades encontradas pelos profissionais que exercem suas atividades nesse rico espaço, em especial, os professores de Matemática que resistem e optam por um ensino retrógrado, o conhecimento matemático ainda continuará sendo visto de forma negativa pelos alunos e sua aprendizagem ineficiente. É preocupante o quadro geral da educação, ao unir forças desejamos ver uma melhora significativa, assim como auxiliar os nossos educandos a ver a Matemática como uma ciência que traz a sua beleza para a vida de cada um, que tem uma importância imprescindível, que é aplicável as necessidades humanas, e não mais alimentar a ideia de que a mesma é algo muito difícil e destinada para alguns na sociedade.

Diante do exposto, nos preocupamos, enquanto professores pesquisadores, em desenvolver alternativas, fazendo uso de jogos nas aulas de Matemática para que os alunos se sintam mais atraídos e motivados, envolvendo-se no estudo da disciplina de forma curiosa e investigativa, com o intuito de tornar a aprendizagem fascinante e possibilitando o desenvolvimento da autonomia e a construção do próprio conhecimento.

2.2 A Matemática no Ensino Médio

A disciplina que nos dispomos a estudar apresenta-se como um desafio em qualquer nível de ensino. Muitos alunos, na maioria das vezes, chegam ao Ensino Médio com nível elevado de rejeição pelo estudo da Matemática, e torna o trabalho do professor cada dia mais árduo. Por isso, estamos numa constante busca por novas propostas metodológicas que facilitem o ensino e a prática dos conteúdos matemáticos, no entanto, a fim de dar sentido a essa busca precisamos conhecer os objetivos de ensino e aprendizagem nessa etapa escolar da vida dos estudantes, como podemos evidenciar nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006).

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano, para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam que a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p.69)

Sabemos que nem sempre os nossos alunos chegam ao final do Ensino Médio com essa consciência, muitas vezes, acontece de se sentirem simplesmente aliviados com a conclusão dessa fase escolar. Em meio a este fato, podemos encontrar também pessoas na sociedade com o entendimento de que o Ensino Médio é apenas uma fase de encerramento da vida estudantil, ou que apenas consolida o conhecimento adquirido no ensino fundamental, ou ainda, que prepara para o ingresso no ensino superior.

No tocante, nem todos que estão nas salas de aulas, cursando as respectivas séries, nesse nível de ensino, tem algum desses objetivos como foco principal, muitos ainda se encontram no Ensino Médio, sem ao menos saber o que desejam alcançar, e não compreendem o real sentido e importância de cada disciplina estudada, como acontece com a Matemática. Nesse caso, eles precisam estar conscientes que qualquer caminho que desejem seguir irão encontrar a Matemática presente, que ela não serve apenas para um fim específico, e sim para a vida, seja nas atividades no dia a dia, seja no trabalho, no laser, nas relações interpessoais, na leitura, na comunicação, no uso das tecnologias, enfim, ela apresenta-se indispensável a sobrevivência, já que a mesma surgiu da necessidade humana.

Por muitas vezes o Ensino Médio foi caracterizado como uma fase pré-universitária ou profissionalizante. Na primeira fase, seu objetivo estava centrado em tópicos que a escola deveria tratar no decorrer do ano letivo, afim de preparar seus alunos para prosseguir seus estudos em nível superior. Assim o sistema educacional tinha a crença de que alguns conteúdos só poderiam ser aprofundados posteriormente, o que não se considera adequado para qualquer indivíduo. Na segunda, o Ensino Médio era visto como um meio de atividades práticas, onde os alunos eram treinados para uma especialidade específica, tendo o estudo aprofundando de algumas disciplinas, que eram consideradas pertinentes para a formação técnica, voltadas para atividades do trabalho.

Dessa forma, o ensino tornava-se dissociado de uma formação mais ampla, que envolvesse a formação do cidadão como um todo. Hoje, o nosso olhar docente deve estar voltado para auxiliar a formação cidadã que sirva para a vida pessoal, social e cultural.

Ao falar na nova proposta para o Ensino Médio, nos termos da lei e de sua regulamentação, os PCN + (BRASIL, 2002) dizem que em qualquer modalidade que se caracterize este nível de ensino deve preparar para a vida, qualificar para a cidadania, assim como capacitar para o aprendizado permanente. O documento ainda relata que essa formação para a vida exige algumas condições, tais como: que os alunos sejam capazes de comunicar-se, argumentar, defrontar-se com problemas e compreendê-los; ser um sujeito ativo num convívio social; fazer escolhas e proposições; tomar gosto pelo conhecimento e aprender a aprender. Conforme o documento, preparar para a vida vai muito além de reproduzir dados e saber representá-los, realizar classificações, saber identificar símbolos, significa:

> - Saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
> - enfrentar problemas de diferentes naturezas;
> - participar socialmente, de forma prática e solidária;
> - ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e,
> - especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado. (BRASIL, 2002, p. 9)

É necessário que os objetivos que devem ser alcançados no Ensino Médio sejam conhecidos e analisados pelos sistemas educacionais e pelo corpo docente das escolas, que ofertam esse nível da educação básica para que, com o trabalho coletivo, possamos gerar estratégias de ensino que nos auxiliem a pôr em prática as ações que nos levam ao alcance dos objetivos e, consequentemente, ocorra uma melhora significativa na educação básica.

Ao tratar do sentido do aprendizado na área, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) dizem que “Um Ensino Médio concebido para a universalização da

Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas" (BRASIL, 2000, p.7). O documento traz uma discussão sobre cada área de conhecimento, e de sua importância no Ensino Médio, estabelecendo também competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática. Comenta que um dos maiores desafios para a aprendizagem de ciências e tecnologias, no Ensino Médio, está também na formação adequada dos professores, na mudança da postura da escola, na elaboração de materiais apropriados, e no conhecimento das finalidades do ensino da Matemática no Ensino Médio, que compreendem em conduzir o aluno a:

> - compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
> - aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
> - analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
> - desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
> - utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
> - expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
> - estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
> - reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
> - promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2000, p.42)

Visto que são extremamente importantes que os sistemas educacionais não apenas conheçam tais finalidades citadas pelos PCNEM, mas que junto com o corpo docente possam traçar estratégias que levem a alcançar tais objetivos, tão ricos e imprescindíveis à formação do cidadão. Como docentes, podemos perceber que os alunos ingressam no Ensino Médio sem o mínimo de requisitos básicos ao ensino da Matemática, apresentam muitas dificuldades com números e operações, não conseguindo como já foi falado nesse texto, relacionar o conhecimento matemático a situações diversas. Vale ressaltar que um dos fatos mais

alarmantes também é a falta de habilidades para leitura, escrita e interpretação, tão fundamentais a disciplina de Matemática, como a todas as outras.

Alguns entraves têm sido encontrados no processo da aprendizagem Matemática, estando um deles relacionado às dificuldades que os estudantes apresentam em expor o que pensam, em comunicar-se em diversas situações, em argumentar, em se expressar em tantas de suas atividades diárias. Com relação à Matemática isso não é diferente. Usar adequadamente a linguagem Matemática é quase impossível, pois esse fato se dá pela crença que por muito tempo foi cultivada, em que acreditava-se que seu ensino era baseado na ação de fazer contas, que na maioria das vezes eram carentes de significados.

O desenvolvimento da linguagem Matemática é muito importante para o processo de ensino. Os alunos, que sabem explicar o procedimento que utilizou para resolver uma determinada situação, diferenciam-se em grande escala daqueles que faz o procedimento sem saber o porquê, sem saber explicar suas próprias estratégias, que só utilizam algum método, por que assim lhes foi ensinado, ou porque foram acostumados a fazer o que lhe disseram ser correto e acabaram por não desenvolver autonomia suficiente para se expressarem corretamente, nem para usar a linguagem Matemática adequada. Compartilhamos da ideia de Santos (2005), em seu texto Linguagens e Comunicação na aula de Matemática:

> [...] na aula de Matemática, a comunicação pode ser entendida, com diferentes autores que têm se ocupado dela, como todas as formas de discursos, linguagens utilizadas por professores e alunos para representar, informar, falar, argumentar, negociar significados. (SANTOS, 2005, p.117).

Devemos contribuir para que nossos alunos façam conjecturas, recorram à linguagem para explicar suas estratégias, estimulando a curiosidade por meio de questionamentos, enigmas e problemas. Todo esse processo será ainda mais significativo se nós, professores, estivermos sempre os ajudando a sistematizarem os conhecimentos e descobertas, na perspectiva de auxiliar os alunos a desenvolverem caminhos para chegar à construção de seu próprio conhecimento. A educação precisa ter como foco principal o desenvolvimento da capacidade de comunicação, de valores e atitudes, da tomada de decisões, de criar estratégias, de fazer inferências, de trabalhar coletivamente respeitando as habilidades do outro.

Ainda no que se referem à área aqui estudada, os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (PCNEM, 2000) dizem que a Matemática nesse nível de ensino assume um caráter formativo, mas também desempenha um papel instrumental.

No primeiro, a disciplina ajuda a organizar o pensamento e o raciocínio dedutivo, contribuindo para o desenvolvimento de um espírito investigativo, no qual os alunos sejam capazes de resolver problemas reais, desenvolvendo a autoconfiança para analisar e enfrentar situações novas, proporcionando uma formação ampla, geradora de atitudes que transcendem o campo matemático.

No segundo, ao desempenhar um papel instrumental, a disciplina configura-se por ser útil ao cotidiano e às mais diversas atividades humanas, devendo ela ser enxergada pelos alunos como um conjunto de técnicas aplicáveis a outras áreas do conhecimento e a diferentes contextos, no momento oportuno.

Apesar da Matemática possuir essas duas características, o documento ainda afirma que a mesma não deve ser vista apenas como um caráter formativo ou instrumental, e sim como uma ciência. Enfim, todas as orientações e reflexões sobre a Matemática no Ensino Médio vêm abrir o nosso olhar para que possamos auxiliar os nossos alunos no processo de aprendizagem contínua. Conscientizando-nos e auxiliando-os a entender que ninguém para de aprender. Dessa forma, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio (PCNEM)

> [...] cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida" (BRASIL, 2000, p. 41).

O aluno do Ensino Médio precisa ter maturidade para entender que o processo de aprendizagem deve ser uma atividade contínua e para isso os professores também precisam estar em consonância com esse objetivo, trazendo sempre inovações para as salas de aula, evitando métodos prontos, que só exigem a repetição ou memorização, contribuindo para que as estratégias necessárias possam ser construídas pelo indivíduo, tanto de forma individual quanto coletiva.

2.3 O Programa Ensino Médio Inovador: uma proposta de melhoria para o Ensino Médio

Temos enfrentado muitos problemas e dificuldades nessa etapa de escolaridade, como já foi dito. Os objetivos da educação no Ensino Médio não têm sido traçados como deveriam ser pelos sistemas educacionais. Não se tem conseguido executar ações que culminem numa educação de qualidade, e em uma aprendizagem eficaz, que sirva para exercer a cidadania, que seja instrumento eficaz para a vida, e que mostre aos alunos e professores a importância dessa fase de ensino na vida de cada um. Os jovens estão cada vez mais dispersos, e sem a consciência da importância da educação acabam evadindo da escola, resultando no aumento da taxa de abandono escolar e/ou reprovações, que acontecem, muitas vezes, como algo normal, entretanto, essas situações não podem dar lugar ao comodismo.

Por outro lado, sabemos que planos de ações têm sido criados com o intuito de alcançarmos essa melhoria, restando-nos colocá-los em prática. O Ministério da Educação, por meio de políticas educacionais, tem expandido suas ações com o objetivo de garantir o acesso à educação de qualidade aos jovens, nesse nível de ensino, para isso, criou o Programa Ensino Médio Inovador (ProEMI). Nesse contexto, uma das metas estabelecidas pelo Plano Nacional de Educação é a universalização do Ensino Médio até 2020, ou seja, que os alunos possam cursar as respectivas séries desse nível de escolaridade com idades entre 15 a 17 anos, e para que essa meta seja alcançada é necessário garantir aos jovens uma educação de qualidade que atenda às necessidades e expectativas dos mesmos.

O Programa Ensino Médio Inovador (ProEMI), propõe um redesenho curricular nessa fase de ensino, e toma como documento fundamental as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, que vem auxiliar no desenvolvimento das propostas curriculares estabelecidas pelo Programa, que procura compreender os sujeitos e os direitos de aprendizagem nessa fase escolar.

Uma das dificuldades para a efetivação da proposta do novo Ensino Médio é a falta de ligação entre a realidade escolar e as necessidades formativas, que são claramente percebidas nos projetos políticos pedagógicos das escolas brasileiras, projeto este que precisa ser fruto de reflexão de toda a comunidade escolar.

Cada professor precisa ter clareza e bom entendimento das ações utilizadas, dos objetivos que desejam alcançar, das atividades propostas em sala de aula e das competências que se almeja desenvolver com elas. Acima de tudo, o professor precisa compreender a importância e a relevância do seu trabalho em sua disciplina escolar. Assim, “sem essa reflexão, pode faltar clareza sobre como conduzir o aprendizado de modo a promover, junto ao alunado, as qualificações humanas pretendidas pelo novo ensino médio” (BRASIL, 2002, p.9).

Mesmo diante das metas estabelecidas, a preocupação ainda existe e cada vez mais se tem o desafio da adequação desses jovens na idade certa na respectiva série. No Ensino Médio, podemos encontrar um número significativo de jovens fora da faixa etária adequada, de 15 a 17 anos de idade.

No tocante, sabemos que diante das diversas transformações ocorridas na forma de trabalho, fez-se necessário que a maioria das pessoas tivesse concluído a educação básica, fato este que acarretou na democratização da educação, que permitiu as camadas mais populares e a todos os indivíduos maiores condições de acesso à escola. Todavia, podemos perceber que as escolas não foram preparadas para receber e ensinar de acordo com a diversidade de alunos que nela adentraram. Abriram-se as portas das escolas para que todos tivessem acesso, contudo, não são oferecidas condições suficientes para mantê-los inseridas no processo educacional.

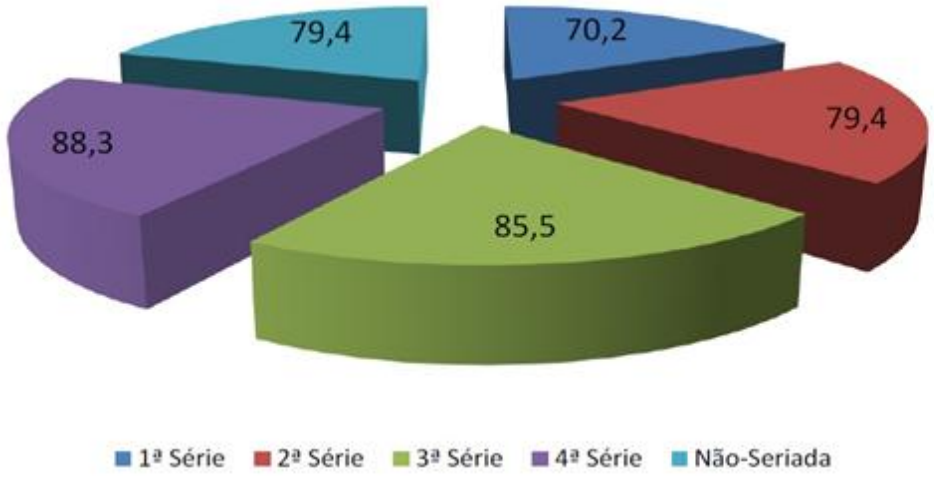
Além de presenciarmos esse fato dentro dos estabelecimentos de ensino, os resultados de pesquisa, realizados em âmbito nacional, vêm comprovar tudo isso. Ao analisar os dados existentes no documento orientador do Programa Ensino Médio Inovador (BRASIL, 2013) é possível ver que o número de matrículas tem aumentado com o passar dos anos, mesmo ainda contendo alunos estudando em séries não adequadas para sua idade.

As pesquisas realizadas pelo Censo 2011 do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), do Ministério da Educação, mostram que apenas 50,9% dos estudantes estão matriculados na série adequada do Ensino Médio.

Nesse contexto, há uma enorme preocupação também com relação às taxas de aprovação, reprovação e abandono escolar, uma vez que os índices apresentados no Censo Escolar 2011 não são satisfatórios.

O documento orientador do Programa Ensino Médio Inovador nos leva a fazer uma reflexão crítica dos resultados obtidos nas pesquisas dos últimos anos. Ele traz dados significativos, obtidos a partir de pesquisas realizadas nas séries/anos do Ensino Médio, que ajudam na melhor compreensão do quadro geral do Ensino Médio, como podemos evidenciar na Figura 3:

Figura 3: Gráfico da taxa de Aprovação no Ensino Médio no Brasil - 2011



Fonte: MEC/Inep (2013)

O gráfico traz todas as taxas evidenciadas, até mesmo com relação à 4ª, série que é ofertada na modalidade do Ensino Médio Normal e nas séries não-seriadas, porém o nosso estudo é voltado apenas para as séries ofertadas na modalidade do Ensino Médio regular. Seria interessante também saber se essas aprovações têm garantido que os jovens prossigam seus estudos e se são resultados de habilidades e competências adquiridas no processo de formação durante essa fase escolar.

Mesma ocorrendo aprovações, podemos perceber que essas taxas ainda são baixas, pois na 1ª série do Ensino Médio regular, em que temos a menor taxa de aprovação, apenas 70% conseguem avançar nesse nível. Na 2ª série vimos uma pequena melhora, assim como na 3ª série do Ensino Médio, porém, ainda estão distantes das metas estabelecidas pelo programa que visa a correção da distorção idade - série nessa fase escolar, a fim de que possamos ter o maior número de alunos cursando a série adequada para sua idade, ou seja, jovens entre 15 e 17 anos cursando as respectivas séries do Ensino Médio Regular.

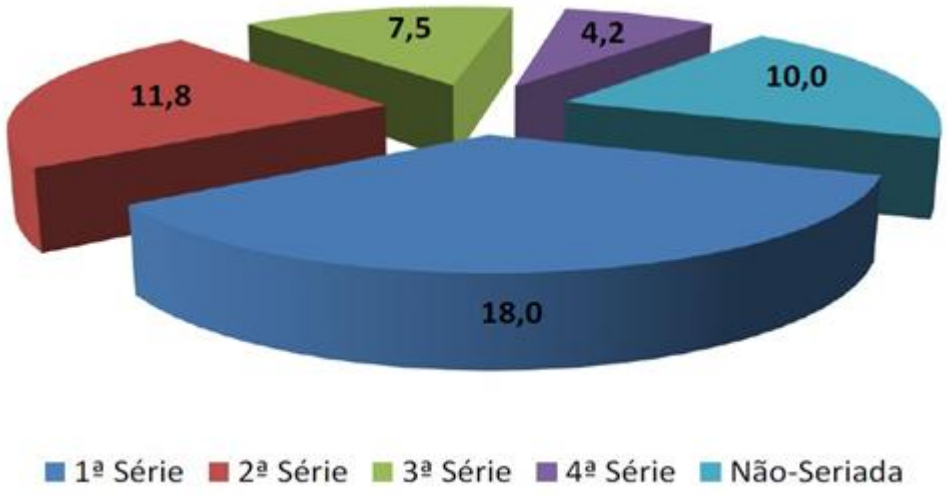
Outro fator preocupante que passaremos a refletir agora é o alto índice de reprovação ainda existente nas escolas que ofertam o Ensino Médio como modalidade de ensino, cujos dados mostram que muitos ainda não conseguem concluir essa fase de ensino com êxito, e acabam ficando retidos na série.

Com base no gráfico da Figura 4, é possível perceber que os alunos ingressantes no Ensino Médio são os que mais são reprovados. Ainda no início dessa etapa escolar, ou seja, na 1ª série, os estudantes não conseguem prosseguir, o que nos leva a pensar como será que

esses ingressantes estão sendo recepcionados nesse início de experiência com essa última fase da educação básica

Vale ressaltar que os índices de reprovação na 2ª e na 3ª série do Ensino Médio também não são satisfatórios, como podemos observar na Figura 4.

Figura 4: Gráfico da taxa de Reprovação no Ensino Médio no Brasil - 2011



Fonte: MEC/Inep (2013)

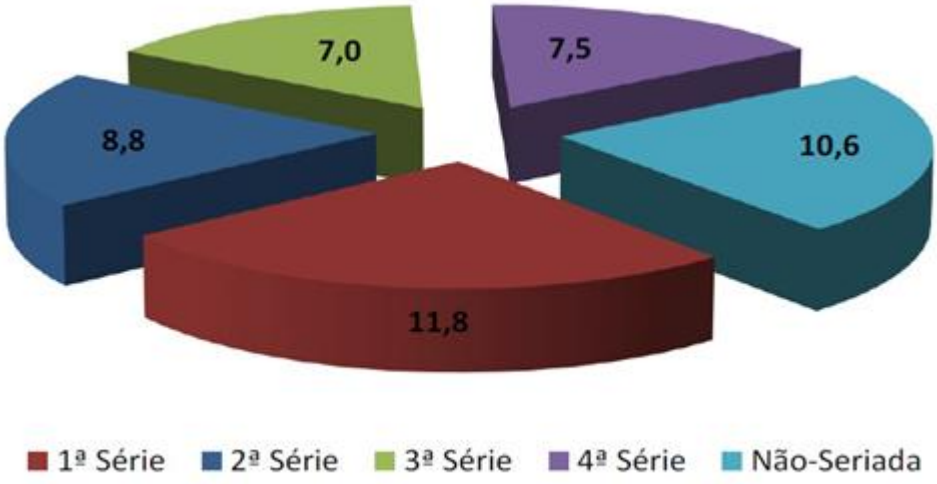
É preciso repensar a nossa prática, rever nossas ações com o objetivo de auxiliar esses alunos que não conseguem avançar em sua formação escolar, tentar identificar as barreiras que têm enfrentado esses educandos, quais os pontos que sentem maior dificuldade, para que possamos ajudar e entender o que de fato pode estar contribuindo para que haja tantas reprovações. Algo necessita ser mudado, visto que não dá para repetir métodos se não estamos obtendo resultados satisfatórios. Diversos fatores podem estar contribuindo para tal problema, no entanto sabemos que todas as ações em busca de melhoria da educação precisam ser tomadas de forma coletiva, com ajuda de toda a comunidade escolar: pais, professores, direção, enfim todos devem estar engajamos nessa luta constante a favor de um eficaz processo de formação dos jovens estudantes.

Enquanto educadores nos preocupamos com o dia a dia da escola desses jovens, pois sabemos que o sistema educacional não oferece as condições necessárias e suficientes para manter os alunos na escola, é preciso acolher a diversidade de jovens que nela adentram, de modo que não basta conseguir que a maioria deles se matricule, com o objetivo de concluir a escolarização, é preciso oferecer mais estabilidade para mantê-los nas escolas, auxiliando para que os mesmos não a abandone, mas que a reconheçam como fundamental para vida profissional e social de cada um, que contribui, acima de tudo, com sua formação cidadã. A

escola precisa assumir as ações necessárias para que se estabeleça uma educação de qualidade e a aprendizagem de fato se efetive no processo educativo.

Ainda nesse contexto, podemos ampliar nossa discussão trazendo as taxas de evasão no Ensino Médio, pois esse fator impede que muitas metas sejam alcançadas, entre elas sua universalização. Precisamos focar nesse ponto, pois, para que se concretizem as ações para um Ensino Médio Inovador, ou para qualquer outra modalidade de ensino que seja ofertada nas escolas brasileiras, é necessário que se diminua cada vez mais essas taxas a fim de que possamos obter resultados satisfatórios. Algumas informações importantes são trazidas na Figura 5, que trata da taxa de abandono escolar no Ensino Médio.

Figura 5: Gráfico da taxa de Abandono no Ensino Médio no Brasil - 2011



Fonte: MEC/Inep (2013)

Por meio dos dados obtidos nessa pesquisa podemos observar que o abandono escolar é alto no Brasil e esse fato vem se fazendo presente em todas as séries do Ensino Médio. Na 1ª série, essa taxa é expressiva, visto que 11,8% dos alunos matriculados abandonam a escola nesta etapa escolar, ou seja, significa que ao iniciar o Ensino Médio já temos um grande número de jovens que não desejam continuar, e por algum motivo interrompem os estudos.

Na 2ª série do Ensino Médio, essa taxa diminui um pouco, mas essa queda não é grande, pois 8,8 % de abandono escolar representa um número muito alto de alunos, e na 3ª série ainda há um grande número de alunos deixando a sala de aula. Prestes a concluir o Ensino Médio, optam por adiar esse momento e muitas vezes nem voltam mais.

No que se refere ao estado da Paraíba, foi possível observar que essas taxas não são as piores, mas também ainda não são satisfatórias. Com base na pesquisa no Ensino Médio, por

unidade de federação realizada pelo Censo Escolar 2011, a Paraíba apresenta uma taxa de 76% de aprovação nesta etapa de ensino, já a taxa de reprovação do nosso estado foi de 7,7%. No entanto, o nosso estado está em quarto lugar no *ranquing* dos estados que apresentam a maior taxa de abandono escolar, sendo esta taxa de 16,3%. Dentro desse contexto, é possível refletir sobre a situação da educação brasileira, em que muitos alunos ainda continuam deixando a sala de aula, não vendo nela nenhuma segurança, e por algum motivo a abandonam antes de concluir a educação básica.

Acreditamos que conhecer os reais motivos que levam esses jovens a deixar a escola pode ser o primeiro passo para tentar buscar melhorias que auxiliem na vida deles, de modo a contribuir para a sua permanência na escola, e que essa permanência seja com significado, que os mesmos tenham consciência da importância da escola em suas vidas, e que haja interesse pelo processo de aprender, enfim, que possamos ainda influenciar positivamente na formação de cada jovem que por ventura faça parte do nosso fazer pedagógico. Para isso, é preciso uma ampliação e um fortalecimento de políticas educacionais que garantam o acesso ao Ensino Médio de qualidade.

Com base nesse cenário, o documento orientador do Programa Ensino Médio Inovador (BRASIL, 2013), destaca sobre a importância desse Programa, ajudando-nos a entender melhor a proposta do Ministério da Educação. Conforme o documento:

> [...] o Programa Ensino Médio Inovador (ProEMI), integra as ações do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), como estratégia do Governo Federal para induzir o redesenho dos currículos do Ensino Médio, compreendendo que as ações propostas inicialmente vão sendo incorporadas ao currículo, ampliando o tempo na escola e a diversidade de práticas pedagógicas, atendendo às necessidades e expectativas dos estudantes do Ensino Médio. (BRASIL, 2013, p.9)

É proposto às escolas, por meio desse documento orientador, a elaboração de um projeto de redesenho curricular, que atenda as especificidades regionais, ou ainda as demandas da sociedade atual. Este currículo deve estar em consonância com as Diretrizes Gerais para a Educação Básica e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, tendo em vista também as diretrizes para a educação das populações do campo, quilombolas e indígenas. O referido Programa foi criado com o intuito de conduzir um debate sobre o Ensino Médio em geral, junto aos entes educacionais. Vale salientar que o Programa Ensino Médio Inovador (ProEMI), ainda apresenta-se como um desafio, em que várias escolas brasileiras ainda não foram contempladas com a proposta.

Em nossa pesquisa, procuramos colaborar com as investigações acerca da situação atual do Ensino Médio em nossa região e para isso, elegemos o conteúdo de Função, que faz parte de um dos temas importantes estudados pelos alunos.

Atrelado a essa perspectiva fizemos o uso, na série investigada, de jogos no processo de ensino como um recurso avaliativo do conceito de Função, podendo o mesmo auxiliar no processo de construção do conhecimento e/ou aprofundamento daqueles já adquiridos, ou seja, através desse recurso, pouco utilizado nas aulas de Matemática do Ensino Médio, desejamos investigar a compreensão do conceito de Função, apresentada por alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Pretendemos, a partir de todas as estratégias elaboradas, conseguir alcançar os objetivos propostos nesta pesquisa. Para isso, damos continuidade ao estudo, apresentando no próximo capítulo uma discussão sobre o uso de jogos nas aulas de Matemática, refletindo a partir de uma abordagem teórico-metodológica.

3. O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O uso de jogos nas aulas de Matemática pode nos auxiliar no enfretamento das dificuldades de ensinar os conteúdos dessa disciplina e compreender como os alunos estão abstraindo conceitos dessa natureza, quando trabalhados de forma coerente em suas diversas vertentes. Tudo isso se confirma quando evidenciamos, no decorrer deste capítulo, os diversos teóricos e teorias que defendem a sua inserção em sala de aula.

3.1 Aspectos Históricos com Relação ao Uso de Jogos

Estudos mostram que o surgimento dos primeiros jogos educativos foi na Grécia Antiga e em Roma, mais precisamente no século XVI, porém, foi a partir de Platão que veio a ideia de que se "aprende brincando", já que as crianças aprendiam regras de convivência através de brincadeiras, que com o passar do tempo podia se tornar algo ativo no dia a dia delas. Para Aristóteles, o jogo deve ser uma imitação de uma atividade adulta a fim de que se contribua para a vida futura da criança. Nesse contexto, Kishimoto (2002; apud FERRAREZI, 2004, p.2) explica:

> Quando se refere a Platão, comenta a importância do "aprender brincando", em oposição à utilização da violência e da repressão. Da mesma forma, Aristóteles sugere, para a educação de crianças pequenas, o uso de jogos que imitem atividades sérias, de ocupações adultas, como forma de preparo para a vida futura. Mas, nessa época, ainda não se discute o emprego do jogo como recurso para o ensino da leitura e do cálculo.

Contudo, foi permitido perceber, de acordo com a história, que durante a Idade Média o jogo era concebido como uma atividade que não assumia um caráter sério, mas era utilizado como uma atividade de recreação, distração, que fugia da rotina diária em que os indivíduos estavam inseridos.

É a partir do Renascimento que surge uma nova visão de jogo, como sendo uma atividade que, atrelado ao cotidiano escolar, favorece o estudo e facilita o processo de aprendizagem, auxiliando no desenvolvimento da inteligência e dos conceitos de diversos conteúdos (KISHIMOTO, 2002.).

Ao realçar os aspectos históricos do jogo Ferrarezi (2004) afirma que,

> a prática dos ideais humanistas do Renascimento no século XVII provoca a expansão contínua de jogos didáticos ou educativos, é multiplicado os jogos de leitura como também diversos jogos destinados às áreas de História, Geografia, Religião, Matemática, entre outras. (FERRAREZI, 2004, p. 2)

Apenas com o término da Revolução Francesa, no século XIX, foram surgindo alguns materiais pedagógicos para fins de aquisição do conhecimento. Segundo a autora, (FERRAREZI, 2004), a função lúdica e a função educativa são os principais motivos para que ocorram divergências em torno do jogo educativo, pois, na primeira, o jogo traz prazer e proporciona diversão e, na segunda, assume uma função de ensinar algo ao indivíduo, consolidando conhecimentos e a sua percepção de mundo. Dessa forma, o equilíbrio entre essas duas funções é que dá sentido ao jogo educativo, caso contrário o jogo torna-se apenas jogo, não contendo alguma relação de ensino.

Para Huizinga (2000), o jogo é considerado um dos primeiros elementos da vida e sendo praticados até por animais. O autor afirma também que uma comunidade não pode viver sem a presença de um elemento lúdico, mas enfatiza que desde o século XVIII esse elemento vem perdendo um pouco desse caráter lúdico e abrindo espaço para os que apresentam uma característica profissional. Dessa forma, para o autor,

> O jogo é fato mais antigo que a cultura, pois esta, mesmo em suas definições menos rigorosas, pressupõe sempre a sociedade humana; mas, os animais não esperaram que os homens os iniciassem na vida lúdica. É-nos possível afirmar com segurança que a civilização humana não acrescentou característica essencial alguma à ideia geral de jogo. Os animais brincam tal como os homens (HUIZINGA, 2000, p.03)

O autor traz a compreensão de jogo como sendo uma atividade cultural e social, o mesmo nos traz em sua obra algumas características de jogo. Na primeira, diz que se constitui de uma forma livre, representado liberdade. Na segunda diz que o jogo não é "vida corrente" nem "vida real", ou seja, se diferencia do nosso cotidiano, trazendo um aspecto novo, diferente às nossas atividades. O isolamento e a limitação são outras das características citadas pelo autor, de modo que a atividade possui numa certa hora um fim dentro de um determinado tempo e espaço. E, ainda cria ordem e é ordem, já que num determinado jogo se estabelece algumas regras que precisam ser respeitadas, e se assim não forem podem estragar todo o jogo. A tensão e a incerteza são apresentadas como características gerais do jogo, já que, fazendo o uso desse recurso, estamos diante de situações em que necessitamos testar

hipóteses e verificar estratégias. Com relação ao resultado e ao objetivo final, a tensão e a incerteza só aumentam, assim aparece o êxito obtido que pode passar do indivíduo para o grupo.

Sabemos que a utilização do jogo em sala de aula, se bem planejado, pode auxiliar para a construção do conhecimento e nos conduzirá a uma aprendizagem de qualidade.

Nesse trabalho, apoiamo-nos na ideia de que a utilização de jogos nas aulas, em particular nas aulas de Matemática, pode ajudar a desenvolver um caráter afetivo, físico, social e moral, e se integrar à vida escolar como elemento de aprendizagem e desenvolvimento de conceitos, que talvez passassem despercebidos com uma metodologia usual. Assim, a palavra jogo retratada em nosso trabalho, assumirá a característica de jogo educativo, que contemple o processo de construção do conhecimento de um conteúdo especifico.

3.2 Reflexões sobre o Sentido de Jogo

Acreditamos que o uso de jogos como recurso didático-pedagógico permite contribuir com mudanças nas aulas de Matemática, saindo do modelo de ensino em que o livro e o quadro didático são quase recursos exclusivos. Ao considerar o jogo como um instrumento lúdico que permite tais mudanças, Carleto (2003) em sua pesquisa relata que diversas correntes teóricas vêm defendendo a importância das atividades fazendo o uso desse recurso, há mais de dois séculos, na formação dos estudantes. A autora cita Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Dewey, Claparéde, Montessori, Piaget e Vigostsky como defensores dessa ideia pedagógica, em que a atividade lúdica faz parte de um processo pelo qual o indivíduo adquire um senso de responsabilidade, desenvolvendo a autoexpressão, assim como também se desenvolve física, cognitiva e socialmente.

Não podemos negar que muitas vezes há uma resistência do sistema educativo quando se refere a esse recurso, principalmente nas turmas do Ensino Médio, pois por muitas vezes ele é visto como uma brincadeira em sala de aula, que vem simplesmente com o intuito de sair da rotina das aulas, e são entendidos como algo que traz uma descontração, saindo um pouco da seriedade e trazendo alegria para a turma, já que a Matemática, na maioria dos casos, é considerada uma disciplina séria. Essa ideia não é nosso foco nessa discussão, pois consideramos o uso de jogos como algo determinante para que os alunos se sintam motivados

a participar das atividades, adquirindo conhecimento, desenvolvendo um espírito construtivo, criativo, capaz de abstrair conceitos matemáticos, de interagir com os colegas, podendo cada indivíduo, em determinada jogada, tomar iniciativas, desenvolvendo a autonomia e autoconfiança.

Podemos perceber também, que nos dias atuais há uma enorme preocupação sobre o estudo do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática, em que o mesmo é um tema muito discutido na área de Educação Matemática. Fiorentini e Miorim (1993) relatam no artigo "Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática", que os professores estão cada vez mais procurando inovações para a prática docente, uma prova disso é o número de docentes que vem aumentando cada vez mais nos encontros, conferências e cursos. Porém, ainda enfatizam que muitos não têm conhecimento das reais razões pelas quais são usados os jogos na sala de aula. Considerando o processo de ensino aprendizagem dos alunos quando fazem uso desse recurso, defende-se que "[...] os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente" (PASSOS, 2010, p. 81.).

É preciso expor em nosso estudo algumas reflexões sobre jogo, por isso, trazemos algumas definições relatadas por alguns autores:

De acordo com Huizinga (2000, p. 33), o jogo:

> [...] é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e alegria e de uma consciência de ser diferente da "vida quotidiana."

Alguns jogos podem ainda apresentar-se segundo suas regras, de forma que cada participante deve, com atenção, segui-las e respeitá-las, pois as mesmas geram mais seriedades diante os jogadores, que ao jogar automaticamente saem da monotonia, mas não devem perder a seriedade e a concentração propiciadas pelo momento da realização de uma atividade que faz o uso do jogo com o sentido de facilitador e promotor de diversos conhecimentos.

Dentre as definições de jogo que o dicionário Aurélio (2001, p. 408) traz, destacamos as seguintes:

“Conjugação harmoniosa de peças mecânicas com o fim de movimentar um maquinismo” (1); “Atividade física ou mental fundamentada em sistema de regras que definem a perda ou o ganho” (2).

Ao definir jogo Alsina (2009, p. 11) diz que os indivíduos “jogam por que o jogo, em si mesmo, é um prazer, porém a maior importância reside no fato de que permite resolver simbolicamente os problemas e possibilita pôr em prática distintos processos mentais”

Ao tentar definir o sentido da palavra jogo, Smole, Diniz, Pessoa e Ishihara (2008), citam Kamii(1991) e Krulik(1997), enfatizando que:

> - o jogo deve ser para dois ou mais jogadores, sendo, portanto, uma atividade de que os alunos realizam juntos;
> - o jogo deverá ter um objetivo a ser alcançado pelos jogadores, ou seja, ao final, haverá um vencedor;
> - o jogo deverá permitir que os alunos assumam papéis interdependentes, opostos e cooperativos, isto é, os jogadores devem perceber a importância de cada um na realização dos objetivos do jogo, na execução das jogadas, e observar que um jogo não se realiza a menos que cada jogador concorde com as regras estabelecidas e coopere seguindo-as e aceitando suas consequências;
> - o jogo deve ter regras preestabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma jogada, isto é, cada jogador precisa perceber que as regras são um contrato aceito pelo grupo e que sua violação representa uma falta; havendo o desejo de fazer alterações, isso deve ser discutido com todo o grupo e, no caso de concordância geral, podem ser impostas ao jogo daí por diante;
> - no jogo, deve haver a possibilidade de usar estratégias, estabelecer planos executar jogadas e avaliar a eficácia desses elementos nos resultados obtidos, isto é, o jogo não deve ser mecânico e sem significado para os jogadores. (SMOLE et al, 2008, p.11)

De fato, muitos professores não reconhecem o verdadeiro sentido da metodologia dos jogos em sala de aula, e muitas vezes o uso desse recurso acaba fugindo dos objetivos educacionais que garantem uma aprendizagem eficaz dos conhecimentos envolvidos.

Acreditamos que os jogos devem vir juntamente com situações interessantes e desafiadoras, para que os alunos sintam-se chamados a participar ativamente das atividades, e não simplesmente que os professores usem esses materiais didáticos com o intuito de tornar as aulas simplesmente diferentes, alegres, utilizando-os como um caráter motivador, pois apenas estes motivos não são suficientes para que se possa obter êxito na aprendizagem dos diversos conceitos matemáticos envolvidos. Acima de tudo é preciso definir nossos objetivos na sala de aula, que não estão relacionados com uma simples diversão, mas sim a uma ferramenta importante para um processo de ensino e aprendizagem com qualidade.

O professor de Matemática deve repensar sua prática e ter cuidado ao utilizar jogos na sala de aula, aplicados a determinados conteúdos matemáticos, pois esses materiais devem ser um caminho para a aprendizagem, por permitir mudar um pouco o cenário atual das salas de aulas, tornando-as mais atrativas e principalmente significativas para os alunos. Nesta ideia, concordamos com Passos (2010) quando considera o uso de jogos e materiais manipulativos como recursos mediadores que contribuem e facilitam a relação professor/aluno/conhecimento.

Nota-se que, de fato, esse recurso traz alegria e diversão para a sala de aula, porém deve ocorrer um planejamento ao se trabalhar com ele, pois é preciso que haja uma preparação e uma reflexão por parte do professor, para que todo o trabalho pedagógico não se torne algo em vão e sem sentido. Sendo assim, deve-se também ter clareza e firmeza do conteúdo abordado, não bastando apenas inserir o recurso nas aulas, sem se ter o mínimo de conhecimento dos conceitos envolvidos.

Deste modo, é muito importante a conscientização dos profissionais de educação que desejam utilizar o jogo nas aulas de Matemática, visto que esse instrumento pode permitir criar um ambiente motivacional, contribuindo para que o discente se desenvolva. Para Rêgo e Rêgo (2009), o professor que deseja utilizar o recurso de jogos matemáticos em sala de aula, com a finalidade de tornar mais eficiente e prazeroso o processo de ensino e aprendizagem, deve estar seguro da metodologia a ser introduzida. O professor deve conhecer toda fundamentação teórica, o que ela pode alcançar e suas limitações, refletindo sobre como tudo isso será interpretado pelos alunos, pois se essa atuação for realizada de maneira sistemática e programada ajudará os alunos a interiorizarem conhecimentos matemáticos.

Ao utilizar jogos nas aulas de Matemática, estamos propondo um diferente método de ensino, em que apenas o quadro, o giz e o livro didático não se fazem suficientes, tornando assim, as aulas mais atraentes, contribuindo também para o desenvolvimento da criatividade, para a elaboração de estratégias, para a criação de novas situações, para a interação entre os alunos e ainda auxiliando de forma muito importante para que o erro possa se reverter em um resultado positivo, não permitindo que o aluno se sinta frustrado ao percebê-lo e sim seja um aspecto motivador para a tentativa de acerto. Os PCN+ ao se referirem aos jogos comentam que,

> O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica e

> prazerosa e participativa, de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos (BRASIL, 2002, p.56).

Sabemos que o aluno quando faz uso de um jogo, empenha-se verdadeiramente na atividade e desta forma, muitas vezes, acaba percebendo quando faz algo errado sem que esse erro precise ser indicado pelo professor. E diante do total envolvimento dos alunos, o professor tem a grande oportunidade de encaminhá-los para o a realização do procedimento correto e de instigá-los a outros tipos de situações, estimulando para que ocorram diferentes ações por parte dos alunos.

Podemos ainda ressaltar que o uso adequado desse recurso didático pode propiciar aos alunos uma melhor visão do conteúdo, desenvolvendo algumas habilidades, como afirmam Smole, Diniz, Pessoa e Ishihara (2008, p. 09).

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisões, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao assim chamado *raciocínio lógico*. (SMOLE et al, 2008, p.09)

Portanto, trazemos e consideramos o uso dos jogos matemáticos no sentido de um se apresentar como um recurso facilitador da aprendizagem, como um recurso didático que traz capacidade de adequar um conteúdo matemático a uma metodologia de ensino, e principalmente ao espírito de reflexão, auxiliando os alunos a criarem diferentes estratégias para serem aplicadas no desenvolver da atividade, e ainda que simulem ações do dia a dia deles, possibilitando a concentração e o interesse de todos, por sentirem que podem aprender por meio de algo real e lógico, dando-se conta que não estão seguindo métodos prontos e mecânicos.

3.3 O Jogo e a Avaliação em Matemática

Em nosso trabalho docente convivemos com uma série de avaliações, temos as realizadas externamente como: Saeb, Prova Brasil, ENEM, Pisa, e as provas estaduais como o IDEB PB em nossa região. Além do mais, no nosso dia a dia da sala de aula é necessário realizarmos as avaliações internas, onde nesse sentido pretendemos diante dos diversos

métodos avaliativos verificar o desempenho de nossos alunos, para que a partir dos resultados possamos propor mudanças para a melhoria da aprendizagem e/ou até mesmo modificar a nossa própria prática caso seja preciso, a fim de nos tornamos cada vez mais comprometidos com a aprendizagem de nossos estudantes.

Muitas vezes os resultados das avaliações realizadas no âmbito nacional causam desestímulo ao corpo docente que almeja conduzir os alunos a uma aprendizagem com compreensão, isso porque os professores não veem nesses resultados frutos satisfatórios de seus trabalhos e esforços.

É nesse sentido que Nacarato (2010) discute a frequência com que se tem pensado em soluções que auxiliem os alunos a obterem melhores resultados nas avaliações, para ele a maioria das ações que visa melhorar o desempenho dos alunos, das escolas que apresentam baixo rendimento, são baseadas em atividades de classes de reforço, projeto de recuperação, atividades extraclasse, entre outros, porém dificilmente refletem os tipos de provas realizadas, o que elas permitem ou não avaliar, não questionam as limitações dessas avaliações.

Isso também acontece nas mais diversas salas de aulas de Matemática, muitos estabelecimentos de ensino se preocupam com o baixo desempenho dos alunos, mas não param para estudar o método avaliativo realizado pelo professor em sala de aula. Sabemos que não é tarefa fácil discutir sobre avaliação e esse não será nosso foco principal nesse trabalho de pesquisa, contudo dentro da Educação Matemática sentimos a necessidade de refletir intensamente os tipos de avaliação realizados e concordamos que há inúmeras maneiras de verificar o que e como os alunos aprendem. Na presente pesquisa, por exemplo, utilizamos o jogo para esse fim, realizamos duas atividades fazendo o uso desse recurso com o objetivo de analisar a compreensão de Função apresentada por alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do município de Rio tinto-PB, além do mais os estudantes tiveram um espaço para expor suas opiniões acerca do instrumento avaliativo utilizado.

As práticas avaliativas têm estado sobre diferentes olhares, e tem se apresentado de diversas formas, dependendo do entendimento de cada docente ou de cada instituição de ensino. Como educadores precisamos refletir como tem ocorrido a aprendizagem em nossas aulas, de que forma os educandos estão pensando acerca de sua própria aprendizagem e também precisamos rever, sempre que necessário, a própria prática. Para isso, precisamos criar procedimentos avaliativos que possibilitem ao aluno ter informações sobre seu aprendizado, de forma que sejam conscientes da importância de seu papel na sua

aprendizagem, que forneça ainda informações ao estabelecimento de ensino e à família do avaliado. Para Lopes (2010),

> [...] um processo de avaliação precisa explicitar os objetivos propostos para o ensino e a aprendizagem; as capacidades que se pretende desenvolver durante o processo pedagógico; e quais conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais serão desenvolvidos. (LOPES, 2010, p. 136)

O autor ao discutir sobre ações avaliativas nas aulas de Matemática afirma que, os resultados oriundos do processo avaliativo devem nos direcionar a uma adequada intervenção pedagógica, com o objetivo de melhorar a aprendizagem, e o aluno precisa rever suas ações no desenvolver dos estudos.

É comum percebermos nas aulas de Matemática práticas avaliativas que levam apenas em consideração os conteúdos conceituais, referentes a abordagem de conceitos, sendo deixados em segundo plano, ou até excluídos do processo, os conteúdos procedimentais e atitudinais, onde este segundo leva em consideração o saber fazer, e o último refere-se aos valores, normas e atitudes.

No que se refere a avaliação Matemática devemos considerar os objetivos dessa disciplina e os objetivos de cada conteúdo estudado, a fim de que possamos criar um procedimento avaliativo que contemple tais objetivos quando determinado conteúdo estiver em ação, os estudantes precisam aprender a acompanhar a construção do próprio saber, o que torna-se essencial ao ensino da Matemática, tendo em vista as dificuldades evidenciadas diante a complexidade presente no conhecimento matemático. Sabemos o quão são abstratos alguns conceitos dentro dessa ciência, entre eles está o conteúdo de Função, abordado por nós na presente pesquisa, que se apresenta fundamental a formação do cidadão e mesmo assim os alunos encontram muitas dificuldades na aprendizagem desse tema, ficando até certo ponto desmotivados.

Geralmente os alunos sentem-se desanimados quando percebem que o seu desempenho não foi considerado bom num determinado conteúdo, as vezes tem tantas oportunidades de melhorar e não se esforçam verdadeiramente, muitos atribuem esse baixo desempenho ao julgamento do professor e não procuram promover as modificações ao longo dos estudos, isso por que, como diz Muniz (2010) em uma de suas obras, os alunos não reconhecem a sua responsabilidade na própria avaliação, e não se percebem como parceiro do professor na busca dos caminhos eficazes para a melhoria da aprendizagem.

A autora enfatiza que isso muitas vezes ocorre porque algumas práticas avaliativas são centradas no professor e controladas por ele, vinculadas as suas crenças e baseadas na vivência dele enquanto aluno, fato que ocorreu com a mesma quando percebeu que suas práticas avaliativas seguiam esse modelo, e os resultados apresentavam-se muito aquém do esperado, ela relata que na sua prática as reclamações dos alunos só aumentavam no final de cada bimestre.

Muniz (2010) confessa que a partir desses acontecimentos foi ao encontro de teorias que contemplasse uma efetiva mudança, buscou mudar sua prática realizando avaliações, que se propunham compartilhar com os alunos a prática avaliativa, baseada em registros feitos pelos alunos e por ela de forma compartilhada ao longo dos bimestres.

Na presente pesquisa, os jogos utilizados assumiram o papel de instrumentos avaliativos da compreensão do conceito de Função apresentada por alunos do 1º ano do Ensino Médio, e assim como Muniz (2010), procuramos permitir que os estudantes investigados pudessem compartilhar entre eles e com a pesquisadora as informações referentes ao aprendizado de cada um, os mesmos tiveram a oportunidade de avaliar o próprio conhecimento durante o desenvolver da atividade, compartilhando uns com os outros a construção do saber.

Acreditamos que o jogo pode ser utilizado como um recurso-didático pedagógico que permite analisar os diferentes procedimentos utilizados pelos alunos, para Macedo (2009) os jogos permitem observações e análises, que podem ser feitas à medida que os alunos estão em ação no desenvolvimento do jogo aplicado. Percebemos que este método de avaliação tira o do foco da avaliação em forma de teste, onde é verificada a resposta escrita de cada aluno e deixa de lado todo processo de descoberta, de interação e socialização do conhecimento.

Acreditamos que por meio da diversidade de métodos avaliativos, dentre eles uma atividade fazendo o uso de jogos em sala de aula, podemos permitir ao aluno colocar em prática seu próprio método de resolução, auxiliando-o para que tenha autonomia em expor o que aprenderam sobre o conteúdo matemático abordado, dessa forma podemos nos aproximar de como esses estudantes estão se apropriando do conhecimento matemático.

Outro ponto positivo com relação ao uso do jogo como recurso avaliativo é o fato dele não permitir que o erro dos alunos seja algo determinante de futuros traumas no ensino da Matemática. Santos e Buriasco (2008) ao tratar da avaliação e da Educação Matemática enfatizam que geralmente os testes escolares aplicados no Ensino Médio visam contabilizar o acerto ou o erro dos estudantes, por exemplo, os testes de múltipla escolha, ou outros tipos de avaliação que, automaticamente, caracterizam os estudantes pelo que lhes falta e não pelo que

eles já têm, dessa forma tentam analisar o que os alunos sabem sobre determinado conteúdo com base nos erros deles.

Os autores nos trazem suas considerações sobre esse tipo de avaliação, onde enfatizam que,

> [...] não são analisadas as interpretações feitas pelos alunos para o enunciado da questão, as estratégias elaboradas e os procedimentos utilizados, ou seja, o "como" esses alunos lidam com as questões, quais conhecimentos eles utilizam ou constroem para resolvê-las. (SANTOS; BURIASCO, 2008, p. 87)

Concordamos com os autores quando afirmam que esse tipo de avaliação, que visa rendimentos, nos leva a ter um olhar limitado para deduzir o que os alunos sabem ou não sabem, nesse sentido devemos utilizar métodos avaliativos que nos permita uma visão mais além e propiciem reflexões sobre a aprendizagem dos alunos e a prática dos professores.

Poderíamos em nossa pesquisa aplicar um tipo de avaliação como esse, para tentar identificar o que os alunos compreendem acerca do conceito de Função, mas nosso objetivo é avaliar esse conhecimento de forma a verificar quais estratégias eles usam para lidar com questões que abordam o conteúdo de Função, como eles analisam as informações das funções graficamente, quais hipóteses eles levantam, como é a linguagem Matemática usada por eles no momento da atividade, a linguagem especifica de funções, como eles interagem e socializam o conhecimento matemático, e o jogo pode nos permitir ter esses indicativos para serem estudados e analisados.

Não queremos nesse trabalho enfatizar que uma atividade baseada no uso de jogos deve ser o único o método avaliativo usado pelo professor em sala de aula, mas acreditamos na potencialidade desse recurso para atingirmos nosso objetivo geral da pesquisa e para ser trabalhado com seriedade nas aulas de Matemática.

Portanto, utilizamos o jogo como instrumento avaliativo da compreensão do conceito de Função apresentada por alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual.

4. ASPECTOS TEÓRICOS - METOLÓGICOS

O caminho metodológico que seguimos na presente pesquisa, está descrito neste capítulo, assim como apresentamos as etapas da pesquisa, os sujeitos envolvidos e todos os instrumentos de coleta de dados utilizados. Dessa forma, os jogos utilizados como instrumentos avaliativos do conceito de Função também serão apresentados nessa sessão.

4.1 Tipologia da Pesquisa

O trabalho desenvolvido neste estudo caracteriza-se por uma abordagem metodológica qualitativa, que segundo Costa e Costa (2012) busca significados, não necessitando de representatividade amostral, trabalha com pressupostos e o pesquisador assume, nesse tipo de abordagem, o papel de interpretador da realidade, imerso no contexto. O tratamento dos dados ocorreu de forma qualitativa, tendo em vista que a análise deve se referir ao conteúdo das respostas dadas às questões abertas, como também a análise dos depoimentos dos alunos com relação à atividade proposta.

A abordagem qualitativa apresenta-se por ser aquela que procura descrever e analisar os diversos comportamentos dos fenômenos estudados em seus ambientes naturais e não necessita de quantificação. “Entendem que as ações podem ser mais bem compreendidas quando são observadas em seu ambiente habitual de ocorrência” (BOGDAN E BIKLEN, 1994, p. 48).

A pesquisa qualitativa nos permite uma análise mais profunda dos fenômenos estudados, assim uma interpretação mais intensa dos diversos comportamentos apresentados pelos sujeitos envolvidos na pesquisa. No nosso caso, a compreensão do conceito de Função por meio de uma atividade, fazendo o uso dos jogos no Ensino Médio, foi o fenômeno investigado. Essa pesquisa é constituída não só pela participação, mas também pela discussão, fazendo avançar o debate das questões abordadas no problema de pesquisa.

O referido trabalho também é classificado como um estudo descritivo e exploratório, segundo os objetivos, elaborados a partir de materiais publicados sobre a temática do estudo. O estudo descritivo, para Gil (2011) deve fazer uma descrição das características básicas dos sujeitos investigados, narrando às especificidades do grupo investigado, tais como: idade,

sexo, renda, situação cultural, dentre outros. Já o estudo exploratório, caracteriza-se por perceber o objeto numa visão geral do fato, sendo a primeira etapa de um trabalho científico ainda pouco discutido na academia.

Percebemos esse fato ao construir o referencial teórico, pois, apesar da vasta discussão sobre o uso de jogos nas aulas de Matemática, no que concerne ao emprego desse recurso didático-pedagógico voltado para o ensino e aprendizagem de Matemática em turma do Ensino Médio, ainda é pouco o número de pesquisas no âmbito nacional, considerando as bases de dados e repositórios utilizados para esse estudo.

Diante do nosso objetivo geral de pesquisa, e na intenção de alcançá-lo, optamos por trabalhar com alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Médio, tendo como recorte da Matemática, o conteúdo de Função, especificamente as funções quadráticas.

Como instrumento de pesquisa, elegemos como principais a aplicação da atividade a partir do uso do jogo, e as opiniões dadas pelos alunos participantes da pesquisa sobre a atividade proposta.

4.2 As Etapas da Pesquisa

A metodologia realizada na pesquisa foi composta por duas etapas. Primeiro fizemos uma atividade baseada no uso de alguns jogos, que focam os conhecimentos relativos ao conteúdo de Função. Nesta etapa verificamos o desenvolvimento dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio com relação ao conteúdo de Função, e suas reais dificuldades com relação ao conteúdo abordado, o que nos permitiu um embasamento maior para a discussão sobre o uso do jogo no sentido de auxiliar os alunos a interiorizarem conhecimentos do conceito de Função.

Esta etapa também pôde assumir o papel de uma atividade diagnóstica, já que nos foi permitido também perceber os conhecimentos prévios dos alunos, mas o nosso objetivo principal foi analisar a compreensão do conceito de Função por meio de uma atividade que fez uso do jogo na perspectiva da aprendizagem desse conceito, ou seja, verificamos também se o jogo nesse nível de ensino auxilia os alunos na compreensão do conteúdo abordado. Segundo Miras e Solé (1996) é através de uma atividade desse tipo, que podemos perceber quais alunos possuem os conhecimentos necessários para a aprendizagem que será proposta, assim como nos mostra informações importantes acerca das habilidades e dos conhecimentos

prévios dos alunos envolvidos na pesquisa, antes de iniciar qualquer novo processo de ensino-aprendizagem.

Os jogos selecionados abordam o conteúdo de Função Quadrática, que a partir do desenvolvimento da atividade, colhemos os dados necessários com o propósito de obtermos as respostas para o nosso problema de pesquisa. Com o objetivo de que se estabeleça uma ampla visão do conceito de Função, gerando uma aprendizagem eficaz, desencadeando habilidades e competências específicas em Matemática, trabalhamos juntos com os alunos, os seguintes jogos: Trilha do Conceito de Função, Enigma de Funções.

No segundo momento, realizamos algumas perguntas que se caracterizaram como uma entrevista, com alguns alunos participantes da pesquisa, selecionados a partir da atividade com os jogos, ou seja, aqueles que mais se destacaram na atividade, responderam algumas perguntas feitas pela pesquisadora sobre a primeira atividade proposta. Essas falas são transcritas no capítulo dos resultados e análises. Podemos ressaltar que com relação ao segundo jogo aplicado, os alunos também foram solicitados a deixar suas opiniões sobre a atividade, e assim a fizeram na folha de registro, de maneira escrita, que também traremos transcritos no próximo capítulo.

A entrevista teve como objetivo caracterizar cada sujeito envolvido na pesquisa, de acordo com suas respectivas concepções sobre a proposta da atividade realizada com a utilização do jogo, como recurso didático-pedagógico no auxílio da compreensão do conteúdo estudado. Para Gil (2011, p. 117), "pode-se definir entrevista como a técnica em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formulam perguntas, com o objetivo de obtenção dos dados que interessam à investigação".

Como docentes, durante toda a proposta didática, assumimos um papel de investigador, possuindo uma ação reflexiva diante os fatos ocorridos, compreendendo as experiências de cada aluno diante do contexto escolar, auxiliando-os a sentirem-se mais motivados, e a perceberem que a aula de Matemática não é enfadonha como muitos acham. Esperamos também ter contribuído com a ampliação do desenvolvimento mental de cada um. Sabemos que o professor regente da turma, ou qualquer outro professor, pode utilizar uma atividade como essa e realizar toda mediação possível. Nesse contexto, concordamos também com Hoffman (2009), quando diz que a mediação se dar ao relacionarmos experiências passadas às futuras, ao refletirmos sobre o estudo com a participação ativa do educando na solução de problemas, relacionando propostas de aprendizagens a estruturas cognitivas do aluno.

Realizadas as etapas citadas, partimos para a análise e interpretação dos resultados obtidos, etapa esta muito importante, pois encontramos respostas para o nosso problema de

pesquisa, assim como foi possível, através dos dados obtidos, relacionar o fenômeno estudado com diversos fatores existentes. Concordamos com Lakatos e Marconi (2009) quando afirmam que:

> Na análise, o pesquisador entra em maiores detalhes sobre os dados decorrentes do trabalho estatístico, a fim de conseguir respostas às suas indagações, e procura estabelecer as relações necessárias entre os dados obtidos e as hipóteses formuladas. Estas são comprovadas ou refutadas, mediante a análise. (LAKATOS; MARCONI, 2009, p.167)

Dessa forma, tratamos todos os dados da pesquisa de forma mais detalhada possível, para que pudéssemos ter, com maior precisão, respostas válidas para o nosso problema de pesquisa que desejamos investigar neste trabalho. Todas as perguntas da entrevista, assim como toda a atividade realizada com a utilização dos jogos selecionados são descritos no próximo capitulo, onde também traremos todos os instrumentos utilizados para a coleta de dados no final de nossa pesquisa, na parte dos apêndices.

4.3 Os Jogos Utilizados na Pesquisa

Os jogos utilizados na presente pesquisa foram selecionados pela pesquisadora, a partir de uma análise criteriosa de cada um, já que se deseja verificar seu impacto no processo de ensino e aprendizagem dos elementos que corroboram para uma efetiva aprendizagem do conceito de Função. Os jogos nos permitiram perceber sua importância no processo de avaliação da aprendizagem e, consequentemente, na construção/reconstrução do próprio conhecimento. Tais recursos utilizados neste trabalho de pesquisa possuem duas finalidades: a primeira é de verificar a compreensão do conceito de Função, dos alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, e a segunda consiste em serem utilizados como fixação do conceito institucionalizado.

Esperamos que o uso dos jogos selecionados possa auxiliar no desenvolvimento da criatividade e da autonomia, aumentando a motivação para a aprendizagem, desenvolvendo também a autoconfiança, raciocino lógico-dedutivo, concentração e a interação aluno/aluno e aluno/professor em sala de aula. Sabemos que as atividades lúdicas exercem um papel extremamente importante para a aquisição do conhecimento, conceitos e habilidades matemáticas. Entendemos ainda, que a análise dos resultados de uma atividade desse tipo e a

intervenção adequada do professor contribuem com o processo de construção e reconstrução dos conceitos relativos ao conteúdo proposto.

4.3.1 Trilha do Conceito de Função

O primeiro jogo utilizado na intervenção pedagógica foi o Trilha do Conceito de Função, um jogo apresentado por Strapason (2011), em sua dissertação de mestrado, onde deu ênfase às cartas do jogo, as situações-problemas envolvendo o conceito de Função a partir da apresentação dos dados dispostos em tabelas. Adaptamos o referido jogo de acordo com os nossos objetivos, para fins de investigação da presente pesquisa.

Dessa maneira, a fim de alcançarmos os objetivos traçados nesta pesquisa, adaptamos esse jogo, pois o nosso intuito não foi trabalhar com a compreensão do conceito de Função a partir de informações apresentadas em tabelas ou quadros. Sentimos o desejo de adaptá-lo para que pudesse estar em consonância com o segundo jogo trabalhado, Enigma de Funções, apresentado no item 4.3.2. Logo o jogo é composto por cartas-perguntas elaboradas por nós, enquanto pesquisadores.

Neste jogo o aluno tem a oportunidade de identificar elementos importantes que constituem o conceito de Função, assim como num trabalho coletivo, por meio de descobertas e discussões em grupo, ele torna-se sujeito ativo no processo de construção do conhecimento, na validação de hipóteses, na criação de conjecturas, auxiliando os colegas na busca do saber e contribuindo para a aprendizagem do conteúdo abordado.

Objetivos do Jogo

Pretende-se através dessa atividade que o aluno seja capaz de reconhecer, por meio da observação e análise de gráficos, a Função em sua forma algébrica, em sua forma gráfica e suas respectivas características, com o intuito de contribuir com a aprendizagem do conceito de Função, tornando esse processo de forma mais clara para os alunos envolvidos na pesquisa.

Assim, essa atividade tem os seguintes objetivos:

- Reconhecer o gráfico de uma Função;
- Relacionar o gráfico da Função com sua forma algébrica;
- Identificar os elementos que compõem o conceito de Função;

- Estabelecer relações entre uma Função e suas características.

Construção do Jogo

Para a realização dessa atividade são necessárias cartas-pergunta, cartas-resposta, cartas-solução, confeccionadas com papel-cartão ou cartolinas, de forma que nas cartas-pergunta devam conter, impressas ou coladas, as questões que serão respondidas pelos alunos nas cartas-solução.

Nas cartas-resposta também devem conter, impressas ou coladas, as respostas de cada carta-pergunta. A quantidade de cartas de cada categoria será de acordo com o número de alunos participantes da pesquisa. É importante ressaltar que todas as cartas devem estar numeradas de acordo com as cartas-pergunta, assim também se deve fazer para as cartas-solução. Podemos deixar claro que, com o estudo do presente jogo, decidimos não confeccionar cartas-solução, pois os alunos estariam fazendo uso de um grande número de carta, e ainda o espaço dessa carta-solução, a nosso ver, seria inviável para os alunos mostrarem suas resoluções, então elaboramos uma folha para o registro das respostas deles, contendo quadros nas cores de cada categoria das cartas-perguntas e espaços suficientes para as respostas dadas por eles, facilitando nosso processo de análise dos dados.

Além desses materiais, o jogo é composto por um tabuleiro com 30 casas em três cores diferentes, marcadores para a trilha e um dado. Adotamos a cor azul, rosa e amarelo para as casas do tabuleiro, então as cartas do jogo seguiram também essas cores. Todo o material que compõem as peças deste jogo está disponível no apêndice desse estudo.

Regras do Jogo

Em nossa pesquisa, esse jogo foi realizado em equipes de dois alunos cada uma, podendo ser adequado de acordo com o interesse do pesquisador. Cada dupla recebe um tabuleiro, um baralho contendo cartas-pergunta, um de cartas-resposta, e uma folha de registro de soluções de cada carta-pergunta com a cor indicada e espaços para possíveis ampliações de respostas.

Para início de jogo, deve-se jogar o dado para ver qual aluno irá começar, de acordo com a maior pontuação obtida no dado, assim decidido quem começa. Joga-se o dado novamente e anda para o número de casas correspondente. Se o marcador parar em uma casa azul, o aluno deve pegar uma carta-pergunta azul e ler para seu oponente, e ainda deve

respondê-la na folha de registro no quadro referente às cartas-pergunta de cores azuis e de mesma numeração. Se o marcador parar em uma casa vermelha, o aluno deve pegar uma carta-pergunta vermelha e fazer o mesmo procedimento, que também é válido para quando for o caso de pegar uma carta amarela para ser respondida.

O aluno oponente deve pegar a carta-resposta na mesma cor e de número equivalente, verificando se seu oponente respondeu correto ou não. Se a resposta estiver correta, ele deve andar três casas adiante, caso contrário, deve voltar uma casa. Para as demais rodadas, cada aluno deve seguir o mesmo procedimento. No caso de parar numa casa que não tenha mais carta-pergunta naquela cor, deve-se pegar uma carta-pergunta na cor da próxima casa, portanto, vence o jogo quem chegar primeiro ao final da trilha.

4.3.2 Enigma de Funções

O Segundo jogo é intitulado Enigma de Funções. Esse por sua vez, foi selecionado do livro Cadernos do Mathema (2008), Jogos de Matemática de 1º ao 3º ano do Ensino Médio, organizado pelas autoras Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Neide Pessoa e Cristiane Ishihara. Segundo Smole et al (2008), o jogo permite o trabalho de habilidades de leitura e interpretação de gráficos a partir das relações estabelecidas entre as diferentes funções e suas características. Para a realização desse jogo, os alunos em nossa pesquisam foram divididos em equipes de quatro pessoas, onde uma dupla joga contra a outra.

Objetivos do Jogo

Pretende-se com esse jogo que os alunos possam reconhecer os diversos elementos que compõem uma determinada Função quadrática, podendo identificar cada elemento no gráfico da respectiva Função e, ainda, possam usar a linguagem Matemática para fins de comunicação que os levem a aprendizagem do conteúdo abordado, consolidando os conhecimentos relativos ao mesmo.

Dessa forma a atividade proposta também tem os seguintes objetivos:

- Relacionar as funções quadráticas apresentadas na forma gráfica e algébrica com suas respectivas características;
- Desenvolver a linguagem Matemática própria a funções e gráficos;

- Aprimorar o raciocínio lógico-dedutivo.

Construção do Jogo

Para a realização desse jogo, foi sugerido por Smole et al (2008), em Caderno do Mathema, a construção de dois baralhos de funções, contendo 24 cartas cada um e mais um cartaz com todas essas funções fixadas, de forma que ficasse visível para os alunos das equipes formadas. No entanto, consideramos desnecessária essa quantidade de material, e até repetitivos, dessa forma elaboramos apenas um cartaz de funções para cada dupla, em boa dimensão, facilitando a visualização e a análise de cada estudante envolvido, e confeccionamos um baralho de perguntas em cor distinta do cartaz, contendo 20 cartas e numeradas em seu verso. Este último também foi sugerido pelas autoras e adicionado por nós no momento de construção da atividade.

Os alunos receberam ainda uma folha de registro contendo um quadro com a numeração correspondente as cartas do baralho de perguntas, para a anotação das respostas dadas pelos seus adversários.

Vale lembrar que o cartaz de funções traz a Função em sua forma algébrica e gráfica, já o baralho de perguntas versa sobre questões relativas às funções do cartaz, ressaltamos que as perguntas foram utilizadas para todas as funções. Usamos cartolinas e papel cartão para a confecção do material a fim de garantirmos uma melhor qualidade do material. Todo o material utilizado para este jogo também é apresentado nos apêndices do presente trabalho de pesquisa

Regras do Jogo

Cada dupla recebe um cartaz de funções e uma ficha para o registro do número da carta pergunta escolhida e a resposta da mesma, dada pelo adversário. As cartas do baralho de perguntas deverão ser embaralhadas e colocadas no centro da mesa, voltadas para baixo e o cartaz, com todos os gráficos das funções, deve estar de modo que os jogadores de cada dupla possam vê-lo.

Assim, os jogadores devem escolher uma Função do cartaz, sem que seu adversário saiba, e registrar a sua forma algébrica. Cada jogador tem que se esforçar para descobrir a Função de seu oponente. Então, o jogador, na sua vez, retira uma carta do baralho de perguntas e a faz para seu adversário. Se a Função escolhida por ele tem aquela característica,

o adversário deve responder “sim” caso contrário, deve dizer “não”. Para fins de análise, o jogador deve ser orientado a anotar a resposta dada, na folha de registro no local indicando a numeração correspondente à pergunta feita.

Diante as respostas dadas por cada dupla os alunos devem refletir qual a Função que contempla tais características, podendo até excluir as que não mais lhe interessam com base na pergunta e na resposta recebida. Dessa forma ganhará o jogo quem primeiro descobrir a Função escolhida por seu adversário.

Conforme exposto, os jogos citados foram utilizados para nos auxiliar a obter respostas significativas ao nosso problema de investigação, e também, a alcançarmos o objetivo geral da pesquisa.

4.4 A Escola e a Turma do 1º ano do Ensino Médio

As atividades foram desenvolvidas no segundo semestre do ano letivo, tendo o início no mês de julho e término no mês de setembro do ano de 2015. Por meio de uma conversa com o professor regente da turma foi possível saber que os alunos já tinham estudado o conteúdo de Função afim e Função quadrática entre os meses de abril, maio e junho, o que foi interessante para nossa pesquisa, já que os jogos trabalhados abordam um dos conteúdos citados.

Então, o professor nos cedeu alguns horários de aulas em sua turma para que pudéssemos realizar nossa pesquisa. Podemos lembrar que não foi possível realizar as atividades em dias consecutivos, e que enfrentamos algumas dificuldades para o agendamento de nossas atividades na escola, até mesmo porque outras atividades faziam parte da rotina dos estudantes, e ainda a escola também tinha passado por um período de um mês de greve, desse modo, os professores precisavam repor algumas aulas.

Contudo nos foi disponibilizado um dia a cada semana, apesar de ter acontecido diversos empecilhos no decorrer da intervenção, mas com paciência conseguimos superá-los. Dessa forma, as três primeiras aulas de cada dia da intervenção foram cedidas para a realização dessa pesquisa, juntávamo-nos uma vez a cada semana e assim tivemos contato durante quatro semanas, totalizando 09 horas-aula.

A intervenção pedagógica foi realizada numa turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no município de Rio Tinto - PB, a turma estudava no turno matutino e era composta por 21 alunos, numa faixa etária que variava entre 16 e 19 anos.

A referida turma fazia parte de uma escola localizada no centro da cidade, que oferta o Ensino Médio na modalidade regular e EJA (Educação de Jovens e Adultos). Trata-se então de uma escola de referência na cidade, que acolhe os estudantes residentes tantos na zona rural como na zona urbana.

A escola possui uma boa estrutura física, contendo biblioteca, um auditório para os eventos escolares, laboratório de informática e de robótica, porém não possui um laboratório de Matemática. Mesmo contendo alguns jogos e materiais manipulativos, vale ressaltar que alguns desses materiais, que deveriam compor o laboratório de Matemática, são mantidos guardados num armário, podendo ser utilizados de acordo com a necessidade dos professores, já que não há um espaço físico para montar esse laboratório, o que seria extremamente importante para auxiliar na aprendizagem dos diversos conceitos da referida disciplina.

Compareceram em sala de aula, no primeiro dia de atividade, apenas dezoito alunos, contudo no segundo jogo trabalhado, estavam presentes vinte alunos. A escolha pela Escola onde foram realizadas as atividades pedagógicas se deu pela nossa prioridade em contribuir para a melhoria do ensino nessa região, especificamente, nesse estabelecimento de ensino, já que a pesquisadora trabalha como técnica administrativa na secretaria escolar, e deseja poder fazer parte do processo que busca contribuir com o ensino e a aprendizagem dos alunos que fazem parte dessa escola.

Traçamos e apresentamos o perfil dos estudantes envolvidos na pesquisa, já que faz parte de um estudo descritivo, que segundo Gil (2011) procura descrever as características dos sujeitos investigados. Para iniciarmos a investigação proposta nesse trabalho, elaboramos e aplicamos um pequeno questionário com os estudantes da turma do 1º ano do Ensino Médio investigada, a fim de descrever o perfil dos estudantes que participariam de nossa pesquisa. Para isso, trazemos o perfil dos respondentes, que é mostrado na **Tabela 1**, com informações sobre gênero, faixa etária, e localidade em que residem os estudantes daquela turma.

Tabela 1: Perfil dos Participantes da Pesquisa

Discentes			
		N	**%**
Gênero	Masculino	14	66,7
	Feminino	7	33,3
Faixa Etária	Menos de 15 anos	2	9,5
	Entre 15 e 17 anos	11	52,4
	Entre 18 e 20 anos	8	38,1
	Mais de 20 anos	0	0
Área de residência	Rural	20	95
	Urbana	1	5

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

Assim, nosso primeiro contato com a turma foi durante uma única aula de 45 minutos, cedida pelo professor regente da turma, em que tivemos uma conversa informal sobre o nosso trabalho, informando-os da participação deles nas atividades elaboradas, para que os mesmos soubessem que nos próximos dias, iríamos estar juntos em algumas aulas de Matemática, como foi permitido pelo professor e pela direção da escola.

Então, nesse mesmo momento, eles receberam uma ficha contendo três perguntas objetivas, com alternativas em cada uma, da forma que apresentamos nos apêndices da pesquisa.

A partir desse questionário de entrevista ficou constatado que a maior parte da turma é do sexo masculino. Vale lembra que, nesse momento estavam presentes na sala de aula 21 alunos, onde ficou constatado que 52,4% dos alunos dessa turma tinham idades entre 15 e 17 anos, ou seja, mais da metade dos alunos dessa turma se encontra dentro da faixa etária estabelecida em uma das metas do Programa Ensino Nédio Inovador (ProEMI), que deseja a universalização do Ensino Médio até 2020, no entanto ainda existe alunos fora dessa faixa etária, como vimos na **Tabela 1**, 38,1% são maiores de 17 anos de idade.

É possível denotar também que a maior parte da turma se encontra morando na zona rural da cidade, ou seja, 95% não residem na cidade onde a escola está localizada, precisando de transportes para chegar até ela, e certamente enfrentam algumas dificuldades oriundas dessa situação.

Consideramos extremamente importante conhecer o perfil da turma com a qual trabalhamos nessa pesquisa, por que todo professor/investigador necessita de conhecimento sobre os sujeitos que irá lecionar ou investigar, afim de que percebam que talvez uma das características dos alunos possa influenciar no andamento das atividades propostas.

4.5 Instrumentos de Coleta e Análise de Dados

Foram utilizados como instrumentos para coleta de dados, os registros dos alunos em cada atividade aplicada, fazendo o uso do jogo, as gravações de áudio e uma câmera de vídeo. No momento em que os sujeitos envolvidos na intervenção apresentavam as estratégias para a resolução, fazíamos as observações necessárias, com registros de fotografias e anotações das diversas maneiras de como eles interagiam e dialogavam, enfim como reagiam diante a nossa proposta.

Em cada etapa da atividade aplicada, tivemos os registros dos alunos com relação as diversas formas de resolução que apresentaram em cada um dos dois jogos, além disso as gravações de áudio foram feitas a partir de algumas duplas, que mostraram maior participação e vontade na execução das tarefas propostas, ou seja, a dupla que percebemos o maior empenho na realização dos jogos. O quadro 1 nos mostra com mais clareza os instrumentos de coleta de dados utilizados e suas respectivas descrições em nossa pesquisa.

Quadro 1: Instrumentos de Coleta de Dados

Instrumento de Coleta de Dados	Descrição
Os Jogos e Tabelas para os registros das soluções encontradas	Analisar as diferentes estratégias dos alunos ao resolverem questões que abordam o conteúdo de Função, podendo perceber a compreensão dos mesmos com relação ao conteúdo.
Vídeo dos momentos da intervenção	Verificar a interação dos alunos quando então diante a uma atividade de jogo envolvendo um conteúdo matemático.
Gravação de Áudio	Transcrever na íntegra os áudios mais relevantes para a nossa pesquisa, fazendo anotações dos fatos importantes frente a comunicação dos alunos.
Entrevista	Conhecer as opiniões dos alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre a utilização dos jogos nas aulas de Matemática, nesse nível de ensino.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Todos esses instrumentos de coleta e análise de dados foram fundamentais a nossa pesquisa, pois diante do papel de cada um neste trabalho, foi possível fazer as observações mais relevantes possíveis ao ensino de Função e a utilização de jogos nas aulas de Matemática do Ensino Médio, assim como verificamos a compreensão dos alunos neste nível de ensino acerca de um tema tão importante e discutido atualmente pelos educadores, e desta forma todos eles contribuíram para a uma conclusão pertinente e significativa deste trabalho de pesquisa. Dando continuidade, os resultados e as análises dos jogos aplicadas são mostrados nos próximos capítulos.

5. ANÁLISE DO JOGO TRILHA DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Neste capítulo, trazemos a análise do primeiro jogo utilizado em nossa pesquisa, intitulado Trilha do Conceito de Função, realizado com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do Município de Rio Tinto, na Paraíba. Fazemos ainda as transcrições de áudios mais relevantes, discutindo alguns acontecimentos no desenvolver da intervenção.

5.1 A Vivência da Atividade

O jogo Trilha do Conceito de Função foi o primeiro que os alunos tiveram contato em nossa atividade. Lembramos que, o jogo tem por objetivo auxiliar os alunos quanto à capacidade de reconhecer, por meio da visualização e análise de gráficos, a Função em sua forma algébrica, em sua forma gráfica e suas respectivas características. O jogo foi todo confeccionado pela pesquisadora, ao mesmo tempo acreditamos que a qualidade do material é muito importante para que os alunos possam sentir-se ainda mais motivados e possuam uma postura de responsabilidade frente ao material disposto e ao manusear todas as peças do jogo. (Figura 6 – Tabuleiro e outros materiais usados no jogo).

Figura 6: Material do jogo Trilha do Conceito de Função

Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Dentre os materiais utilizados no jogo estava a ficha de registro de respostas, que foi uma de nossas adaptações, onde eles deveriam responder apenas as perguntas das cartas sorteadas. Neste cenário, iniciamos a atividade pedagógica fazendo o uso do jogo Trilha do conceito de Função, começando com uma breve reapresentação da pesquisadora à turma, em que foi explicado o que iríamos trabalhar com o primeiro jogo da nossa oficina pedagógica, nas aulas de Matemática.

Explicamos ainda que o jogo envolve um conteúdo já visto por eles com o professor regente da turma, e que gostaríamos de contribuir com a consolidação dos conhecimentos adquiridos por eles, dessa forma foi dito qual o tipo de Função iríamos trabalhar em nossas atividades.

Ao falar do conteúdo de função polinomial do segundo grau, ou função quadrática, como muitos conheciam, foi possível ver no rosto de alguns alunos uma expressão de preocupação, talvez isso tenha se dado devido a algumas dificuldades enfrentadas por eles na aprendizagem desse conteúdo, ou pela visão que os alunos têm da disciplina, considerando-a com um certo grau de dificuldade. Não podemos negar a possibilidade de ser também um comportamento normal, característico de um primeiro contato com uma professora que não é a efetiva de sua turma, levando em consideração que o novo geralmente assusta e causa na maioria das vezes, e em momentos iniciais de intervenção pedagógica ansiedade e preocupação.

No entanto, vimos que os alunos do 1º ano daquela turma apresentaram bom comportamento e aceitação pela atividade, todos ficaram presentes até o término da atividade em da sala de aula, mostrando-se atenciosos diante da apresentação de nossa proposta.

Para iniciarmos a atividade foi pedida a turma que se organizasse em equipes de dois alunos cada uma, e a partir dessa divisão foi solicitada a ajuda de alguns alunos para a distribuição do material, já que havia um número grande de cartas que compunha esse jogo, além do mais consideramos fundamental tentar envolver os estudantes em todo o processo de atividade geradora do conhecimento em sala de aula, para que os mesmo comecem a sentir-se construtores e sujeitos ativos no desenvolver da atividade.

Dessa forma, uma aluna passou entregando a cada dupla as sete cartas-pergunta rosas, outra aluna entregou as cartas-pergunta amarelas, um outro aluno ficou responsável de entregar as cartas-pergunta azuis e a pesquisadora entregou a cada dupla as cartas-resposta rosas, amarelas e azuis, referentes as cartas-perguntas.

Além disso, receberam também uma tabela para o registro das soluções de cada carta-pergunta, um tabuleiro contendo a trilha, dois marcadores em cores diferentes para poder marcar as casas da trilha, e um dado.

Ao entregarmos as cartas, percebemos que algumas duplas foram, de imediato, organizando o material em sua cadeira, antes mesmo da explicação das regras do jogo.

As cartas do jogo foram entregues em montinhos na ordem crescente em que apareciam os números, mesmo assim algumas duplas não mantiveram essa organização, outras foram ler as cartas-pergunta para ver do que se tratavam cada uma antes de começar as jogadas, mostrando-se bastantes curiosos.

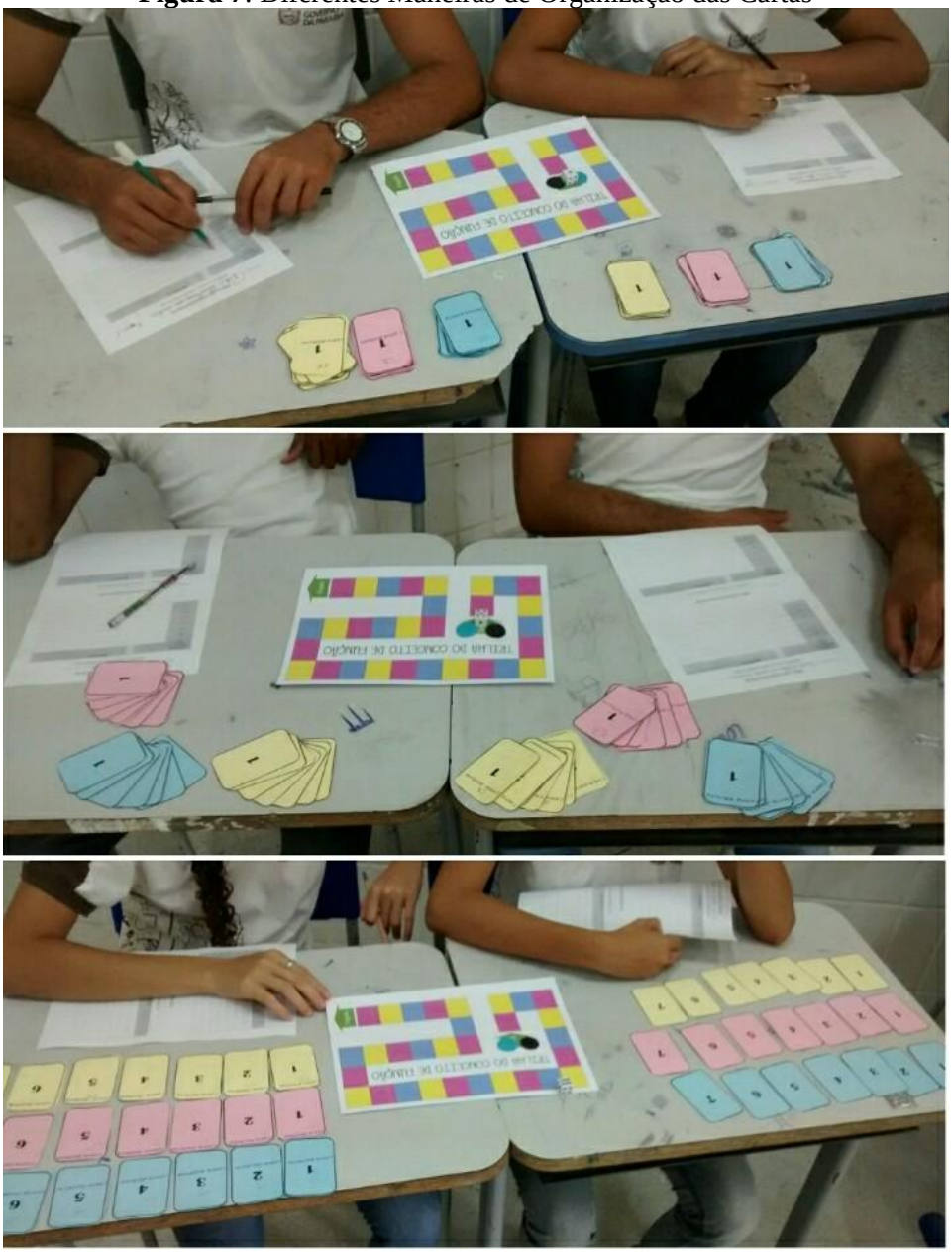
Observamos também que um dos alunos começou a observar o tabuleiro da trilha e tentou dizer como seria o jogo, sem ao menos ter ouvido as regras, também aconteceu de uma dupla demorar muito para organizar o material, e acabou misturando as cartas, ficando um pouco perdida, nesse caso precisou da ajuda da equipe vizinha para separar as cartas-pergunta das cartas-resposta e organizar o material.

O início da atividade foi um momento de apropriação do material que seria utilizado no presente jogo, as regras foram lidas em voz alta pra toda a turma, onde alguns estudantes ficaram atentos às orientações, mas até então não fizeram questionamentos, outros queriam tentar responder as perguntas antes de começar a atividade, cada um com seu jeito mostrou seu comportamento nesse momento inicial.

O fato que nos chamou atenção nesse primeiro momento foi que os alunos não mantiveram as cartas dispostas da maneira que receberam. Observamos enquanto entregávamos o material que eles foram se familiarizando com o mesmo, pegando e olhando com atenção e por fim, arrumando todas as peças do jogo.

Foi interessante observar o modo como cada equipe arrumou as cartas a sua disposição, cada uma de maneira diferente e não necessariamente permaneceram com elas em montinhos, vimos que as duplas organizaram o material do jogo Trilha do Conceito de Função da maneira que lhes fossem mais cômodos, surgiram várias formas de organização, como podemos evidenciar nas seguintes imagens que compõem a Figura 7.

Figura 7: Diferentes Maneiras de Organização das Cartas



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A partir das imagens que compõem a Figura 07 é possível ver algumas das diferentes formas de organização do material do jogo, que surgiram no desenvolver da atividade. Temos uma dupla que organizou as cartas do jogo em montinhos, mas apesar das cartas estarem dispostas dessa maneira, os alunos preferiram por manter as cartas-resposta em uma mesa e as cartas-pergunta do outro lado, em outra mesa.

Na outra imagem, ainda na Figura 7, a dupla arrumou as cartas do jogo como se fossem cartas de baralho, e por último temos uma dupla em que os estudantes espalharam as cartas na mesa possibilitando uma visão melhor de todas as cartas do jogo

As imagens mostraram que cada um optou por uma forma diferente de organização do material. Quanto a isso, os alunos foram deixados à vontade para que pudessem agir à sua maneira, e fomos percebendo que eles foram criando autonomia ao longo do jogo. Após todos terem organizado as cartas e se familiarizado com o material, foi iniciado o jogo.

O nosso primeiro passo a partir de então, foi explicar as regras do jogo, com o intuito de que todos pudessem compreender bem a atividade, e consequentemente realizar boas jogadas. Houve bastante concentração nesse momento, lembrando que o professor regente da turma permaneceu todo momento na sala de aula e o mesmo não interferiu em momento alguma de nossa investigação, ficando sentado em uma cadeira no fundo da sala, afastado dos alunos, favorecendo para que os eles não se intimidassem com sua presença.

A Figura 8 mostra um pouco desse momento inicial da atividade, quando os alunos ainda estavam iniciando suas primeiras jogadas.

Figura 8: Alunos em ação na Atividade com o jogo Trilha do Conceito de Função

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Os alunos se mostraram tímidos no início da atividade, não fazendo muitas inferências, tentando seguir sozinhos no jogo, mas não demorou muito para começarem a interagir e fazer alguns questionamentos. Mesmo com a explicação das regras do jogo, que foram lidas para toda a turma, os estudantes começaram a fazer perguntas relacionadas, ou seja, o momento inicial coberto por um sentimento de timidez não permitiu que eles questionassem alguma coisa.

Em cerca de poucos minutos, esse cenário mudou, pois foram surgindo perguntas sobre as regras do jogo e sobre como jogar, que se repetiram por várias vezes nesse momento inicial da aplicação do jogo Trilha do Conceito de Função, um exemplo disso foi quando solicitaram que novamente explicássemos a regra do jogo, e logo após as primeiras inquietações deram andamento a atividade.

A filmagem mostra que os alunos pareciam inseguros, as transcrições feitas a partir da gravação de vídeo e de áudio, evidenciam tal comportamento dos discentes. Vejamos algumas falas destacadas:

- *"Como é mesmo a regra do jogo? "*
- *" Por favor, professora explica novamente aí?*
- *"Joguei o dado e agora o que eu faço?"*
- *"Qual carta devo pegar? "*
- *"Quando eu acertar ando quantas casas mesmo? E se errar faz o que?*

A regra do jogo diz claramente, que ao jogar o dado, deve-se andar quantas casas for o número obtido no dado, e se o marcador parar em uma casa rosa, por exemplo, deve-se pegar uma carta-pergunta rosa e respondê-la.

Mesmo diante de toda essa explicação, foi possível perceber que alguns alunos demoraram um pouco para prosseguir no jogo com autonomia, isso ficou evidente quando uma das duplas, no instante em que tínhamos explicado tais regras, nos chamou para saber se estavam corretas. As alunas que faziam parte dessa dupla estavam seguindo um procedimento diferente do que foi estabelecido nas regras do jogo, pois uma das alunas estava fazendo a pergunta da carta retirada para a outra, quando o correto seria responder a carta retirada, e, como também diz a regra do jogo, o adversário deve conferir a resposta do seu colega e verificar se está correta, tendo como base a carta-resposta da mesma cor.

Pelas regras do jogo não se deve fazer pergunta ao outro, isto mudaria totalmente as regras lidas no início. Com a intenção de auxiliar tais alunas a seguirem o que era pedido no jogo, esclarecemos e reforçamos as regras nessa atividade. O que vai de acordo com o que afirmamos em nosso referencial teórico com base em Smole et al (2008), que enfatizam o fato do jogo ter regras que precisam ser seguidas e não modificadas facilmente, pois cada jogador precisa respeitá-las como um contrato aceito pelo grupo.

No decorrer da atividade, os alunos se mostraram totalmente envolvidos, a concentração e o interesse se fizeram presentes naquele momento e a interação acontecia de forma espontânea. É certo que tinham duas duplas, com base em nossas observações, que não levaram tão a sério de início, mas percebemos que com o passar do tempo e observando a postura dos demais alunos, esses que não estavam inteirados na atividade, passaram a se concentrar, e tomar gosto por aquela aula.

Um dos fatos marcantes no desenvolver desse jogo, foi o desejo que os alunos apresentaram em querer tirar dúvidas sobre o tema abordado, fazendo diversas perguntas com o intuito de esclarecer pontos importantes do estudo de Função, ou ainda seus questionamentos os direcionavam para a consolidação dos conhecimentos já adquiridos, pois algumas perguntas tinham apenas o intuito de confirmar o que eles outrora haviam compreendido.

As falas transcritas a partir das gravações refletem melhor tal percepção tida por nós nesse momento da intervenção, dentre elas destacamos as seguintes perguntas feitas pelos sujeitos participantes da pesquisa:

> - *"Professora, quando a função começa negativa, ela é côncava para baixo, né isso? "*
> - *"O que é mesmo x do vértice? Eu não estou mais lembrado. "*
> - *"As raízes da função cortam o eixo do x ou do y? "*
> - *"Quando não corta o eixo do x significa que ela não tem raízes? "*

Todos os questionamentos feitos no decorrer das atividades foram de grande valia para o nosso estudo, e são muito pertinentes para tentarmos entender como os alunos compreendem o conceito de Função, e quais as dificuldades apresentadas por eles, pois a partir delas podemos fazer considerações significativas. Acreditamos que o professor que faz uso dos jogos em sala de aula, ou de qualquer outro recurso pedagógico, pode aproveitar esse momento de descontração e interação para consolidar conhecimentos que por ventura não foram consolidados, e ainda pode refletir sobre sua própria prática, já que o jogo foi aplicado após o professor ter ministrado aulas sobre esse tema. Tudo isso vai de acordo com o que afirmam Rego e Rego (2009) ao tratar da utilização de jogos por professores que desejam facilitar o processo de ensino e aprendizagem, refletindo sobre sua própria prática.

Sabemos o quanto é difícil numa aula de Matemática, os alunos fazerem perguntas, argumentar, pedir esclarecimentos, ou tirar dúvidas, isso por que na maioria das vezes os

estudantes não se sentem à vontade para fazer inferências, ou sentem-se intimidados pelo método tradicional de ensino, em que eles são sujeitos passivos receptores de ideias, que não participam efetivamente da aula e não possuem uma postura construtiva do próprio saber. Como afirma Skovsmose (2008) em nosso estudo, é possível encontrar em grande parte das salas de aulas a educação tradicional, que para ele é baseada na execução de exercícios que por sua vez são apresentados com a ideia de que há apenas uma resposta correta, ou uma única maneira de resolução, contrapondo-se a essa ideia o autor propõe a prática da investigação, que está diretamente ligada com a Matemática crítica.

Por meio das ideias do autor citado, refletimos acerca de um ambiente educacional que permita ao aluno expor suas ideias, mostrar suas estratégias, e além do mais sentir-se à vontade para fazer os questionamentos que julgarem necessários, como ocorreu no momento do jogo. Dessa forma, podemos evitar que os alunos levem consigo dúvidas ou conceitos abstraídos de forma inadequada para toda a vida, e por meio da investigação citada pelo autor podemos propor e utilizar modelos na vida cotidiana, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Geralmente nas aulas de Matemática, mesmo quando os alunos já têm se apropriado de informações e conceitos, esperam a explicação do professor, na maioria das vezes, não confiam em sua própria maneira de pensar, têm medo de errar, e acabam desanimados dentro do processo de aprendizagem.

Na oportunidade com uma atividade lúdica que é o jogo, temos a chance de intervir de forma dinâmica, podendo auxiliar os alunos a terem uma postura mais autônoma frente ao que é aprender, e que esse aprender seja com significado. O momento em que os alunos sem medo de errar, fazem perguntas ao professor sobre o conteúdo estudado é sinal que estamos dando um passo à frente na contribuição da formação desses indivíduos, auxiliando para que eles tomem iniciativas, busquem informações que necessitam para prosseguir e sejam mais autônomos no seu próprio processo formativo.

Nesse contexto, reconhecemos que as atividades lúdicas auxiliam para o desenvolvimento de ações pedagógicas importantes, como a aquisição de conhecimentos matemáticos, desenvolvimento da escrita e da leitura, de habilidades perceptuais, como a atenção e consequentemente a memória, dentre outros. Concordamos com as ideias de Carleto (2003), trazida em nosso referencial teórico, que centra a atividade lúdica como um caminho para o processo de descoberta de habilidades e o desenvolvimento cognitivo e social do indivíduo. Acreditamos também que dessa forma os alunos aprendem a interagir com outras pessoas, compartilhando e relacionando-se.

Os sujeitos que fizeram parte da pesquisa são identificados no presente estudo como D (discentes), logo são destacados como D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D13, D14, D15, D16, D17 e D18. Sendo a equipe 1 formada pelos discentes D1 e D2, a equipe 2 por D3 e D4, a equipe 3 por D5 e D6, e assim sucessivamente, formando nove equipes, compostas por dois alunos cada uma.

No decorrer da atividade, os alunos apresentaram uma postura diferente, pois se permitiram tentar, sem se preocupar com os possíveis erros, o espírito de competitividade também se fez presente em alguns, e a curiosidade permeava toda ação, possível de ser observada perante a ansiedade dos mesmos antes de pegar uma carta-pergunta, como na fala seguinte:

> D15: *"quer ver, vou pegar uma carta bem fácil agora, e vou avançar as três casas da trilha!"*

A maneira como os estudantes se envolveram na atividade foi claramente notada, numa aula de caráter pedagógico e exploratório como essa e por meio dos questionamentos dos alunos, das dúvidas que surgiram, (e que não se intimidaram em perguntar), o professor pode entrar, nesse momento, para problematizar pontos importantes na atividade, como mediar à ação e contribuir com a construção do conhecimento, auxiliando-os a abstrair os conhecimentos matemáticos existentes em tal atividade.

Podemos lembrar que o ritmo como cada dupla jogou foi bem diferente, umas mais lentas, enquanto outras avançaram mais rápido. Vimos que a atividade proposta permite ampliar o acesso aos conteúdos, melhorar a interação, e consequentemente, facilitar o aprendizado.

Nesse contexto, ressaltamos o momento em que uma das duplas nos chamou atenção. Isso se deu diante do modo como se envolveram na atividade e pela maneira como discutiam as questões e mostravam-se empolgados. Essa equipe era formada por dois alunos que interagiram bastante entre eles, os discentes D5 e D6 foram os primeiros selecionados para colocarmos o gravador em sua mesa, pelo fato de terem apresentado um bom envolvimento desde o início da atividade. De fato, os mesmos foram os primeiros a terminar o jogo, ou seja, a alcançar a chegada da Trilha do Conceito de Função, Todas as gravações tiveram o objetivo de nos auxiliar no acompanhamento, mais de perto, das discussões ocorridas.

Ao conseguir alcançar primeiro a casa da chegada da trilha, o aluno identificado como D6, da referida equipe, nos chamou em voz alta para avisar que tinham terminado a trilha e

informar qual o jogador tinha vencido, ou melhor, quem conseguiu responder o maior número de cartas-perguntas de maneira correta e, consequentemente, avançar percorrendo as casas da trilha, chegando ao fim primeiro.

Figura 9: Equipe 3 em desenvolvimento do jogo

Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Aproveitamos esse momento, em que fomos chamados por eles, pelos alunos da Equipe 3, para fazer algumas perguntas pertinentes a nossa investigação naquela turma, tais como descrevemos a partir da transcrição dos áudios feitos com a referida equipe:

> D5: "*Terminamos o jogo e eu ganhei! "*
> Pesquisadora: "*e o que vocês acharam desse jogo? "*
> D5 e D6: "*Bom! "*
> Pesquisadora: "*o jogo é fácil, ou difícil*? "
> D5: "*Mais ou menos, tem umas perguntas fácil outras difícil*. "
> Pesquisadora: "*Teve alguma coisa no jogo que vocês já tinham estudado*? "
> D5 e D6: "*tinha sim*. "
> Pesquisadora: "*O jogo deu para ajudar na compreensão do conteúdo, para apender mais um pouco ou até mesmo revisar o conteúdo? "*
> D6: "*Deu"*
> Pesquisadora: "*Por quê*? "

> D6: “*Porque alguma coisa que a gente não viu no quadro, viu aqui, aí ajuda mais quando o professor for passar alguma coisa*. ”

O diálogo nos permite perceber a empolgação do discente D5 ao avisar que terminou o jogo e que venceu a partida, ou seja, não apenas as crianças das séries iniciais gostam de atividades como essa, de jogar em sala de aula, e não apenas elas se empolgam quando vencem, até nós adultos gostamos de jogar. Vimos que os alunos não consideraram o jogo totalmente difícil, e afirmam que o jogo ajudou na compreensão do conteúdo, pois para eles o que não foi visto no quadro viram com a atividade. Os alunos também estão ainda acostumados com as aulas expositivas por meio de escritas no quadro, logo algumas falas dos estudantes revelaram isso, mostrando que a maneira predominante de dar uma aula é com escritas no quadro didático.

Consideramos que o entendimento dos alunos acerca de qualquer metodologia de ensino utilizada em sala de aula é muito importante para que nós professores pesquisadores do ensino da Matemática possamos aprimorar nossa prática, acrescentando elementos relevantes a nossa área de estudo, e dessa forma poder conhecer um pouco do pensamento dos nossos alunos, de suas ideias, do conhecimento que estão adquirindo, de como eles aprendem, para que possamos refletir quais aspectos contribuem com a aprendizagem dos mesmos, ou ainda o que pode prejudicar a construção do conhecimento. Enfim, são inúmeras possibilidades de investigação que podemos realizar numa atividade como essa, em que as opiniões dos estudantes são apresentadas e transcritas por nós.

Percebemos também que em algumas de nossas perguntas, os alunos foram sucintos, dando respostas curtas, mas assumindo uma postura de pesquisadores insistimos em querer saber um pouco mais da opinião deles, das suas impressões acerca dessa atividade, tudo isso com o objetivo de alcançarmos os objetivos de pesquisa e de obter resultados satisfatórios com nossa intervenção pedagógica.

Após esse pequeno diálogo com a dupla que primeiro terminou a trilha, pedimos que aguardassem um pouco, pois outros alunos ainda estavam jogando. No entanto, não recolhemos o material dessa dupla e percebemos que um dos jogadores chamou a sua companheira de jogo para começar outra rodada, foi quando nos afastamos um pouco para poder observar os demais alunos que ainda não haviam terminado a trilha, contudo tentamos manter o nosso olhar a todos que ali se encontravam.

Ao nos aproximarmos de outras duplas, foi possível perceber outros acontecimentos com diálogos distintos, nesse momento o gravador era colocado próximo à outra dupla, além da câmera que filmava todo o momento em uma só gravação de vídeo.

A dupla pertencente à equipe 4, também apresentou um diálogo pertinente ao terminarem o jogo, podemos destacar os seguintes comentários:

> D7: "*esse jogo é bom! "*
> Pesquisadora: "*por que vocês gostaram do jogo? "*
> D7: "*porque foi legal! "*
> D8: "*por que é um quebra-cabeça. "*
> Pesquisadora: "*o que vocês acharam das perguntas? Havia alguma pergunta que vocês consideram muito difícil? "*
> D8: "*não, estava tudo bom, o que eu não entendia deu para entender alguma coisa*. "
> Pesquisadora: "*Havia alguma coisa relacionada com algo que vocês já tinham estudado?*
> D7: "*Tinha, tinha, a gente está estudando essa Função aqui. "*
> D8: "*e desse jeito foi mais interativo, a pessoa vai se divertindo, por que assim, a aula de Matemática não é muito boa não*. "

Diante desse dialogo, vimos um pouco da opinião desses alunos acerca desse jogo, do nível das perguntas, e até mesmo da aula de Matemática, aproveitamos o momento que um dos alunos espontaneamente falou em voz alta "*Esse jogo é bom!",* para nos aproximarmos e tentarmos identificar mais opiniões, ideias e percepções deles nessa atividade.

Vimos que em uma das falas do aluno identificado como D8 dessa equipe, ele afirma que gostou do jogo ao compará-lo com um quebra-cabeça, isso nos leva a pensar em atividades desafiadoras, assim como se caracteriza um quebra-cabeça. Os estudantes gostam desse tipo de atividade, pois os instigam, deixando os motivados e os fazem sair da monotonia da sala de aula, não queremos afirmar que todas as aulas devem ser baseadas em jogos e brincadeiras, mas que precisamos diversificar as práticas em sala de aula, trazendo um pouco do novo, um pouco de desafio, para que as atividades que fazem parte do processo de ensino não se tornem enfadonhas para os estudantes.

Vimos também que os alunos, na conversa destacada, revelam que já estudaram o conteúdo de Função, mas que dessa vez foi mais interativo, que as perguntas não estavam

difíceis, e ainda que a aula de Matemática não é muito boa. É notório que ainda existem alunos que não gostam das aulas de Matemática, e quando levamos uma atividade distinta das atividades habituais, eles percebem rapidamente a diferença entre uma aula dinâmica e uma aula usual de matemática.

Os registros também nos mostram que os alunos do Ensino Médio, especificamente da turma investigada, gostam de atividades envolvendo o uso de jogos nas aulas de Matemática, mostraram-se envolvidos, apresentando uma postura mais responsável e dando opiniões diretas do que acreditam ser verdadeiro, percebemos também que o julgamento da aula de Matemática como algo que não é agradável aos olhos dos mesmos, ainda se faz presente naquela turma.

Assim, todos os registros feitos podem nos auxiliar, enquanto professores de Matemática, e a todos que se interessam pela temática, a perceber que os alunos do Ensino Médio, mesmo sendo a maioria composta por adolescentes ou adultos, podem se interessar por atividades com jogos em sala de aula. Temos vivenciado uma geração de professores que não consideram esse recurso pedagógico como uma ferramenta útil ao processo de ensino e de aprendizagem no Ensino Médio, não acreditando ser pertinente o seu uso nesta fase escolar dos estudantes, isso porque os docentes possuem, na maioria das vezes, o entendimento de que no Ensino Médio é o momento de levar as coisas mais a sério, deixando as atividades lúdicas para a educação infantil e/ou o ensino fundamental.

Concordamos em parte com tal premissa, pois sabemos que os momentos de estudos, em qualquer fase de ensino, precisam ser levados com seriedade, mas quem disse que uma atividade matemática, fazendo o uso de um recurso didático-pedagógico como o jogo, não é uma atividade séria?

Na verdade, muitas vezes, não conhecem a potencialidade do uso de jogos nas aulas de Matemática, quando trabalhado de forma sistemática, bem planejado e coerente com os objetivos de aprendizagem traçados.

Nesse contexto, dentre os diversos diálogos analisados, trazemos este que se mostrou pertinente ao nosso estudo, mostrando algumas opiniões dos alunos com relação ao processo de estudar mais um pouco do conteúdo, por meio de uma atividade pedagógica fazendo o uso do jogo.

> D13: “*Professora eu ganhei e ela não aceitou*! ”
> Pesquisadora: “*Terminaram foi isso? ”*
> D13: “*Foi sim*. ”

D14: “*ele jogou o dado e caiu 6 pontos, isso não vale!*

Pesquisadora: “*Porque não? ”*

D13: “*só porque eu já estava próximo do fim, e com 6 pontos já cheguei no final sem precisar pegar nenhuma carta pergunta, mas eu também acertei mais perguntas que ela. ”*

Pesquisadora: “*Temos que seguir a pontuação que cai no dado, e nesse caso ele conseguiu chegar ao fim da trilha primeiro. Então me digam o que vocês acharam dessa atividade?”*

D13: “*legal”*

D14: “*bom!”*

Pesquisadora: “*e nas cartas, tinham perguntas difíceis?”*

D14: “*Mais ou menos*.”

Pesquisadora: “*como assim, qual você achou mais difícil?”*

D14: “*a carta três rosa.”*

Pesquisadora: “*Vocês já tinham estudado alguma coisa que viram aqui nesse jogo?”*

D13 e D14: “*sim”*

D13: “*Essa aqui, a 1, que pergunta a concavidade da parábola. ”*

D14: “*essa é a mais fácil de todas. Todas eu acho que a gente já estudou. ”*

D13: “*é, porque tem umas que a gente já aprendeu e outras não.”*

D14: “*essa rosa 1 também foi fácil, essa que a resposta é zero, porque quando o gráfico está aqui no meio significa que a raiz é zero, é mais ou menos assim. ”*

D13: “*eu também achei difícil a carta amarela 4. ”*

D14: “*eu achei essa rosa 4 que pergunta qual o valor de y quando x é igual a zero. ”*

Pesquisadora: “*mas vocês acham que esse jogo ajuda a aprender mais um pouco do conteúdo de Função?”*

D13: “*ajuda muito!”*

D14: “*não sei”*

D13: *“sei lá, é porque a gente aprende de uma forma diferente, aprende brincando*.”

Pesquisadora: “*e esse jogo ajuda a revisar o que vocês já estudaram”*

> D14: “*ajuda a revisar por que...”*
> D13: “*por que assim nem em casa a gente pega no assunto para estudar, as vezes nem tempo dá para olhar, de revisar os assuntos, principalmente de matemática, que assim você não grava, você tem que aprender. ”*

Chama-nos atenção, nesse diálogo várias falas desses alunos, em que constatamos que não só as crianças quando jogam não aceitam perder, e vimos no início da transcrição que uma aluna não aceitou o fato de seu colega obter um número alto ao jogar o dado e avançar as casas até a chegada sem ao menos pegar uma carta-pergunta, ou seja, há um espírito de competitividade presente nessa ação, apesar de que o vencedor estava sempre à frente, pois tinha acertado mais perguntas, por isso conseguiu chegar primeiro a casa da chegada.

Os alunos relataram também que a partir da atividade com o jogo é possível aprender de uma forma diferente, e ainda que ajuda a revisar o conteúdo visto em sala de aula, pois como bem disseram os mesmos, não estudam em casa, porque na maioria das vezes não têm tempo suficiente para isso.

Uma das falas destacadas revela a opinião de um dos alunos com relação à Matemática, enfatizando que seu ensino não é baseado na ação de memorizar, que para o aluno, os conhecimentos matemáticos “você não grava, você tem que aprender”, ou seja, podemos refletir, com base nessa afirmação, que até mesmos os alunos já estão apresentando uma consciência mais coerente com relação ao ensino da Matemática, que necessita ser pautado em ações que culminem em uma aprendizagem com compreensão, e não em gravar as regras e as fórmulas que constituem as práticas de memorização, e que se caracterizam os exercícios de fixação.

Com relação ao conteúdo de Função, os alunos enfatizam que já estudaram o conteúdo com o professor regente de sua turma, e que o jogo ajuda a revisar o que foi estudado, sendo possível aprender um pouco mais. Segundo o aluno identificado como D13, esse fato se deu porque com o jogo puderam aprender de uma forma diferente. Ainda nesse contexto, conforme o discente D14, uma das cartas, considerada mais difícil por ele, foi a carta-pergunta rosa, que dizia o seguinte: - Qual o par ordenado forma o vértice dessa Função? Lembrando que o gráfico da Função $y = -2x^2 + 4x – 3$ estava explícito nessa carta, assim como sua forma algébrica, e mesmo assim a aluna não conseguiu identificar a resposta.

Outra carta citada como difícil pelo D13 foi a carta-pergunta amarela 4, que perguntava se a soma das raízes da Função exposta era positiva e qual era o esse valor. A carta-pergunta

rosa 4 também foi citada como difícil, no diálogo, já que a mesma pergunta para que valor de y, x é igual a zero na Função.

Nota-se que algumas perguntas bem elementares, ao nosso entendimento, causaram dificuldades e dúvidas nos alunos participantes da pesquisa, também foi possível perceber que eles sentem dificuldades em analisar os gráficos das funções e em interpretá-los, em tentar entender o que aquele gráfico que dizer, quais as propriedades da Função mostrada a partir da representação gráfica, qual a relação dele com a Função escrita na forma algébrica, enfim, mesmo já tendo estudado o conteúdo, os alunos apresentam algumas deficiências na aprendizagem do conteúdo de Função e o jogo nos permitiu detectar isso.

Lembramos que o jogo Trilha do conceito de Função é composto por 21 cartas-pergunta, todas elas com perguntas relacionadas ao conteúdo de Função quadrática, e com a Função representada em sua forma algébrica e por meio do gráfico correspondente.

Levando em consideração que nem todos tiraram as mesmas cartas, pois a retirada da carta-pergunta dependia da numeração obtida no dado, e em qual casa o marcador iria parar, na rosa, na amarela ou na azul, faremos também nesse capítulo uma análise com relação a cada carta-pergunta e as respostas dadas pelos alunos.

Nossa intenção é tornar possível uma melhor compreensão do envolvimento e do aproveitamento dos sujeitos participantes da pesquisa ao responderem uma pergunta relacionada ao tema abordado, e ainda ter que refletir sobre o gráfico e/ou a forma algébrica da Função exposta em cada uma das cartas-pergunta do jogo.

Com isso, será possível identificar os aspectos relacionados à aprendizagem Matemática no que se refere aos elementos característicos do conteúdo de Função quadrática, além de nos permitir maior conhecimento sobre o tema investigado. Verificamos e trazemos ainda o quantitativo de acertos e de erros dos alunos em suas respostas. Ao final da descrição e análise de cada uma dessas cartas, compostas nas três cores utilizadas, trazendo um quando sintetizando o aproveitamento das respostas, mostrando o número de cartas retiradas para serem respondidas e o percentual de acertos.

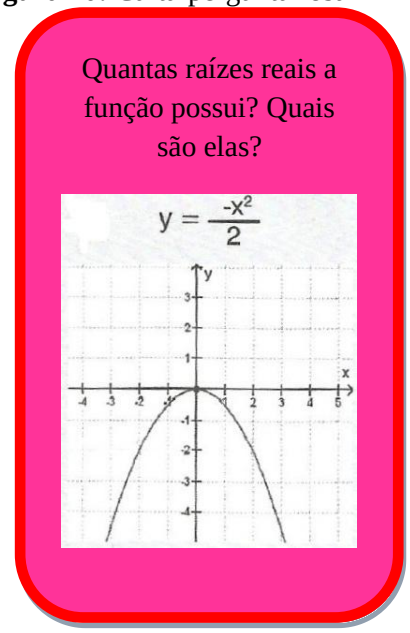
Conforme exposto, no momento da aplicação da atividade com o uso do jogo Trilha do conceito de Função compareceram à sala de aula dezoito alunos, formando nove duplas que participaram ativamente até o fim das três aulas de 45 minutos cedidas para esse momento de investigação.

Dessa forma, apresentamos a seguir cada carta-pergunta, com o intuito de permitir ao leitor desse trabalho uma melhor compreensão quando relacionamos as respostas dadas pelos alunos às cartas-pergunta presentes no jogo.

5.2 Análise das Cartas-pergunta Rosas

Dentre as três cores utilizadas nas cartas e no tabuleiro da trilha, iniciamos a análise pelas cartas de cor rosa. A Figura 10 apresenta a primeira carta analisada enquanto instrumento de coleta de dados.

Figura 10: Carta-pergunta rosa 1



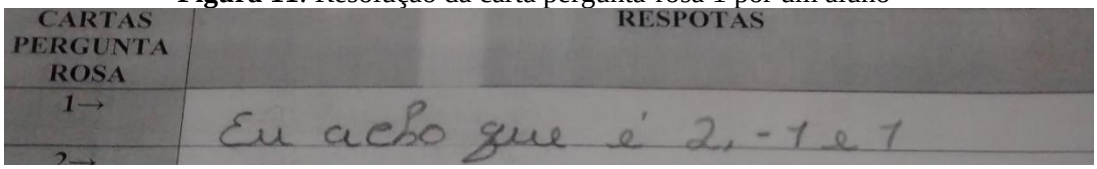
Fonte: Arquivo da pesquisa

Ficou constatado que a partir do número obtido no dado, oito alunos responderam a referida carta, dentre os quais, apenas três apresentaram resposta correta, os demais não obtiveram êxito, ou seja, responderam de forma incorreta.

Algumas respostas foram bem distantes da resposta considerada correta para esse tipo de questão, um exemplo disso foi quando uma equipe escreveu em sua tabela que as raízes da Função mostrada na carta-pergunta rosa 1 são "*1, 3 e 4"*, e outra equipe respondeu escrevendo que "*contém duas funções"*, percebe-se que esses alunos não compreenderam bem a pergunta, ou ainda precisam aprofundar alguns conhecimentos já adquiridos.

Outro aluno não hesitou em demonstrar sua insegurança na hora de responder essa pergunta, como podemos ver no seguinte recorte:

Figura 11: Resolução da carta pergunta-rosa 1 por um aluno



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Diferente do dia a dia da sala de aula, os alunos em uma atividade como essa não apresentaram medo de errar, ou de confessar o que não compreendiam. Ficou evidenciado na Figura 11 a resolução de um aluno, que mesmo não acertando a resposta não hesitou em mostrar sua insegurança a esse tipo de pergunta feita na carta, e claramente escreveu em sua resposta o que acredita ser as raízes da Função apresentada.

Vimos também a partir dos dados coletados na pesquisa, que dois alunos responderam que as raízes dessa Função eram 1 e -1. Acreditamos que os alunos que escreveram 1 e -1 como raízes da Função, se equivocaram pelo fato de na visualização gráfica, o número 1 e -1 quase tocar o gráfico da Função quadrática trazida naquela carta.

Podemos destacar dentre as respostas corretas, que um dos três respondentes foi bastante claro e objetivo ao responder tal pergunta, esse discente foi identificado por D17, e sua fala é transcrita abaixo:

D17: "*A função possui uma raiz real igual a zero".*

Não é tão fácil encontrar alunos que apresentem uma boa comunicação matemática, os mesmos estão habituados a responder as questões matemáticas apresentando apenas respostas numéricas. Esse fato é muito presente também na resolução de problemas matemáticos, quando encontramos alunos que não fazem uma leitura atenciosa da pergunta do problema e escrevem apenas o número resultante de algum cálculo feito por eles no momento da resolução, deixando de lado a função da escrita de tornar compreensível o diálogo, e ainda esquecendo um pouco da linguagem Matemática, ou até mesmo usam números que aparecem no enunciado de questões, evitando a devida e necessária interpretação textual.

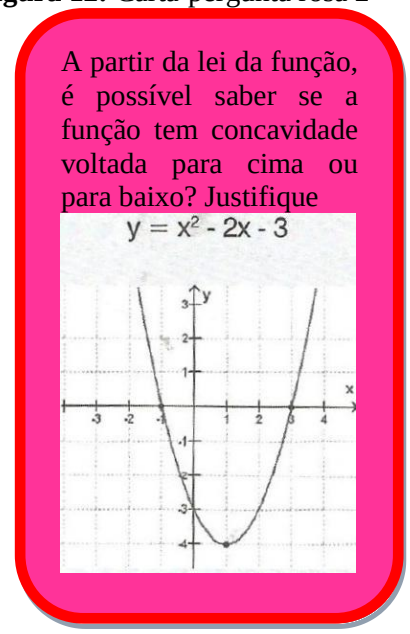
Contudo, vimos que nenhum dos alunos que responderam à carta-pergunta rosa 1 recorreram à resolução algébrica para encontrar as raízes da Função, por exemplo, nenhum utilizou alguma fórmula vista em sala de aula que os levassem a encontrar as raízes por meio de cálculos, como geralmente acontece nas aulas de Matemática, principalmente para determinar as raízes de uma Função quadrática, não sendo os cálculos o único modo de identificá-las precisamente. Sabemos que o processo de refletir o significado das raízes de

uma Função antes de determiná-las algebricamente é um passo eficaz para que a aprendizagem se desenvolva nesse conteúdo.

Nesse contexto consideramos o trabalho com fórmulas prontas ineficaz, pois estudando-as de forma isoladas, sem nenhuma aplicação real, não garante que a aprendizagem vai acontecer. Tais resultados revelam o que Zunino (1995) ressalta sobre a exposição de contas carentes de significados na apresentação de um conteúdo, o que na maioria das vezes acontece com o ensino de Função.

Dando continuidade, apresentamos na Figura 12 a carta-pergunta rosa 2, juntamente com as discussões sobre as diversas formas de respostas apresentada pelos alunos participantes da pesquisa.

Figura 12: Carta-pergunta rosa 2



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Encontramos sete respondentes dessa carta-pergunta. É possível perceber que a pergunta explicita é bem clara e elementar para ser respondida, sendo que o aluno só precisa dizer se por meio da lei Matemática da Função é possível identificar a concavidade da parábola, mesmo o gráfico estando explicito. A pergunta se refere apenas à Função representada na forma algébrica, e pede ainda que o aluno justifique a sua resposta, porém nem todas foram justificadas. Encontramos três respostas curtas entre as sete analisadas, como "*sim*" e "*não*".

Outras não tão formais apareceram entre as respondidas:

D9: *“Sim, pois a lei da função começa positiva”.*

O discente identificado por D9 não utilizou a linguagem formal da matemática, também não mostrou em sua maneira de escrever ter entendimento sobre a relação da concavidade da parábola com o coeficiente angular da Função, porém usou de suas palavras para responder, mostrando o que compreendia acerca do que foi perguntado. De acordo com as regras do jogo o aluno adversário deveria corrigir a resposta do seu oponente, este a considerou correta pelo fato do “sim” coincidir com o que estava escrito na carta-resposta, mesmo a justificativa não fazendo relação com o coeficiente angular da Função.

Para ele o fato da Função iniciar com um termo positivo já determina a concavidade da parábola, o que justifica o gráfico apresentado na carta ser uma parábola côncava para cima. Por outro lado, a resposta do aluno nos leva a pensar que se a lei da Função tivesse sido escrita como $y = -2x + x^2 – 3$, ele iria acreditar que ela era uma parábola côncava para baixo, pois, nesse caso, ela inicia-se com um termo de valor negativo.

Na prática de sala de aula já experimentamos tal situação, em que o aluno acredita que a termo **a** (coeficiente angular) na representação algébrica da Função é sempre o que é escrito no início da lei Matemática e o sinal do mesmo, definirá a concavidade da parábola.

Nesse cenário, foi encontrado um aluno que escreveu sua resposta fazendo relação com o coeficiente angular da Função, mesmo sem muitas explicações, percebemos esse fato, como vemos a seguir:

D15: *“sim, pois a > 0.”*

Por mais que o aluno não explicitou a relação da concavidade da parábola, entende-se que esse **a** mencionado por ele na resposta tem uma estrita relação com o coeficiente angular que define a concavidade do gráfico de uma Função quadrática.

Respostas sem coerência com o que foi pedido na questão também surgiu entre as respostas encontradas, tais como: “*1,3”* e “*sim porque o valor de c é negativo”*. Estes, por sua vez, não compreenderam o que se pedia na questão, ou não teve um bom desempenho no estudo do conteúdo de Função quadrática visto pela turma em sala de aula, com o professor regente da disciplina.

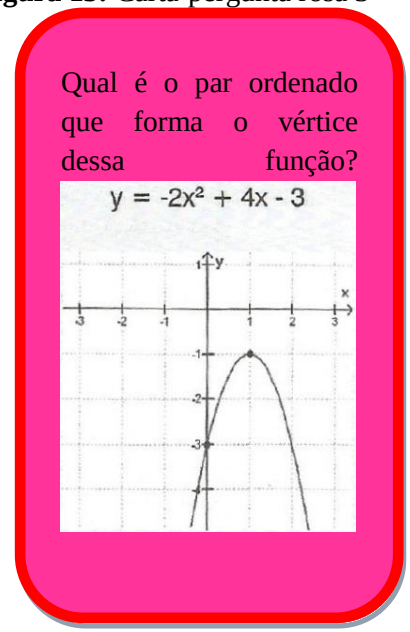
Percebemos que mesmo diante das opções de analisar a Função na forma gráfica ou na forma algébrica, alguns alunos não obtiveram êxito ao responder essas perguntas, em algumas

bastava olhar com atenção para o gráfico e, a partir do comportamento dele, identificar o que foi pedido na questão exposta nas diferentes cartas-pergunta.

A próxima carta-pergunta, ainda na cor rosa, trata de identificar nos alunos o entendimento deles com relação ao par ordenado que forma o vértice da Função exposta na carta. Dessa maneira, encontramos nos materiais de coleta de dados da pesquisa oito respondentes desta pergunta, e dentre as respostas analisas apenas duas foram consideradas corretas.

A Figura 13 ilustra o que foi pedido da carta-pergunta rosa 3.

Figura 13: Carta-pergunta rosa 3



Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Os dois alunos que responderam corretamente essa pergunta colocaram de forma sucinta na tabela de respostas: “ *V= (1, -1)* ”

Isso indica que os referidos estudantes compreenderam o que foi pedido, e através da visualização gráfica, identificaram o ponto que forma o vértice da Função, visto que nenhum deles recorreu à forma canônica para mostrar que o vértice é dado por $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.

Nesse contexto, seis alunos não conseguiram encontrar o vértice da Função dada. Esse número é considerado significativamente alto, pois se trata de alunos do 1º ano do Ensino Médio, que já viram este conteúdo em sala de aula, e que ao menos conseguem identificar elementos característicos de uma Função polinomial do 2º grau, ou seja, a conhecida Função quadrática, ou ainda não reconhecem tais elementos explícitos no gráfico da Função dada.

Dentre as respostas encontradas, podemos analisar as seguintes:

D17: *“O vértice dessa função é 24”.*

O aluno destacado não utilizou de manipulação algébrica alguma para chegar ao valor mencionado por ele, não encontramos registros de cálculo em seu material, contudo também não conseguimos ver coerência alguma em sua resposta quando relacionada com o vértice da Função dada.

Outros informaram como resposta:

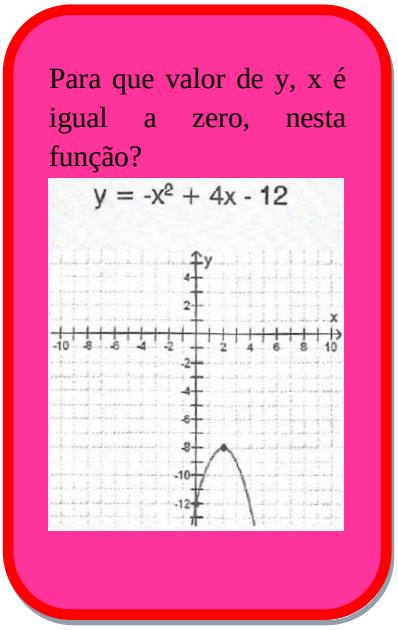
D4: “*1 e 3*”
D7: “*3 e 0*”
D12: “*O vértice é igual a zero*”.
D2: “*quadrática*”.
D6: “*Não sei*”.

Vimos que respostas insatisfatórias ocorreram, e mais uma vez, nesse tipo de atividade, aparecem alunos que não temem em dizer que não sabem. Por meio de tais evidencias, o professor pode explorar mais os elementos que os alunos mostram ter dificuldades, a fim de que sejam sanadas.

A atividade com o jogo pode subsidiar o trabalho docente, já que traz evidencias significativas do processo de ensino e de aprendizagem, nos permitindo ainda avaliar o conhecimento adquirido pelos alunos e também a nossa própria prática, nos auxiliando a repensar a metodologia utilizada em sala de aula e assumir uma mudança de postura, sempre que nossos métodos não tiverem surtindo efeitos positivos. Isso corrobora com o que o PCN+ (BRASIL, 2002) traz em seu documento, quando nos alerta que o uso do jogo favorece o desenvolvimento criativo dos alunos de forma espontânea, auxiliando-os quanto à capacidade de comunicação e expressão em sala de aula e permite também que o professor amplie seu conhecimento de técnicas de ensino.

Continuando nossa discussão e análise, apresentamos a seguir mais uma carta-pergunta, assim como trazemos as respostas dadas pelos discentes a pergunta exposta.

Figura 14: Carta-pergunta rosa 4



Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Encontramos seis respondentes desta carta-pergunta, dentre eles, dois responderam corretamente, escrevendo o -12 como resposta, ou seja, nessa Função quando x assumir zero como valor, o y será igual a -12. Outros dois alunos se aproximaram da resposta correta, pois colocaram em sua tabela de resposta o número 12, acreditamos que para estes faltou um pouco mais de atenção para perceber que se tratava de um número negativo e não positivo.

Os outros dois alunos que não conseguiram determinar o valor de y quando x igual a zero, escreveram em sua tabela de respostas as seguintes frases:

D01: "*Não compreendi*"
D18: " *Eu não entendi*"

Ao nos chamar no momento do jogo, alguns alunos questionaram o fato de não estarem compreendendo algumas perguntas, como a citada na carta anterior, foi então que percebemos a partir da carta-pergunta 4 que alguns deles apresentavam dificuldade em interpretar a pergunta, ou ainda precisavam aprofundar o estudo do tema abordado.

Dessa forma, como a regra do jogo dizia bem claro que quem acertasse uma pergunta deveria andar três casas e quem errasse deveria voltar duas, os alunos se inquietaram, pois para eles o fato de não saber responder determinada pergunta não poderia ser considerado como um erro, então consequentemente não poderiam voltar duas casas.

Outros alunos que estavam no momento da correção da resposta do adversário através da carta-resposta também se posicionaram, alegando que aqueles que colocaram “não compreendi”, por exemplo, na tabela de resposta deveriam permanecer com o marcador parado na mesma casa da trilha, nem iria avançar, nem retroceder, que da mesma forma isso também não se caracterizava como um erro de resposta, e ficava inviável a sua correção por meio da carta-resposta, para esses o problema estava na pergunta, e eles precisavam de uma explicação mais ampla, por isso a resposta dada pelos discentes D01, D10 e D18.

Este momento foi de readaptação das regras do jogo, como um acordo entre todos os participantes da atividade. Tal adaptação consistiu no fato de que quem não compreendesse a pergunta manteria seu marcador na mesma casa, este não avançaria nem voltaria nenhuma casa da trilha.

Todas as discussões no momento da atividade foram bastante pertinentes ao nosso estudo, dando um bom embasamento para a análise que fazemos no decorrer desta pesquisa. Vimos que no desenvolver do jogo, os alunos discutiram com autonomia, tentaram argumentar sobre fatos ocorridos no desenvolvimento da atividade, dando opiniões e fazendo críticas construtivas àquele momento, como relatamos no parágrafo anterior, que trata da discussão sobre a regra do jogo.

Esse e tantos outros foram momentos ricos para o desenvolvimento de habilidades importantes, como a criatividade, a autonomia, a análise de informações, a capacidade de expressar-se oralmente, bem como o espírito crítico, dentre outras. Esse fato corrobora com um dos objetivos da Matemática no Ensino Médio citado pelo PCNEM (Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Médio), que visa levar o aluno a:

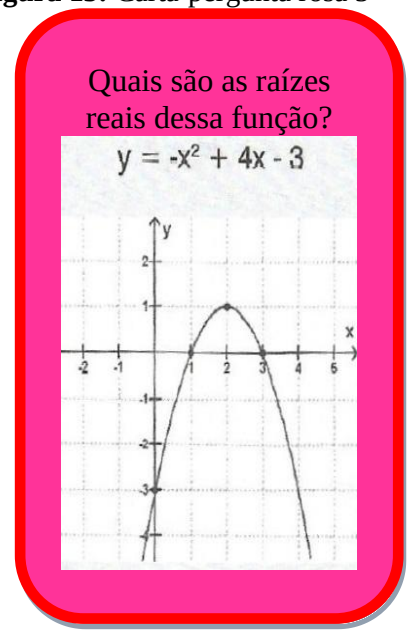
> Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade. (BRASIL, 2000, p.42).

Os alunos recorreram a uma argumentação Matemática a fim de readaptar a regra do jogo, e se utilizaram de informações explícitas pelas regras do jogo para dar opiniões de mudança da mesma.

Passando para a análise da próxima carta ainda na cor rosa (Figura 15), vimos que a maioria dos alunos que a responderam conseguiu acertar a resposta, e apenas dois estudantes mostraram total incompreensão em suas respostas. Acreditamos que a facilidade que alguns

tiveram em apresentar o que foi solicitado na carta-pergunta se deu diante o fato da pergunta desta carta ser bastante comum no estudo de Função quadrática.

Figura 15: Carta-pergunta rosa 5



Fonte: Arquivo da Pesquisa

As raízes de uma Função polinomial do segundo grau, ou Função quadrática como chamamos, são os elementos fundamentais desse tipo de Função, pois através delas podemos tirar várias conclusões, dependendo da situação Matemática em que a mesma é referência, e também a existência ou não das raízes definirá o comportamento do gráfico da Função.

Foi possível notar que os alunos que compreendem as raízes da Função polinomial do segundo grau, ou Função quadrática, como os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas no plano cartesiano, conseguiram facilmente responder essa carta-pergunta.

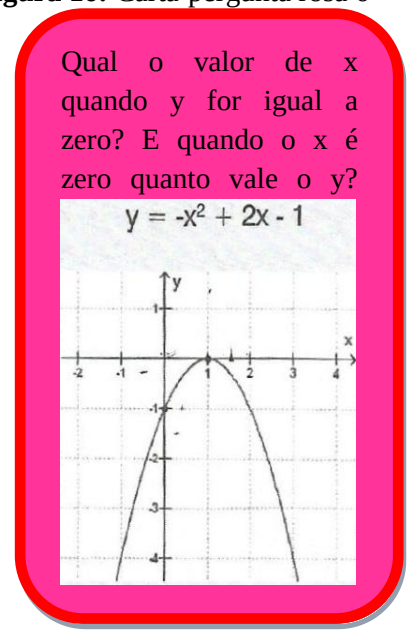
No tocante, encontramos entre os seis respondentes dessa carta-pergunta, quatro respostas corretas, ou seja, mais de 50% dos que responderam essa pergunta conseguiram êxito em suas respostas, representando em sua tabela de respostas o número *"1 e 3"* como raízes da Função apresentada na carta.

Dos dois estudantes que não conseguiram identificar corretamente as raízes estava um que escreveu o número "*4"* como resposta e o outro que respondeu afirmando que as raízes da Função eram os números *"9 e 1"*.

Já no que se refere à carta-pergunta de número 6 (Figura 16) tivemos apenas cinco alunos que a responderam, lembrando que a carta-pergunta retirada dependia da quantidade de

casas percorrida pelos jogadores e, consequentemente, da cor da casa em que o marcador parava.

Figura 16: Carta-pergunta rosa 6



Fonte: Arquivo da Pesquisa

Foi evidenciado que 3 alunos responderam corretamente, escrevendo que x é igual a 1 para y igual a zero. Essa pergunta nada mais é do que encontrar novamente as raízes da Função, que nesse caso, só possui uma raiz igual a 1.

Diante da análise dos registros dos alunos, vimos que nenhum recorreu ao cálculo para determinar o valor do discriminante, e encontrar a (s) raiz (es) da Função. Destacamos ainda, a seguinte resposta do discente identificado em nossa pesquisa por D15:

D15: “ *O valor máximo dessa função é zero*”.

De fato, o referido aluno não errou em fazer tal afirmação, pois a Função assumi um valor máximo, que é y igual a zero, ou seja, o conjunto imagem dessa Função é descrito pelo conjunto dos valores de y pertencentes aos $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), tal que y será sempre menor ou igual a zero, o que quer dizer que a Função nunca irá assumir um valor maior que zero.

No entanto, o aluno não compreendeu o que foi pedido na carta-pergunta rosa 6, que solicitava apenas o valor de x quando y fosse igual a zero. Mais uma vez faltou a interpretação precisa do aluno no que se refere à pergunta.

Por último, um aluno escreveu de forma sucinta que não compreendeu a pergunta, o que indica mais uma vez a deficiência com relação à interpretação e compreensão da linguagem Matemática descrita na pergunta exposta nessa carta.

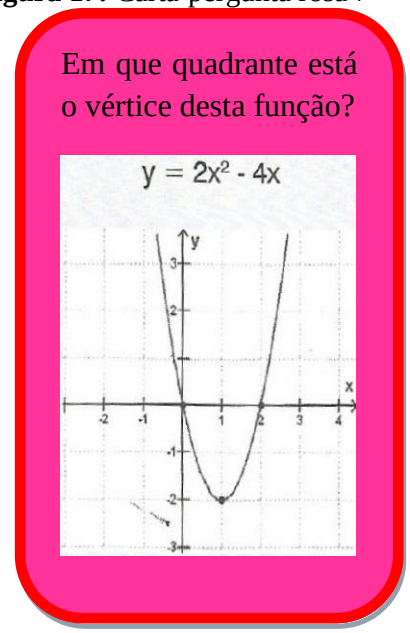
Nota-se também que a carta-pergunta rosa 6 traz duas perguntas: *Qual o valor de x quando y for igual a zero?* e *quando o x é zero quanto vale o y*?

Apenas a primeira pergunta foi respondida por todos os alunos que retiraram essa carta, no entanto, verificamos nos dados coletados na pesquisa que dos três alunos que responderam corretamente essa carta-pergunta, dois responderam também a segunda pergunta feita nessa carta, escrevendo na sua tabela de resposta que x é igual a 1 quando y é igual a zero e y é igual a -1 quando x for igual a zero. O outro aluno que também respondeu a segunda pergunta da carta escreveu apenas "*x = 1 e y = -1"* como resposta das referidas perguntas, e um aluno respondeu apenas a primeira pergunta.

Tais resultados revelam o que ressaltamos anteriormente, quando evidenciamos a dificuldade dos alunos em interpretar as perguntas feitas nas cartas, e consequentemente, em expressar-se usando a linguagem Matemática adequada.

Finalizando esse bloco de análise das cartas-pergunta rosa, trazemos a carta-pergunta rosa 7 (Figura 17).

Figura 17: Carta-pergunta rosa 7



Fonte: Arquivo da Pesquisa

Apenas dois alunos, certamente participantes de duplas diferentes, responderam à carta-pergunta rosa 7, dentre eles um (a) respondeu corretamente, afirmando que "*o vértice da*

Função está no quarto quadrante". Contudo o (a) outro (a) nos deu uma resposta insatisfatória quando respondeu dizendo que "*está no x do vértice dessa função".* Resposta esta, que não nos permitiu fazer uma análise mais precisa.

O Quadro 2 nos permite ter uma visão geral das análises feitas das cartas-pergunta rosas, auxiliando-nos a concluir qual foi a carta em que os alunos apresentaram maior dificuldade e qual foi o aproveitamento dos alunos na resolução das questões apresentadas nessas referidas cartas.

Quadro 2: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta rosas

Carta-pergunta rosa	Números de respostas	Respostas corretas	Respostas incorretas + não sei e não compreendi	Percentual das respostas corretas
1	8	3	5	37,5%
2	7	5	2	71%
3	8	2	6	25%
4	6	2	4	33,3%
5	6	4	2	66,7%
6	5	3	2	60%
7	2	1	1	50%
Total	**42**	**20**	**22**	**47,6%**

Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

A partir dos dados dispostos do quadro 2, concluímos que apenas três *cartas-pergunta rosas* tiveram um aproveitamento de menos de 50%, ou seja, dos respondentes dessas cartas, a maioria apresentou respostas incorretas, por outro lado com relação as cartas-pergunta rosas 2,5,6, e 7, mais de 50% dos alunos que as responderam conseguiram obter êxito, respondendo de maneira correta cada pergunta. Sendo que no geral das 42 cartas respondidas, tivemos um aproveitamento médio representado por 20 respostas corretas, ou seja, 47,6% de acertos.

Vimos que o aproveitamento das respostas dadas a carta-pergunta rosa 1 não foi satisfatório, pois houve mais erros do que acertos diante dos alunos que a responderam, já a carta pergunta-rosa 5, houve mais acertos, no entanto, as duas perguntas explícitas em tais cartas são bem parecidas, pois as duas buscam identificar as raízes da Função. Vejamos:

Carta-pergunta rosa 1: Quantas raízes reais a Função possui? Quais são elas?

Carta-pergunta rosa 5: Quais são as raízes reais dessa Função?

Vale lembrar que as duas cartas trazem funções distintas uma da outra, ou seja, representação gráfica também distinta, porém pedem a mesma coisa, as raízes da Função. Diante desse cenário, verificamos que apenas dois alunos responderam à carta-pergunta rosa 1

e carta-pergunta rosa 2 e os mesmos não conseguiram acertar nenhuma das duas, ou seja, há de fato um déficit na aprendizagem do conceito de Função por parte desses alunos.

Isso nos leva a concluir que se os alunos tivessem respondido corretamente a primeira, também teriam conseguido responder corretamente a quinta carta, fato que aconteceu com um aluno que também respondeu as duas perguntas, vimos que esse estudante acertou a carta-pergunta rosa 1, e também acertou a carta-pergunta rosa 5, o que significa que este não respondeu de forma aleatória, e sim em consonância com o que já tinha aprendido/consolidado do conteúdo abordado na atividade.

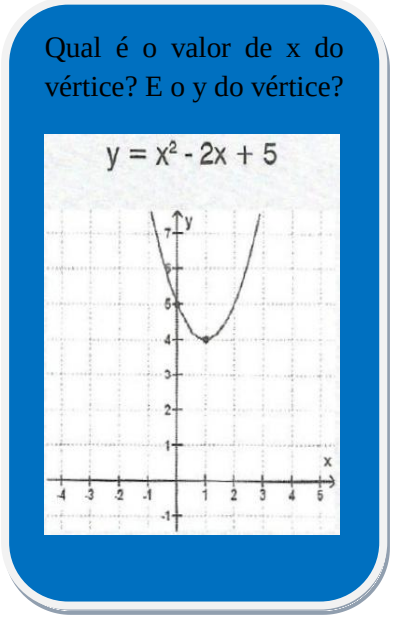
Esse fato também aconteceu com a carta-pergunta rosa 3 e 7. As duas apresentam perguntas relacionadas ao vértice da Função, em que apenas um aluno respondeu às duas cartas, obtendo resposta incorreta em ambas as cartas, os demais que acertaram a terceira carta não coincidiram em responder também a sétima carta, mas nos leva a pensar que se soubessem representar os pares ordenados que formam o vértice da Função na terceira carta, saberiam também identificar em qual quadrante estava o vértice da Função na sétima carta.

A carta-pergunta rosa 4 e 6 também tem relação de semelhança uma com a outra, já que ambas perguntam o valor de x quando y é igual a zero, e vice-versa. A primeira delas apresenta um aproveitamento de menos de 50% e a segunda mais de 50% de acertos, porém não encontramos nos dados da pesquisa, algum discente que respondeu as duas cartas ao mesmo tempo. Acredita-se que o aluno capaz de responder umas dessas perguntas e acertar o resultado, se resolvesse a outra de abordagem semelhante, também acertaria sua resposta.

5.3 Análise das Cartas-pergunta Azuis

Passamos agora a analisar e fazer uma discussão acerca das cartas-perguntas azuis, do desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio ao responderem as perguntas apresentadas nas cartas, e consequentemente, o desenvolvimento no jogo Trilha do Conceito de Função.

Figura 18: Carta-pergunta azul 1



Fonte: Arquivo da Pesquisa

Com base nas regras do jogo foi possível encontrar, nos dados da pesquisa, dez respostas dadas a essa primeira carta-pergunta da coleção azul. Dentre elas, vimos que três alunos responderam corretamente, dois deles escrevendo de maneira formal dentro da linguagem algébrica, por exemplo: "$x_v = 1$ *e* $y_v = 4$", o terceiro colocando apenas em sua tabela de resposta os números 1 e 4, que não deixa de estar correto diante da pergunta feita, contudo poderia ter explicado melhor sua resposta. Acreditamos que as resposta dos referidos alunos se deram diante da análise gráfica, pois não encontramos nenhum registro de alguma manipulação algébrica para determinar o valor do x e do y do vértice.

Consideramos um bom número de respondentes dessa carta, no entanto, dos dez estudantes que a responderam, sete não conseguiram chegar a um resultado satisfatório e ainda precisam ter mais conhecimentos sobre o conteúdo de Função, especificamente Função quadrática.

Em meio a esse cenário, surgiram respostas próximas ao esperado, em que podemos destacar duas delas, escritas de na forma algébrica, que dizia que o valor do y do vértice nessa Função era 5 e o do x do vértice era 1, esses alunos acertaram o valor do x do vértice porém não acertaram o valor do y do vértice. Talvez os mesmos tenham se equivocado pelo fato de o gráfico da Função cortar o eixo das ordenadas no ponto 5, do mesmo modo também teve alguns que afirmaram como vértice da Função o ponto (0,5), (3,5) e ainda (0,6).

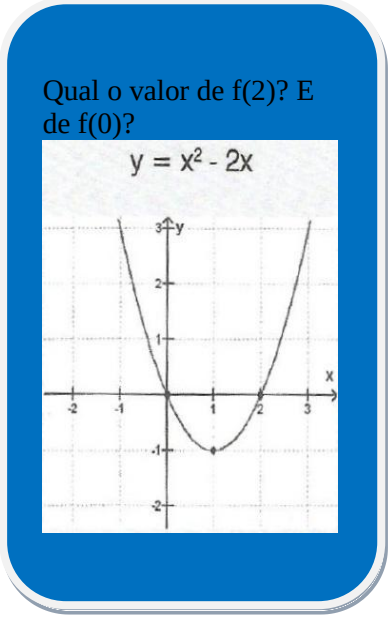
Mais uma vez, temos a presença forte da ideia do y do vértice como o ponto do eixo das ordenadas onde o gráfico passa, no caso do 6 como o valor que representa o y do vértice, pode

também ter se dado pelo fato de na visualização gráfica, o gráfico passar bem próximo do ponto y igual a 6.

Tivemos ainda duas respostas que revelaram incompreensão dos alunos, em que um aluno escreveu “não compreendi” e outro a “função é 3”, no entanto, todas os dados apresentados no processo de coleta de dados, por meio da atividade elaborada e aplicada, foram válidos para o processo de investigação da presente pesquisa, pois nos possibilitaram um olhar mais amplo para o processo de aprendizagem do estudantes, auxiliando-nos a ver mais de perto como os alunos estão aprendendo e qual a compreensão deles acerca do conteúdo escolhido para o trabalho de investigação.

Continuando essa seção das cartas categorizadas pela cor azul, passemos agora a analisar e discutir as respostas dadas pelos alunos a carta-pergunta azul 2 (Figura 19).

Figura 19: Carta-pergunta azul 2



Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Das nove respostas encontradas, vimos que três discentes acertaram, e neste momento, avançaram as três casas da trilha, como diz a regra do jogo. Os referidos alunos escreveram:

D 3: *“ f (2) = 0 e f (0) = 0”*
D 14: *“f (2) = 0 e f (0) = 0”*
D 18: *“ 0 e 0”*

Dentre os que não obtiveram êxito estavam as respostas:

D 6: “2 e -1”

D 10: “f (2) = 0 e f (0) = 2”

D 7: “f (0) = 2x, f (0) = 1”

D 11: “1 e -1”

D 15: “f (2) é 1, f (0) é 2”

D 2: “1,2”

Um número mínimo de acertos ficou evidente nesta carta-pergunta, ou seja, dos nove respondentes, apenas três responderam corretamente.

Nesse contexto, destacamos a resposta do discente identificado como D 10, que escreveu sua resposta como sendo exatamente as raízes da Função quadrática exposta na carta, o que implicou também no acerto do valor da imagem de 2, quando afirma que f (2) = 0, porém errou ao dizer que a imagem do zero é igual a 2 na Função exposta, como tanto o zero quando o número dois são raízes da Função, então a imagem de ambos é igual a zero. Se o aluno tivesse consciência de que as raízes são os zeros da Função teria identificado de imediato o valor das imagens solicitadas na questão.

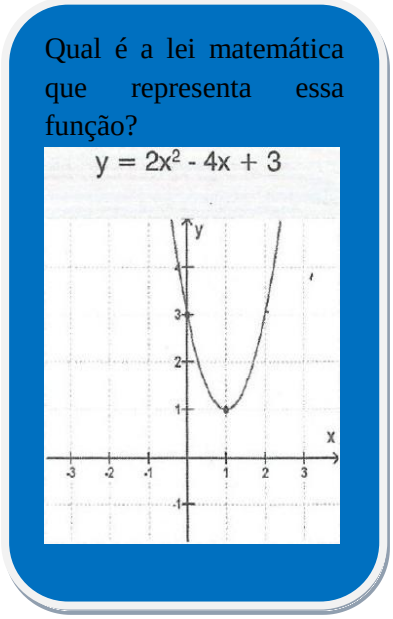
Percebemos também que os alunos, muitas vezes, davam muita ênfase aos pontos marcados no gráfico, acreditando que se tratava da resposta referente à pergunta feita na carta, como foi o caso do discente D 11, acreditamos que o aluno centrava sua atenção no ponto (1, -1), já que assim foi sua resposta.

Faltavam-lhes um pouco mais de atenção e análise para tirar conclusões significavas, e perceber que nem sempre os pontos marcados tinham alguma relação com a pergunta feita na carta, pois se assim fossem, iriam mais de encontro com respostas satisfatórias.

Por outro lado, vimos que há alunos que conseguem alcançar um bom resultado, pois não são todos que responderam a essa carta-pergunta que não conseguiram êxitos, houve aprendizagem dos elementos que compõem o conceito de Função, mesmo que de maneira mínima.

Outros fatos também foram percebidos ao analisarmos as respostas dadas a carta-pergunta azul 3, apresentada na Figura 20.

Figura 20: Carta-pergunta azul 3



Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Dos dez alunos que responderam essa carta, apenas dois tiveram suas respostas relacionadas ao que foi pedido. Esse fato é preocupante, pois um grande número de alunos não conseguiu identificar corretamente a lei Matemática que representa a Função dada na carta, em que a mesma estava explícita logo no início da carta-pergunta. Vejamos as respostas dos alunos que conseguiram identificar o que estava sendo pedido na carta retirada por eles:

D 9: “ $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$”

D 1: “ *é a fórmula*”

Conforme o exposto, um aluno escreveu a lei Matemática que representa a Função, em que também está descrita na carta, e tem sua representação gráfica exposta, e o outro aluno afirmou que a lei Matemática é a “fórmula”. Este segundo foi bastante sucinto em sua resposta, analisando bem, os dois foram sucintos, pois na folha entregue a cada um, contendo uma tabela para respostas das perguntas feita em cada carta-pergunta, havia espaço suficiente para uma justificativa, para uma manipulação algébrica, ou qualquer coisa que os levassem a chegar a uma conclusão significativa, apesar da lei Matemática estar explícita na carta.

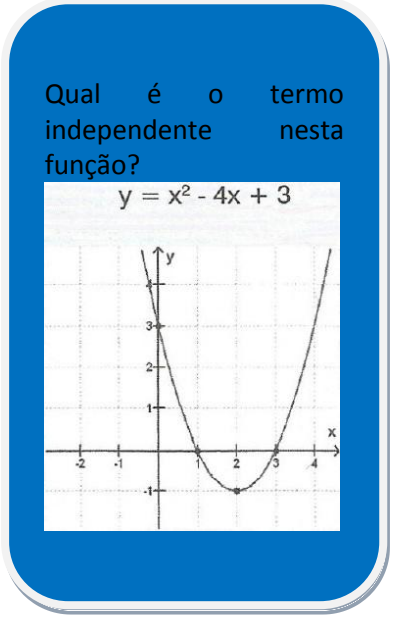
Contudo, lembramos que nenhum aluno recorreu a outro método, sabendo que os mesmos foram deixados à vontade para realizar na folha entregue o que fosse necessário durante a realização da atividade.

Dentre os oito que não conseguiram chegar à resposta correta, encontramos respostas como: “Não compreendi” e “não sei”, em três delas, “concavidade para cima”, em duas delas, e “v = -3 e -4”. Nessa última não há relação alguma com a Função exposta na carta-pergunta azul 3.

Os alunos que responderam essa carta-pergunta, citando a concavidade da parábola, também erraram, mas esse erro foi com relação ao que foi pedido na carta, ou seja, a lei Matemática da Função, já que estavam corretos quando escreveram que a Função tinha concavidade para cima, diferente dos alunos que escreveram em sua resposta “v = -3 e -4” sem alguma relação. Tais alunos responderam corretamente.

Já com relação à carta-pergunta azul 4 (Figura 21), o cenário mudou, pois 71% dos respondentes conseguiram chegar à resposta correta.

Figura 21: Carta-pergunta azul 4



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

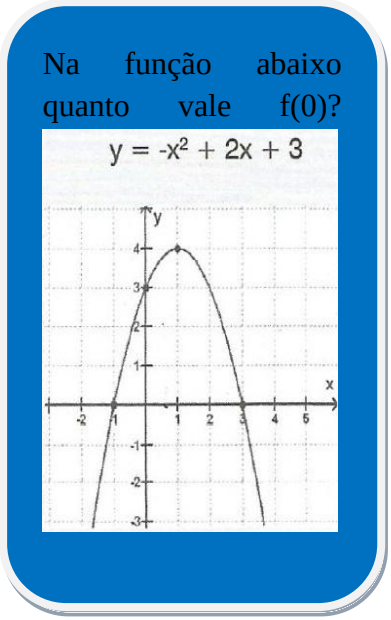
Com base nos dados coletados, cinco alunos escreveram corretamente a resposta, afirmando que o termo independente da Função é o número 3. Os outros dois respondentes apresentaram sua resposta sem alguma relação com a pergunta e com a Função trazida na carta, que foram: “o termo independente é x^{2}” e outro escreveu como resposta a expressão “x^{2} + 4”. Isso comprova que esses alunos ainda não possuem uma ampla compreensão acerca das características da Função em estudo, a Função quadrática.

Como todas as questões apresentadas nas cartas-perguntas têm uma relação umas com as outras, no que se diz respeito à abordagem do conteúdo de Função, trouxemos mais uma

carta que apresenta uma pergunta semelhante a outras já apresentadas, pois todas têm o objetivo de verificar a compreensão dos alunos quando estão diante do reconhecimento dos elementos característicos que compõem o conceito Função, especificamente Função polinomial ou Função quadrática.

Dessa forma continuaremos nossa discussão com base na Figura 22, que traz a carta-pergunta azul 5.

Figura 22: Carta-pergunta azul 5



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Dez respostas foram analisadas com relação a essa carta, onde foi possível evidenciar apenas três respostas corretas, ou seja, apenas três alunos responderam que a imagem de zero nessa Função é igual a 3. Ficou evidente que a maioria dos estudantes que pegaram essa carta em suas jogadas conseguiu respondê-la, porém a maioria não conseguiu êxito em sua resposta.

Geralmente quando falamos em imagem de um número dado grande maioria da turma mostra ter algum entendimento sobre o assunto, alguns sabendo relacionar perfeitamente, domínio e imagem de uma Função dada, outros ainda precisando aprimorar a construção do próprio conhecimento.

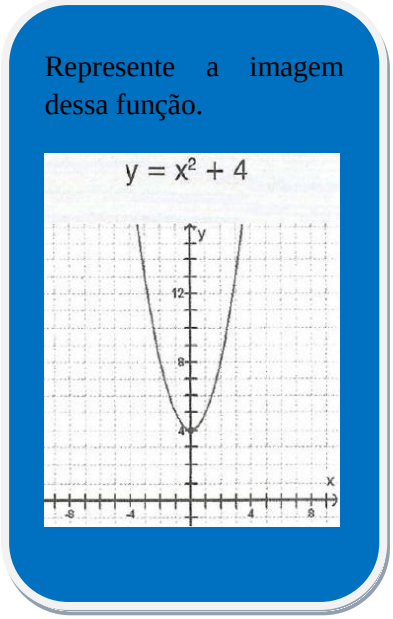
Nesse cenário, sete estudantes não conseguiram responder com precisão esta pergunta, mesmo tendo alguns que se aproximaram da resposta correta. Vimos que dos sete alunos que não responderam corretamente, quatro escreveram “f(0) = 3 ou f(0) = -1” em sua resposta, os outros três estudantes responderam dizendo que a imagem de zero nessa Função é igual a

zero. É possível pensarmos que alguns dos alunos que não conseguiram responder corretamente talvez tenham se equivocado pelo fato das raízes dessa Função serem iguais a 3 e -1, o que muitas vezes são chamadas de "zeros de uma Função", portanto confundiram com y = 0.

Se houvesse mais atenção, os alunos perceberiam que um número não poder ter duas imagens numa determinada Função, tais discentes se equivocaram ao pensar que o zero assumiria duas imagens, o número 3 e o -1, fato que fugia da condição estabelecida pelo conceito de Função, ou seja, a questão apresentada na carta deixaria de ser uma Função.

Dentro desse contexto, a carta-pergunta azul 6 (Figura 23) também abordava o estudo da imagem da Função exposta.

Figura 23: Carta-pergunta azul 6



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Sete alunos da turma do 1º ano do Ensino Médio investigada retiraram essa carta dentre as demais cartas-pergunta para responder, no entanto apenas um conseguiu representar o conjunto imagem da Função exposta na carta-pergunta azul 6. Tal aluno foi caracterizado em nossa pesquisa como D 8 (Discente 8).

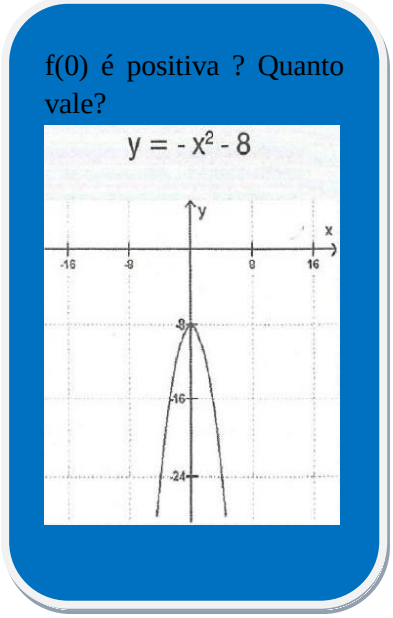
O referido aluno utilizou uma das maneiras da representação dos elementos de um conjunto, quando esse conjunto é representado pelas propriedades de seus elementos, de forma que estabeleça uma característica que caiba para todos os elementos do conjunto. Tal discente escreveu como mencionado e de maneira formal como segue:

D 8: “Im = {y ∈ ℝ / y ≥ 4 }”

Dois estudantes escreveram “não sei” e “não compreendi” como resposta, da mesma forma que também outros dois estudantes escreveram apenas o número 4 como resposta, e por último, outros dois estudantes escreveram expressões algébricas que não conseguimos encontrar coerência, alguma com o que foi pedido na questão da carta-pergunta mostrada na Figura 23. Vimos que os estudantes que escreveram apenas o número 4 em sua tabela de resposta, aproximaram-se da resposta correta e do que foi pedido na questão, porém, não se expressaram de maneira compreensível. Com essa resposta tão sucinta, fica difícil entender o que o mesmo quis dizer escrevendo apenas um número como resposta, já que o mesmo número escrito por ele é a imagem de zero na Função trazida na carta-pergunta azul 6.

Ainda no que se refere à imagem de uma Função, temos a seguinte carta, ilustrada na Figura 24.

Figura 24: Carta-pergunta azul 7



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Dos seis estudantes que responderam a essa carta-pergunta, apenas dois não responderam corretamente, pois os dois escreverem que f (0) era igual a zero. Os outros quatro estudantes deram respostas corretas afirmando que f (0) não é positiva e vale -8.

Todo o trabalho de análise das respostas dadas pelos alunos a cada carta-pergunta tem nos permitido uma ampla visão de como os estudantes do 1º ano do Ensino Médio daquela turma estão abstraindo conhecimentos inerentes à Matemática.

A fim de possibilitar uma visão geral de todas as respostas dadas as cartas-pergunta azuis, trazemos o Quadro 3:

Quadro 3: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta azuis

Carta-pergunta azul	Números de respostas	Respostas corretas	Respostas incorretas + não sei e não compreendi	Percentual das respostas corretas
1	10	3	7	30%
2	9	3	6	33,3%
3	10	2	8	20%
4	7	5	2	71,4%
5	10	3	7	30%
6	7	1	6	14,3%
7	6	4	2	66,7%
Total	**59**	**21**	**38**	**35,6%**

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

O Quadro 3 nos permite ver o resultado geral das respostas corretas e incorretas dadas a cada carta-pergunta azul, retirada pelo aluno no momento do jogo Trilha do Conceito de Função. É possível notar que ocorreu um número significativo de erros dos alunos ao responderem às cartas-perguntas azuis. Esse número aumentou consideravelmente com relação às cartas-pergunta rosas. Vale enfatizar que todas as questões das cartas-pergunta desse jogo abordavam o conteúdo de polinomial do segundo grau ou Função quadrática, vistas por eles em sala de aula com o professor regente da turma.

Ficou evidente que alguns alunos ainda não conseguem identificar elementos característicos da Função quadrática, tema abordado nessa atividade de estudo, tais quais muitos deles estavam explícitos nas cartas. Outra dificuldade é com relação à maneira de se expressar. Mesmo que a atividade não tenha requerido uma maior oralidade, já que nós também não podíamos interferir muito na atividade, pois a mesma buscou investigar o conhecimento dos alunos por meio da atividade com o jogo Trilha do Conceito de Função, havia espaços suficientes nas folhas para a coleta de dados, para expressarem-se verbalmente, e mostrarem o que entendiam por cada elemento abordado na carta-pergunta, ou seja, um pouco do seu conhecimento sobre o que era solicitado no momento

Ficou constatado o baixo desempenho que os alunos tiveram ao responder à carta-pergunta 3, como mostra o Quadro 3. Dez alunos retiraram essa carta e oito não conseguiram responder, a mesma tratava simplesmente da lei Matemática que representava a Função

exposta na carta, mas essa lei também estava exposta na carta, logo no início, antes da representação gráfica, e mesmo assim muitos alunos não a identificaram.

Outro dado alarmante é com relação carta-pergunta 6, em que apenas 1 aluno conseguiu atender o que foi solicitado, representar a imagem da Função dada, mesmo que os outros não representassem de forma tão formal como esse único aluno fez, por meio da representação por conjunto, mas esperávamos que pudessem, ao menos, escrever algo relacionado à imagem daquela Função, seja uma frase ou alguma coisa que caracterizassem o seu entendimento sobre imagem de Função, especificamente daquela Função apresentada. No entanto, apenas dois alunos escreveram algo próximo da resposta considerada correta, porém foi muito pouco para nossa análise, pois colocaram apenas o número 4 em suas respostas, em que a imagem da Função era representada por todos os valores maiores que 4.

Diante de tudo isso, temos alguns resultados positivos, como podemos observar no desempenho dos alunos ao responderem à carta-pergunta 7. A maioria acertou o resultado, ou seja, 66,7% tiveram bom desempenho. Isso nos remete ao pensamento de que em uma situação da vida quotidiana que pode ser representada por uma Função, ou ao se ver diante de um problema em que deve descobrir um valor, sabendo que cada valor de x, por exemplo, determina exatamente um valor de y, o aluno certamente se saíra bem. Contudo, cabe ao professor regente, que realiza uma atividade como essa, em que é possível detectar as dificuldades dos alunos, ampliar seu método de ensino, trazendo questões que remetam a realidade do mundo atual, situações estas que sejam desafiadoras e levem os indivíduos a compreenderem o mundo em que vivem e saibam lidar com os problemas diários, e os que por ventura apareçam em sua vida.

Outro aspecto positivo foi com relação à carta-pergunta 4, que também apenas dois alunos não conseguiram êxito em suas respostas. A pergunta exposta na carta pedia que os alunos identificassem o termo independente da Função, nesse contexto 71,4% conseguiram identificar, e avançaram na trilha do jogo aplicado, valendo lembrar que os alunos se apresentaram entusiasmados por ser tratar de uma atividade lúdica, e tinham o desejo de atender ao objetivo do jogo, percorrer primeiro as casas da trilha, e alcançar a chegada antes do seu adversário.

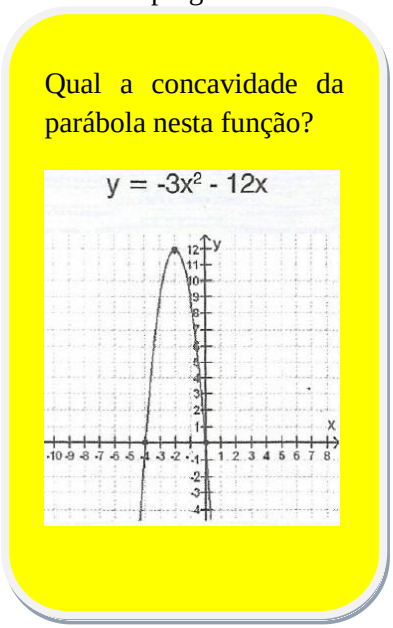
No geral, com relação às cartas-perguntas de cores azuis, evidenciamos um desempenho de 35,6% de acertos acerca das 59 cartas azuis retiradas e respondidas pelos alunos**,** ou seja, não houve nem se quer um acerto de no mínimo 50%, pois mais da metade das cartas foram respondidas de maneira insatisfatória.

Quando comparado ao resultado obtido nas cartas-perguntas rosa, vimos que o percentual de acertos foi ainda menor, pois no bloco das cartas rosas tivemos 47,6% de acertos, o que equivale a 20 cartas respondidas corretamente das 42 saídas no jogo, fato que não difere muito das cartas azuis que teve 21 cartas respondidas com êxito das 59 retiradas pelos alunos no momento da atividade.

5.4 Análise das Cartas-pergunta Amarelas

A fim de buscar um resultado ainda mais afinado, passaremos a analisar o desempenho dos alunos que retiraram as cartas-perguntas amarelas para serem respondidas durante o momento do jogo Trilha do Conceito de Função, aplicado na turma no 1º ano do Ensino Médio, assim como faremos uma discussão sobre todas as demais questões abordadas nas demais cartas do jogo. Dessa forma vejamos a partir da Figura 25.

Figura 25: Carta-pergunta amarela 1



Fonte: Arquivo da Pesquisa

Esperávamos que com essa pergunta o aluno do Ensino Médio da turma investigada pudesse expor seu entendimento acerca do comportamento da Função, no que se refere à concavidade, e que esse fato fosse notado por ele tanto a partir da representação gráfica quanto da lei Matemática da Função, exposta no topo da carta.

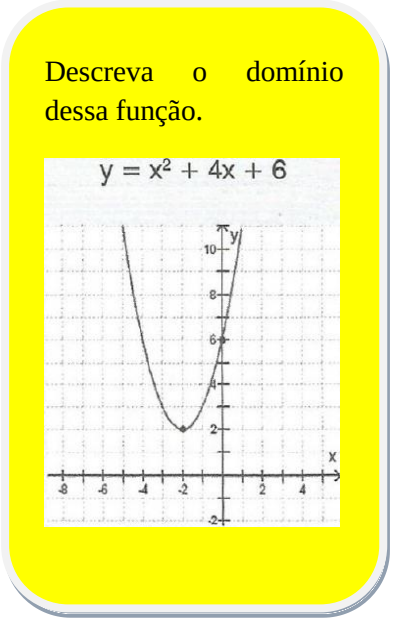
A pergunta da primeira carta pertencente ao bloco de cor amarela tratava de saber do aluno qual a concavidade da parábola da Função trazida nesse momento. Dos nove estudantes que responderam à questão, sete conseguiram obter êxito ao afirmar em sua tabela de resposta que a concavidade da parábola dessa Função é para baixo. Mas, restaram dois alunos que não conseguiram responder com sucesso, onde um deles escreveu "não sei" como resposta, e o outro simplesmente reescreveu a lei da Função: "$-3x^2 - 12x$".

O fato de o aluno dizer que não sabia qual a concavidade da parábola da Função nos chamou atenção, pois a representação gráfica da mesma estava exposta na carta, e acredita-se que todos os que já estudaram o conteúdo de Função quadrática entenda que seu gráfico é uma parábola côncava para baixo ou para cima.

Assim, também não ficou compreendido o que o estudante quis dizer ao escrever apenas a lei Matemática da Função em sua resposta, pois a mesmo não foi suficiente para expressar o seu entendimento, em talvez querer expressar a estreita relação da concavidade da parábola com a lei Matemática que a define.

Dando continuidade à nossa análise, mostramos a seguir mais uma questão abordada nesse tipo de atividade. A mesma é trazida na carta-pergunta amarela 2, como mostra a Figura 26.

Figura 26: Carta-pergunta amarela 2



Fonte: Arquivo da Pesquisa

Verificamos que também nove alunos, como na primeira carta, responderam a essa carta-pergunta, porém, não conseguimos encontrar nenhuma resposta correta da mesma. Isso

se confirma quando analisamos a resposta individual de cada aluno que a respondeu. Três alunos escreveram “não sei” ou “não compreendi” como resposta, e os demais mostramos a seguir, quando caracterizamos cada aluno (a) pela letra D (discente) e a numeração correspondente a equipe em que participava no momento da atividade em sala de aula:

D2: *“x^2 + 4x + 6*”
D18: “*6*”
D5: *“-2*”
D11: “*2 e -2*”
D9: “*eu acho que é 6*”
D16: “*As raízes reais da função é 0”*

Por meio das respostas transcritas, percebemos que nenhuma é coerente com o que foi pedido na questão da carta-pergunta amarela 2.

O primeiro discente (D2) escreve apenas a lei da Função, o seguinte (D18) responde citando o termo independente, outro (D5) dá o valor de x do vértice nessa Função, já o discente caracterizado como D11, escreve também o valor de x do vértice, porém aparece um valor igual a 2 que não faz referência a nada que foi pedido também, trata-se apenas de um ponto pertencente ao domínio da Função.

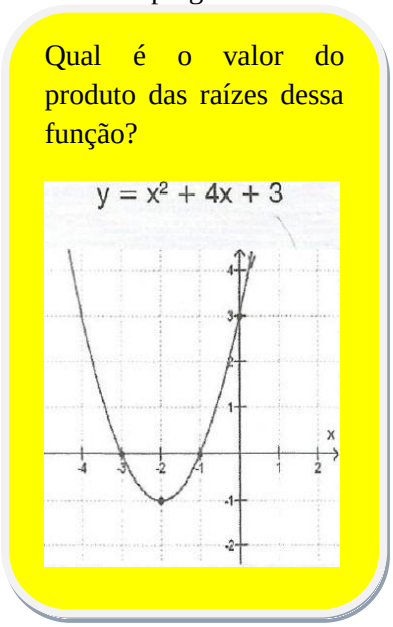
A insegurança aparece mais uma vez na atividade, quando o discente identificado por D9 escreve que não tem certeza, citando mais uma vez o termo independente da Função e, por último, o discente D16 diz que a raiz da Função é igual a zero, quando a Função apresentada na carta não possui raízes reais.

O jogo nos permitiu evidenciar esse e tantos outros resultados, que revelam a compreensão e o conhecimento que os alunos ingressantes do Ensino Médio, da escola investigada, possuem sobre o conteúdo e o conceito de Função quadrática.

A cada carta retirada no momento no jogo foram registradas diferentes respostas, por isso decidimos analisar e refletir carta a carta, trazendo os fatos mais relevantes à nossa investigação, destacando o envolvimento dos sujeitos participantes da pesquisa.

Continuando a discussão sobre as cartas-pergunta amarelas, trazemos a representada na Figura 27.

Figura 27: Carta-pergunta amarela 3



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Conforme exposto, os alunos retiravam a carta-pergunta baseado na quantidade obtida ao jogar o dado e, consequentemente, dependendo da casa em que o marcador parava na trilha: a casa rosa, azul ou amarela.

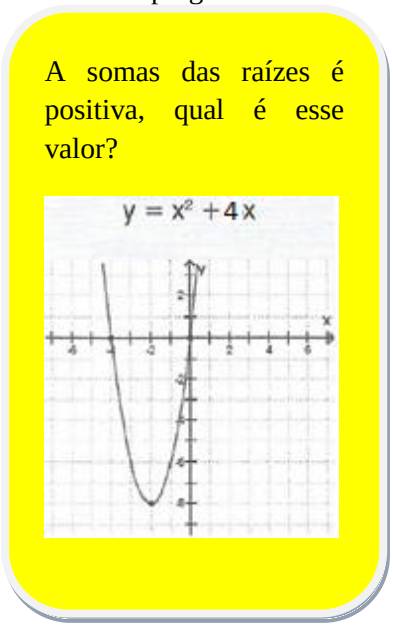
Com base em tal regra do jogo, encontramos sete estudantes que retiraram essa carta para responder, dentre esses identificamos dois deles que conseguiram determinar o valor correto. Esses, por sua vez, escreveram como resposta o número 3. Um deles escreveu por extenso a afirmação de que o produto das raízes vale 3, o outro apenas colocou o número em sua tabela de resposta.

Dentre as respostas erradas estavam as seguintes: "*vale -3", "o produto das raízes é 4", "9x²", "o valor é -6", "é igual a -4".*

Vemos que alguns estudantes escreveram como resposta a soma das raízes da Função, e não o produto. Outro errou o sinal, colocando o produto das raízes como um valor negativo, quando o mesmo é positivo, e ainda há duas respostas sem coerência com o resultado correto e com a Função exposta, como é o caso de $9x^2$ e -6 como resposta dessa carta-pergunta.

Dentro desse contexto destacamos a quarta carta amarela (Figura 28), que dessa vez abordava a soma das raízes da Função, e não mais o produto, porém o cenário do resultado também não foi muito diferente do anterior, já que não encontramos respostas correta. Houve até algumas aproximações, porém sem sucesso.

Figura 28*:* Carta-pergunta amarela 4



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Por meio da visualização gráfica ou através do cálculo, seria possível encontrar as raízes dessa Função, porém, pelo primeiro método seria mais rápido, visto que as mesmas se apresentam no gráfico como -4 e 0, no entanto, a soma é igual a -4, mesmo assim, sendo tão identificação visual, os alunos ainda não conseguiram fazê-lo.

Dentre os que não conseguiram determinar a resposta correta, estavam na tabela de respostas os valores: *-6 e -8*; *4 e -8;* e, por fim, *0 e 2*.

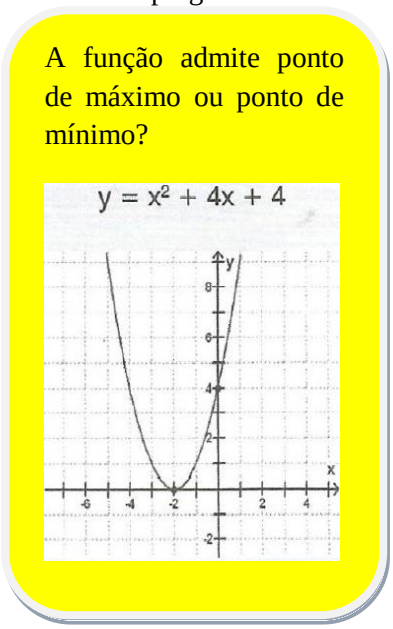
Podemos concluir que todos que retiraram essa carta para responder não compreenderam bem o que foi pedido, e ainda dois desses somaram as raízes -4 e 0 considerando a resposta como um valor positivo, como mostram nossos comentários. Esse não percebeu que a soma das raízes não resultava em um valor positivo.

Foi possível, por meio da atividade fazendo o uso do jogo, analisar como os alunos compreendiam os diversos elementos que compõem o conceito de Função. Os diferentes procedimentos utilizados por eles no momento em que estavam em ação nos permitem fazer considerações ao longo de nossas análises, como afirma Macedo (2009) em suas considerações com relação ao uso do jogo como instrumento de avaliação da aprendizagem, pois, este recurso favorece observações e possibilita análises.

Evidenciamos uma significativa mudança quando analisamos a carta-pergunta amarela 5 (Figura 29). Dos nove respondentes dessa carta, quatro tiveram sucesso em suas respostas e, consequentemente, conseguiram avançar na trilha. O restante não alcançou êxito, escrevendo

em seus registros respostas incoerentes com o que foi pedido na questão. Como exemplo disso, contatamos duas respostas em que eram apenas reescritas a lei da Função.

Figura 29: Carta-pergunta amarela 5



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Como mencionados anteriormente, diferentes respostas ocorreram com relação a essa carta-pergunta. Os quatro estudantes que acertaram, afirmaram que a Função dada admite ponto de mínimo, quando apenas três deles justificaram que esse fato acontece por que ela é côncava para cima.

No entanto, dos outros cinco estudantes três responderam que a Função admite ponto de máximo, valendo lembrar que nenhum desses justificou sua resposta.

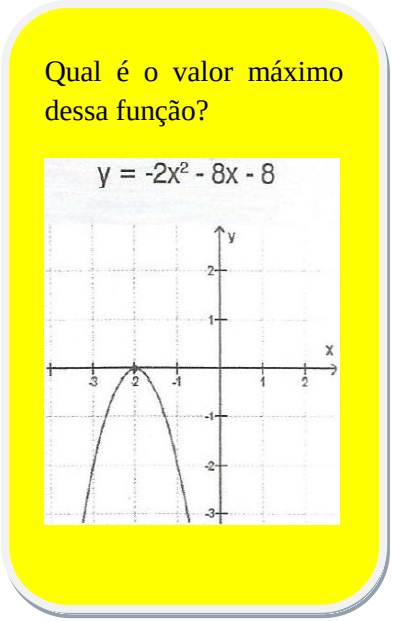
A maioria dos respondentes errou ao responder essa questão, pois a Função exposta na carta é côncava para cima e por esse motivo não poderá admitir ponde de máximo, já que ela cresce infinitamente, e limitada inferiormente atingindo um valor mínimo. Talvez os alunos tenham se equivocado justamente pelo fato dessa Função ser côncava para cima, e sempre assumir valores positivos de y, então, para qualquer número do domínio, a sua imagem será um valor positivo cada vez maior.

Muitos equívocos são encontrados na aprendizagem dos conceitos matemáticos, esses alunos já estudaram este conteúdo em série anterior e há alguns meses antes de nossa investigação, ainda assim percebemos conhecimentos construídos de forma inadequada. Entretanto eles não foram caracterizados pelos erros, a análise por meio do jogo nos permitiu uma avaliação do que eles sabem, e de como compreendem o tema em estudo, considerando

toda maneira de resolução apresentada por eles, esse tipo de avaliação é defendido por Santos e Buriasco (2008).

Dando continuidade a essa temática, trazemos a carta-pergunta amarela 6 (Figura 30), mediante a análise das respostas dadas a ela, fazendo uma discussão sobre os diferentes procedimentos encontrados.

Figura 30: Carta-pergunta amarela 6



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Esperávamos que os alunos que soubessem, na carta-pergunta anterior, dizer se a Função admitia ponto de máximo ou de mínimo, também soubessem nessa carta seguinte, identificar qual o valor do ponto máximo ou do ponto mínimo da Função apresentada.

Dessa forma, vimos que nem todos os respondentes conseguiram com segurança indicar o que foi pedido na questão. Dos oito respondentes dessa pergunta 50% conseguiram obter sucesso em suas respostas, dentre eles, dois discentes escreveram de maneira formal como segue:

D15 e D7: "*O valor máximo dessa função é y = 0*".

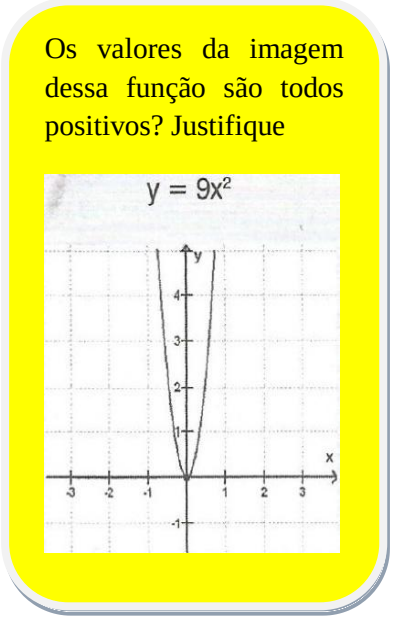
Com relação aos outros dois, um escreveu apenas "*y = 0*" e o outro afirmou que "*o máximo dessa função é zero*".

Quatro alunos ainda erraram a resposta. Acreditamos que dois deles se equivocaram quando escreveram a raiz da Função como valor máximo da mesma, já que esses colocaram

em sua tabela de resposta que "*o valor máximo da função é -2*". Os outros dois não responderam de maneira coerente, sendo que um tentou fazer alguma manipulação algébrica e chegou ao resultado que o valor máximo dessa Função era 32, e o último escreveu 40 e colocou ao lado desse valor que não entendeu a questão.

Por fim, trazemos a sétima carta-pergunta amarela (Figura 31), completando as 21 cartas-pergunta do jogo Trilha do Conceito de Função, aplicado em uma turma do 1º ano do Ensino Médio.

Figura 31: Carta-pergunta amarela 7



Fonte: Arquivo Pessoal da Pesquisadora

Com relação a essa carta-pergunta, mais de 50% dos respondentes acertaram, pois de seis respondentes quatro tiveram êxito em suas respostas. Dentre eles destacamos a resposta de alguns estudantes:

D8: "*Sim, pois Im (f) = { y ∈ ℝ tal que y ≥ 0}*"

D9: "*Sim* ≥ 0"

D13: "*Sim, porque y e* ℝ ≥ 0".

D17: "*Sim, mas justificar eu não sei*".

Podemos lembrar que o discente identificado por D8, é o mesmo que respondeu corretamente à carta-pergunta azul 6, que tratava da imagem da Função exposta na carta. O

mesmo também acertou aquela resposta, lembrando que se trata de Funções distintas, logo, as imagens das Funções também são distintas.

O discente identificado por D13 também seguiu o mesmo raciocínio, escrevendo apenas de forma diferente do discente D8. Também é possível ver que dois estudantes não souberam justificar sua resposta, mas afirmaram que os valores da imagem da Função são todos positivos.

Dois alunos não conseguiram responder a questão apresentada, onde um deles escreveu "não sei" como resposta e o outro "não compreendi".

Os alunos ainda apresentam dificuldades com relação ao ensino da Matemática, contudo por meio da atividade, e da maneira como foi aplicada, sem muitas cobranças, os alunos tentaram resolver e quando não conseguiram encontrar as respostas, não se intimidaram em dizer que não tinham compreendido. As cartas serviram para analisar o que os alunos sabiam sobre o assunto estudado.

O Quadro 4 resume todos os resultados obtidos com a aplicação do jogo Trilha do Conceito de Função, em relação às cartas-perguntas amarelas e o desempenho dos alunos em casa uma.

Quadro 4: Levantamento do Aproveitamento das Respostas das Cartas-pergunta amarelas

Carta-pergunta azul	Números de respondentes	Respostas corretas	Respostas incorretas + não sei e não compreendi	Percentual das respostas corretas
1	9	7	2	77,8%
2	9	0	9	0%
3	7	2	5	40%
4	5	0	5	0%
5	9	4	5	44,4%
6	8	4	4	50%
7	6	4	2	66,7%
Total	**53**	**21**	**32**	**39,6%**

Fonte: Arquivado pessoal da pesquisa

O Quadro 04 nos mostra de maneira geral todo o aproveitamento das respostas dadas as cartas-pergunta amarelas, e consequentemente o desempenho dos alunos nessa atividade. Com isso, é possível ver que a primeira carta foi a que teve melhor aproveitamento, 77,8 % afirmou corretamente qual a concavidade da parábola, porém não houve acertos com relação à segunda carta amarela, nenhum dos discentes conseguiu descrever o domínio da Função.

Na terceira carta houve uma pequena melhora, visto que dois estudantes encontraram corretamente o produto das raízes da Função exposta, valendo ressaltar que esse aproveitamento foi consideravelmente pequeno, com relação ao número de respondentes dessa pergunta, o que ainda se agravou quando constatamos que na carta-pergunta amarela 4 ninguém conseguiu ter êxito em suas respostas, nesse contexto, verificamos nos dados coletados na pesquisa que os alunos que responderam a terceira carta e acertaram, não retiraram em momento algum do jogo a quarta carta para responder, e os que retiraram e responderam as duas cartas no momento do jogo, não tiveram sucesso em nenhuma das duas perguntas contidas nelas, ou seja, não identificaram o produto das raízes da Função na carta-pergunta amarela 3 e nem a soma das raízes da Função na carta-pergunta amarela 4.

E assim, foi possível notar que esse cenário foi mudando. A partir da quinta carta começamos a ver os estudantes obterem mais sucesso em suas respostas. Como exemplo disso, temos as cartas-pergunta amarelas 5 e 6 que tratavam de máximo e/ou mínimo da Função apresentada na carta, sendo que a primeira tinha objetivo apenas de despertar o olhar do aluno a fim de verificar o conhecimento dele acerca desse tema dentro do conteúdo de Função polinomial do segundo grau, ou Função quadrática, como tratamos no decorrer da pesquisa, e a segunda (carta-pergunta amarela 6) solicitava que o alunos identificasse ou simplesmente indicasse em sua resposta o valor máximo da Função. Na primeira dessas ficou evidente quase 50% de acertou e na carta seguinte se efetivou os 50% de acertos.

Com base nos dados da pesquisa, vimos também que dois discentes coincidiram de retirar as duas cartas para responder. No desenvolvimento da atividade em sala de aula, os mesmos conseguiram acertar as perguntas contidas nas duas cartas.

Enfim, na última carta amarela também houve mais da metade de acertos, que foi evidenciado por um percentual de 66,7% de acertos. Podemos confessar que esperávamos mais acertos com relação às respostas dadas a cada carta-pergunta, já que a atividade foi aplicada em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, que já havia estudado o conteúdo abordado no jogo, instrumento de coleta de dados em nossa investigação.

Então passaremos agora a analisar, no próximo capítulo, outro momento de nossa investigação, ou seja, todo desenvolvimento, desempenho e aproveitamento na aplicação do jogo Enigma de Funções, que também aborda o conteúdo e o conceito de Função quadrática.

6. ANÁLISE DO JOGO ENIGMA DE FUNÇÕES

O presente capítulo apresenta o desenvolvimento e a análise do segundo jogo trabalhado na presente pesquisa, Enigma de Funções, que abordou também o conteúdo de Função quadrática. O jogo Enigma de Funções foi adaptado do livro Cadernos do Mathema: jogos de Matemática de 1º a 3º ano, uma obra voltada para o Ensino Médio. O capítulo traz o desempenho de cada equipe participante desse momento.

6.1 A Vivência da Atividade

Com relação a essa nova proposta para essa fase de ensino da educação básica, as autoras do livro Cadernos do Mathema: jogos de Matemática de 1º a 3º ano afirmam que o caderno tem a intenção de apresentar de forma sistemática algumas ideias oriundas de estudos realizados sobre recursos e temas que constituem o currículo de Matemática no Ensino Médio. (SMOLE et al, 2008).

O Enigma de Funções foi aplicado na mesma turma do 1º ano do Ensino Médio da escola pública estadual do município de Rio Tinto - PB, como mencionado em momento anterior dessa pesquisa. Essa atividade foi realizada na semana seguinte ao primeiro jogo trabalhado com esses alunos, e para esse momento tínhamos três aulas de quarenta e cinco minutos cada uma, cedida pelo professor regente da turma.

Podemos rememorar o objetivo dessa atividade, sabendo que a mesma vem auxiliar os discentes no desenvolvimento da linguagem Matemática, especificamente, a linguagem de Funções, auxiliando-os ainda a reconhecerem por meio da visualização gráfica termos e características inerentes ao conteúdo de Função quadrática. Como também, procura estimular o espírito investigativo e a curiosidade de cada um, despertando a autonomia e o processo de descoberta, atitudes extremamente importantes para a formação Matemática do indivíduo, de forma que os alunos possam ainda, por meio da atividade, fazendo o uso desse jogo, relacionar as funções quadráticas apresentadas em sua forma algébrica e gráfica.

Com essa atividade os alunos foram chamados a identificar a Função escolhida pelo seu oponente de acordo com as características dadas por ele. Nesse contexto, para darmos início ao desenvolvimento desse jogo, organizamos a turma em equipes, onde os discentes foram

divididos em grupos de quatro pessoas, na qual uma dupla jogava contra outra dupla. Vale lembrar que diferente da atividade anterior, nessa estavam presentes 20 alunos.

A Figura 32 ilustra o momento inicial da atividade fazendo o uso do jogo Enigma de Funções.

Figura 32: Alunos em desenvolvimento no jogo Enigma de Funções

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Podemos lembrar que também diferente da atividade anterior, essa foi realizada no laboratório de informática da escola. Decidimos por isso, pelo fato do espaço físico ser maior, e por haver mesas e não cadeiras individuais, favorecendo a maior interação entre os alunos.

A turma se mostrou entusiasmada com a atividade, envolvendo-se bastante durante todo o momento. Os alunos demoraram um pouco para entrar no ritmo do jogo, tentando seguir as regras estabelecidas e explicadas por nós no momento inicial de nosso encontro, em que cada equipe recebeu um baralho de perguntas sobre Função, com 20 cartas (vide apêndice), e cada dupla da equipe recebeu um cartaz contendo cartas de funções representadas por sua forma algébrica e gráfica, nesse cartaz as cartas de funções estavam dispostas uma ao lado da outra. Os alunos também receberam uma folha para o registro das respostas dadas pela dupla adversária.

Então, cada dupla deveria escolher uma Função do cartaz sem que a dupla oponente pudesse vê-la, e registravam a forma algébrica da Função escolhida na folha de registro recebida por eles, contendo uma tabela para a anotação das respostas dos oponentes (vide

apêndice), com isso cada dupla deveria descobrir a Função escolhida pela dupla adversária. Dessa forma, jogamos até o fim do primeiro horário na escola, ou seja, até o término do tempo que nos foi disponibilizado, já que nos foram cedidas às três primeiras aulas e, ao fim dessas aulas, a dupla que tivesse descoberto o maior número de funções da dupla oponente era considerada a vencedora.

Os alunos decidiram quem começava, e, na sua vez, cada dupla retirava uma carta do baralho de perguntas e a fazia a dupla oponente. O oponente deveria responder apenas sim ou não como resposta, e os jogadores deveriam excluir as funções que não tinham as respectivas características. Dessa forma, jogaram todos os alunos participantes da pesquisa naquele momento de investigação.

Algumas transcrições de áudio feitas por meio de vídeo gravado no momento da atividade mostram a relação que os estudantes faziam com o jogo anterior, e a colaboração entre eles também se fez presente, pois estavam sempre querendo ajudar um ao outro a identificar o que era pedido e, consequentemente, responder com segurança cada pergunta feita.

Os estudantes continuam sendo identificados nesse momento de análise por D (discente) e a numeração correspondente a equipe em que faziam parte. As falas destacadas a seguir evidenciam os primeiros questionamentos feitos pelos estudantes

> D4: "*Professora vem aqui, para ver se estamos fazendo certo! "*
> D3 e D4: "E*les fizeram essa pergunta e a gente não sabe responder.* "
> Pesquisadora: "*Qual foi a pergunta? Leiam por favor*! "
> D3 e D4: "*O produto das raízes é positivo?* "
> D1: *"eu já falei para eles, que essa pergunta estava no jogo da semana passada, e é só ver as raízes da função e multiplicar.".*

A partir do diálogo dos alunos percebemos que um deles lembrou que essa pergunta também foi feita no jogo anterior, mas lá os alunos tinham que responder na íntegra, em sua tabela de respostas, e agora só deveriam dizer sim ou não de acordo com Função escolhida por eles.

É possível perceber a iniciativa do discente D1 em querer ajudar a dupla, visto que deu até informações sobre o que deveria fazer para responder determinar o produto das raízes pedido na carta. Esse fato se repetiu várias vezes, onde presenciamos, em alguns momentos,

os alunos querendo ajudar os colegas a identificar outros elementos pedidos nas perguntas de diferentes cartas, para então responder sim ou não com mais segurança.

Nesse contexto, vimos que alguns alunos sentiram dificuldades em prosseguir na atividade, pois os mesmos, muitas vezes, chamavam-nos para tirar dúvidas do conteúdo no momento da investigação.

Como para a realização dessa atividade organizamos a turma em equipes, as quais destacamos como Equipe 01, Equipe 02, Equipe 03, Equipe 04 e Equipe 05, faremos agora uma descrição de todo o processo desenvolvido entre elas, assim como veremos o desenvolvimento de cada uma dessas equipes no momento do jogo Enigma de Funções, fazendo uma análise dos resultados obtidos através do desempenho de todos os discentes envolvidos nesse na execução desse jogo.

Iniciaremos pela Equipe 01, mostrando todo o desenvolvimento dos alunos participantes desse grupo, assim como tentaremos evidenciar as principais dificuldades enfrentadas por eles. Da mesma maneira pretendemos fazer para as demais equipes participantes desse segundo momento de atividade

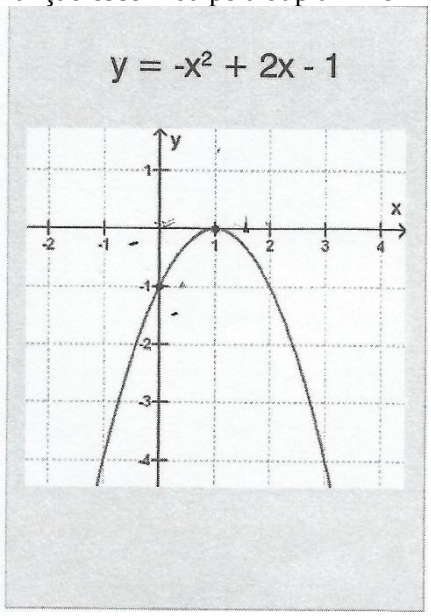
6.2 Desenvolvimento da Equipe 01

Conforme exposto, compareceram em sala e participaram da atividade 20 alunos, os quais formamos equipes com 4 alunos cada uma, sendo uma dupla jogando contra a outra. A partir dessas informações, iniciamos essa análise por meio da verificação do desempenho de cada equipe nesse momento de investigação, para isso vejamos a situação vivida pela equipe 1, composta pelos discentes D1, D2, D3 e D4.

Sabemos que pelas regras do jogo cada dupla deveria escolher uma Função do cartaz de funções e registrar sua forma algébrica na folha de registro recebida, sem que a dupla oponente pudesse ver. Alguns demoraram a fazer essa escolha, outros rapidamente a fizeram.

Foi possível constatar, a partir dos dados coletados na folha de registro das respostas, que os discentes identificados por D1 e D2 escolheram Função do cartaz representada na Figura 33 e registraram sua forma algébrica, como diz a regra do jogo.

Figura 33: Carta de Função escolhida pela dupla D1 e D2 da Equipe 01



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Os alunos registraram na tabela, no espaço indicado, a forma algébrica dessa Função, e receberam algumas perguntas da dupla oponente, que conseguiu, ao final da atividade, identificar a Função escolhida por eles. Dessa forma, destacamos algumas dessas perguntas, já que constam suas respostas, em nossos arquivos de coleta de dados, tais perguntas foram:

- Carta pergunta 1: O produto das raízes é positivo?
- Carta pergunta 3: f (0) é positivo?
- Carta pergunta 5: f (0) = 0?
- Carta pergunta 9: c < 0
- Carta pergunta 15: A Função é toda positiva?
- Carta pergunta 16: A Função é positiva entre as raízes?

Vimos que com relação à primeira pergunta os discentes identificados por D1 e D2 responderam corretamente afirmando que "*sim*", já com relação à pergunta de número 3, eles erraram, pois também responderam "*sim*", quando f (0) não é um valor positivo. Para a pergunta de número 5 os estudantes responderam "não" também acertando, pois realmente f (0) não é igual a zero na Função escolhida por eles.

A nona questão do baralho de perguntas era muito similar a terceira e a quinta, pois ao procurar a imagem de zero, só restaria o termo independente, ou seja, o que chamamos de termo independente numa Função polinomial do segundo grau, o que também seria elementar identificar através da visualização gráfica, pois o valor do termo independente numa Função quadrática é visto por eles em sala de aula como aquele que corta o gráfico no eixo do y.

Mesmo assim, os estudantes responderam "*não*" para a pergunta de número 9, sendo que o valor do termo independente é, certamente, um valor menor que zero.

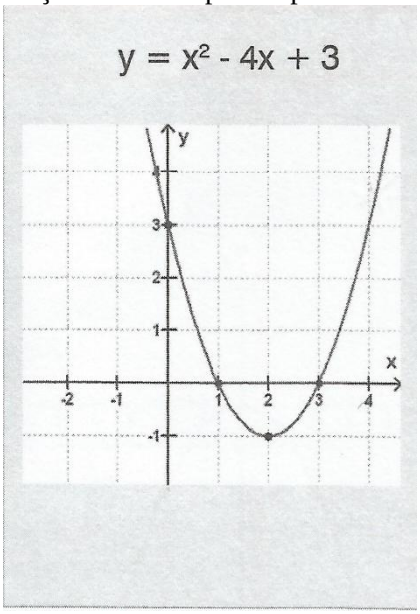
Os discentes acertaram também a décima quinta pergunta do baralho de perguntas, pois responderam "não", já que a Função não é completamente positiva. Por fim, a carta pergunta 16 foi respondida com um "*sim*".

Diante desses fatos, constatamos que os discentes oponentes a essa dupla, especificamente identificados por D3 e D4, conseguiram encontrar em seu cartaz a Função escolhida pela dupla adversária, mesmo a dupla não tendo respondido corretamente todas as perguntas feitas a eles. Tudo isso ficou constatado nos registros de coleta de dados da presente pesquisa.

No entanto, essa foi a única dupla da equipe 1 que conseguiu ser vencedora no jogo, alcançando o objetivo da atividade, já que a dupla formada pelos discentes D1 e D2 não conseguiu obter sucesso em suas jogadas, não encontrando a Função escolhida pelos seus adversários no jogo.

Dessa forma, temos que os discentes identificados por D3 e D4, os adversários da dupla mencionada anteriormente, e vencedores dessa equipe, escolheram dentre as funções exposta no cartaz, a seguinte carta de Função da Figura 34.

Figura 34: Carta de Função escolhida pela dupla D3 e D4 da Equipe 01



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Vimos que os discentes D1 e D2 fizeram oito perguntas a dupla oponente, enquanto essa dupla, com apenas seis perguntas, conseguiu identificar a Função escolhida pelos discentes D1 e D2. No entanto, agora é o momento de verificar se essa primeira dupla da

equipe 01 conseguiu também identificar a Função dos discentes D3 e D4, quando constatamos que para eles não foi possível obter sucesso. Vejamos as oito perguntas respondidas por D3 e D4.

- Carta pergunta 2: f (1) é zero?
- Carta pergunta 4: O produto das raízes é negativo?
- Carta pergunta 6: O vértice está no eixo das abscissas?
- Carta pergunta 13: O vértice está no 3° quadrante?
- Carta pergunta 14: A Função tem duas raízes reais e iguais?
- Carta pergunta 17: A parábola corta o eixo y em ordenada positiva?
- Carta pergunta 18: A soma das raízes é positiva?
- Carta pergunta 19: A Função admite ponto de máximo?

Para as respostas dadas a essas perguntas, percebemos que os referidos discentes responderam algumas delas de maneira incorreta, tais quais destacamos como sendo as perguntas de número 6, 13 e 19, ou seja, das oito perguntas feitas, eles conseguiram responder corretamente cinco delas. Os discentes D3 e D4, com base na Função escolhida por eles, afirmaram na pergunta de número 6 que o vértice da Função estava no eixo das abscissas, onde podemos ver, através da Figura 34, que isso não acontece.

Com relação à pergunta 13 que também tratava de saber algo sobre o vértice da Função, os alunos também erraram, pois afirmaram que o mesmo estava no 3º quadrante, quando de fato, o vértice da Função escolhida por eles se encontra no 4º quadrante. E por fim, afirmaram na décima nona pergunta do baralho de perguntas, que a Função admitia ponde de máximo, é fácil ver que a Função exposta na Figura 34 é côncava para cima, logo admite ponto de mínimo.

Na realidade os estudantes responderam corretamente o maior número de perguntas endereçadas a eles, mas ainda significa um número de acertos muito pequeno levando em consideração o nível das perguntas e o fato dos estudantes dessa turma já terem se estudado esse conteúdo em sala de aula. Por conseguinte, os discentes caracterizados em nossa pesquisa por D1 e D2 não conseguiram identificar a Função escolhida pelos descentes D3 e D4.

É possível perceber que os conhecimentos relacionados ao conteúdo de Função precisam ser consolidados, ou revistos pelos alunos, pois eles ainda se encontram com deficiência em relação à aprendizagem Matemática desse conteúdo.

O fato dos alunos não ter dado respostas corretas dificultou o desenvolvimento da dupla oponente na tentativa de descobrir qual era a Função escolhida pelos colegas, mas mesmo

diante desses entraves uma das duplas da equipe 1, especificamente os discentes D3 e D4 conseguiram cumprir o objetivo do jogo aplicado.

A opinião dos discentes foi registrada por eles no final da atividade, e transcritas por nós.

> D1 e D2: “ *nós gostamos muito porque aprendi mais* ”
> D3 e D4: “*foi muito bom, aprendemos bastante e relembramos esse assunto”*

Os sujeitos participantes da equipe 1 apresentaram uma boa aceitação pela atividade, mostraram-se entusiasmados, relatando que a mesma contribuiu para que pudessem aprender mais sobre o tema abordado, e ainda enfatizaram dizendo que a atividade os fizeram lembrar do conteúdo de função quadrática, já estudado por eles.

Nesse contexto, sabemos que se torna extremamente importante para nós, professores pesquisadores da área da Matemática, percebermos que algum método de ensino ou recurso didático-pedagógico auxilia na aprendizagem ou na análise dos diversos conceitos envolvidos em uma atividade trabalhada em sala de aula com os discentes.

A opinião dos alunos só enriquece nosso trabalho de pesquisa, pois nos permite um olhar mais próximo da realidade deles, nos auxiliando a perceber o sentimento de cada um com em relação à atividade aplicada, e nos permite ainda conhecer como está sendo a aprendizagem desses jovens nesse nível de ensino tão importante para a formação deles.

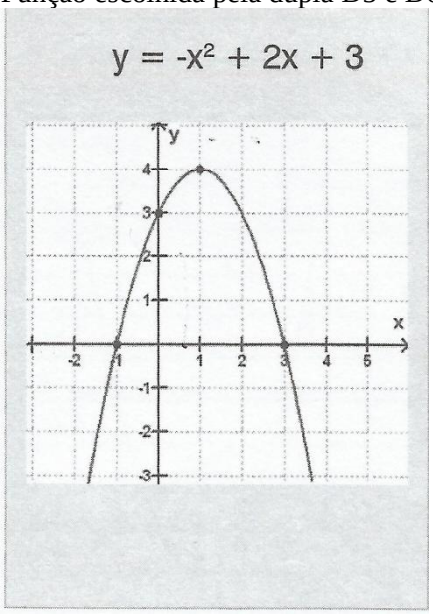
6.3 Desenvolvimento da Equipe 02

Nesse cenário, evidenciamos uma das equipes que, diferente da equipe citada anteriormente, com apenas quatro perguntas feitas a dupla oponente, conseguiu alcançar o objetivo do jogo e identificar a Função escolhida pelos seus adversários. Essa equipe foi a segunda em nossa organização, formada pelos discentes D5, D6, D7 e D8, tal qual também obteve êxito em suas jogadas, pois, pelo menos, uma das duplas pôde ser considerada a vencedora, já que identificou corretamente uma Função selecionada pelos seus oponentes, enquanto a outra dupla, mais uma vez não conseguiu encontrar nenhuma Função escolhida pelos seus adversários.

Os estudantes seguiram rigorosamente as regras do jogo, escrevendo a forma algébrica da Função escolhida pelos discentes D5 e D6 representada por $y = -x^2 + 2x + 3$ na folha de registro e anotando todas as respostas das perguntas feitas por eles.

A referida carta, escolhida por uma das duplas da equipe 02 é ilustrada na Figura 35.

Figura 35: Carta de Função escolhida pela dupla D5 e D6 da equipe 02



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Chamou-nos atenção o desenvolvimento dessa equipe, vimos que os discentes D5 e D6 deram respostas “sim” ou “não”, na maioria das vezes, totalmente de acordo com a Função escolhida por eles. As perguntas recebidas por essa dupla foram as seguintes:

- Carta pergunta 1: O produto das raízes é positivo?
- Carta pergunta 5: f (0) = 0?
- Carta pergunta 9: c < 0
- Carta pergunta 19? A Função admite ponto de máximo?

Com relação às respostas dessas perguntas, a tabela de anotações das respostas mostra tudo que foi dito pelos estudantes quando receberam tais perguntas, já que todos os participantes da pesquisa foram orientados a registrarem todas as respostas na tabela que continha os números correspondentes as perguntas feitas por eles.

Os discentes D5 e D6 responderam “não” para a primeira pergunta feita a eles, quando os alunos estão, de fato, corretos e de acordo com a Função escolhida por eles, temos que o produto das raízes não é um valor positivo, já que -1 multiplicado por 3 resulta em um número negativo, logo os estudantes acertaram ao responder tal pergunta.

Não foi diferente com a quinta pergunta, pois os referidos discentes também deram um "não" como resposta, e mais uma vez facilitou o processo de busca, da dupla adversária, pela Função escolhida por eles, já que realmente a imagem de zero nessa Função não é igual a zero.

Consequentemente o termo independente na Função não é menor que zero, então, pela representação algébrica da Função é fácil ver que este é igual a 3, um número positivo, ou seja, maior que zero, e foi dessa forma que a dupla respondeu dizendo "não" a pergunta de número 9 feita pelos seus oponentes.

Por fim, foi feita a pergunta 19, e os alunos mais uma vez deram resposta correta, afirmando que a Função admite ponto de máximo.

No desenvolver de toda essa dinâmica de ir fazendo pergunta à dupla adversária, os discentes D7 e D8 descobriram com precisão, sem a necessidade de fazer mais perguntas, qual foi a Função escolhida no início da jogada, pelos discentes D5 e D6

Percebemos que quando os alunos sabem identificar os termos ou elementos característicos de uma Função quadrática, tema abordado na atividade, a mesma se apresenta de forma mais dinâmica e significativa, já que dessa maneira eles compreendem os objetivos do jogo e o conteúdo envolvido nessa atividade em sala de aula.

Numa atividade como essa os alunos abstraem conhecimentos, que passariam despercebidos por meio de uma atividade mecânica, ou decorativa de fórmulas, muitas vezes carentes de significados, onde lhes são mostrados um método ou fórmula pronta, como se houvesse uma receita a ser seguida, e ainda na maioria das vezes, a origem das fórmulas usadas na resolução de questões ou problemas matemáticos não é mostrada para a turma.

O depoimento dos alunos, escrito no final da aula evidencia o sentimento dos mesmos com relação a esse momento de nossa intervenção.

> D5 e D6: "*Apesar de termos perdidos foi legal jogar, aprendemos mais um pouco sobre função".*
> D7 e D8: " *Achamos fácil e divertido, fomos anulando alternativas e conseguimos encontrar a do adversário".*

Os estudantes em diversos momentos não demonstraram constrangimento algum diante os erros. Os que não conseguiram identificar a Função escolhida pelos seus adversários afirmaram que mesmo assim, aprenderam mais sobre o conteúdo.

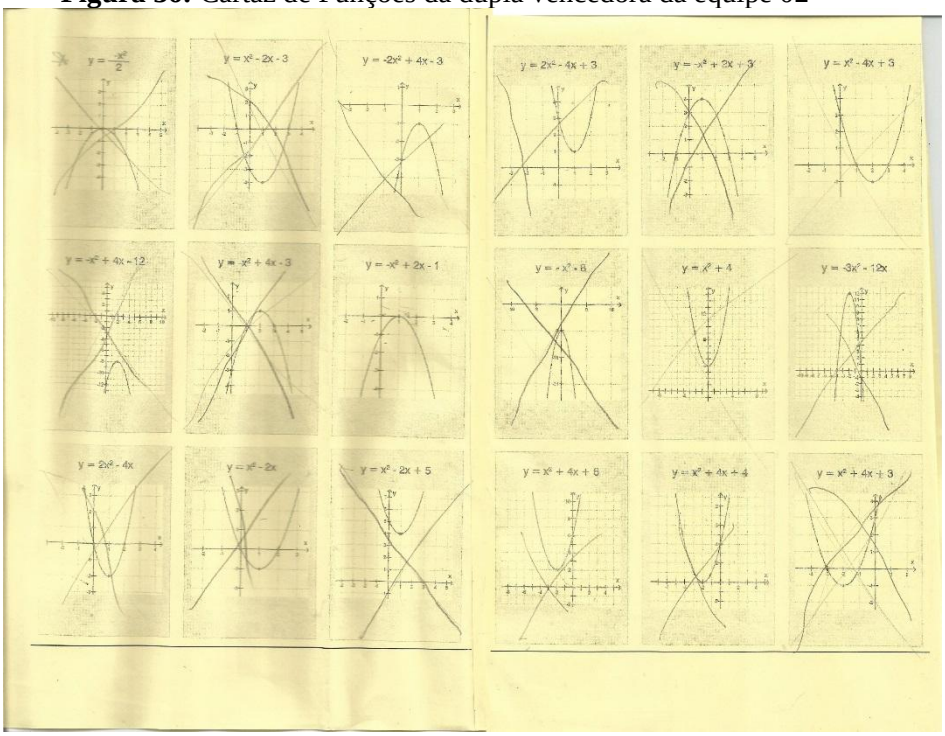
Vale lembrar que a atividade levou os alunos a pensar sobre todas as funções que estavam a sua disposição e a refletir também a pergunta recebida por eles, de tal forma, esforçaram-se para dar respostas corretas. Isso confirma o que Smole et al (2008) ressaltam:

> O jogo reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia. No fundo, o jogo, é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo ou insuperável. (SMOLE et al, 2008, p. 10)

Presenciamos em diversos momentos, os alunos querendo saber o motivo pelo qual erraram ao responder uma pergunta, tanto nesse jogo como no primeiro aplicado em nossa pesquisa. Essa iniciativa deles apresentou-se de forma agradável, curiosa e instigante pela busca de querer tentar novamente, e não se limitarem ao fato de ter cometido erros.

A fala dos discentes identificados por D7 e D8 indica que os mesmos compreenderam o objetivo central da atividade, pois eles citam em seu discurso, exatamente, a ação que esperávamos que a turma tivesse, ou seja, ao ir cancelando as Funções que não lhe interessavam poderiam chegar à Função característica, escolhida pelos seus oponentes. Essa atitude da equipe em ir "anulando alternativas", ficou evidente no material de coleta de dados recebido por eles, no início da atividade. O cartaz da dupla vencedora, um dos materiais do jogo, é ilustrado na Figura 36.

Figura 36: Cartaz de Funções da dupla vencedora da equipe 02



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Portanto, a partir da Figura 36, fica claro uma das ações desses estudantes no desenvolvimento do jogo Enigma de Funções. É possível ver, por meio da imagem, que os discentes D7 e D8 foram riscando as funções com um lápis grafite, isso indica que eles foram excluindo as funções que não lhe interessavam, de acordo com a resposta dada pelos seus adversários à pergunta feita por eles, até conseguir encontrar a Função escolhida.

A ação de ir anulando as funções que não interessavam para as duplas, automaticamente fez os alunos refletirem sobre todas as funções que apresentadas no cartaz, pois não se tratava mais de pensar apenas sobre uma única Função, e sim fazer um estudo de todas. Por exemplo, quando foi perguntado se a Função admitia ponto de máximo e a dupla respondeu “sim”, isso fez com que a dupla adversária pensasse sobre todas as outras que não admitia ponto de máximo, ou seja, os alunos foram cancelando as funções que eram côncavas para cima, pois admitiam ponto de mínimo, e, consequentemente fixaram-se apenas nas que eram côncavas para baixo, já que essas possuíam ponto de máximo.

É importante ressaltar que os alunos apresentavam estratégias diferentes no desenvolver do jogo, muitos deles davam sugestões para os colegas em como prosseguir na atividade, vimos um espírito de cooperação e competitividade presente entre eles.

Com base na dinâmica e nas regras do jogo, vejamos também o desempenho da equipe 03, participante da presente atividade de pesquisa.

6.4 Desenvolvimento da Equipe 03

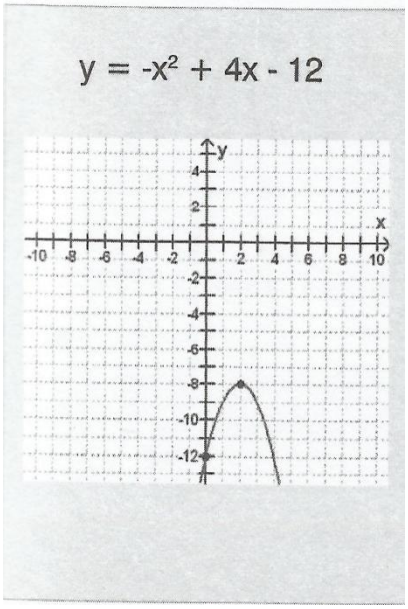
Dentro desse contexto, analisamos o desenvolvimento da equipe 3, que não conseguiu sucesso no jogo. A equipe foi formada pelos discentes D9, D10, D11 e D12. Ao observar os dados coletados na pesquisa, verificamos que os discentes D11 e D12 não anotaram resposta alguma dada pelos colegas que formaram a primeira dupla dessa equipe, pois entregaram a folha de registro das respostas em branco, deste modo ficou claro que houve algum problema com essa.

Porém, as duas duplas escolheram a Função no cartaz de funções e registraram a forma algébrica em sua folha de registro, fato que comprova a efetiva participação deles na atividade.

Vale lembrar que todos os participantes da pesquisa deveriam registrar as respostas da dupla adversária na numeração correspondente à pergunta feita a eles, na tabela contida em sua folha de registro (vide apêndice), visto que todos foram orientados a seguir dessa maneira.

Para fins de melhores reflexões e um maior entendimento, trazemos a carta de Função (Figura 37), contida no cartaz, material de apoio, escolhida por uma das duplas da equipe 03.

Figura 37: Carta de Função escolhida pela dupla D9 e D10 da equipe 03



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Percebemos que essa dupla não conseguiu responder às perguntas feitas pela dupla adversária, pois, conforme mencionado em parágrafo anterior, não havia na folha de registro nenhuma resposta marcada como “sim”, nem com “não”. Podemos lembrar que no momento da aplicação da atividade, aproximamo-nos dessa equipe, assim como nos aproximamos das demais, a fim de verificar como estava sendo o andamento da atividade, e também com o objetivo de fazer registros significativos a esse estudo.

No entanto, a dupla formada pelos discentes D11 e D12 não registrou nenhuma resposta, pois os discentes D9 e D10 não apresentaram conhecimento suficiente para responder as perguntas com precisão, já que eles não conseguiram identificar em sua Função, por exemplo, as raízes reais, qual o vértice da Função, se a Função era toda positiva, elementos estes questionados nas perguntas contidas nas cartas do baralho de pergunta, dentre outras que não estávamos tão próximos no momento para observar.

Dessa forma ficou muito difícil para a dupla adversária (D11 e D12) decidir pela Função que talvez os discentes D9 e D10 tivessem escolhido. Nesse contexto identificamos o seguinte depoimento dos discentes ao final de sua folha de registro:

> D9 e D10: "*Não gostei porque não entendi... mas gostaria de jogar novamente*. "

Com isso, fica evidente o desejo dos alunos em tentarem outra vez, porém o nosso tempo de atividade com eles foi de acordo com o cronograma de nossa pesquisa, mas deixamos a sugestão com o professor regente da turma em repetir a atividade num momento posterior ou até mesmo adaptá-la de acordo com os seus objetivos docentes.

Apesar de percebermos que os estudantes da série investigada apresentaram conhecimentos muito aquém do esperado para alunos dessa fase de ensino e tendo visto que alguns não alcançaram o objetivo principal do jogo, estabelecido pelas regras, podemos observar pontos positivos nessa experiência, uma vez que o recurso avaliativo utilizado nos permitiu analisar a compreensão do conceito de Função apresentada por eles.

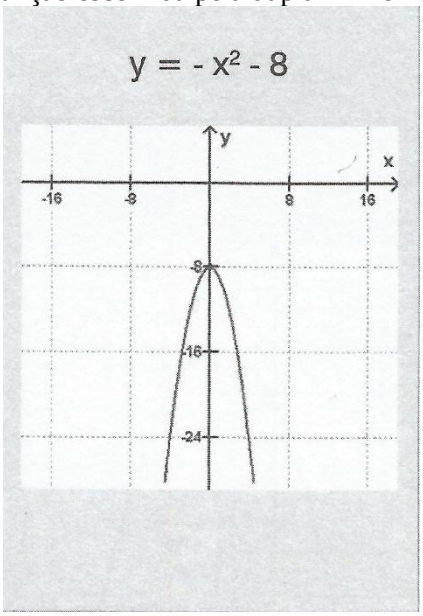
Os alunos mostraram-se bastante envolvidos e interessados pela aula, o que geralmente não ocorre, pois como já foi dito anteriormente, tal disciplina sofre certa rejeição por parte dos alunos devido à dificuldade de assimilação do conteúdo. Deste modo, podemos concluir que a metodologia aplicada em sala de aula pode fazer grande diferença para que se estimule o aluno a interessar-se pela Matemática, permitindo assim que o aprendizado ocorra e não vejam como uma avaliação punitiva, fato que acontece em muitas salas de aula de Matemática.

Dando continuidade ao desenvolvimento da equipe 3, podemos refletir sobre alguns fatos ocorridos com a outra dupla participante dessa equipe, já que relatamos o ocorrido com a primeira dupla que compõe essa equipe.

Percebemos que os discentes D9 e D10, que não responderam pergunta alguma, registraram apenas três respostas da dupla adversária, formada pelos discentes D11 e D12.

A dupla encontrou dificuldades em prosseguir no jogo, não compreenderam algumas perguntas, e, consequentemente, não conseguiram respondê-las. Estes, por sua vez, também decidiram por uma Função do cartaz e registraram a sua forma algébrica em sua folha de registro, como ilustra a Figura 38.

Figura 38: Carta de Função escolhida pela dupla D11 e D12 da equipe 03



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador

Encontramos nos registros dos discentes D9e D10 as seguintes perguntas feitas a dupla acima e também respondidas por eles:

- Carta pergunta 6: O vértice está no eixo das abscissas? Para essa pergunta a dupla não acertou respondendo “sim”, como consta na tabela de registro.
- Carta pergunta 7: A parábola tem Concavidade voltada para cima? Os estudantes responderam “não”, para esta pergunta.
- Carta pergunta 20: A Função admite raízes reais? Para essa, constatamos um “não” como resposta.

Apesar de constar registro de respostas dadas por essa dupla, vimos que os discentes D9 e D10 também não conseguiram descobrir qual foi a Função escolhida pelos seus adversários, no entanto a dupla também errou ao responder a carta pergunta 6, escrevendo um “sim” como resposta, pois o vértice da Função exposta na Figura 38 não se encontra no eixo das abscissas e sim no eixo das ordenadas.

Essa equipe não alcançou o objetivo geral do jogo, que descobrir a Função escolhida pelos seus oponentes no início da atividade para poder pontuar na jogada. Dessa forma como um resumo do desempenho da equipe 03 temos que:

1. A dupla formada pelos discentes D9 e D10 não respondeu nenhuma pergunta feita pelos discentes D11 e D12.

2. E os discentes D11 e D12 responderam três perguntas aos discentes D9 e D10, estando apenas duas delas corretas, que também não conseguiram identificar a Função escolhida pela sua dupla adversária.

Não podemos dizer que não houve aprendizado diante o fato de nenhuma dupla da equipe 03 ter alcançado o objetivo geral do jogo, pois nesse momento os alunos puderam refletir um pouco mais sobre o seu próprio conhecimento e se permitiram tentar, mas uma tentativa com seriedade e reflexões sobre todas as funções e perguntas que estavam sendo feitas naquele momento.

É possível ressaltar que uma atividade como essa em sala de aula, abre um leque de oportunidades para o professor aprofundar os conhecimentos já adquiridos e tentar reparar algum equívoco ocorrido com a aprendizagem de seus alunos, a fim de que eles alcancem a construção significativa do saber e sejam conduzidos a se perceberem como sujeitos ativos na construção de seu próprio conhecimento.

Logo vimos que a referida dupla também registrou em sua folha o seu sentimento acerca da atividade realizada por meio do jogo em sala de aula, como transcrevemos a seguir:

> D11 e D12: "*o jogo é bom, nós gostamos muito, mas gostaria de jogar de novo, gostei e é interessante".*

O desejo dos estudantes em repetir a atividade foi bastante enfatizado nesse trabalho, a atividade não se apresentou de forma enfadonha nem tão pouco como uma brincadeira para a turma, não tratou de apresentar a disciplina como algo obrigatório e de forma autoritária, como tem acontecido no ensino tradicional da Matemática, também não foi imposto a memorização de regras.

Os alunos permaneceram em sala de aula durante toda a atividade, a maioria deles respondia as perguntas com seriedade, fazendo reflexões e tentando hipóteses. Os discentes daquela turma pediam esclarecimentos do conteúdo abordado com o intuito de poder avançar no jogo, porém não podíamos fazer muitas interferências nos procedimentos utilizados por eles, dessa forma mostraram-se bastante concentrados na atividade, como podemos ver a partir da Figura 39.

Figura 39: Alunos em desenvolvimento no jogo Enigma de Funções

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

As mesas do laboratório de informática contribuíram com a disposição dos alunos e favoreceu a interação entre eles, esse foi um dos fatores positivos para esse tipo de atividade realizada. Dando continuidade a nossas análises passaremos agora a investigar todo o comportamento e desempenho de mais uma equipe formada pelos sujeitos participantes da pesquisa.

6.5 Desenvolvimento da Equipe 04

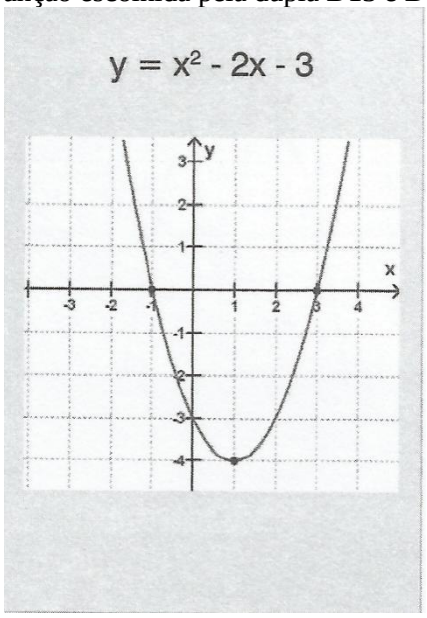
Essa equipe foi formada pelos discentes identificados por D13, D14, D15 e D16 na presente pesquisa, assim vimos que as duas duplas seguiram fielmente as regras do jogo e o que foi pedido na atividade. Responderam algumas perguntas retiradas do baralho de perguntas, escolheram a Função do cartaz e registraram a forma algébrica dela, tudo conforme estabelecido pela regra do jogo. Podemos ressaltar também que os discentes não deixaram de registrar suas opiniões acerca desse momento de investigação, como veremos em parágrafo posterior.

Diante a tantos esforços, ficou evidenciado que o tempo de três aulas consecutivas foi pouco para esses alunos conseguirem alcançar o objetivo principal da atividade proposta. Estes, por sua vez demoraram bastante para entrar no ritmo do jogo e compreender toda a dinâmica da atividade. Vimos que as duplas responderam apenas duas perguntas cada uma,

quando foi questionado o porquê de tão poucas perguntas os alunos afirmaram que o tempo foi pouco para eles compreenderem a atividade.

A partir do ocorrido tentaremos compreender como foi o desenvolvimento da primeira dupla dessa equipe, notadamente composta pelos discentes D13 e D14, dessa forma iniciamos trazendo a Figura 40, que descreve a carta de Função escolhidas pelos discentes citados:

Figura 40: Carta de Função escolhida pela dupla D13 e D14 da equipe 04



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Conforme exposto, essa equipe respondeu apenas duas perguntas, a de número 2 e a de número 4, ambas apresentadas a seguir:

- Carta pergunta 2: f (1) é zero?
- Carta pergunta 4: O produto das raízes é negativo?

As duas perguntas foram respondidas negativamente pelos estudantes, já que constam "não" como resposta em ambas as questões. Com relação à primeira, os alunos acertaram, pois, a imagem do número 1 nessa Função não é igual a zero, isso poderia ser concluído tanto pela visualização gráfica quanto pela ação de substituir o valor na lei da Função. E na segunda questão não houve acerto, pois, o produto das raízes resulta em um valor negativo.

Os discentes D15 e D16 não conseguiram encontrar a Função dos seus oponentes, os mesmos já tinham descartado todas as funções do cartaz, não restando mais nenhuma alternativa para ser analisada por eles. Vimos nos instrumentos de coleta de dados apenas estas duas perguntas feitas por eles, onde sabemos que para determinar a Função escolhida

pelos adversários eles deveriam ter feito mais perguntas, até conseguir se aproximar do objetivo do jogo.

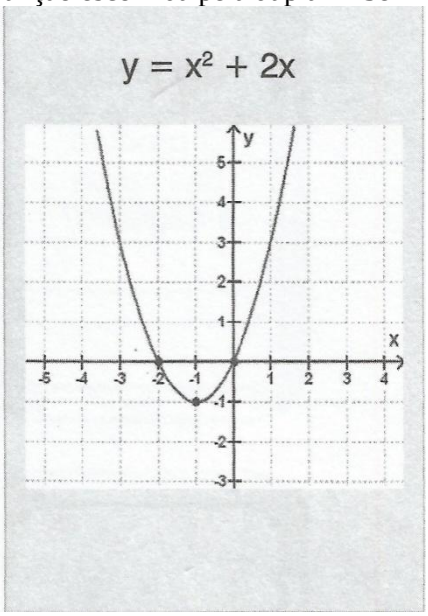
Nesse contexto, a dupla formada pelos discentes D15 e D16 deixou seu depoimento no fim da atividade aplicada, como transcrevemos a seguir:

> D15 e D16: "*o jogo é bom para aprender mais, mas é difícil porque eu não sei dessas funções, por isso não gostei muito."*

Os dois discentes fizeram considerações pertinentes a essa atividade, nos dando suas opiniões com relação ao jogo, a partir da premissa de que é possível por meio dele aprender um pouco mais, todavia consideraram ser um jogo difícil. Contudo essas dificuldades são, ao mesmo tempo, justificadas no depoimento dos discentes quando relatam a falta de compreensão do conteúdo abordado na atividade.

No que se refere ao desenvolvimento da dupla formada pelos discentes D13 e D14 vimos que também tentaram descobrir qual foi a Função escolhida pelos seus adversários. A Figura 41 ilustra a Função escolhida pelos referidos adversários, ou seja, os discentes D15 e D16.

Figura 41: Carta de Função escolhida pela dupla D15e D16 da equipe 04



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Desde já enfatizamos, dizendo que os discentes participantes dessa equipe D13 e D14 também não conseguiram encontrar a Função apresentada na Figura 41, que foi escolhida pelos seus adversários. No tocante, os discentes D15 e D16 ainda responderam duas perguntas feitas a eles. Foram elas:

- Carta pergunta 1: O produto das raízes é positivo?
- Carta pergunta 3: f (0) é positivo?

Os discentes D15 e D16 responderam corretamente as perguntas feitas a eles, entretanto os seus adversários, D13 e D14 não identificaram a Função escolhida. Portanto não tivemos vencedores nessa equipe, já que nenhuma dupla encontrou a Função escolhida pelos seus respectivos adversários.

Os discentes D13 e D14 mostraram suas inquietações através de depoimento escrito:

> D13 e D14: *"O jogo é bom, eu só não gostei por que não deu para entender muita coisa. Não gostei também por que não deu tempo."*

A fala dos discentes nos revela que os eles consideraram o jogo de difícil compreensão, e ficaram insatisfeitos com o tempo disponibilizado. De acordo com a opinião deles, o tempo foi pouco, ou seja, os mesmos relatam que "*não deu tempo para entender muita coisa*".

O fato dos alunos confessarem que não houve tempo suficiente confirma-se quando lembramos que chegamos ao fim do jogo e eles ainda não tinham identificado a Função escolhida pelos outros, ou seja, ao fim de três horas-aula consecutivas os referidos alunos ainda não tinham alcançado o objetivo da atividade.

As dificuldades enfrentadas pelos estudantes no decorrer da atividade se deram pelo fato deles ainda não possuírem um maior conhecimento do tema abordado na atividade, como bem afirmaram nos depoimentos, enfatizando ser esse um dos motivos pelos quais não gostaram do jogo. Essas evidências corroboram com o que afirma Van de Walle (2009) ao dizer que os estudantes gostam de aprender, ou seja, gostam da atividade que os levam ao aprendizado, desde que vejam significado no tema abordado, e possam fazer relação com as ideias já desenvolvidas.

Logo, um dos fatores que impediu os estudantes de prosseguir no jogo foi a falta de conhecimento para responder as perguntas, que os levariam, consequentemente, a encontrar a Função escolhida pelos seus adversários.

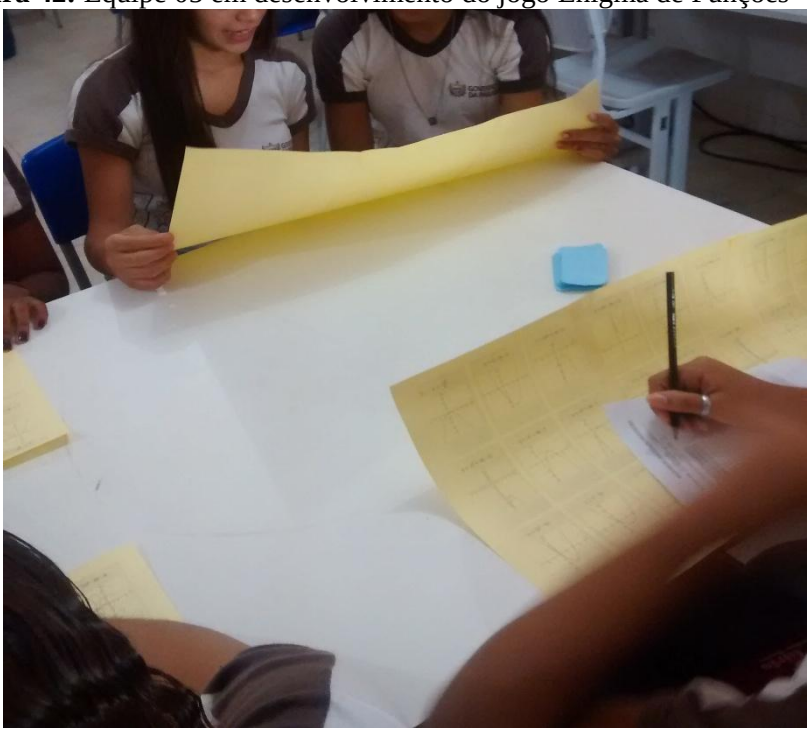
Podemos lembrar também que o depoimento deles acerca da atividade desenvolvida foi escrito no final da folha de registro recebida pela dupla, do entanto essa pode ser a opinião de um único aluno, ou simplesmente pode resumir a opinião dos dois alunos que formam a dupla.

6.6 Desenvolvimento da Equipe 05

Por fim, analisamos os resultados da equipe 05, também participante de nossa atividade e formada pelos discentes identificados por D17, D18, D19 e D20, e mais uma vez jogava-se dupla contra dupla.

A equipe também teve destaque, pois houve muita concentração entre eles, e tiveram êxito em suas jogadas, já que as duas duplas participantes dessa equipe conseguiram encontrar a Função escolhida uma pela outra. Os jogadores dessa equipe mantinham o maior sigilo para que sua Função não fosse descoberta tão facilmente, enquanto os outros anotavam atentamente as respostas dadas. A Figura 42 evidencia o comportamento da equipe.

Figura 42: Equipe 05 em desenvolvimento do jogo Enigma de Funções



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

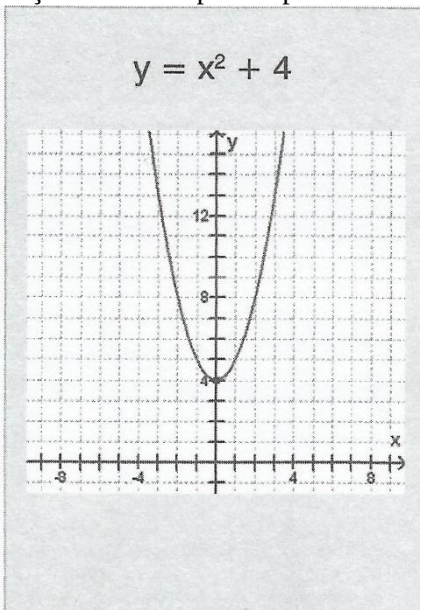
Os alunos apresentaram um bom domínio com o material do jogo, deixando tudo bem organizado em sua mesa, mostrando também uma efetiva compreensão das regras, anotando todas as respostas dadas e registrando a forma algébrica da Função escolhida por cada dupla.

Além do mais, discutiram acerca das funções apresentadas no cartaz, tentando sempre relacionar a resposta dada com as funções do cartaz que apresentavam tal comportamento, fazendo inferências, onde juntos tomavam as decisões necessárias.

Nesta equipe o destaque maior se deu pelo fato de ter ocorrido um empate entre as duplas participantes, pois as duas duplas foram consideradas vencedoras por encontrar a Função dos adversários, o que até o momento não havia acontecido com dupla alguma.

Vejamos então todo o percurso do desenvolvimento dos estudantes que fizeram parte desta equipe, começando pelos discentes identificados por D17 e D18. A Função escolhida por eles é apresentada na Figura 43.

Figura 43: Carta de Função escolhida pela dupla D17e D18 da equipe 05



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Diversas perguntas foram feitas a essa dupla, dentre elas estão as seguintes:

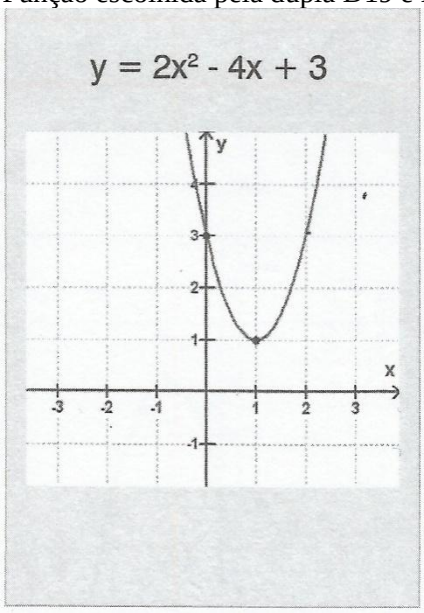
- Carta pergunta 1: O produto das raízes é positivo?
- Carta pergunta 3: f (0) é positivo?
- Carta pergunta 5: f (0) = 0?
- Carta pergunta 13: O vértice está no 3° quadrante?
- Carta pergunta 16: A Função é positiva entre as raízes?
- Carta pergunta 18: A soma das raízes é positiva?
- Carta pergunta 19: A Função admite ponto de máximo?

Foi possível constatar através da folha de registro da dupla adversária, que a única pergunta respondida de forma incorreta foi a pergunta de número 13 do baralho de perguntas, pois os discentes D17 e D18 responderam com um “sim”, afirmando que o vértice da Função escolhida por eles se encontra no terceiro quadrante, e pela Figura 43 é possível ver que isso não é verdade.

No entanto, todas as outras perguntas foram respondidas corretamente, desta forma o objetivo do jogo foi alcançado, pois a dupla oponente formada pelos discentes D19 e D20 conseguiu determinar qual foi a Função escolhida pela primeira dupla dessa equipe, eles a escreveram em sua folha, e conferiram com a dupla se aquela era, de fato, a Função escolhida por eles.

Enquanto essa primeira dupla recebeu sete perguntas da dupla oponente, vimos que a outra dupla recebeu bem mais. Estas foram feitas até os colegas encontrarem sua Função, já que os mesmos ainda possuíam tempo para isso. Vejamos então como foi a situação da outra dupla participante dessa equipe:

Figura 44: Carta de Função escolhida pela dupla D19 e D20 da equipe



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Esta dupla recebeu treze perguntas dos discentes D17 e D18, para então os mesmos poderem identificar sua Função escolhida dentre todas que foram apresentadas no cartaz. De todas as equipes analisadas até agora, nessa foi constatado o maior número de perguntas feitas e respondidas. Foram feitas as seguintes perguntas a dupla:

- Carta pergunta 2: f (1) é zero?
- Carta pergunta 4: O produto das raízes é negativo?
- Carta pergunta 6: O vértice está no eixo das abscissas?
- Carta pergunta 7: A parábola tem Concavidade voltada para cima?
- Carta pergunta 8: $\Delta = 0$?
- Carta pergunta 10: A Função admite ponto de mínimo?

- Carta pergunta 12: O vértice está no eixo das ordenadas?
- Carta pergunta 14: A Função tem duas raízes reais e iguais?
- Carta pergunta 16: A Função é positiva entre as raízes?
- Carta pergunta 17: A parábola corta o eixo y em ordenada positiva?
- Carta pergunta 18: A soma das raízes é positiva?
- Carta pergunta 19: A Função admite ponto de máximo?
- Carta pergunta 20: A Função admite raízes reais?

Conforme o exposto, essa dupla respondeu o maior número de perguntas, isso indica que a dupla oponente demorou a encontrar a Função escolhida por eles.

No entanto, nem todas as perguntas foram respondidas corretamente, os discentes D19 e D20 não conseguiram responder as perguntas de número 8, 12, 17 e 18. O que indica algumas deficiências com relação ao aprendizado do conteúdo de Função quadrática.

Com relação à pergunta 8 do baralho de perguntas, provavelmente os alunos não perceberam a estreita relação do discriminante (Δ), chamado por muitos de delta, com as raízes da Função, pois pela representação gráfica apresentada na Figura 44 é possível ver que não há raízes reais, logo $\Delta < 0$ (delta menor que zero). Nesse contexto os discentes erraram, pois responderam "sim". Eles também erraram a pergunta 12 e 17, ambas tratavam do eixo das ordenadas na Função, talvez os discentes não compreendam essa linguagem, e se fosse tratado simplesmente como eixo do y seria bem mais elementar para eles.

A pergunta 18 também foi respondida incorretamente, ou seja, os estudantes responderam a essa pergunta dizendo "sim", quando a Função escolhida por eles não admite raízes raiz, logo quando é questionado se a soma das raízes é positiva eles deveriam ter respondido "não".

Mesmo diante de tantas perguntas e respostas, com algumas respondidas de forma incorreta, os discentes D17 e D18 também identificaram a Função escolhida pelos seus adversários no início da atividade.

Podemos concluir que tanto a primeira, quanto a segunda dupla da equipe 05 tiveram um bom desempenho no jogo, pois os estudantes conseguiram encontrar a Função, escolhida no início da atividade, a partir das características relacionadas.

Portanto os alunos participantes de cada dupla deixaram sua opinião sobre a realização da atividade em sala de aula, como é trazido a seguir:

D17 e D18: "*Esse jogo é bom, mas também é muito difícil.*"

> D19 e D20: "*Achei legal, só um pouco difícil para achar as respostas. Mas foi super interessante.*"

Eles descrevem de forma sucinta o que acharam da atividade, mas nos ajuda bastante a compreender melhor todas as limitações e avanços constatados.

A maioria dos alunos dessa turma considerou essa atividade fazendo o uso do jogo Enigma de Funções difícil. Realmente ocorreram algumas dificuldades em responder as perguntas com segurança, mas não podemos negar a interação favorecida pela atividade. Os estudantes estavam, na maioria das vezes, atentos as respostas dos colegas, e examinavam criteriosamente as funções do cartaz. O tempo foi realmente considerado pouco para eles, mas de certa forma a maioria dos estudantes puderam aproveitar ao máximo esse tempo.

Diversas duplas conversavam antes de responder "sim" ou "não", tomavam decisões juntas, e muitas vezes até demoravam em responder as perguntas, indicando-nos que a ideia do outro era importante. Nesse cenário concordamos com Smole et al (2008) quando afirmam que num trabalho em dupla a discussão entre os pares promovem a cooperação, o respeito mútuo e a crítica, além de desenvolver a capacidade de participação de cada aluno, levando-os a pensar criticamente sobre as ideias apresentadas, no nosso caso também sobre as respostas dadas.

Com esse jogo, esperávamos que todas as duplas que compunham as equipes descobrissem no mínimo uma Função escolhida pelos seus oponentes, assim como ficamos atentos também ao fato de ter duplas que conseguissem descobrir mais de uma Função. Diante do tempo que tínhamos para a realização da atividade, poderia haver duplas que após identificar a Função do outro ainda restasse tempo da aula, então para que a atividade não acabasse nesse primeiro momento, falamos no início que se isso acontecesse poderiam continuar jogando, e ao fim do nosso tempo ganharia a dupla que tivesse descoberto o maior número de Função da dupla oponente. No entanto isso não aconteceu, pois houve equipe que não conseguiu identificar Função alguma escolhida entre eles.

O desenvolvimento dessa atividade foi significativo para nossas analises, permitindo-nos conhecer um pouco das opiniões daqueles estudantes, e verificar também como eles compreendem o conceito de Função e o conteúdo abordado, porém foi um pouco tenso, bem mais que o primeiro aplicado.

Nessa atividade, os alunos demoraram para conseguir prosseguir no jogo, quando alguns nem conseguiram, como vimos no desenvolvimento de algumas equipes. Ademais, em ambos os jogos se mostraram bastante concentrados e preocupados, procurando a todo o

momento compreender a atividade e responder corretamente as perguntas feitas a eles, e conseguir se tornar a dupla vencedora.

Destacamos a seriedade e o envolvimento de cada um como um dos pontos positivos desse momento de investigação.

Após toda essa discussão sobre o desenvolvimento da turma investigada nas duas atividades envolvendo os dois jogos, Trilha do Conceito de Função e Enigma de Funções, ambos abordando o conteúdo de Função Quadrática, apresentaremos no tópico a seguir como fechamento de nossas analises e resultados, as considerações da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Trazemos algumas conclusões e considerações feitas com esse estudo, e ainda mediante as análises realizadas em cada atividade. Faremos também uma retomada da pesquisa destacando os objetivos, e a relevância do tema abordado. Dessa forma, provocamos algumas reflexões acerca do ensino de Função, e a implicação de tal ensino na formação do aluno, relatando algumas dificuldades e limitações ainda existentes, bem como apontamos a possibilidade de ampliação das atividades realizadas, e de futuras pesquisas.

Revisitando a Pesquisa

Em nossa caminhada acadêmica, percebemos o quão raro é o uso de jogos no Ensino Médio. Foi quando sentimos uma grande inquietação, e surgiu o desejo de verificar se os estudantes dessa fase de ensino rejeitariam ou não esse tipo de atividade. Confesso que ficamos até certo ponto curiosos, por se tratar de uma investigação que até então não tínhamos vivido.

Junto a esse fato, constatamos em diversos momentos, por exemplo, nos plantões de dúvidas oferecidos durante o projeto acadêmico PIBID, lecionando para alunos pré-universitários, e na convivência com jovens estudantes do Ensino Médio, que os estudantes não compreendiam o conceito de Função e apresentavam muitas dificuldades, não reconhecendo ao menos as características de um determinado tipo de Função, e quando se tratava de identificar seus elementos dentro de uma situação, os alunos sentiam ainda mais dificuldades, por não reconhecê-los.

Optamos por investigar como os estudantes do Ensino Médio estavam compreendendo os elementos e termos importantes que formam o conceito de Função, para isso tivemos o auxílio de jogos, que em nosso trabalho assumiu o papel de recurso avaliativo, que contribuiu para que pudéssemos analisar a compreensão do conceito de Função apresentada pelos alunos da série investigada, e ainda nos auxiliou no processo de coleta de dados da presente pesquisa.

Com isso, fizemos um recorte dentro do conteúdo de Função, elegendo para o nosso estudo o tema de Função polinomial do segundo grau, ou Função quadrática, como a maioria dos estudantes conhece. Juntando nossas inquietações e experiências vividas, surgiu o nosso

objetivo geral da pesquisa que foi analisar, através da utilização de jogos nas aulas de matemática, a compreensão do conceito de Função, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Rio Tinto, Paraíba. O nosso objetivo se tornou ainda mais coerente ao saber através do professor regente da turma a ser investigada que os alunos já haviam estudado esse conteúdo dois meses antes de nossa intervenção.

Seguimos rigorosamente os objetivos específicos dessa pesquisa, avaliamos e selecionamos os jogos que seriam trabalhados no momento da intervenção. Tínhamos até a intenção de trabalhar outros, porém para essa pesquisa não cabia mais algum, devido ao curto período de tempo para o estudo e para o trabalho com os alunos daquela escola, que tinham outras tarefas que faziam parte do calendário escolar deles.

Analisamos cada registro dos alunos no momento de resolução das atividades, fazendo anotações, registros fotográficos e gravações, assim como verificamos o envolvimento de cada um, a interação e a comunicação em sala de aula. Ainda buscamos identificar alguns aspectos pertinentes para a utilização dos jogos em turmas do Ensino Médio, abordando um conteúdo matemático e apresentando a evolução da compreensão dos alunos do Ensino Médio sobre o estudo de funções, um tema tão importante e discutido nos dias atuais. Pretendemos ainda deixar algumas sugestões para futuras pesquisas que possam complementar essa e outras já existentes.

Nossas Conclusões

A realização desse trabalho de pesquisa veio a somar com todos os benefícios que temos adquirido para nossa formação, ampliando nosso conhecimento matemático e melhorando o nosso fazer pedagógico.

A educação Matemática contempla esses horizontes, pois investiga e procura meios que auxiliem a aprendizagem dos estudantes em qualquer nível de ensino que ele se encontre, procurando deixar de lado as práticas educativas que visam à memorização de regras e fórmulas de maneira desnecessária, e contribuindo ainda com estudos e pesquisas que comprovam a importância de auxiliar o aluno a enxergar o mundo em que vive de maneira diferente, reconhecendo a Matemática como elemento fundamental a sua sobrevivência.

Nesse contexto, estudando os conteúdos matemáticos que estão no currículo de Matemática do Ensino Médio, e com o aprofundamento teórico no tema de Função, vimos a

sua importância no processo de formação do indivíduo, em que a todo o momento em atividades diárias as pessoas estão lidando com situações que englobam o conteúdo de Função.

Com a pesquisa, vimos que a maioria dos estudantes possui um entendimento bastante limitado no que se refere à Função, podendo ter seu aprendizado ligado a manipulação de equações para simplesmente poder construir o gráfico que a represente, o que não foi pedido em nossas atividades, isso nos faz compreender, baseado em Fossa e Fossa (2001), que os estudantes estão cada vez mais sendo colocados diante uma aprendizagem restrita do conceito de Função, abstraindo os conhecimentos apenas dessa maneira, que lhe são colocados, por meio de livros didáticos ou o tema é tratado dessa forma até mesmo na sala de aula. Em contrapartida, se for apresentado a esses jovens um gráfico de uma determinada Função, para que eles o analisem criticamente, ou para os mesmos refletirem sobre ele, retirando informações importantes e interpretando uma situação que seja representada por esse gráfico, eles não conseguem, pois não reconhecem os elementos característicos dessa Função, como constatamos em nossa pesquisa.

Em nossa primeira atividade vimos que os alunos do 1º ano do Ensino Médio daquela turma não conseguem identificar alguns elementos que fazem parte do conceito de Função. Nos diversos momentos não compreendiam a relação de dependência das variáveis, não identificando o valor de uma das variáveis quando era dado o valor de sua dependente, por exemplo, na questão que perguntava qual o valor de y quando x fosse igual a zero, o aluno poderia simplesmente observar a representação gráfica da Função para verificar essa relação e identificar a resposta, mesmo assim obtemos o maior número de erros nas questões desse tipo.

Isso corrobora com que Braga (2006) traz em nosso estudo, afirmando que o aluno deve toda vez que a ideia de variação e dependência de grandezas for abordada, levar em consideração a representação e a relação por meio de Função, dessa forma colocará em prática o pensamento funcional e, consequentemente, exercerá sua cidadania, reconhecendo a ideia de variáveis em situações do cotidiano. Deste modo, leva-nos a pensar que se os alunos em atividade na sala de aula não avançam em relação ao conceito de Função, dificilmente o reconhecerão no seu dia a dia.

Podemos salientar que o estudo forçosamente de manipulação algébrica não tem surtido efeito, já que os alunos que tentaram recorrer a tal método não conseguiram êxito em suas respostas. Nesse contexto as OCEM (BRASIL, 2006) também abrem nosso olhar, pois reforçam que os gráficos de funções devem ser construídos a partir de um entendimento global, e devem ser analisados diante da relação de crescimento e/ou decrescimento entre as

variáveis, ou seja, a simples manipulação algébrica ou a transcrição de dados dispostos em tabelas ou quadro não são suficientes para reconhecer o comportamento das funções.

Não trabalhamos com a construção de gráficos, mas alguns foram trazidos em nossa investigação para serem analisados pelos alunos, e para que pudessem diante das perguntas feitas no momento do jogo, identificar elementos importantes que compõem o conceito de Função, no nosso caso, de Função polinomial do segundo grau. Não apenas os gráficos, mas os alunos tinham também a sua disposição a Função representada em sua forma algébrica, e ficaram livres para agir da maneira que preferissem e assim nós pudéssemos fazer considerações pertinentes a esse estudo.

Os estudantes também não compreenderam no jogo Trilha do Conceito de Função, quando foi pedido para eles representar o conjunto imagem da Função dada, pois não sabiam expressar formalmente o que era solicitado, e quando compreendiam a pergunta, acabavam por identificar a imagem de um ponto específico do domínio. Não foi diferente quando pedimos para descrevem o domínio da Função e, nesse caso, a maioria escreveu que não compreendeu a pergunta, não escrevendo valor algum como resposta.

Outros elementos também mostraram serem incompreendidos pelos alunos participantes da pesquisa, dentre eles destacamos o par ordenado que forma o vértice das funções. Ainda na primeira atividade, muitos alunos não conseguiram identificar o vértice da Função exposta em algumas cartas, e tantas vezes não sabiam dizer se a mesma admitia ponto de máximo ou de mínimo, aspectos tão importantes para a tomada de decisões em diversas situações.

Concomitante com a primeira atividade, vimos que no desenvolvimento do segundo jogo, os alunos também apresentaram limitações, visto que a turma demonstrou muitas fragilidades nos conhecimento das propriedades de Função quadrática, alguns até conseguiram atingir o objetivo da atividade, em que consequentemente acertaram algumas perguntas feitas no momento em que jogavam, porém os conhecimentos apresentados por eles ainda estão muito aquém do esperado para alunos que se encontram cursando alguma série do Ensino Médio, principalmente quando sabemos que os mesmos já tiveram contato com o tema abordado nas atividades realizadas.

No jogo Enigma de Funções, os discentes precisavam dizer “sim’ ou “não” as perguntas feitas pelos seus adversários. Dessa forma, vimos que alguns deles não conseguiram seguir na atividade, pois não compreendiam a pergunta feita e não davam respostas coerentes com o que foi pedido, muitas vezes, respondiam de forma aleatória.

Os estudantes estavam conscientes das dificuldades deles com relação ao tema abordado, pois revelaram não compreender algumas perguntas feitas e ainda não saber desse

tipo de Função, como foi mencionada por um aluno e transcrito por nós no momento das análises, e ainda consideraram o jogo muito difícil. Vimos que o jogo não se caracterizava dessa forma, pois o mesmo trazia perguntas elementares que abordavam um tema já estudado por eles no final do ensino fundamental, e na série vigente com o professor regente da turma, no entanto a turma sentiu grande dificuldade em prosseguir.

Neste cenário, não podemos deixar de lado a interação favorecida pela atividade, pois nos momentos de investigação, os alunos apresentaram uma grande predisposição em escutar o colega, em ouvir atentamente a resposta do adversário, para então tomar decisões pertinentes, muitas vezes, faziam até inferências nas respostas dos outros, foi também por meio da troca de informações com o seu par que muitos ali presentes foram descentralizando as ideias, e passaram a refletir levando em consideração a compreensão do outro. Presenciamos, diante da situação de ter que responder "sim" ou "não" que a maioria dos alunos componentes das duplas, discutiam a resposta um do outro para depois darem a resposta final a dupla oponente, levando-nos a concordar com Smole et al (2008), pois afirmam que sem a interação social a lógica de um aluno, por exemplo, não se desenvolveria plenamente, e também nos leva a rememorar a relação interpessoal entre os alunos, apresentada nos momentos de discussão, quando os mesmos se mostravam obrigados a pensar na opinião do outro, para poder ser, de fato, coerente em suas respostas.

Analisamos essa segunda atividade, de acordo com o desempenho de cada equipe formada por quatro alunos. Dessa forma, os alunos estavam a todo o momento imersos numa situação que deveriam agir em grupo, e não responder uma atividade isolado dos demais, como acontece nos testes tradicionais de avaliação da aprendizagem. É certo que existem no âmbito educacional diversos testes que o aluno precisa estar sozinho no momento de resolução das questões, a exemplo disso, temos a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), entre outros, que se diferenciam, de certa forma, de métodos tradicionais, pois na maioria de suas questões, não exigem o cálculo de alguma coisa sem haver contextualização do conteúdo, e sim que os estudantes possuam uma postura mais crítica frente à resolução das situações, sabendo argumentar suas respostas. Tais habilidades também foram exploradas em nossa atividade, fazendo o uso dos dois jogos e trabalhando em equipes, que instigou o desenvolvimento da comunicação e da linguagem Matemática entre eles.

Contudo, acreditamos que o professor não deve adotar um único método de avaliar seus alunos, podendo diversificar as atividades e a maneira como elas são abordadas em sala de aula, despertando neles a nova visão do papel da matemática, para que possam adquirir

responsabilidade e uma boa capacidade de interpretação matemática, afim de que obtenham sucesso, não apenas nos exames de avaliação citados, que já procuram inserir nas situações elaboradas um pouco da realidade vivida pela humanidade, como também nas ações realizadas no cotidiano, ou em qualquer caminho profissional que desejam seguir.

As atividades realizadas com a utilização dos dois jogos tiveram também um papel de verificação da aprendizagem, que podem ainda ser utilizados como um caminho para a introdução de novos conceitos dentro do tema abordado, ou adaptado para serem usados envolvendo outro conteúdo matemático, de acordo com os objetivos traçados pelo professor regente da turma. Como o nosso tempo com a turma foi consideravelmente pouco, deixamos a sugestão com o professor regente de ampliação dessa atividade, sabendo que qualquer implementação de mudança, muitas vezes assusta e pode causar certo impacto.

Quando nos referimos ao uso de jogos no Ensino Médio, essa situação é ainda mais agravante, pois diante da prática pedagógica, percebemos a raridade que esses recursos são utilizados nesse nível de ensino, em que muitos professores acreditam que os jogos retiram o caráter de seriedade que o Ensino Médio deve ter. Conforme a experiência vivida na presente pesquisa, e com base nos dados coletados, vimos que isso nem sempre é verdade, pois os alunos demonstraram uma postura de responsabilidade e concentração frente à atividade realizada com o uso dos jogos. Os depoimentos dados por eles, as gravações de vídeo e os áudios realizados e transcritos no momento da investigação, revelaram resultados positivos quanto ao uso desse recurso como instrumento avaliativo.

Dessa forma, os jogos utilizados por nós, foram adotados diante da perspectiva de tentar manter um equilíbrio entre a dimensão lúdica e o caráter didático, como ressalta Huizinga (2007), onde enfatiza dizendo que a sociedade não pode viver sem a presença de um elemento lúdico. Então, tudo isso se deu na intenção de provocar um aprofundamento da aprendizagem e uma análise da compreensão do tema envolvido na presente pesquisa, fomentando o desenvolvimento da autonomia, a busca pela descoberta e o desenvolvimento de atitudes.

Sobre futuras investigações, poderiam ser pensadas numa ampliação dos jogos utilizados nessa pesquisa, de modo a possibilitar a mobilização de outros conhecimentos matemáticos. As variações dos jogos podem ser feitas de diferentes maneiras, desde a mudança no tipo de questões abordadas nas cartas-pergunta, ou na quantidade de casas do tabuleiro do jogo Trilha do Conceito de Função, até a modificação das regras.

No jogo Enigma de Funções, o cartaz com todas as Funções utilizadas na atividade poderia ser projetado por meio de uma imagem em data-show, por exemplo, facilitando a visualização de todos os alunos presentes na sala de aula, além do mais, outros conteúdos

poderiam ser contemplados, levando em consideração a mudança de perguntas, desde que estejam em consonância com o tipo de estudo e com os objetivos educacionais traçados pelo professor ou pelas instituições de ensino.

Assim como Smole et al(2008) nos sugere a utilização do jogo Enigma de Funções, e Strapason (2011) tomou a iniciativa de explorar numa dissertação o jogo Trilha do Conceito de Função, adaptado por nós, a presente pesquisa investigou a potencialidade dos dois jogos por meio de experimentações em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública estadual do município de Rio Tinto – PB.

Portanto, acreditamos ser conveniente a necessidade de se dar a devida importância para esses e tantos outros jogos sugeridos para o Ensino Médio, a fim de que possamos mudar o atual quadro dessa fase de ensino, e possibilitar uma nova visão da Matemática, que culmine numa aprendizagem com significado.

Dessa maneira, associados à experiência vivida no Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática pretendemos estender esse estudo a outras séries do Ensino Médio, e a outros níveis de pesquisa, na intenção de provocar reflexões acerca do ensino de Função. Ao mesmo tempo, os jogos trabalhados nessa pesquisa poderão ser utilizados por docentes e ampliados para uma nova proposta abordando outros tipos de funções.

REFERÊNCIAS

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio** (PCN +): Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2002.

ALSINA I PASTELLS, Àngel. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recurso lúdico-manipulativos**. Curitiba: Base Editorial, 2009.

BARROSO, Juliane Matsubara; obra coletiva. **Conexões com a matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. Investigação qualitativa em educação. Porto: Porto Editora, 1994.

BRAGA, Ciro. **Função: a alma do ensino da matemática**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares do Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Programa Ensino Médio Inovador: Documento Orientador**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, SEF, 1998.

BRASIL, Ministério de Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): ensino médio; ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

CARLETO, Eliana Aparecida. O lúdico como estratégia de aprendizagem. Revista Olhares e Trilhas. Uberlândia, v.4, n. 4, p. 97-104, 2003.

COSTA, Marco Antônio F. da; COSTA, Maria de Fátima Barroso da. **Projeto de Pesquisa: entenda e faça.** 3. ed. Petrópolis, RJ. Vozes, 2012.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz. Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1.ed. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010.

ELIA. Iliada; SPYROU, Panayotis. How students conceive function: a triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. **The Montana Mathematics Enthusiast**, Missoula, v. 3, n. 2, p. 256-272, 2006.

FERRAREZI, Luciana Aparecida. **A importância do jogo no resgate do ensino de geometria**. Anais do VIII ENEM – UFPE, Recife, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim SBEM, São Paulo, ano 4, n.7, 1993.

FOSSA, John Andrew; FOSSA, Maria Da Glória. **Funções, equações e regras. Ensaios sobre a educação matemática**. Belém: PA EDUEPA, 2001.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliação Mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade**. Porto Alegre: Editora Mediação, 2009.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura**. Tradução de João Paulo Monteiro. 5ed. . São Paulo: Perspectiva, 2000.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

LOPES, Celi Espasandin. **Discutindo Ações Avaliativas para as Aulas de Matemática**. In: LOPES, Celi Espasandin; MUNIZ , Maria Inês Sparrapan (orgs). O Processo de Avaliação nas Aulas de Matemática. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2010, p. 135-149.

MACEDO, Lino de. (organizador) **Jogos, psicología e educação: Teoria e Pesquisas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2009.

MIRAS, Mariana; SOLÉ, Isabel. **A evolução da aprendizagem e a evolução no processo de ensino e aprendizagem**. In: COLL, César; PALÁCIOS, Jésus; MARCHESI, Álvaro (orgs). **Desenvolvimento Psicologia da educação**. Tradução de Angélica Mello Alves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MUNIZ, Maria Inês Sparrapan. **A Prática Avaliativa nas Aulas de Matemática**. In: LOPES, Celi Espasandin; MUNIZ , Maria Inês Sparrapan (orgs). O Processo de Avaliação nas Aulas de Matemática. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2010, p. 15-40.

NACARATO, Adair Mendes. In: LOPES, Celi Espasandin; MUNIZ , Maria Inês Sparrapan (orgs). **O Processo de Avaliação nas Aulas de Matemática**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2010, p. 9-11.

PAIVA, Manoel. **Matemática: volume único**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2005.

PASSOS, Carmen Lucia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010.

RÊGO, Rogéria; RÊGO, Rômulo. **MATEMATICATIVA**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2009.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Da ideia de 'erro' para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta**. IN: Buriasco, R. L.C. (Org.). Avaliação e educação matemática. Recife: SBEM, 2008, p. 87-108.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In LOPES, C.A.E. e NACARATO, A. M. (Orgs.) **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Virggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; PESSOA, Neide; ISHIHARA Cristiane. **Jogos de matemática: de 1º a 3º ano**. Porto Alegre: grupo A, 2008 (Série Cadernos do Mathema: Ensino Médio).

STRAPASON, Lísie Pippi Reis. **O uso de jogos como estratégia de ensino e Aprendizagem da Matemática no 1º ano do Ensino Médio**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

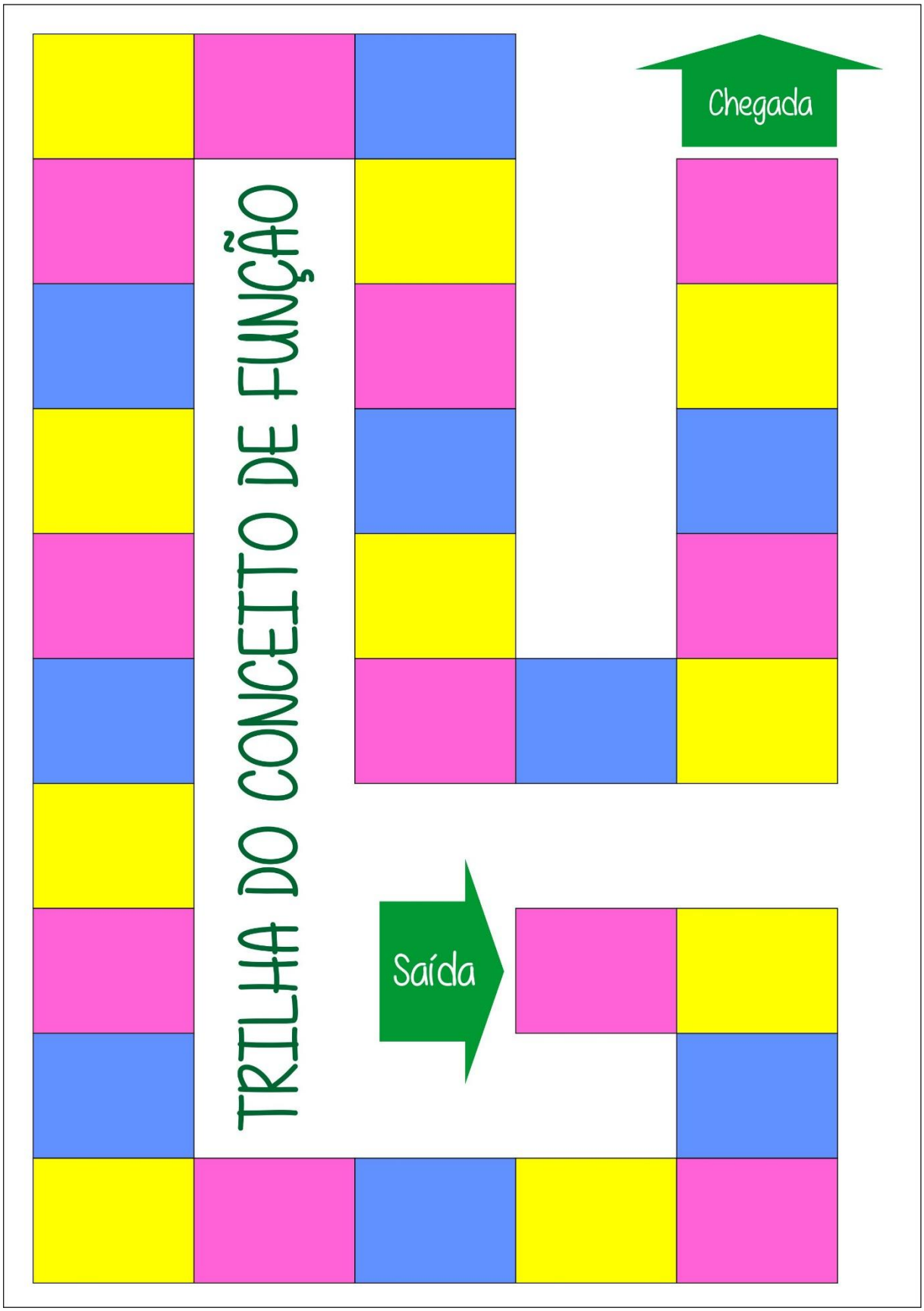
ZUNINO, Delia Lerner de. **A matemática na escola:** aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

APÊNDICES

Apêndice A: Instrumento de Coleta de Dados para Traçar o Perfil do Aluno

<table>
<tr><th colspan="4">PERFIL DO ALUNO</th></tr>
<tr><td colspan="4">1. Gênero:</td></tr>
<tr><td colspan="2">□ Masculino</td><td colspan="2">□ Feminino</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Faixa etária:</td></tr>
<tr><td>□ menos de 15</td><td>□ entre 15 e 17 anos</td><td>□ entre 18 e 20 anos</td><td>□ mais de 20 anos</td></tr>
<tr><td colspan="4">3. Área da sua residência:</td></tr>
<tr><td colspan="2">□ Rural</td><td colspan="2">□ Urbana</td></tr>
</table>

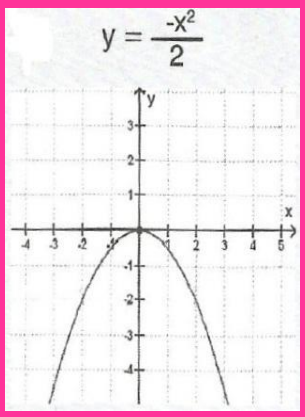
Apêndice B: Tabuleiro do Jogo Trilha do Conceito de Função



Apêndice C: Cartas-pergunta do Jogo Trilha do Conceito de Função

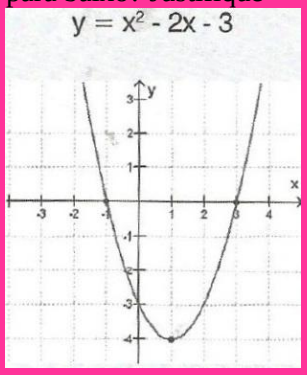
Quantas raízes reais a função possui? Quais são elas?

$y = \frac{-x^2}{2}$



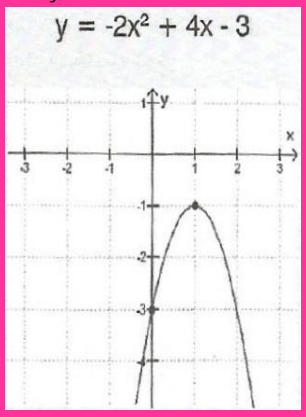
A partir da lei da função, é possível saber se a função tem concavidade voltada para cima ou para baixo? Justifique

$y = x^2 - 2x - 3$



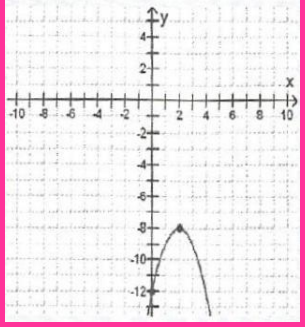
Quais são os pares que formam o vértice dessa função?

$y = -2x^2 + 4x - 3$



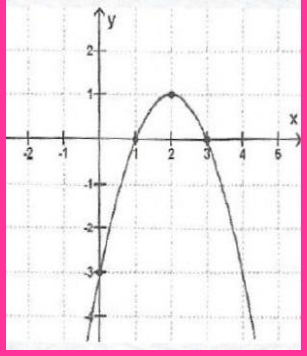
Para que valor de y, x é igual a zero, nesta função?

$y = -x^2 + 4x - 12$



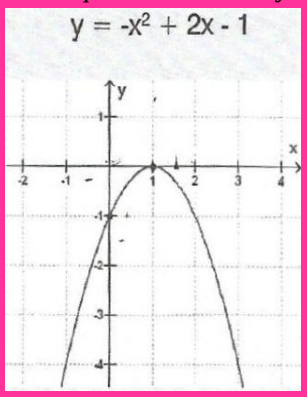
Quais são as raízes reais dessa função?

$y = -x^2 + 4x - 3$



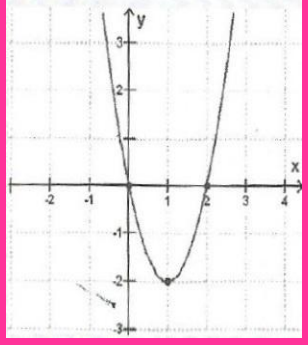
Qual o valor de x quando y for igual a zero? E quando o x é zero quanto vale o y?

$y = -x^2 + 2x - 1$



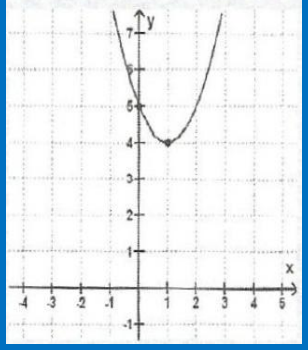
Em que quadrante está o vértice desta função?

$y = 2x^2 - 4x$



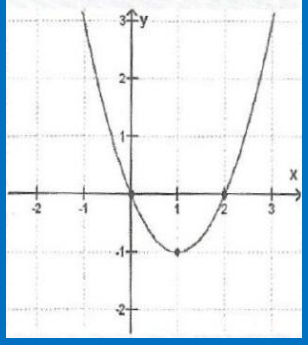
Qual é o valor de x do vértice? E o y do vértice?

$y = x^2 - 2x + 5$

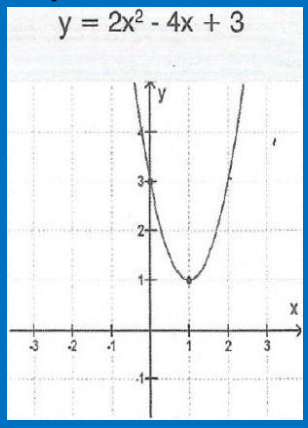


Qual o valor de f(2)? E de f(0)?

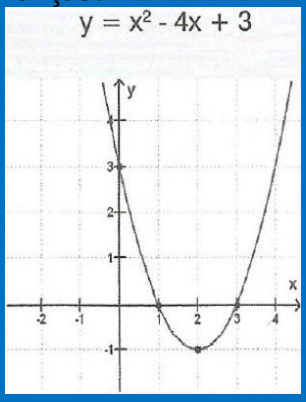
$y = x^2 - 2x$



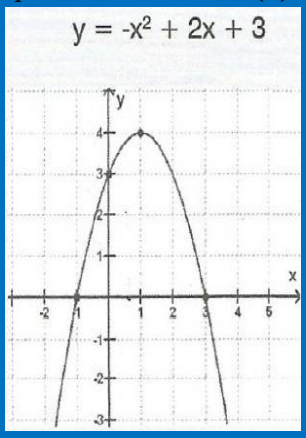
Qual é a lei dessa função?



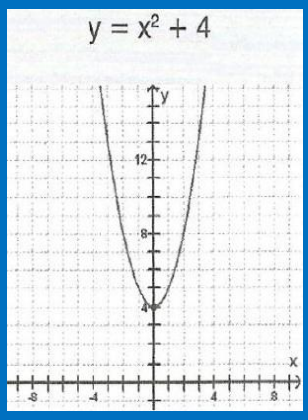
Qual é o termo independente nesta função?



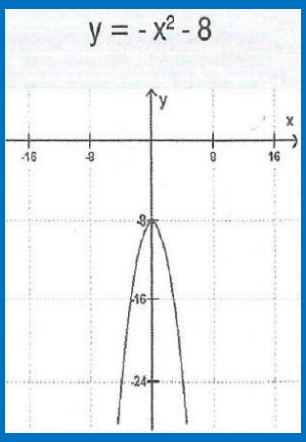
Na função abaixo quanto vale f(0)?



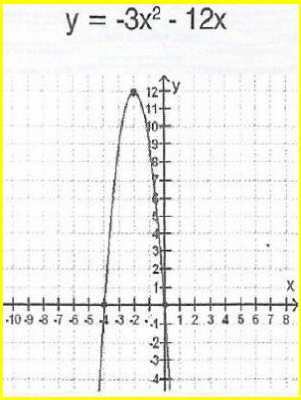
Represente a imagem dessa função.



f(0) é positiva ? Quanto vale?

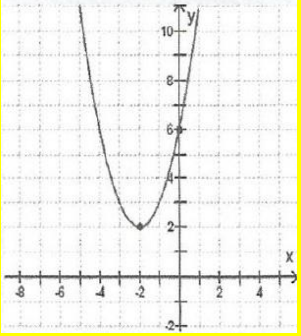


Qual a concavidade da parábola nesta função?



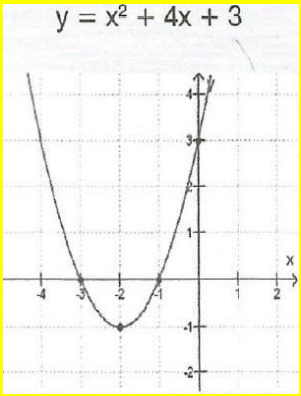
Descreva o domínio dessa função.

$y = x^2 + 4x + 6$



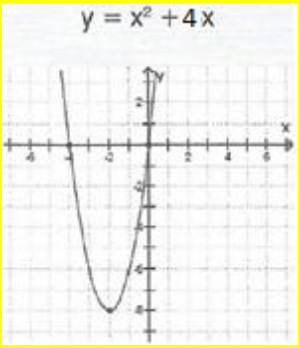
Qual é o valor do produto das raízes dessa função?

$y = x^2 + 4x + 3$



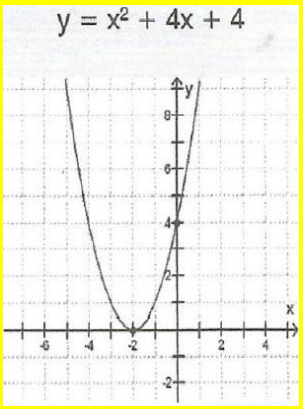
A somas das raízes é positiva, qual é esse valor?

$y = x^2 + 4x$



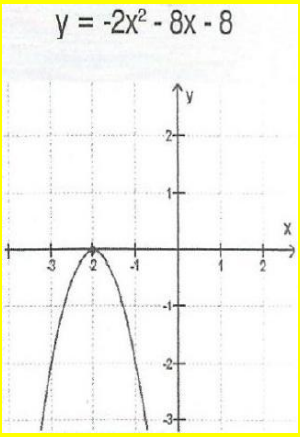
A função admite ponto de máximo ou ponto de mínimo?

$y = x^2 + 4x + 4$



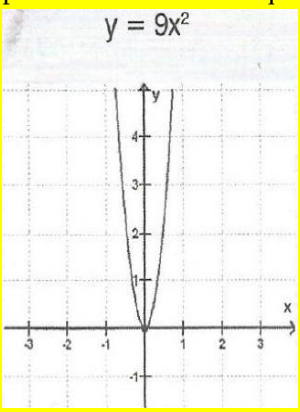
Qual é o valor máximo dessa função?

$y = -2x^2 - 8x - 8$



Os valores da imagem dessa função são todos positivos? Justifique

$y = 9x^2$



Apêndice D: Cartas- resposta do Jogo Trilha do Conceito de Função

Sim, pois o coerficente angular é positivo, ou seja a > 0.	A função possui uma raiz real, igual a zero.	V = (1, -1)
Quando y = 0 , x = 1 e quando x = 0, y = -1	As raízes são 1 e 3	Y = - 12

O vértice está no quarto quadrante	Sim, pois Im (f) = { y ∈ ℝ $tal\ que\ y \geq 0$ }	O valor máximo dessa função é y = 0.
(-3) · (−1) = 3	D(f) = x ∈ ℝ	A parábola tem concavidade para baixo
Admite ponto de mínimo, pois é côncava pra cima.	Não, pois -4 + 0 = -4	f(0) = 3 ou f(0)=-1

$X_v = 1$ e $y_v = 4$	$f(2) = 0$ e $f(0) = 0$	O termo independente nesta função é o número 3
$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$	$Im = \{ y \in \mathbb{R} / y \geq 4 \}$	Não, $f(0) = -8$

Apêndice E: Quadro para Registro das Respostas de cada Carta-pergunta

TRILHA DO CONCEITO FUNÇÃO

ALUNO (A): _____

RESPOSTAS DAS CARTAS-PERGUNTA

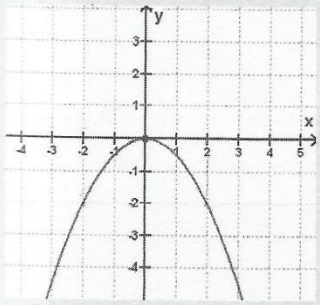
CARTAS - PERGUNTA ROSA	RESPOSTAS
1→	
2→	
3→	
4→	
5→	
6→	
7→	

CARTAS - PERGUNTA AMARELA	RESPOSTAS
1→	
2→	
3→	
4→	
5→	
6→	
7→	

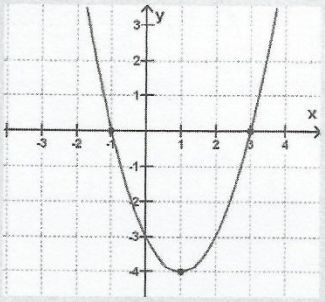
CARTAS - PERGUNTA AZUL	RESPOSTAS
1→	
2→	
3→	
4→	
5→	
6→	
7→	

Apêndice F: Cartas de Funções do Jogo Enigma de Funções

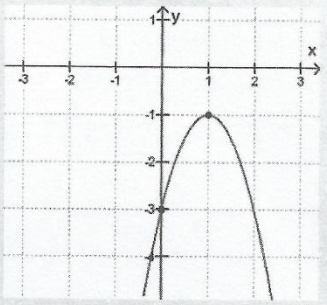
$y = \frac{-x^2}{2}$



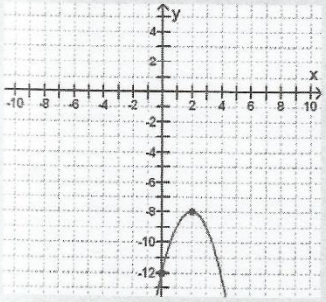
$y = x^2 - 2x - 3$



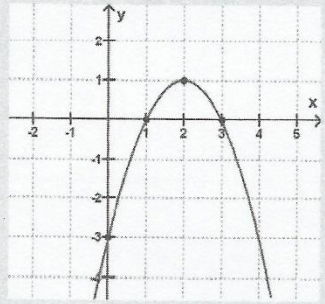
$y = -2x^2 + 4x - 3$



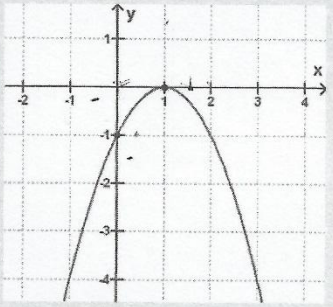
$y = -x^2 + 4x - 12$



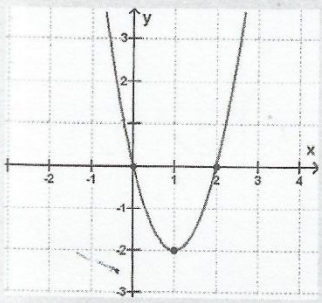
$y = -x^2 + 4x - 3$



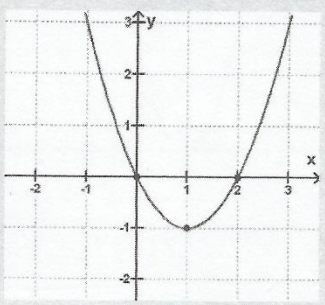
$y = -x^2 + 2x - 1$



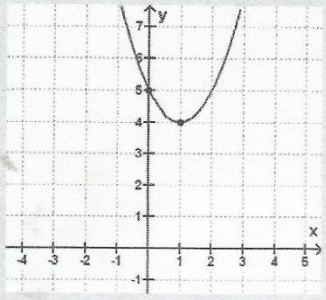
$y = 2x^2 - 4x$



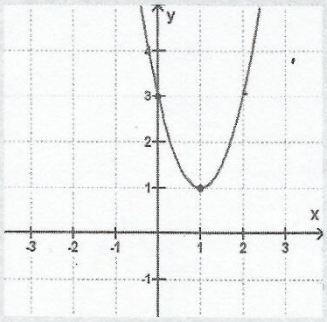
$y = x^2 - 2x$



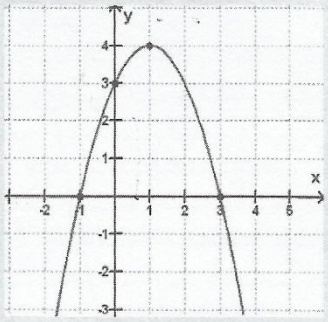
$y = x^2 - 2x + 5$



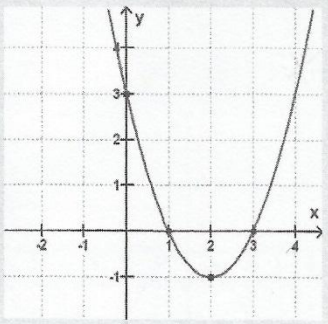
$y = 2x^2 - 4x + 3$



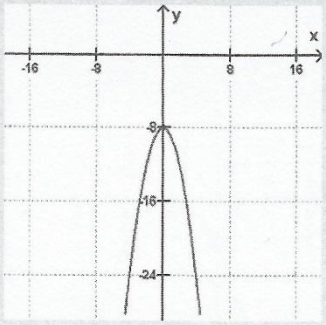
$y = -x^2 + 2x + 3$



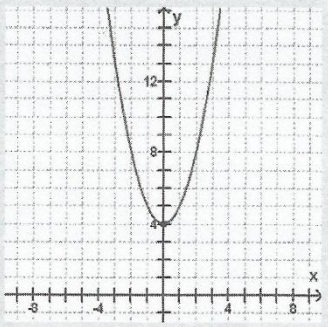
$y = x^2 - 4x + 3$



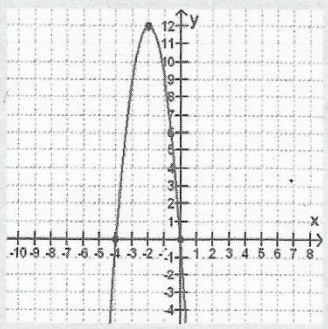
$y = -x^2 - 8$



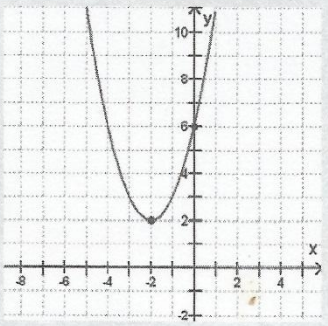
$y = x^2 + 4$



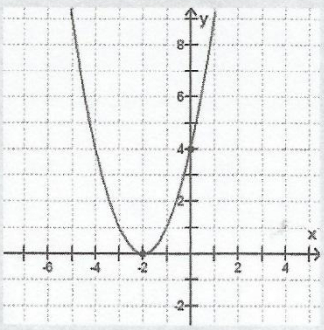
$y = -3x^2 - 12x$



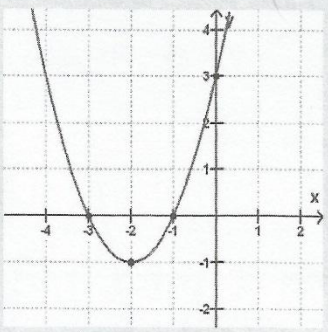
$y = x^2 + 4x + 6$



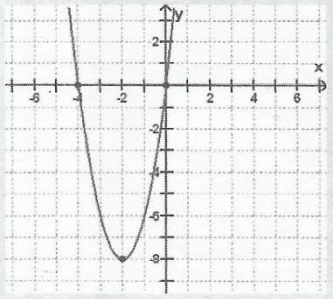
$y = x^2 + 4x + 4$



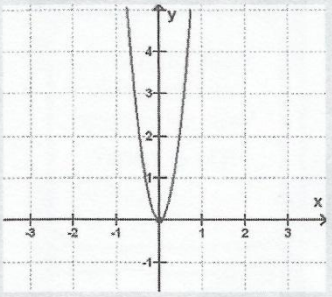
$y = x^2 + 4x + 3$



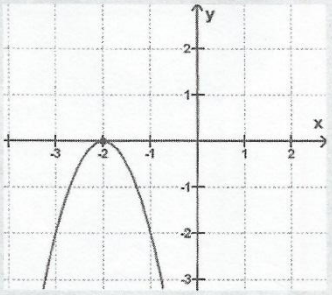
$y = x^2 + 8x$



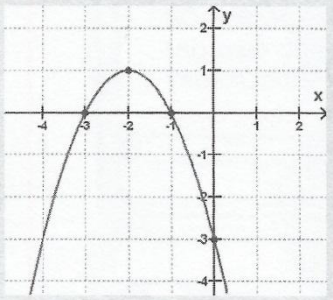
$y = 9x^2$



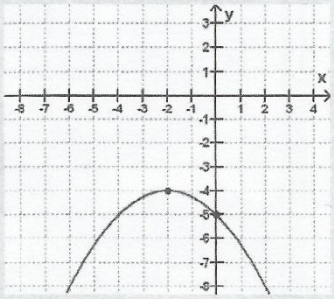
$y = -2x^2 - 8x - 8$



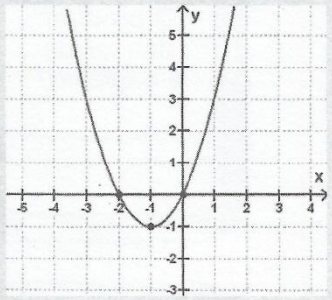
$y = -x^2 - 4x - 3$



$y = \frac{-x^2}{4} - x - 5$



$y = x^2 + 2x$



Apêndice G: Baralho de Perguntas do Jogo Enigma de Funções

1- O produto das raízes é positivo?	2- f(1) é zero?	3- f(0) é positivo?
4- O produto das raízes é negativo?	5- f(0) = 0?	6- O vértice está no eixo das abscissas?

7- A parábola tem Concavidade voltada para cima?	8- $\Delta = 0$?	9- c < 0?
10- A função admite ponto de mínimo?	11- A soma das raízes é negativa?	12 -O vértice está no eixo das ordenadas?

13-
O vértice está no 3° quadrante?

14-
A função tem duas raízes reais e iguais?

15-
A função é toda positiva?

16-
A função é positiva entre as raízes?

17-
A parábola corta o eixo y em ordenada positiva?

18-
A soma das raízes é positiva?

19-
A função admite ponto de máximo?

20-
A função admite raízes reais?

Apêndice H: Instrumento de Registro do Jogo Enigma de Funções

ALUNOS (AS): _____

Função escolhida por você: _____

Quatro para a anotação das respostas dadas pelos seus adversários

Nº Da carta do Baralho de perguntas	Resposta do adversário
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	
16.	
17.	
18.	
19.	
20.	

Dê sua opinião sobre o jogo

_____
_____
_____
_____

Se você conseguiu identificar qual foi a Função escolhida pelos seus adversários anote a forma algébrica dela aqui: _____