UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS

LÍNGUA MATERNA E LINGUAGEM MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

CAMPINA GRANDE – PB
2015

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS

LÍNGUA MATERNA E LINGUAGEM MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

CAMPINA GRANDE – PB

2015

F866l Freitas, Tiêgo dos Santos.

Língua materna e linguagem matemática [manuscrito] : influências na resolução de problemas matemáticos / Tiêgo dos Santos Freitas. - 2015.

162 p. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.

"Orientação: Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática".

1. Língua materna. 2. Linguagem matemática. 3. Problemas matemáticos. 4. Sala de aula. 5. Educação matemática. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS

LÍNGUA MATERNA E LINGUAGEM MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Aprovado em 24 / abril / 2015.

Banca Examinadora

Silvanio de Andrade

Prof. Dr. Silvanio de Andrade
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Orientador

Rosana Marq

Profª. Dra. Rosana Marques da Silva
Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
Examinadora Externa

Profª. Dra. Zélia Maria de Arruda Santiago
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Examinadora Interna

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Examinador Interno

DEDICATÓRIA

A Deus, sem o qual nada seria.

À minha mãe, Josefa Maria dos Santos Freitas, que sempre me incentivou e fez o que pode para que eu pudesse, a partir dos estudos, “vencer na vida”. Obrigado, mãinha, por tudo.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a DEUS pelo dom da vida, pela minha família e por todas as oportunidades que me foram oferecidas até hoje.

A todos os meus familiares pelo incentivo e força que me deram nos momentos difíceis, em especial a minha mãe Josefa Maria dos Santos Freitas.

Ao orientador desse trabalho, Prof. Dr. Silvanio de Andrade, pelo seu excelente trabalho de orientação na tessitura dessa pesquisa, pelos conselhos e incentivos para o meu crescimento pessoal e profissional, bem como pela busca incessante de melhorias no processo de ensino-aprendizagem de matemática na Educação Básica.

A todos os meus professores da Educação Básica, da Educação Infantil ao Ensino Médio e, do Ensino Superior, da Graduação e do Mestrado, que de forma significativa, contribuíram para a minha formação, em especial a todos que compõem o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da UEPB.

Aos professores da Banca de avaliação desse trabalho: qualificação e defesa – Drª. Zélia Maria de Arruda Santiago, Dr. José Joelson Pimentel de Almeida e Drª Rosana Marques da Silva (defesa), pela aceitação do convite e pelas excelentes contribuições, seja no exame de qualificação e/ou na defesa.

Aos colegas do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Pós-Modernidade, liderado por Dr. Silvanio: Afonso, Adriana, Andriely, Jefferson, Lucimara, Maurício, Miguel, Paulo, Sheila e Veralúcia, com os quais compartilhei diversas discussões acerca de nossas pesquisas.

A todos os colegas do PPGECEM, em especial as turma 2013 (profissional e acadêmico) – área de concentração em Educação Matemática: Carlos Alex, Ana Luiza, Simone, Syana, Samilly, Marcella, Gilberto, Edivam, André, Ledevande, Débora, Erick, Alexandre, Charles e Marcos.

Aos meus colegas professores, funcionários e gestores da Escola Estadual Ana Ribeiro. Em especial a Adalgiza Lucena (revisora desse trabalho), Helder Linhares, Ramon Souza, Andrea Bernardo e Salete Cardoso, pelo apoio, incentivo e compreensão.

A todos os meus amigos e colegas de profissão, em especial a Dhiego Vieira do Amaral – sempre presente ao longo de toda a minha formação profissional (Graduação, Pós-Graduação e trabalho docente), amizade esta, que levarei por toda a vida.

A todos os alunos das três turmas de 1º Ano do Ensino Médio que participaram dessa pesquisa, turmas 2014, em especial aos que puderam participar da intervenção, auxiliando-me na obtenção dos dados para a composição desse trabalho. A vocês, futuro de um novo amanhã, o meu muito obrigado.

E por fim, a todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram e torceram para esta minha conquista e mesmo não sendo mencionados, não foram esquecidos, muito obrigado!

Alarmam-se os professores [...] pelo fato de seus alunos não lerem, e, no entanto, nada fazem para remediar essa situação. A palavra escrita é patrimônio da cultura letrada, e todo professor é, em princípio representante dessa cultura. Daí que permanecer à espera do colega de Português resolver o problema, além de agravar a situação, consiste numa declaração de sua incompetência quanto à função de garantir a participação plena de seus alunos na sociedade letrada (KLEIMAN, 2013, p.7).

FREITAS, Tiêgo dos Santos. **Língua Materna e Linguagem Matemática: influências na resolução de problemas matemáticos.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), 2015.

RESUMO

No presente trabalho buscamos identificar e analisar as dificuldades dos alunos diante dos enunciados de problemas matemáticos, em especial os obstáculos no entendimento da Língua Materna, da Linguagem Matemática e a influência das mesmas no processo de resolução de problemas matemáticos. Para fundamentação de nosso estudo, realizamos uma revisão bibliográfica de pesquisas nacionais que abordaram essa temática, a fim de compreender o que elas apontam sobre a questão da leitura e interpretação de problemas nas aulas de matemática. As investigações consultadas apontam para a falta de um trabalho adequado com a questão da leitura e interpretação de textos nas aulas de matemática, ficando esse trabalho restrito, apenas, aos professores de Língua Portuguesa, o que, evidentemente, não é suficiente, pois, a preocupação com a questão da leitura e interpretação deve se dar em todas as disciplinas, principalmente nas aulas de matemática, diante das especificidades dessa área de conhecimento. Assim, embasando-se nos diversos estudos consultados sobre a temática, verificamos a necessidade de buscar compreender as dificuldades que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio apresentam diante dos enunciados de problemas matemáticos com relação ao entendimento da Língua Materna e da Linguagem Matemática, bem como, a influência dessas linguagens no processo de resolução de problemas, já que a maior parte das pesquisas consultadas situava-se no Ensino Fundamental I e II. A investigação foi desenvolvida em três etapas: aplicação de um questionário prévio, aplicação de uma lista de problemas e a intervenção didática. A intervenção foi desenvolvida em uma turma regular de primeiro ano do Ensino Médio, em uma Escola Pública da Rede Estadual da Paraíba, consistindo no trabalho com 15 questões, durante 10 encontros. A pesquisa é de caráter qualitativo (SAMPIERI, COLLADO E LUCIO 2013; STAKE, 2011), na modalidade de pesquisa pedagógica (LANKSHEAR E KNOBEL, 2008). Entre os resultados obtidos destacamos o vocabulário limitado dos alunos diante do desconhecimento de diversas palavras, sejam elas da Língua Materna ou da Linguagem Matemática, escrita com diversos erros ortográficos e gramaticais, argumentação frágil, bem como dificuldades em diversos conhecimentos matemáticos de séries anteriores, principalmente frações e álgebra e entendimento de palavras recorrentes na Linguagem Matemática (perímetro, números consecutivos, dobrado, progressão) e na Língua Materna.

PALAVRAS-CHAVE: Língua Materna. Linguagem Matemática. Resolução de Problemas matemáticos. Sala de aula. Educação Matemática.

FREITAS, Tiêgo dos Santos. **Mother Tongue and Mathematical Language: influences in solving mathematical problems**. Dissertation (Professional Master in Teaching of Science and Mathematical Education). Campina Grande: State University of Paraíba (Universidade Estadual da Paraíba, UEPB), 2015.

ABSTRACT

In this study we will try to explain the difficulties of the students before the set of mathematical problems, in particular the obstacles in understanding both their Mother Tongue and the Mathematical Language, and the influence of them in the mathematical problem solving process. For the foundation of this study, we conducted a literature review on national studies that have addressed this question in order to understand what they point out about the issue of reading and interpretation problems in Mathematics classes. The researches point out to a lack of an adequate job with the issue of reading and interpretation of texts in Mathematics classes, in a context where this work is only restricted to teachers of Portuguese Language, which, of course, is not enough, since the preoccupation concerning the issue of reading and interpretation should be given in all subjects, especially in Mathematics classes, given the specificities of this area of knowledge. So based on several researches about this subject, we could see the need in try to understand the difficulties that the students of the first year of high school have before the statements of mathematical problems regarding Mother Language and Mathematics Language, as well as the influence of these languages in the process of problem solving, since most of the surveyed research was located in Elementary Education I and II. The research was developed in three steps: application of a previous questionnaire, application of a list of problems, and didactic intervention. The intervention was developed in a regular class of the first year of high school, in a public school of Paraíba state network, where the work consists in 15 questions, within a period of 10 meetings. The research is qualitative (SAMPIERI, COLLADO AND LUCIO 2013; STAKE, 2011), in the pedagogical research mode (LANKSHEAR AND KNOBEL, 2008). In some of the obtained results it was possible to highlight the limited vocabulary used by the students, before the lack of several words, whether Mother Language or Mathematics Language, written with many spelling and grammatical errors, a weak argument, while they also have difficulties in various mathematical knowledge series earlier, mainly in fraction, algebra and in the understanding of different words that have a frequently use in the mathematical Language (perimeter, consecutive numbers, folded, progression) as well as in their Mother Tongue.

KEYWORDS: Mother Tongue. Mathematical Language. Mathematical solving problems. Classroom. Mathematical Education.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. PALAVRAS INICIAIS – PESQUISADOR E OBJETO DE PESQUISA

Ao longo da minha formação inicial no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), as inquietações com os processos de ensino-aprendizagem da Matemática sempre foram uma constante. Buscando aprimorar-me como futuro docente participei do Programa de Educação Tutorial (PET) Conexões dos saberes em Matemática e Estatística e do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

Em ambos os programas havia atividades direcionadas à formação docente (estudo de conteúdos matemáticos da Educação Básica, discussões sobre atividades e recursos que contribuíssem para facilitar o ensino-aprendizagem de Matemática, análise de Livros Didáticos). Especificamente no PET pude desenvolver estudos sobre a Metodologia de Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas (iniciação científica), temática sobre a qual sempre busco aprofundar meus conhecimentos.

Ao cursar as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática adquirir novos saberes sobre a referida temática e conhecer outras estratégias metodológicas que visam facilitar o trabalho didático do professor em seu cotidiano escolar, bem como, aprofundei meus estudos sobre a Educação Matemática como um campo de pesquisa.

Motivado pelo interesse em realizar pesquisas sobre a Metodologia de Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas ao cursar a disciplina Leitura e Produção de Textos Acadêmicos II (LPTA II), na qual precisava escrever um projeto de pesquisa, decidi trabalhar com a questão das dificuldades de entendimento entre a Língua Materna e a Linguagem Matemática por parte dos alunos e sua interferência no processo de resolução de problemas matemáticos.

Assim, motivado pelo interesse em pesquisar sobre a referida temática, decidi participar da seleção do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Ao mesmo tempo em que iniciei as aulas no mestrado tomei posse como professor na Rede Estadual da Paraíba. Foi a partir do mês de março de 2013 que iniciei minhas atividades como professor titular de Matemática em turmas do Ensino Fundamental e Médio. Antes, as minhas experiências com o ensino foram ao longo dos Estágios Supervisionados, nas atividades docentes do PIBID (um ano, com duas turmas do Ensino Médio) e como professor substituto (turmas do Ensino Fundamental II) por um período de cinco meses.

Apesar de possuir pouca experiência como docente reconheço que a Matemática é uma das disciplinas que apresenta altos índices de reprovação e de insatisfação por parte de professores e de alunos, conforme apontam diversas pesquisas e avaliações educacionais da aprendizagem, como a provinha Brasil e a prova Brasil (constituintes do SAEB), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o *Programme for International Student Assessment*[1] (PISA).

Assim, além dos problemas presentes no ensino de matemática há diversos problemas presentes no meio educacional, conforme aponta Sadovsky (2010) em seu livro "O ensino de Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios", no qual a pesquisadora apresenta um questionamento pertinente sobre o seu ensino, a saber:

> Como encontrar fundamentos para o otimismo, quando a *realidade* produz desassossego? Jovens acusados de não saber nada; docentes insatisfeitos e cansados de lidar com adolescentes que parecem desprezar o que eles têm a oferecer; distâncias intransponíveis entre escolas frequentadas pelos *ricos* e as que alojam os *pobres*; assimetrias injustas não só na distribuição, mas também nas possibilidades de aproveitamento dos recursos que circulam; participantes da escola – todos – acusados de adotar a cultura da *facilitação*. (p. 11). Grifos da autora.

As palavras de Sadovsky (2010) refletem a situação do ensino de Matemática na Argentina, mas estas problemáticas relatadas não se restringem apenas a esse país, pois percebemos que as situações retratadas pela pesquisadora, também, se fazem presentes em nosso sistema educacional, sempre criticado pelos baixos índices de desempenhos de nossos alunos nas mais variadas avaliações educacionais as quais eles são submetidos. Além do baixo desempenho de nossos alunos, há problemas relacionados à infraestrutura das escolas, a desvalorização docente e a baixa qualidade do ensino oferecido, principalmente na rede pública de ensino.

Essa cultura da facilitação apontada por Sadovsky (2010), também, é destacada por Medeiros (2005) ao tratar de forma específica sobre o ensino de matemática, afirmando que:

> [...] a Matemática, da forma que comumente vem sendo apresentada, quer em aulas, quer em livros-texto, traz subjacente a idéia do *edifício pronto*, da *obra acabada,* onde a busca das soluções das questões não é vivida *com* o aluno, encobrindo sob o peso de uma aparente clareza da exposição lógica e organizada dos seus termos, o fazer Matemática; encobrindo, em uma *didática da facilitância* [...]. (pp. 18-19) (Grifos da autora)

[1] Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - é uma iniciativa internacional de avaliação comparada, aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países, sendo aplicada a cada três anos.
Fonte: <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>
Acesso: 03 julho 2014.

Essa facilitação presente no ensino da Matemática aliada ao tradicionalismo pedagógico no sentido de que o professor, geralmente, define e exemplifica o conteúdo para, em seguida, passar exercícios e os alunos seguirem os passos explicitados por ele, tem sido apontado como um dos principais motivos do fracasso nessa área de conhecimento.

Neste contexto, a disciplina de Matemática tem passado por constantes mudanças ao longo dos anos, em busca de um ensino eficaz "[...] um tipo de trabalho mais satisfatório, mais prazeroso" (SADOVSKY, 2010, p. 13). Essa área do saber, essencial à formação profícua de nosso alunado, desde a fase inicial de seus estudos, vem sendo objeto de pesquisa de diversos estudiosos, visando encontrar alternativas que favoreçam um processo de ensino-aprendizagem satisfatório para esse campo de conhecimento.

Nesse sentido, a Matemática, considerada como a rainha das Ciências (SKOVSMOSE, 2007), é uma das principais áreas de conhecimentos que possui aplicação em diversos campos do saber. Sobre a importância do conhecimento matemático, Gómez-Granell (1997, p. 257) afirma que "saber matemática é uma necessidade imperativa numa sociedade a cada dia mais complexa e tecnológica, em que se torna difícil encontrar setores em que esta disciplina não esteja presente".

Dessa forma, objetivando melhorar o ensino nessa área de conhecimento, várias foram as reformas curriculares ocorridas em nível mundial ao longo dos anos, conforme apontado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998). Uma alternativa proposta pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática[2] (NCTM) dos Estados Unidos foi o trabalho com a resolução de problemas "como o foco do ensino da matemática" (*idem*, 1998, p. 20). Esta e, outras, recomendações presentes no documento "agenda para a ação" do NCTM, influenciaram diversas reformas ocorridas no mundo desde 1980 (BRASIL, 1998).

Assim, diante dos diversos problemas existentes no ensino de Matemática, esse trabalho analisou e identificou as dificuldades de entendimento entre a Língua Materna e a Linguagem Matemática por parte dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, verificando sua interferência no processo de resolução de problemas matemáticos.

Buscando apoio em pesquisas que tratem sobre o nosso objeto de estudo encontramos

[2] Conselho Nacional de Professores de Matemática (situado nos Estados Unidos) "é a voz pública da educação matemática, apoiando os professores para garantir a aprendizagem matemática equitativa da mais alta qualidade para todos os alunos através da visão, liderança, desenvolvimento profissional e de pesquisa". Disponível em: <http://www.nctm.org/mission.aspx> Acesso: 07 julho 2014.

nos trabalhos de Sousa (2008), Lopes (2007) e Salmazo (2005) indicações de que os alunos enfrentam muitas dificuldades no entendimento de enunciados de problemas matemáticos, relacionados à questão da leitura e interpretação, marcadas pelo distanciamento entre Língua Materna e Linguagem Matemática. Essas dificuldades de certo modo ocasionam o não entendimento do que se pede nos problemas matemáticos, levando os alunos a não solucionarem esses problemas, muitas vezes, deixando-os em branco ou com respostas erradas ou, até realizarem qualquer operação, objetivando se "livrar" das questões que lhe foram propostas.

Essas dificuldades, muitas vezes, são ocasionadas pela falta de um trabalho adequado com leitura e interpretação dos problemas propostos pelo professor, ou mesmo ao excessivo uso de exercícios nas aulas de matemática para os quais são dadas instruções diretas sobre o que os alunos devem realizar, além de uma visão inadequada em matemática presente em nossa sociedade, disciplina que lida apenas com números, exigindo apenas que os alunos retirem dados presentes nas questões dadas ou buscarem a indicação de qual operação realizar para solucionar as questões propostas. Além disso, não há uma exploração, por parte dos docentes, acerca da Linguagem Matemática que, muitas vezes, não explicitam aos alunos o significado de determinados termos por considerar, talvez, que eles conhecem o seu significado. Ademais, a desconexão entre a Linguagem Matemática e a Língua Materna sempre esteve presente no ensino de matemática desde as séries iniciais, portanto, carecendo de ações que as aproximem na prática decente.

Dessa forma, a mecanização no ensino de matemática encontra subsídio na crença de que os alunos devem apenas realizar operações, decorar e utilizar fórmulas, seguir regras e aplicar macetes para solucionar os exercícios propostos. Por esse motivo torna-se recorrente em aulas desta disciplina perguntas direcionadas ao tipo operações, a exemplo, se a conta é de mais ou de menos, que procedimento deve ser utilizado por falta do incentivo a leitura e a interpretação dos enunciados das questões nas aulas de matemática.

Em síntese, podemos destacar que a preocupação com a questão da leitura e da interpretação do texto matemático em sala de aula deve ser uma constante no trabalho docente. Não se restringindo apenas aos professores de Língua Portuguesa, conforme apontado por Salmazo (2005, p. 114): "[...] na escola, geralmente as responsabilidades sobre o desenvolvimento das habilidades de leitura e escrita são atribuídas unicamente aos professores de Língua Portuguesa, o que evidentemente, não é suficiente".

A interdependência entre Língua Materna e Linguagem Matemática merece atenção especial por parte dos professores de Matemática com relação às dificuldades apresentadas pelos alunos. E uma metodologia adequada ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática que consiga levar em consideração o trabalho com a questão da leitura, escrita e interpretação de textos nas aulas dessa disciplina, pode ocorrer através da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática, indicada pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), bem como das constantes pesquisas que têm sido realizadas nessa temática, constatando sua importante contribuição no processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Diante do exposto nos remetemos às seguintes questões: *Os alunos do 1º ano do Ensino Médio compreendem os termos da Linguagem Matemática e da Língua Materna ao interpretarem seus conhecimentos e definições ao resolverem problemas matemáticos? Quais as dificuldades que eles encontram na leitura e na interpretação dos enunciados de problemas matemáticos? De que forma o diálogo entre a Língua Materna e a Linguagem Matemática contribui para que os alunos obtenham um maior desempenho no aprendizado desta disciplina?*

Buscando respostas para os nossos questionamentos objetivamos identificar e analisar a relação entre a Linguagem Matemática e a Língua Materna quanto ao entendimento, à interpretação dos enunciados dos problemas matemáticos e a sua influência na resolução destes.

Em termos metodológicos esta pesquisa é de natureza qualitativa, pois conforme nos assegura Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 33) esta abordagem “utiliza a coleta de dados sem medição numérica para descobrir ou aprimorar perguntas de pesquisa no processo de interpretação”, possuindo um raciocínio que “se baseia principalmente na percepção e na compreensão humana” (STAKE, 2011, p. 21). Este trabalho situa-se na modalidade da pesquisa pedagógica, através do qual o pesquisador realiza investigações no seu fazer pedagógico em sala de aula, objetivando compreender como as coisas funcionam ou precisam ser adaptadas, pois “um pesquisador sério não está meramente interessado em algo que funcione mas em entender como e por que funciona e/ou como precisar ser adaptado para funcionar em outras circunstâncias ou se aplicar a outros casos” (LANKSHEAR E KNOBEL, 2008, p. 19).

Este trabalho de pesquisa organiza-se em sete capítulos. Inicialmente, apresentamos reflexões pessoais que motivaram a escolha da temática de pesquisa e a justificativa do tema investigado. Em seguida, apresentamos uma revisão da literatura acerca de pesquisas acadêmicas realizadas sobre Linguagem Matemática, Língua Materna e enunciado de problemas matemáticos, objetos essenciais de nossa análise. Realizando um recorte nas produções acadêmicas sobre nossa temática de interesse, identificando algumas pesquisas já realizadas e situando o nosso trabalho neste cenário de investigação.

No capítulo 3, tratamos sobre a Linguagem Matemática, Língua Materna e o gênero textual enunciado de problemas matemáticos.

No capítulo 4, discutimos sobre a Resolução de Problemas e o seu papel no processo de ensino-aprendizagem da matemática, situando aspectos relativos ao seu surgimento, desenvolvimento, possibilidades de uso em sala de aula e as etapas propostas por Polya para se resolver um problema matemático.

No capítulo 5, tratamos sobre os aspectos metodológicos de nossa pesquisa, apresentando características da escola na qual a pesquisa foi desenvolvida, a caracterização do ambiente escolar, os alunos sujeitos da investigação e sobre a coleta e levantamento dos dados.

No capítulo 6, expomos a descrição e análise das atividades realizadas, enfocando os dados do questionário aplicado inicialmente e sobre a intervenção didática desenvolvida em sala de aula; bem como os problemas trabalhados ao longo da intervenção, comentários sobre o desempenho dos grupos durante a solução das questões propostas e nos momentos de discussão conjunta das soluções encontradas.

Finalizamos nosso trabalho realizando uma análise sobre todo o processo de desenvolvimento da pesquisa, dos resultados obtidos, dificuldades enfrentadas e limitações de nossa investigação, objetivando responder as indagações propostas inicialmente.

2. LÍNGUA MATERNA E LINGUAGEM MATEMÁTICA: PESQUISAS ACADÊMICAS

No presente capítulo faremos uma retomada das pesquisas acadêmicas sobre Linguagem Matemática, Língua Materna e Resolução de Problemas com foco nos enunciados de problemas matemáticos, situando nosso tema de pesquisa.

Ao realizarmos buscas sobre trabalhos acadêmicos que tratam de Linguagem Matemática, Língua Materna e enunciado de problemas matemáticos, objeto de estudo dessa pesquisa, encontramos diversos trabalhos que versam sobre essas temáticas (Lorensatti, 2011; Coura, 2008; Santiago, 2008; Sousa, 2008; Araújo, 2007; Lopes, 2007; Albuquerque, 2007; D´antonio, 2006; Salmazo, 2005; Giaquinto, 2003). Diante de várias investigações realizadas, selecionamos seis trabalhos para fundamentar nossa pesquisa, no entanto, a dissertação de Santiago (2008), transformada em livro, é objeto de análise de nosso trabalho.

Dos seis trabalhos escolhidos, dois foram produzidos na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) – Santiago (2008) e Sousa (2008), um na Universidade Católica de Pernambuco (UNICAP) – Albuquerque (2007), um na Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Lopes (2007), um na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC) – Salmazo (2005) e um na Universidade Nove de Julho (UNINOVE) – Giaquinto (2003).

A pesquisa de Zélia Santiago (2008) intitulada “Os marcadores Conversacionais: mediadores na definição dos significados dos termos científicos da matemática no texto oral do professor”, trata sobre a questão dos marcadores conversacionais presentes na construção do texto oral de uma professora de Matemática na interação com alunos das séries iniciais (5º ano), em uma escola Municipal na cidade de Campina Grande – PB. A pesquisa contou com a participação de adolescentes na faixa etária de 9 a 14 anos, a classe, na qual a pesquisa foi realizada, possuía um total de 28 alunos (16 meninas e 12 meninos).

A referida pesquisadora estudou “[...] o papel dos Marcadores Conversacionais como elementos mediadores das definições dos termos científicos da Matemática no texto oral do professor, analisando sua repercussão na compreensão dos enunciados escritos em provas de Matemática” (2008, p. 19).

Santiago (2008) estruturou sua pesquisa etnográfica, a partir da análise do texto oral da professora em sala de aula (aulas expositivas), do texto oral da aplicação dos exercícios, ao texto oral referente a aplicação da prova escrita e, também, a partir de entrevistas realizadas com os alunos da turma objeto de investigação.

Dentre as conclusões apontadas pela pesquisadora, destacamos:

- O texto oral da professora é formado, em sua maioria, por turnos[3] simples tipo pergunta/resposta;
- A utilização dos turnos compostos argumentativos foram construídos com o uso dos Marcadores Conversacionais (MCs) interacionais simples, deixando o texto oral com marcas de descontinuidade;
- Ao tentar definir os termos científicos da Matemática, a professora utilizava construções linguísticas e palavras da linguagem corrente que não auxiliavam o entendimento dos conteúdos matemáticos abordados;
- Não ocorria a leitura dos conteúdos em sala de aula, o que dificultava a construção dos seus conceitos trabalhados;
- O texto oral elaborado pela professora durante a aplicação da prova restringiu-se à leitura das questões;
- Os alunos confirmaram, através das entrevistas, as dúvidas relativas ao significado dos termos científicos da Matemática.

Finalizando sua obra, Santiago (2008) discorre sobre a importância da compreensão do texto oral em sala de aula, afirmando que

> [...] o texto oral de sala de aula construído na interação professor-aluno pode contribuir de maneira significativa para melhorar o desempenho escolar do aluno e, que a compreensão do texto oral expositivo é um prenúncio para a compreensão do texto escrito em situação de avaliação escolar (p. 145).

A pesquisa de Albuquerque (2007), dissertação – mestrado em Ciências da Linguagem, intitulada "Alguns fatores linguísticos que interferem na intelecção dos problemas matemáticos no Ensino Fundamental I" objetivou identificar, a partir da análise de alguns problemas matemáticos dos livros didáticos, as causas da dificuldade de interpretação e intelecção dos problemas matemáticos pelos alunos que estão iniciando a leitura (1ª série do Ensino Fundamental I).

A pesquisadora teve como hipótese "que os fatores linguísticos relativos aos enunciados dos problemas matemáticos interferem na sua compreensão, conforme a articulação entre os fenômenos da língua e a construção deste tipo textual" (p. 7). Apoiando-

[3] Sacks, Schegloff e Jefferson (1974, *apud* SANTIAGO, 2008), definem turno "como sendo qualquer intervenção dos interlocutores, além da participação entre os falantes com direito a palavra".

se nos estudos sobre mecanismos enunciativos e textualizadores, a autora utiliza como recurso metodológico a análise do texto, baseando-se nos estudos da linguística textual, considerando a complexidade dos enunciados dos problemas matemáticos.

Albuquerque (2007, p. 7) acredita que

> [...] as estratégias textuais, as categorias de referenciação (endofórica, anafórica, catafórica e exofórica) e dos dêiticos (tempo, lugar e pessoa), são fatores lingüísticos, que, conforme a articulação na construção do enunciado, dificultam a intelecção e interpretação dos problemas matemáticos, sobretudo, pelos educandos que estão iniciando a leitura e, nesse período, apresentam dificuldades nas relações espaciais e temporais.

A pesquisadora, a partir da análise do *corpus* constituído de 8 problemas matemáticos conclui que, em sua maioria, os problemas matemáticos dos livros didáticos analisados induzem os alunos ao erro, considerando que nessa etapa escolar as crianças ainda estão em um processo de aquisição da leitura. Conforme os exemplos a seguir[4]:

1. Um fazendeiro tem 12 vacas. Todas menos 5 morreram. Quantas vacas restam? (p. 72)
2. A tia da Marta tem 45 anos. Sua mãe, avó de Marta, nasceu em 1946. Quantos anos tinha a avó de Marta quando ela nasceu, em 1997? (p. 75)

Conforme explicitado pela pesquisadora esses problemas contribuem para que os alunos não tenham êxitos nas questões solicitadas por apresentarem um nível de complexidade de interpretação elevado, quanto à referenciação lexical destinada ao seu público alvo. Além desses problemas, ela destaca que os problemas analisados não apresentam contextos reais às crianças (contextualização), não possuem uma linguagem clara e, que eles, possuem palavras-chave de quais operações devem ser executadas para se chegar à solução, bastando apenas aos alunos identificarem essa palavra-chave e resolverem a operação.

A pesquisadora Lopes (2007) objetivou estudar “os fatores que colaboram ou dificultam na interpretação e na resolução de problemas escolares de matemática por alunos de 5ª série e de 8ª série do Ensino Fundamental”, realizando entrevistas clínicas com 20 alunos, 10 de cada série, aos quais foram propostos a resolução de 4 problemas matemáticos.

A pesquisa qualitativa, baseada no método clínico crítico de Jean Piaget desenvolvida por Lopes, foi realizada através de entrevistas semiestruturadas, consistindo em uma livre conversação entre a pesquisadora e as crianças sobre os problemas propostos. Esses

[4] Esses problemas foram retirados de livros didáticos de 1ª a 4ª série aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2007). A autora não identificou os autores dos livros.

problemas foram retirados de Livros Didáticos e constituíam-se de questões que os professores mais utilizavam em suas aulas.

Os problemas selecionados[5], retirados de livros da 5ª série, eram compostos de questões que poderiam ser solucionadas com a utilização de conceitos e procedimentos matemáticos previstos para serem desenvolvidos em séries posteriores a essa (LOPES, 2007), a saber:

> 1. A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?
> 2. Com R$ 8,00, posso comprar dois gibis e três pacotes de figurinhas e ainda sobram R$ 2,00 de troco. O gibi custa R$ 1,00 a mais que o pacote de figurinhas. Quanto custa cada gibi? E cada pacote de figurinhas?
> 3. Todos os dias José faz um percurso de 850 metros. Desse percurso 45% está asfaltado.
> a) Quantos metros estão asfaltados? b) Quantos por cento do percurso não estão asfaltados? c) Quantos metros não estão asfaltados? d) Quantos metros correspondem a 100%?
> 4. O perímetro de um retângulo é 72 cm. Sabendo que o lado maior é o dobro do menor, encontre as medidas dos lados do retângulo. (*Op. cit.* p. 30).

A pesquisadora finaliza seu trabalho fazendo uma comparação entre as três categorias criadas para agrupar os resultados obtidos com os dois grupos pesquisados, 5ª série (grupo I) e 8ª série (grupo II).

As categorias foram: *I) Compreensão leitora e familiaridade do gênero discursivo "enunciado de problemas matemáticos", II) Atitudes dos alunos frente à resolução de problemas* e *III) O significado de resolver um problema matemático.*

Na categoria I, foi constatado que os alunos do grupo I possuíam pouca fluência na leitura dos enunciados dos problemas, 9 alunos desconheciam o significado do termo "consecutivo" e, desse total, 7 desconheciam o significado da palavra "perímetro". Além disso, a maioria dos alunos apresentou dificuldades em reter e manter o controle das informações essenciais dos enunciados dos problemas utilizando-se de tentativas aleatórias para solucionarem os problemas propostos.

Os alunos do grupo II possuíam uma maior fluência na leitura, apenas uma aluna não conseguiu ler fluentemente e explicar o que o problema pedia. O número de alunos que desconheciam o significado da palavra "consecutivo" foi elevado, 7 alunos, e 3 alunos

[5] O primeiro problema foi retirado de: MORI, I.; ONAGA, D. S. *Matemática: Idéias e desafios*. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 1999. Os demais: BIGODE, A. J. L. *Matemática hoje é feita assim*. São Paulo: FTD, 2002 (segundo problema transcrito com alterações). "No segundo problema, após o estudo piloto, achamos conveniente alterar os valores dos objetos utilizados no enunciado, por se tratar de valores decimais para os gibis e as figurinhas e poderiam aumentar o grau de dificuldades" (LOPES, 2007, p. 29).

desconheciam o significado da palavra “perímetro”. Alguns alunos demonstraram não reter ou controlar as informações apresentadas nos enunciados dos problemas. Apesar de alguns alunos apresentarem estratégias mais elevadas para solucionar os problemas, apenas um demonstrou familiaridade com a álgebra, e a grande maioria utilizou a tentativa como forma de encontrar as soluções.

Na segunda categoria, *Atitudes dos alunos frente à resolução de problemas*, apenas um aluno do grupo I demonstrou confiança na resolução dos problemas. Os demais dependeram da ajuda da pesquisadora para interpretarem os problemas e para os solucionarem. Apenas um pequeno grupo demonstrou desinteresse e não tentou solucionar os problemas apresentados. Já no grupo II apenas dois alunos resolveram os problemas de forma independente, os demais necessitaram de auxílio da pesquisadora.

Na última categoria, *o significado de resolver um problema matemático*, foi verificado que no grupo I a maioria dos alunos fez uma operação qualquer com os números que constavam nos problemas, sem buscar compreender o que era solicitado no enunciado dos problemas. No grupo II, apenas 3 alunos realizaram operações com os números presentes nos problemas, os demais buscaram solucionar os problemas de forma adequada, verificando as informações dos enunciados. Alguns não conseguiram, mas buscaram responder de forma adequada.

A pesquisa desenvolvida por Sousa (2008), Trabalho Acadêmico Orientado (TAO), observou as dificuldades de leitura em enunciados de questões matemáticas por alunos da 7ª série (8º ano) do Ensino Fundamental II, a partir de questões retiradas do Livro Didático adotado na escola, situada na Cidade de Campina Grande – PB, “A Conquista da Matemática: a + nova”.

O trabalho consistiu em uma pesquisa descritivo-analítica e explicativa realizada em uma turma com 28 alunos (16 do sexo masculino e 12 do sexo feminino), na qual foram aplicadas três listas de exercícios retiradas do livro didático, especificamente sobre os conteúdos Equações e Sistemas de Equações do 1º grau.

O pesquisador classificou os enunciados das questões em simples e complexos. Os enunciados simples “expõem de forma concisa uma breve contextualização dos dados, estimulando no leitor o desenvolvimento de uma leitura rápida, sem complexidade na interpretação, o que torna a questão mais direta, voltada à aplicação de regras/fórmulas apreendidas” (SOUSA, 2008, p. 15), já nos enunciados complexos a “[...] contextualização escrita é maior devido ao elevado número de informações, requerem do educando reflexão, reconhecimento e avaliação, requisitos necessários à sua boa aplicação no momento de resolução dessa situação-problema" (*op. cit.* pp. 14-15).

Após a aplicação de um questionário inicial, objetivando diagnosticar a prática de leitura na disciplina de Matemática, o autor aplicou as listas de exercícios. A primeira lista continha 9 questões, duas com enunciados simples e sete com enunciados complexos. A segunda possuía 13 questões, cinco com enunciados simples e oito com enunciados complexos. A última lista possuía um total de 16 questões com enunciados complexos. O autor selecionou algumas questões do total aplicado para analisar o desempenho dos alunos quantos aos acertos, erros e não emissão de respostas (questões em branco).

O pesquisador, a partir da análise dos dados, concluiu que os alunos, praticamente todos, conseguiram responder as questões dos enunciados simples, poucos deixaram as questões em branco ou emitiram respostas erradas. Quando se observa o desempenho desses alunos em questões de enunciados complexos verifica-se que poucos, no máximo 5 alunos do total pesquisado, conseguem solucionar as questões propostas. A maior parte deles (mais de 55%) erram as questões e os demais as deixam em branco. O quadro, a seguir, resume os dados da pesquisa:

Quadro 1 – Questões aplicadas por Sousa (2008)

	Questões	**Tipos de Enunciados**	**Acertos**	**Erros**	**Em branco**
Lista 1	1	Simples	17	5	3
	2	Simples	20	3	2
	3	Complexo	1	18	6
	4	Complexo	4	19	2
	5	Complexo	3	17	5
Lista 2	6	Simples	16	3	4
	7	Simples	14	7	2
	8	Complexo	4	13	6
	9	Complexo	1	15	7
	10	Complexo	3	16	4
Lista 3	11	Complexo	2	16	3
	12	Complexo	5	14	2

	13	Complexo	1	12	8
	14	Complexo	2	17	2
	15	Complexo	1	14	6

O trabalho de mestrado de Giaquinto (2003), intitulado “Do ‘bagulho’ ao enunciado: uma contribuição para atuação de professores do ensino básico diante de algumas dificuldades na aprendizagem da Matemática”, objetivou “[...] examinar as dificuldades em ler e interpretar o enunciado dos problemas matemáticos, as dificuldades de interpretação da linguagem matemática, bem como o uso da língua materna do aluno [...]” (GIAQUINO, 2003, pp.3-4).

O trabalho de pesquisa foi realizado em uma escola particular no município de Osasco (SP), com alunos da 5ª série (atualmente 6º ano), turno matutino, sendo classificado como uma pesquisa de campo. Apesar do foco do trabalho ser com alunos da 5ª série, a pesquisadora apresenta exemplos das dificuldades enfrentadas pelos alunos de outras séries na resolução de algumas questões trabalhadas em sala de aula. Vejamos:

> a) Determine os valores reais de x para que o valor numérico da expressão ($x^2 + 4x$) seja igual a -3. Os alunos sabiam resolver uma equação de segundo grau, a dúvida era a seguinte: Onde colocar a-3. Para os alunos, a equação correta seria: $x^2 + 4x = a - 3$. Estranho, duas variáveis na mesma equação, não? Na verdade, a equação correta é: $x^2 + 4x = -3$.
> b) A hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo. Dados os dois catetos b = 2 cm e c = 3 cm, determine-a. Os alunos sabiam utilizar corretamente o Teorema de Pitágoras, mas o grande problema para eles era: Onde colocar o –a. (GIAQUINTO, 2003, p. 21).

A pesquisadora apresenta uma série de elementos relativos aos aspectos históricos da Escola, a exemplo do bairro onde se localiza, a estrutura escolar, proposta didática e pedagógica, organização administrativa, o sistema de avaliação, o perfil geral dos alunos e da professora pesquisadora.

Giaquinto (2003) finaliza seu trabalho destacando a importância da resolução de problemas nas aulas de Matemática, da criação de um clima de pesquisa em sala de aula, das discussões sobre as soluções dos problemas e afirmando que “o aluno só consegue realmente entender o problema, quando ele está apto a pensar no nível abstrato – da logística[6] [...]” (p.78).

[6] A autora afirma que a matemática é a logística (*demonstração de um raciocínio através de símbolos e sinais)*, subdivisão da Lógica Formal de Aristóteles (p. 56).

Salmazo (2005) em sua dissertação de mestrado intitulada "Atitudes e procedimentos de alunos frente à leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática", estudou as atitudes e procedimentos dos alunos diante da leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática. O trabalho de investigação foi desenvolvido com alunos do 6º e 9º anos do Ensino Fundamental II de uma escola Municipal e com uma turma de alunos do 3º ano do Ensino Médio (escola estadual), localizadas na cidade de São Paulo.

O trabalho de pesquisa contou com a participação de 99 sujeitos (35 alunos do 6º ano, 32 do 9º ano e 32 do 3º ano). O pesquisador trabalhou com diversos gêneros textuais, a saber: um texto jornalístico, um com elementos históricos, uma bula de medicamentos e um texto que possuía enunciados de exercícios e situações-problema, adequando-os às séries nas quais foram trabalhados. Após o trabalho com os textos, o pesquisador aplicou um questionário nas turmas trabalhadas, visando obter dados a partir da impressão dos alunos sobre o trabalho (de forma geral) e sobre os textos trabalhados.

Salmazo (2005) constatou que a maior parte dos alunos considerou importante a utilização de textos nas aulas de Matemática, apesar de afirmarem que nas aulas dessa disciplina deveriam ser trabalhados apenas com números (6º ano) e das diversas reclamações durante a aplicação das atividades (3º ano).

O texto da bula de remédio foi considerado o mais difícil pelos alunos do 6º e 9º anos, enquanto que os alunos do 3º ano afirmaram ser o texto histórico o mais difícil. O texto jornalístico foi considerado como o mais fácil para os alunos do Ensino Fundamental II e o texto da bula de medicamento foi o mais fácil para os alunos do Ensino Médio.

O pesquisador concluiu que as atividades envolvendo leitura, escrita e interpretação de textos estão ausentes nas aulas de Matemática e, quando ocorrem, os alunos ficam dependentes do professor para solucioná-las. Salmazo (2005) também afirma que os alunos, independentemente dos níveis de escolaridade, possuem dificuldades em atividades que envolvam leitura, escrita e interpretação de textos e que essas atividades são consideradas "penosas" e desestimulantes para os alunos. Ele menciona que, apesar das dificuldades encontradas na realização das atividades propostas, os alunos consideram importantes atividades que envolvam o ato de ler, escrever e interpretar textos nas aulas de Matemática.

Além disso, Salmazo (2005), embasado nos estudos realizados, afirma que desde "[...] as séries iniciais os alunos percebem que os enunciados nas aulas de matemática não são essenciais e muitos resolvem problemas sem ler o enunciado na íntegra" (SALMAZO, 2005,

p. 116). Ele também afirma que o professor de Matemática deveria trabalhar com diversos gêneros textuais, sejam eles orais ou escritos, e “[...] que se nas aulas de matemática fizemos largo uso da resolução de problemas, de projetos de trabalho, de investigações matemáticas, de jogos, de sequências de atividades interessantes, também seu desempenho na leitura, escrita e interpretação de textos será favorecido” (*op. cit.*, p.117).

Da leitura dos trabalhos anteriores, visando um melhor agrupamento dos dados levantados, elaboramos a tabela a seguir, que apresenta uma síntese das pesquisas consultadas.

Quadro 2 – Síntese das pesquisas consultadas

AUTOR – ANO	NÍVEL ESCOLAR	OBJETIVO	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA
SANTIAGO (2008)	Ensino Fundamental I – 5º ano.	“Estudar o papel dos Marcadores Conversacionais como elementos mediadores das definições dos termos científicos da Matemática no texto oral do professor, analisando sua repercussão na compreensão dos enunciados escritos em provas de Matemática”. (p. 19)	Marcuschi (1986, 1989, 1992, 1998), Castilho (1998), Fáveo *et al*. (1999) Koch (1995, 1997), Rosa (1992), Bakhtin (1992, 1995), Machado (1998) e Vygotsky (1988, 1998).
SOUSA (2008)	Ensino Fundamental II – 8º ano.	“Diagnosticar a influência que os enunciados matemáticos causam ao aluno/leitor, levando-o a cometer equívocos, ou erros na resolução dos problemas sugeridos no Livro Didático de Matemática”. (p. 11)	Coracini (1999), Costa (2000), Costa Val (2006), Freitas e Costa (2002), Kleiman (1999), Koch (2000), Libâneo (1991), Marcuschi (1999), Prestes (2002), Rojo e Batista (2003), Soares (2002), Teberosky

			(2003).
ALBUQUERQUE (2007)	Ensino Fundamental I – 2º ano	Identificar, a partir da análise de alguns problemas matemáticos dos livros didáticos, as causas da dificuldade de interpretação e intelecção dos problemas matemáticos pelos alunos que estão iniciando a leitura (1ª série do Ensino Fundamental I).	Barros (1990), Marcuschi (2003), Dascal (1982), Bronckart (1999), Maingueneau (2000), Parret (1988), Koch (2000) e Foucault (2000).
LOPES (2007)	Ensino Fundamental II – 6º ano e 9º ano	Estudar "os fatores que colaboram ou dificultam na interpretação e na resolução de problemas escolares de matemática por alunos de 5ª série e de 8ª série do Ensino Fundamental"	Solé (1998), Freire (1993), Smith (1989), Kleiman (2004), Fonseca e Cardoso (2005), Stubbs (1987), Bakhtin (1992).
SALMAZO (2005)	Ensino Fundamental II e Médio – 6º ano, 9º ano e 3º ano Médio	Estudar as atitudes e procedimentos de alunos frente à leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática.	Machado (1993), Kleiman (2002), Giasson (2000), Dalcin (2002) E Dolz & Schneuwly (1996).
GIAQUINTO (2003)	Ensino Fundamental II – 6º ano	"[...] examinar as dificuldades em ler e interpretar o enunciado dos problemas matemáticos, as dificuldades de interpretação da linguagem matemática, bem como o uso da língua materna do aluno [...]". (p. 3-4)	Machado (1995), Orlandi (1997), Saussure (1975), Chaui (1995).

Dos seis trabalhos consultados, verificamos que dois foram desenvolvidos no Ensino Fundamental I, três foram desenvolvidos no Ensino Fundamental II e um foi desenvolvido no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio.

Das pesquisas analisadas, apenas uma, Albuquerque (2007) não foi desenvolvida em sala de aula. As demais foram realizadas a partir de intervenções em sala de aula, visando examinar as dificuldades em leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos, as atitudes e procedimentos dos alunos diante da leitura e interpretação de diferentes gêneros textuais, diagnosticar a influência que os enunciados matemáticos dos livros didáticos causam nos alunos, levando-os a cometerem erros em sua resolução e, verificar o papel que os Marcadores Conversacionais desempenham como elementos da mediação na compreensão dos termos científicos da Matemática presentes na oralidade do professor, analisando se eles auxiliam na compreensão do gênero enunciados escritos nas provas de Matemática.

Percebemos que há uma grande preocupação com a questão da leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos na fase inicial da Educação Básica (Ensino Fundamental I e II), conforme apontado nas pesquisas analisadas. Nossa preocupação ao tratarmos das questões relacionadas à temática mencionada se dá no Ensino Médio, fase final da escolarização básica, que possui duração mínima de 3 anos.

Sobre a nossa preocupação em pesquisarmos os processos de leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos no Ensino Médio, encontramos fundamentação na pesquisa realizada por Salmazo (2005), Solé (1998), Rojo (2004) e pelos poucos trabalhos produzidos nessa fase de escolarização, pois "de maneira geral as responsabilidades sobre o desenvolvimento das habilidades de leitura e escrita são atribuídas unicamente aos professores de Língua portuguesa" (Salmazo, 2005, p.14), aliada à crença de que só se precisa trabalhar aspectos relacionados à leitura e interpretação nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Além dessas constatações, temos que "dificuldades em leitura, escrita e interpretação de textos há muito tempo são apontadas pelos sistemas de avaliação do rendimento escolar, e não apenas em relação a alunos do ensino fundamental, mas também, do ensino médio" (*op. cit*. p.14).

Assim, diante desse cenário de pesquisas, objetivamos contribuir com um olhar para a leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos no Ensino Médio, bem como das dificuldades encontradas pelos alunos com relação à Linguagem Matemática e a Língua

Materna, verificando quais as atitudes e procedimentos dos alunos diante do trabalho com a resolução de problemas matemáticos (ênfase na Linguagem Matemática e na Língua Materna), com problemas contextualizados que foquem situações da realidade, que auxiliem na compreensão de conceitos e que apresentem elementos narrativos (contar histórias).

No próximo capítulo discutiremos sobre a questão da leitura e compreensão dos enunciados de problemas matemáticos, bem como a classificação desses enunciados como um gênero do discurso.

3. LEITURA E COMPREENSÃO DOS ENUNCIADOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Como docentes, no desenvolvimento de nossas aulas, percebemos que muitas das dificuldades dos alunos ao lerem enunciados de problemas matemáticos estão na compreensão do que fazer diante do enunciado proposto.

É consenso entre os professores da área de matemática que os alunos sentem dificuldades em ler e entender o que precisam fazer diante de questões matemáticas que possuem enunciados mais amplos, diferente dos exercícios que possuem instruções diretas. Os exercícios, geralmente, possuem instruções curtas com procedimentos operatórios que os discentes devem realizar para solucioná-los, a exemplo de: calcule, arme e efetue, resolvas as expressões, resolva as equações, determine o valor de x, etc.

As dificuldades encontradas pelos alunos em compreender os enunciados das questões pode ser percebida nos constantes questionamentos que fazem ao buscarem solucionar as atividades propostas pelo professor, seja através de uma avaliação da aprendizagem ou de resolução de questões em sala de aula.

> [...] nas aulas de matemática, privilegiam-se muito mais as explicações orais, “os macetes”, “as receitas”, deixando a desejar as práticas de leitura de textos de matemática, de descrições ou explicações escritas de procedimentos, acarretando à maioria dos alunos bloqueios na compreensão da matemática em algum ponto do seu processo escolar (LOPES, 2007, p. 25).

Conforme Lopes (2007) percebemos que, em nosso trabalho de sala de aula, uma preocupação que os alunos enfrentam por não conseguirem solucionar as questões propostas pelo professor que visam verificar o seu conhecimento matemático, deixando de lado, muitas vezes, a preocupação se eles compreenderam o que, de fato, é solicitado nas questões contidas nos enunciados.

Dessa forma, o mecanicismo nas aulas de matemática está sempre presente, pois na concepção da maioria dos professores que visam cumprir o programa da disciplina, se torna mais fácil resolver as questões para os alunos e dar continuidade a sequência dos conteúdos propostos.

Assim, o professor avança no conteúdo da disciplina, mas os alunos, na maioria das vezes, permanecem sem compreender tanto o assunto trabalhado quanto o novo conteúdo. Essa é uma das problemáticas que precisamos combater em nossa área de conhecimento, o avanço nos assuntos sem o entendimento da maior parte dos alunos, visando sempre o cumprimento do programa curricular, não permitindo-lhes compreender e refletir sobre as estratégias de solução das questões trabalhadas, bem como dos conteúdos ensinados.

Essa preocupação com o tempo destinado a cada atividade com vistas a avançar o conteúdo é relatada na pesquisa de Andrade (1998) que ao trabalhar com um problema durante duas aulas foi questionado pela professora titular da turma com relação ao tempo gasto, a saber: "[...] a professora da classe se mostrava preocupada com o fato de serem utilizadas duas aulas só para resolver esse problema, pois segundo ela, era só dizer que quem ganhou a eleição foi o candidato C, porque obteve mais da metade dos votos" [7] (p. 228).

Na concepção dessa professora e, da grande maioria dos docentes de matemática, o que importa é o processo de resolução das questões propostas, não interessando se os alunos compreenderam que conteúdos ou estratégias mobilizar para resolver o proposto na questão. Dessa forma, o interesse está apenas na solução matemática da questão, muitas vezes, não proporcionando uma compreensão ou um sentido para os alunos, bem como não é realizada uma exploração adequada da questão.

Sobre a importância de uma exploração didática eficiente dos problemas trabalhados em sala de aula, Andrade (1998) afirma que o professor deve saber explorá-lo indo além do que é previsto na questão. Através de um jogo com desafios, proposição e exploração de problemas, na concepção desse pesquisador, um problema avança para outras situações investigativas, ocorrendo um trabalho que pode se estender por várias aulas, proporcionando o interesse dos alunos a cada novo questionamento.

Porém, para que esse processo de proposição e exploração de problemas seja adequado e desperte o interesse dos alunos na busca de soluções em vários processos de investigação, é necessário saber explorar todo o potencial da questão trabalhada, avançando para outras temáticas e conteúdos, além do exigido no problema trabalhado.

Visando contribuir para um ensino de matemática com compreensão, questionando o paradigma dos exercícios nas aulas dessa disciplina, Alrø e Skovsmose (2010), em seu livro "Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática", trazem a seguinte reflexão:

> Examinemos um típico exercício de Matemática: o comerciante A vende castanhas por 85 centavos o quilo. B vende o pacote de 1,2 kg por R$ 1,00. (a) Qual

[7] "Na eleição presidencial de um país, o candidato A obteve 3% dos votos, o candidato B obteve 900 mil votos, o candidato C obteve 52% dos votos, e o candidato D obteve 12 milhões de votos. Quem ganhou a eleição? Justifique sua resposta" (ANDRADE, 1998, p. 225).

> comerciante pratica o menor preço? (b) Qual é a diferença de preço entre os dois comerciantes para um pedido de 15 quilos de castanhas?
> Temos a nítida impressão de que estamos lidando com castanhas, lojas e preços. Mas, muito provavelmente, a pessoa que elaborou esse exercício jamais foi ao comércio para ver como se vendem castanhas, nem entrevistou ninguém para saber o que acontece quando alguém pede 15 kg desse produto. É uma situação artificial. [...] O único propósito do exercício é ser resolvido (pp. 53-54).

A situação exposta mostra o quanto são artificiais os contextos dos exercícios trabalhados em sala de aula, além disso, os autores discorrem sobre a exatidão das medidas e a semirrealidade[8] em que o contexto se insere, afirmando que "[...] a semirrealidade está completamente descrita no texto da questão, ajudam a manter a regra de que uma-e-somente-uma-resposta-está-correta" (p. 54).

Dessa forma, corroborando as premissas defendidas por Andrade (1998), os pesquisadores sugerem o abandono do paradigma do exercício, visando à criação de um ambiente diferente de aprendizagem que eles intitulam de *cenários para investigação*.

> Eles são, por natureza, abertos. Cenários podem substituir exercícios. Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação. Num cenário para investigação, a fala "O que acontece se...?" deixa de pertencer apenas ao professor e passa a ser dita pelos alunos também. E outra fala do professor, "Por que é dessa forma...?", pode desencadear a fala do aluno "Sim, por que é dessa forma...?" (ALRØ e SKOVSMOSE, 2010, pp. 55-56).

Além disso, Alrø e Skovsmose (2010) defendem que devemos possuir uma preocupação com um processo de comunicação eficiente nas aulas de matemática. Em sua obra, os autores refletem a importância de um processo de comunicação em que alunos e professores participem dos processos comunicacionais existentes em sala de aula. Pois, de forma geral, nas aulas de matemática é o professor quem domina o processo comunicativo, restando aos alunos apenas responderem aos questionamentos do professor. Conforme apontado pelos autores, "normalmente a comunicação em sala de aula é caracterizada por uma relação desigual entre professor e alunos" (p. 27)

Esse falho processo de comunicação criado em um ambiente que Alrø e Skovsmose (2010) denominam de *absolutismo burocrático*, centra-se na correção de erros/acertos por parte do professor/aluno.

> O absolutismo da sala de aula vem à tona quando os erros (dos alunos) são tratados como absolutos: "Isso está errado!", "Corrija essas contas!". Dessa forma, o

[8] Os autores definem a semirrealidade como mundos sem impressões sensoriais, nas quais falsos contextos são criados apenas para ilustrar os exercícios.

> absolutismo de sala de aula parece querer sustentar que os erros são absolutos e podem ser eliminados pelo professor. [...] temos a impressão de que o absolutismo na filosofia da Matemática foi transferido automaticamente para o absolutismo pedagógico, que fundamenta certas maneiras de interação em sala de aula (ALRØ e SKOVSMOSE, 2010, p. 22).

Os autores não querem dizer que seja proibido apontar os erros dos alunos em sala de aula, mas é preciso um processo de comunicação eficaz que os auxiliem na compreensão dos conteúdos estudados e, que não seja restrito apenas, a apontar os erros dos aprendizes.

Neste processo comunicativo do *absolutismo burocrático* é dado ênfase às respostas corretas que “evocam, explícita ou implicitamente, uma autoridade, que pode ser o professor, o livro-texto ou o livro de respostas” (*op. cit.*, p. 24), é caracterizado pelo trabalho constante com exercícios, nesse ambiente de sala de aula as respostas corretas sempre existem e são únicas.

Além da unicidade de solução dos exercícios propostos nos livros didáticos os professores geralmente só aceitam um caminho de solução, aquele que está/foi trabalhado no conteúdo estudado. Além disso, ao fazerem perguntas aos alunos, eles perguntam apenas coisas das quais eles sabem ou perguntas direcionadas ao conteúdo, o que não permite que os alunos reflitam ou sejam desafiados, mas apenas memorizarem nomes de técnicas, procedimentos e fórmulas.

> O professor conhece as respostas para suas questões de antemão e espera que os alunos adivinhem o que ele tem em mente. Esse procedimento é repetido muitas vezes: uma resposta certa dá origem a novas questões formuladas pelo professor. A experiência dos alunos possivelmente se torna fragmentada, porque eles não conseguem formar uma imagem do propósito geral da atividade. Eles precisam fazer grande esforço, acompanhando o professor o tempo todo, para conseguir consolidar uma visão geral do que está acontecendo. Isso significa que os alunos concentram-se mais no processo de adivinhação do que no conteúdo matemático estudado (ALRØ e SKOVSMOSE, 2010, pp. 27-28).

3.1 Sobre Língua Materna e Linguagem Matemática

Conforme menciona Machado (2013), as duas principais áreas do saber que aprendemos ao ingressar na instituição escolar é a língua materna (o português do Brasil) e a matemática, bases do saber de toda a aprendizagem ao longo de nossa formação educacional.

Essas áreas do saber são essenciais à formação de qualquer cidadão e o ensino dessas disciplinas sempre é tratado de forma disjunta sem haver um trabalho que permita uma ação conjunta da aprendizagem de ambas, tampouco ocorrendo a interdependência entre a aprendizagem da Língua Materna e do conteúdo da matemática. Além desse problema, temos constatado que em nossa sociedade o hábito da leitura tem se tornado uma prática não frequente entre os jovens estudantes. Sendo assim, cada vez mais os nossos alunos estão deixando de lado a leitura, cujo fato dificulta o seu desenvolvimento intelectual, bem como prejudica sua formação enquanto cidadãos reflexivos capazes de interpretarem e se comunicarem eficientemente, tanto por meio da oralidade quanto pela escrita.

> A leitura e a escrita sempre ocuparam um papel essencial no desenvolvimento da sociedade, e as preocupações com estas atividades, sempre estiveram presentes em toda a história da humanidade. No entanto, hoje a leitura tem cada vez menos espaço no cotidiano das pessoas, até na escola, onde esta atividade seria comum, também não é praticada, e se pensarmos então na aula de Matemática, ela praticamente não existe (SALMAZO, 2005, p. 13).

Assim, mediante o exposto, devemos procurar formas de auxiliar os alunos a despertarem o gosto pela leitura, tanto em pequenos textos em sala de aula quanto em livros. Em específico às aulas de matemática, precisamos criar estratégias que visem despertar nos alunos a prática de ler e interpretar os enunciados das questões matemáticas, atividades que promoverão a autonomia dos aprendizes, reduzindo sua dependência em relação ao professor da disciplina mencionada e saberem o que precisam fazer para solucionarem as questões propostas.

Considerando a problemática exposta e visando o desenvolvimento de um trabalho eficaz quanto a questão da leitura, da escrita e de interpretação de problemas nas aulas de matemática, Diniz (2001) destaca a importância da especificidade da Linguagem Matemática, afirmando que há “uma característica própria na escrita matemática que faz dela uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar idéias” (p. 70). Além dessa característica particular, a Linguagem Matemática possui uma organização em sua escrita que a diferencia da Língua Materna, exigindo um processo diferenciado de sua leitura (DINIZ, 2001).

Diferentemente da Língua Materna que é polissêmica em que uma expressão possui diferentes sentidos dependendo do contexto em que está inserida, uma sentença matemática só pode assumir duas possibilidades: ser verdadeira ou falsa, nunca ambas, como exigido no rigor matemático. Assim, a precisão na escrita matemática é uma característica fundamental dessa linguagem, pois não pode deixar margens para outras interpretações.

> Essas características levam-nos a considerar que os alunos devem aprendem (*sic*) a ler matemática e ler para aprender matemática durante as aulas dessa disciplina, pois para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido

> no que lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos (DINIZ, 2001, p. 71).

Assim, mesmo possuindo esse rigor em sua escrita, não podemos considerar que a Linguagem Matemática é superior à Língua Materna (SALMAZO, 2005), pois a complementaridade e a imbricação de ambas estão revestidas de uma essencialidade em que a superação das dificuldades de aprendizagem no conteúdo matemático, muitas vezes se dá por meio da Linguagem Materna ou, do contrário, ela poderá não promover melhorias no entendimento dessa disciplina (MACHADO, 2013). Dessa forma, conforme menciona Salmazo (2005), a impregnação presente entre as disciplinas faz com que o trabalho de cada uma seja irredutível à outra.

Dessa forma, não se pode conceber um ensino de matemática em que predomine apenas a Linguagem Matemática com todo o rigor em sua escrita ao dar ênfase à utilização de conectivos matemáticos e sua simbologia característica. Dessa maneira, o ensino centra-se em uma abordagem sintática ao relacionar "[...] signos entre si, do modo como se combinam para formar signos compostos, abstraindo o significado de cada signo bem como qualquer relação entre os signos e os intérpretes" (MACHADO, 2013, p. 118), conforme evidencia Almeida (2012, p. 64):

> [...] a linguagem da Matemática, muito carregada de sua simbologia, [está] cada vez mais distante da linguagem natural. Faz-se necessária uma aproximação dessas linguagens, pois considerando os conhecimentos prévios dos alunos os quais estamos conjeturando que são objetos das interações discursivas com todas as pessoas que lhes cercam.

Sem dúvida, um ensino da matemática baseado na linguagem simbólica não fará sentido para os alunos, pois em sua grande maioria não conseguirão compreender os conteúdos ministrados pelo professor. Semelhantemente ao fracasso do movimento conhecido como Matemática Moderna, ocorrido nas décadas de 60/70, que buscava uma renovação do ensino nesta disciplina, aproximando a matemática ensinada nas escolas do que era desenvolvida pelos estudiosos e pesquisadores da área (Brasil, 1998).

Esse movimento enfatizava o ensino da teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas e a topologia, promovendo mudanças significativas nos currículos da matemática escolar no mundo inteiro. Porém, essas reformas não consideraram que um ensino totalmente formalizado estaria fora do alcance dos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental (Brasil, 1998), bem como seria difícil de ser lecionado pelos professores. Dessa forma,

> O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas (BRASIL, 1998, pp. 19-20).

Fracassando na reforma pretendida devido às suas inadequações, exageros e dificuldades geradas no ensino, esse movimento aos poucos foi sendo substituído por propostas que visam um ensino com compreensão, no qual os alunos possam encontrar sentido na matemática estudada na escola. Assim, conforme apontado em Machado (2013), Sadovsky (2010), Salmazo (2005) e Brasil (1998), precisamos de um ensino de matemática que favoreça a compreensão dos alunos, no qual possua sentido os conteúdos estudados, indo além da simples manipulação simbólica com regras a serem seguidas, não possuindo significado para nossos alunos.

Dessa forma, a impregnação entre a Linguagem Matemática e a Língua Materna está presente no ensino da matemática, não podendo ser desconsiderada, além disso, a Linguagem Matemática se faz presente no cotidiano apresentada em diversas situações interacionais, conforme exemplifica Machado (2013, pp. 103-104):

> Chegar a um *denominador comum*.
> Dar as *coordenadas*.
> Aparar as *arestas*.
> Sair pela *tangente*.
> Ver de um outro *ângulo*.
> *Retidão* de caráter.
> O *xis* da questão.
> O *círculo* íntimo.
> A *esfera* do poder.
> Possibilidades *infinitas*.
> Perdas *incalculáveis*.
> Numa *fração* de segundos.
> No *meio* do caminho.
> *Semelhança, Equivalência, Estrutura, Função, Categoria* etc. (Grifos do autor).

Como exposto, a relação entre a matemática e a Língua Materna está fortemente presente nas mais variadas atividades de nosso cotidiano, mais que isso, ela vai além desses poucos exemplos, sendo utilizada de forma constante nas mais variadas situações de nossas vidas. Sem percebermos utilizamos termos específicos da Linguagem Matemática e que possuem mais de um significado (alguns na Língua Materna e outros na Linguagem Matemática) ou que possuem significados semelhantes nessas duas linguagens, dessa forma polissêmica.

Assim, mesmo diante dessa polissemia, a Língua Materna é essencial para a aprendizagem da matemática. Deste modo, não se pode considerar um ensino matemático baseado apenas na linguagem formal (precisa, simbólica) em detrimento das contribuições dos recursos linguísticos da Língua Materna. Dessa forma, vista como uma linguagem precisa e sem ambiguidade, a Linguagem Matemática poderia ser considerada superior a Língua Materna, apontada, por alguns, como imperfeita e possuindo uma gramática destituída de sentido lógico (Salmazo, 2005).

> Porém, hoje é cada vez mais aceito que as possíveis imprecisões da língua materna, não passam de características naturais das mesmas, que em parte é responsável pela enorme diversidade de expressões que as línguas naturais possibilitam. Contudo as línguas formais apresentam uma linguagem distante do empírico, consistindo em um sistema de representação muito limitado quanto à oralidade (SALMAZO, 2005, p. 28).

Assim, consideramos que a Língua Materna é essencial no processo de aprendizagem da matemática, facilitando a transposição didática do conteúdo a ser ensinado pelo professor. Mais que isso, seria impossível pensar em uma linguagem escrita sem a presença da oralidade em sala de aula, reduzindo a aprendizagem dos conteúdos matemáticos à utilização de uma linguagem formal, precisa e pela de simbologia específico do fazer matemática. Portanto,

> A Matemática não pode se reduzir somente à linguagem formal, pois se tornaria uma barreira de difícil transposição quanto a passagem do pensamento para a escrita.
> Dessa forma é importante tratar a linguagem Matemática como uma linguagem que transcende a linguagem formal, se aproximando da linguagem materna, principalmente por meio da oralidade (SALMAZO, 2005, p. 29).

3.2 Considerações sobre leitura e compreensão de textos

A leitura é uma atividade essencial em nossas vidas, desde os primeiros anos de escolaridade, iniciamos um processo de aprendizagem de elementos iniciais relacionados à língua (vogais, alfabeto, famílias silábicas etc.) que possibilitam nossa inserção no mundo da leitura. As primeiras informações que aprendemos na escola estão relacionadas aos números e ao alfabeto, essenciais para o processo de aprendizagem escolar e formação do sujeito leitor e escritor.

É importante a consideração de que ao iniciarmos o processo de aprendizagem da escrita já dominamos a fala (oralidade). Assim, a aprendizagem da escrita não pode ser vista como uma representação da fala. Sobre esse fato, Marcuschi[9] aponta que muitas sociedades dominam a oralidade, mas sequer possuem um sistema próprio de escrita.

Corroborando essa observação de Marcuschi, Machado (2013) em seu livro "Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua" discorre sobre a imbricação existente entre a matemática e a língua materna, afirmando que a aprendizagem da língua materna se dá tanto em sua forma oral quanto em sua forma escrita, favorecendo "[...] a construção de um sistema de representação da realidade. Não são dois sistemas alternativos, mas um só sistema que se erige a partir das relações de troca e interdependência entre as duas vertentes – a oral e a escrita" (p. 101).

Assim, para Machado (2013, p. 101),

> Não obstante o fato de, na escala do tempo, a escrita constituir-se sempre em segundo lugar, ela não pode ser tratada secundariamente apenas como um código de transcrição. É precisamente pelo fato de a construção do sistema só se completar com o desenvolvimento da dupla capacidade de expressão, tanto na forma oral – aprendida muito antes do ingresso na escola – quanto na sua forma escrita – cujo aprendizado é, em geral, intraescolar – que, em todo o mundo, a não habilitação para a escrita conduz à classificação de analfabetos para indivíduos plenamente capazes de falar.

Do exposto, temos que a escrita não apenas codifica ou visa à perpetuação da fala, "[...] ela também representa, instaura, cria ou constrói novos níveis de significados, novos objetos, inacessíveis à fala" (MACHADO, 2013, p. 99). Corroborando essa afirmação de Machado (2013), Marcuschi, também, destaca a importância da oralidade e da escrita, afirmando que não são sistemas concorrentes, mas complementares, utilizados de forma harmônica em nosso cotidiano. Assim, apesar da supervalorização dada à escrita e as pessoas que a dominam em nossa sociedade, é através da fala que expressamos e nos comunicamos ao longo do dia, pois conforme ele menciona, até mesmo as pessoas mais letradas, utilizam mais de 90% de seu tempo falando.

Diante dessas constatações sobre oralidade e escrita na escola, inicialmente de forma lúdica vamos brincando com letras e números. As primeiras atividades para nos familiarizarmos com esses elementos se dão através das tarefas de cobrir pontinhos. Ao passo que avançamos em nosso processo de aprendizagem, conhecemos todo o alfabeto e já sabemos contar até determinadas quantidades. Aumentamos nosso conhecimento e aos poucos já sabemos ler palavras, depois frases e, assim, avançamos no processo de leitura.

---

[9] Ao mencionarmos Marcuschi, nos referimos ao vídeo "Fala e escrita" (parte 1). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XOzoVHyiDew> Acesso: 13 junho 2014.

Porém, o processo de aprendizagem da leitura não acontece de forma tão simples como relatado. Consultando teóricos que tratam sobre a questão da leitura (Kleiman, 2013; Porto, 2009; Rojo, 2004; Teberosky, 2003; Solé, 1998) temos encontrado afirmações de que a atividade de "ensinar e aprender a ler são tarefas complexas" (SOLÉ, 1998, p. 19). Mesmo possuindo esse grau de dificuldade, tanto para quem ensina quanto para quem aprende, a competência da leitura é essencial para o desenvolvimento pleno de qualquer pessoa em nossa sociedade.

Buscando uma definição para a leitura, encontramos, nos diversos pesquisadores, conceituações que apresentam elementos que as distinguem em alguns pontos. A definição proposta por Porto (2009) explica que:

> [...] a leitura é entendida como um processo de produção que se dá a partir da relação dialógica que acontece entre os dois sujeitos – o autor do texto e o leitor. É nessa dimensão dialógica, discursiva que a leitura deve ser experienciada, desde a alfabetização, como um ato social em que autor e leitor participam de um processo interativo no qual o primeiro escreve para ser entendido pelo segundo (p. 24).

Teberosky (2003, p. 20), afirma que através da leitura buscamos "[...] conhecer justamente o que é pouco conhecido, partindo-se de uma desconfiança que leva mais a examinar do que a crer, mais a interpretar do que a reverenciar, mais a construir do que a copiar". Assim, o processo de leitura é caracterizado pela interação entre o sujeito que busca compreender o que foi dito pelo autor do texto. Esse processo de aprendizagem da leitura deve ir além da alfabetização e das séries iniciais, perpassando toda a escolaridade, conforme apontado por Solé (1998).

Porém, o que tem se observado no ensino da Língua Materna com relação ao aspecto da leitura é um ensino mecanizado, no qual os alunos apenas decodificam as palavras sem compreenderem o seu real sentido, não conseguindo interpretar o que leem. Sobre esta prática, Kleiman (2013, p. 22) afirma que "a atividade árida e tortuosa de decifração de palavras que é chamada de leitura em sala de aula, não tem nada a ver com a atividade prazerosa [...] E, de fato, não é leitura, por mais que esteja legitimada pela tradição escolar".

Dessa forma, as dificuldades de leitura e interpretação de textos, o que inclui enunciados de problemas matemáticos, se dão pela falta de um trabalho adequado de ensino da Língua Materna que está sob a responsabilidade dos professores de Língua Portuguesa. Aliada a essa problemática é consensual a falta de um processo de leitura e interpretação nas aulas de matemática, pois a prática vigente no ensino dessa disciplina dá importância ao processo resolutivo das questões, a parte matemática em si, focando a manipulação algébrica ou com números, a utilização de técnicas e aplicação de algoritmos, ficando o processo de leitura apenas para retirar os dados da questão e na busca pelo “macete” de qual operação executar.

> [...] ao longo dos últimos anos, o ensino de Matemática vem aspirando melhorias ou mudanças significativas no aspecto da leitura, já que, nesse componente curricular tal habilidade não é valorizada pelos alunos, uma vez que estes leitores tornam essa ciência uma área do saber totalmente voltada aos cálculos numéricos. Ao analisarmos esse aspecto, vemos que é necessário desconstruirmos a realidade da falta do estímulo à leitura, fato que prevalece consolidado na escola (SOUSA, 2008, p. 26).

Corroborando os argumentos de Kleiman (2013) e Sousa (2008), não restringindo a sua afirmação apenas ao ensino da Língua Materna, mas estendendo ao ensino de matemática de um modo geral, Rojo (2004, p. 1) afirma que

> [...] a maior parcela de nossa população, embora hoje possa estudar, não chega a ler. A escolarização, no caso da sociedade brasileira, não leva à formação de leitores e produtores de textos proficientes e eficazes e, às vezes, chega mesmo a impedi-la. Ler continua sendo coisa das elites, no início de um novo milênio.

Consideramos que essa afirmação é adequada ao contexto de ensino matemático porque o mesmo tem apresentado um quadro problemático de seu ensino, apesar de algumas melhorias, na qual a maioria da população que conclui a Educação Básica (Ensino Médio), quando chega a concluir, apresenta um desempenho insatisfatório em relação ao conhecimento da matemática. No qual, devido a um processo de ensino mecanicista, focado na resolução de exercícios (através da repetição), a grande maioria dos alunos não consegue encontrar sentido na matemática ensinada na escola, criando uma verdadeira aversão aos conteúdos dessa disciplina.

Da problemática exposta, com relação ao ensino da Língua Portuguesa e da Matemática, diversas pesquisas têm apontado caminhos/estratégias/recursos metodológicos que visem um ensino com compreensão em que a aprendizagem da leitura não seja restrita a decodificação sem compreensão e, a aprendizagem matemática faça sentido para os alunos, os quais possam vivenciar e realizar aplicações práticas dessa ciência.

Assim, o processo de leitura, conforme apontado por Porto (2009) requer do leitor o acionamento de seus conhecimentos prévios e suas experiências úteis ao processo de interpretação de textos. Dessa forma, a produção de significados a partir do processo de leitura e interpretação de textos, se dá na parceria estabelecida entre autor e leitor, ocorrendo de maneira “compartilhada, configurando-se como uma prática ativa, crítica e transformadora” (PORTO, 2009, p. 24).

Nessa perspectiva, o leitor precisa possuir um papel de sujeito ativo, porque a ele não cabe unicamente a tarefa de perceber os significados do texto, mas inferir sentidos a partir da sua interação com o texto. Assim, os sentidos de um texto se constroem no processo de interação entre o sujeito e os textos com os quais ele tem contato, não sendo algo preexistente a essa interação. O ato de ler é uma atividade interativa e complexa de produção de sentidos que requer a mobilização de uma série de saberes, no qual o leitor, ao interpretar o texto, (re) constrói o seu sentido, a partir de sua experiência de mundo.

3.3 Enunciados de Problemas Matemáticos como um Gênero do Discurso

Nas mais variadas esferas de nossa sociedade, sempre presentes em nossos cotidianos, estão a presença de diversos tipos de textos em linguagem verbal (através do uso da escrita ou da fala) ou não verbal (através de imagens, desenhos, símbolos, danças, esculturas etc.). Essas diferentes tipologias textuais são consideradas como gêneros textuais, que “[...] são “modelos” de textos que circulam socialmente e que estabelecem formas próprias de organização do discurso” (PORTO, 2009, p. 38). Assim,

> A utilização da língua efetua-se em forma de enunciados (orais e escritos), concretos e únicos, que emanam dos integrantes duma ou doutra esfera da atividade humana. O enunciado reflete as condições específicas e as finalidades de cada uma dessas esferas, não só por seu conteúdo (temático) e por seu estilo verbal, ou seja, pela seleção operada nos recursos da língua — recursos lexicais, fraseológicos e gramaticais —, mas também, e sobretudo, por sua construção composicional. Estes três elementos (conteúdo temático, estilo e construção composicional) fundem-se indissoluvelmente no todo do enunciado, e todos eles são marcados pela especificidade de uma esfera de comunicação. (BAKHTIN, 1997, p. 158).

Dessa forma, em diversas situações do cotidiano e em diferentes esferas da interação verbal fazemos uso de vários tipos de enunciados que possuem uma tipologia textual relativamente estável denominadas por Bakhtin de gêneros do discurso (Porto, 2009). Esses gêneros são caracterizados não apenas pelas particularidades de quem fala ou escreve, mas também pelo lugar do discurso de quem ouve ou lê (*idem*, 2009). Assim, em nosso trabalho, consideramos os enunciados de problemas matemáticos como um gênero do discurso escrito, tais como o fizeram Almeida (2012), Lopes (2007) e Salmazo (2005).

Apoiando-se em Bakhtin (1988)[10], Porto (2009) afirma que nas mais variadas atividades sociais os gêneros do discurso são instrumentos utilizados nas práticas humanas, tais como vender, comprar, trabalhar, brincar etc. Exemplificando com as seguintes situações: “ [...] **aula** – plano de aula, tomada de notas, tarefa de casa, exposição oral, seminários, pesquisa etc. [...] **publicidade** – propaganda impressa, propaganda oral, panfleto, *outdoor* etc. [...]” (*idem*, 2009, pp. 38-39, grifos do autor).

Do exposto, consideramos o texto enunciado de problemas matemáticos como um gênero do discurso escrito presente nas aulas dessa disciplina, cujo texto é composto por elementos da Língua Materna e da Linguagem Matemática, possuindo características relativamente estáveis em suas diferentes variações (exercícios, problemas, situações-problemas). Assim,

> Consideramos que o texto de um problema envolve não apenas a linguagem, mas elementos matemáticos e que, às vezes, a dificuldade [de nossos alunos em resolver esses problemas] está ligada à compreensão desses elementos para a compreensão de um texto. É necessário termos sempre em conta que determinados conceitos, evidentes para o professor, nem sempre são claros para os alunos, e sem o seu conhecimento não é possível avançar na solução de problemas escolares. Além disso, é importante termos em conta que nem todos os alunos têm as mesmas capacidades de entender um dado conceito (LOPES, 2007, p. 21).

Dessa forma, é preciso que nós professores de matemática realizemos um trabalho que enfatize a importância da leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos, auxiliando os alunos a desenvolverem as habilidades e competências previstas no Ensino Médio e trabalhadas desde as séries iniciais conforme apontadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio em relação ao ensino dessa disciplina:

> **Representação e comunicação**
> • Ler e interpretar textos de Matemática.
> • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).
> • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
> • Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
> • Produzir textos matemáticos adequados.
> • Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
> [...]
> **Investigação e compreensão**
> • Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
> • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
> [...] (BRASIL, 2000, p. 46, grifos do autor).

[10] BAKHTIN, M. Marxismo e filosofia da linguagem. 6. ed. Rio de Janeiro: Hucitec, 1988.

O desenvolvimento dessas competências por alunos do Ensino Médio deve se dar a partir de um trabalho integrado entre a questão da Língua Materna e da Linguagem Matemática, proporcionando uma aprendizagem em matemática com compreensão por parte dos alunos. Além disso, os objetivos educacionais dessas competências são

> Convergentes com os das outras duas áreas do conhecimento: [...] a Área de Linguagens e Códigos [...] sobretudo no que se refere ao desenvolvimento da representação, informação e comunicação de fenômenos e processos [e] com a Área de Ciências Humanas [...] especialmente ao se apresentarem as ciências e técnicas como construções históricas, partícipes permanentes no desenvolvimento social, econômico e cultural (BRASIL, 2000, p. 22).

Consoante ao desenvolvimento dessas competências nas aulas de matemática através da utilização de diversos gêneros do discurso em situações escolares, Almeida (2012) em sua tese de doutorado, buscou compreender que os gêneros do discurso podem ser utilizados nas aulas de matemática para oportunizar a produção de significados, levando em consideração os aspectos sintáticos, semânticos e pragmáticos da Linguagem Matemática (idem 2012, p. 58), apresenta alguns exemplos de gêneros do discurso que podem fazer parte das aulas dessa disciplina:

Quadro 3 – Gêneros do discurso, Almeida (2012, p.58)

Domínio Social	Esfera social de uso ou utilização do gênero	Portadores	Exemplos de gêneros
Matemáticas acadêmicas	Matemáticos pesquisadores, professores ou estudantes universitários	Encadernações de teses, dissertações e monografias em geral; livros	Monografias; dissertações; teses; teoremas; demonstrações de teoremas.
Matemáticas escolares	Alunos e profes-sores de Matemá-tica	Livros didáticos e de apoio didático, apostilas, CD	Enunciados de problemas; quebra-cabeças; listas de exercícios.
Matemáticas do cotidiano	A sociedade como um todo	Jornais, revistas, *internet*, panfletos, cartazes, *outdoors* etc.	Indicadores de variação da inflação; Tabelas de desempenho de times em um campeonato; catálogos de preços; boletos bancários; faturas de consumo de água.
Conhecimentos diversos, transdisciplinares	A sociedade como um todo	Jornais, revistas, *internet*, panfletos, cartazes, manuais de	Artigos de divulgação científica, notícias, resenhas, narrativas de

		uso de eletro-domésticos etc.	enigmas, adivinhas, relatórios de atividades, manuais de instruções etc.

Considerando os diferentes gêneros do discurso presente em nossos domínios sociais, nesse trabalho enfatizaremos o domínio social das matemáticas escolares, utilizando um gênero do discurso que faz parte do cotidiano de alunos e professores de matemática: os enunciados de problemas matemáticos.

Esse domínio social da matemática escolar é amplamente utilizado por alunos e professores em seu cotidiano escolar, possuindo características específicas em seus diversos portadores (livros didáticos, apostilas, materiais complementares utilizados pelos professores, CDs). Porém, mesmo diante de um trabalho exaustivo com esse gênero, verifica-se que o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos tem se dado de forma a não despertar em nossos alunos o interesse por essa disciplina, principalmente no processo de resolução de questões em que se faz necessário o ato da leitura e o uso de suas habilidades de compreensão e interpretação.

Dessa forma,

> Em se tratando especificamente da disciplina de matemática, a atividade com texto envolve a relação entre duas linguagens diferentes - as palavras e os símbolos matemáticos. Só o professor da área pode trabalhar satisfatoriamente a combinação das linguagens presente na resolução de problemas, pois (essas linguagens) apresentam certas especificidades que demandam estratégias de leituras específicas (LOPES, 2007, p. 24).

Assim, consoante a Lopes (2007), Fonseca e Cardoso (2005, pp. 64-65) nos asseguram que:

> Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de estratégias de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da atividade matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instrução de propriedades, teoremas [...] demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade.

Finalizada as discussões sobre os enunciados de problemas matemáticos como um gênero do discurso, no capítulo a seguir discutiremos sobre a Resolução de Problemas e sua importância no processo de ensino-aprendizagem de matemática com compreensão.

4. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

A Matemática enquanto ciência faz-se presente na quantificação do real e no desenvolvimento das técnicas de cálculos com os números e suas grandezas (BRASIL, 1998). Essa área de conhecimento tem evoluído constantemente nas últimas décadas, porém, o seu desenvolvimento está intimamente relacionado com a evolução do próprio homem.

> As origens dos conceitos matemáticos são tão antigas quanto a própria cultura. As motivações para a construção desses conceitos foram problemas ligados, por exemplo, ao comércio, à agricultura, às construções de grande porte ou às observações e registros sobre corpos celestes, com a finalidade de produzir objetos ou condições necessárias para a existência humana (trabalho), o que acarretou o desenvolvimento de ciência e tecnologia, constituindo portanto a cultura das respectivas épocas e sociedades. Em particular, a resolução de tais problemas de ordem prática, ou de questões culturais mais amplas, acabou por gerar conhecimentos, e dentre eles, conhecimentos matemáticos (BRASIL, 2014b, p. 25).

Assim, se fizermos um levantamento do passado da humanidade, desde suas primeiras eras, encontramos diversos indícios deixados pelos homens na busca de aperfeiçoar as mais variadas atividades de seu cotidiano, como a coleta de frutos e da caça. O posterior aperfeiçoamento dessas atividades e o desenvolvimento de alguns artefatos de pedra ou madeira para facilitar a sua sobrevivência foram essenciais para que o homem sobrevivesse em épocas tão remotas (EVES, 2004).

Com o aperfeiçoamento de algumas técnicas de produção de artefatos e o surgimento de civilizações caracterizadas pelo uso de metais, passou a ocorrer um maior desenvolvimento social e científico dessas sociedades. Esse desenvolvimento teve lugar primeiro em vales de rios, do Egito, Mesopotâmia, Índia e China (BOYER, 1996), essas civilizações, que na época possuíam um elevado conhecimento de diversas ciências como Astronomia, Filosofia, Matemática, Medicina etc., obtinham esses saberes a partir dos grandes estudiosos que viviam nessas sociedades e das conquistas que elas realizavam sobre outras diversas culturas, absorvendo, além dos bens materiais, os conhecimentos das sociedades que eram dominadas.

Entre os diversos conhecimentos produzidos pelas antigas civilizações, Eves (2004) considera a matemática como a ciência mais antiga resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número. Surgida por necessidades inerentes ao ser humano, ela assumiu hoje a sua própria autonomia e desenvolve-se a partir da busca de solução para problemas do mundo real ou para solucionar problemas decorrentes da sua própria necessidade.

Através da resolução de diversos problemas relacionados ao cotidiano do próprio homem, se deu o desenvolvimento da matemática enquanto campo científico do saber. Exemplos dessa necessidade se deram a partir do desenvolvimento das primeiras noções de número por pastores de ovelhas que associavam pedras a cada animal para saber se seu rebanho aumentava ou diminuía ou faziam riscos em ossos para representar seu rebanho; outra situação-problema que acarretou o desenvolvimento da matemática foi a questão das medições de terras às margens do rio Nilo, proporcionando o desenvolvimento das frações.

Além de estarem presentes no cotidiano e favorecerem o desenvolvimento humano em diferentes momentos históricos, os problemas também estavam inseridos no currículo escolar desde antes de Cristo, conforme apontam Kilpatrick e Stanic (1989, p.2):

> Os problemas nos currículos remontam, pelo menos, tão longe como os antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa colecção (*sic*) de problemas.

Dessa forma, o estudo da matemática na escola é essencial para a formação dos indivíduos, em particular o processo de resolução de problemas por parte dos alunos, proporcionando-lhes inúmeros benefícios, dentre os quais podemos citar o conhecimento que é adquirido através dessa ciência, favorecendo a tomadas de decisões conscientes, compreensão do mundo a sua volta e de diversos fenômenos presentes no cotidiano, envolvendo números e outras grandezas. Assim, "a Matemática possui um papel social importante na inclusão das pessoas na sociedade. Ensinar Matemática é fornecer instrumentos para o homem atuar no mundo de modo mais eficaz, formando cidadãos comprometidos e participativos" (GROENWALD, SILVA e MORA, 2004, p. 37).

4.1 Indicação da Resolução de Problemas como uma proposta de ensino

Resolver problemas faz parte da natureza humana, desde os primórdios de nossa história (HUANCA, 2008), de modo que, ao se deparar com diversos problemas em sua vivência diária, o homem procurou diferentes formas de solucioná-los.

> Os problemas serviram de motor para impulsionar o desenvolvimento e a evolução da espécie nos mais variados campos, os primeiros homens tiveram que desenvolver métodos para resolver problemas da vida como, por exemplo, localizar-se no tempo e no espaço e, também, tentar descrever e explicar o mundo físico (*Idem*, p.1).

A partir dessas situações, os homens começaram a organizar os conhecimentos e as experiências vividas, criando maneiras de comparar, classificar, ordenar, medir, quantificar e inferir elementos fundamentais que a tradição cultural chamou de Matemática (HUANCA, 2008).

Baseada nessa maneira de agir diante de um dado problema há uma linha de pesquisa na Educação Matemática denominada Resolução de Problemas que desenvolve estudos sobre o uso dessa estratégia como ponto de partida na realização de diversas atividades matemáticas em sala de aula. Esse recurso de ensino foi proposto pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) através do documento "An Agenda for Action" (Uma Agenda para Ação), apontando que a "resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar" (ONUCHIC, 1999, p. 204).

> Na metade da década de 1980, Resolução de Problemas passa a ocupar a atenção de quase todos os congressos de nível internacional. É nessa década que o Brasil, de fato, começa a trabalhar sobre Resolução de Problemas. Fiorentini (1994, p. 189) disse que "Os estudos relativos ao ensino de resolução de problemas só seriam iniciado, de modo mais efetivo, a partir da segunda metade da década de 80. Esses estudos se restringem, quase que absolutamente, a trabalhos traduzidos em dissertações de Mestrado e teses de Doutorado (ANDRADE, 1998, p. 9).

Dessa forma, caracterizando-se como uma das seis fases pelas quais passou o ensino de matemática do século XX aos dias atuais[11] (LAMBDIN E WALCOTT, 2007, p. 3 *apud* ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p.77) a resolução de problemas como uma proposta de ensino possui como foco a habilidade no processo de resolução de problemas, possuindo como principais aportes teóricos o construtivismo, a psicologia cognitiva e a teoria sociocultural de Vygotsky.

Essa fase de ensino visou garantir um retorno à aprendizagem por descoberta e, que o processo de ensino-aprendizagem de matemática nas escolas básicas se desse através da resolução de problemas. Nesse contexto,

> A pesquisa sobre Resolução de Problemas e as iniciativas de considerá-la como uma forma de ensinar Matemática receberam atenção a partir de Polya (1944)[12], considerado o pai da Resolução de Problemas. Em seu trabalho, Polya preocupou-se em descobrir como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem a enxergar caminhos para resolver problemas (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, pp.77-78).

Consoante a proposta de ensino defendida por Polya (1944), a Resolução de Problemas avançou e ganhou adeptos em diversos países, pois "[...] problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos, antes mesmo de sua

[11] Os autores (LAMBDIN E WALCOTT, 2007) tomam como referência as escolas americanas.

[12] A tradução em Português dessa obra é intitulada A Arte de Resolver Problemas, publicada pela Editora Interciência, no ano de 1986 (1ª reimpressão).

apresentação em linguagem matemática formal; o foco está na ação por parte do aluno" (ONUCHIC, 1999, p. 207). Assim,

> Nessa fase, muitos recursos foram desenvolvidos na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividade e orientações para avaliar o desempenho dos alunos nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula. Muito desse material contribuiu para que os professores fizessem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p. 78).

Mesmo diante dos diversos materiais produzidos acerca da Resolução de Problemas e de sua recomendação através do NCTM, Onuchic (1999, p. 206) afirma que ocorreram diversas vertentes por parte dos professores de matemática sobre o entendimento de se ensinar através dessa estratégia. Dessa forma, Onuchic e Allevato (2011, p. 78) afirmam que

> [...] essa falta de concordância ocorreu, possivelmente, devido às diferenças de concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de "resolução de problemas ser o foco da matemática escolar", como recomendava o An Agenda for Action (NCTM, 1980).
> Com relação a esse aspecto, Schroeder e Lester (1989) apresentaram três modos de abordar Resolução de Problemas, que podem ajudar a entender e a refletir sobre essas diferenças de entendimento ou de abordagem que se faziam presentes, com maior ou menor intensidade, no contexto do ensino: (1) ensinar *sobre* resolução de problemas; (2) ensinar matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar matemática *através* da resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar *sobre* esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática *para* resolver problemas (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p. 79, grifos dos autores).

A terceira vertente, o ensinar *através* da resolução de problemas, apresenta-se como uma metodologia de ensino-aprendizagem de matemática, na qual "[...] o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo" (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p. 80).

Considerando as características dessa metodologia, Smole (2007a) evidencia que a maneira para se alcançar a aprendizagem em matemática e em todas as suas concepções, deve basear-se na problematização constante, levando o aluno a refletir, pensar por si mesmo, persistir e, para isso, a perspectiva metodológica para se ensinar matemática deveria ser a Resolução de Problemas.

Nesse sentido, a referida autora afirma que "aprende Matemática aquele que tem a chance de pensar e de se colocar em ação cognitivamente em situações especialmente planejadas para a construção de novas ideias e de novos procedimentos matemáticos" (2007a, p.9).

Nas últimas décadas percebemos o constante avanço dos movimentos educacionais compreendendo a necessidade de tornar a escola mais adequada à realidade das camadas populares (SILVEIRA e MENEGAZZI, 2004). Essa classe social observa a escola como uma ponte para se trilhar um caminho de sucesso para a vida profissional, conquista de emprego, aprovação no vestibular e concurso público, enfim, na chance de conseguir oportunidades concorridas no mercado de trabalho.

Nesse contexto, surge a necessidade de a Escola se mobilizar e buscar formas e estratégias para melhorar o ensino e a aprendizagem dos alunos. Entre os muitos caminhos que a educação segue para atender esse objetivo, especificamente no ensino de matemática, neste trabalho desenvolvemos uma proposta de ensino *para* a Resolução de Problemas, com objetivo de, a partir da resolução de questões propostas aos alunos, identificar e analisar as dificuldades de entendimento entre a Língua Materna e a Linguagem Matemática, verificando sua interferência no processo de resolução das questões sugeridas.

4.2 Breve histórico das reformas curriculares

Conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998), os movimentos curriculares, a partir dos anos 20, não obtiveram força suficiente para mudar algumas práticas docentes utilizadas entre os professores que davam ênfase à memorização. O ensino, nessa época, ocorria sem nenhuma função social e distante da realidade dos alunos.

Ocorreu entre a década de 60/70, um movimento mundial denominado Matemática Moderna que teve influência no ensino da matemática, tanto no Brasil quanto em outros países. Esse movimento educacional valorizava a Linguagem Matemática e suas estruturas, enfatizando à teoria dos conjuntos, estruturas algébricas, uso de terminologias complexas etc., distanciando-se das questões práticas e preocupando-se em formalizações, o que dificultava, ou mesmo impedia, o entendimento dos alunos sobre os assuntos tratados pelo professor que, na maioria das vezes, não possuía domínio do conteúdo que ministrava aos alunos, devido ao excesso de formalização e rigor dos conteúdos propostos.

O movimento Mundial Matemática Moderna durou um longo período e teve grande influência nas práticas docentes, principalmente, nos livros didáticos que são um dos recursos mais utilizados por parte dos alunos e professores.

Verificaram-se erros exagerados e inadequações de alguns de seus princípios. A partir daí o movimento supracitado começou a perder seguidores e teve um refluxo (SILVEIRA e MENEGAZZI, 2004).

Com as recomendações curriculares elaboradas pelo NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, nos Estados Unidos, no documento "Uma Agenda para a Ação", a Resolução de Problemas ficou destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80. A partir desse documento passaram a ocorrer reformas em todo o mundo, as propostas elaboradas no período de 1980/1995, em diferentes países apresentam pontos em comum, como a necessidade de desenvolvimento de competências básicas para os cidadãos, importância do papel ativo dos alunos, exploração da matemática a partir de problemas cotidianos etc.

No Brasil, essas ideias vêm sendo discutidas e incorporadas nas propostas pedagógicas curriculares de secretarias educacionais de Estados e Municípios, principalmente através dos constantes esforços do MEC em distribuir materiais que tratam sobre essa temática, bem como das diversas pesquisas realizadas na área da Educação Matemática como um campo de pesquisa e de encontros de educadores matemáticos (em nível regional, nacional e internacional), mas que pouco são utilizados pelos professores.

Nesses diferentes níveis há relatos de experiências bem sucedidas que comprovam a importância dessas ideias, porém, ainda prevalecem bastantes erros e equívocos quanto à interpretação dessas propostas, como a insistência no trabalho com a linguagem da teoria dos conjuntos e a formalização de conceitos, resquícios do movimento Mundial da Matemática Moderna (BRASIL, 1998).

4.3 Compreendendo a Resolução de Problemas

Para darmos continuidade ao nosso trabalho precisamos esclarecer alguns termos relacionados à Resolução de Problemas, como o conceito de problema, problema matemático e a diferença entre os termos problema e exercício.

Para Dante (2010, p.11), um problema "é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo", já um problema matemático “é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado” (BRASIL, 1998, p.41). Dante (2003, p.10) define um problema matemático como “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”, assim, em matemática, ocorre um problema quando há um objetivo a ser alcançado, porém, ainda não se sabe o caminho para se chegar à solução, sendo preciso pensar, investigar, procurar problemas similares e fazer uso de conhecimentos matemáticos para solucioná-los.

Porém, o que é um problema para um aluno pode não ser para outros, conforme evidencia Dante (2010, p.12):

> Se um professor de biologia pergunta a um aluno que estuda em uma escola num bairro violento: “Quantas pernas tem uma aranha?”, ele poderá ouvir respostas semelhantes às relatadas por Claxton (1984): “Quem dera eu tivesse os mesmos problemas que o senhor”. Isso mostra que o que é um problema para um indivíduo imerso em determinado contexto, com determinados conhecimentos, experiências e expectativas, não o é para outro. Para esse aluno, a pergunta não chega a ser um problema que ele queira resolver, ou por não ser significativa para ele, ou porque não é um questionamento de sua vivência, ou ainda porque não gosta ou não se interessa por aranhas, e para ele é indiferente que a aranha tenha ou não oito pernas. No contexto e vivência dele, talvez haja outros problemas que ele queira ou precise resolver.

Pois, para que os alunos tenham um papel ativo na busca de solução é preciso que o professor incentive-os a tentarem solucionar os problemas mais de uma vez, caso eles sintam dificuldades em solucioná-los ou não obtenham êxito nas primeiras tentativas. Além disso, é preciso incentivar os alunos solucionarem os problemas propostos usando seus conhecimentos prévios, utilizando suas próprias estratégias; caso as dificuldades em solucioná-los sejam comuns a quase todos os alunos, o professor pode apresentar um problema similar, mais simples.

Opondo-se as características do problema, temos que um exercício é uma atividade que se destina à fixação/adestramento do uso de alguma habilidade operatória ou conhecimento matemático já apreendido por quem busca resolvê-lo, com a aplicação direta de algoritmos ou fórmulas apresentadas (DANTE, 2003). Diferentemente do problema que exige raciocínio envolvendo a interpretação e a invenção/criação de estratégias significativas para encontrar a solução desejada.

Diante de todo o exposto, surge a pergunta - o que é a Resolução de Problemas? Para Silveira e Menegazzi (2004, p.2) a Resolução de Problemas “é uma mistura de maneiras diferentes de pensar, desde visões muito simples do tema, até sofisticadas teorias”.

Dessa forma, podemos definir a Resolução de Problemas como uma estratégia de ensino que busca mudar a forma tradicional de se ensinar matemática, centrada no professor que define um conteúdo a ser trabalhado, resolve alguns exemplos acerca do conteúdo a ser ensinado e propõe para os alunos diversos exercícios, similares aos exemplos resolvidos, para que o aluno fixe o conteúdo ensinado.

Ao resolverem diversos exercícios similares aos exemplos respondidos pelo professor, o aluno tem a falsa impressão de que aprendeu todo o conteúdo proposto, porém ao se deparar com situações mais elaboradas de leitura e escrita, que exigem um maior conhecimento e uso de estratégias e interpretações tanto da Língua Materna quanto da Linguagem Matemática para sua solução, bem como o uso de conhecimentos anteriores, certamente sentirão dificuldades, ficando a maior parte dos alunos sem conseguir solucioná-los de forma adequada.

Assim, no desenvolvimento de um trabalhando *para* a Resolução de Problemas, o professor passa a propor problemas que desafiam os alunos na busca de solução, esses problemas desenvolvem a ideia/conceito de diversos conteúdos trabalhados ou a serem explorados, levando os alunos a possuírem um papel mais ativo nas aulas, investigando, buscando solucionar problemas que, inicialmente, eles não possuem conhecimentos para resolvê-los.

4.4 Modelos de aprendizagem e concepções sobre a Resolução de Problemas

Charnay (1996), apoiando-se na ideia de “contrato didático” proposta por Guy Brousseau (1983), descreve três modelos de estratégias de aprendizagem, cujos pólos que movimentam essa relação são: professor, aluno e saber.

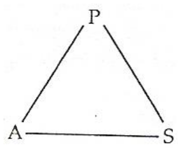


Figura 1: Esquema utilizado por Charnay (1996) para representar os três elementos envolvidos em uma estratégia de aprendizagem.

O primeiro modelo de contrato didático, denominado “normativo” centra-se no conteúdo, no que a função do professor é a de transmitir o saber e comunicá-lo, ao aluno cabe a função de escutar e aprender para, posteriormente, repetir tudo o que lhe foi ensinado através da imitação e do treino. Assim, o saber está finalizado e construído.

O segundo modelo, denominado “iniciativo” centra-se no aluno e ao professor cabe a função de conduzir o aluno no caminho que este deseja seguir, ou seja, o professor desenvolve seu trabalho a partir dos interesses e necessidades dos alunos.

O terceiro modelo, chamado de “aproximativo” é centrado na construção do saber pelo aluno, no que o professor organiza e propõe diversas situações com diferentes obstáculos, o aluno busca, propõe soluções e a partir da confrontação com seus colegas defende e explica os resultados encontrados.

Esses modelos de aprendizagem resumem as posições a respeito da forma de utilização da Resolução de Problemas em sala de aula.

O primeiro modelo é *o problema como critério de aprendizagem* – modelo “normativo”, neste, estudam-se problemas para aprender a resolver problemas, inicia-se com os mais simples, para daí chegar-se aos mais complexos.

O segundo modelo, *o problema como motor da aprendizagem,* – modelo “iniciativo”: ocorre o trabalho com situações baseadas na vivência, deseja-se que o aluno torne-se um pesquisador ativo, o professor é essencial para ajudá-lo na construção de seu próprio conhecimento.

O terceiro, *o problema como recurso de aprendizagem,* modelo “apropriativo”, nesse modelo a aprendizagem se dá através da resolução de problemas, o professor seleciona e traz à sala problemas adequados aos alunos que constroem seu conhecimento a partir da interação com os demais alunos.

A partir dessas estratégias de aprendizagem e das maneiras apresentadas de se trabalhar com a Resolução de Problemas com os alunos, cabe ao professor procurar a melhor opção adequada à realidade da turma e escola, podendo fazer uso de mais de uma estratégia ou mesmo de elementos de cada uma delas. Desde que a situação-problema seja o ponto de partida da atividade matemática e não a definição, pois “no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situação em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las” (BRASIL, 1998, p.40).

4.4.1 Os objetivos da Resolução de Problemas

Dante (2010) em seu livro “Formulação e resolução de problemas matemáticos: teoria e prática”, discute sobre alguns objetivos da Resolução de Problemas, a saber: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras, equipar o aluno com estratégias para resolver problemas, dar uma boa base matemática às pessoas e liberar a criatividade do aluno.

Assim, através de um trabalho planejado com o uso dessa estratégia de ensino é possível ir além dos objetivos mencionados por Dante (2010), promovendo a criação de um ambiente de investigação e cooperação em sala de aula, facilitando o processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar.

4.4.2 Etapas para se resolver um problema

Polya (2005) destaca quatro etapas a serem consideradas na resolução de problemas: *compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.* Essas etapas são abordadas por Dante (2010), destacando a importância de utilizá-las na resolução de um problema e chama a atenção para o fato de que elas não devem ser seguidas de forma rígida, como um passo a passo.

Na *compreensão do problema,* Polya (2005) sugere que é preciso compreender o problema e que, para isso, o estudante deve identificar as partes principais do problema, ou seja, a incógnita, os dados, a condicionante. É preciso que o aluno faça um esboço para melhor compreender o problema e adote uma notação adequada.

No *estabelecimento de um plano,* o aluno deve encontrar a conexão entre os dados e a incógnita, para se chegar a um plano para resolver o problema. Assim, "temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita" (POLYA, 2005, p.5).

Na *execução do plano* o aluno deve colocar em prática o plano estabelecido, verificando se os passos dados estão corretos.

Na última etapa, o *retrospecto,* o aluno examina a solução obtida, para isso ele deve constatar se é possível verificar o resultado, o argumento, se é possível chegar ao resultado por outros caminhos, verificando se a solução encontrada é realmente a que foi pedida pelo enunciado da situação-problema.

Sobre essas etapas, Dante (2010, p.29) afirma que:

> É claro que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. O processo de resolução de problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo. Entretanto, de um modo geral elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo.

Dessa forma, a partir de um trabalho com a Resolução de Problemas em seus diferentes modos (*sobre*, *para* e *através*) os alunos devem ser levados a pensar, a buscarem soluções para os diversos tipos de problemas (quando houver), a fazerem uso de seus conhecimentos prévios e avançarem na construção de novos conhecimentos, já que as práticas mais frequentes no ensino de matemática resumem-se no aprender conceitos, técnicas ou procedimentos e definições (BRASIL, 1998), dando aos alunos, em seguida, extensas listas de exercícios para que reproduzam o que foi ensinado pelo professor, mantendo-os, assim, como meros expectadores do que foi ensinado, não permitindo uma reflexão sobre as estratégias de solução dos problemas que lhes foram propostos.

4.4.3 Resolução de problemas e Linguagem

O processo de resolução de problemas está intimamente relacionado aos conhecimentos da Língua Materna e da Linguagem Matemática, ao passo que, as dificuldades de entendimento dessas linguagens implicam em dificuldades ou mesmo impossibilitam a compreensão e resolução de problemas matemáticos.

Assim, é unânime a afirmação entre os professores de que os alunos não conseguem resolver os problemas propostos por dificuldades encontradas na sua leitura e interpretação. Sobre essa situação, Lopes (2007, p. 1) afirma que:

> Como professora de matemática de escolas do ensino fundamental da rede pública e particular no Estado do Paraná há mais de 16 anos, tenho observado, em minhas aulas, que os alunos se consideram incapazes de resolver problemas. Dizendo não entender a situação que lhes é proposta, recusam-se a pensar sobre a questão e insistem para que eu indique o que devem fazer para chegar à resposta desejada. Em conversas com outros professores de matemática pude verificar que o mesmo acontecia em suas aulas. Essas dificuldades também são indicadas como uma das possíveis causas para o baixo desempenho dos alunos nas avaliações realizadas em âmbito nacional, como SAEB e PISA, entre outras.

Considerando o exposto, em nosso trabalho docente percebemos as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos, principalmente se eles possuem predomínio de expressões da Língua Materna. Assim, os alunos chamam esses enunciados de textos, afirmam que eles são “muito grandes” e perguntam o que precisam fazer na questão sem lê-la por completo. Sobre essas dificuldades apresentadas pelos alunos, Thomaz Neto (2003, p. 38, grifos do autor), em sua dissertação, destaca que

> [...] uma dificuldade central encontrada pelos estudantes ao tentarem resolver problemas matemáticos verbais, também reside no uso da língua materna e na transição desta para o simbolismo próprio da Matemática. Há que se entender e ressaltar que *"toda linguagem, incluída a da matemática, expressa-se com sentenças"* (Lungarzo, 1993, p. 48) que nem sempre são compreendidas pelos estudantes. A tradução de uma informação extraída de um contexto verbal de um problema matemático para uma expressão matemática nem sempre parece ser uma tarefa fácil, pois *"os símbolos e a gramática da matemática constituem uma linguagem não familiar, os alunos diferem na rapidez e facilidade com que conseguem compreendê-los"* (Schneider e Saunders, 1997, p. 88).

Essas dificuldades dos alunos em compreenderem termos da Língua Materna e da Linguagem Matemática, bem como na transcrição de expressões para o simbolismo matemático, dificulta ainda mais a compreensão dos conteúdos por parte dos alunos, aumentando a aversão por esse componente curricular. Ao se depararem com problemas que possuem um enunciado mais extenso, os alunos evitam lê-los ou os leem de forma incompleta, não retendo as informações que orientam a compreensão de sua resolução.

Em nossa investigação, ao perguntarmos aos alunos se eles gostavam de ler, 87% afirmaram que sim, justificando o porquê desse hábito, bem como 96% consideraram a leitura importante. Mas, durante nossa intervenção didática, constatamos que eles evitavam ler os enunciados mais extensos e sempre questionavam o que deveriam fazer nessas questões. Além disso, quando liam os enunciados não realizavam uma leitura completa dos mesmos, deixando de lado condições presentes nas questões e não conseguindo reter todas as informações presentes nos enunciados.

Um exemplo dessas dificuldades se deu durante a aplicação da lista de problemas introdutórios. Vejamos o enunciado da questão 6:

> (DANTE, 2005) O preço de venda de um livro é R$ 15,00 por unidade. A receita total obtida pela venda desse livro pode ser calculada pela fórmula:
> Receita total = preço de venda por unidades vezes quantidade de livros vendidos.
> Indicando por X a quantidade de livros vendidos, escreva a lei de formação dessa função.

Na questão exposta, foi solicitado que os alunos transcrevessem a expressão da receita total através da lei de formação de uma função (fórmula). Dessa forma, os alunos precisavam expressar através de simbolismo matemático os termos da Língua Materna presentes na sentença, já que a resposta estava na própria questão. Assim, eles precisavam transcrever a expressão da seguinte forma:

$$\text{Receita total} = \underbrace{\text{preço de venda por unidades}}\ \underbrace{\text{vezes}}\ \underbrace{\text{quantidade de livros vendidos}}$$

$$Rt \quad = \quad 15 \quad x \quad X$$

Ao considerarmos o desempenho dos alunos nesse problema, observamos que, dos 21 alunos consultados, 14 não responderam ou apresentaram respostas que não correspondiam a expressão adequada. Além disso, ao questionarmos os alunos sobre o entendimento da expressão “fórmula”, 17 alunos demonstraram possuir um entendimento inadequado dessa palavra ou não responderam.

Sobre as dificuldades dos alunos na compreensão da matemática, corroboramos com Lopes et. al. (2010, p. 177) ao afirmar que:

> A Matemática ensinada nas escolas passa, atualmente, por um momento crucial, uma vez que se constitui em uma das disciplinas em que os alunos apresentam mais insucesso, de tal forma que ela tem sido frequentemente apontada como uma disciplina que contribui significativamente para a elevação das taxas de retenção. Além disso, mesmo quando o aluno é aprovado, seu conhecimento se mostra insuficiente para a aplicação de conceitos no seu dia-a-dia.

Considerando o insucesso dos alunos nesse componente curricular, diversas pesquisas têm buscado respostas para essas dificuldades. Entre elas está a questão da leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos, bem como as dificuldades de entendimento da Língua Materna e da Linguagem Matemática, conforme mencionamos no capítulo I. O foco maior dessas pesquisas está voltado ao Ensino Fundamental I e II, mas, em nossa investigação, trabalhamos com aluno do Ensino Médio, haja vista a pouca quantidade de trabalhos produzidos nessa fase de escolarização.

Dessa forma, concluímos o presente capítulo, destacando a importância da participação e da ação dos alunos como princípios fundamentais para um trabalho com a Resolução de Problemas, no qual se devem propor trabalhos em grupos, exposições de ideias e das soluções dos problemas, argumentação, realização de plenárias. Em síntese, é preciso dar aos alunos liberdade para poderem expor suas ideias, argumentar, mostrar suas habilidades, proporcionar momentos de leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos, promovendo autonomia no processo de aprendizagem, visando, com isso, uma aprendizagem matemática com compreensão e, certamente, esse caminho deve se dar através da Resolução de Problemas.

4.4.4 Resolução de problemas e Linguagem – novos horizontes

Além da Resolução de problemas há outras estratégias de ensino que, quando combinadas, potencializam o processo de ensino-aprendizagem da matemática, proporcionando uma aprendizagem com compreensão. Entre elas destacamos o trabalho em conjunto da Resolução de Problemas com a Modelagem Matemática, a Proposição de Problemas e a Exploração de Problemas.

Discutiremos sobre a proposição e a exploração de problemas, por termos um maior contato com as mesmas. Ao explorar os problemas trabalhados em sala de aula, o professor, em conjunto com os alunos, vão além das respostas das questões, promovendo novas discussões e avançando para outras possibilidades de soluções e na utilização de diversos conteúdos matemáticos, pois,

> Na exploração de problemas, inicialmente é proposta uma situação-problema, em que os alunos realizaram um trabalho sobre ele. Juntos, professor e alunos discutem o trabalho feito em um processo de reflexões e de sínteses, chegando, ou não, à resolução do problema, a novos problemas, à realização de novos trabalhos, a novas reflexões. Nesse processo, o trabalho de exploração de problemas não se acaba, não se limita à resolução do problema, podendo ir além, e se refere a tudo o que se faz nele a partir da relação problema-trabalho-reflexões e sínteses (P-T-RS). No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria em ir-se cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso; há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola e, por isso, pode ir outra vez e mais outra vez (ANDRADE, 1998, p.26).

Em um trabalho planejado com a exploração de problemas com possibilidade de os alunos desenvolverem uma melhor compreensão da Linguagem Matemática e da Língua Materna, ao argumentar e defender seus pontos de vista, buscando novas soluções para os problemas surgidos nesta atividade. Mas, para que tal atividade contribua, efetivamente, na aprendizagem discente é necessário que se faça uma exploração da Linguagem Matemática e da Língua Materna, promovendo a leitura e interpretação dos enunciados dos problemas propostos, explicitando o significado de termos dessas linguagens que não estão claros para os alunos.

Um exemplo da potencialidade da exploração e proposição de problemas pode ser encontrado na dissertação de Silva (2013), na qual buscou compreender as ideias essenciais de funções por alunos do 1º ano do Ensino Médio, bem como analisar as contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, proposição e exploração de problemas, o autor destaca que a "resolução, proposição e exploração de problemas favorecem possibilidades de desenvolver compreensões essenciais de funções e extensões contextuais mais abrangentes na promoção da cidadania” (SILVA, 2013, p. 8).

De nossa pesquisa destacamos a **questão 3** do primeiro conjunto de problemas, o resultado da eleição (ANDRADE, 1998, p. 225): “Na eleição presidencial de um país, o candidato A obteve 3% dos votos, o candidato B obteve 900 mil votos, o candidato C obteve 52% dos votos, e o candidato D obteve 12 milhões de votos. Quem ganhou a eleição? Justifique sua resposta”.

Nesta questão, a partir dos dados expostos no enunciado do problema os alunos precisavam apontar quem era o vencedor da eleição, construindo uma argumentação explicando porque o candidato havia ganhado a eleição. Dos 11 grupos de alunos, 6 apresentaram resposta sem justificativa, apontando apenas qual candidato havia ganhado a eleição. Vejamos:


3) O candidato C

Figura 2: Solução apresentada pelo aluno A2.

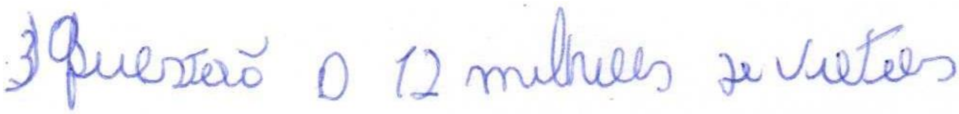

3 Questão O 12 milhões de votos

Figura 3: Solução apresentada pelos alunos A17 e A18.

O restante, 5 grupos, apontaram o ganhador da eleição e justificaram o porquê de sua vitória, embasando-se no conceito de porcentagem, conforme exemplos a seguir:

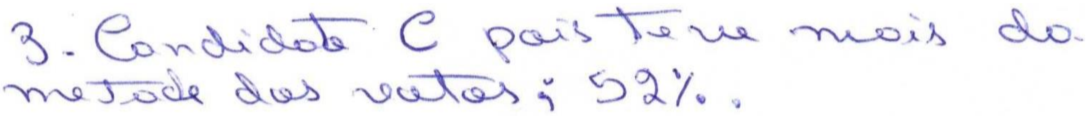

3. Candidato C pois teve mais da metade dos votos ; 52%.

Figura 4: Solução apresentada pelos alunos A12 e A11.

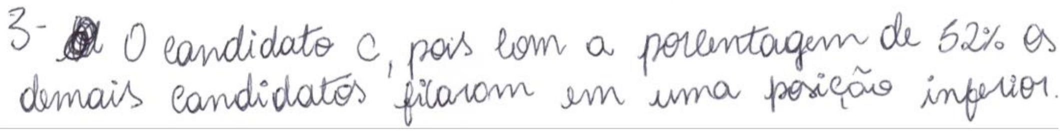

3- O candidato C, pois com a porcentagem de 52% os demais candidatos ficaram em uma posição inferior.

Figura 5: Solução apresentada pelos alunos A5 e A1.

Dessa forma, durante a resolução conjunta dessa questão indaguei aos alunos quem havia ganhado a eleição e o porquê da vitória. Como resposta eles apontaram apenas o candidato, não justificando o motivo. Questionei acerca do significado de porcentagem (100%), eles afirmaram que é algo considerado como o todo e na questão seria o total de eleitores votantes. Assim, questionei o que significava 52%, alguns afirmaram ser mais da metade do total de eleitores. Nessa discussão, destaquei que em cada 100 votantes, 52 eram eleitores do candidato C (mais da metade dos votos), por isso ele era o candidato eleito no pleito em questão.

Consideramos que poderíamos ter explorado o contexto eleitoral de nosso país e do Estado por estarmos a poucas semanas do resultado do segundo turno da eleição 2014, mas deixamos passar essa oportunidade, por não ser esse o objetivo de nossa investigação.

Outro exemplo é a **questão 8** do terceiro conjunto de problemas:

> **Problema 8:** A NOTA DE CEM REAIS (adaptado de SOUZA, 2001)
> Um indivíduo entrou numa sapataria e comprou um par de sapatos por R$ 60,00, entregando, em pagamento, uma nota de R$ 100,00. O sapateiro, que no momento não dispunha de troco, mandou que um de seus empregados fosse trocar a nota numa confeitaria próxima. Recebido o dinheiro, deu ao freguês o troco e o par de sapatos que havia sido adquirido.
> Momentos depois, surgiu o dono da confeitaria exigindo a devolução do seu dinheiro: a nota era falsa! E o sapateiro viu-se forçado a devolver os cem reais que havia recebido. Surge, afinal, uma dúvida: qual foi o prejuízo que o sapateiro teve nesse complicado negócio?

Neste problema os alunos deveriam justificar qual o prejuízo do sapateiro ao argumentarem conforme o desenrolar da narrativa, por disso era preciso uma leitura atenta do enunciado da questão por considerar todos os fatos expostos. Inicialmente, nas soluções referentes a esta questão trabalhada em grupo, todos os alunos apresentaram respostas equivocadas, pois consideraram apenas os cem reais devolvidos ao dono da confeitaria como prejuízo do sapateiro.

Além disso, foi considerado as reclamações dos alunos dado ao tamanho do enunciado da questão, apresentada de forma textual, pois favoreceu a falta de uma leitura atenta e a retenção das informações presentes no referido enunciado.

Em solução conjunta, explorei o enunciado fazendo questionamentos sobre os dados expostos na narrativa, portanto, a partir das indagações, os alunos perceberam que o prejuízo do sapateiro foi de R$ 100,00 (o par de sapatos no valor de R$ 60,00, além do troco referente a nota falsa de cem reais). Nesta discussão os alunos apontaram situações de seu cotiando relativas a problemas envolvendo troco (compra e venda de mercadorias) e notas falsas. Ao estabelecer uma relação entre as operações propostas no enunciado do problema (8) e as experiências mencionadas com notas falsas pelos alunos, verificamos que estes não foram suficientes para que compreendessem o enunciado e seus comandos operacionais.

Na atividade de proposição de problemas, os alunos formulam e resolvem problemas por eles criados, fazendo-os pensar matematicamente e elaborar questões envolvendo diversos conteúdos. Sobre a atividade de proposição de problemas Chica (2001) aponta que, quando os alunos criam seus próprios problemas, eles precisam organizar tudo o que sabem sobre os conteúdos para que possam, também, comunicar-se através do enunciado da questão formulada.

Ao elaborar problemas em textos matemáticos, os alunos utilizam-se da Língua Materna e da Linguagem Matemática, precisando comunicar-se de forma eficiente e clara através do uso dessas linguagens. Assim, esta atividade favorece o desenvolvimento e a compreensão das referidas linguagens, auxiliando os alunos a não apenas dominá-las para resolverem problemas, mas para saber formulá-los.

Outras pesquisas produzidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da UEPB, sob a orientação do professor Dr. Silvanio de Andrade, apontam a importância de um trabalho com a utilização da resolução, proposição e exploração de problemas em salas de aulas da Educação Básica, favorecendo a relação dos alunos com a Linguagem Matemática, que apontam outros caminhos a serem trilhados no ensino desta disciplina, promovendo mudanças significativas na relação professor-aluno, aluno-aluno proporcionando a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos.

Dentre esses trabalhos, além da pesquisa de Ledevande Martins da SILVA (2013), destacamos as investigações desenvolvidas por Salvino Izidro de ARAÚJO SEGUNDO (2012), Adeilson Pereira da SILVA (2013), Mauricio Alves NASCIMENTO (2014), Jefferson Dagmar Pessoa BRANDÃO (2014) e Veralucia Severina da SILVA (2015). Todos os autores citados, em suas diferentes investigações, demonstram-se preocupar com a utilização da Resolução, exploração e proposição de problemas (ou com alguns desses elementos) no trabalho com os conteúdos matemáticos da Educação Básica.

Nessas investigações os autores buscam evidenciar como se dá o trabalho com as estratégias de ensino no cotidiano de sala de aula, através de investigações do fazer pedagógico dos próprios pesquisadores na perspectiva do professor-pesquisador. Considerando que, de maneira geral, temos uma grande teorização acerca desses recursos, ocorrendo poucos trabalhos que sistematizem experiências didáticas com os mesmos no ambiente de sala de aula, essas pesquisas destacam, de forma minuciosa, propostas de trabalhos didáticos com o uso desses importantes elementos, promovendo a reflexão e apontando caminhos a serem trilhados nas diversas séries da Educação Básica, sobretudo, no trabalho com a disciplina de matemática.

5. ASPECTOS METODÓLOGICOS DA PESQUISA

No presente capítulo descreveremos sobre a proposta de trabalho, a caraterização do ambiente escolar na qual desenvolvemos a pesquisa, o perfil dos alunos participantes da investigação e sobre o processo de levantamento dos dados.

5.1 Considerações Iniciais

A presente proposta de trabalho foi desenvolvida em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio regular em uma escola pública da Rede Estadual da Paraíba.

Para o seu desenvolvimento, considerando a literatura explicitada com relação à Língua Materna e à Linguagem Matemática, bem como as dificuldades que essas modalidades de linguagens podem ocasionar no processo de leitura, interpretação e resolução de problemas matemáticos, selecionamos alguns problemas para serem trabalhados junto aos alunos sujeitos de nossa investigação.

Os problemas selecionados possuem termos específicos da Língua Materna e da Linguagem Matemática que, ao nosso ver, podem dificultar o seu processo de resolução por parte de quem lê e tenta resolvê-lo. Requerendo, por parte dos alunos uma leitura atenta de enunciados matemáticos, bem como uma interpretação adequada de seus termos diante da polissemia de língua e, da dupla utilização de termos na Linguagem Matemática e Língua Materna, estruturamos nossa intervenção em três momentos, a saber:

a) Aplicação de um questionário introdutório;
b) Aplicação de uma lista de problemas;
c) Intervenção didática com a aplicação de uma sequência de problemas.

Na parte prática de nossa pesquisa, inicialmente realizamos a aplicação de um questionário visando identificar a relação dos alunos com a disciplina de matemática, se eles possuem o hábito da leitura, quais os principais instrumentos que eles leem em seu dia a dia e a relação entre a leitura e a disciplina de matemática.

Após essa etapa, para iniciarmos nossa intervenção junto aos sujeitos da pesquisa, alunos do primeiro ano do Ensino Médio, consideramos as respostas dos questionários, aplicamos uma lista de 7 problemas visando identificar possíveis dificuldades que os alunos encontram para resolverem esses problemas, relacionando-as com a questão da leitura, interpretação dos problemas propostos e a relação entre a Língua Materna e a Linguagem

Matemática. Esses problemas foram aplicados de forma individual aos alunos que aceitaram participar da intervenção.

Assim, diante dos dados do questionário e da lista de problemas, passamos a realização de nossa intervenção. Para o seu desenvolvimento, adotamos uma proposta de ensino *para* a Resolução de Problemas. Justificamos a escolha dessa estratégia diante de sua recomendação através de diversos documentos orientadores do ensino, como os PCN de Matemática, o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) e, das constantes pesquisas acadêmicas que têm sido desenvolvidas com o uso dessa Metodologia de ensino, conforme discussões do capítulo 3 do presente estudo.

Dessa forma, através da Resolução de Problemas, trabalhamos com algumas questões visando a despertar no aluno o hábito de leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos, bem como da leitura de forma geral e ajudá-los na compreensão dos termos utilizados tanto na Linguagem Matemática quanto na Língua Materna, sejam estes com um mesmo sentido ou não.

Indo além desses objetivos, visamos motivar os alunos a buscarem solução para os problemas propostos ao criarem estratégias de resolução, trabalhando em grupos, pois exporam as soluções encontradas e defenderem seus pontos de vistas, através do texto argumentativo e do uso dos conhecimentos matemáticos.

Na intervenção os alunos reuniram-se em grupos de, no máximo três pessoas, para a resolução dos problemas propostos. Dessa maneira, eles trabalharam na busca de solução dos problemas e entregaram as suas respostas. Após a finalização do processo de resolução das questões, no encontro seguinte, passávamos a sessões de discussão sobre as estratégias utilizadas por alguns grupos.

Nessas sessões verificávamos se as resoluções encontradas eram pertinentes aos problemas propostos, buscando identificar e auxiliar os alunos nas dúvidas que eles sentiram para solucioná-los.

Dessa forma, em nossa investigação, não ocorreu um trabalho com um único conteúdo através da Resolução de Problemas, como propõem diversos pesquisadores sobre a utilização dessa metodologia de ensino, porque não era esse o objetivo do trabalho. Mas, durante os encontros de intervenção, exploramos elementos dessa metodologia de ensino, considerando que o trabalho desenvolvido proporcionou a facilitação do processo de comunicação por parte dos alunos, auxiliando-os na compreensão, despertando a sua curiosidade e a busca por outras estratégias para a solução dos problemas apresentados.

5.2 Caracterização do ambiente Escolar

A Escola Estadual na qual desenvolvemos nossa intervenção localiza-se na Zona Urbana e atende mais de 742 alunos no Ensino Fundamental, Médio e Médio Profissionalizante (PROEJA) em Administração e Informática. Além dos moradores da Zona Urbana, a maior parte dos alunos da escola é oriunda da Zona Rural do Município.

Nas turmas do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, turmas regulares nos turnos manhã e tarde, respectivamente, os alunos encontram-se, relativamente, dentro da faixa etária idade-série e pertencem a famílias de classe sociais menos favorecidas, sendo a agricultura familiar e/ou a pecuária a atividade principal da maior parte dos pais de família desses alunos.

As turmas do período noturno são compostas, principalmente, por alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), Ensino Fundamental I, II e Ensino Médio, PROJOVEM URBANO que, visa "elevar a escolaridade de jovens com idade entre 18 e 29 anos, que saibam ler e escrever e não tenham concluído o ensino fundamental[13]" e, Ensino Médio Profissionalizante integrado a um Curso Técnico (PROEJA), em Administração e Informática. Em sua maioria os alunos são oriundos da Zona Rural, possuem idades diferenciadas, grande parte está inserida no mercado de trabalho e constituem famílias (casados e com filhos).

5.3 Investigação: alunos participantes da investigação

Os alunos da turma participantes de nossa investigação estão dentro da faixa etária idade-série. Em sua maioria procedem da Zona Rural e possui um bom comportamento, participação, frequência e relacionamento com todos os professores. Com relação aos conhecimentos matemáticos, de forma geral, eles enfrentam dificuldades nos conhecimentos considerados elementares (operações básicas), alegando que sempre possuíram dificuldades na compreensão dos conteúdos de matemática estudados.

Considerando que as turmas de Ensino Médio regular estão todas no turno da tarde, em diálogo com os alunos da turma, acordamos em realizar nossa intervenção no turno da

[13] <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=17462&Itemid=817> Acesso: 25 12 2014.

manhã, nas quintas e sextas-feiras, das 7h30min às 11 horas. A intervenção ocorreu nesses dias porque os mesmos coincidem com os dias de trabalho na escola do professor-pesquisador.

Os alunos não fizeram objeções em virem à Escola no contraturno, optamos por não realizar a intervenção dentro do horário regular das aulas de matemática devido a alguns atrasos no calendário escolar (paralisações, feriados, imprensados), o que dificultaria o cumprimento da ementa mínima dos conteúdos propostos para o primeiro ano do Ensino Médio.

5.4 Levantamento dos dados

O processo de levantamento dos dados da pesquisa se deu a partir de nossa intervenção junto aos alunos. Considerando as três etapas nas quais estruturamos nosso trabalho, inicialmente coletamos dados através da aplicação do questionário prévio e da lista de problemas aplicados. Realizada uma análise *a priori* desses dados, visando, em nossa intervenção, suprir dificuldades apresentadas pelos alunos nessa parte introdutória de nosso trabalho investigativo (com relação à leitura, interpretação, conhecimentos matemáticos e as dificuldades relativas à Língua Materna e à Linguagem Matemática).

A partir desses dados passamos a realização de nossa intervenção. Durante os encontros de nossa pesquisa, atentávamos para todas as dificuldades apresentadas pelos alunos, sejam elas com relação aos conhecimentos matemáticos, à leitura ou a questões relativas ao entendimento/dificuldades da Língua Materna e da Linguagem Matemática.

Finalizado cada encontro, passávamos à elaboração dos registros de notas de aula sobre todos os aspectos relativos às atividades trabalhadas, anotando sobre as impressões, desempenho e dificuldades dos alunos durante todos os momentos da intervenção.

Dessa forma, os dados analisados em nosso trabalho de pesquisa incluem notas de aulas, falas dos alunos e do professor durante os encontros, produção dos alunos na resolução dos problemas propostos e comentários/sugestões ao longo de toda a intervenção.

6. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS

As descrições relatadas a seguir configuram as três etapas dessa pesquisa. A primeira etapa, aplicação do questionário, se deu em três turmas (1º A, B e C), as demais foram desenvolvidas em uma das três turmas de primeiro ano do Ensino Médio regular do professo-pesquisador, em uma Escola Pública da Rede Estadual da Paraíba. A escolha da turma se deu pelo fato da maioria dos alunos aceitarem o convite de participarem da presente pesquisa de Mestrado.

Destacamos que, nas demais turmas, devido ao fato da maioria dos alunos residirem em Zonas Rurais bem afastadas da Zona Urbana, na qual está localizada a escola em que desenvolvemos nossa investigação, impossibilitou-os de participarem desse trabalho. Assim, realizamos nossa intervenção com a turma que possuía maior quantidade de alunos que poderiam vir à escola no período da manhã, pois os mesmos tinham aulas no turno regular de estudos (à tarde).

As descrições das etapas de nossa investigação se dá com base na literatura apresentada nos capítulos 1, 2 e 3. Grande parte dos dados relatados partiu do uso da observação participante, através de uma pesquisa do tipo pedagógica, na qual o professor passa a investigar sua própria prática, configurando-se como um professor-pesquisador, bem como dos questionamentos dos alunos ao longo da intervenção e das soluções dos problemas propostos por eles, as quais eram entregues pelos alunos no final de cada encontro.

Em nossa pesquisa adotamos uma proposta, como já mencionamos, de ensino *para* a Resolução de Problemas, visando uma aprendizagem por descoberta com compreensão, através da resolução dos problemas propostos. Assim, passamos às descrições de nosso estudo, fazendo um convite para mergulharmos em temáticas relativas à leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos em um trabalho conjunto com a Língua Materna e a Linguagem Matemática.

6.1 Da aplicação do questionário prévio

Buscando estabelecer uma relação entre a questão da leitura de forma geral e nas aulas de matemática, bem como a relação dos alunos com esta disciplina, além de suas possíveis dificuldades e a questão dos enunciados de problemas matemáticos, aplicamos um questionário prévio (apêndice A), a fim de levantar dados com relação ao nosso objeto de pesquisa.

A aplicação do referido instrumento de coleta de dados se deu em três turmas de primeiro ano do Ensino Médio, na escola onde a pesquisa foi desenvolvida. Assim, de posse dos dados coletados, passamos a sua análise.

O questionário se deu em um único dia nas três turmas, sendo consultado um total de 48 alunos: 15 do sexo masculino e 33 do sexo feminino[14].

Primeiro, *questionamos os discentes se eles gostavam de ler, solicitando-lhes que justificassem o porquê desse hábito*. Do total consultado, 42 afirmaram que sim e, 6 afirmaram que não gostavam de ler.

Dentre os que gostavam de ler, as justificativas são diversas: 32 alunos relacionam a leitura a questões relativas à aprendizagem, descobrimento de coisas novas, leem para aprender regras da língua portuguesa, para se comunicarem melhor, porque desperta a curiosidade e para se distraírem. Vejamos alguns exemplos:

> É ótimo aprender as regras da língua portuguesa[15]. (12C)[16]
> Porque é bom descobrimos sempre coisas novas e faz bem para a mente. (4C)
> Eu acho que ajuda a ter mais conhecimentos e a ficar mais calmo. (22C)
> Nos ajuda a dialogar com as pessoas melhor, e de forma coerente. (12B)
> Gosto de aprender palavras novas, e exercitar meus conhecimentos e é claro tê-los com mais frequência. (14B)
> A leitura desperta novos conhecimentos, e faz irmos além do que está escrito. (3A)
> Porque lendo você aprende a melhora a escrita e a falar melhor. (8A).

Já a justificativa dos não-leitores (6), é que essa atividade é chata (2), causa dor de cabeça, tem que ler mais de uma vez para compreender, por causa da preguiça e um aluno apresenta uma justificativa um pouco contraditória, afirmando que "dependendo do que eu vou ler, algo me atrai e eu continuo lendo".

Dois alunos não justificaram suas respostas e, 8 apresentaram justificativas incompletas ou sem correspondência com a questão, conforme os exemplos a seguir:

> Porque é bom para a saúde. (19B)
> Eu gosto. (31B)
> Ler faz parte do nosso dia a dia. (34B)
> Ler é importante. (12A)
> Ler e importante pra varias coisas em nosso dia a dia. (10A)
> A pessoa que lê um livro pode entender o mundo imaginário e entra na história contada. (11A)
> Porque através da leitura conhesemos outros horrizontes. (16A)

[14] Em um questionário devolvido não havia a identificação do sexo, mas verificamos (pelo número) que se tratava de uma aluna.
[15] Ao utilizarmos exemplos das respostas obtidas a partir do questionário, faremos a transcrição literal das respostas dos alunos.
[16] (12C) indica o aluno número 12 da turma C.

Ao analisar as respostas desse item do questionário, podemos constatar que a maior parte dos discentes afirma gostar de ler, elencando motivos que justificam a importância dessa prática. É frequente a relação estabelecida entre esse hábito com a aquisição de novos conhecimentos, sendo afirmado por alguns que essa prática é uma forma de entretenimento com relação à televisão, despertando a curiosidade e que promove um descanso mental. Além dessas justificativas, alguns discentes apontaram a importância da leitura no dia a dia. Esse reconhecimento é de grande contribuição para a formação leitora de nossos jovens, pois essa habilidade é requerida nos mais diversos instantes do cotidiano, como a compreensão do mundo a nossa volta.

No **segundo** item, *questionamos sobre o que eles gostavam de ler*. A grande maioria afirmou gostar de ler livros, sendo estes de comédia, romances (citado por mais de 11 alunos), terror, mitologias, da saga Crepúsculo, poesia, mangá, contos, moda e mensagens. Outros preferem leituras bíblicas (8 alunos), revistas, jornais, gibis, atualidades, entre outros gêneros. Três alunos não responderam, dois afirmaram que não liam nada e, apenas um, emitiu resposta não adequada a essa questão, mas sim à anterior, afirmado que "é lendo que temos conhecimento Por que em dia sem leitura não dá".

Com relação à *importância da leitura*, **terceira questão**, 46 alunos consideram essa prática importante, apenas um aluno não emitiu resposta para este item e, outro, desconsidera a relevância desse hábito.

Consideramos incoerente a resposta fornecida pelo aluno (14B) que não considera a leitura importante, afirmando que ela "não me agrada muito", embora o mesmo afirme gostar de ler e justifica que através dela aprende palavras novas e exercita seus conhecimentos. Além disso, é relevante destacar que os 6 alunos que afirmaram não gostar de ler consideram a leitura importante.

As justificativas apontadas para a importância da leitura são diversas, dentre as quais destacam-se a leitura como aquisição de novos conhecimentos, facilitação do processo de escrita, argumentação, entendimento, conhecimento de novas palavras, deixando as pessoas com uma linguagem culta, conforme depoimentos a seguir, não deixando de frisar que seis alunos não justificaram suas respostas.

> Porque através dela sempre descobrimos algo novo. (4C)
> Ao ler você tem mais facilidades de escrever, da a sua opinião, entender, etc. (20C)
> Com ela nosso mente evolui e conhecemos palavras. (26C)
> Porque aprendemos com os livros o que não aprendemos nas salas de aulas. (4B)
> Porque através dela aprendemos coisas novas e melhoramos nossa leitura etc. (29B)

> Para podermos falar com palavras cultas e aprendermos mais. (2B)
> Com a leitura falaremos melhor e escreveremos melhor. (3A)
> Porque lendo você fica sabendo de tudo sobre noticias e informação. (8A)
> Por que a leitura e muito importante em nossas vidas por em tudo tem leitura. (4A)

Ao questionarmos os alunos sobre *em quais disciplinas eles praticam a leitura e quais são os tipos de leituras*, **quarto item**, ficou evidenciado que eles relacionam essa prática com a disciplina de Língua Portuguesa (citada por 27 alunos) e demais disciplinas da área de humanas (História, Geografia, Filosofia, Inglês, Arte, Biologia e Sociologia). Poucos alunos relacionaram a leitura com as disciplinas específicas da área de exatas (Química, Física e Matemática). Apenas um aluno afirmou que realiza leitura nas aulas de Química e dois nas aulas de Matemática. Do total consultado, enquanto 15 alunos afirmaram realizar leituras em sala de aula, de forma geral, em todas as disciplinas escolares, dois não responderam e, apenas um aluno afirmou não realizar nenhuma leitura, pelo fato de não gostar de ler em voz alta.

Assim, ao considerar os tipos de leituras que eles realizam, muitos justificaram que estas se voltam ao estudo dos conteúdos curriculares, principalmente nas disciplinas de Língua Portuguesa e História. Com relação às tipologias textuais, os alunos mencionaram que a maioria das leituras são textos didáticos, mas, também, revelaram que leem poemas, contos, histórias em quadrinhos, narrativas, as questões e atividades propostas pelos professores e leituras informativas no livro didático.

> Historia e português (português as veses poema e historia historia acontecida). (18C)
> Portugues, ingles, Biologia, filosofia, historia, etc. textos, Assuntos, questões, Resumos, etc. (20C)
> Nas aulas de português, história e matemáticas às vezes, só leio o que o professor manda. (19C)
> Historia: sobre o passado e o presente da humanidade. Portugueis: são textos de diversos assuntos. Gramática. (29B)
> Português, geografia e história mais tenho vergonha de ler em vois alta na frente das pessoas. (3B)
> Eu pratico leitura em neu uma materia Pq eu não gosto de ler em voz alta. (28B)
> Português, artes, filosofia, sociologia. Textos, frases e poemas. (21A)
> Todas, leituras em relação aos assuntos adquiridos. (3A)
> As disciplinas que costumo pratica a leitura são, português, história, ciência entre outras. As maioria das leituras são textos. (23A)
> Português, Historia, Geografia, filosofia. textos informativos. (13A)

Com relação ao questionamento se *os discentes realizavam leituras nas aulas de matemática*, obtivemos as seguintes respostas:

Quadro 4 – Síntese das respostas do **item 5**[17].

Opções	Quantidade de alunos
Sim	16
Não	7
Às vezes	25
Não respondeu	1

A partir dos dados do quadro 4, observamos que a leitura nas aulas de matemática é realizada de forma esporádica pela maior parte dos discentes e, um terço dos alunos consultados afirmam realizar leituras com maior frequência nas aulas desse componente curricular.

A **questão 6** complementa esse item, *indagando os alunos se nas aulas de matemática é preciso realizar leituras*, bem como solicita sua *justificativa nas respostas emitidas*. O quadro a seguir resume os dados obtidos na primeira parte da pergunta:

Quadro 5 – Síntese das respostas do **item 6**.

Opções	Quantidade de alunos
Sim	44
Não	3
Não respondeu	1

De forma praticamente unânime, mais de 91% dos alunos afirmam que nas aulas de matemática é preciso realizar leituras. Com relação às justificativas, observamos que elas centram-se na leitura para a resolução das questões, no entanto, poucos alunos afirmam que leem para compreender os conteúdos trabalhados ou realizam leituras com outras finalidades nas aulas dessa disciplina.

> Porque tem regras que lendo se entende mais. (12C)
> Aprendemos melhor e entendemos bem melhor. (18C)
> Nas questões é preciso entende-las para se responder. (22C)
> Porque pra responder uma questão tem que fazer uma leitura. (27B)
> Porque é preciso aprender os assuntos, e alguns assuntos são com texto. (29B)
> Os alunos ler as questões e o professor esprica. (3B)
> Para compreendermos o assunto, para exercitar atividades e etc.(3A)
> Com elas podemos entender melhor a questão, do que se tratar e respondela.(25A)

[17] Um aluno marcou duas opções "Sim" e "Às vezes", por isso a soma total resulta em 49 respostas.

> É importante, mesmo sabendo que as aulas de matemática usa freqüentemente contas. (23A)

Os três alunos que afirmaram não ser preciso realizar leituras nas aulas de matemática alegaram que "a matemática e so conta e não tem leitura", "pois é mais calculos não tem pra quer haver leituras" e "é mais calculo". Do total consultado, apenas 4 alunos não justificaram suas respostas.

O item seguinte, **7**, *questionou se os alunos gostavam das aulas de matemática*. Durante a aplicação do questionário, solicitei que considerassem as aulas de matemática de forma geral, ao longo de todo o seu processo de escolarização. Obtivemos as seguintes respostas:

Quadro 6 – Síntese das respostas do **item 7**.

Opções	Quantidade de alunos
Sim	34
Não	14

A aceitação das aulas desse componente curricular é destacada por 71% dos alunos, mostrando que, apesar do estigma de que os alunos possuem grande aversão à matemática, eles afirmam gostar das aulas dessa disciplina.

As *justificativas para essa questão* variam desde gostar do professor e de suas explicações até o desinteresse pela matéria, aversão aos cálculos e as dificuldades em operações básicas (como a subtração e a divisão). Assim, algumas respostas afirmativas com relação à matemática são:

> Ela é importante para ter a logica para calcular questões de química e física. (12C)
> É uma aula de relação de calculos, sempre precisamos de calculos na vida. (23C)
> Pois é so aprender as regras que consegue fazer as questões. (20C)
> Porque é importante para nossos futuro. (4B)
> As aulas de matemática é muito importante para nós alunos para fazer uma faculdade. (3B)
> Porque eu acho a única matéria boa. (20B)
> Pois é um assunto que não a repetinuidade. (7B)
> Porque com elas podemos aprender coisas novas, porque matemática hoje em dia esta em tudo. (25A)
> Porque é uma forma de questionar e exercitar o nosso cérebro. (3A)
> Porque e difício mais tem seu lado bom e no futuro eu vou precizar. (8A)

Os alunos que não gostam das aulas dessa disciplina afirmaram que:

> Eu nunca gostei pois eu não entendo muito nem mim enterozo a aprende pois eu não gosto. (18C)
> Porque eu não entendo nada tenho dificuldades para aprender matemática. (26C)

> Porque é muito complicada. (29B)
> Tenho dificuldade em dominar, subtração e divisão. (14B)
> Porque e muito compricado e da muita dor de cabeça ao resolver calculos. (7A)
> É muito complicado, as vezes eu não entendo os assuntos e as contas. (23A)

No **oitavo item** perguntamos *se os alunos têm dificuldades ou facilidades em solucionar questões matemáticas*, obtendo as seguintes respostas:

Quadro 7 – Síntese das respostas do **item 8**.

Opções	Quantidade de alunos
Dificuldades	31
Facilidades	5
Não respondeu	2
Respostas contraditórias	2
Respostas sem sentido	8

Algumas justificativas apresentadas pelos alunos que possuem dificuldades são:

> Tenho dificuldade principalmente as contas. (26C)
> Eu tenho dificuldades pois eu não mim enterezo em matemática. (18C)
> Dificuldades as vezes é difícil de se entender mais só requer persistência. (22C)
> Dificuldades, as vezes não entendo os assuntos direitos. (23C)
> Tenho muita dificuldade em algumas questões. (27B)
> Dificuldade não domino operações. (14B)
> Tenho dificuldades porque sento atrás e não excuto direito e não. (29B)
> Dificuldade porque matemática é muito disficio e conplicada. (3B)
> Dificuldades, porque e muito complicado entender as explicasões. (4B)
> Tenho muita dificuldade em resolver calculos. (7A)
> Dificuldades. (22A)
> Tenho muitas dificuldades sempre nas questões. (23A)
> Tenho dificuldade porque sou muito lenta pra pegar o assunto. (5A)
> Tenho muitas, as vezes tenho vergonha de perguntar o que não intendo. (20A)
> As vezes pois o que mais complica é as formas de calculos. (24A)

Já os alunos que possuem facilidades em matemática apontam que:

> Não, são fáceis. (16C)
> Facilidades porque entendo as questões para resolver. (20C)
> Facilidade na maioria. Pois me entereço. (7B)
> Facilidades quando eu entendo, eu gosto de matemática e so entendo quando o professor esta esplicando. (20B)
> Facilidade porque eu gosto da matéria. (17B)

Confrontando esses dados com o da questão anterior (questão 7), percebemos que, mesmo gostando das aulas de matemática, a maior parte dos alunos (65%) possui diversas dificuldades na resolução das questões. Esse fato ficou comprovando diante do trabalho docente desenvolvido ao longo do ano letivo (2014), pois, como professor das três turmas na quais foram aplicados os questionários, percebemos que os alunos possuem grandes dificuldades em resolver operações elementares, sejam operações com números naturais, inteiros ou reais, em diversos procedimentos com o uso de algoritmos e na utilização de diversos conhecimentos matemáticos das séries anteriores.

Por último, **item 9**, *questionamos os alunos sobre o que seria mais fácil de resolver: uma questão com enunciado pequeno, grande ou se o tamanho do enunciado não influenciava no processo resolutivo da questão*. Obtivemos os seguintes dados:

Quadro 8 – Síntese das respostas do **item 9**.

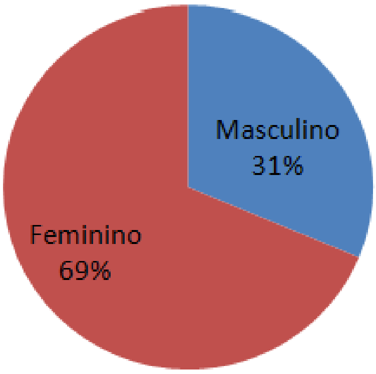
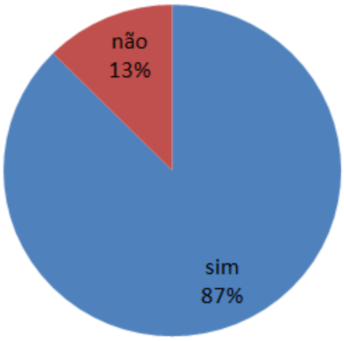
Opções	Quantidade de alunos
Uma questão com o enunciado pequeno	20
Uma questão com enunciado grande	6
O tamanho do enunciado não influencia na resolução da questão	22

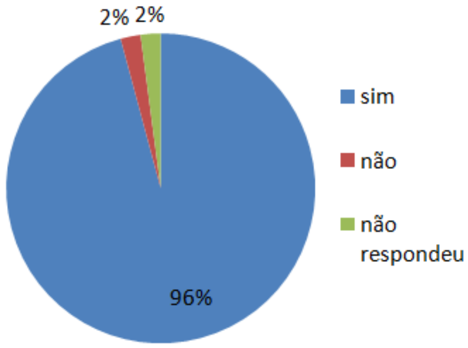
46% dos alunos afirmam que o tamanho do enunciado de uma questão não influencia em seu processo resolutivo, o segundo maior grupo de aprendizes (42%) aponta que é mais fácil solucionar uma questão que possui um enunciado pequeno e, uma pequena parcela (12%), afirma ser mais fácil solucionar uma questão com enunciado grande.

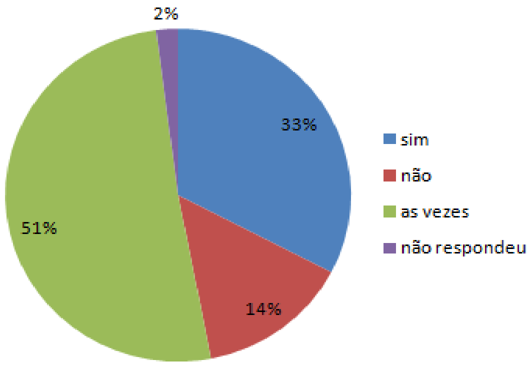
Analisando as respostas dos alunos que consideram mais fácil solucionar as questões com enunciados grandes, percebemos contradições em suas afirmações, pois um dos discentes afirma possuir “dificuldades, não consigo entender a maioria das questões, ou as vezes esqueço”, outro diz que “eu tenho dificuldade pois eu não mim enterezo em matemática”, já um terceiro aluno afirma que nas aulas de matemática não é preciso realizar leituras, pois é só contas. Assim, além dessas informações contraditórias, considerando o comportamento dos alunos diante de uma questão um pouco extensa, com mais informações, percebemos que há rejeição e críticas dos mesmos para resolverem, ou mesmo tentar solucionar essas questões, recorrendo, de forma geral, ao auxílio do professor, perguntando o que precisam fazer na questão.

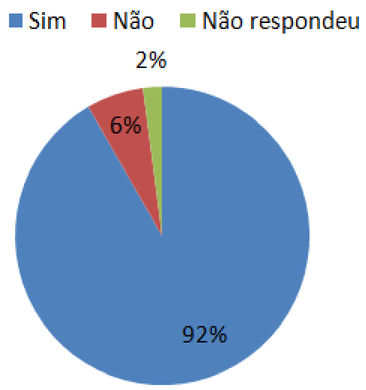
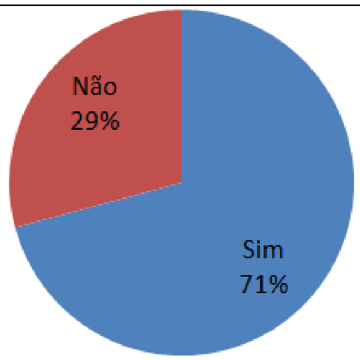
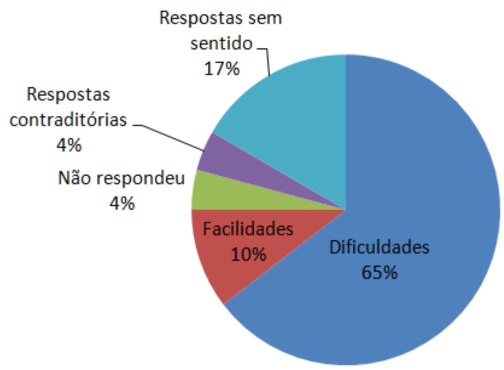
De forma geral, a partir dos dados coletados com a aplicação dos questionários, elaboramos o seguinte quadro síntese das informações obtidas:

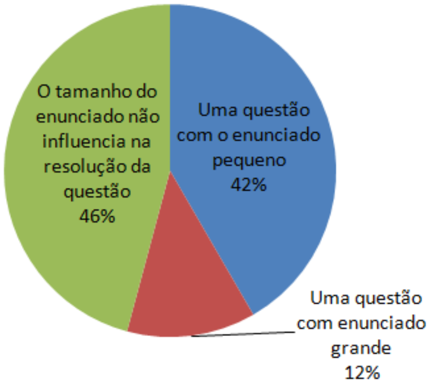
Quadro 9 – Síntese das respostas do questionário.

Identificação: Sexo	
1. Você gosta de ler?	 **Justificativas** **Leitores**: leem para aprender regras da língua portuguesa, por questões relativas à aprendizagem, para se atualizarem, se manterem informados, porque desperta a curiosidade, para se comunicarem, escreverem melhor e se distraírem. **Não leitores**: é uma atividade chata, causa dor de cabeça, precisa ler mais de uma vez para compreender.
2. O que você gosta de ler?	**Justificativas** A grande maioria afirmou gostar de ler livros, sejam eles de comédia, romances (citado por mais de 11 alunos), terror, mitológicos, da saga Crepúsculo, poesia, mangá, contos, moda e mensagens. Outros preferem leituras bíblicas (8 alunos), revistas, jornais, gibis, atualidades entre outros gêneros.

<table>
<tr><td>3. Você considera importante a leitura?</td><td>

Justificativas
Consideram a leitura importante: As justificativas apontadas para a importância da leitura são diversas, entre as quais a aquisição de novos conhecimentos, facilitação do processo de escrita, argumentação, entendimento, conhecimento de novas palavras, deixando as pessoas com uma linguagem culta.</td></tr>
<tr><td>4. Na escola, em quais disciplinas você pratica a leitura? Quais são esses tipos de leituras?</td><td>Língua Portuguesa (citada por 27) e demais disciplinas da área de humanas (História, Geografia, Filosofia, Inglês, Arte, Biologia e Sociologia). Poucos alunos relacionam a leitura com as disciplinas específicas da área de exatas (Química, Física e Matemática); 15 afirmam realizar leituras, de forma geral, em todas as disciplinas escolares, dois não responderam e um afirmou não realizar leituras.
Justificativas
Muitos apontaram que essas leituras são voltadas para o estudo dos conteúdos curriculares, principalmente nas disciplinas de Língua Portuguesa e História. Com relação à tipologia textual, é citado que a maioria das leituras são textos diversos, mas também leem poemas, contos, histórias em quadrinhos, narrativas, as questões das atividades e leituras informativas.</td></tr>
<tr><td>5. Você realiza leituras nas aulas de matemática?</td><td>
</td></tr>
</table>

6. Nas aulas de matemática, é preciso realizar leituras?	 **Justificativas** As respostas são centradas na leitura para a resolução das questões, poucos alunos afirmam que leem para compreender os conteúdos trabalhados ou realizam leituras com outras finalidades nas aulas de matemática.
7. Você gosta das aulas de matemática?	 **Justificativas** As respostas para essa questão variam desde gostar do professor e de suas explicações até o desinteresse pela matéria, aversão aos cálculos e as dificuldades em operações básicas (como a subtração e a divisão).
8. Você tem dificuldades ou facilidades em solucionar questões matemáticas?	 **Justificativas** Entre os principais motivos apontados estão a falta de entendimento dos conteútos abordados, desinteresse pela disciplina, dificuldade em operações básicas, não entendimento das questões e complexidade da disciplina.

9. O que é mais fácil?	

Essas informações são de grande relevância para a docência matemática, em especial para o trabalho desenvolvido em nossa pesquisa. O nosso público-alvo, uma das três turmas na qual aplicamos o referido instrumento de coleta de dados, realiza leituras na escola, porém essas leituras ficam restritas, principalmente, às disciplinas de Língua Portuguesa e História, bem como às demais disciplinas da área de Humanas.

A partir dos dados, percebemos que as leituras realizadas nas aulas de matemática são apenas para a resolução das questões, não produzindo significado para os alunos, visando apenas à obtenção das respostas nas atividades propostas. De fato, como apontado por Salmazo (2005), não há uma preocupação com a leitura nas aulas de matemática, ficando esse trabalho restrito apenas aos professores de Língua Portuguesa. Consoante a esse pensamento, Lorensatti (2009, p. 90), nos assegura que:

> Tradicionalmente, Matemática e Língua Portuguesa não dialogam na escola. Há uma tradição que "o indivíduo que é bom em Matemática não o é em Língua Portuguesa". As práticas de sala de aula têm reforçado essa premissa, e o professor ou o planejamento pedagógico das escolas, dificilmente, oportunizam uma aproximação entre esses dois componentes, de forma intencional.

Assim, considerando que cada área do saber possui uma determinada linguagem, um vocabulário próprio, com especificidades únicas desse campo do conhecimento, e que a Língua Portuguesa é a área transversal de todos os demais componentes do currículo escolar, objetivamos realizar uma aproximação da leitura com a disciplina de matemática, visando identificar as dificuldades que os alunos encontram diante dos termos da Língua Materna e da Linguagem Matemática, auxiliando-os a despertarem o interesse pela leitura e contribuindo para a criação de um processo dialógico nas aulas dessa disciplina, com vistas à produção de sentido nas aulas de matemática.

6.2 Da aplicação da lista de problemas e de um segundo questionário

A segunda etapa de nosso trabalho consistiu na aplicação de uma lista com 7 problemas (anexo A), objetivando identificar as possíveis dificuldades que os alunos encontrariam para resolvê-los, relacionando essas dificuldades com a questão da leitura, interpretação dos problemas propostos e na relação entre a Língua Materna e a Linguagem Matemática. Os problemas foram aplicados de forma individual.

De maneira geral, os problemas abordavam os seguintes conteúdos: 1 - operações com números naturais, 2 – operações com números naturais e fração, 4 e 5 – operações com números inteiros e equação, 6 – lei de formação de uma função polinomial do primeiro grau e 7- dobro e operações com números inteiros.

Na lista aplicada solicitamos que, os alunos, ao lerem os problemas, **sublinhassem** as palavras cujo significado eles não conhecessem, **circulassem** os vocábulos que nunca leram ou ouviram alguém pronunciar e **fizessem um quadrado** nas palavras que eles conheciam, mas que não lembravam o significado naquele momento.

Visando obter mais detalhes com relação à lista de problemas, aplicamos um questionário (apêndice B) objetivando identificar quais questões os alunos sentiram mais dificuldades e facilidades para solucionar, quais questões eles consideram mais fáceis e mais difíceis de serem respondidas, se eles consideram mais fáceis resolver uma questão que possua apenas números ou números inseridos em determinados contextos (como texto de jornal, uma história) e qual o entendimento deles de algumas palavras que são essenciais na resolução dos problemas propostos.

A partir das listas resolvidas pelos alunos, obtivemos os seguintes dados, expostos no quadro abaixo:

Quadro 10 – Palavras destacadas pelos alunos.

	Não conhece o significado da palavra	Nunca leu a palavra ou ouviu alguém pronunciar	Conhece a palavra, mas não lembra o seu significado no momento de solucionar a questão
A1	Resort, Fumegando.		
A2		Resort, Fumegando.	Enunciada, Intelectual, Transcorreu.
A3	Fumegando.	Transcorreu.	Resort, Perímetro,

			Consecutivo, Intelectual.
A4			Transcorreu, Fumegando, Enunciada.
A8	Dobrado.		Fumegando, Consecutivo.
A9		Gritava.	Retângulo, Fumegando.
A10		Consecutivo.	
A14		Fumegando, Escoado.	
A15			Consecutivo.
A16	Escoados.		Persistir, Consecutivo.
A18	Almeida, Diniz, Calculada.	Consecutivo, Escoado.	Idade, Esvaziá-la, Gay.
A19	Retângulo, Perímetro, Intelectual, Consecutivo.		Equação, Medida do lado.
A21	Consecutivo.	Intelectual, Fumegando.	

Diversas palavras como *resort*, fumegando, escoado, transcorreu e intelectual são palavras de uso relativamente frequente da Língua Materna, mas que não possuem utilização constante no cotidiano dos alunos alvo de nossa investigação, bem como em nosso próprio dia a dia, com exceção da palavra intelectual. Mas, mesmo não sendo palavras de uso frequente, elas se fazem presentes em revistas, jornais, telejornais, livros didáticos e paradidáticos, fazendo parte de nosso vocabulário. Assim, diante do desconhecimento de diversas palavras presentes nos enunciados das questões, bem como na própria organização da escrita e em suas argumentações, percebemos que os alunos participantes de nossa investigação possuem um vocabulário limitado, devido à falta de leitura, deixando-os com um nível de aprendizagem aquém para a série que estão cursando, início da fase final da escolarização básica, promovendo dificuldades na compreensão dos conteúdos estudados.

Do quadro exposto, dentre as palavras destacadas pelos alunos e entre as três categorias elencadas, nos restringiremos àquelas que possam ter influenciado no processo de resolução das questões propostas na lista de problemas devido a sua dupla utilização, tanto na Língua Materna quanto na Linguagem Matemática, cujo desconhecimento de sua significação pode ter interferido na resolução da lista de problemas:

Quadro 11 – Palavras que podem influenciar no processo de resolução das questões.

	Não conhece o significado da palavra	Nunca leu a palavra ou ouviu alguém pronunciar	Conhece a palavra, mas não lembra o significado no momento em que solucionou a questão
A3			Perímetro, Consecutivo.
A8	Dobrado.		Consecutivo.
A9			Retângulo.
A10		Consecutivo.	
A15			Consecutivo.
A16			Consecutivo.
A18		Consecutivo, Progressão.	
A19	Retângulo, Perímetro, Consecutivo.		Equação, Medida do lado.
A21	Consecutivo.		

Agora, objetivando relacionar essas palavras com as dificuldades enfrentadas pelos alunos na solução das questões, bem como com os dados obtidos através do questionário aplicado, passamos à análise/interpretação das soluções dos problemas.

6.2.1 Análise das soluções da lista de problemas

Problema 1 - (ARAUJO SEGUNDO, 2012) Marcelo tem 43 anos, hoje, e seu filho 18 anos. Daqui a quantos anos a idade de Marcelo será o dobro da idade do filho?

Nesse problema, o conhecimento da palavra “dobro” era essencial para sua resolução, aliado a uma leitura adequada da situação. Praticamente todos os alunos apresentaram soluções inadequadas com exceção de dois alunos (A18 e A20) que, mesmo de forma equivocada, chegaram à solução.

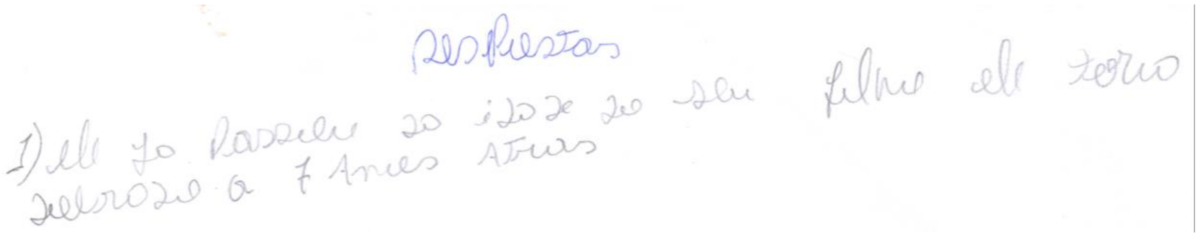


Figura 6: Solução apresentada pelo aluno A18[18].

Figura 7: Solução apresentada pelo aluno A20.

Do exposto, com relação à solução apresentada pelo aluno A18, ela está inadequada porque afirma que a idade do pai já passou do dobro da idade do filho, há 7 anos, porém esse fato só ocorrerá decorrendo-se 7 anos. Já a solução de A20 afirma ser daqui a 50 (certamente anos, pois a questão pedia a quantidade de anos). O equívoco está em afirmar que seria há 50 anos que tal fato ocorreria. Talvez o aluno enganou-se na hora de escrever a solução, trocando a quantidade de anos que levaria para o fato acontecer com a idade do pai, acertando apenas a idade que o filho teria quando o pai tivesse o dobro de sua idade, conforme solução apresentada a seguir:

Quadro 12 – Uma solução para a questão 1.

Idade do pai	Idade do filho
43	18
44	19
45	20
46	21
47	22
48	23
49	24
50	25

Assim, decorridos 7 anos, a idade do pai seria o dobro da idade do filho.

Comentário: ao discutirmos a solução desse problema com os alunos, encontro posterior a aplicação das questões, mencionamos a importância da organização dos dados

[18] Chamaremos de “solução” a resposta final do problema e de “resolução” o processo que leva a sua resposta (mais detalhado).

através de uma tabela, facilitando o seu processo resolutivo. Os alunos mencionaram que a questão era bastante fácil, faltou apenas “prestar atenção no que a questão dizia” (fala de alguns alunos).

Consideramos importante mencionar um deslize cometido por alguns alunos (A1, A4, A12, A19 e A21) na resolução dessa questão: eles “dobraram” a idade do filho, mencionando que o pai não poderia ter o dobro de sua idade, pois ele já tinha 43 anos. Conforme o exemplo a seguir:

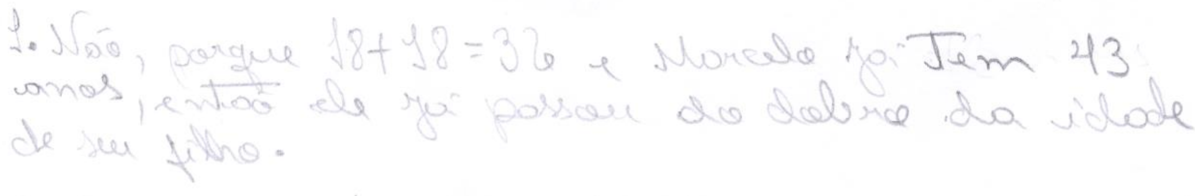

1. Não, porque 18+18=36 e Marcelo já Tem 43 anos, então ele já passou do dobro da idade de seu filho.

Figura 8: Solução apresentada pelo aluno A12.

Comentário: os alunos confundiram o referencial da palavra “dobro”, pois, de acordo com o enunciado, quem terá a sua idade dobrada será Marcelo, o pai, com relação à idade do seu filho.

A partir do questionário aplicado, visando identificar alguns elementos sobre os problemas aplicados no tocante a expressão “dobro”, presente no problema 1, os alunos demonstraram possuir o seguinte entendimento sobre essa palavra:

Quadro 13: Entendimento dos alunos sobre a palavra “dobro”.

Entendimento adequado	11 alunos
Não respondeu	4 alunos
Entendimento inadequado	6 alunos

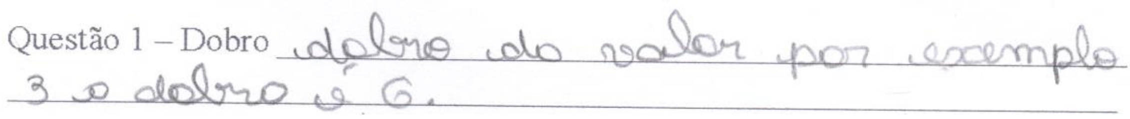

Questão 1 – Dobro dobro do valor por exemplo 3 o dobro é 6.

Figura 9: Entendimento adequado da palavra “dobro” pelo aluno A20.

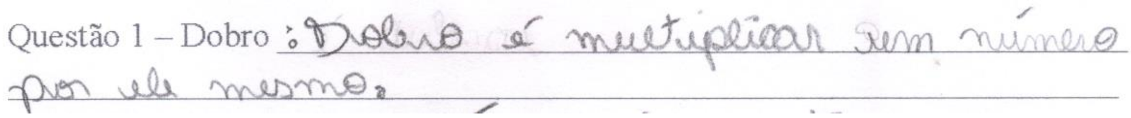

Questão 1 – Dobro : Dobro é multiplicar um número por ele mesmo.

Figura 10: Entendimento inadequado da palavra “dobro” pelo aluno A6.

De forma geral, no problema 1, os alunos tiveram o seguinte desempenho:

Quadro 14: Desempenho dos alunos no problema 1.

Acertou	2 alunos
Errou	18 alunos
Deixou em branco	1 alunos

Comentário: para 8 alunos o entendimento da expressão “dobro” é “duas vezes”, o qual consideramos adequado. O entendimento inadequado do aluno A6 se dá por ele considerar como dobro o produto (multiplicação) do número por ele mesmo, ou seja, o quadrado do número.

Problema 2: (GAY, 2011, p. 51) Mariana decidiu esvaziar a caixa-d´água de seu restaurante para limpá-la. A caixa estava cheia, e um tempo depois de começar a esvaziá-la Mariana observou que restava um terço de sua capacidade. Se nessa caixa-d´água cabem 6000 litros, quantos litros já tinham sido escoados?

Para a resolução desse problema, o conhecimento de frações era de grande importância, principalmente o significado da expressão um terço (1/3). Apenas o aluno A14 emitiu uma resposta adequada à questão, conforme resolução a seguir:

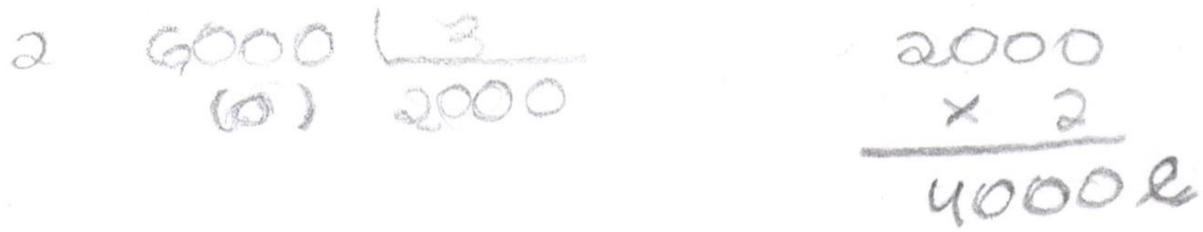


Figura 11: Resolução apresentada pelo aluno A14.

Em seu processo resolutivo o aluno calculou a terça parte de 6000, obtendo 2000. Após isso, multiplicou o valor obtido por 2, obtendo 4000. Assim, a quantidade de água escoada da caixa foi de 4000 litros.

***Comentário**:* em sua resolução, observamos que o aluno realiza apenas os cálculos matemáticos, não emitindo uma explicação ou detalhamento dos valores encontrados. Isso é um fato comum no ensino desse componente, a preocupação com a resposta correta, sem explicitar o que significa os valores obtidos e o passo a passo para solucionar as questões. Além disso, observamos que o aluno manipula números (que representam a grandeza litros), obtendo, na primeira parte da solução o valor de 2000; na segunda parte, após multiplicar

2000 por 2, obtém 4000l. Isso é bastante comum, seja por parte de alunos, professores ou das coleções de livros didáticos adotadas no Ensino Médio, conforme apontado no Guia de Escolha do Livro Didático do Ensino Médio (PNLD 2015):

> No ensino médio, as grandezas são importantes em todas as áreas do conhecimento. Entretanto, o estudo das grandezas tem sido descuidado nesse nível de ensino. Em particular, a álgebra das grandezas não vem sendo devidamente estudada. Por exemplo, para obter a área de um paralelogramo com "base" e "altura" de comprimentos 4m e 5m, respectivamente, escreve-se, por vezes:
>
> $$A = 4 \times 5 = 20m^2.$$
>
> Nota-se que, em um lado da igualdade, há um número (4 x 5) e, no outro, uma área (20 m^2), o que não é correto. Na verdade, a chamada fórmula de área é uma igualdade entre grandezas. Em um lado da igualdade, uma área e, no outro, o produto de dois comprimentos. Portanto dever-se-ia escrever:
>
> $$A = 4m \times 5m = 20m^2.$$
>
> Essa álgebra das grandezas é o que se denomina **análise dimensional**[19], tema estudado na Física, mas omitido na Matemática, e que seria um bom tópico articulador entre esses dois componentes curriculares. A análise dimensional é particularmente relevante no ensino médio pela existência de muitas grandezas que são razões de grandezas (BRASIL, 2014a, p.94, grifos do autor).

As demais soluções foram todas incompatíveis com o que era solicitado no problema. Destacamos uma possível desatenção dos alunos (A1, A7, A16 e A20) ao lerem o enunciado da questão, resolvendo apenas uma parte, eles obtinham apenas um terço do total de água (que ainda restava na caixa), não fazendo a segunda parte da questão, que era dizer quantos litros já tinham sido escoados (4000*l*).

Figura 12: Resolução apresentada pelo aluno A16.

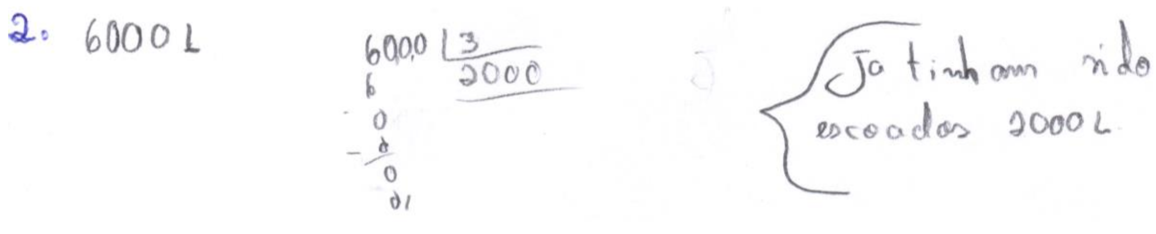


Figura 13: Resolução apresentada pelo aluno A7.

Outros alunos, a maioria, efetuaram cálculos inadequados, não conseguindo encontrar, ao menos, um terço da quantidade de água presente na caixa. Um aluno (A10) apresentou como solução a fração um terço e outro (A8) apresentou uma representação pictórica, típico

[19] Como se sabe, o termo "dimensão" possui vários significados, tanto na Matemática, quanto nas outras ciências. Neste ponto do texto, "dimensão" significa, de modo simplificado, "espécie de grandeza". Assim, pode ser dito: a dimensão comprimento, a dimensão velocidade, a dimensão massa etc.

do trabalho com frações na Educação Básica, mas que não representavam a fração um terço, mas sim, três oitavos.

Figura 14: Resolução apresentada pelos alunos A10 e A8, respectivamente.

Comentário: durante o processo de correção em grupo dessa questão, chamamos a atenção dos alunos para a importância da leitura integral do problema, prestando atenção em todas as informações presentes no enunciado. Alguns alunos concordaram com essa observação, afirmando que não observaram o que dizia no final do enunciado, por isso calcularam apenas um terço dos 6000 litros de água.

Ao considerarmos o entendimento da expressão "um terço" pelos alunos, obtivemos os seguintes dados:

Quadro 15: Entendimento dos alunos sobre a expressão "um terço".

Entendimento adequado	3 alunos
Não respondeu	4 alunos
Entendimento inadequado	14 alunos

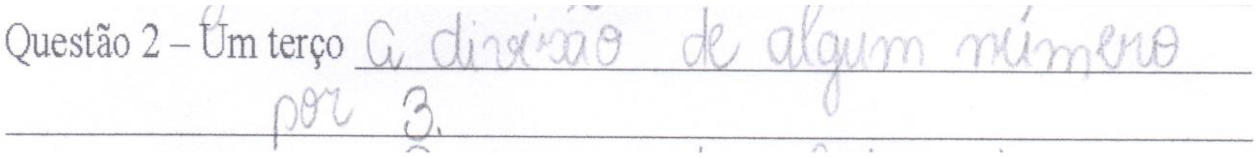


Figura 15: Entendimento adequado da expressão "um terço" pelo aluno A1.

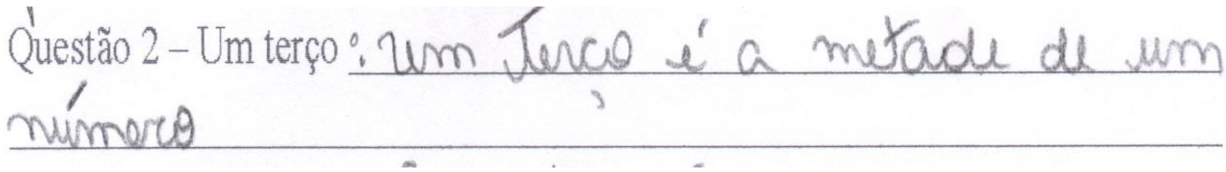


Figura 16: Entendimento inadequado da expressão "um terço" pelo aluno A6.

Em síntese, no problema 2, os alunos obtiveram o seguinte desempenho:

Quadro 16: Desempenho dos alunos no problema 2.

Acertou	1 alunos
Errou	17 alunos
Deixou em branco	3 alunos

Comentário: apenas três alunos (A1, A8 e A14) apresentaram entendimento adequado da expressão “um terço”, sendo que dois deles (A8 e A14) apresentaram os seguintes entendimentos: “menos da metade do valor especificado” e “menos da metade de um inteiro”, respectivamente. Destacamos o entendimento inadequado de 6 alunos que relacionaram “um terço” à metade de um número, conforme o exemplo da figura 12. Além disso, diante da falta de entendimento de 18 alunos desse conceito fracionário, nos chama atenção a resposta do aluno A2, afirmando que não entende a referida expressão e, que possui dificuldades no conteúdo de frações.

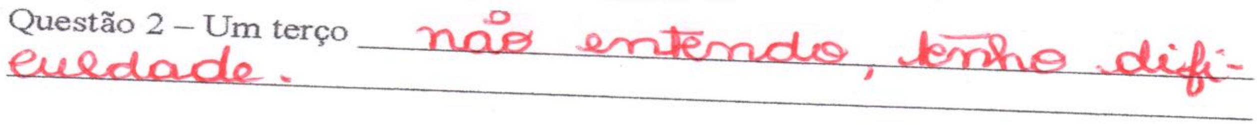


Figura 17: Afirmação do aluno A2 para a expressão “um terço”.

Problema 3: (SMOLE E DINIZ, 2001) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual a idade do menino?

Consideramos importante a aplicação dessa questão por se tratar de um problema sem solução, o que não é usual nas aulas de matemática. Além disso, nesse componente curricular há o estigma de que todos os problemas possuem solução e que ela é única. Dessa forma, pudemos verificarmos isso pelas respostas apresentadas pela maioria dos alunos ao raciocinaram de forma semelhante, efetuando os seguintes cálculos:

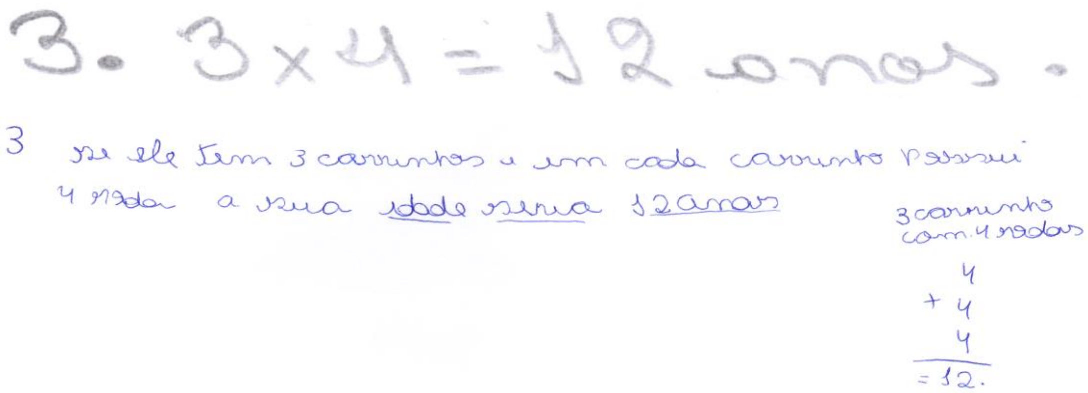


Figura 18: Resolução apresentada pelos alunos A12 e A3, respectivamente.

Destacamos a solução, mesmo que inadequada desse problema, apresentada por alguns alunos que tiveram a preocupação em explicitarem o número obtido como solução, realizando uma análise dimensional da grandeza tempo. Conforme o exemplo:

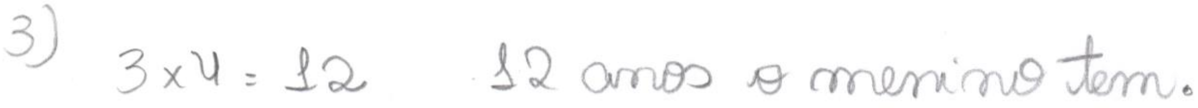


Figura 19: Resolução apresentada pelo aluno A16.

Alguns alunos não emitiram respostas (A1 e A17), um (A9) colocou como resposta 4 anos, dois (A18 e A19) somaram 4 com 3 e disseram que o menino tinha 7 anos. Apenas dois alunos perceberam que o problema não tinha solução, um (A20) respondeu “nada” e outro afirmou que:

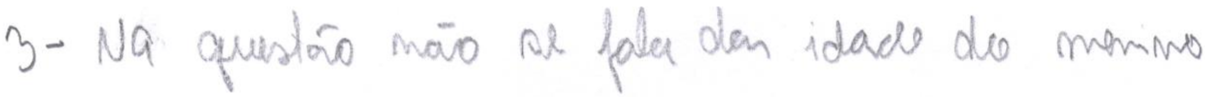


Figura 20: Solução apresentada pelo aluno A15.

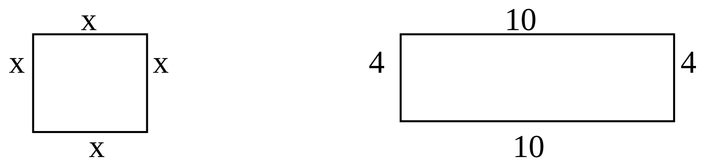
De forma geral, no problema 3, os alunos obtiveram o seguinte desempenho:

Quadro 17: Desempenho dos alunos no problema 3.

Acertou	2 alunos
Errou	16 alunos
Deixou em branco	3 alunos

Comentário: no momento de aplicação da lista de problemas, alguns alunos fizeram questionamentos sobre esse problema, mas pedi que eles lessem atentamente o enunciado e o interpretassem. Alguns disseram que era um problema de lógica e, que a solução era óbvia. No momento de discussão das soluções, os alunos indagaram por que a questão não possuía solução, pois era só fazer 3 X 4, obtendo 12. Após algumas discussões, eles concordaram que os dados presentes na questão não faziam referência alguma à idade do menino, por isso ele seria um problema sem solução.

Problema 4: (GIOVANNI E GIOVANNI JR, 2002) Este quadrado e este retângulo têm o mesmo perímetro. Qual é a equação que expressa esse fato? Qual a medida do lado do quadrado?



Nesse problema o conhecimento do termo perímetro era essencial para sua resolução. Além disso, era solicitada uma equação que expressasse o fato do perímetro do retângulo ser igual ao do quadrado e, também, a mediada do lado do quadrado.

Quadro 18: Desempenho dos alunos no problema 4.

Acertou	2 alunos
Errou	13 alunos
Deixou em branco	3 alunos
Solução incompleta	3 aluno

Das soluções apresentadas pelos alunos, observamos que 3 alunos deixaram em branco e 13 alunos erraram a questão; desses, 5 calcularam apenas o perímetro do retângulo (28 unidades de medida), mas não apresentaram a equação que modelava o fato apresentado, bem como não encontraram a medida do lado do quadrado. Três alunos apresentaram a seguinte resolução:

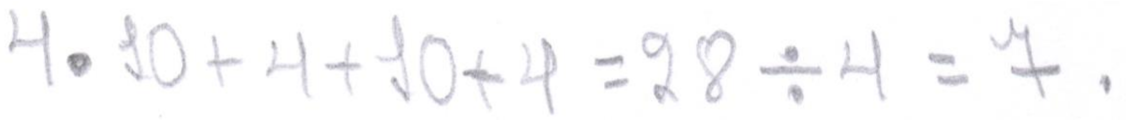
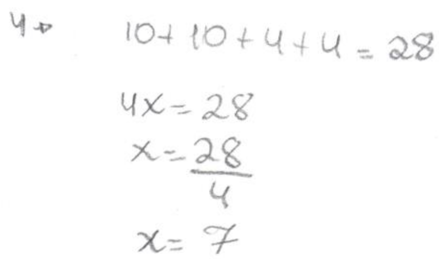


Figura 21: Resolução incompleta apresentada pelo aluno A12.

Assim, eles calcularam o perímetro do retângulo e depois o dividiram por 4, já que ele e o quadrado possuíam o mesmo perímetro. Mesmo não esclarecendo que o número 7 representava a medida do lado do quadrado, fica evidente que ele representa esse comprimento. Os alunos não apresentaram a equação que representava o fato exposto na questão. Apenas dois alunos responderam a questão completamente, mesmo não apresentando detalhes das soluções obtidas, efetuando apenas os cálculos necessários e apresentando a equação que representa a igualdade entre o perímetro do quadrado e do retângulo:



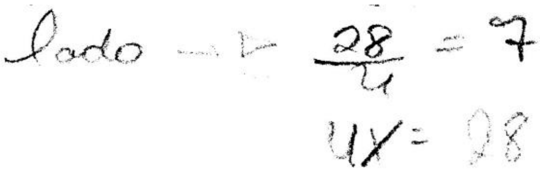
4-> $10+10+4+4=28$

$4x=28$

$x=\frac{28}{4}$

$x=7$

Figura 22: Resolução do aluno A14.



lado -> $\frac{28}{4}=7$

$4x=28$

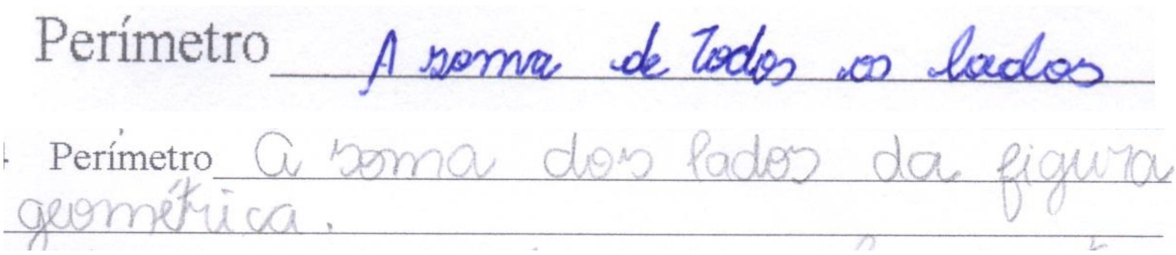
Figura 23: Resolução do aluno A20.

Comentário: apesar de apenas dois alunos afirmarem desconhecer o significado da palavra perímetro, percebemos que 14 alunos não dominam esse conceito, pois o seu conhecimento seria o ponto chave para solucionar essa questão. Esse fato ficou evidenciado durante a solução conjunta dessa questão, pois, a maioria dos alunos não conseguia explicar o seu significado, como evidenciado nas respostas dos questionários, no qual perguntávamos aos alunos sobre o seu entendimento desse termo.

Quadro 19: Entendimento da palavra “perímetro” pelos alunos.

Entendimento adequado	8 alunos
Não respondeu	8 alunos
Entendimento inadequado	5 alunos

Com relação ao conhecimento adequado dessa palavra, a partir do questionário aplicado, obtivemos as seguintes respostas:



Perímetro A soma de todos os lados

Perímetro a soma dos lados da figura geométrica.

Figura 24: Respostas dos alunos A14 e A1, respectivamente.

A partir das respostas do questionário, percebemos que 16 alunos desconhecem ou possuem uma compreensão errônea do significado da palavra perímetro, termo que possui significação semelhante na Língua Materna e na Linguagem Matemática.

Problema 5: (MORI, I.; ONAGA, D. S., 1999) A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

Para solucionar essa questão o conhecimento de números consecutivos era imprescindível, além de relacionar a palavra soma à operação de adição. Ao observamos o quadro 11, palavras que influenciam no processo de resolução das questões, percebemos que esse termo é desconhecido por 8 alunos. Sendo essa expressão o ponto chave para resolução desse problema, consideramos que mais da metade dos alunos irão solucioná-la. Com relação às respostas dessa questão, observamos que:

Quadro 20: Desempenho dos alunos no problema 5.

Acertou	7 alunos
Errou	11 alunos
Deixou em branco	2 alunos
Não conseguiu responder	1 aluno

Do quadro acima, com relação ao desempenho dos alunos, percebemos que o termo “números consecutivos” mostrou-se ser desconhecido por 14 alunos. Pois, diante das respostas obtidas, percebemos que eles não dominam o seu significado, haja vista que eles somavam três números iguais ou diferentes cuja soma resultasse em 63, apontando esses números como resposta para a questão. Conforme exemplos a seguir:

Figura 25: Resolução do aluno A3.

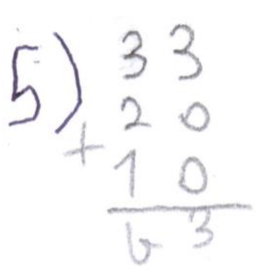


Figura 26: Resolução do aluno A9.

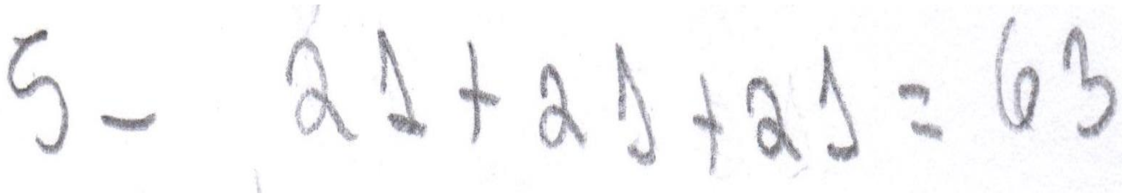


Figura 27: Resolução do aluno A15.

Os alunos que acertaram encontraram os três números consecutivos cuja soma resultasse em 63, porém não evidenciaram a forma como chegaram a esses números.

Figura 28: Resolução apresentada pelo aluno A7 para o problema 5.

Consideramos interessante a afirmação do aluno A8 que não conseguiu responder o problema, alegando que o desconhecimento do termo “consecutivo” o impediu de encontrar a solução.

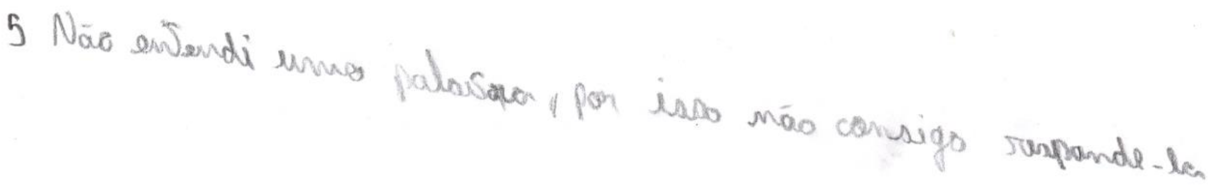


Figura 29: Afirmação do aluno A8 sobre o problema 5.

Comentário: na solução conjunta desse problema os alunos que conseguiram responder afirmaram que fizeram tentativas para encontrar os números pedidos. Além desse método, discutimos sobre a utilização da álgebra e o solucionamos, conjuntamente, através de uma equação do primeiro grau com uma incógnita. Os alunos consideraram esse método mais fácil, afirmando que evitava a perda de tempo com diversas tentativas. Outra estratégia de solução apresentada foi a utilização da divisão do número 63 por 3, obtendo o número 21, que seria um dos três números consecutivos.

Com relação ao entendimento da expressão “números consecutivos” apresentada pelos alunos no questionário sobre os problemas aplicados, obtivemos os seguintes dados:

Quadro 21: Entendimentos dos alunos sobre a expressão “números consecutivos”.

Adequado	9 alunos
Deixou em branco	6 alunos
Inadequado	6 alunos

Observando o quadro acima, percebemos que ele se assemelha ao desempenho dos alunos na questão 5, na qual 11 alunos erraram, dois deixarem em branco e um não conseguiu responder.

Problema 6: (DANTE, 2005) O preço de venda de um livro é R$ 15,00 por unidade. A receita total obtida pela venda desse livro pode ser calculada pela fórmula:

Receita total = preço de venda por unidades vezes quantidade de livros vendidos.

Indicando por X a quantidade de livros vendidos, escreva a lei de formação dessa função.

Essa questão era bastante simples e, seu enunciado já indicava a resposta. Trata-se de encontrar a lei de formação de uma função que representa a receita total a partir da venda de um livro cujo valor é R$: 15,00.

Quadro 22: Desempenho dos alunos no problema 6.

Acertou	7 alunos
Errou	6 alunos
Não respondeu	8 alunos

Mesmo sendo uma questão bastante acessível aos alunos, que devem ter estudado a parte introdutória de funções no 9º ano e, que já viram esse conteúdo quando o problema foi proposto, 14 alunos não conseguiram solucioná-lo ou não o responderam.

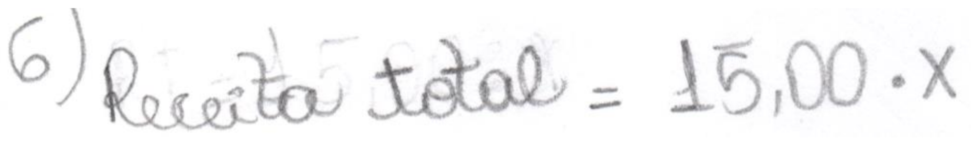


Figura 30: solução correta do aluno A16 para o problema 6.

Comentário: ao discutirmos coletivamente a resolução para essa questão, retomei o conceito de função e a maneira de escrever a lei de formação de uma situação que expressa uma função. Após as discussões, os alunos consideraram a questão fácil e alegaram que não prestaram atenção em seu enunciado.

No questionário sobre a lista de problemas, questionamos aos alunos sobre o seu entendimento da palavra "fórmula[20]", obtendo as seguintes informações:

Quadro 23: Entendimentos dos alunos sobre a palavra "fórmula".

Adequado	4 alunos
Deixou em branco	9 alunos
Inadequado	8 alunos

Mesmo sendo uma expressão muito usual nas aulas de matemática, bem como nas disciplinas de Física e Química, 17 alunos possuem uma compreensão inadequada ou não responderam sobre o seu entendimento da palavra fórmula.

Problema 7: (GEHRINGER, 2008 *apud* ALMEIDA, 2012) Essa historinha me foi contada pelo diretor de uma grande empresa que levou o seu pessoal da área de planejamento e finanças para uma reunião num *resort*, na Bahia. Uma das atividades da reunião era uma gincana intelectual. O pessoal foi dividido em grupos e teria que resolver complicados problemas matemáticos. Ao todo, eram dez questões. O grupo que resolvesse primeiro, gritava a resposta e ganhava um ponto. Tudo transcorreu normalmente até a questão número quatro. Então, com as maquininhas de calcular já fumegando, a questão número cinco foi enunciada. Era assim: ─ Pereira tem 16 anos. E ele percebeu que a sua idade já havia dobrado quatro vezes: de 1 para 2, de 2 para 4, de 4 para 8 e de 8 para 16. Se essa progressão persistir, daqui a 16 anos que idade terá Pereira [e quantos vezes a sua idade terá dobrado]?

Esse problema era mais longo e requeria dos alunos maior atenção para reter as informações presentes em seu enunciado. Porém, tratava-se de uma questão simples, exigindo dos alunos conhecimentos das palavras "progressão" e "dobrado".

Quadro 24: Desempenho dos alunos no problema 7.

Acertou	4 alunos
Errou	7 alunos
Não respondeu	5 alunos
Incompleta	5 alunos

---

[20] "***Mat*** Qualquer fato, regra ou princípio expresso por símbolos algébricos, por exemplo: $E = mc^2$, que exprime a relação entre energia e matéria". Disponível em: < http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=f%F3rmula> Acesso: 01 01 2015.

Com relação ao desempenho dos alunos nessa questão, percebemos que 12 alunos erraram ou não a responderam. Nos acertos, destacamos a resolução completa da questão, apontando a nova idade que Pereira terá e quantas vezes sua idade terá dobrado, considerando a progressão apresentada no enunciado. Assim, uma solução correta para a questão apresentada por um dos alunos seria:

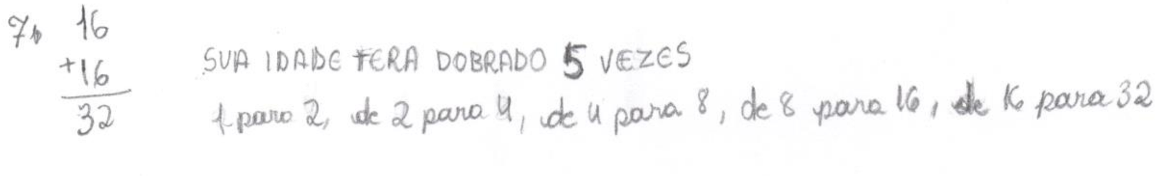


Figura 31: Resolução correta do aluno A14 para o problema 7.

Já as resoluções incompletas foram aquelas que apresentaram a idade correta que Pereira terá, porém não acertaram quantas vezes sua idade foi dobrada, considerando a progressão mencionada no enunciado da questão. Conforme o exemplo a seguir:

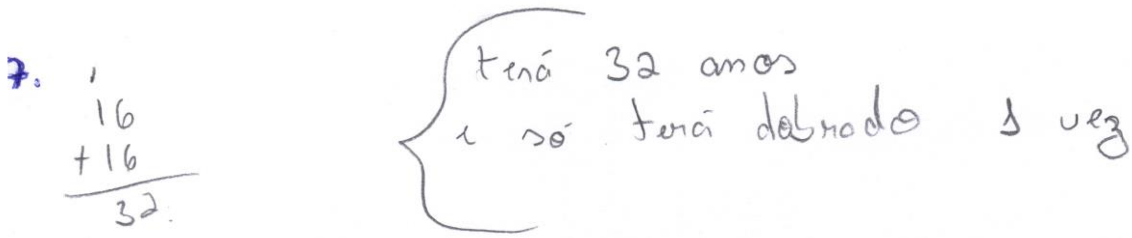


Figura 32: Resolução incompleta apresentada pelo aluno A7.

Comentário: durante a resolução conjunta dessa questão, percebemos que os alunos sentiram dificuldades em reter as informações presentes em seu enunciado devido à maior quantidade de dados no problema. Além disso, eles afirmaram que a questão era muito grande e que ela parecia um texto. Ao discutirmos o que acontecia com a idade de Pereira, focamos na progressão mencionada no enunciado. Assim, considerando que ele tem 16 anos, passando 16 anos ele terá 32 anos. Dessa forma, sabendo que sua idade já havia dobrado 4 vezes: de 1 para 2, de 2 para 4, de 4 para 8 e de 8 para 16, ao completar 32 anos sua idade terá dobrado 5 vezes, pois, continuando a progressão, ela dobrará de 16 para 32. Finalizada as discussões, alguns alunos afirmaram que a questão era simples, só tinha "muito texto".

Já sobre o entendimento das palavras "dobrado" e "progressão", presentes no enunciado da questão, os alunos apresentaram os seguintes entendimentos:

Quadro 25: Entendimentos dos alunos sobre as palavras “dobrado” e “progressão”.

Palavra Dobrado		Palavra Progressão	
Adequado	7 alunos	Adequado	5 alunos
Deixou em branco	9 alunos	Deixou em branco	13 alunos
Inadequado	5 alunos	Inadequado	3 alunos

Destacamos a falta de compreensão pelos alunos dessas duas palavras que são comuns no cotidiano da disciplina de matemática, pois o termo dobro é utilizado nas aulas desse componente curricular desde as séries iniciais; indo mais além, essa palavra constantemente se faz presente em nosso cotidiano. Frequentemente falamos o dobro de algo, a quantidade dobrou etc. Já a palavra progressão não é tão usual em nosso cotidiano, sendo explorada no trabalho com os conteúdos Progressão Aritmética (P.A.) e Progressão Geométrica (P.G.), que não havia sido explorados até o momento em que essa questão foi aplicada. Porém, considerando o contexto do problema, estava fácil compreender a sequência mencionada, bem como o seu próximo termo (resultante da soma da idade atual de Pereira, 16 anos, com 16, resultando em 32 anos).

De forma geral, considerando o questionário sobre os problemas aplicados, indagamos aos alunos sobre quais questões eles consideraram mais fáceis e mais difíceis de serem resolvidas, o porquê das facilidades e dificuldades em solucioná-las e, se eles achavam mais fácil solucionar uma questão que possuía apenas números ou números inseridos em um texto (como um texto de jornal, uma história).

Considerando as questões que os alunos encontraram mais dificuldades e facilidades para solucioná-las, obtivemos as seguintes informações:

Quadro 26: Questões que os alunos sentiram dificuldades e facilidades para solucionar.

	Dificuldades	Facilidades
Questão 1	5 alunos	5 alunos
Questão 2	7 alunos	2 alunos
Questão 3	6 alunos	8 alunos
Questão 4	6 alunos	3 alunos
Questão 5	4 alunos	6 alunos
Questão 6	8 alunos	1 alunos
Questão 7	6 alunos	3 alunos

Dentre as justificativas apontadas para as dificuldades em solucionar os problemas elencados, obtivemos diversas afirmações. Algumas estavam voltadas para dificuldades de entendimento do enunciado da questão, falta de concentração, dificuldades com os conteúdos matemáticos (operações com frações, equações, utilização de procedimentos operatórios) e ao nível de dificuldades das questões.

> 2, porque tenho e tive dificuldade de um terço ou mais numeros. Não conseguir responder tendo a certeza que estava [in]correto.(A2).
> Por falta de concentração minha acho que isso mim atrapalhou. (A3).
> Por que não consegui entender a pergunta para calcular e dar u resultado. (A4).
> A questão 4 pois, não sou bom em equações. (A5).
> A questão que eu mais tive dificuldade foi a 7 porque não deu para entender e a questão foi muito grande. (A6)
> Foi a de numero 2,1,4,5,6,7 senti muita dificuldade por causa das palavras, e os assuntos eu não entendi. (A10).
> 1 e 3, porque são bem complicadas e dificil responder. (A12).
> 7, 6 porque tem questões que não tem logica pramim na minha opinião. (A18).

Comentário: a questão que os alunos sentiram mais dificuldades, a número 6, é uma questão bastante simples, na qual está indicada a própria solução em Língua Materna e na Linguagem Matemática (Receita total = preço de venda por unidades vezes quantidade de livros vendidos). Sendo necessário, apenas, que os alunos a reescrevessem através de uma expressão matemática (lei de formação da função). A justificativa do aluno A8 esclarece um pouco as dificuldades presentes nessa questão: "Questão 6, porque tínhamos que calcular o valor do produto e calcula-la em uma forma que a questão à pedia". Porém, ao analisarmos essa justificativa, percebemos que o aluno complicou-se, ou buscou formas complexas de solucioná-la, pois, o produto a que ele se refere já estava evidenciado na questão através da palavra "vezes" e, a expressão matemática seria escrita a partir da leitura do próprio enunciado, da seguinte forma:

Considerando que o preço de venda do livro é R$ 15,00 por unidades e, indicando por X a quantidade de livros vendidos (quantidade indefinida, variável da função), temos:

$$\underset{Rt}{\textit{Receita total}} \underset{=}{=} \underbrace{\textit{preço de venda por unidades}}_{15}\ \underbrace{\textit{vezes}}_{x}\ \underbrace{\textit{quantidade de livros vendidos}}_{X}$$

A segunda questão mais complicada para os alunos, a número 2, além de possuir uma expressão fracionária, exigia uma maior atenção dos mesmos para sua resolução. Pois, além de ser necessário calcular um terço de 6000, era importante uma leitura com maior atenção de seu enunciado, para reter na mente que esse valor era a quantidade de água que restava na caixa, sendo que o problema solicitava quantos litros de água já tinham escoado, bastando fazer a diferença do total, 6000l, menos a quantidade restante na caixa, 2000l, encontrando o valor escoado, 4000l.

Já para a terceira questão mais difícil, tivemos um empate entre as questões 3, 4 e 7. Sendo que as questões 4 e 7 possuíam mais palavras com dupla utilização na Língua Materna e na Linguagem Matemática (perímetro e equação – questão 4; dobrado e progressão – questão 7), fato que, a partir da análise do entendimento dessas expressões pelos alunos, mostrou ser um empecilho para sua resolução, devido ao desconhecimento desses termos pelos alunos.

Os motivos que levaram os alunos a considerarem algumas questões como fáceis são que elas são claras, porque números consecutivos são fáceis, as questões possuíam poucos cálculos, facilidades no tipo da questão, algumas possuíam explicações com relação às respostas, porque tinham um nível mais baixo que as demais.

> Questão 2 e 5, porque as perguntas estavam claras e favoráveis a resolução. (A1).
> A questão mais fácil foi a 3, porque era só multiplicar 3.4 e encontrava a idade do menino. (A6).
> A questão 5, pelo fato de que serem números consecutivos que é uma questão fácil de ser resolvida.(A12).
> 2,4,5,6,7 por que na questão explica algumas coisas. (A14).
> A questão 1, por que é só calcular o dobro da idade do filho e saberemos se é ou não. (A16).
> 5,2 porque ja respondi questoes quases iguais. (A18).
> 5 e 3 porque é questão de logica por isso que são fassies. (A21).

Comentário: a questão que os alunos afirmaram encontrar mais facilidades para solucionar, número 3, trata-se do problema sem solução. Nesse tipo de questão, pouco trabalhada na disciplina de matemática, ocorreu o segundo maior índice de equívocos: 17 alunos apresentaram soluções inadequadas. A questão 5 foi considerada a segunda questão mais fácil de ser solucionada, porém, com relação ao desempenho dos alunos nesse problema, tivemos 11 respostas falhas. Já a terceira questão, a número 1, foi a que os alunos mais cometeram erros: 18 respostas inadequadas.

Quadro 27: Questões consideradas difíceis e fáceis pelos alunos.

	Questões Difíceis	Questões Fáceis
Questão 1	6 alunos	10 alunos
Questão 2	13 alunos	4 alunos
Questão 3	4 alunos	12 alunos
Questão 4	10 alunos	8 alunos
Questão 5	6 alunos	10 alunos
Questão 6	12 alunos	5 alunos
Questão 7	10 alunos	4 alunos

Quadro 28: Desempenho dos alunos na lista de problemas.

	Acertou	Errou	Não respondeu	Incompleta
Questão 1	2 alunos	18 alunos	1 alunos	
Questão 2	1 alunos	17 alunos	3 alunos	
Questão 3	2 alunos	17 alunos	2 alunos	
Questão 4	2 alunos	13 alunos	3 alunos	3 aluno
Questão 5	7 alunos	11 alunos	3 alunos	
Questão 6	7 alunos	6 alunos	8 alunos	
Questão 7	4 alunos	7 alunos	5 alunos	5 alunos

Quadro 29: Síntese do entendimento de algumas expressões presentes nas questões.

Questão	Expressão	Entendimento adequado	Não respondeu	Entendimento inadequado
Questão 1	**Dobro**	11 alunos	4 alunos	6 alunos
Questão 2	**Um terço**	3 alunos	4 alunos	14 alunos
Questão 4	**Perímetro**	8 alunos	8 alunos	5 alunos
Questão 5	**Números consecutivos**	9 alunos	7 alunos	6 alunos
Questão 6	**Fórmula**	4 alunos	9 alunos	8 alunos
Questão 7	**Dobrado**	7 alunos	9 alunos	5 alunos
	Progressão	5 alunos	13 alunos	3 alunos

Ao considerarmos os três quadros citados anteriores, as questões consideradas difíceis e fáceis, o desempenho geral dos alunos nas questões aplicadas e no entendimento de algumas expressões presentes nos problemas, observamos que a questão considerada mais difícil pelos alunos, número 2, teve o menor índice de acertos, sendo solucionada adequadamente por apenas um aluno. Além disso, o entendimento adequado da expressão “um terço”, essencial para a resolução desse problema, se dá por apenas três alunos; ficando os 18 restantes com um entendimento inadequado ou não respondendo nada sobre a compreensão da referida expressão.

Já a questão considerada mais fácil, número 3, teve um grande índice de equívocos, 17 no total, sendo solucionada adequadamente por apenas 2 alunos. O baixo desempenho dos alunos nesse problema se dá pela crença de que toda questão matemática possui solução e que ela é única, conforme apontado por Alrø e Skovsmose (2010), no livro “Diálogo e aprendizagem em educação matemática”. Para eles basta manipular os números presentes na questão através de alguma operação, encontrando uma determinada resposta, solucionando, dessa forma, o problema.

De forma geral, ao observarmos a tabela de desempenho dos alunos nos problemas aplicados, percebemos que as cinco questões que os alunos mais erraram (1, 2, 3, 4 e 7), com exceção do problema sem solução (questão 3), continham expressões que possuem dupla utilização tanto na Língua Materna quanto na Linguagem Matemática, tais como: dobro, um terço, perímetro, dobrado e progressão. Sendo elas, além da importância do conhecimento matemático e de uma leitura atenta (com compreensão) aos dados da questão, essenciais para a resolução adequada dos problemas propostos, conforme apontado na pesquisa realizada por Salmazo (2005, p. 113), além de outros pesquisadores (Santiago, 2008; Sousa, 2008; Araújo, 2007; Lopes, 2007; Albuquerque, 2007; D´antonio, 2006; Giaquinto, 2003):

> Nosso estudo revelou um estranhamento dos alunos em relação à presença de atividades que envolvem leitura, escrita e interpretação de textos na aula de Matemática. Embora tenhamos trabalhado com um grupo de 99 alunos, o fato de estarem na 5ª e 8ª séries do ensino fundamental ou na 3ª série do ensino médio traz uma grande diversidade de experiências escolares, com professores diferentes, o que permite supor que essa situação é bastante comum. Isso nos remete a considerações como as de que estas atividades não existem nas aulas de Matemática ou mesmo nas aulas de outras disciplinas, ou quando existem, não levam em consideração diversos aspectos importantes. Em geral, ficam presas a procurar palavras no dicionário, a discutir regras gramaticais, a discutir apenas a idéia do autor sem permitir que o aluno explore diversas outras constatações suas e de seus colegas de classe. Assim, compreendemos de forma mais clara a afirmação de Machado, no sentido de que o ensino de Matemática e o da língua materna nunca se articularam para uma ação

> conjunta, nunca explicitaram, senão, relações triviais de interdependência, carecendo de uma relação mais próxima, mais fecunda nas funções que desempenham.

Corroborando com as premissas apontadas por Salmazo (2005), Marcuschi (2003, p. 3), ao analisar 25 manuais da Língua Portuguesa de Ensino Fundamental e Médio, aponta diversas problemas relacionados à questão da interpretação de textos nos livros didáticos utilizados nas aulas de Português, afirmando que os autores propõem uma grande quantidade de exercícios, mas que o problema não está, em si, nos exercícios, mas na natureza dessas questões, a saber:

> a) A compreensão é considerada, na maioria dos casos, como uma simples e natural atividade de *decodificação* de um conteúdo objetivamente inscrito no texto ou uma atividade de cópia. Compreender texto resume-se, no geral, a uma atividade de extração de conteúdos.
> b) As questões típicas de compreensão vêm misturadas com uma série de outras que nada têm a ver com o assunto. Esta simples mistura já atesta a falta de noção do tipo de atividade.
> c) É comum os exercícios de compreensão nada terem a ver com o texto ao qual se referem, sendo apenas indagações genéricas que podem ser respondidas com qualquer dado.
> d) Os exercícios de compreensão raramente levam a reflexões críticas sobre o texto e não permitem expansão ou construção de sentido, o que sugere a noção de que compreender é apenas *identificar conteúdos*. Esquece-se a ironia, a análise de intenções, a metáfora e outros aspectos relevantes nos processos de compreensão.

Indo mais além nesse estudo, ao analisar 2360 questões dos 25 manuais consultados, Marcuschi (2003, p. 7), aponta que:

> Uma análise, mesmo que sumária, destes dados revela que há um predomínio impressionante (70%) de questões fundadas exclusivamente no texto, sendo que quase um quinto das perguntas são pura cópia e mais da metade só precisam de uma olhada em dados objetivamente inscritos no texto para resposta. Mais preocupante, no entanto, é o fato de somente um décimo das questões situarem-se na classe de perguntas que exigem reflexão mais acurada, ou seja, algum tipo de inferência ou raciocínio crítico, e elas equivalem ao mesmo percentual de indagações que podem receber qualquer tipo de resposta, já que nas questões subjetivas e vale-tudo, aceita-se qualquer resposta. Por fim, questões de natureza estrutural também aparecem com relativa freqüência (9%) neste quadro, embora não sejam questões de compreensão.

Assim, a partir da análise das soluções e do desempenho dos alunos nos problemas aplicados, e do questionário sobre a lista de problemas, observamos que as palavras que possuem uso na Língua Materna e na Linguagem Matemática são um obstáculo no processo de compreensão dos enunciados das questões matemáticas pelos alunos. Além disso, é necessário que haja um trabalho eficiente com a questão de leitura e interpretação em todas as áreas de conhecimento e, que ocorram mudanças significativas nos manuais de Língua Portuguesa, bem como nas aulas desse componente curricular, conforme problemáticas apontadas por diversos autores da área no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem da leitura e interpretação de textos (Solé, 1998; Marcuschi, 2003; Porto, 2009; Kleiman, 2013).

Encerrada essa parte, passamos a análise dos problemas trabalhados durante nossa intervenção juntos aos alunos sujeitos de nossa investigação.

6.3 Da Intervenção Didática

A intervenção didática ocorreu em 10 encontros, no período de 13 de novembro a 19 de dezembro de 2014, no turno da manhã, as quintas e sextas-feiras, das 7h30min às 11 horas. A cada encontro trabalhávamos com um conjunto de 3 problemas e, no encontro seguinte, realizávamos discussões sobre as soluções propostas por alguns grupos de alunos.

Antes de iniciarmos a intervenção, em diálogo com os alunos, explicitamos algumas normas para um bom andamento da intervenção didática, a saber:

1 – Os problemas propostos deveriam ser solucionados, preferencialmente, em dupla. Mas quem desejasse poderia solucioná-los sozinhos ou, no máximo, em trios. Além disso, pedimos que revezassem as equipes a cada encontro;

2 – Que as soluções dos problemas tivessem o máximo possível de detalhes em suas respostas;

3 – Durante o momento em que eles estivessem solucionando as questões, iríamos conceder pouco auxílio, esclarecendo as dúvidas necessárias, sem induzir caminhos de solução para os problemas;

4 – Explicitamos que nosso interesse maior seria no processo resolutivo das questões, e que eles não se preocupassem em obter respostas corretas dos colegas (colar as soluções de outros alunos/grupos);

5 – No final de cada encontro as soluções das questões deveriam ser entregues;

6 – No encontro posterior à aplicação dos problemas, faríamos discussões conjuntas das soluções obtidas.

Os problemas trabalhados abordavam os seguintes tópicos/conteúdos: 1, 2, 4, 6 e 15 - operação com números inteiros e equação; 3 - porcentagem, 5 - operações com números inteiros e fração; 7, 8, 9, 10, 12, 13 e 14 - operações com números inteiros e reais; 11- formas geométricas.

Assim, a partir desse diálogo inicial, passamos ao primeiro encontro da intervenção.

6.3.1 Primeiro Conjunto de Problemas trabalhado

> **Problema 1:** (ARAUJO SEGUNDO, 2012) Salvino pensou em três números consecutivos, cuja soma é 42. Quais foram os números que Salvino pensou?
>
> **Problema 2:** (ARAUJO SEGUNDO, 2012) José fez umas compras no valor de R$ 415,00 no mercadinho do Bairro e, por ser amigo de Mario, que é o dono do mercadinho, dividiu o valor das compras em três prestações de valores diferentes. A segunda prestação foi o dobro da primeira e a terceira foi R$ 15,00 a mais que a segunda. Qual é o valor de cada prestação que José irá pagar a Mario, o dono do mercadinho?
>
> **Problema 3:** O RESULTADO DA ELEIÇÃO (ANDRADE, 1998, p. 225) - Na eleição presidencial de um país, o candidato A obteve 3% dos votos, o candidato B obteve 900 mil votos, o candidato C obteve 52% dos votos, e o candidato D obteve 12 milhões de votos. Quem ganhou a eleição? Justifique sua resposta.

Para a resolução desses problemas iniciais tivemos a formação de 9 duplas e, dois alunos optaram por solucioná-los sozinhos. Assim, dos 21 alunos, ocorreu a falta de um nesse primeiro encontro (A7).

O primeiro problema tratava de números consecutivos, sendo similar ao quinto problema do questionário. Nele, o reconhecimento da expressão “números consecutivos” seria essencial para resolução, além de associar a palavra “soma” a operação de adição.

O segundo problema envolvia o parcelamento de uma compra realizada em um mercadinho, sendo que as três parcelas possuíam valores distintos. Além dessas informações, o reconhecimento da palavra “dobro” era essencial à resolução, aliado ao reconhecimento de que a expressão “a mais”, referente aos 15 reais a mais da terceira parcela com relação à segunda, significava que deveria ser acrescido à terceira parcela esse valor.

O terceiro problema fazia referência ao desempenho de alguns candidatos na disputa pelo poder à presidência de um país, apresentando os dados em valores numéricos e em termos percentuais. Requerendo dos alunos uma análise desses dados, apontando e justificando que havia ganhado a eleição.

Com relação ao desempenho dos grupos[21] nesses problemas, obtivemos os seguintes dados:

[21] Chamaremos grupo de forma geral, mesmo havendo alunos que optaram por solucionar os problemas de forma individual.

Quadro 30: Síntese do desempenho dos grupos no conjunto de problemas 1.

Alunos	Solução do problema 1	Solução do problema 2	Solução do Problema 3
(A20, A4)	Errada	Errada	Correta
(A3)	Correta	Errada	Correta
(A17, A18)	Errada	Errada	Errada
(A2)	Correta	Errada	Correta
(A6, A10)	Errada	Errada	Errada
(A13, A15)	Correta	Errada	Correta
(A19, A9)	Errada	Errada	Correta
(A5, A1)	Correta	Correta	Correta
(A12, A11)	Correta	Correta	Correta
(A14, A16)	Correta	Correta	Correta
(A8, A21)	Correta	Correta	Correta

A partir da observação do despenho dos grupos na solução dos três problemas, tabela acima, podemos inferir que o **problema 1** foi solucionado de forma inadequada por 4 alunos. Esse erro se deu pelo fato dos grupos somarem três números iguais ou diferentes, cuja soma resultasse em 42, sem atentar à informação de esses números deveriam ser consecutivos.

Assim, um exemplo de solução correta e errada para esse problema seria:

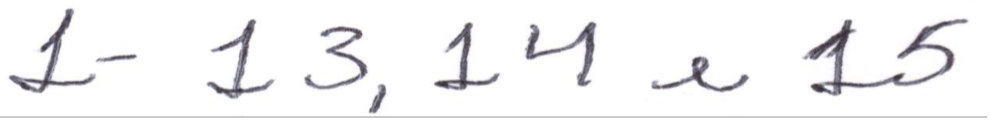


Figura 33: Solução correta apresentada pelo grupo (A5, A1).

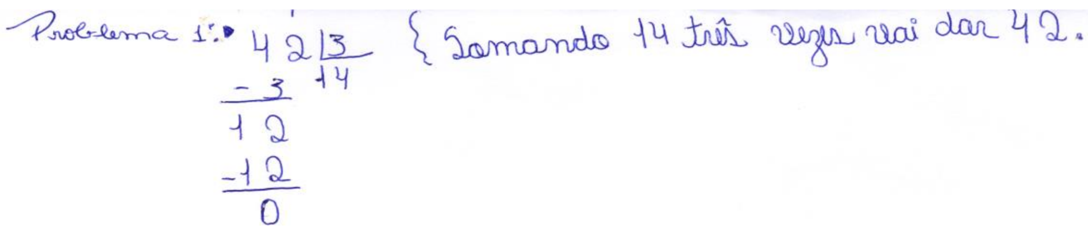


Figura 34: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A6, A10).

Considerando a resposta do grupo (A6, A10), observamos que eles tentaram proceder de maneira similar a uma das formas de solução apresentada na resolução conjunta da questão 5 da lista de problemas. Porém, esqueceram que o número encontrado é o termo intermediário, faltando encontrar o termo anterior (13) e o posterior (15).

Comentário: apesar de não detalharem em suas soluções a forma como encontraram os três números consecutivos, os grupos realizaram tentativas com alguns valores para encontrá-los. As quatro soluções inadequadas consistiram em somar os números 10, 12 e 20, dois grupos, cuja soma resulta em 42 e, somar o número 14 três vezes, conforme exemplo da figura 30, realizada, também, por dois grupos.

O **problema 2** teve o maior número de respostas equivocadas, 7 no total, sendo solucionado adequadamente por 4 grupos. Nas soluções corretas, apresentadas pelos quatro grupos, duas foram solucionadas através do uso de uma equação do primeiro grau e duas por tentativas. Assim, uma resolução correta apresentada foi:

2º

1º prestacão x = 80

2º prestacão 2X = 2.80 = 160

3º prestação 2X + 15 = 2.80 + 15 = 175

Figura 35: Resolução correta apresentada pelo grupo (A14, A16).

Nas soluções errôneas os grupos encontraram valores cuja soma não resultava em R$ 415,00 ou que os valores das prestações não atendiam as condições impostas pelo enunciado da questão: a segunda prestação seria o dobro da primeira e a terceira seria 15 reais a mais que a segunda. Algumas soluções equivocadas apresentadas pelos grupos foram:

2) 1º = de 100 a 2º = 200 e 3º = 115

Figura 36: Solução incorreta apresentada pelo aluno (A2).

2 - 5 . 2 = 10   O valor de cada prestação é 5, 10, 15.
5 . 3 = 15

Figura 37: Solução incorreta apresentada pelo grupo (A13, A15).

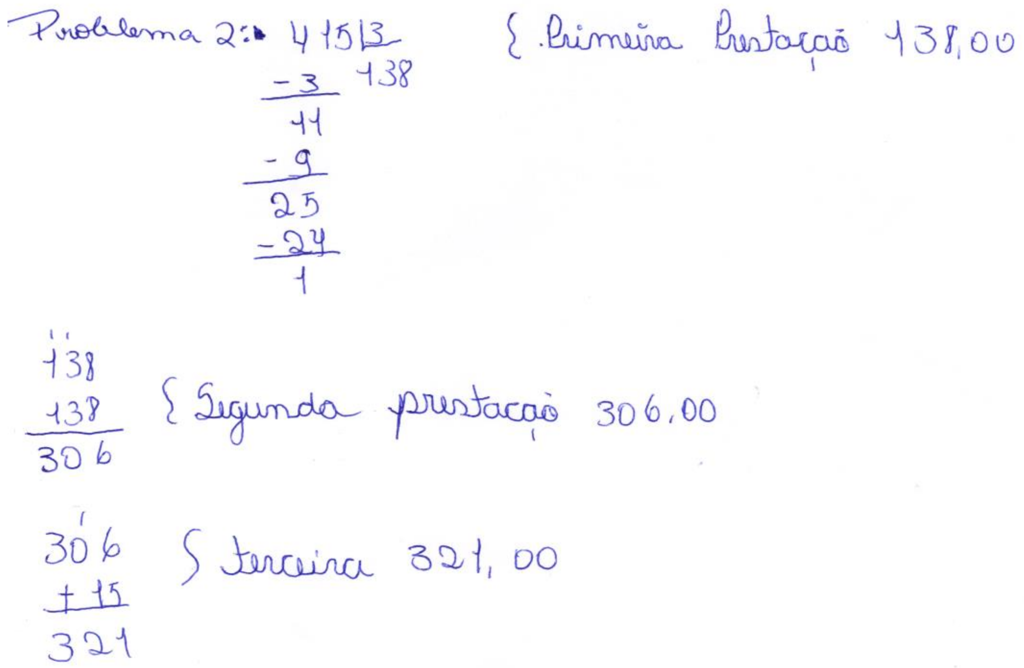


Figura 38: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A6, A10).

Das três soluções exemplificadas destacamos a solução apresentada por A2, observando que, em seu processo resolutivo, o aluno não compreendeu o referencial da expressão “a mais que”, referindo-se à terceira parcela com relação à segunda e, não da terceira com relação à primeira. Pois, em seu processo, ele atende, parcialmente, as condições presentes no enunciado: que a segunda parcela seja o dobro da primeira; porém a terceira parcela deve ser igual à segunda acrescida de 15 reais e, não a primeira, como fez o aluno.

A solução do grupo (A6, A10) contém diversos equívocos, devido à falta de compreensão da leitura do enunciado e à retenção de suas informações: no enunciado afirma-se que as três prestações possuem valores diferentes e, que o total das compras foi R$ 415,00. Assim, na resolução, o grupo dividiu o valor total das compras por três, como se todas as parcelas tivessem o mesmo valor, em seguida calcularam o dobro da primeira parcela, somando-a com ela mesma e, por fim, na terceira parcela, somaram o valor da segunda parcela com 15 reais. Porém eles não atentaram à informação de que o total das compras foi de 415 reais, equivalente à soma das três prestações e, que a soma de suas parcelas resulta em R$ 765,00, extrapolando o valor da dívida em 350 reais.

Já na solução do grupo (A13, A15) os valores apontados para as prestações não resultam no valor da compra, bem como a terceira prestação não é R$ 15,00 a mais que a segunda.

O **terceiro problema** apresentava o desempenho de 4 candidatos em uma disputa eleitoral, com os dados em números e em termos percentuais, perguntando que ganhou a eleição presidencial e, solicitando justificativa do porquê. Com relação ao despenho dos grupos, apenas dois apresentaram respostas erradas, afirmando que o candidato D havia ganhado a disputa porque obteve 12 milhões de votos.

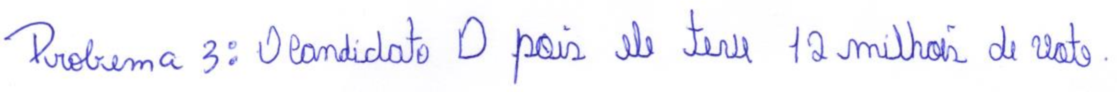

Problema 3: O candidato D pois ele teve 12 milhões de voto.

Figura 39: Solução incorreta apresentada pelo grupo (A6, A10).

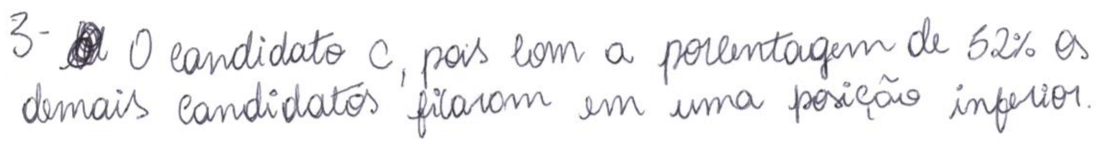

3- O candidato C, pois com a porcentagem de 52% os demais candidatos ficaram em uma posição inferior.

Figura 40: Solução correta apresentada pelo grupo (A5, A1).

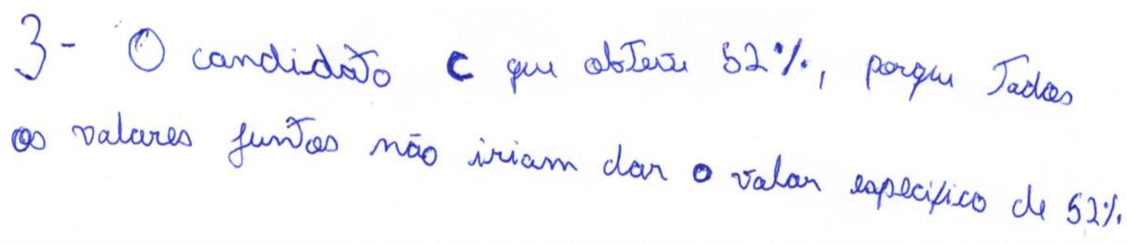

3- O candidato C que obteve 52%, porque todos os valores juntos não iriam dar o valor especifico de 52%.

Figura 41: Solução correta apresentada pelo grupo (A8, A21).

Na solução desse problema, grande parte dos grupos justificou porque o candidato C havia vencido a eleição, conforme exemplos acima. Na questão era importante que os alunos observassem que, em termos percentuais, o candidato C havia obtido mais da metade dos votos, ganhando a eleição. Os grupos que erraram certamente não atentaram para essa informação, apenas consideraram a maior quantidade de votos em termos numéricos, 12 milhões, não observado os valores percentuais.

Comentário: durante a resolução das questões pelos grupos, os alunos sentiram mais dificuldades em solucionar o problema 2, não conseguindo criar uma estratégia/plano de ação que atendesse as condições presentes no enunciado da questão. Alguns grupos afirmaram que não suportavam mais atribuir valores para as prestações, pois nenhum deles dava o valor total da compra (a grande maioria tenta resolver os problemas pelo método chamado tentativa e erro, atribuindo valores e verificando se eles atendem as condições impostas no enunciado da questão). Sugerimos que fizessem uso de uma equação, chamando por uma letra qualquer o valor da primeira prestação. Alguns grupos fizeram isso, mas não conseguiram montar a equação correta, somando, por exemplo, x+x+x+15.

> **Professor**: Qual o valor da primeira prestação?
> **Grupo (A13, A15):** O senhor disse para chamar de uma letra qualquer, chamamos de x.
> **Professor**: Certo. Qual o valor da segunda prestação?
> **Grupo (A13, A15):** o dobro da primeira.
> **Professor**: Certo. E como vocês vão escrevê-la?
> **Grupo (A13, A15):** Não sabemos, pois a primeira chamamos de x.
> **Professor**: A segunda vai ser o dobro da primeira, o dobro de x.
> **Grupo (A13, A15):** como assim o dobro de x?
> **Professor**: como vocês calculam o dobro de um número? Qual o dobro de 5? E de 25? E de 40?
> **Grupo (A13, A15):** [ao posso em que questionamos o dobro de cada valor, o grupo respondeu] 10, 50 e 80.
> **Professor:** Pronto**.** Agora me falem o dobro de x.
> **Grupo (A13, A15):** E como calculamos?
> **Professor:** Da mesma forma que calcularam o dobro dos números que falei. Como vocês calcularam o dobro dos números que eu disse?
> **Grupo (A13, A15):** Somando o número com ele mesmo.
> **Professor:** Certo. Então somem o valor da primeira prestação com ele mesmo ou multipliquem ele por dois, já que somar o número com ele mesmo é equivalente a multiplicá-lo por dois.
> **Grupo (A13, A15):** Ah, professor! Isso é muito complicado. Como somamos x com x? X não é número, qual o valor de x?
> **Professor:** X é a incógnita da equação que vocês irão formar, representa o valor desconhecido da primeira prestação. Como a segunda prestação é o dobro da primeira, calcula-se o dobro de x. Já a terceira prestação é 15 reais a mais que a segunda, então ela será o dobro de x somado com 15. Assim, resolvendo a equação vocês encontram o valor de x e sabem os valores de cada prestação, substituindo o x pelo valor encontrado.
> **Grupo (A13, A15):** Ok. Entendemos, pode deixar que a gente faz.

Esse grupo acabou desistindo de solucionar a questão com o uso de uma equação e, apresentou como solução os números 5, 10 e 15. Ao serem questionados porque desistiram de utilizar uma equação, o grupo afirmou que dava muito trabalho e não conseguiram montá-la.

De forma geral, os alunos sentem dificuldades em realizar operações com a parte algébrica, evitando ao máximo sua utilização e resolução de problemas nos quais haja o trabalho com a álgebra. Além de não saberem operar com letras, como somar x com x ou dizerem quanto dá a multiplicação de 2 por x, por isso não costumam utilizar equações para solucionar alguns problemas, preferindo realizar diversas tentativas, até encontrar os valores que são solução do problema.

Essa dificuldade dos alunos em trabalhar com equações, fazendo uso da álgebra, é apontada na pesquisa realizada Lopes (2007, p. 70):

> HEN foi o único que procurou resolver o problema utilizando a álgebra, embora tenha precisado de muita ajuda da pesquisadora para a escrita da equação de 1º grau com uma incógnita.
>
> > **HEN**– Então só uso o x quando tem dobro, triplo, essas coisas?
> > **P** – Pode ser, só que aí são preços diferentes então a variável tem que ser diferente né? E você pode usar o x também, só que aí é mais e não é vezes como você fez no outro né?(estou me referindo ao problema de perímetro que Hen já havia resolvido).
> > **HEN** – Então eu vou por, dois gibis, então 2x dentro da multiplicação.
> > **P** – Exatamente, comprou dois gibis e o que mais ele comprou?
>
> HEN demonstrou saber resolver uma equação desde que ela já estivesse escrita na forma algébrica, pois a dificuldade de HEN é com a transcrição da linguagem do enunciado - ou seja, da linguagem comum - para a notação matemática. Ele não só resolveu sem dificuldades a equação de 1º grau demonstrando saber resolvê-la corretamente, como também soube interpretar o valor obtido, percebendo que a resposta encontrada era somente um dos valores pedidos no problema (grifos do autor).

Os grupos, no momento de discussão das soluções, não quiseram expor no quadro as soluções que haviam encontrado, bem como não quiseram falar sobre a forma utilizada para solucionar os problemas. Assim, decidimos expor algumas soluções a partir das respostas que eles encontraram para os problemas, resolvidos no encontro anterior, a partir das soluções entregues por eles.

No momento de discussão em conjunto dos problemas, chamamos a atenção dos alunos para a importância da leitura completa dos enunciados das questões, interpretando-os e observando se neles havia algumas condições a serem mantidas.

Comentário: diante da eminência do final do ano, pois nossa intervenção realizou-se nos 2 meses finais do ano letivo, durante 7 semanas e, por causa das constantes provas e trabalhos das outras disciplinas, nas quais os alunos precisavam estudar ou realizarem trabalhos em grupo ou de pesquisa, decidimos apresentar um ou mais método de solução para cada questão, sendo mais objetivo nas respostas, sem muitas discussões, como solicitado pelos alunos.

Assim, ao longo das discussões, sempre que era possível, apresentávamos dois exemplos distintos de solução para cada questão, geralmente um certo e outro errado, perguntando aos alunos se todos estavam corretos ou se existia algum que estivesse errado. Dessa forma, a partir das afirmações dos alunos e de alguns questionamentos sobre o porquê da solução estar certa ou errada, passávamos a apresentação de um ou mais modo de solucionar a questão.

A primeira questão foi respondida através de uma equação, visando suprir as dificuldades dos alunos com o uso da álgebra, $x + (x+1) + (x+2) = 42$, de onde se chega que o valor de x é 13. Assim, substituindo x pelo valor encontrado, chega-se que a solução do problema são os números 13,14 e 15. Outra solução apresentada foi a divisão de 42 por 3, obtendo-se o número 14, que é o termo intermediário. Logo, os outros dois termos são o antecessor e o sucessor do número 14; 13 e 15, respectivamente.

Na segunda questão, além de destacarmos a importância da leitura completa do enunciado e da observação das condições presentes no problema, apresentamos uma solução algébrica, através de uma equação, $x+2.x+(2.x+15)=415$, na qual se chega que o valor de x é 80. Assim, as três prestações são 80, 160 e 175. Falamos sobre o método de tentativa e erro, utilizado por alguns grupos, afirmando que ele daria mais trabalho, pois, era necessário realizar diversas tentativas até encontrar os valores corretos, que atendessem as condições presentes no enunciado da questão. Além disso, destacamos a importância do uso da álgebra, que elimina a necessidade de realizar diversas tentativas e é um processo mais rápido para obtenção da solução. Os alunos concordaram, afirmando que dessa forma (utilizando uma equação) era mais fácil e rápido, porém, destacaram a dificuldade em montar e solucionar a equação.

Na terceira questão discutimos a importância de observar os valores numéricos e percentuais dos quatro candidatos, para poder decidir quem ganhou a eleição. Após questionar os alunos sobre qual o valor percentual corresponderia ao total de votos obtidos pelos quatro candidatos e, quando um candidato é considerado eleito em uma disputa eleitoral, pudemos afirmar, com toda certeza, que o candidato C era o presidente eleito, pois, ele obteve mais da metade dos votos.

Dessa forma, encerramos o trabalho com o primeiro conjunto de problemas.

6.3.2 Segundo Conjunto de Problemas trabalhado

> **Problema 4:** (ARAUJO SEGUNDO, 2012) A soma dos lados de um retângulo (perímetro) é 36 cm. Sabendo-se que a largura é 6 cm menor que o comprimento, quanto mede cada lado desse retângulo?
>
> **Problema 5:** (ARAUJO SEGUNDO, 2012) O médico disse a Sandro: na próxima vez que você voltar aqui, eu quero que esteja no seu peso ideal. Assim, seu peso ideal é ¾ do seu peso atual mais 2 kg. Qual é seu peso atual se seu ideal é de 77 kg?

Problema 6: (GAY, 2011, p. 101) Um grupo de 540 torcedores quer ir de ônibus assistir a uma partida de futebol em outra cidade.

Fonte: página da web[22](adaptada pelo autor).

Quantos ônibus, no mínimo, serão necessários para levar os torcedores?

No encontro de aplicação do segundo conjunto de problemas, estiveram presentes 12 alunos, divididos em dois trios e três duplas. A partir desse encontro, a quantidade de alunos que participavam da intervenção diminuiu. Ao questionarmos o porquê dessas faltas, os colegas afirmaram que muitos alunos estavam com médias baixas nos bimestres iniciais e, estavam “correndo atrás para não irem para a final”. Ao indagar os alunos faltosos, eles justificaram com o mesmo argumento, alegando que estavam com muitos trabalhos e provas, precisando “correr atrás do prejuízo”.

O primeiro problema (**número 4**) tratava sobre o perímetro de um retângulo que media 36 cm, sendo que a medida da largura era 6 cm menor que o comprimento. Na questão já estava indicado o significado da palavra perímetro: soma dos lados, ficando para os alunos a função de descobrir o tamanho de seus lados, atendendo as condições presentes em seu enunciado.

A segunda questão (**número 5**) solicitava aos alunos que descobrissem o peso atual de um paciente, Sandro, que foi ao médico e este o advertiu que o seu peso ideal seria 3/4 de seu atual mais 2 quilos. Dessa forma, os alunos precisavam descobrir um número, peso atual de Sandro, que ao ser calculado 3/4 desse valor e, somado com 2, resultasse em 77, que seria o seu peso ideal.

A terceira questão (**número 6**) tratava de um grupo de torcedores que se deslocaria para outra cidade para assistirem a uma partida de futebol. A lotação máxima de passageiros em todos os ônibus era de 42 pessoas, não sendo permitido viajar em pé. Assim, perguntava-

[22] Imagem retirada de: <http://www.mcnadv.com.br/noticias/tribunal-regional-federal-2a-regiao/calor-faz-motorista-de-onibus-de-manaus-pedir-adicional-de-insalubridade> Acesso: 05 outubro 2014

se quantos ônibus, no mínimo, seriam necessários para transportar o grupo, constituído de 540 torcedores. Os alunos tiveram o seguinte desempenho:

Quadro 31: Síntese do desempenho dos grupos no conjunto de problemas 2.

Grupos	Solução do Problema 4	Solução do Problema 5	Solução do Problema 6
(A18, A17, A9)	Errada	Errada	Errada
(A3, A2, A20)	Correta	Correta	Correta
(A4, A13)	Correta	Correta	Correta
(A1, A5)	Correta	Errada	Errada
(A6, A10)	Errada	Não respondeu	Não respondeu

A questão que possuiu mais acertos foi a **número 4**, três respostas corretas e duas incorretas. Durante a resolução, sugerimos aos grupos que lessem atentamente o enunciado da questão e, que a partir daí, elaborassem estratégias para solucioná-la. De forma geral, mesmo sugerindo aos alunos que utilizassem uma equação para solucionar a questão, eles lançaram mão de diversas tentativas, até encontrarem a medida do comprimento e do lado do retângulo. Eles concordam que utilizar uma equação seria bem mais simples, mas afirmam que não conseguiam escrever uma equação que representasse a situação.

Sugeri que chamassem o comprimento de x, e que observassem a relação entre o comprimento e a largura. Porém, optaram pelo método de tentativa e erro, testando diversos valores, até encontrarem a solução.

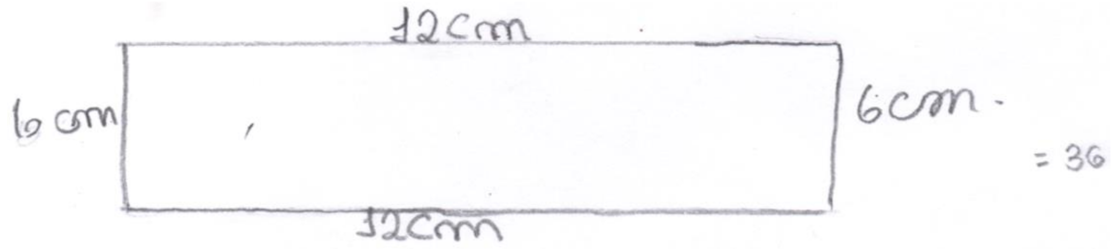


Figura 42: Solução correta apresentada pelo grupo (A3, A2, A20).

A questão **número 5** teve dois erros, dois acertos e um grupo não respondeu. Os grupos sentiram bastantes dificuldades em compreender o que significava 3/4 do peso atual de Sandro. Após alguns exemplos, eles entenderam o que representava essa fração de um determinado valor e, passaram a buscar um número cujo três quartos de seu valor, somado com 2, resultasse em 77. Mais uma vez sugeri a utilização de uma equação, o que logo foi descartado pelos alunos, alegando que já estava difícil trabalhar com a fração e, mais complicado seria se fosse com ela e com uma equação. Um exemplo de solução correta para a segunda questão foi:

$$100 \cdot \frac{3}{4} = 75$$

$$75 + 2 = 77$$

Figura 43: Resolução apresentada pelo grupo (A4, A13).

O desempenho dos grupos na resolução da **sexta questão** foi o mesmo do item 5, e pelos mesmos grupos. Na resposta correta os grupos apresentaram como solução 13 ônibus, quantidade mínima para transportar os 540 torcedores. Entre as soluções incorretas, os grupos responderam 12 e 14, quantidades essas que não atendem as condições apresentadas no enunciado da questão. Pois, o problema pede a quantidade mínima, que não é atendida com 14 ônibus e, que não pode transportar passageiros em pé, que não é respeitado com 12 ônibus.

12 ônibus no mínimo.

Figura 44: Solução errada apresentada pelo grupo (A1, A5).

13 onibus

Figura 45: Solução correta apresentada pelo grupo (A4, A13).

Comentário: mesmo chamando a atenção dos alunos para evidenciarem todos os cálculos realizados nas questões e, para deixarem bem explicitadas as soluções, percebemos que eles apresentavam apenas respostas numéricas, sem indicarem o que elas significam, cabendo ao leitor/professor interpretar todos os passos realizados, para, assim, compreender o que os cálculos realizados indicam.

Além disso, na solução conjunta desses problemas, alertamos os alunos para a importância de serem atendidas as condições apresentadas nos enunciados das questões. Assim, na quarta questão, o perímetro do retângulo media 36 cm e, que a largura era 6 cm a menos que o comprimento. Na discussão das soluções, apresentamos dois exemplos de respostas, um que atendia a essas condições e outro que não. Realizamos uma leitura conjunta do enunciado da questão e, os alunos observaram que uma das respostas apresentadas por um grupo (36 cm de largura e 6 cm de comprimento) não atendia as condições mencionadas. Após discutirmos que a solução 12 cm x 6 cm atendia as duas condições presentes no enunciado da questão, questionamos como seria uma solução com o uso da álgebra e, juntamente com os alunos, montamos a seguinte equação: $2.x + 2.(x-6) = 36$, da qual encontramos que o comprimento mede 12 cm, e como a largura é 6 cm menor que o comprimento, media 6 cm.

Na quinta questão, evidenciamos que precisaríamos descobrir o peso atual de Sandro e, que para isso, teríamos que compreender o que significava a fração 3/4 de um determinado valor. Após alguns exemplos, os alunos compreenderam que essa fração representava a terça parte de um inteiro divido em quatro partes iguais. Assim, eles precisariam encontrar um número que, ao ser divido em 4 partes iguais, tomando-se 3 partes e, somando esse valor com dois, resultasse em 77, peso ideal de Sandro. Alguns alunos afirmaram que após diversas tentativas encontraram que esse número era cem e, que ao dividi-lo em quatro partes iguais, se obtinha 25. Dessa forma, tomando três partes, 75, e somando com 2, chegava-se a 77, que representava o peso ideal do paciente. Mais uma vez questionei por que eles não utilizaram uma equação para solucionar o problema, pois, através dessa ferramenta, encontrariam o valor sem precisar fazer diversas tentativas. As respostas foram unânimes: "já é difícil fazer contas com frações e, conseguir fazer a equação daria mais trabalho, além de ter que resolver ela" (fala de alguns alunos). A partir de questionamentos, montamos a equação e a solucionamos.

Na sexta questão destacamos a condição da quantidade mínima de ônibus, sendo que cada um deles transportava 42 passageiros e que ninguém poderia viajar em pé. De forma conjunta, percebemos que 12 ônibus não seriam suficientes, pois eles acomodavam apenas 504 passageiros e, os 36 restantes não poderiam ir em pé. Já se fosse 14 ônibus teríamos lotação para 588 passageiros e, como o total de torcedores era 540, sobrariam 48 vagas. Considerando que todos os ônibus comportam 42 passageiros sentados, os doze primeiros coletivos sairiam com a capacidade máxima, 504 torcedores e, o décimo terceiro levaria os 36 restantes, restando ainda seis lugares vagos. Dessa forma, um ônibus ficaria sem nenhum torcedor. Portanto, a quantidade mínima seria de 13 coletivos, atendendo as condições apresentadas no enunciado.

6.3.3 Terceiro Conjunto de Problemas trabalhado

Problema 7- (ENEM/2010) Existe uma cartilagem entre os ossos que vai crescendo e se calcificando desde a infância até a idade adulta. No fim da puberdade, os hormônios sexuais (testosterona e estrógeno) fazem com que essas extremidades ósseas (epífises) se fechem e o crescimento seja interrompido. Assim, quanto maior a área não calcificada entre os ossos, mais a criança poderá crescer ainda. A expectativa é que durante os quatro ou cinco anos da puberdade, um garoto ganhe de 27 a 30 centímetros.

Revista Cláudia. Abr. 2010 (adaptado).

De acordo com essas informações, um garoto que inicia a puberdade com 1,45 m de altura poderá chegar ao final dessa fase com uma altura

a) mínima de 1,458 m.
b) mínima de 1,477 m.
c) máxima de 1,480 m.
d) máxima de 1,720 m.
e) máxima de 1,750 m.

Problema 8: A NOTA DE CEM REAIS (adaptado de SOUZA, 2001)
Um indivíduo entrou numa sapataria e comprou um par de sapatos por R$ 60,00, entregando, em pagamento, uma nota de R$ 100,00. O sapateiro, que no momento não dispunha de troco, mandou que um de seus empregados fosse trocar a nota numa confeitaria próxima. Recebido o dinheiro, deu ao freguês o troco e o par de sapatos que havia sido adquirido.
Momentos depois, surgiu o dono da confeitaria exigindo a devolução do seu dinheiro: a nota era falsa! E o sapateiro viu-se forçado a devolver os cem reais que havia recebido. Surge, afinal, uma dúvida: qual foi o prejuízo que o sapateiro teve nesse complicado negócio?

Problema 9 - (ENEM/2010) Desde 2005, o Banco Central não fabrica mais a nota de R$ 1,00 e, desde então, só produz dinheiro nesse valor em moedas. Apesar de ser mais caro produzir uma moeda, a durabilidade do metal é 30 vezes maior que a do papel. Fabricar uma moeda de R$ 1,00 custa R$ 0,26, enquanto uma nota custa R$ 0,17, entretanto, a cédula dura de oito a onze meses.

Disponível em: http://noticias.r7.com. Acesso em: 26 abr. 2010.

Com R$ 1 000,00 destinados a fabricar moedas, o Banco Central conseguiria fabricar, aproximadamente, quantas cédulas a mais?
a) 1 667
b) 2 036
c) 3 846
d) 4 300
e) 5 882

No terceiro conjunto de problemas tivemos a formação de 6 duplas, assim, participaram desse encontro de intervenção um total de 12 alunos.

O **problema 7**, retirado da prova do ENEM 2010, tratava sobre o crescimento humano durante a puberdade. Afirmando que, ao longo dessa fase, um garoto pode crescer entre 27 e 30 cm. Considerando um garoto que iniciou a puberdade com 1,45 m, pergunta-se qual a altura máxima que ele poderá atingir com o fim dessa fase.

O **problema 8**, retirado do livro “Matemática divertida e curiosa” de Malba Tahan, consistia em uma narrativa sobre o caso da nota de cem reais. Um sapateiro vendeu um par de sapatos por 60 reais e recebeu pela venda uma nota de cem reais, não tendo troco para o comprador, ele manda trocar a nota em uma confeitaria. Após isso, ele dá o troco ao cliente que vai embora. Momentos depois, o dono da confeitaria pede a devolução de seu dinheiro, pois, a nota de cem reais era falsa. Assim, o sapateiro devolve os cem reais ao confeiteiro. Diante desse contexto, pergunta-se qual foi o prejuízo do sapateiro nessa venda.

O **nono problema**, também retirado do ENEM 2010, tratava sobre a durabilidade da cédula e da moeda de um real e dos custos na produção desses dois tipos de dinheiro. A moeda possui um custo de produção superior a cédula, porém dura bem mais que o dinheiro de papel. Assim, dados os custos de produção de cada um e, dispondo de R$ 1000,00 para a fabricação de moedas, questiona-se quantas cédulas a mais era possível fabricar com esse mesmo valor.

Dessa forma, considerando o terceiro conjunto de problemas, os grupos tiveram o seguinte desempenho:

Quadro 32: Síntese do despenho dos grupos no conjunto de problemas 3.

Grupos	Solução do Problema 7	Solução do Problema 8	Solução do Problema 9
(A21, A11)	Correta	Errada	Correta
(A13, A15)	Correta	Errada	Correta
(A14, A8)	Correta	Errada	Correta
(A3, A1)	Errada	Errada	Errada
(A2, A20)	Errada	Errada	Correta
(A17, A5)	Correta	Errada	Correta

Dos três problemas aplicados, o número 8 não foi solucionado de maneira correta por nenhuma dupla; o número 7 foi solucionado de forma adequada por 4 grupos e, dois emitiram respostas erradas; já o número 9 teve 5 acertos e uma resposta errada.

Na solução do **problema 7**, dois grupos apresentaram como respostas a letra “a”, mínima de 1,458 m, que não atende as condições presentes no enunciado. Pois, considerando que o garoto no início da puberdade tem 1,45 m e, durante essa fase, pode crescer de 27 a 30 cm, e que o problema solicita a altura final que ele poderá alcançar, isso só acontecerá se ele atingir os 30 cm máximo de crescimento.

Dessa forma, os alunos precisavam observar que o crescimento máximo do garoto seria de 30 cm e, somar esse valor com sua altura no início da puberdade. Assim, a altura máxima atingida seria de 1,75 m, conforme solução abaixo:

$$\begin{array}{r} 1,45 \\ +\ 0,30 \\ \hline 1,750 \end{array}$$

máxima de 1,750 m

Figura 46: Resolução correta apresentada pelo grupo (A13, A15).

No **problema 8** todos os alunos erraram a resposta. Os grupos, ao iniciarem a leitura dessa questão, reclamaram que ela era muito grande. Nessa questão eles precisavam atentar que o sapateiro devolveu os cem reais ao dono da confeitaria, já que a nota de cem reais trocada era falsa, sendo o seu prejuízo os R$ 40,00 dados como troco ao freguês e o par de sapatos no valor de R$ 60,00. Em termos financeiros, podemos afirmar que o sapateiro teve um prejuízo de R$ 100,00.

Das respostas inadequadas para esse problema, quatro foram solucionadas com um mesmo tipo de pensamento: os grupos contabilizaram como prejuízo os 100 reais devolvidos ao confeiteiro, os 40 reais do troco e os 60 do par de sapatos, considerando como prejuízo total 200 reais. Dois grupos apresentaram respostas diferentes: 140 reais de prejuízo, 40 do troco dado ao freguês e 100 devolvidos ao confeiteiro e, 40 reais, desconsiderando o valor do par de sapatos. Algumas resoluções apresentadas foram:

$$100+60+40=200$$

Figura 47: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A13, A15).

O prejuizo foi de 100 reais porque ele teve que devolver 100 reais com a nota verdadeira, e tambem teve 60 reais que era o preco do sapato e o troco de 40 reais totalizando o prejuizo foi de 200.

Figura 48: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A3, A1).

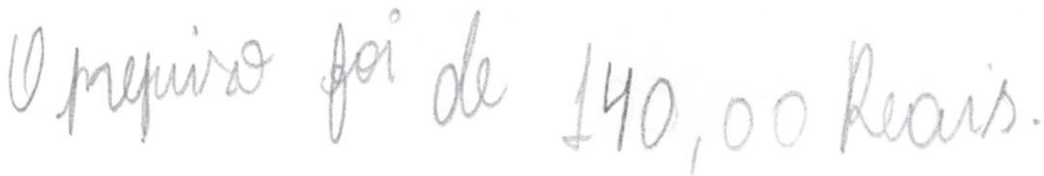


Figura 49: Solução incorreta apresentada pelo grupo (A17, A5).

Comentário: na solução inicial proposta pelo grupo (A3, A1), percebemos que apresentaram a resposta correta, o prejuízo do sapateiro foi de R$100,00. Porém, após expor detalhadamente todos os valores, o grupo conclui que o prejuízo total foi de R$200,00, considerando como parte do prejuízo os cem reais devolvidos ao confeiteiro (que não deveria ser computado como prejuízo, já que ocorreu apenas a devolução do valor trocado).

No **problema 9**, tivemos apenas uma resposta inadequada. Os grupos, inicialmente, sentiram dificuldades em solucionar essa questão, pois, não percebiam que precisavam verificar a quantidade de cédulas e de moedas que seria possível produzir com os mil reais. Após esclarecer que era necessário calcular essas quantidades para em seguida compará-las, eles passaram à resolução da questão. Dessa forma, verificaram que com R$ 1000,00 dava para produzir 5882 cédulas e, com esse mesmo valor, produzia-se 3846 moedas. Portanto, ao comparar as duas quantidades, percebe-se que com os mil reais era possível fabricar, aproximadamente, 2036 cédulas a mais.

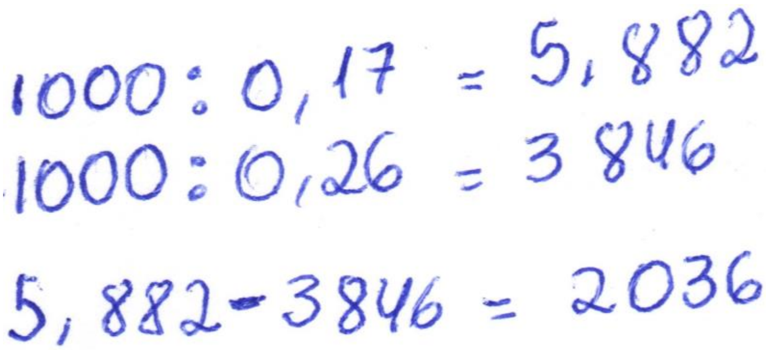


Figura 50: Solução correta apresentada pelo grupo (A14, A8).

Comentário: na solução conjunta dessas questões, chamamos a atenção dos alunos para a interpretação correta dos enunciados, prestando atenção em expressões restritivas, tais como "poderá chegar" (problema 7) e "aproximadamente" (problema 9) e o que elas indicam na questão.

Assim, na discussão da questão 7, após uma leitura conjunta do enunciado, destacamos que a referida expressão indicava a altura máxima que poderia ser atingida pelo garoto após a puberdade. Dessa forma, considerando que nessa fase um garoto pode crescer entre 27 e 30 cm, após sua passagem, o crescimento máximo atingido seria de 30 cm. Portanto, somando esse valor a altura do garoto no início da puberdade, obtém-se a altura máxima a ser atingida, que é de 1,75 m.

Já na questão 9, discutimos que a expressão "aproximadamente" indicava algo que não era exato, mas que possuía uma melhor aproximação para o valor a ser considerado como correto(resposta da questão). Após apresentar duas alternativas que haviam sido marcadas pelos grupos, apontaram que a resposta correta seria 2036, resultante da diferença entre a quantidade de cédulas e moedas que poderiam ser produzidas com o mesmo valor – mil reais.

Por último, deixamos a discussão da oitava questão. Realizamos uma leitura coletiva e passamos a questionar os alunos sobre informações presentes no enunciado da questão. Após alguns questionamentos, os alunos perceberam que o prejuízo do sapateiro era os R$ 40,00 dados como troco ao freguês e o par de sapatos no valor de R$ 60,00, pois, os R$100,00 do confeiteiro foram apenas devolvidos, não sendo computado como prejuízo. Dessa forma, o sapateiro perdeu o troco dado ao cliente e o par de sapatos, totalizando cem reais, que foi o seu prejuízo nesse complicado negócio.

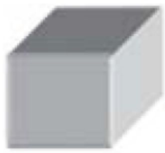
Apesar de não terem acertado o prejuízo do sapateiro e, de afirmarem que o problema era muito grande, "parece uma história", a maioria dos alunos o acharam interessante, justificando que ele desperta a curiosidade para saber a solução do "caso curioso".

6.3.4 Quarto Conjunto de Problemas trabalhado

> **Problema 10:** O PROBLEMA DOS ABACAXIS (adaptado de SOUZA, 2001)
> Dois camponeses, *A* e *B*, encarregaram um feirante de vender duas partidas de abacaxis.
> O camponês *A* entregou 30 abacaxis, que deviam ser vendidos à razão de 3 por R$ 10,00; *B* entregou, também, 30 abacaxis para os quais estipulou preço um pouco mais caro, isto é, à razão de 2 por R$ 10,00.
> Era claro que, efetuada a venda, o camponês *A* devia receber R$ 100,00 e o camponês *B*, R$ 150,00. O total da venda seria, portanto, de R$ 250,00.
> Ao chegar, porém, à feira, o encarregado sentiu-se em dúvida.
> — Se eu começar a venda pelos abacaxis mais caros, pensou, perco a freguesia; se inicio o negócio pelos mais baratos, encontrarei, depois, dificuldade para vender os outros. O melhor que tenho a fazer é vender as duas partidas ao mesmo tempo.
> Chegado a essa conclusão, o atilado feirante reuniu os 60 abacaxis e começou a vendê-los aos grupos de 5 por R$ 20,00. O negócio era justificado por um raciocínio muito simples:

— Se eu devia vender 3 por R$ 10,00 e depois 2 também, por R$ 10,00, será mais simples vender, logo, 5 por R$ 20,00, isto é, à Razão de 4 reais cada um.
Vendidos os 60 abacaxis, o feirante apurou R$ 240,00.
Como pagar os dois camponeses se o primeiro devia receber R$ 100,00 e o segundo R$ 150,00? Havia uma diferença de R$ 10,00 que o homenzinho não sabia como explicar, pois tinha feito o negócio com o máximo cuidado. E, intrigadíssimo com o caso, repetia dezenas de vezes o raciocínio feito sem descobrir a razão da diferença:
— Vender 3 por R$ 10,00 e, depois, vender 2 por R$ 10,00 é a mesma coisa que vender logo 5 por R$ 20,00!
E o raio da diferença de dez reais a surgir na quantia total! E o feirante ameaçava a Matemática com pragas terríveis.
Ajude o feirante a resolver esse dilema e identificar por que faltam R$ 10,00 no valor apurado.

Problema 11: (ENEM/2010) Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.
Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Problema 12: PROBLEMA DOS 21 VASOS (adaptado de Souza, 2001)
- Sete Penas! – murmurou Beremiz, observando a tabuleta. – É curioso! Conheces por acaso, ó bagdali, o dono dessa hospedaria?
Conheço-o muito bem – respondi. – É um velho cordoeiro de Trípoli, cujo pai serviu nas forças do sultão Queruã. É apelidado o Tripolitano. É bastante estimado por ser de natureza simples e comunicativa. É homem honrado e prestativo. Dizem que foi ao Sudão, numa caravana de aventureiros sírios, trouxe das terras africanas, cinco escravos negros que lhe servem com incrível fanatismo. Ao regressar do Sudão, deixou o seu ofício de cordoeiro e montou sua hospedaria, sempre auxiliado pelos cinco escravos. - Com escravos, ou sem escravos – retorquiu Beremiz – esse homem, o Tripolitano deve ser bastante original. Ligou o nome de sua hospedaria ao número, e, o sete foi sempre para todos os povos, muçulmanos, cristãos, judeus, idólatras ou pagãos, um número sagrado, por ser a soma do número três (que é divino) com o número quatro (que simboliza o mundo material). E dessa relação resultam muitas coleções notáveis que totalizam sete:

Sete as portas do inferno;
Sete os dias da semana;
Sete os sábios da Grécia;
Sete os céus que cobrem o mundo;
Sete os planetas;

Sete as maravilhas do mundo[23]

Ia o eloqüente calculista prosseguir em suas estranhas observações sobre o número sagrado, quando avistamos, à porta da hospedaria, nosso dedicado amigo o cheique Salém Nasair, que acenava repetidas vezes chamando por nós.

- Sinto-me feliz por tê-lo encontrado agora, ó calculista! – disse risonho o cheique quando dele nos aproximamos. – Sua chegada, não só para mim, como para três amigos que se acham nesta hospedaria foi altamente providencial.

E acrescentou com simpatia e visível interesse:

- Venham! Venham comigo que o caso é muito sério.

Levou-nos a seguir para o interior da hospedaria. Conduziu-nos por um corredor meio escuro, úmido, até o pátio interno, acolhedor e claro. Havia ali cinco ou seis mesas redondas. Junto a uma dessas mesas achavam-se três viajantes que me pareceram estranhos.

Os homens quando o cheique e o calculista deles se aproximaram, levantaram-se e fizeram o salã. Um deles parecia muito moço; era alto, magro, tinha os olhos claros e ostentava belíssimo turbante amarelo cor de ovo, com uma barra branca, onde cintilava uma esmeralda de rara beleza; os dois outros eram baixos, ombros largos e tinham pele escura como beduínos da África.

Disse o cheique apontando para os três muçulmanos:

- Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:

7 cheios
7 meio cheios
7 vazios.

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade ao meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?

No quarto conjunto de problemas tivemos a formação de 5 duplas, participando desse encontro um total de 10 alunos.

O **décimo problema**, uma narrativa, retirado do Livro “Matemática divertida e curiosa” de Malba Tahan, tratava sobre a venda de abacaxis por um feirante. Ele recebeu esses abacaxis de dois camponeses, A e B, devendo vendê-los e arrecadar R$ 250,00. Os abacaxis do camponês A deveriam ser vendidos à razão de 3 por R$ 10,00 e, os abacaxis do camponês B à razão de 2 por R$ 10,00. O vendedor, em dúvida se iniciava primeiro a venda dos abacaxis mais caros ou mais baratos, decidiu vendê-los ao mesmo tempo à razão de 5 por R$ 20,00.

Após as vendas, verificou que apurou apenas R$ 240,00, mas deveria pagar aos dois fornecedores o valor de R$ 250,00. Intrigado com a situação, o feirante fica sem saber onde errou, pois, em sua lógica, vender 3 abacaxis por R$ 10,00 e, depois, vender 2 por R$ 10,00 é a mesma coisa que vender os 5 por R$ 20,00.

[23] O número 7 é largamente citado na Bíblia e no Alcorão.

O **décimo primeiro problema** era uma questão do ENEM 2010. Ela tratava sobre a confecção de um cesto de lixo por um marceneiro, que utilizaria para suas faces laterais retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero (possuindo a mesma medida dos lados e ângulos retos). Assim, a partir dessas informações, eram apresentados cinco tipos de cesto, mas apenas um atendia as características apresentadas no enunciado da questão.

O **décimo segundo problema**, outra narrativa retirada do livro de Malba Tahan, tratava sobre o problema dos 21 vasos recebidos como pagamento por um lote de carneiros. Esses 21 vasos deveriam ser divididos entre os 3 irmãos, porém, havia um problema: 7 desses vasos estavam cheios de uma partida muito fina de vinho, 7 estavam meio cheios e 7 estavam vazios. O problema estava em dividir os vasos de forma que cada irmão recebesse a mesma quantidade de vinho e também de vasos, preservando-os da forma como estavam (sem precisar abri-los).

Assim, considerando o desempenho dos alunos nesse conjunto de problemas, obtivemos os seguintes desempenhos:

Quadro 33: Síntese do despenho dos grupos no conjunto de problemas 4.

Grupos	Solução do Problema 10	Solução do Problema 11	Solução do Problema 12
(A4, A18)	Correta	Correta	Correta
(A2, A15)	Correta	Correta	Correta
(A13, A20)	Errada	Correta	Errada
(A14, A8)	Correta	Correta	Correta
(A21, A3)	Correta	Correta	Correta

Do quarto conjunto de problemas aplicados, o décimo primeiro foi acertado por todas as duplas, os demais tiveram uma resposta inadequada (pelo mesmo grupo).

Considerando o **problema número 10**, os alunos reclamaram do tamanho do enunciado, comparando-o a um texto, por causa da sua extensão. Além disso, inicialmente, apenas uma dupla (A14, A8) conseguiu solucionar essa questão. Os demais não conseguiam elaborar um plano/estratégia de solução para explicar a falta dos R$ 10,00. Vejamos a solução apresentada por essa dupla:

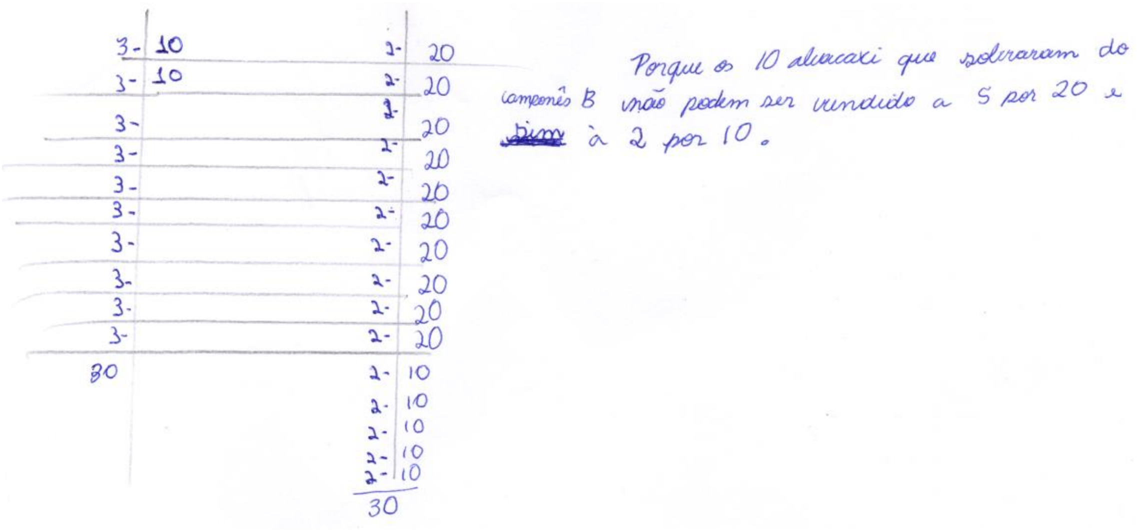


Figura 51: Resolução correta apresentada pelo grupo (A14, A8).

Ao questionarmos a dupla sobre a estratégia adotada, afirmaram que dividiram “os abacaxis” em duas colunas, os que eram para serem vendidos a 3 por R$ 10,00 e os que estavam à razão de 2 por R$ 10,00. Associaram à venda de uma partida de abacaxis do camponês A ao camponês B (3 por R$10,00 de um e 2 por R$10,00 de outro, ou 5 por R$ 20,00 no total). Observaram que essa proporção poderia ser mantida até acabarem todos os abacaxis do camponês A, mas as últimas 10 unidades do camponês B não, eles deveriam ser vendidos à razão de 2 por R$ 10,00, já que foram entregues por R$ 5,00 cada. Pois, se vendidos à razão de 5 por R$ 20,00, haveria uma perca de R$ 10,00, problema enfrentado pelo feirante.

Diante das dificuldades apresentadas pelas demais duplas, realizamos uma leitura coletiva da questão e indicamos caminhos a serem percorridos, auxiliando as duplas em suas dúvidas.

Outra solução para a questão apresentada pela dupla (A2, A15) foi:

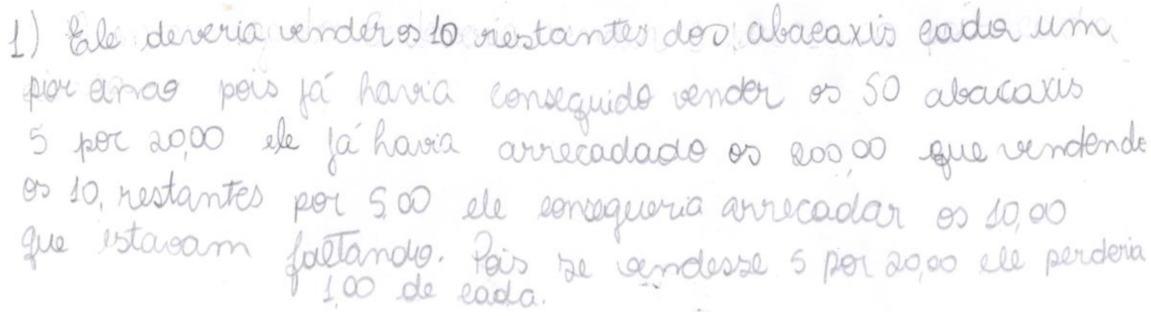


Figura 52: Resolução correta apresentada da questão 10.

Nessa solução os alunos detalham que as 10 últimas unidades de abacaxis deveriam ser vendidas à razão de 2 por R$ 10,00 (5 reais cada), pois, se vendidas à razão de 5 por R$ 20,00, cada unidade ficaria pelo preço de R$ 4,00. Assim, cada unidade da fruta sairia por 4 reais e, o feirante perderia 10 reais em suas vendas (1 real por unidade), precisando ressarcir de seu bolso o camponês B.

Todos os alunos acertaram a **décima primeira questão**. Para a solução eles deveriam encontrar o cesto que tivesse as faces laterais formadas por retângulos e trapézios isósceles (que tem os lados não paralelos congruentes) e, no fundo, um quadrilátero com os lados de medidas iguais e ângulos retos. Assim, considerando as especificidades das formas geométricas que compõem o cesto, a única alternativa correta era a letra “C”.

A **décima segunda questão** foi acertada por quatro das cinco duplas. Apesar das diversas reclamações sobre o tamanho do enunciado, por conta da história narrada, além de compará-la a um texto, os alunos consideraram a situação bastante curiosa e interessante, discutindo com o colega e buscando solucionar a situação-problema.

Alguns grupos não observaram que, além da quantidade de vasos dividida entre os três irmãos serem iguais, era necessário que a quantidade de vinhos também fosse, não sendo possível abrir os vasos. Assim, inicialmente, algumas duplas apresentaram como solução 7 vasos para cada irmão, porém a quantidade de vinho não era igual. Chamamos atenção para essa condição do problema e, as duplas que estavam desatentas, passaram a considerá-la na divisão dos vasos. Além disso, sugerimos que utilizassem uma representação (desenho) para os vasos cheios, vazios e meio cheios.

Uma primeira dupla acertou a divisão, expondo-nos, alegremente, a solução encontrada. Mostrando que, além da quantidade de vasos divididos serem iguais, 7 para cada irmão, a quantidade de vinhos também era, 3 litros e meio (consideramos que um vaso cheio continha um litro de vinho).

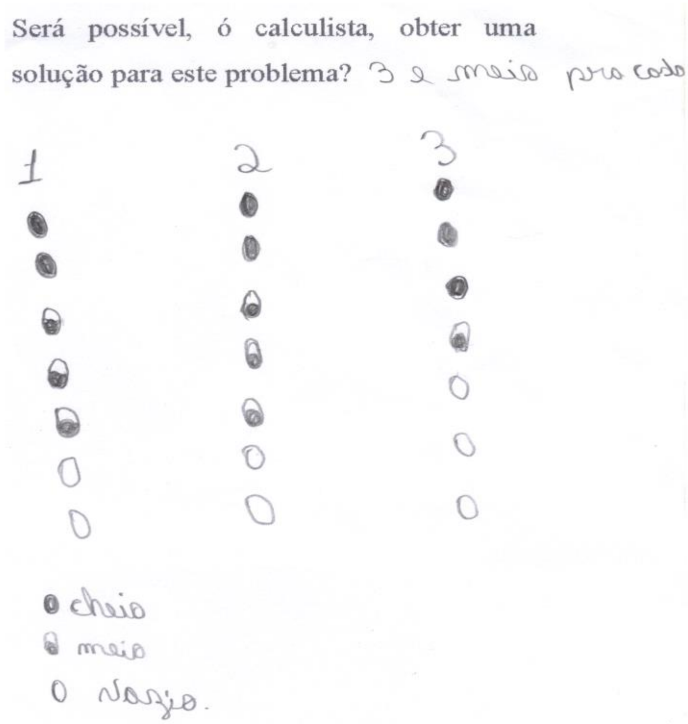


Figura 53: Resolução correta apresentada pela dupla (A21, A3)

Após algumas tentativas, as demais duplas conseguiram solucionar o problema. Apenas duas duplas apresentaram soluções que não continham figuras representando os vasos, conforme exemplo abaixo:

1º	2º	3º
3 cheio	2 cheio	2 cheio
1 meio	3 meio	3 meio
3 vazios	2 vazio	2 vazio

Figura 54: Resolução correta apresentada pela dupla (A14, A8).

A solução incorreta para essa questão foi apresentada pelo grupo (A13, A20), que se equivocou na distribuição dos vasos cheios e meios, dividindo 8 vasos cheios e 6 meios, alterando, assim, a quantidade de vinhos e, por consequência, um dos irmãos recebeu meio litro de vinho a mais que os demais.

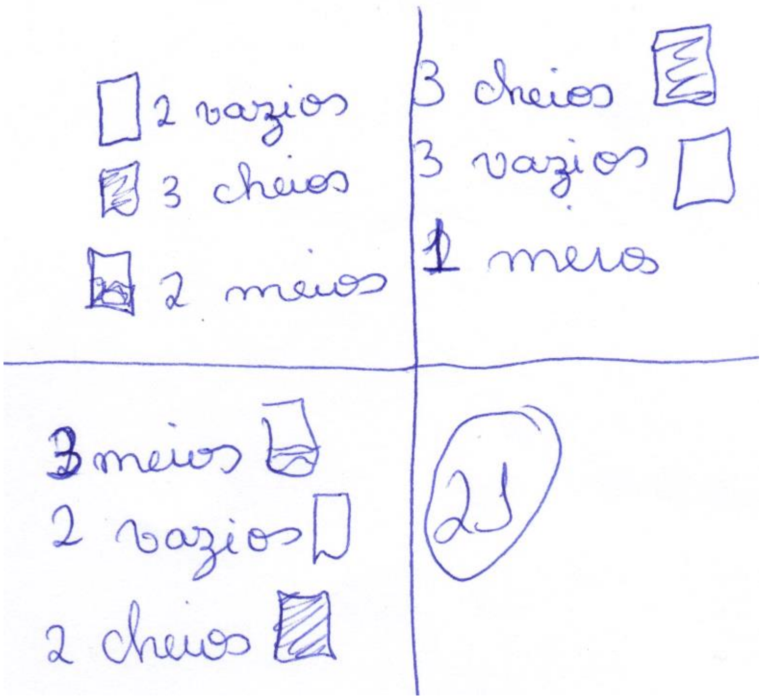


Figura 55: Resolução incorreta apresentada para a questão 12.

Comentário: nesse quarto conjunto de problemas os alunos tiveram um excelente desempenho na resolução das questões propostas. Apesar de reclamarem do tamanho dos enunciados da décima e décima segunda questão, afirmaram que estas eram interessantes e curiosas e, por esse motivo, percebemos que elas despertaram, ainda mais, o interesse das duplas na busca de solução.

Na discussão conjunta das soluções, analisamos mais detalhadamente o problema dos abacaxis, 10ª questão, e discutimos o porquê do feirante perder R$ 10,00 com a venda de todos os abacaxis à razão de 5 por R$ 20,00. Atentando para a resolução proposta pela dupla (A2, A15), além de outras resoluções corretas e pelo equivoco cometido por uma dupla.

Na questão do ENEM 2010, 11ª, chamamos atenção para as formas geométricas que compõem o cesto e para suas características: faces laterais – trapézios isósceles (lados não paralelos congruentes) e retângulos; fundo – quadrilátero com os lados de mesma medida e ângulos retos (quadrado). Observando porque cada alternativa,
exceto a letra “c”, não atendia as condições especificadas no enunciado da questão.

No problema dos 21 vasos, 12ª questão, após apresentação de uma solução correta e outra errada, destacamos a importância de atender a todas as condições presentes no enunciado, pois, de início, sabemos que cada irmão receberá 7 vasos, mas, precisamos observar que a quantidade de vinho tem que ser igual para cada irmão, sem poder abrir os vasos.

Ao longo das discussões, os alunos evidenciaram que a questão é bem curiosa e desperta o interesse em querer solucioná-la, resolvendo o enigma da divisão do vinho sem poder abrir os vasos, deixando todos os irmãos com a mesma quantidade de vasos e de vinho.

6.3.5 Quinto Conjunto de Problemas trabalhado

Problema 13 - (ENEM/2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em: http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

a) 12 dias.
b) 13 dias.
c) 14 dias.
d) 15 dias.
e) 16 dias.

Problema 14: (SMOLE E DINIZ, 2007) Dê os diferentes modos de representar o número 16, correspondentes a cada uma das frases:

a) 16 é a metade de um número.
b) 16 é o dobro de um número.
c) 16 é o quadrado de um número.
d) 16 é a quarta potência de um número.
e) 16 é a diferença de entre dois quadrados.
f) 16 é o produto de três números inteiros.
g) 16 é a diferença entre dois números inteiros.

Problema 15: (ARAUJO SEGUNDO, 2012) João e Maria realizaram economias durante o ano para poderem realizar compras ao final do ano. Com suas economias, compraram um liquidificador, um fogão e uma geladeira por R$ 1.050,00. O preço do fogão foi o quíntuplo do preço do liquidificador. O preço da geladeira foi o triplo do preço do fogão. Qual foi o preço do liquidificador?

O quinto conjunto de problemas contou com a participação de 11 alunos, divididos em 4 duplas e um trio.

A **décima terceira questão**, retirada da prova do ENEM 2010, tratava sobre um corredor que pratica corrida de rua. Ele estipulou um plano de treinamento diário iniciando com 3 km para o primeiro dia de corrida e, a partir do primeiro, 500 m a mais a cada dia.

Porém, seu cardiologista autorizou esse treinamento com a condição de que ele não excedesse os 10 km de corrida em um mesmo dia. Assim, considerando que esse treinamento será realizado em dias consecutivos, pergunta-se em quantos dias, exatamente, esse plano será executado.

A **décima quarta questão**, retirada de um livro didático do primeiro ano do Ensino Médio, solicitava que os alunos representassem o número 16 a partir da leitura de diferentes sentenças com palavras da Língua Materna e da Linguagem Matemática.

A **décima quinta questão**, retirada de uma dissertação de mestrado, tratava-se de um problema envolvendo a compra de três produtos: um liquidificador, um fogão e uma geladeira. Esses três produtos custaram R$ 1.050,00, sendo que, o preço pago pelo fogão foi cinco vezes maior que o preço do liquidificador e, o preço da geladeira foi o triplo do fogão. Assim, diante desse contexto, pede-se o valor pago pelo liquidificador.

Os alunos obtiveram o seguinte desempenho nesse conjunto de problemas:

Quadro 34: Síntese do desempenho dos grupos no conjunto de problemas 5.

Grupos	Solução do Problema 13	Solução do Problema 14							Solução do Problema 15
		a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
(A13, A15)	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Errou	Acertou	Acertou
(A21, A11)	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
(A2, A1, A19)	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Errou	Errou	Acertou	Acertou
(A17, A5)	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Acertou	Não fez	Acertou
(A8, A14)	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou

Considerando o desempenho dos grupos, percebemos que as questões número 13 e 15 foram solucionadas de forma correta por todos os grupos; já a número 14, de 30 respostas, 9 estavam erradas e uma não foi respondida.

Na **décima terceira questão** os alunos precisavam encontrar a quantidade de dias em que o atleta completaria o seu plano de treinamento, atingindo os 10 km de corrida em um mesmo dia. Levando em conta as condições presentes no enunciado da questão, os alunos encontraram que a quantidade de dias necessários para a execução do treino seria de 15 dias (item d).

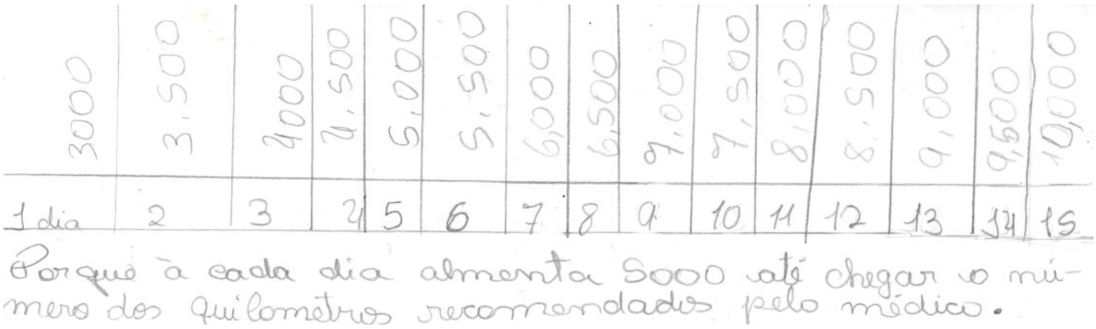


Figura 56: Resolução correta apresentada pelo grupo (A2, A1, A19).

Nessa solução, o grupo organizou as informações em um quadro, computando o deslocamento do corredor a cada dia, até completar os 10 km. Os alunos só se equivocaram na hora de explicarem a resposta, afirmando que o atleta “almenta 5000”, pois, o aumento é de 500 m a cada dia e, não de 5000 m. Algumas outras soluções para esse problema foram:

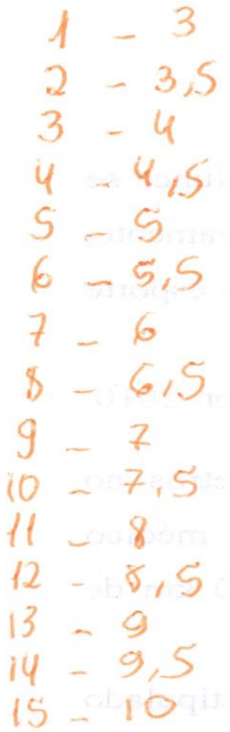


Figura 57: Resolução correta apresentada pelo grupo (A8, A14).

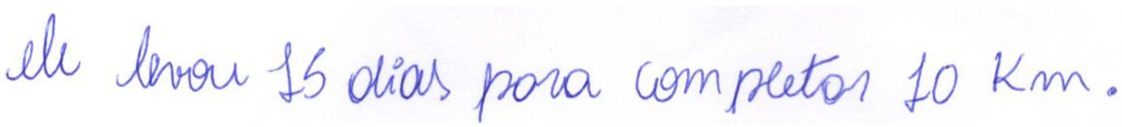


Figura 58: Solução correta apresentada pelo grupo (A17, A5).

Na **décima quarta questão** os grupos precisavam, a partir de algumas sentenças, representarem de diferentes modos o número 16. Nessa questão eles precisavam compreender diferentes expressões que possuem utilização na Língua Materna e/ou na Linguagem Matemática, a saber: metade, dobro, quadrado de um número, quarta potência de um número, diferença entre dois quadrados, produto de três números inteiros e diferença entre dois números inteiros.

No **item “a”** era solicitado que escrevessem o número 16 como metade de um número.

Figura 59: Resolução correta apresentada pelo grupo (A21, A11).

No **item “b”** era pedido que representassem o número 16 como o dobro de um número. Assim, bastava aos grupos calcular o dobro de 8.

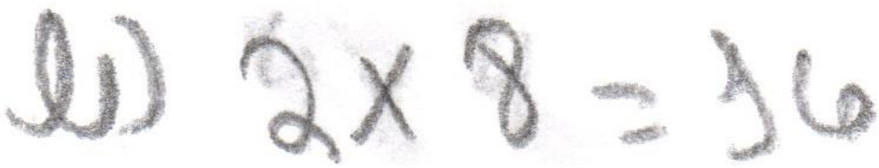


Figura 60: Resolução correta apresentada pelo grupo (A13, A15).

Figura 61: Resolução correta apresentada pelo grupo (A17, A5).

Além do grupo (A17, A5), conforme solução exposta acima, o grupo (A2, A1, A19) também apresentou como solução a adição 8 + 8 = 16, ao invés de escrever essa soma como o produto 2 x 8 = 16. A resposta está correta, e como se trata de uma adição de duas parcelas iguais não há um trabalho extenso para resolução. Porém, se fosse uma adição com diversas parcelas iguais, o uso da multiplicação seria um facilitador no processo de resolução.

Durante a resolução da questão por esses grupos, questionei se eles poderiam escrever essa adição como outra operação, um produto, por exemplo. Mas eles afirmaram que não, alegando que o dobro é a soma de um número com ele mesmo. Através de alguns exemplos, no qual calculamos o dobro de alguns valores, citei que poderíamos multiplicar o número dado por 2, encontrando o seu dobro. Eles concordaram, mas afirmaram que era mais fácil somar.

Na **letra "c"** os grupos deveriam representar 16 como o quadrado de um número. Todas as respostas foram corretas. Três grupos escreveram na forma de potência e dois na forma de produto (multiplicação), que são maneiras similares de representar uma multiplicação de fatores iguais, apesar de que o quadrado de um número é ele elevado a segunda potência, sendo a multiplicação a representação desse quadrado ($4^2 = 4 \times 4 = 16$). Conforme exemplos a seguir:

Figura 62: Resolução correta apresentada pelo grupo (A8, A14).

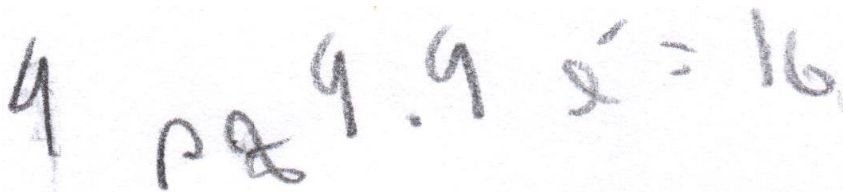


Figura 63: Resolução correta apresentada pelo grupo (A21, A11).

A **letra "d"** solicitava que os alunos escrevessem 16 como a quarta potência de um número. Assim, eles precisavam representá-lo através de uma potenciação, $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.

Figura 64: Solução correta apresentada pelo grupo (A8, A14).

Na solução apresentada pelo grupo (A17, A5), exposta abaixo, apesar dos alunos acertarem que a quarta potência de 2 resulta em 16, eles cometeram um equívoco na hora de representar o produto, pois usaram diversas igualdades de forma inadequada, afirmando que 4 (2 x 2) é igual a 16 (4 x 4) que é igual a 64 (8 x 8) e, por fim, é igual a 16. Na verdade, eles quiseram representar o produto da potência 2^4, que seria 2 x 2 = 4, 4 x 2 = 8 e 8 x 2 = 16.

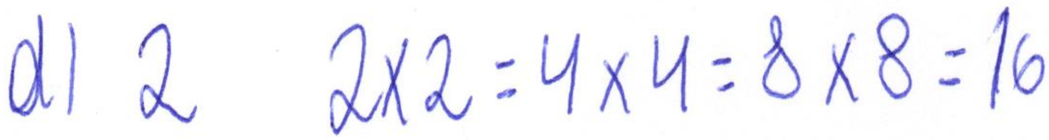


Figura 65: Resolução correta apresentada para o item “d”.

Apenas um grupo, (A2, A1, A19), apresentou uma solução errada para esse item, escrevendo uma adição de parcelas iguais, vejamos:

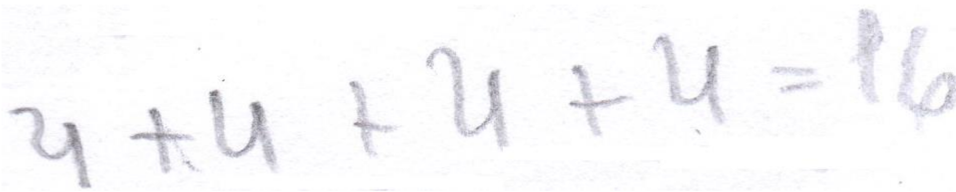


Figura 66: Resolução errada apresentada para a letra “d”.

No **item “e”** pedia-se que escrevessem o número 16 como a diferença entre dois quadrados. Assim, para respondê-la, os alunos precisavam associar a palavra diferença a operação de subtração, além de saber o que significa o quadrado de um número. Nesse item tivemos três respostas erradas e duas corretas.

Para solucioná-la corretamente, os alunos precisavam escrever a diferença entre o quadrado de 5 e o quadrado de 3, pois, $5^2 – 3^2 = 25 – 9 = 16$, conforme exemplo:

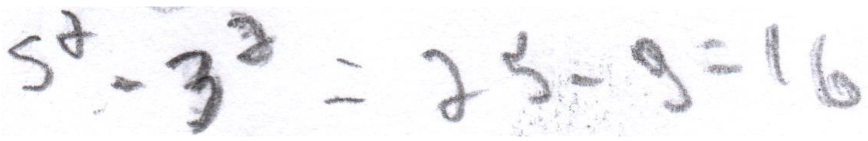


Figura 67: Resolução correta apresentada pelo grupo (A21, A11).

Nas resoluções erradas os grupos não consideraram que a diferença precisava ser de dois quadrados ou elas não atendiam as condições presentes no enunciado da questão.

Figura 68: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A13, A15).

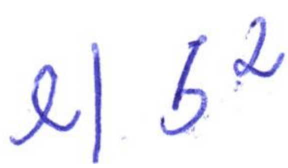


Figura 69: Solução incorreta apresentada pelo grupo (A17, A5).

Na **letra "f"** os alunos deveriam escrever o número 16 como o produto de três números inteiros. Para isso, eles deveriam associar a expressão produto à operação de multiplicação. Nesse item tivemos três respostas corretas e duas erradas.

Como solução, os alunos deveriam encontrar o produto de três números inteiros, cujo resultado fosse 16. Conforme exemplo a seguir:

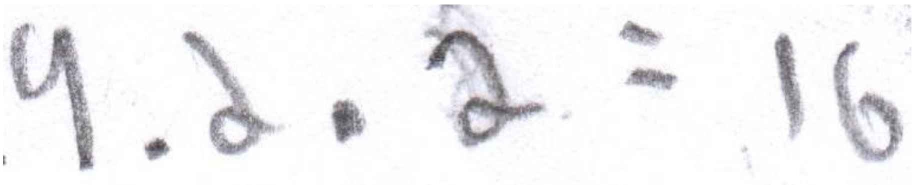


Figura 70: Resolução correta apresentada pelo grupo (A21, A11).

Nas soluções errôneas, os grupos apresentaram respostas que não atendiam as condições presentes no enunciado da questão ou cuja resposta não era 16, como solicitado. Dessa forma, a primeira resposta equivocada, grupo (A13, A15), tinha como resultado do produto o número 32 e, a segunda, grupo (A2, A1, A19), não consistia no produto de três números, mas sim em três produtos distintos, cuja resposta dava 16 em cada um. Conforme exemplos a seguir.

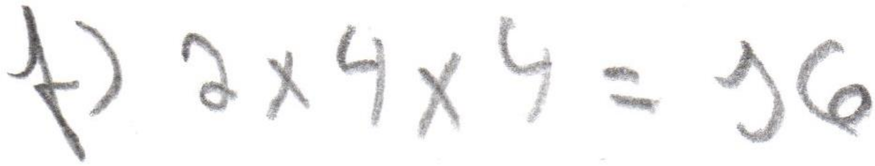


Figura 71: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A13, A15).

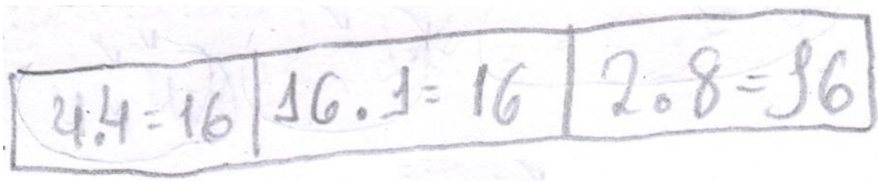


Figura 72: Resolução incorreta apresentada pelo grupo (A2, A1, A19).

O último item da décima quarta questão, **letra "g"**, pedia que os alunos representassem o número 16 como a diferença de dois números inteiros. Para isso, eles deveriam associar a expressão diferença a uma subtração e, apresentar dois números inteiros cuja diferença resultasse em 16, havendo diferentes possibilidades de respostas. Nesse item quatro grupos responderam corretamente e um deixou-o em branco. Alguns exemplos de respostas corretas são:

Figura 73: Resolução correta apresentada pelo grupo (A13, A15).

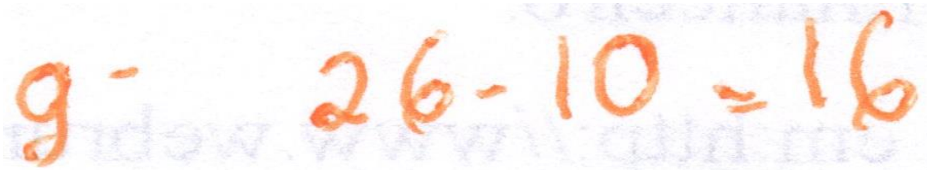


Figura 74: Resolução correta apresentada pelo grupo (A8, A14).

Na última questão trabalhada em nossa intervenção, **problema 15**, os grupos precisavam, a partir de algumas informações, encontrar o preço do liquidificador. Era exposto que o custo dos três eletrodomésticos foi de R$ 1.050,00. Além disso, afirmava-se que o preço do fogão foi o quíntuplo do liquidificador e, que o preço da geladeira foi o triplo do preço do fogão.

Apesar de algumas dificuldades iniciais no entendimento da questão, realizamos uma leitura conjunta de seu enunciado e destacamos que poderia ser solucionada a partir de uma equação, considerando como incógnita o preço do liquidificador e, escrevendo o custo dos demais itens a partir dele.

Todos os grupos acertam essa questão; dois grupos acertaram pelo método da tentativa e erro e, os demais, pelo uso de uma equação. Conforme exemplos a seguir, respectivamente:

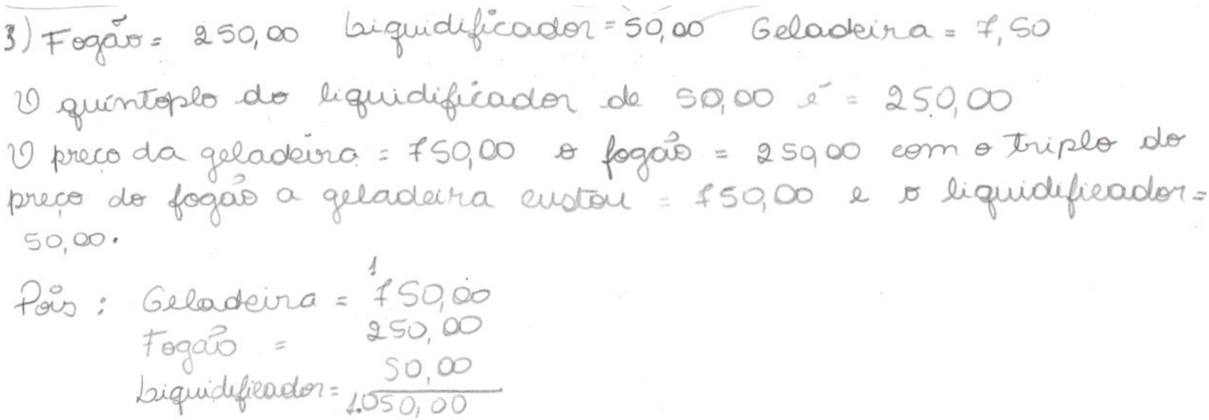


Figura 75: Resolução correta apresentada pelo grupo (A2, A1, A19).

$$x + 5x + 15x = 1050$$
$$6x + 15x = 1050$$
$$21x = 1050$$
$$x = \frac{1050}{21} \quad x = 50$$

Figura 76: Resolução correta apresentada pelo grupo (A13, A15).

Comentário: na discussão em grupo das soluções encontradas pelos alunos, com relação à 13ª questão, destacamos a importância da organização dos dados para facilitar o processo de resolução da questão. Após montarmos um quadro que relacionava a quantidade de dias e o percurso que o corredor realizaria naquele dia, considerando que ele iniciou seu treinamento com 3 quilômetros e, que a cada dia, aumentava sua corrida em 500 m, meio quilômetro, até chegar o deslocamento máximo de 10 km. Dessa forma, considerando que o treinamento foi realizado em dias consecutivos, um após o outro, ele completou o seu treinamento em 15 dias, item “d”.

Na 14ª questão apontamos a importância de relacionar cada expressão na Língua Materna a uma sentença matemática, representando o número 16 de diferentes modos. Com exceção das letras “f” e “g”, todos os itens tinham uma única resposta. Assim, a partir de alguns questionamentos, destacamos o significado de diversas expressões que possuem utilização tanto na Língua Materna quanto na Linguagem Matemática, solucionando cada quesito.

Na última questão, 15ª, apresentamos a resolução dos grupos (A2, A1, A19) e (A17, A5), que, pelo método de tentativa e erro, além de encontrarem o preço do liquidificador, encontraram o preço do fogão e da geladeira. Além disso, solucionamos em conjunto, através de equação, essa questão, encontrando os valores dos demais objetos, a partir da equação montada para encontrar o preço do liquidificador.

Encerramos nossa intervenção nesse encontro, com a solução coletiva do quinto conjunto de problemas, agradecendo aos alunos participantes pela contribuição dada na tessitura desse trabalho. A seguir expomos um quadro com o cronograma de nossa intervenção:

Quadro 35: Síntese das atividades da pesquisa.

Data	**Atividades trabalhadas**
30/10/2014	Aplicação do questionário introdutório.
06/11/2014	Aplicação da lista de problemas iniciais e do questionário sobre os problemas.
07/11/2014	Resolução em conjunto dos problemas iniciais.
13/11/2014	Aplicação do primeiro conjunto de problemas.
14/11/2014	Resolução conjunta do primeiro conjunto de problemas.
20/11/2014	Aplicação do segundo conjunto de problemas.
21/11/2014	Resolução conjunta do segundo conjunto de problemas.
27/11/2014	Aplicação do terceiro conjunto de problemas.
28/11/2014	Resolução conjunta do terceiro conjunto de problemas.
04/12/2014	Feriado Municipal
05/12/2014	
11/12/2014	Aplicação do quarto conjunto de problemas.
12/12/2014	Resolução conjunta do quarto conjunto de problemas.
18/12/2014	Aplicação do quinto conjunto de problemas.
19/12/2014	Resolução conjunta do quinto conjunto de problemas.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa buscamos identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do primeiro ano do Ensino Médio diante de enunciados de problemas matemáticos. Em específico, as dificuldades encontradas na leitura e interpretação desses enunciados e a compreensão de termos da Língua Materna e da Linguagem Matemática ao interpretarem seus conhecimentos e definições para resolverem os problemas propostos.

Consoante às nossas indagações, considerando as pesquisas consultadas sobre enunciados de problemas matemáticos e a questão da leitura e interpretação de problemas, aplicamos um questionário introdutório visando obter informações sobre a questão da leitura, a leitura nas aulas de matemática e a relação dos alunos com esse componente curricular; uma lista de problemas iniciais, contendo 7 questões e realizamos uma intervenção com duração de 10 encontros, nos quais trabalhamos com 15 problemas matemáticos.

De posse desses dados, a partir de suas análises, podemos afirmar que os alunos enfrentam muitas dificuldades na leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos e, tudo indica que, esses obstáculos se devem à falta de um trabalho adequado com esses elementos em sala de aula, seja nas aulas de Língua Portuguesa, Matemática ou nos demais componentes curriculares de nossas escolas, já que o trabalho com a questão da leitura e interpretação precisa ser uma constante nas aulas de todas as áreas de conhecimento, não ficando restrito apenas às aulas de Língua Portuguesa.

Assim, corroboramos com Kleiman (2013, p.7) ao afirmar que “o ensino de leitura é fundamental para dar solução a problemas relacionados ao pouco aproveitamento escolar: ao fracasso na formação de leitores podemos atribuir o fracasso geral do aluno no primeiro e segundo graus”.

Dessa forma, percebemos que os alunos, de maneira geral, não possuem o hábito de interpretarem os enunciados dos problemas matemáticos, principalmente se eles forem um pouco mais extensos que os típicos exercícios trabalhados em sala de aula, recorrendo sempre ao auxílio do professor para saberem o que precisam fazer nas questões.

Além disso, as dificuldades de compreensão de expressões da Língua Materna e da Linguagem Matemática contribuem para o aumento dessas dúvidas, pois, se os alunos não conseguem compreendê-las, não chegam a criar um plano/estratégia de resolução para o problema que buscam resolver e solucionar e muito menos partirem para um processo de proposição e resolução de problemas, devido ao desconhecimento desses termos que possuem, geralmente, dupla utilização. Como exemplo, podemos citar o problema 2 da lista de questões. Neste, o entendimento inadequado da expressão “um terço”, presente na questão, acarretou o erro de 17 alunos. Além desse exemplo, podemos destacar o entendimento inadequado das expressões “perímetro”, “números consecutivos”, “fórmula”, “dobrado” e “progressão” pela maioria dos alunos, contribuindo para que eles não respondessem ou se equivocassem nas resoluções e soluções propostas.

Ao analisarmos as resoluções dos alunos, percebemos que eles possuem dificuldades no entendimento de conteúdos considerados essenciais, estudados em anos anteriores, como operações com números de diversos conjuntos numéricos, utilização da álgebra e no trabalho com frações. Mais que isso, a falta de conhecimento de diversas palavras da Língua Materna e/ou da Linguagem Matemática, os erros ortográficos e gramaticais, bem como a falta de sentido nos argumentos por eles elaborados, revelam lacunas de aprendizagem em sua formação educacional. Demonstrando, dessa forma, que eles realizam poucas leituras, sejam elas de forma espontânea, como a leitura de um livro, por exemplo, ou em sala de aula a pedido do professor.

Ademais, diante da falta de um trabalho apropriado com a questão da leitura em matemática e nos demais componentes curriculares, principalmente em Língua Portuguesa, os alunos, ao se depararem com uma questão mais extensa, diferentemente dos típicos exercícios com enunciados curtos, evitam lê-los, questionando o que precisam fazer para responder a questão.

Inicialmente, na intervenção, eles reclamavam do tamanho dos enunciados e afirmavam que as questões propostas eram bem difíceis, “parece coisas de universidade ou de vestibular” (fala de alguns alunos), colocando empecilhos para, ao menos tentar, solucioná-las. Após diálogos e sugestões que lessem os enunciados por completo, buscando criar estratégias de resolução, mesmo reclamando do tamanho das questões, eles buscavam solucioná-las, sempre solicitando que verificássemos o que já tinham feito, para saberem se estavam respondendo de forma adequada ou não. Essa necessidade de confirmação a cada passo dado na resolução das questões é uma constante por praticamente todos os alunos, que não sentem segurança em suas ações, requerendo sempre a aprovação do professor para seguirem com seu processo resolutivo ou confirmarem se a resposta encontrada está correta ou não.

Apesar das dificuldades enfrentadas pela maioria dos alunos na resolução das questões prévias e durante os encontros de intervenção, eles demonstraram interesse na busca de solução dos problemas propostos, principalmente os que apresentavam seus enunciados na forma de narrativa (retirados do livro de Malba Tahan). Esses problemas, os quais classificamos como problemas curiosos, motivam os alunos na criação de estratégias de resolução, aguçando o interesse em solucionar o enigma presente na questão.

Mediante o exposto, consideramos ser de extrema importância investigar a nossa prática pedagógica e buscarmos respostas para as dificuldades que assolam nossa Educação Básica, principalmente o Ensino Médio, que vem, a cada avaliação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), apontando um baixo desempenho dos alunos concluintes dessa fase final de escolarização.

Sabendo que essa avaliação analisa o desempenho dos alunos em Língua Portuguesa e Matemática, e considerando o baixo despenho dos alunos nas provas de Redação e Matemática e suas Tecnologias, conforme dados da edição 2014 do ENEM, devemos buscar estratégias que facilitem o processo de ensino-aprendizagem nessas áreas do saber, bem como na educação de forma geral, promovendo melhorias em todas as séries da Educação Básica, garantido uma aprendizagem mínima dos conteúdos curriculares previstos para essa etapa, evitando que os concluintes do Ensino Médio saiam das escolas com uma aprendizagem aquém do mínimo necessário.

Certamente, conforme explicitado por Machado (2013), para que a aprendizagem em matemática ocorra de forma satisfatória, é preciso considerar a impregnação mútua entre a Matemática e a Língua Materna como elementos essenciais do processo de ensino-aprendizagem, pois, a complementariedade de ambas torna-se imprescindível para uma aprendizagem com compreensão desses componentes curriculares.

Dessa forma, com a realização dessa investigação percebemos que existem lacunas entre a leitura e a compreensão por parte dos alunos, bem como no conhecimento de diversas palavras, sejam elas da Linguagem Matemática ou da Língua Materna, e da própria matemática, pois, de forma geral, o que é considerado leitura é apenas uma mera atividade de decodificação das palavras presentes nos enunciados das questões, sem existir compreensão do que é solicitado nos problemas. Por isso, é preciso que nós professores desenvolvamos, junto aos alunos, uma prática eficaz de ensino, voltada para a questão da leitura e interpretação, com atividades que despertem o interesse e promovam a leitura, aliada a um ensino de matemática que faça sentido para os aprendizes, motivando-os a estudarem esse componente curricular, em um trabalho conjunto da Matemática com a Língua Portuguesa.

Assim, de forma geral, no fazer pedagógico nas aulas de matemática das séries iniciais, é o professor quem realiza a leitura e diz o que os alunos precisam fazer, destacando palavras e expressões que indicam quais operações realizar, ou mesmo respondendo as questões, ficando aos alunos apenas a função de copiarem e repetirem tudo o que foi feito pelo professor. Essa prática tira a autonomia de nossos aprendizes, que acostumados a seguirem o passo a passo ensinado, não desenvolvem a habilidade de ler e interpretar as questões, esperando sempre que o professor fale o que eles precisam fazer para solucionar os problemas propostos.

Ao longo de nossa pesquisa, pudemos refletir sobre um ensino de matemática que favoreça a formação humana de nossos alunos e contribua para que eles possam utilizar-se dessa ferramenta em seu cotidiano. Pois, as questões trabalhadas e as discussões nos momentos de solução em conjunto dos problemas proporcionaram aos alunos reflexões acerca de seus processos resolutivos. Além disso, constantemente, destacávamos a importância de uma leitura atenta do enunciado da questão, observando todos os dados e condições presentes no texto do enunciado, bem como a retenção dessas informações para a elaboração de um plano de solução.

Mais que isso, essa reflexão nos permite repensar a nossa prática educativa, buscando sempre investigar o nosso fazer pedagógico, situando-nos na categoria de professor pesquisador de nossa própria prática.

Ademais, mesmo não sendo o foco de nossa investigação, destacamos a importância da utilização da exploração e proposição de problemas em sala de aula, favorecendo a argumentação dos alunos, estimulando-os a dialogarem nas aulas de matemática, promovendo a utilização e compreensão de termos da Linguagem Matemática e da Língua Materna, em um processo que sempre pode ter continuidade.

Finalmente, e não considerando que essa pesquisa chegou ao fim, destacamos a importância do trabalho com a Resolução de Problemas em sala de aula, estimulando os alunos a buscarem soluções para os problemas apresentados, realizando uma leitura atenta e interpretando as condições presentes nos enunciados das questões, expondo seus pontos de vista e defendendo ideias, em um ambiente no qual o diálogo entre o professor-alunos e alunos-alunos seja uma constante, promovendo sentido e objetivando despertar o interesse de nossos aprendizes para a matemática, a partir de um trabalho integrado com a Língua Portuguesa.

Vislumbrando novos horizontes, a partir de nossa investigação, destacamos a necessidade do desenvolvimento de um trabalho que verse sobre a questão da exploração e proposição de problemas como estratégia para facilitar o processo de compreensão de enunciados de problemas matemáticos, bem como de termos da Linguagem Matemática e da Língua Materna, promovendo o incentivo à leitura nas aulas de matemática e o estímulo na busca de solução para os problemas propostos, objetivando reduzir a dependência dos alunos para com o professor, incentivando-os a serem autônomos na criação de estratégias de resolução para os problemas matemáticas com os quais se depararem.

8. REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, R. N. *Alguns fatores lingüísticos que interferem na intelecção dos problemas matemáticos no ensino fundamental I*. Recife: Universidade Católica de Pernambuco, 2007. (Dissertação de Mestrado).

ALMEIDA, J. J. P. *Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática*. Salvador: IF-UFBA, 2012. (Tese de Doutorado).

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática***.** Belo Horizonte: autentica, 2010.

ANDRADE, S. *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula***.** Rio Claro: IGCE, UNESP, 1998. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática).

ARAUJO SEGUNDO, S. I. *Do Ensino-Aprendizagem da Álgebra ao Ensino de Equações Polinomiais do 1º Grau: Representações Múltiplas*. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2012. (Dissertação de Mestrado).

BAKHTIN, M. *Os Gêneros do discurso*. In: *Estética da criação verbal*. [tradução feita a partir do francês por Maria Emsantina Galvão G. Pereira revisão da tradução Marina Appenzellerl]. – 2º ed. — São Paulo: Martins Fontes, 1997. p. 277-289. (Coleção Ensino Superior) Disponível em: <www.sistemas.ufrn.br/shared/verArquivo?idArquivo=1164092&key=b920e8ae28f91ac5f0ec81245817f6ce> Acesso: 21 12 2014

BOYER, C.B. *História da Matemática*. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio* (Enem) - Caderno 2: Matemática e suas tecnologias, Linguagens, Códigos e suas tecnologias e Redação. INEP. – Brasília, DF. 2010.

BRASIL. *Guia de livros didáticos***:** PNLD 2015: Matemática/Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014a. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=9007:pnld-2015-matematica >. Acesso: 05 01 2015.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCNEM). Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média, Brasília, MEC/SEF, 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Formação de professores do ensino médio, Etapa II - Caderno V: Matemática* / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [autores: Ana Paula Jahn... et al.]. – Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014b.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHARNAY, R. *Aprendendo (com) a resolução de problemas*. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.

CHICA, C. H. *Por que formular problemas?* In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. (org.) *Ler, escrever e resolver problemas*. Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p. 69-86.

DANTE, L. R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. Ed. Ática, São Paulo, 2003.

DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. Ed. Ática, São Paulo, 2010.

DANTE, L. R. Matemática. Volume único. 1.ed.São Paulo: Ática, 2005.

DINIZ, M. I. *Ler e aprender Matemática.* In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. (org.) *Ler, escrever e resolver problemas*. Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p. 69-86.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas, Editora da UNICAMP, 2004.

FONSECA, M. C. F. R.; CARDOSO, C. A. *Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto*. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. pp.63-76.

GAY, M. R. G. *Projeto Buriti: Matemática*. 1 ed, São Paulo: Editora Moderna, 2007. Livro do 5º Ano.

GIAQUINTO, A. *Do "bagulho" ao enunciado: uma contribuição para atuação de* *professores do ensino básico diante de algumas dificuldades na aprendizagem da Matemática.* São Paulo: Universidade Nove de Julho, 2003. (Dissertação de Mestrado).

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. *Matemática pensar e descobrir*, 7º ano ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: FTD,2002.

GÓMEZ-GRANELL, C. *A aquisição da linguagem: símbolo e significado*. In: A. TEBEROSKY e L. TOLCHINSKI (Orgs.). *Além da alfabetização*: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1997. p. 257-282.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K.; MORA, C. D. *Perspectivas em educação matemática*. Acta Scientiae, Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, 2004. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/129> Acesso 23 12 2014

HUANCA, R. R. H. *Um olhar para a sala de aula a partir da Resolução de Problemas e Modelação Matemática.* I SERP – Seminário em Resolução de Problemas, Unesp, Rio Claro/SP. Disponível em:<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_huanca.pdf> Acesso: 23 12 2014.

KILPATRICK, J.; STANIC, G. M. A.; *Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática*. The teaching and assessment of mathematical problem solving, Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

KLEIMAN, A. *Oficina de Leitura: Teoria e Prática*. 10ª Edição, Campinas: SP: Pontes, 2013.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. *Pesquisa Pedagógica*. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LOPES, S. E. *Alunos do ensino fundamental e problemas escolares:* leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2007. (Dissertação de Mestrado).

LOPES, S. E.; PAVANELLO, R. M. ; FRANCO, V. S. *Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados*. In: NOGUEIRA, C. M. I. N.; KATO, L. A.; BARROS, R. M. O. (Org.). *Teoria e prática em Educação Matemática:*

aproximação da universidade com a sala de aula. Maringá: EDUEM - Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010, p. 175-188.

LORENSATTI, E. J. C. *Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos*. Conjectura, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, maio/ago. 2009.

MACHADO, N. J. *Matemática e Língua Materna:* análise de uma impregnação mútua. 3ªed. São Paulo: Cortez, 2013.

MARCUSCHI, L. A. *Compreensão de texto: algumas reflexões*. In: DIONISIO, A. P.; BEZERRA, M. A. (Org.). *O livro didático de Português: múltiplos olhares*. Rio de Janeiro: Lucerna, 2001. Disponível em: < http://www.cbxguaraituba.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/2/580/299/arquivos/File/grupo%20de%20estudo%202009/TextoEncontro2Compreensaodetexto.pdf> Acesso: 06 01 2015.

MEDEIROS, C. F. *Por uma educação Matemática como intersubjetividade*. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). *Educação Matemática*. 2ª ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MORI, I.; ONAGA, D. S. *Matemática: idéias e desafios*. 8.ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

ONUCHIC, L. R. *Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação Matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: Editora da Unesp, 1999.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. S. G. *Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. Bolema, Rio Claro – SP, v. 25, n. 41, pp. 73 – 98, dez, 2011.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas.* Segunda reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 2005.

PORTO, M. *Um diálogo entre os gêneros textuais*. Curitiba: Aymará, 2009.

ROJO, R. *Letramento e capacidades de leitura para a cidadania*. Disponível em: <http://www.sistemas.ufrn.br/shared/verArquivo?idArquivo=1550458&key=1f4fb3c1553ab32346e28dba83b885af> Acesso: 03 julho 2014.

SADOVSKY, P. *O ensino de matemática hoje:* enfoques, sentidos e desafios. 1. ed. Trad. Antonie de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2010.

SALMAZO, R. *Atitudes e procedimentos de alunos frente à Leitura e Interpretação de textos nas aulas de Matemática.* São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005. (Dissertação de Mestrado).

SAMPIERI, R. H; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. *Metodologia de pesquisa*. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTIAGO, Z. M. A. *Os marcadores Conversacionais:* mediadores na definição dos significados dos termos científicos da matemática no texto oral do professor. João Pessoa: Manufatura, 2008.

SILVA, L. M. *Compreensões de ideias essenciais ao ensino-aprendizagem de funções via resolução, proposição e exploração de problemas*. UEPB, Campina Grande, 2013. (Dissertação de Mestrado).

SILVEIRA, F. C.; MENEGAZZI, M. *A Resolução de Problemas no ensino da Matemática.* Disponível em: < http://guaiba.ulbra.br/seminario/eventos/2007/artigos/matematica/204.pdf> Acesso: 23 12 2014.

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica:* Incerteza, Matemática, Responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SMOLE, K. C. S. Planejar: uma utopia possível? O impacto do Planejamento anual na prática pedagógica. Disponível em: <http://www.moderna.com.br/destaques/docs/convite_jan2007.pdf>. 2007a. Acesso: 23 12 2014.

SMOLE, K.C.S.; DINIZ, M.I.S.V. *Matemática*. São Paulo: Editora Saraiva, 2007b.

SOLÉ, I. *Estratégias de leitura*. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998.

SOUSA, F. H. L. *Enunciados de questões matemáticas:* uma leitura de difícil compreensão para os alunos. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2008. (Monografia de Graduação).

SOUZA, J. C. M. Matemática divertida e curiosa. 15 ed. - Rio de Janeiro: Record, 2001.

STAKE, R. E. *Pesquisa qualitativa:* estudando como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis; revisão técnica: Nilda Jacks. Porto Alegre: Penso, 2011.

TEBEROSKY, A. *Compreensão de leitura:* a língua como procedimento. [et al.]. Trad. Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2003.

THOMAZ NETO, M. J. O. *Uma investigação sobre erros em tentativas de resolução de problemas matemáticos verbais*. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2003. (Dissertação de Mestrado).

APÊNDICE A: Questionário introdutório

QUESTIONÁRIO

Identificação

Número: ____________ Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

1. Você gosta de ler?

   Sim ☐ Não ☐

Por que:____

____

2. O que você gosta de ler? ____

____

3. Você considera importante a leitura?

   Sim ☐ Não ☐

Por que:____

____

4. Na escola, em quais disciplinas você pratica a leitura? Quais são esses tipos de leituras? ____

____

____

5. Você realiza leituras nas aulas de matemática?

   Sim ☐ Não ☐ Às vezes ☐

6. Nas aulas de matemática, é preciso realizar leituras?

   Sim ☐ Não ☐

Por que:____

____

7. Você gosta das aulas de matemática?

   Sim ☐ Não ☐

Justificativa:____

____

8. Você tem dificuldades ou facilidades em solucionar questões matemáticas?

Explique:____

____

9. O que é mais fácil?

☐ Uma questão com o enunciado pequeno.
☐ Uma questão com enunciado grande.
☐ O tamanho do enunciado não influencia na resolução da questão.

APÊNDICE B: Questionário sobre a lista de questões introdutórias

Questionário sobre as questões aplicadas

1. Quais as questões que você encontrou mais dificuldades para resolver? Por quê?
____
____
____
____

2. Quais questões foram mais fáceis de serem resolvidas? Por quê?
____
____
____
____

3. Você considera mais fácil resolver uma questão que contém apenas números ou uma questão que possui números inseridos em um texto (como texto de jornal, uma história)?Justifique.
____
____
____

4. Dos 7 questões, quais você considera fáceis e quais considera difíceis?
____
____
____

5. Qual o seu entendimento das seguintes palavras presentes nas questões:

a) Questão 1 – Dobro ____
____

b) Questão 2 – Um terço ____
____

c) Questão 4 – Perímetro____
____

d) Questão 5 – Números consecutivos____
____

e) Questão 6 – Fórmula ____
____

f) Questão 7 – Dobrado ____
____

g) Questão 4 – Equação ____
____

h) Questão 7 – Progressão ____
____

ANEXO A: Lista de problemas introdutórios

QUESTÕES

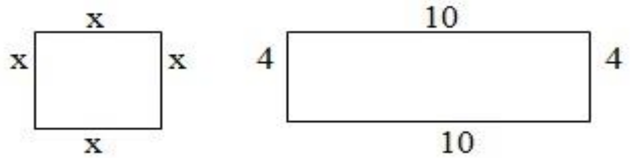
Atenção: ao ler os problemas, **sublinhe** as palavras cujo significado você não conheça, **circule** os vocábulos que você nunca leu ou ouviu alguém pronunciar, e **faça um quadrado** nas palavras que você conhece, mas que não lembra o significado neste momento.

1. (ARAUJO SEGUNDO, 2012) Marcelo tem 43 anos, hoje, e seu filho 18 anos. Daqui a quantos anos a idade de Marcelo será o dobro da idade do filho?

2. (GAY, 2011, p. 51) Mariana decidiu esvaziar a caixa-d´água de seu restaurante para limpá-la. A caixa estava cheia, e um tempo depois de começar a esvaziá-la Mariana observou que restava um terço de sua capacidade. Se nessa caixa-d´água cabem 6000 litros, quantos litros já tinham sido escoados?

3. (SMOLE E DINIZ, 2001) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual a idade do menino?

4. (GIOVANNI E GIOVANNI JR, 2002) Este quadrado e este retângulo têm o mesmo perímetro. Qual é a equação que expressa esse fato? Qual a medida do lado do quadro?



5. (MORI E ONAGA, 1999) A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

6. (DANTE, 2005) O preço de venda de um livro é R$ 15,00 por unidade. A receita total obtida pela venda desse livro pode ser calculada pela fórmula:

Receita total = preço de venda por unidades vezes quantidade de livros vendidos.

Indicando por X a quantidade de livros vendidos, escreva a lei de formação dessa função.

7. (GEHRINGER, 2008 apud ALMEIDA, 2012) Essa historinha me foi contada pelo diretor de uma grande empresa que levou o seu pessoal da área de planejamento e finanças para uma reunião num *resort*, na Bahia. Uma das atividades da reunião era uma gincana intelectual. O pessoal foi dividido em grupos e teria que resolver complicados problemas matemáticos. Ao todo, eram dez questões. O grupo que resolvesse primeiro, gritava a resposta e ganhava um ponto. Tudo transcorreu normalmente até a questão número quatro. Então, com as maquininhas de calcular já fumegando, a questão número cinco foi enunciada. Era assim: ─ Pereira tem 16 anos. E ele percebeu que a sua idade já havia dobrado quatro vezes: de 1 para 2, de 2 para 4, de 4 para 8 e de 8 para 16. Se essa progressão persistir, daqui a 16 anos que idade terá Pereira [e quantos vezes a sua idade terá dobrado]?

ANEXO B: Exemplar de um questionário introdutório preenchido

QUESTIONÁRIO

Identificação

Número: 03 A Sexo: ( ) Masculino (X) Feminino

1. Você gosta de ler?

[X] Sim [ ] Não

Por que: a leitura disperta nossos conhecimentos, e faz irmos além do que está escrito.

2. O que você gosta de ler? Livros literários, contos.

3. Você considera importante a leitura?

[X] Sim [ ] Não

Por que: Com a leitura falaremos melhor e escreveremos melhor.

4. Na escola, em quais disciplinas você pratica a leitura? Quais são esses tipos de leituras? Todas, leituras em relação aos assuntos adquiridos.

5. Você realiza leituras nas aulas de matemática?

[X] Sim [ ] Não [ ] Às vezes

6. Nas aulas de matemática, é preciso realizar leituras?

[X] Sim [ ] Não

Por que: Para compreendermos o assunto, para exercitar atividades e etc.

7. Você gosta das aulas de matemática?

[X] Sim [ ] Não

Justificativa: Porque é uma forma de questionar e exercitar nosso cerebro.

8. Você tem dificuldades ou facilidades em solucionar questões matemáticas?

Explique: Podemos dizer que sim ou não, tenho mais facilidade quando tenho conhecimento do assunto.

9. O que é mais fácil?

[X] Uma questão com o enunciado pequeno.

[ ] Uma questão com enunciado grande

[ ] O tamanho do enunciado não influencia na resolução da questão.

ANEXO C: Exemplar da lista de questões com expressões destacadas (aluno A3)

QUESTÕES

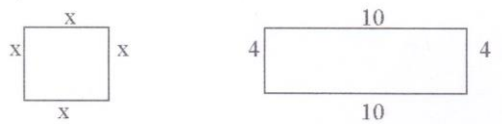
Atenção: ao ler os problemas, **sublinhe** as palavras cujo significado você não conheça, **circule** os vocábulos que você nunca leu ou ouviu alguém pronunciar, e **faça um quadrado** nas palavras que você conhece, mas que não lembra o significado neste momento.

1. (ARAUJO SEGUNDO, 2012) Marcelo tem 43 anos, hoje, e seu filho 18 anos. Daqui a quantos anos a idade de Marcelo será o dobro da idade do filho?

2. (GAY, 2011, p. 51) Mariana decidiu esvaziar a caixa-d´água de seu restaurante para limpá-la. A caixa estava cheia, e um tempo depois de começar a esvaziá-la Mariana observou que restava um terço de sua capacidade. Se nessa caixa-d´água cabem 6000 litros, quantos litros já tinham sido escoados?

3. (SMOLE E DINIZ, 2001) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual a idade do menino?

4. (GIOVANNI E GIOVANNI JR, 2002) Este quadrado e este retângulo têm o mesmo perímetro. Qual é a equação que expressa esse fato? Qual a medida do lado do quadro?



5. (IRACEMA E DULCE, 1999) A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

6. (DANTE, 2005) O preço de venda de um livro é R$ 15,00 por unidade. A receita total obtida pela venda desse livro pode ser calculada pela fórmula:
Receita total = preço de venda por unidades vezes quantidade de livros vendidos.
Indicando por X a quantidade de livros vendidos, escreva a lei de formação dessa função.

7. (GEHRINGER, 2008 apud ALMEIDA, 2012) Essa historinha me foi contada pelo diretor de uma grande empresa que levou o seu pessoal da área de planejamento e finanças para uma reunião num *resort*, na Bahia. Uma das atividades da reunião era uma gincana intelectual. O pessoal foi dividido em grupos e teria que resolver complicados problemas matemáticos. Ao todo, eram dez questões. O grupo que resolvesse primeiro, gritava a resposta e ganhava um ponto. Tudo transcorreu normalmente até a questão número quatro. Então, com as maquininhas de calcular já fumegando, a questão número cinco foi enunciada. Era assim: — Pereira tem 16 anos. E ele percebeu que a sua idade já havia dobrado quatro vezes: de 1 para 2, de 2 para 4, de 4 para 8 e de 8 para 16. Se essa progressão persistir, daqui a 16 anos que idade terá Pereira [e quantos vezes a sua idade terá dobrado]?

ANEXO D: Exemplar das respostas das questões (aluno A3)

Resposta

1

2 1000 livros.

3 se ele tem 3 carrinhos e em cada carrinho possui 4 rodas a sua idade seria 12 anos

3 carrinho com 4 rodas

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 4 \\ 4 \\ \hline =12. \end{array}$$

4 = 4 + 4 + 10 + 10 = 28

5 30 + 30 + 3 = 63

~~4 8 7~~
7 4 vezes.

ANEXO E: Exemplar do questionário sobre as questões (aluno A3)

Questionário sobre as questões aplicadas

1. Quais as questões que você encontrou mais dificuldades para resolver? Por quê?

a Questões 1, 7, 2,

por falta de concentração minha
acho que isso mim atrapalhou

2. Quais questões foram mais fáceis de serem resolvidas? Por quê?

Questão 5
era pra encontrar os
numeros que somasse desse 63
Eu achei a mais facil.

3. Você considera mais fácil resolver uma questão que contém apenas números ou uma questão que possui números inseridos em um texto (como texto de jornal, uma história)?Justifique.

numeros inserido porque fica
mais facil de resolver o enunciado.

4. Dos 7 questões, quais você considera fáceis e quais considera difíceis?

faceis 5, 3
dificeis 6, 7, 2, 4

5. Qual o seu entendimento das seguintes palavras presentes nas questões:

a) Questão 1 – Dobro

b) Questão 2 – Um terço

c) Questão 4 – Perímetro O perimetro é a soma
de 4 lados

d) Questão 5 – Números consecutivos
é somar daqueles numeros que ñ se repete e quando
soma da aquele valor que se pede.

e) Questão 6 – Formula

f) Questão 7 – Dobrado

g) Questão 4 – Equação

h) Questão 7 – Progressão

ANEXO F: Exemplar das respostas do primeiro conjunto de problemas (alunos A6 e A10)

Problema 1:

$$\begin{array}{r|l} 42 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 14 \\ \cline{1-1} 12 & \\ -12 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

{ Somando 14 três vezes vai dar 42.

Problema 2:

$$\begin{array}{r|l} 415 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 138 \\ \cline{1-1} 11 & \\ -9 & \\ \cline{1-1} 25 & \\ -24 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

{ Primeira Prestação 138,00

$$\begin{array}{r} 138 \\ 138 \\ \hline 306 \end{array}$$

{ Segunda prestação 306,00

$$\begin{array}{r} 306 \\ +15 \\ \hline 321 \end{array}$$

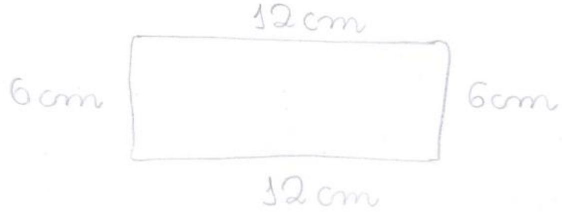
{ terceira 321,00

Problema 3: O candidato D pois ele teve 12 milhões de voto.

ANEXO G: Exemplar das respostas do segundo conjunto de problemas (alunos A1 e A5)

Respostas

01_ O comprimento do retângulo é 12 cm e a largura é 6 cm.



02_

Seu peso atual é de 100 kg.

03_ 12 ônibus no mínimo.

ANEXO H: Exemplar das respostas do terceiro conjunto de problemas (alunos A3 e A1)

8- letra 1, 458

9- O prejuizo foi de 100 reais porque ele teve
que devolver 100 reais com a nota verda
deira, e tambem teve 60 reais que era
o preço do sapato e o troco de 40 reais
totalizando o prejuizo foi de 200.

10 3,846.

ANEXO I: Exemplar das respostas do quarto conjunto de problemas (alunos A8 e A14)

1)
1 - 3
2 - 3,5
3 - 4
4 - 4,5
5 - 5
6 - 5,5
7 - 6
8 - 6,5
9 - 7
10 - 7,5
11 - 8
12 - 8,5
13 - 9
14 - 9,5
15 - 10

2)
a - $8+8=16$
b - $2 \cdot 8 = 16$
c - $4^2 = 16$
d - $2^4 = 16$
e - $5^2 - 3^2 = 16$
f - $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$
g - $26 - 10 = 16$

3)
$X + 5X + 3(5X) = 1050$
$x + 5x + 15x = 1050$
$21X = 1050$
$X = \frac{1050}{21}$
$X = 50$

ANEXO J: Exemplar das respostas do quinto conjunto de problemas (alunos A2 e A15)

Resposta

1) Ele deveria vender os 10 restantes dos abacaxis cada um por cinco pois já havia conseguido vender os 50 abacaxis 5 por 20,00 ele já havia arrecadado os 200,00 que vendendo os 10 restantes por 5,00 ele conseguiria arrecadar os 10,00 que estavam faltando. Pois se vendesse 5 por 20,00 ele perderia 1,00 de cada.

2) Letra e.

3) Cada vazo deveria obter 1° 2 cheios, 3 meios cheios e 2 vazios pois = 21

2° 2 cheios, 3 meios e 2 vazios = 21

3° 3 cheios, 1 meio e 3 vazios = 21

Pois 1° = cada copo cheio é = 1,0 e meio cheio = 3,5

vazio = 0,0