UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PPGECEM
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JOSÉ EDIVAM BRAZ SANTANA

O USO DA CALCULADORA CIENTÍFICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: INVESTIGANDO CONCEPÇÕES E EXPLORANDO POTENCIALIDADES

Campina Grande – PB
2015

JOSÉ EDIVAM BRAZ SANTANA

O USO DA CALCULADORA CIENTÍFICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: INVESTIGANDO CONCEPÇÕES E EXPLORANDO POTENCIALIDADES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) como requesito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande – PB

2015

S232u Santana, José Edivam Braz.
O uso da calculadora científica na resolução de problemas matemáticos nas aulas de matemática do ensino médio [manuscrito] : investigando concepções e explorando potencialidades / José Edivam Braz Santana. - 2015.
238 p. : il. color.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, 2015.
"Orientação: Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática".

1. Ensino de matemática. 2. Calculadora científica. 3. Problemas matemáticos. 4. Resolução de problemas. I. Título.

21. ed. CDD 510

JOSÉ EDIVAM BRAZ SANTANA

O USO DA CALCULADORA CIENTÍFICA E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: INVESTIGANDO CONCEPÇÕES E EXPLORANDO POSSIBILIDADES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM, do Centro e Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Banca Examinadora

Kátia Maria de Medeiros

Profª. Dra. Kátia Maria de Medeiros - Presidente (UEPB)

Profª. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis – Membro Interno (UFPB)

Profª. Dra. Ana Coelho Vieira Selva – Membro Externo (UFPE)

À minha esposa (Andreane), à minha mãe (Margarida), ao meu pai (Jorge, IN MEMORIAN), aos meus irmãos (Maria, Goretti, Joseane, Rafael e Cícero) e aos meus filhos (Leonardo, Guilherme e Camila).

Dedico

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, e acima de tudo e de todos, agradeço a Deus, pela força dada nos momentos difíceis e por não ter-me deixado desistir no percurso desta caminhada;
À Professora Dra. Kátia Maria de Medeiros, pela orientação, apoio e confiança em todos os momentos. Agradeço pela troca de experiências e pela aprendizagem que me proporcionou durante este tempo de convivência;
A todos os professores do mestrado, em especial àqueles com os quais paguei disciplinas: Dra. Kátia Medeiros, Dr. Rômulo Marinho, Dra. Filomena Moita, Dr. Silvanio de Andrade, Dra. Luciana Freitas, Dr. Lamartine Barbosa. A todos o meu “muito obrigado” pelas aprendizagens proporcionadas;
À professora Edjane Gomes, diretora do Colégio Normal Estadual de Afogados da Ingazeira, pelo apoio e disponibilidade com que sempre me recebeu naquela escola, para a concretização desta pesquisa;
À professora Paloma Leite e aos alunos do 3º Ensino Médio “E”, do Colégio Normal Estadual, por terem colaborado com esta pesquisa;
Aos colegas da Escola Municipal Professor Geraldo Cipriano dos Santos e do Colégio Normal Estadual, em especial àqueles que sempre me apoiaram e acreditaram no meu potencial;
À Faculdade de Formação de Professores de Afogados da Ingazeira – FAFOPAI, que me recebeu para o Estágio de Docência do Mestrado e que até hoje me tem como professor desta instituição. Obrigado pelo apoio e confiança no meu trabalho;
Aos colegas de curso, pelas trocas de experiências, momentos de estudo e discussões, pelos momentos de descontração na sala de estudos entre uma aula e outra. Muito obrigado a todos;
Aos amigos “de estrada”, Gilberto e André, pelo companheirismo, amizade e pelas experiências proporcionadas ao longo destes últimos dois anos. Não é à toa que fomos batizados de “Os três mosqueteiros”. Vocês são os irmãos que eu escolhi ter. Muito obrigado por tudo;
À minha mãe, Margarida, pela preocupação que sempre teve comigo;
Aos meus irmãos pelo companheirismo e respeito que me dedicam;
À minha esposa, Andreane, e aos meus filhos: Leonardo, Guilherme e Camila; pela paciência durante a realização deste sonho, pelos mementos de ausência, mesmo presente;

À toda a equipe do PPGECEM, em particular à secretária Karla Barboza e ao professor Silvanio de Andrade, coordenador do programa, pela paciência com que sempre me atenderam;

Aos colegas do Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, coordenado pela Professora Dra. Kátia Maria de Medeiros e desenvolvido no âmbito do Programa Observatório de Educação, da CAPES, pelas experiências compartilhadas;

À CAPES, pelo apoio financeiro para viagens a eventos científicos, através do Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, desenvolvido no âmbito do Programa Observatório de Educação, o que me proporcionou um crescimento significativo, como profissional e como pessoa;

Às professoras Cibelle de Assis e Ana Selva pelas contribuições na banca do Exame de Qualificação;

Enfim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho e concretização deste sonho.

Algumas pessoas gostam de dançar, outras não. Há quem vibre ao dirigir automóveis e quem sinta sono na direção. Como tudo na vida, há quem goste de Matemática e quem não a veja com bons olhos. Mas, para gostar de alguma coisa, é preciso conhecê-la. É preciso experimentá-la e ter a chance de sentir algum prazer nesse contato.

(Nilson José Machado, prefácio do Livro “Lógica? É lógico!”, 2008, p. 3)

RESUMO

SANTANA, J.E.B. **O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Potencialidades.** 2015. 238 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2015.

A presente pesquisa teve por objetivo explorar as concepções sobre o uso da calculadora científica e possibilidades deste uso no processo de resolução de problemas matemáticos. Foi realizada com alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino da cidade de Afogados da Ingazeira PE, no período de setembro/2014 a maio/2015. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, a qual se baseia, principalmente, na percepção e na compreensão humana e o próprio pesquisador é um instrumento ao observar ações e contextos. O estudo de caso é a metodologia de estudo adotada, pois permite retratar situações da vida real, sem prejuízo de sua complexidade e de sua dinâmica natural. Utilizamos como instrumentos de levantamento de dados a *observação participante, entrevistas* (semiestruturadas) com a professora regente da turma e com os alunos constituintes dos estudos de caso e *diário de bordo do investigador*. Iniciamos a pesquisa com a realização de um *Teste Diagnóstico*, para a escolha dos quatro alunos constituintes dos estudos de caso. Em seguida, foram realizadas entrevistas semiestruturadas, sendo uma com a professora da turma, objetivando identificar as suas *concepções* sobre o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio, bem como sobre a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas e outra, com os mesmos objetivos, com os quatro alunos constituintes dos estudos de caso. Posteriormente, realizamos, com toda a turma, uma *Oficina*, para apresentação da calculadora científica. Subsequentemente, foram realizadas seis *sessões* de resolução de problemas, sendo as três primeiras sem o uso da calculadora científica, e as três seguintes, com a utilização desta ferramenta. Ao final das sessões de resolução de problemas, uma segunda entrevista foi realizada com os alunos constituintes dos estudos de caso, a fim de identificar até que ponto as concepções da professora da turma influencia as concepções dos alunos, bem como possíveis mudanças de concepções ocorridas no decorrer do processo. Os resultados apontam para uma não utilização da calculadora (nem mesmo a básica) na sala de aula, pela professora de Matemática da turma pesquisada. Os resultados apontam ainda para concepções de ensinar e aprender arraigadas a posturas tradicionais, não favorecendo a autonomia dos alunos nem o uso de tecnologias essenciais ao seu convívio em sociedade. Os alunos consideram que usar a calculadora faz com que desaprendam a fazer cálculos manuscritos, tornem-se dependentes da máquina, calculem mecanicamente. Outra preocupação, tanto dos alunos quanto da professora, é com relação ao fato de a calculadora não ser utilizada em ENEM e vestibulares. Entretanto, vale destacar que, atualmente, os concursos (como o ENEM) e vestibulares trazem situações que avaliam competências ligadas à argumentação, conceitos e propriedades e não especificamente ao cálculo. Assim, não é o fato do uso da calculadora, em si, que irá causar prejuízo aos alunos, mas a forma como esta será utilizada. Esperamos que este trabalho contribua para a discussão em torno do assunto e possa, dessa forma, também contribuir para uma melhoria da qualidade do ensino/aprendizagem da Matemática em nosso país.

Palavras-chave: Calculadora Científica. Resolução de Problemas. Ensino Médio. Interação.

ABSTRACT

SANTANA, J. E. B. **The Use of Scientific Calculator in Mathematics Problem Solving in Middle School Classes: Investigating Conceptions and Exploring Possibilities.** 2015. 238 f. Dissertation (Master) – State University of Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2015.

This research work aimed to explore the conceptions on the use of Scientific Calculator and possibilities of this use in the process of mathematical solving problem. Is was done with students of a Middle School 3º Year class of a state school in the city of Afogados of Ingazeira, PE, between 2014 September to 2015 May. This is a qualitative research, based on, mainly, in the human perception and comprehension and the researcher himself is an instrument to observe the actions and contexts. The case study is the adopted study methodology, as it allows to portrait situations of real life, without lack of complexity and of its natural dynamics. We use as instruments for collecting the data *participant observation, interviews* (semi structured) with the class teacher and with the students of the case study and *researcher notes*. We started our research work with a *Diagnostic Test*, for choosing four of the students of the case study. After that, semi structured interviews were carried out, as one with the teacher class, aiming to identify their *conceptions* on the use of Scientific Calculator in Middle Level Mathematics class, and the other, with the same aims, with the four students of the case study. After that, we have done, with all the class, a *Workshop*, for presentation of Scientific Calculator. We have done six *sessions* of problem solving, three with the use of Scientific Calculator and three with this tool. In the end of the sessions of the problem solving a second interview was done with the students of the case study, in a way of identifying if the class teacher's conceptions influences the students conceptions, as well as the possible change of conceptions during the process. The results show for a no use of calculator (even the basic one) in the classroom, by the Mathematics class teacher. The results also show for teaching and learning conceptions raised on traditional postures, not in order of students' autonomy neither the use of essential technologies during their living in society. The students consider that the use of calculator does they mislearning how to do written calculus, made them depend to the machine, that they to calculate in a mechanical way. Another worry, for the students and the class teacher, is related to the calculator not be used in the ENEM and university exams. However, it is worth to mention, that today the exams (like ENEM) and university exams bring situations to evaluate competencies linked to argumentation, concepts and proprieties and not specifically calculus. So, it is not the fact of the use of calculator, itself, that will disturb the students, but the way it will be used. We hope that this research work contributes for a discussion about the issue and it may, in this way, also contributes for a better quality of Mathematics teaching/learning in our country.

Keywords: Scientific Calculator. Problem Solving. Middle School. Interaction.

LISTA DE SIGLAS

CAN – Calculator-Aware Number (projeto sobre o uso da calculadora no Ensino Fundamental realizado no Reino Unido)

EUA – Estados Unidos da América

IGC – Índice de Gordura Corporal

IMC – Índice de Massa Corporal

MEC – Ministério da Educação

OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCN+ – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PISA – Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Avaliação de Alunos)

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SAEPE – Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Presenciamos, nos últimos anos, um avanço tecnológico muito grande nas mais diversas áreas. O computador, o celular, a calculadora, a TV, o DVD passaram a fazer parte do cotidiano de muitas pessoas e, é claro, estão presentes em, praticamente, todas as escolas do país. No entanto, este fato não significa que o desempenho escolar dos alunos tenha sofrido melhorias, principalmente na área das Ciências Exatas. A Matemática é uma das disciplinas que mais reprova e uma das mais rejeitadas pelos alunos, o que tem causado evasão e repetência nas escolas.

Sousa et al (2011, p. 28-29) ao discutirem sobre os principais dilemas do Ensino Médio brasileiro destacam matéria publicada na revista *Época* em 17 de agosto de 2009, denominada "*A escola que os jovens merecem*", que traz alguns destes dilemas: (i) ao final do 3º Ano, apenas 25% dos alunos demonstram domínio do conteúdo de Língua Portuguesa e *10%, de Matemática* (grifo nosso); (ii) entre os 10 milhões que têm entre 15 e 17 anos, só a metade está no Ensino Médio. A outra metade, cerca de 1,8 milhão de alunos, desistiu de estudar e 3,5 milhões continuam presos pelos obstáculos do Ensino Fundamental; (iii) o 1º Ano do Ensino Médio é o que apresenta o maior número de desistências (mais de 20%), por nele haver alunos com 15 anos que já têm autonomia para avaliar se querem enfrentar mais três anos de escola.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006), o processo de ensino e aprendizagem, historicamente construído, e mais presente nas salas de aula de Matemática, concebe o ensino como "transmissão de conhecimento", e a aprendizagem como "mera recepção de conteúdos", sendo esta uma visão tradicionalista, na qual "a aprendizagem é vista como um acúmulo de conhecimentos, e o ensino baseia-se essencialmente na "verbalização" do conhecimento, por parte do professor" (BRASIL, 2006, p. 80).

Esta é uma concepção de ensino e aprendizagem muito comum no campo educacional, por apresentar a vantagem de se atingir um grande número de alunos ao mesmo tempo, visto que toda atividade educativa fica sob a responsabilidade do professor, por outro lado, "demanda alunos bastante motivados e atentos à palavra do professor, o que não parece ser o caso para grande parte de nossos alunos, que estão imersos em uma sociedade que oferece uma gama de outras motivações" (idem).

Ainda segundo este documento, nesta concepção de ensino da Matemática, prevalece a sequência "definição/exemplos/exercícios", ou seja, para a introdução de um novo conceito o professor faz a sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos (tomados como padrão), aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores, quando da resolução de exercícios, estes últimos "bastante conhecidos como 'exercícios de fixação'" (BRASIL, 2006, p. 81).

Portanto, a escola precisa se atualizar e repensar estas concepções ainda arraigadas à forma tradicional de ensinar e aprender. Para D'Ambrósio (1986, p. 42): "A escola deve se antecipar ao que será o mundo de amanhã. É impossível conceber uma escola cuja finalidade maior seja dar continuidade ao passado. Nossa obrigação primordial é preparar gerações para o futuro". Desta forma, faz-se necessário atentarmos para o uso da tecnologia na sala de aula, porque fora dela, já está tomando o espaço de brinquedos pelas crianças e se firmando como artigo indispensável para os jovens e adultos.

Entretanto, ainda hoje, o uso de tecnologia na sala de aula, assusta muitos professores (OLIVEIRA, 1999; FEDALTO, 2006; GUINTHER, 2009), principalmente porque estes não se sentem preparados e nem motivados, devido ao fato de não possuírem a formação adequada para lidar com esses instrumentos em suas aulas. No entanto, o desenvolvimento das tecnologias ocorre de forma vertiginosa, exigindo uma atualização constante por parte dos professores, para que possam utilizar esses recursos como ferramentas na construção do conhecimento.

Vale salientar que não é a simples utilização de algum recurso tecnológico que tornará mais fácil algum conteúdo matemático ou tornará a aula mais atraente, ou ainda que fará com que os alunos aprendam mais. No entanto, o uso das tecnologias pode favorecer o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias ao convívio dos alunos, tanto na escola quanto na sociedade. No caso específico da calculadora, diversos estudos (SELVA & BORBA, 2010; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2003; ALBERGARIA & PONTE, 2008; LAUREANO & MEDEIROS, 2008; GUINTHER, 2009) têm apontado para a importância da sua utilização nas aulas de Matemática para o aprendizado de diversos conteúdos matemáticos.

De acordo com Guinther (2001, p. 2),

> [...] o uso sensato das calculadoras contribui para a formação de indivíduos aptos a intervirem numa sociedade em que a tecnologia ocupa um espaço cada vez maior, uma vez que nesse cenário ganham espaço indivíduos com formação para a diversidade, preparados para enfrentar problemas novos, com capacidade de simular, fazer relações complexas, articular variáveis, elaborar modelos, investigar, codificar e decodificar, se comunicar, tomar decisões, aprender por si.

O uso planejado e criativo da calculadora nas escolas pode potencializar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, favorecendo a busca e a percepção de regularidades e o desenvolvimento de estratégias para resolução de problemas.

Conforme Oliveira (1999, p. 124-125),

> O uso da calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode se utilizar para criar situações que levem a ele e seus alunos a refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências e de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade brasileira.

Esta "nova sociedade brasileira" requer indivíduos capacitados, atualizados e que acompanhem a evolução dos artefatos tecnológicos. As habilidades de cálculo, a memorização de fórmulas, têm sua importância e não devem ser extintas das aulas de Matemática, entretanto, a Matemática pode ser estudada e ensinada com o apoio de instrumentos como a calculadora e o computador, aproximando a Matemática escolar daquela vivenciada no cotidiano do aluno.

Portanto, cabe ao professor criar situações que instiguem os alunos a investigar, conjecturar, fazer estimativas, buscar alternativas para melhorar a situação do ensino da Matemática, que não pode ser vista apenas como uma disciplina descontextualizada, que venera a memorização de fórmulas, que não aguça o raciocínio dos alunos. O uso da calculadora em sala de aula permite criar situações em que os alunos desenvolvam estratégias de resolução de problemas, percepção dos conceitos matemáticos aplicados nas situações vivenciadas, desenvolvendo também a pesquisa, a discussão de resultados, ou seja, o uso da calculadora oferece inúmeras contribuições importantes para o ensino da Matemática.

De maneira particular, nessa pesquisa, defendemos o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio, para a resolução de problemas, por entender que esta pode propiciar, dentre outros, tempo para analisar a razoabilidade das respostas encontradas.

A calculadora científica é um tipo específico de calculadora que permite efetuar, para além das operações elementares, algumas operações matemáticas mais complexas, tendo também a capacidade de trabalhar com vários tipos de notação (frações, notação científica, notação de engenharia) e de fazer conversões de coordenadas (coordenadas cartesianas/polares). Entre as suas principais capacidades, encontra-se a de permitir gerar números aleatórios e efetuar arredondamentos, bem como a de calcular valores de funções trigonométricas (em graus, grados e radianos), de funções exponenciais e logarítmicas e de efetuar alguns cálculos ligados à teoria das probabilidades (arranjos, combinações) e à estatística (média, desvio-padrão).

Apesar de não ser muito usual no contexto cotidiano, este tipo de calculadora também não costuma ser utilizada em nossas escolas, especificamente nas turmas do ensino médio, onde poderiam ser bem aproveitadas face aos conteúdos propostos nesta etapa de ensino.

Sobre a “resolução de problemas”, Boavida et al (2008, p. 33), defendem que esta permite,

> aprender de uma forma ativa, ajuda os alunos a construírem conhecimento matemático novo e também testar os seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino. O professor deve selecionar problemas relacionados com tópicos de Matemática do programa, com o nível dos alunos e com os objetivos pretendidos e estabelecer o tipo de trabalho adequado – individual ou colaborativo – de modo a proporcionar-lhes confiança nas suas possibilidades.

Desta forma, a resolução de problemas deve ser tomada na sala de aula de Matemática como um “processo de importância crucial” (BOAVIDA et al, 2008), como “o coração da Matemática” (HALMOS, 1980 *apud* SCHOENFELD, 2013), “o motor” para a aprendizagem da Matemática (MEDEIROS, 2001).

Concordando com estas ideias, Bravo e Sanchez (2012, p. 40) asseguram que,

> a resolução de problemas matemáticos é uma fonte inesgotável de conhecimento matemático que, [...] deveria ser trabalhada em sala de aula fazendo os alunos protagonistas de seus acertos e erros. As situações problemas abertas fomentam no aluno o desenvolvimento de sua criatividade fazendo-o mais competente na sociedade atual.

De maneira análoga, os PCN+ (BRASIL, 2002b, p. 112), também defendem a resolução de problemas como peça central para o ensino de Matemática, justificando que:

> o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Portanto, a resolução de problemas é de fundamental importância no ensino e aprendizagem da Matemática por proporcionar ao aluno possibilidades de compreender a Matemática e, sobretudo, saber “aplicá-la” em situações do cotidiano. No entanto, para que possam motivar o aluno e despertar sua criatividade, curiosidade e capacidades de argumentação, as atividades propostas pelo professor não devem se caracterizar apenas como aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, mas devem favorecer ao aluno a elaboração de estratégias de resolução.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 40),

> a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

O modelo proposto por Polya (1995), para resolução de problemas, envolvendo as quatro heurísticas fundamentais: (i) compreender o problema, (ii) elaborar um plano, (c) executar o plano e, (d) rever a solução; pode ser simplificado, segundo Boavida et al (2008, p. 22) como: (i) ler e compreender o problema, (ii) fazer e executar um plano e (iii) verificar a resposta. Para as autoras, “grande parte dos alunos consegue descobrir os seus próprios processos de resolução. Assim, o professor, em vez de ensinar, prescritivamente, um conjunto de estratégias de resolução de problemas, pode propor-lhes várias tarefas que favoreçam o aparecimento dessas estratégias” (ibidem, p. 25). Deste modo, “a resolução de problemas não é um tópico específico a ser ensinado, mas um processo que deve permear toda a aprendizagem da Matemática” (ibidem, p. 26).

Neste trabalho, concebemos a aprendizagem, assim como Vygotsky, como uma construção social, a qual ocorre pela interação entre os alunos, entre alunos e professor e pela mediação do professor ou de colegas mais experientes. Desta forma, a escola, como o lugar onde ocorrem a apropriação e a sistematização do conhecimento, deve favorecer as interações entre os alunos e proporcionar a mediação necessária para a efetivação do processo de aprendizagem.

Neste contexto, um ambiente permeado pela interação e pela mediação favorece o desenvolvimento dos sentidos e significados e a posterior formação dos conceitos. Segundo Costa e Ferreira (2011), o significado se constrói em acordo com as situações vivenciadas e o sentido é, mutável, não tem a estabilidade de um significado, mudará sempre que mudarem os interlocutores, os eventos. Os conceitos podem ser tomados dos espontâneos (aqueles construídos no convívio social) e transformados, através das interações e mediações, em conceitos científicos (aqueles elaborados e aceitos historicamente). Portanto, espera-se que a escola possibilite ao aluno atribuir nova significação aos conceitos espontâneos, permitindo a sua inserção em um sistema conceitual abstrato, com diferentes graus de generalidade, ou seja, o conceito científico (MARTINS, 1997).

Desta maneira, para Vygotsky, a mediação em sala de aula atinge a sua plenitude quando o professor consegue "atingir" a "Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)" dos seus alunos. A Zona de Desenvolvimento Proximal representa a diferença entre a capacidade de resolver problemas por si próprios e a capacidade de resolvê-los com ajuda de outrem.

Para Vygotsky "é na ZDP que a interferência de outros indivíduos é a mais transformadora. Processos já consolidados, por um lado, não necessitam da ação externa para serem desencadeados; processos ainda nem iniciados, por outro lado, não se beneficiam de ação externa" (KOLL, 2010, p. 63). Segundo Koll (2010, p. 64),

> A implicação dessa concepção de Vygotsky para o ensino escolar é imediata. Se o aprendizado impulsiona o desenvolvimento, então a escola tem um papel essencial na construção do ser psicológico adulto dos indivíduos que vivem em sociedades escolarizadas. Mas o desempenho desse papel só se dará adequadamente quando, conhecendo o nível de desenvolvimento dos alunos, a escola dirigir o ensino não para etapas intelectuais já alcançadas, mas para estágios de desenvolvimento ainda não incorporados pelos alunos, funcionando realmente como um motor de novas conquistas psicológicas.

Nesta perspectiva, a escola deve partir do desenvolvimento real do aluno e "agir" na ZDP através da interação entre os pares e da mediação adequada do professor, o qual "tem o papel explícito de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente" (idem).

Esta pesquisa apresenta um trabalho de investigação acerca do uso da calculadora científica nas aulas de Matemática, através da resolução de problemas, tendo Vygotsky por referencial teórico da aprendizagem, vista por este como um produto das várias interações sociais. Foi desenvolvida com alunos do Ensino Médio de uma escola pública estadual do município de Afogados da Ingazeira-PE, buscando responder à seguinte questão norteadora: *Como o uso da calculadora científica pode auxiliar os alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio em relação à resolução de problemas matemáticos em sala de aula?*

Consideramos que a calculadora científica é um recurso que pode ser amplamente utilizado nesta etapa de ensino, por acreditarmos que os alunos já têm domínio sobre as estratégias elementares de cálculo com lápis e papel. Conforme já mencionado, este tipo de calculadora permite efetuar algumas operações matemáticas mais complexas, como o cálculo dos valores de funções trigonométricas (em graus, grados e radianos), de funções exponenciais e logarítmicas. Por isso, tivemos por hipóteses que:

- A calculadora liberta os alunos de cálculos morosos e enfadonhos, liberando mais tempo para análise e interpretação dos resultados obtidos;
- A calculadora pode favorecer o desenvolvimento da capacidade de investigar ideias matemáticas através da elaboração de estratégias;
- A resolução de problemas pode ser potencializada com esta ferramenta, proporcionando aos alunos o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação de processos.

Diante destas hipóteses, temos por objetivos:

Geral

- Explorar as concepções sobre o uso da calculadora científica e possiblidades deste uso no processo de resolução de problemas matemáticos com alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Afogados da Ingazeira – PE.

Específicos

- Identificar as concepções dos alunos sobre o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática;
- Identificar as as concepções da professora da turma sobre o uso da calculadora em sala de aula e investigar se estas influenciam as concepções manifestadas pelos alunos;
- Investigar como os alunos modificam suas estratégias de resolução de problemas quando passam a utilizar a calculadora científica como ferramenta pedagógica de apoio.

Pensamos ser importante desenvolver este trabalho, porque percebemos a presença deste instrumento cada vez mais frequente no nosso dia a dia e, consequentemente, no dia a dia de nossos alunos. É fato também que, corriqueiramente, nos deparamos com situações que exigem o desenvolvimento de capacidades e habilidades concernentes ao uso dos instrumentos tecnológicos, como a calculadora, por exemplo, para resolvermos problemas do cotidiano.

Para o professor de Matemática é sempre um desafio trabalhar com a calculadora em sala de aula, ficando sempre uma interrogação: usar ou não usar? Alguns se deixam levar pelo tradicionalismo, que impõe que as aulas de Matemática devem ser permeadas por muito cálculo e trabalheira ou pela opinião de alguns colegas com esta linha de pensamento. Outros se preocupam com a aprendizagem do aluno, pensando que se este usar a calculadora se viciará e não desenvolverá seu raciocínio nem aptidões ao cálculo. Entretanto, "a calculadora não embota o raciocínio do aluno – todas as pesquisas feitas sobre aprendizagem demonstram isso" (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 56).

O uso da calculadora sempre me chamou a atenção e, assim como tantos outros professores, em muitos momentos, fiquei na dúvida se deveria utilizá-la ou não. Ao iniciar minha vida profissional como docente, ainda muito jovem, com 20 anos apenas, não via nenhuma possibilidade de usá-la nas minhas aulas, talvez por despreparo, ou como já mencionado, por me deixar levar pela opinião de outros professores mais experientes, que "abominavam" seu uso.

Com o passar dos anos, adquirindo maior experiência, comecei a observar que alguns conteúdos propunham atividades que exageravam nos cálculos e que, muitas vezes, os alunos passavam aulas e aulas para resolvê-las. Sempre gostei de lecionar no Ensino Médio, e foi nesta etapa da Educação Básica, que comecei a analisar a importância do uso da calculadora nas aulas de Matemática, percebendo que a mesma poderia ser uma grande aliada na resolução de atividades que envolvessem muito cálculo, de modo que o tempo pudesse ser melhor aproveitado para resolver mais atividades e para analisar os resultados encontrados.

Defendo ser absolutamente necessário que, ao final da 1ª etapa do Ensino Fundamental, o aluno conheça a tabuada (não por memorização, mas por compreensão) e saiba operar manualmente com as quatro operações fundamentais com números inteiros, com frações ordinárias e com frações decimais. Como trabalho com o Ensino Médio, para quem esta pesquisa se destina, particularmente, acredito que os alunos já tenham adquirido estas habilidades. Portanto, não me oponho ao uso de calculadoras, desde que sejam utilizadas de forma "consciente" pelos alunos, desempenhando sempre o papel de mediador da aprendizagem, não deixando que eles percam de vista a importância de outras estratégias de cálculo (como as estimativas e o cálculo mental, por exemplo).

Vale salientar ainda que "antes se desejava transmitir conhecimentos disciplinares padronizados, na forma de informações e procedimentos estanques; agora se deseja promover competências gerais, que articulem conhecimentos, sejam estes disciplinares ou não" (BRASIL, 2006, p. 11). Portanto, mesmo sendo um tema aparentemente antigo na área da Educação Matemática, ainda existem poucos estudos e pesquisas no Brasil referentes ao uso da calculadora científica nas aulas de Matemática.

Desta forma, este trabalho torna-se relevante para a comunidade de educadores matemáticos por retomar esta discussão, que, aparentemente, pouco tem chegado à sala de aula, contribuindo com um referencial teórico para futuras discussões e ainda incentivar o professor que, por algum motivo, não promova o uso da calculadora (particularmente da científica) na sala de aula de Matemática do Ensino Médio. A reflexão aqui proposta sobre as concepções dos professores e sua formação que, conforme visto, influenciam a postura do professor em sala de aula, também pode ser considerada mais uma contribuição relevante para a comunidade científica.

Assim, espera-se que este trabalho contribua para a discussão em torno do assunto e possa, dessa forma, também contribuir para uma melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática em nosso país, desmitificando algumas concepções ainda arraigadas às formas tradicionais de ensinar e aprender, nas quais o uso da calculadora não é permitido nas aulas de Matemática.

CAPÍTULO 1

O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Neste capítulo discutiremos um pouco sobre o professor que ensina Matemática, suas concepções e crenças, e o papel da Didática da Matemática neste contexto. Trataremos aqui de aspectos relevantes da formação (inicial e continuada) do professor e do papel e influência das suas concepções no processo de ensino e aprendizagem.

1.1. Reflexões Sobre o Papel do Professor e suas Concepções

Quase todas, senão todas, as ações que realizamos em sala de aula são frutos daquilo em que acreditamos e defendemos como correto, ou seja, estas ações são determinadas (PONTE, 1994b) pelas nossas crenças e concepções, assim, conforme referido em Ponte (1992, p. 10), “existe uma relação interativa entre as concepções e as práticas”. Portanto, cada um de nós, professores, temos nossas concepções sobre a Matemática, sobre o ensino, sobre a aprendizagem, sobre a avaliação, sobre a ciência. Tais concepções, “mesmo que nem sempre conscientemente assumidas (porque implícitas), deverão, certamente, interferir no modo de ser, de estar e de atuar do professor” (TEIXEIRA, 2004, p. 09).

O estudo de Lederman e Zeidler (1987 *apud* Teixeira 2004) traz resultados que não apoiam a assunção prevalecente de que o comportamento do professor na sala de aula é diretamente influenciado pela sua concepção acerca da natureza da ciência, entretanto, em sentido contrário e ainda que em âmbito mais geral, Abreu (1997 *apud* Teixeira 2004) defende que as concepções e epistemologias dos professores, espontâneas ou teoricamente elaboradas, se repercutem no modo como eles ensinam e nos modos como os alunos aprendem.

Os resultados contraditórios (por não dizer contrários) dos estudos citados não excluem seus méritos, devendo-se considerar as circunstâncias das pesquisas, os sujeitos envolvidos e outros condicionantes, embora tenhamos encontrado mais estudos que confirmem os resultados do último e tomarmos estes como referência para o nosso trabalho.

O termo "concepção" é entendido de formas diferenciadas no seio da comunidade de educadores matemáticos e de difícil definição (MENEZES, 1995). Como já referido por Teixeira (2004), as concepções são quase sempre implícitas, ou seja, “não podem ser reduzidas aos aspectos observáveis mais imediatos do comportamento e não se revelam facilmente – tanto para os outros quanto para nós mesmos" (PONTE, 1994a). Assim, neste trabalho, adotamos a definição de Ponte (1992, p. 01) considerando que as concepções,

> Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão.

Neste sentido "os vários estudos sobre conhecimento e prática mostram que as crenças e concepções são importantes para compreender o que os professores fazem e por que o fazem" (PONTE & CHAPMAN, 2006, p. 477). Assim, ao utilizar três classificações para o termo "Professor", em uma delas Ponte (1994b, p. 09) refere que "ele é um actor cujas crenças e concepções determinam a forma como desempenha as suas tarefas — nem sempre de modo muito concordante com a visão dos teóricos da educação nem com a vontade das autoridades educativas".

As concepções não se reduzem a aspectos do comportamento que podem ser observados e também não se revelam com facilidade. Elas se formam em um processo simultaneamente individual e social. Assim, a concepção de um indivíduo é formada tanto pelas experiências pessoais e pela sua história de vida como pela relação que se estabelece com as outras pessoas (PONTE, 1992).

Portanto, de forma consciente ou não, as concepções dos professores norteiam o seu trabalho pedagógico e influenciam as concepções do aluno acerca da ciência estudada. Muitas vezes estas concepções estão atreladas a crenças e valores que norteiam a vida social dos professores, orientando-os à ação. "Concepções são, portanto, suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras" (GARNICA, 2008, p. 499).

Ponte (1994a) apresenta uma distinção entre *conhecimentos, crenças* e *concepções* em seu estudo sobre concepções e práticas dos professores sobre resolução de problemas matemáticos. O autor refere-se a "*conhecimento"* como uma ampla rede de conceitos, imagens, e capacidades inteligentes, possuídos pelos seres humanos. As c*renças,* ainda segundo ele, são incontestáveis "verdades" pessoais detidas por todos, decorrentes da experiência ou da fantasia, tendo uma forte componente afetiva e crítica; e, as *concepções* são os quadros de organização de conceitos subjacentes, tendo essencialmente uma natureza cognitiva, sendo as crenças e concepções parte do conhecimento.

No campo da Matemática, as concepções se fazem presentes não apenas no cotidiano do professor, mas também dos alunos e de outras pessoas, que, mesmo não estudando Matemática, consideram-na: (i) uma disciplina extremamente difícil, que lida com objetos e teorias fortemente abstratas, quase sempre incompreensíveis; (ii) uma disciplina que privilegia aspectos mecânicos, inevitavelmente associados ao cálculo e, (iii) uma ciência para poucos, apenas para aquelas "pessoas com o seu quê de especial" (PONTE, 1994a).

Os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem dos alunos e a condução deste processo os coloca num ponto importante, tornando-os capazes de influenciar as suas concepções. Desta forma, cabe ao professor nortear o processo de ensino e aprendizagem proporcionando aos alunos a possibilidade de modificação da forma como eles próprios veem a Matemática e o modo como se aprende Matemática. No entanto, esta não é uma tarefa fácil, porque o próprio professor resiste em modificar suas concepções.

Ponte (1992) salienta que o estudo das concepções dos professores tem de se apoiar necessariamente num quadro teórico inerente à natureza do conhecimento, que pode ser dividido em três grandes escolas de pensamento, quais sejam: (i) a *visão empirista,* segundo a qual o mundo exterior é a fonte do conhecimento, o qual vai se formando através da experiência; (ii) *a visão inatista,* que concebe o conhecimento através de estruturas geneticamente pré-programadas; e, (iii) *a visão construtivista,* que considera que os aspectos fundamentais do conhecimento não vêm pré-formados nos genes nem são diretamente adquiridos do mundo exterior, mas são antes construídos pelo próprio indivíduo.

Conforme já mencionado, quando falamos em concepções dos professores, um dos aspectos importantes que devemos considerar diz respeito à relação entre concepções e práticas, que pode apresentar outras questões (e talvez mais importantes), conforme referido em Ponte (1992) do que o simples problema da sua <u>consistência</u> ou <u>inconsistência</u> (grifo nosso). Neste sentido, cabe analisar se "aquilo que o professor diz, aquilo que ele pensa, condiz com aquilo que ele faz". Assim, ao referirmos sobre nossas concepções pedagógicas devemos refletir sobre até que ponto estas influenciam aspectos importantes da nossa sala de aula.

"As concepções manifestadas podem sofrer uma influência significativa do que no discurso social e profissional é tido como adequado, mas não serem (parcial ou integralmente) capazes de informar a prática" (PONTE, 1992, p. 25), o que pode ocorrer por uma variedade de fatores, como: (i) *falta de recursos materiais e organizativos*, (ii) *falta de recursos* *conceptuais* (não saber como vencer as dificuldades que a sua concretização suscita), ou ainda (iii) pelo *esforço exagerado que se antevê como necessário* (PONTE, 1992).

Uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos professores no tocante às concepções são as suas mudanças, que só são verificadas perante abalos muito fortes, geradores de grandes desequilíbrios (PONTE, 1992), o que pode ser proporcionado pela participação em programa de formação altamente motivador ou numa experiência com uma forte dinâmica de grupo, uma mudança de escola, de região, de país, de profissão (PONTE, 1992). Assim, conforme Teixeira (2004, p. 75),

> Uma das maiores dificuldades situar-se-á na mudança de concepções de ensino e aprendizagem e das exigências que esta comporta: desistir da hipótese de que o que é ensinado coincide com o que é aprendido, [pedir] mais tempo, [envolver] relações mais exigentes com os alunos e requerer do professor uma energia diferente daquela que é necessária para transmitir, simplesmente, o saber disciplinar.

Portanto, estudar as concepções dos professores ou dos alunos implica salientar os valores, as motivações, destes que são os atores fundamentais do processo educativo, salientando que, “mais do que organizativas ou tecnológicas, as mudanças que se perfilam são, sobretudo culturais, respeitantes aos seus grandes objetivos e valores” (PONTE, 1992, p. 34).

Referente às mudanças de concepções, Teixeira (2004) apresenta uma versão reformulada da sua dissertação de mestrado em Psicologia, na qual pressupunha que “a conduta dos docentes na aula afeta a conduta dos alunos na aula, o que, por sua vez, afeta o rendimento dos alunos”. Seu objetivo principal foi o de identificar as concepções que os professores mostram perfilhar, mesmo que elas permaneçam implícitas (não conscientemente assumidas) no seu pensamento psicopedagógico, com a pretensão de diagnosticar e analisar a adesão mais ou menos adequada/inadequada, por parte dos professores investigados.

Neste sentido, o autor investigou sobre as concepções em dois aspectos: (i) *concepções psicopedagógicas gerais* (acerca de processos e fatores de ordem pedagógica e psicológica que se consubstanciam nas atividades de ensinar, por parte dos professores, e de aprender, por parte dos alunos); e (ii) *concepções epistemológicas* (acerca da natureza da ciência, sua origem, evolução e uso da sua história no ensino).

Na sua investigação, Teixeira (2004), discute a temática das concepções implícitas acerca do ensino, da aprendizagem e da ciência, tendo sido desenvolvida com um grupo de 165 professores portugueses do ensino secundário, das áreas de docência de Biologia, Filosofia e Físico-Químicas. O autor considera a existência de duas formas de atuação docente, quais sejam: *tradicionais* e *cognitivo-construtivistas*, acreditando ser as mudanças de concepções uma questão essencial, porque a alteração de práticas tradicionais do ensino e da aprendizagem passa pela identificação das concepções que lhe subjazem para, partindo delas, se provocar a mudança conceptual e a consequente mudança de práticas.

Neste sentido, o autor caracteriza as *concepções tradicionais* como aquelas que implicam estratégias de ensino de pendor transmissivo e elementarista, uma visão fixista do conhecimento e uma noção de passividade do sujeito. Enquanto que as *concepções cognitivo-construtivistas* implicam estratégias de ensino interativas, globais, e defendem uma visão dinâmica, desenvolvimentista e relacional do conhecimento e do sujeito-pessoa.

Nesta obra, o autor apresenta a definição de "concepções" segundo diversos autores portugueses os quais preferem o termo "concepções" para se referirem à "síntese pessoal de conhecimentos (teorias) e de crenças, síntese adotada de forma implícita, relativamente inconsciente e dificilmente verbalizável de modo espontâneo, mas que funciona como o quadro compartilhado por grandes grupos de sujeitos, a partir do qual interpretam o seu contexto profissional e sobre o qual decidem e agem". Assim, presume que os professores "transportam e usam" *concepções pedagógicas* e *epistemológicas*, de gênese e índole diversas, pelas quais interpretam, explicam e avaliam a sua atividade, devendo-se questionar como se formam [as concepções], que funções exercem e de que modo se transformam (TEIXEIRA, 2004).

Teixeira (2004) também deixa clara a escassez de estudos sobre as concepções implícitas acerca da natureza do ensino e da aprendizagem, ao contrário das concepções acerca da ciência, nas suas múltiplas dimensões (natureza, métodos, história e processo de desenvolvimento, atitude científica e atitudes para a ciência) e em diversas variáveis (cientistas, leigos, professores, alunos, produção científica, ensino e aprendizagem da ciência, especificidade de áreas científicas) onde têm sido elaborados inúmeros estudos. Entretanto, mesmo assim, alguns desses estudos mostram que, independentemente de formação acadêmica e da experiência docente, os professores detêm concepções inadequadas de ciência, as quais recaem em implicações inadequadas sobre suas práticas didático-pedagógicas.

Assim, a investigação de Teixeira (2004) sobre as concepções pedagógicas dos professores e suas implicações nos processos educativos escolares é justificada por este autor, pelo fato de ele acreditar que "aquilo que pensamos condiciona e orienta aquilo que fazemos" e que, segundo ele, o primeiro passo para uma mudança consistente das práticas dos professores é fazê-los tomar consciência daquilo que eles pensam, para que eles possam, conscientemente, reformar as suas concepções e práticas.

Desta forma, o autor considera importante a realização do estudo empírico em discussão, acerca das concepções dos professores, de modo a possibilitar a exploração de vias que apontem para a compreensão, eventual intervenção e consequente renovação dos processos pedagógicos. Portanto, torna-se importante a identificação e compreensão das concepções implícitas dominantes, a partir das representações cognitivas que os professores têm delas e das suas práticas.

Surpreendentemente, o estudo mostra, contrariando a hipótese do autor, que nas concepções de ordem psicopedagógica os professores participantes da amostra não manifestaram, em média, uma maior tendência para valorizar as ideias e crenças de pendor tradicional, conforme pressupunha.

Quanto às concepções epistemológicas, o resultado também foi contrário à hipótese do autor, mostrando que os professores investigados tendem a endossar, em maior grau, uma valorização superior a posições construtivistas, admitindo-se que o índice de adesão a concepções epistemológicas de caráter tradicional não é significativamente superior ao grau de adesão a concepções construtivistas.

As conclusões desta investigação (TEIXEIRA, 2004), de que prevalecem as concepções de pendor construtivistas sobre as tradicionalistas, levam a pensar que as estratégias de ensino adotadas na prática pedagógica estão estreitamente dependentes das concepções psicopedagógicas e epistemológicas dos professores, quer porque ligam com a representação do papel do professor e do aluno, quer porque influenciam os objetivos instrucionais e o processo de avaliação implementados.

Para concluir nossas discussões sobre "concepções dos professores", é relevante mencionar o trabalho de Roseira (2010) o qual utiliza o termo concepção como uma "filosofia particular do professor de Matemática", englobando suas crenças, expectativas, perspectivas, pontos de vista, visões, entre outras. Para este autor, lidar com as concepções dos professores acerca da Matemática e do seu ensino, trata-se de lidar com a forma como cada professor "concebe, entende, representa, imagina, aceita e explica; trata-se dos pressupostos que estão implícitos nas maneiras que cada um tem para se referir à Matemática e seu ensino" (ROSEIRA, 2010, p. 75).

Quanto às relações entre concepções e práticas, Roseira (2010) defende a ideia de que não há influência de uma sobre a outra, mas que estas influências são de natureza dialética, ou seja, "como elementos em constantes relações, impossíveis de serem entendidos com base numa racionalidade fragmentada e simplificadora" (ROSEIRA, 2010, p.81).

De acordo com Roseira (2010), do ponto de vista pedagógico, alguns enfoques podem ser destacados no intuito de explicar as concepções dos professores acerca do ensino da Matemática, dentre os quais cita: (i) a ideia de que *"aprender é lembrar"*, onde o aluno teria que buscar na sua memória os conteúdos "absorvidos e retidos" para utilizá-los quando colocado em situações que assim o requeiram; (ii) a ideia de que *"aprender é mudar de comportamento",* ideia baseada no behaviorismo[1], visando a modificação dos alunos em direções pré-definidas e controladas; (iii) a ideia de que *"aprender é processar informações",* defendendo que, a partir de determinado estágio do desenvolvimento, o aluno "pode assimilar conhecimentos, uma vez que estes apresentam uma natureza lógica e racional" (ROSEIRA, 2010, p. 87) e (iv) a ideia de que *"aprender é interagir",* baseada na visão sócio-histórica de Vygotsky, "esta concepção amplia as perspectivas construtivistas e cognitivistas, defendendo que a aprendizagem se dá como resultado de relações estabelecidas entre o aluno e demais sujeitos, condicionados pelas circunstâncias colocadas pelo meio em que vive" (idem).

O ponto de vista deste autor concorda, em muitos aspectos, com aqueles defendidos por Ponte (1992) e Teixeira (2004), embora seja um trabalho mais específico e voltado para a Educação Matemática.

Sobre as concepções dos professores de Matemática, relativamente ao uso da calculadora em sala de aula, discutiremos no Capítulo 2, desta Dissertação, apresentando alguns dos principais estudos a que tive acesso e confrontando as ideias dos autores sobre este tema.

1.2. O Papel da Didática da Matemática e o Conhecimento dos Professores

Muito se tem discutido sobre os fins e objetivos da educação básica. Um dos preceitos dos documentos oficiais (BRASIL, 1996; 2002b; 2006) diz respeito à "educação com qualidade social" e a preparação do indivíduo para o exercício da cidadania. Quando pensamos em Matemática, esse preceito fica quase que totalmente inalcançável, tamanha descontextualização com que esta disciplina é trabalhada, gerando evasão e repetência. Desta forma, os governos (municipais, estaduais e federal) têm envidado esforços no quesito "formação do professor" para tentar amenizar esta realidade tão preocupante na nossa educação brasileira.

---

[1] Ver "A Teoria Behaviorista de Skinner", in: MOREIRA, M.A. **Teorias da Aprendizagem.** 2. Ed. ampl. – São Paulo: EPU, 2011.

Santos e Lima (2010, p. 01) defendem a existência de três importantes requisitos no campo da formação matemática no Ensino Fundamental (e eu diria também no Ensino Médio) que favorecem o preceito anteriormente mencionado de “educação com qualidade social” para todos:

> *Relevância*: diz respeito aos elementos que compõem uma formação matemática que contribua para a plena inclusão de todos na vida social, em suas múltiplas dimensões; (ii) *Pertinência:* refere-se à compreensão da complexidade e da diversidade dos fenômenos educacionais para a conquista de uma efetiva formação matemática; e (iii) *Equidade*: trata do que é preciso fazer para, respeitadas as diferenças humanas e as especificidades dos contextos, oferecer a todos oportunidades iguais para usufruir do saber matemático, como um dos mais importantes bens culturalmente construídos pelo homem.

Defendo que estes requisitos devem também nortear o ensino da Matemática em nível Médio, pois, esta etapa final da Educação Básica, tem como finalidades (BRASIL, 1996, p. 24):

I. A consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
II. A preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
III. O aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
IV. A compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Desta forma, também nesta etapa, faz-se necessário trabalhar a Matemática de forma que os conhecimentos construídos pelos alunos sejam relevantes para eles, sejam pertinentes e, sobretudo, que seja respeitado o princípio da *equidade* proporcionando um ensino da Matemática em que a aprendizagem seja satisfatória, senão a todos, mas à maioria dos alunos.

Para a efetivação do preceito ora mencionado e garantia destes três requisitos faz-se necessário (re)pensar o papel do professor, com suas crenças, concepções, conhecimentos e o domínio da didática subjacente à sua prática docente.

Segundo Ponte (1999), os professores não podem exercer o seu papel com competência e qualidade sem uma formação adequada para lecionar as disciplinas ou saberes de que estão incumbidos. Desta forma, o autor defende que o professor, em sua formação, deve “adquirir” um conjunto básico de conhecimentos e capacidades que serão necessários à sua prática profissional, defendendo também a importância da formação em outras vertentes, como a formação didática.

Ainda segundo este autor, o conhecimento profissional do professor inclui uma parte fundamental que intervém diretamente na prática letiva, um conhecimento essencialmente orientado para a ação e que se desdobra por quatro grandes domínios:

> (1) *conhecimento dos conteúdos de ensino*, incluindo as suas inter-relações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; (2) *o conhecimento do currículo*, incluindo as grandes finalidades e objetivos e a sua articulação vertical e horizontal; (3) *o conhecimento do aluno*, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar; e (4) *o conhecimento do processo instrucional*, no que se refere à preparação, condição e avaliação da sua prática letiva. (PONTE, 1999, p. 03).

Desta forma, a formação deve ser concebida como um processo permanente, integrado ao dia-a-dia dos professores e das escolas, na qual a Didática da Matemática não pode ser vista como um repositório de receitas sobre os modos de transmitir conhecimento disciplinar, mas como um campo científico, onde se realizam trabalhos de investigação e de produção de novo conhecimento. Portanto, tanto na formação inicial como na formação continuada a Didática da Matemática pode constituir um conteúdo simultaneamente orientador e problematizador; e o trabalho de natureza investigativa encerra grandes possibilidades formativas (PONTE, 1999).

Assim, a Didática da Matemática dá a sua contribuição fornecendo orientações, mas não se apresenta fechada, com “certezas” ou “receitas”, fornecendo um quadro geral onde se “evidenciam diversas propostas abertas, cuja concretização precisa sempre de ser cuidadosamente estudada em função das condições concretas, para além de proporcionar um conjunto de ferramentas conceptuais para analisar o processo de ensino-aprendizagem” (PONTE, 1999, p. 13).

No tocante aos conhecimentos dos professores, Ponte e Chapman (2006) fazem uma análise de diversos estudos publicados ao longo de anos de discussão sobre professores de Matemática (em formação e já em serviço) e seus conhecimentos. O estudo apresenta conclusões sobre essas discussões em várias vertentes, como: *o conhecimento de conteúdo, o conhecimento pedagógico geral, o conhecimento curricular, o conhecimento pedagógico do conteúdo, o conhecimento dos alunos, o conhecimento da educação e seus contextos e* *conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais*, examinando-os sobre o ponto de vista dos conhecimentos dos professores e a sua prática docente.

Neste trabalho, os autores mostram os resultados de estudos, alguns focados em temas específicos da Matemática, como: funções, números racionais, álgebra, geometria, aritmética e outros, fazendo inferências gerais ao conhecimento do professor que não se restringe apenas em “saber coisas” (fatos, propriedades, em seguida, relacionamentos), mas também saber como identificar e resolver problemas profissionais, e, em termos mais gerais, saber como construir conhecimento, utilizando a Matemática para resolver problemas concretos do dia a dia.

Ainda segundo Ponte e Chapman (2006), existe um grande número de estudos abrangendo uma ampla gama de variáveis e construções, apontando também para a existência de uma tendência de olhar para os conhecimentos dos professores de Matemática, cada vez mais em conjunto com as suas práticas. No entanto, a pesquisa constata que poucos estudos articulavam outras inter-categorias e relações, em particular, entre o conhecimento dos professores de Matemática dos professores, ou seja, os autores questionam o conhecimento (não só os específicos, mas também os didáticos) do professor formador do futuro professor.

O estudo aponta ainda que, em relação às categorias “crenças/concepções e práticas docentes dos professores”, houve um crescimento de interesse por estes temas, pedindo novas e mais questões interessantes, usando quadros teóricos mais elaborados e recorrendo a metodologias mais diversificadas.

Enfim, o estudo mostra que o conhecimento de Matemática dos professores é geralmente problemático em termos do que os professores sabem, e como eles detêm esse conhecimento da Matemática, incluindo os conceitos fundamentais de escola e de currículo de Matemática. Eles nem sempre possuem uma profunda, larga e ampla compreensão dos conteúdos que devem ensinar.

Passos et al (2006) apresenta uma meta-análise de estudos brasileiros que investigam a formação e o desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática. Tomando-se como corpus de análise deste estudo um conjunto de onze pesquisas brasileiras entre teses e dissertações concluídas no período de 1998 a 2003, este trabalho buscou, por contraste e inter-relacionamento, indícios de práticas que promovam o desenvolvimento profissional em diferentes contextos e espaços formativos.

Segundo os autores, os estudos mostram que a reflexão sobre a prática pedagógica, especialmente sobre o próprio trabalho docente, ajuda o professor a “problematizar, compreender e transformar sua prática e (re)significar suas crenças, concepções e saberes.

Todavia, o potencial catalisador da reflexão pode ainda ser mais bem dimensionado se a reflexão passar a ser, também, uma prática coletiva e/ou investigativa e mediada pela escrita" (PASSOS et al, 2006, p. 213).

Este estudo também evidenciou que não apenas as práticas coletivas contribuem para o desenvolvimento profissional docente, mas que é possível ao professor, experienciar, em sua trajetória docente, situações que o faça refletir e adquirir novos saberes, seja dentro da própria instituição (num contexto de formação – um curso de graduação ou especialização, uma oficina pedagógica, a sala de aula), ou fora dela (em projetos de formação continuada, em projetos de inovação curricular e outros).

Assim, é coerente observar que existe uma forte relação entre concepções e práticas (PONTE, 1992). Portanto, a reflexão sobre a prática pedagógica implica a apreciação dessa prática sob o ponto de vista do trabalho do professor, fato que perpassa pela sua formação inicial e continuada. Nesse sentido, Mercê e Ponte (2009, p. 26) defendem que,

> Mais do que propiciar ao professor informações relativamente a conceitos matemáticos, teorias sobre o ensino-aprendizagem ou até mesmo sobre estratégias e metodologias de ensino, é necessário fornecer-lhe meios para que, através da reflexão, possa alterar práticas, desenvolvendo uma actividade docente mais eficaz e mais congruente com as exigências actuais do ensino da Matemática.

Percebe-se, portanto, a existência de uma dificuldade em definir o que seria realmente o conhecimento do professor, qual o tipo de conhecimento do professor que o torna um melhor profissional e qual a importância desse tipo de conhecimento no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Desta forma, concordando com Ponte (1994a, p. 195) ratifico suas indagações: "o corpo de conhecimentos necessários ao ensino da Matemática é formado por conteúdos relativos à disciplina? relativos à pedagogia da disciplina? relativos aos alunos? ou de uma combinação de alguns deles?".

Conforme já previsto em Ponte (1994a), o corpo de conhecimentos necessários ao professor para uma boa prática docente requer a combinação de alguns destes tipos de conhecimento. É primordial ao professor, para o exercício da sua profissão, o domínio dos conteúdos relativos à disciplina que leciona, em nosso caso a Matemática, por outro lado, o domínio destes conteúdos não implica, necessariamente, em uma boa prática pedagógica. Sem o conhecimento da pedagogia da disciplina, metodologias de ensino adequadas à turma e às peculiaridades dos seus alunos, o professor também poderá não desenvolver um bom trabalho pedagógico.

Nesta perspectiva, temos o que Shulman (1986) classificou de conhecimento pedagógico do conteúdo, que, segundo este autor, caracteriza o domínio dos conteúdos específicos da disciplina e da didática subjacente ao "bom" ensino destes conteúdos no contexto escolar. Além do conhecimento pedagógico do conteúdo, defendemos, assim como Shulman (1986), a necessidade de que o professor detenha outros conhecimentos que são essenciais ao seu bom desempenho profissional: o *conhecimento pedagógico geral* (diz respeito aos princípios e estratégias de gestão da sala de aula); o *conhecimento dos alunos* (suas características peculiares e particulares); o *conhecimento dos contextos educativos* (como: forma de gestão, financiamento, comunidade e cultura); o *conhecimento dos fins educacionais*, propósitos e valores, e seus fundamentos filosóficos e históricos; o *conhecimento do conteúdo* (diz respeito ao conhecimento dos conteúdos específicos da matemática); o *conhecimento do currículo* (materiais e programas que norteiam a prática pedagógica dos professores).

Assim, cabe ao professor manter-se sempre atualizado, participando de momentos de formação continuada que favoreçam, sobretudo, momentos de reflexão sobre a prática, pois, conforme Ponte (1994a) a atividade profissional do professor pressupõe uma habilidade de articular pensamento e ação, isto é, "o conhecimento profissional é essencialmente saber em ação, com base tanto no conhecimento teórico e na experiência, como na reflexão sobre a experiência" (p. 204).

Portanto, a reflexão sobre a prática leva o professor de Matemática a repensar sobre sua própria prática, reelaborando saberes existentes, buscando uma articulação entre conhecimentos específicos e conhecimentos pedagógicos, de forma a favorecer o processo de ensino e aprendizagem. Vale salientar que, em geral, aspectos da formação do professor determinam as suas concepções sobre a Matemática e seu ensino e, desta forma, as suas concepções sobre o uso de tecnologias, como a calculadora, em sala de aula, aspecto sobre o qual discutiremos no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

A CALCULADORA NA SALA DE AULA

Neste capítulo apresentamos algumas considerações sobre o uso das tecnologias na educação, e, em particular, sobre o uso da calculadora na sala de aula de Matemática, trazendo uma breve discussão sobre os resultados de estudos e pesquisas realizadas sobre o tema.

2.1. A Calculadora nas Aulas de Matemática: Possibilidades e Desafios

Diversos estudos (MOCROSKY, 1997; OLIVEIRA, 1999; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2003; FEDALTO, 2006; ALBERGARIA & PONTE, 2008; MERCÊ, 2008; GUINTHER, 2009; RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010) têm tratado sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática e apontado para uma preocupação em comum (ainda que implícita): "*quando e como a calculadora poderá ser considerada um instrumento de construção do conhecimento*?".

Desta forma, o ensino da Matemática deve possibilitar ao aluno fazer o melhor uso da calculadora, incentivando-o a investigar propriedades, verificar possibilidades de manipulação, tomar decisões em contextos variados, tendo como efeito importante e decisivo o desenvolvimento de uma atitude de pesquisa e investigação.

De acordo com Rubio (2003, p. 37),

> A escola, então, precisa adaptar-se à vida atual, modernizar-se e contribuir para a inclusão de seus alunos na sociedade em que vivem, de modo a compreenderem-na e nela atuarem. As grandes linhas de desenvolvimento da escola têm de acompanhar as grandes linhas de desenvolvimento da sociedade, para não ficar marginalizada, distante dos acontecimentos e das mudanças sociais.

Estas mudanças sociais emergem na nossa sociedade atual, quase sempre, permeadas pela tecnologia, presente nos mais variados espaços, sendo a calculadora apenas um produto, poder-se-ia dizer, dos mais simples e acessíveis dessa tecnologia.

Nesse contexto, cabe à escola proporcionar aos alunos formas de ensino que favoreçam e oportunizem um aprendizado condizente com o momento atual da sociedade, deixando um pouco de lado a importância dada às habilidades de cálculo, à memorização de fórmulas e regras e passe a adotar uma postura que evidencie a formação de indivíduos pensantes e atuantes, que sejam capazes de responder criticamente aos desafios que surgem no dia a dia com o avanço das tecnologias, centrando a capacidade de calcular não à aplicação de algoritmos, mas a habilidade de manuseio de instrumentos para tal fim.

Concordando com D'Ambrósio (1986, p. 56): "Hoje, todo mundo deveria estar utilizando a calculadora, uma ferramenta importantíssima". Portanto, cabe ao professor criar situações que instiguem os alunos a investigar, conjecturar, fazer estimativas, buscar alternativas para melhorar a situação do ensino da Matemática, que não pode ser vista apenas como uma ciência[2] descontextualizada, pautada na memorização de fórmulas e utilização de algoritmos, que não aguça o raciocínio dos alunos.

Segundo Boeri e Vione (2009, p. 11),

> A Matemática, hoje, não pode mais ser vista como uma ciência abstrata, mas sim como uma área com um papel bem definido, de formação de pensamentos e aquisição de atitudes, propiciando ao aluno o desenvolvimento de competências, habilidades e a capacidade de resolver problemas, investigar, analisar e enfrentar novas situações e desafios, ou seja, ser capaz de ter uma visão ampla da realidade.

Entretanto, a simples introdução de uma tecnologia em sala de aula não fará com que o rendimento dos alunos melhore, e de nada adianta a inserção de uma tecnologia se ela não for de forma planejada e não estiver adequada à realidade de cada turma, sendo indispensável também investir na formação dos professores que são os reais responsáveis pela implementação de mudanças no processo de ensino e aprendizagem.

O uso da calculadora em sala de aula permite criar situações onde os alunos desenvolvam estratégias de resolução, interpretação de resultados, percepção dos conceitos matemáticos aplicados nas situações vivenciadas, desenvolvendo também a pesquisa, a discussão de resultados, ou seja, o uso da calculadora oferece inúmeras contribuições importantes para o ensino da Matemática.

No entanto, ainda existe um certo receio por parte de alguns professores de Matemática quanto ao uso da calculadora em sala de aula, sob a justificativa de que os alunos podem ficar dependentes desta ferramenta, que haja acomodação mental, inibição da aprendizagem, além do mais (segundo estes professores); as calculadoras não são usadas em concursos e vestibulares.

Sobre a calculadora "pensar" pelos alunos, Selva e Borba (2010, p. 46) defendem,

> É importante ressaltar que a calculadora não resolve por si só o problema, ela não determina a operação, nem como a mesma deve ser digitada no teclado e, nem também, interpreta o resultado obtido. Todas essas tarefas

[2] A Matemática deve ser compreendida como uma ciência com características próprias (BRASIL, 2002b; 2006).

> devem ser realizadas pelo aluno, que é o ser pensante na aprendizagem. Então, atribuir o papel de pensar à calculadora nos parece, na verdade, um grande equívoco.

Sobre o fato de esta não ser utilizada em vestibulares, as mesmas autoras salientam que esta postura "parece bastante frágil na medida em que implica em uma subordinação de práticas pedagógicas aos exames vestibulares. Na verdade, os exames vestibulares é que deveriam ser repensados de modo a refletir as necessidades do mundo atual" (SELVA & BORBA, 2010, p. 48).

Conforme Mocrosky (1997, p. 07) "Os instrumentos tecnológicos não substituem o pensar e a atividade humana; assim, imaginar que a calculadora afasta o aluno do cálculo não seria, comparativamente, imaginar que um processador de texto afastaria seu usuário dos conhecimentos de redação?".

Vale salientar que, atualmente, os concursos e vestibulares trazem situações que avaliam competências ligadas à argumentação, conceitos e propriedades e não especificamente ao cálculo. Assim, faz-se necessário que os professores percebam que não é o fato do uso da calculadora em si que irá causar prejuízo aos alunos, mas a forma como esta será utilizada.

Portanto, é necessário que os alunos aprendam a usá-la de forma consciente, analisando os resultados que a calculadora vai fornecendo, fomentando o registro dos passos intermediários do desenvolvimento das estratégias, para que possam analisar possíveis alterações a serem feitas em seus procedimentos de resolução.

Segundo as OCEM (BRASIL, 2006, p. 87), considerando a *Matemática para a Tecnologia*,

> deve-se pensar na formação que capacita para o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho bastante corriqueiros nos dias de hoje. No trabalho com calculadoras, é preciso saber informar, via teclado, as instruções de execução de operações e funções, e isso exige conhecimentos de Matemática.

Com as inovações, a tecnologia torna-se cada vez mais presente no cotidiano dos alunos, exigindo que as aulas de Matemática passem a ser vistas de forma diferente daquelas tradicionais, nas quais se dava muita ênfase aos mecanismos de cálculo ao invés de ressaltar seus significados.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p. 45) o cálculo escrito deve "conviver com outras modalidades de cálculo, como o cálculo mental, as estimativas e o cálculo produzido pelas calculadoras". Utilizar a calculadora em sala de aula para o desenvolvimento de atividades, além de colocar os alunos em contato com um recurso tecnológico simples, oferece um melhor aproveitamento do tempo, proporciona segurança nos cálculos, torna desafiador e menos cansativo o processo de resolução de problemas.

Quando se decide usar a calculadora em sala de aula, o professor opta por um caminho de ensinar Matemática que não está voltado para as habilidades de cálculo, mas sim para o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias ao desempenho dos alunos na escola e fora dela.

O National Council of Teachers of Mathematics, em sua Agenda de Ação para a década de 80 (NCTM, 1980), propunha um conjunto de recomendações para as próximas décadas, dentre elas a de que os programas de Matemática deveriam se beneficiar do poder das calculadoras e computadores em todos os níveis de ensino. Segundo este órgão, além de se familiarizarem com o papel dos computadores e calculadoras na sociedade, os alunos (ou pelo menos a maioria destes) devem obter um conhecimento prático de como usá-los, incluindo as formas como se comunicam com cada um destes instrumentos e a forma como os utilizam na resolução de problemas.

No caso particular da calculadora científica, esta pode possibilitar aos alunos e professor "explorar os conteúdos matemáticos, aproveitando as capacidades operatórias da calculadora e desenvolvendo atividades que exijam dos alunos a tomada de decisões, a elaboração de estratégias e a resolução de problemas mais complexos" (FEDALTO, 2006, p. 26). Assim, o uso deste tipo de calculadora exige do professor um planejamento mais criterioso das suas aulas, pois seu próprio manuseio pode gerar questões que podem ser discutidas e aproveitadas em sala de aula.

Em nossa pesquisa foram utilizadas cinquenta calculadoras científicas da marca "casio *fx*-82MS" disponíveis no laboratório de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, adquiridas com verba do Projeto "Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade" no âmbito do Programa Observatório da Educação da CAPES e emprestadas para o desenvolvimento desta pesquisa.

O uso da calculadora na sala de aula de Matemática é assunto que permeia diversas discussões, tanto no campo acadêmico quanto no cotidiano das pessoas. Pesquisadores, pais, professores, alunos, todos têm seus pontos de vista sobre este tema, ainda polêmico, mesmo existindo estudos e pesquisas datando da década de 70[3] que defendem tal uso.

[3] No Brasil, a utilização de calculadoras com as quatro operações já era discutida em 1977 por D'Ambrósio (SOUZA, 1996).

2.2. Outros Estudos sobre o Uso de Calculadoras na Sala de Aula: o que eles sugerem?

Para fundamentar nosso estudo, várias leituras foram realizadas (entretanto, sem a pretensão de esgotar o assunto), no intuito de melhor defender nosso ponto de vista, a partir da nossa questão norteadora e dos nossos objetivos de pesquisa, constatando aquilo que já imaginávamos: o uso da calculadora na sala de aula ainda divide opiniões.

Na revisão bibliográfica, diversos aspectos sobre o uso da calculadora foram observados, como: *concepções dos professores sobre o uso da calculadora, o uso da calculadora nos livros didáticos, o uso da calculadora nos anos iniciais e nos anos finais do Ensino Fundamental, o uso da calculadora no Ensino Médio* e outros. Nos parágrafos seguintes, discutiremos sobre estes estudos e pesquisas e suas principais conclusões.

Em Portugal, Mercê (2008), apresenta os resultados de sua pesquisa de mestrado realizada com professores do Programa de Formação Contínua em Matemática, para Professores do 1º e 2º Ciclos[4], desenvolvida no período de setembro/2008 a junho/2009, dando atenção à forma como a formação pode estimular a reflexão sobre a prática.

Enquadrando-se no paradigma interpretativo[5], o estudo abordou as concepções e práticas profissionais sobre o uso das calculadoras e a importância da formação continuada no processo de "mudanças" ou na "perpetuação" dessas concepções.

No levantamento dos dados foram utilizados diferentes tipos de instrumentos, como: *observação participante*, *observação não participante* e *entrevistas*, tendo sido realizado com 25 professores do distrito de Santarém (Portugal), dos quais três professoras foram escolhidas para o estudo de caso, por apresentarem diferentes posturas face à utilização da calculadora no processo de ensino-aprendizagem (uma favorável, uma intermediária e outra desfavorável).

No que se refere às Concepções sobre o uso da calculadora, a pesquisa mostra que as professoras estudadas possuem concepções diferentes relativamente ao uso da calculadora na sala de aula, sendo que, duas manifestam-se favoráveis embora uma delas admita que deva haver cuidado na sua utilização (a outra não impõe restrições); e a terceira não é favorável em relação à utilização da calculadora, admitindo que esta pode ser usada em situações muito

---

[4] O sistema de ensino português se divide em Ensino Básico, compreendendo três ciclos (*1º Ciclo:* 1º, 2º, 3º e 4º Anos; *2º Ciclo:* 5º e 6º Anos; *3º Ciclo:* 7º, 8º e 9º Anos) e Ensino Secundário, constituído pelos 10º, 11º e 12º anos (correspondentes ao ensino médio brasileiro).

[5] A autora justifica tal paradigma citando Patton (1987), segundo o qual "a preocupação principal é compreender a forma como os participantes percepcionam a situação".

pontuais, mas não lhe reconhece grandes potencialidades neste nível de ensino (1º e 2º Ciclos da educação básica portuguesa).

Para a autora, a formação inicial e contínua pode ter influência positiva nas concepções dos professores face à utilização da calculadora. No entanto, é necessário haver uma mudança sustentada de práticas na utilização das tecnologias, o que requer recursos específicos e um trabalho continuado de apoio aos professores na formação inicial e na formação continuada.

A autora revela ainda a existência de uma cultura *anti-tecnologia*[6] entre professores de Matemática e algum desconhecimento das potencialidades da calculadora. Outro ponto destacado pela autora é a grande distância entre as orientações curriculares em vigor no país (Portugal) e algumas práticas profissionais na sala de aula, sugerindo que ainda há muito por fazer para que, de fato, haja uma mudança sustentada de práticas de utilização das tecnologias na sala de aula.

Neste mesmo país, Mosquito e Ponte (2008) discutem os resultados de um estudo exploratório sobre diversos aspectos das práticas letivas dos professores de Matemática do 3° Ciclo do ensino básico português, dando especial atenção à utilização da calculadora e do computador na sala de aula.

Os dados foram coletados junto a um conjunto de 42 professores de diferentes tipos de escolas da Grande Lisboa, através de um questionário que incluía questões de resposta fechada e aberta. O referido estudo também propunha uma comparação entre os seus resultados e os resultados dos estudos *Matemática 2001* (publicado em Portugal em 1998) e o estudo *Looking inside the classroom* (publicado nos EUA em 2003).

O estudo aponta que a calculadora é usada pela maioria dos professores nas suas aulas, essencialmente para a realização de cálculos, servindo também para realizar atividades de exploração e para o estudo de funções. Os resultados sugerem que é necessário continuar a colocar como prioridade a questão do uso das tecnologias pelos professores. “O modo como a calculadora é usada – com que objetivos, em que tarefas, com que cuidados – deve ser objeto de atenção [...]” (p.140).

Em comparação com os estudos *Matemática 2001*, os resultados sugerem que existe agora um maior uso da tecnologia do que há dez anos (comparação realizada entre 1998 e 2008).

[6] A autora utiliza este termo para designar aqueles professores com postura contrária ao uso da tecnologia na sala de aula.

Por sua vez, a comparação com o estudo *Looking inside the classroom* sugere que, deste nível de ensino, os professores norte-americanos usam mais a calculadora do que os portugueses, sem que haja muita diferença no que diz respeito ao uso do computador.

No Brasil, também os estudos de Mocrosky (1997), Oliveira (1999), Selva e Borba (2010) discutiram sobre as concepções dos professores referentes ao uso da calculadora.

O primeiro estudo em discussão, Mocrosky (1997), realizado com 22 professores das redes pública e particular dos ensinos Fundamental e Médio, sendo 14 da cidade de Ponta Grossa – PR e 08 da cidade de Rio Claro – SP, com o objetivo de conhecer o que os professores de Matemática pensam a respeito do uso da calculadora em sala de aula, mostrou que a maioria dos professores participantes aceita o uso da calculadora na aula de Matemática "desde que o professor e o aluno saibam utilizá-la e o conteúdo programático seja bem trabalhado antes de seu uso para que o aluno não fique dependente desse instrumento de cálculo e consiga resolver as operações básicas num momento em que não tenha acesso à calculadora" (p. 185).

Esse estudo, mesmo apontando algum avanço nas concepções dos professores quanto ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, ainda o faz de forma arraigada às formas tradicionais de ensinar e aprender, atrelando o uso da calculadora ao "domínio" dos conteúdos pelos alunos e apenas como um recurso auxiliar de cálculo.

O estudo de Oliveira (1999), cujo objetivo foi verificar qual a visão dos professores de Matemática sobre o uso de calculadora nas aulas de Matemática de Escolas do Estado do Paraná, evidenciou diferenças significativas, quanto à permissão do uso de calculadora nas aulas de Matemática, em relação às variáveis idade, período e graus em que os sujeitos pesquisados lecionavam.

Apesar de não poder, segundo o autor, estender suas conclusões para todo o Estado do Paraná, foi possível, a partir da análise de dados da pesquisa, sugerir alguns encaminhamentos aos professores, que se interessassem em assumir uma postura diferenciada no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no sentido de transformarem suas aulas em um espaço para auxiliar na construção da cidadania brasileira.

Para a realização da pesquisa foram utilizados questionários semiestruturados, sendo sujeitos da pesquisa um total 141 professores, pertencentes a 41 municípios de nove regiões geográficas, da Rede de Ensino do Estado do Paraná.

Em síntese, a pesquisa concluiu que, apesar de não existir diferença significativa entre o número de professores que utilizam e o número daqueles que não utilizam a calculadora nas aulas de Matemática, mais da metade dos sujeitos respondeu que não a utiliza em suas aulas de Matemática, sendo este resultado "um reflexo das concepções que os sujeitos têm em relação à Matemática em si e, por conseguinte, da maneira de ensiná-la e dos objetivos do seu ensino" (p. 105).

Selva e Borba (2010) discutem os resultados de um estudo realizado com 40 professores de 4º e 5º Anos do Ensino Fundamental, sendo 20 da rede pública e 20 da rede privada, através de entrevistas. As autoras constataram que os professores participantes praticamente não utilizavam a calculadora (apenas 03 da rede particular) apesar de reconhecerem sua importância na realização de cálculos, na verificação de resultados obtidos por outros meios e no desenvolvimento do raciocínio lógico.

Para os professores participantes, mesmo não utilizando a calculadora em suas aulas, (o que configura um paradoxo na pesquisa) alguns conteúdos (como: situações-problema envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas, números decimais, porcentagem, dentre outros) podem ser melhor aproveitados em sala de aula se esta for utilizada.

Os professores apontaram como maior dificuldade de uso da calculadora em sala de aula o acesso a esse recurso, para os da rede pública; e, a resistência dos pais e a diversidade de máquinas de calcular, seus manuseios diversificados e o não trazer o instrumento quando solicitado, para os da rede particular.

Para as autoras, o levantamento realizado reflete que "há um sentimento conflituoso dos professores em relação ao uso da calculadora" (p. 41). Ao mesmo tempo em que afirmam reconhecer a necessidade do uso dessa ferramenta e apontarem vantagens e desvantagens de sua utilização, os mesmos "não têm feito uso sistemático deste recurso em suas salas de aula". (idem)

Com metodologia e direcionamento diferenciados, sendo direcionada para a sala de aula, Pereira e Guerreiro (2008), ilustram os resultados de uma pesquisa realizada através de uma experiência numa sala de aula do 3º Ano do 1º Ciclo do ensino básico, numa instituição do ensino particular e cooperativo, em Olhão, Portugal, relativamente à utilização da calculadora básica em atividades numéricas.

O estudo teve por objetivo tentar perceber se os alunos do 1º Ciclo do ensino básico, após a utilização da calculadora em atividades matemáticas de sala de aula, se tornam dependentes desta e excessivamente preguiçosos para realizar cálculos mentais e utilizar os algoritmos das operações aritméticas fundamentais.

O estudo estruturou-se em três fases: uma *primeira fase* anterior à utilização da calculadora, na qual se coletaram dados relativos à utilização de estratégias aditivas, subtrativas e multiplicativas pelos alunos, no contexto da resolução de problemas; uma *segunda fase* com uma utilização sistemática da calculadora, na qual os alunos familiarizaram-se com ela e utilizaram-na na resolução de um conjunto de tarefas matemáticas envolvendo regularidades e cálculos morosos; e, uma *terceira fase* em que a utilização da calculadora dependeria da iniciativa dos alunos, sendo estes confrontados com algumas tarefas matemáticas, deixando ao seu livre arbítrio a utilização ou não da calculadora.

Os resultados mostraram que os alunos mantiveram as estratégias de cálculo e de resolução de problemas que possuíam após a utilização da calculadora, utilizando-a apenas como auxiliar de cálculo. Neste sentido, "os alunos valorizaram o pensamento matemático para além da obtenção numérica do valor de uma operação aritmética, reforçando a ideia de que a máquina de calcular, apesar de ser eficiente e exata, não substitui o pensamento matemático (p. 115)".

Albergaria e Ponte (2008) mostram o resultado de uma investigação cujo objetivo foi aprofundar o conhecimento acerca da escolha do processo de cálculo na resolução de tarefas diversas por alunos do 6º Ano de escolaridade e da sua relação com o desenvolvimento do sentido do número. Para conhecer a forma como os alunos usam os diferentes processos de cálculo na resolução de problemas e exercícios, os autores buscaram estudar as suas estratégias, particularmente a escolha de instrumento de cálculo em diversas situações. O interesse dos autores era perceber o que motivava os alunos a optar por um determinado processo de cálculo (como cálculos exatos e aproximados, utilizando calculadora ou algoritmos escritos e cálculo mental) e de que forma esta escolha se relacionava com a natureza da tarefa.

Durante a pesquisa, foi proposta a cada aluno a realização de um conjunto de tarefas, as quais poderiam ser resolvidas através de qualquer tipo de estratégia, desde que fossem explicadas as razões da escolha bem como o raciocínio utilizado. Estas tarefas abrangiam vários aspectos do eixo "Números e operações" e dividiam-se em dois grandes grupos: (i) tarefas contextualizadas em situações reais, em que se pretendia perceber de que forma o contexto do problema influenciava a escolha do processo de cálculo pelos alunos; e (ii) cálculos puramente matemáticos, em que se pretendia perceber se os alunos usavam estratégias semelhantes ou diferentes das usadas anteriormente, bem como se a ausência de contexto "real" influenciava a escolha do processo de cálculo.

O estudo mostrou que os alunos que privilegiaram o uso da calculadora na resolução das tarefas (contextualizadas ou não) "revelaram um sentido crítico apurado em relação aos resultados obtidos, operações utilizadas e adequação ao contexto" (p. 10). Foi também possível associar o uso da calculadora pelos alunos a outros aspectos significativos do sentido do número, como a compreensão do valor posicional no sistema de numeração decimal, a previsão e interpretação correta dos efeitos das operações nos números utilizados, a escolha da operação adequada a cada tarefa e a capacidade de confirmar os resultados através de uma operação diferente.

Segundo os autores, os alunos que privilegiaram o uso da calculadora (seja nas atividades contextualizadas ou não) centraram a sua atenção na tarefa, o que lhes permitiu estarem mais disponíveis para a concretização das suas estratégias, reduzindo assim os erros de cálculo e de interpretação.

Seguindo esta mesma linha de discussão, isto é, o uso da calculadora na sala de aula com alunos dos diversos níveis de ensino, Ruthven (2009), discorre sobre uma investigação realizada, com o uso da calculadora no Ensino Fundamental, no Reino Unido. Intitulado CAN (*Calculator-Aware Number*), o projeto trazia a proposta de um currículo não baseado no cálculo tradicional, mas primava pelo desenvolvimento das habilidades de cálculo mental, onde a calculadora poderia ser utilizada como material pedagógico de apoio, caso o aluno assim o desejasse.

O objetivo principal do estudo era integrar a calculadora no ensino da Matemática, através de uma abordagem dos números que valorizasse o cálculo mental aos algoritmos. Neste projeto, a calculadora sempre esteve disponível para os alunos usarem, sempre que sentissem necessidade, ou seja, quando não conseguissem desenvolver estratégias de cálculo mental, o que, segundo os resultados apresentados, não afetou suas capacidades de cálculo.

Desta forma, os alunos eram estimulados a usar a calculadora de forma crítica, auto regulando-se em função da tarefa apresentada, fato que poderia gerar mais trabalho para o professor, pois o mesmo precisaria planejar melhor suas propostas de atividades, bem como a condução dos trabalhos em sala de aula.

Através dessa abordagem investigativa, e não instrutiva, o autor e seus colaboradores constataram que, dada a ênfase no cálculo mental, os alunos passaram a ver a calculadora como um auxiliar de aprendizagem, sendo considerada um "catalisador da aprendizagem, propulsora da mudança de ênfase do cálculo escrito ao cálculo mental, e auxiliando a passagem de uma pedagogia da instrução para uma pedagogia da investigação" (p. 03-04).

Segundo o autor, uma avaliação a longo prazo, mostrou que cerca de 38% dos alunos que participaram do projeto CAN melhoraram suas estratégias de cálculo mental e conseguiram resolver com facilidade os problemas, sem necessidade de recorrer à calculadora ou ao papel, enquanto que, apenas 19% dos alunos que não participaram do projeto e tiveram um ensino centrado em métodos tradicionais de cálculo escrito, conseguiram desenvolver estas mesmas estratégias, mostrando também que houve uma utilização acrítica da calculadora.

Estudos brasileiros também discutem aspectos inerentes a este uso da calculadora por alunos dos diversos níveis de ensino. Rubio (2003) discute as possibilidades e os desafios encontrados para a introdução da calculadora, como recurso didático, nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental. Tratando-se de uma pesquisa participante, na modalidade de pesquisa-ação, realizada numa 4ª Série do Ensino Fundamental (atual 5º ano) na cidade de Pompéia – SP, a mesma mostra que a calculadora é um instrumento que pode, de imediato, auxiliar nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental.

O trabalho também mostrou a importância de se ter uma escola que considere os avanços tecnológicos, perpassando por aspectos organizacionais, de currículo, de formação (inicial e continuada) de professores.

A autora concluiu ainda que, “O uso da calculadora nas aulas de Matemática não se encerra em “fazer contas”, é necessário discutir e formular situações que favoreçam o uso da calculadora enquanto recurso didático para atividades que proporcionem ao aluno o debate, o pensar, a resolução de problemas, o raciocínio e o desafio” (p. 108).

Medeiros (2003) apresenta uma pesquisa realizada no ano 2000, em uma escola da rede pública estadual de Pernambuco, sobre a influência da calculadora na sala de aula de Matemática, quando são resolvidos problemas abertos[7]. O objetivo geral foi observar como as estratégias dos alunos se modificam quando eles passam a usar a calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. Os resultados mostraram que a calculadora pode servir para agilizar estratégias e potencializar o cálculo mental.

Fedalto (2006) em sua dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, cujo objetivo inicial, segundo o autor, e depois abandonado por ele, era o de verificar qual a concepção de Matemática do professor que permitia o uso de calculadora em sala de aula, discute sobre um “imprevisto futuro: a ausência das calculadoras nas aulas de Matemática, e a pouca discussão sobre esse fato pelos educadores matemáticos”.

O autor tinha a intenção de observar no próprio conteúdo da Matemática algumas diferenças entre aqueles que seriam “mais apropriados” ou “menos apropriados” ao uso da calculadora. Na verdade, com as observações realizadas, ele pôde constatar que a calculadora

---

[7] Os problemas abertos se caracterizam, entre outros aspectos, por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados e também possuem uma ou mais soluções. (MEDEIROS, 2003)

não era utilizada, mesmo pelos professores que se dispunham a participar de sua pesquisa, e permitiram que ele assistisse suas aulas para observar “o uso” da calculadora.

Segundo este autor, sua pesquisa permitiu apresentar à crítica a afirmação de que as calculadoras não são usadas nas aulas de matemática, e já nem se fala mais nelas. Ainda de acordo com o autor, “o futuro que fora previsto por alguns educadores não se concretizou, e com o surgimento de novas possibilidades dadas pela tecnologia, as calculadoras (ao menos os modelos mais simples) deixaram de ser objeto de preocupação dos estudiosos e pesquisadores” (p. 136).

Guinther (2009) discute os resultados de sua pesquisa que teve por objetivo investigar quais estratégias pedagógicas, considerando o uso da calculadora em sala de aula, podem tornar mais eficiente a percepção dos erros cometidos na manipulação de estruturas aditivas e multiplicativas entre alunos de um 7º Ano do Ensino fundamental de uma Escola Estadual na cidade de Osasco – SP.

A pesquisa contou com a utilização de dois jogos matemáticos: Maze e Hex da Multiplicação, realizados em duas horas/aula cada um, sendo a primeira sem o uso da calculadora. A análise das estratégias utilizadas, segundo o autor, permitiu perceber que a calculadora confere maior eficiência na percepção dos erros cometidos.

A análise dos dados coletados mostra ainda que a prática docente da Matemática ganhou “novos horizontes” (p. 159) com o auxílio da calculadora, proporcionando ao professor mais facilidade na sua tarefa de promover um ensino mais significativo da Matemática e para os alunos uma visão diferente do uso da calculadora em sala de aula.

Particularmente com enfoque na calculadora científica, Laureano e Medeiros (2008) apresentam uma experiência didática cujo problema de pesquisa buscou saber como os alunos iniciam o estudo do conceito de logaritmo através de uma situação-problema, com o uso da calculadora científica. A experiência didática foi desenvolvida em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, noturno, de uma escola pública estadual do município de Massaranduba – PB. As atividades foram desenvolvidas em duas sessões. Na primeira, buscou-se familiarizar os alunos com o uso da calculadora básica e, posteriormente, da calculadora científica, através de uma situação-problema, na qual esta foi um recurso importante para o início da compreensão do conceito de logaritmo. Os resultados mostraram que o estudo do conceito de logaritmo, com a utilização da calculadora científica, foi bem sucedido, pois agilizou os cálculos, permitindo que os alunos pudessem se concentrar em aspectos importantes do problema.

Alguns estudos brasileiros também focam o uso da calculadora no contexto do livro didático, tido muitas vezes, como o único recurso utilizado pelo professor de Matemática nas suas aulas. Desta forma, estes estudos buscam identificar se os livros didáticos brasileiros incentivam o uso desta ferramenta e de que forma o fazem. Dentre estes estudos destacamos os de Selva e Borba (2010); Borba e Selva (2013); Santana, Lima e Silva Filho (2014).

Selva e Borba (2010) defendem o uso da calculadora nas aulas de Matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, se estendendo por todas as etapas de escolaridade. Dentre os argumentos utilizados pelas autoras, pode-se citar a presença cada vez mais marcante da tecnologia na vida cotidiana dos alunos o que requer da escola uma preparação para que estes possam atuar com a calculadora dentro e fora da escola.

Segundo as autoras, o fato do uso ou não da calculadora nas aulas de Matemática em geral, pode ser atribuído, dentre outros, às concepções que os professores têm sobre a Matemática e seu ensino. Segundo elas, "novas concepções de ensinar e de aprender têm que ser apreendidas para que o(a) professor(a) possa utilizar a calculadora de modo eficiente em sua sala de aula". (p. 11)

Mencionando os avanços do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), Selva e Borba (2010) discutem os resultados de uma análise de 12 coleções de livros didáticos dos anos iniciais (de 1ª a 4ª série mais precisamente) aprovadas para o PNLD 2004.

Segundo as autoras, as coleções analisadas (algumas mais, outras menos) apresentaram atividades de exploração do teclado, atividades de exploração conceitual, resolução de problemas, realização de cálculos, verificação de resultados.

Os dados da análise apontaram que, considerando especificamente o uso da calculadora proposto nos livros didáticos analisados, "os resultados obtidos sugerem que ainda há um número reduzido de atividades envolvendo a calculadora em algumas coleções e que na maioria das coleções as atividades encontram-se mal distribuídas entre os volumes" (p. 93).

Para estas autoras, "embora as coleções aprovadas pelo PNLD 2004 já apresentem avanços em relação ao uso da calculadora, ainda se faz necessário que os manuais feitos para os professores estabeleçam uma maior articulação com as atividades sugeridas para os alunos" (p. 94).

De forma análoga, Borba e Selva (2013) no artigo intitulado "Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks" trazem os resultados de uma investigação realizada através da análise de 48 livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de observar se e como os principais manuais escolares aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) brasileiro consideram o uso de calculadoras.

No artigo, as autoras buscaram identificar se as coleções analisadas incluíam tarefas baseadas no uso de calculadoras, e se o que era proposto visava ajudar os alunos em seu desenvolvimento conceitual e, se sim, que tipos de atividades apresentavam estes livros didáticos. A análise também observou a forma como as tarefas eram distribuídas em cada volume e ao longo de coleções, que conteúdos matemáticos eram tratados nas tarefas com a utilização da calculadora, e quais as orientações fornecidas nos manuais do professor relacionadas com o uso de calculadoras.

Segundo as autoras, muitos livros recomendam o uso de calculadoras na sala de aula e sugerem atividades específicas. No guia do professor, apenas alguns dos livros analisados trazem informações sobre o uso da calculadora na sala de aula. Ainda segundo as autoras, muitas atividades têm sido propostas nos livros didáticos analisados com possibilidades distintas para a utilização da calculadora, como: aprender a usar as ferramentas, como realizar operações e confirmar os resultados, e como pensar sobre propriedades e relações matemáticas.

Contrastando com os resultados da pesquisa de Borba e Selva (2013), ainda que em outra etapa de ensino, a pesquisa de Santana, Lima e Silva Filho (2014) realizada a partir da análise de três coleções de Livros Didáticos do Ensino Médio, todas aprovadas pelo MEC para o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) 2009, verifica que das três coleções analisadas, em duas delas, apesar da ênfase dada no manual do professor no que se refere à importância da calculadora na sala de aula, foi encontrado um número bem reduzido de atividades condizentes com esta proposta.

O estudo mostra ainda a necessidade de observância de maior articulação entre a proposta do manual do professor e as atividades sugeridas para os alunos, de maior continuidade entre as atividades que fazem parte dos volumes de uma mesma coleção e de maior ênfase em atividades de exploração conceitual.

Para Borba e Selva (2013), os guias do PNLD fornecem informações úteis para que os professores possam escolher livros didáticos que proponham a utilização da calculadora e que discutam diferentes formas de implementação deste uso em sala de aula. No entanto, alguns livros ainda apresentam apenas um pequeno número de atividades e não variam os tipos de atividades propostas, nem distribuem uniformemente as atividades em todos os volumes das coleções.

No próximo capítulo discutiremos um pouco sobre a resolução de problemas, área que, segundo alguns autores (GUINTHER, 2009; FEDALTO, 2006; OLIVEIRA, 1999) pode ser potencializada com o uso da calculadora.

CAPÍTULO 3

UM OLHAR SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo dialogaremos com outros autores sobre a resolução de problemas. Neste sentido, apresentaremos alguns estudos e pesquisas e seus resultados, discutindo sobre a relevância dos mesmos no contexto da Educação Matemática.

3.1. Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática

Citada por pesquisadores (MOSQUITO & PONTE, 2008; OLIVEIRA, 1999; ALBERGARIA & PONTE, 2008; GUINTHER, 2009; FEDALTO, 2006; RUTHVEN, 2009) como metodologia que pode ser potencializada com o uso da calculadora, a resolução de problemas pode ser entendida, segundo Boavida et al (2008, p. 14) como um,

> processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas. Trata-se de uma atividade muito absorvente, pois quem resolve um problema é desafiado a pensar para além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a racionar matematicamente.

Assim, o próprio processo de utilização da calculadora poderá constituir-se numa tarefa de resolução de problemas quando considerarmos o manuseio do instrumento, a descoberta de funções, particularmente ao tratarmos da calculadora científica, objeto da nossa pesquisa. Portanto,

> A resolução de problemas aliada à utilização da calculadora como instrumento de investigação, de exploração, de verificação, de estimativas, de conjecturas, pode contribuir muito para a aprendizagem matemática. Nesses casos, a calculadora deixa de ser um mero instrumento de cálculo, e o problema uma mera aplicação de uma fórmula. O que se vislumbra aí é a possibilidade de que a calculadora faculte ao aluno mais tempo para pensar sobre o problema e suas possibilidades de resolução (FEDALTO, 2006, p. 135).

Desta forma, empregar a calculadora (em nosso caso particular, a calculadora científica) nas aulas de Matemática do Ensino Médio para resolver problemas, pode possibilitar ao aluno a discussão, a análise, a formulação de hipóteses e a generalização, além de confrontar as concepções do professor, muitas vezes, ainda ligadas ao ensino tradicional da

Matemática, excessivamente centrado na memorização de fórmulas, regras e cálculos que pouco contribuem para a compreensão do que está sendo ensinado, proporcionando ao aluno perceber a importância da Matemática não só na sala de aula, mas no seu cotidiano.

Pensar desta forma, permite-nos vislumbrar um ensino da Matemática desenvolvido fora deste padrão tradicional, no qual o professor apresenta um assunto através das definições, em seguida dá alguns exemplos e, por fim, sugere a realização de atividades nas quais os alunos aplicarão (quase que de forma direta) aquilo que foi exposto pelo professor. Além do mais, pensar num padrão diferenciado de ensino da Matemática permite ao professor se desvincular um pouco do livro didático na sala de aula, que é, ainda, a grande fonte de pesquisa (quando não a única) para os professores.

Não que o livro didático não tenha a sua importância na sala de aula, tanto para o professor quanto para os alunos, entretanto, "se o professor segue apenas o livro didático, a possibilidade de 'empobrecimento' da aula é grande, e o uso da calculadora pode limitar-se a substituir o cálculo manuscrito" (FEDALTO, 2006, p. 135). Portanto, em nossa pesquisa preconizamos o uso da calculadora não como mero instrumento de cálculo, para substituir o cálculo escrito, mas como uma fonte de enriquecimento da aula de Matemática levando os alunos a diversificar estratégias de resolução.

É bem verdade que não se pode conceber a Matemática sem conceitos, definições, axiomas, teoremas, demonstrações, algoritmos ou fórmulas (BOAVIDA et al, 2008), entretanto, o uso de instrumentos, como a calculadora, integrados à resolução de problemas, poderá desenvolver nos alunos as habilidades necessárias ao seu desempenho na escola e fora dela.

Sobre as habilidades e competências as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002b, p. 15) defendem que "poder-se-ia compará-las com as mãos e os dedos: as primeiras só fazem sentido quando associadas às últimas". Neste contexto, "o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural" (BRASIL, 2002a; 2002b).

Nesta perspectiva, observaremos, no decorrer desta pesquisa, o desenvolvimento das quatro primeiras habilidades descritas, concordando com as ideias de Boavida et al (2008, p. 14) ao considerarem que a resolução de problemas:

- proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação;
- fomenta o raciocínio e a justificação;

- permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares;
- apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana.

É relevante, no entanto, fazer uma distinção entre os termos "questão, exercício e problema", muitas vezes utilizados na sala de aula de Matemática como sinônimos. Assim, *questão* expressa uma situação que apela à capacidade de memória; *exercício* revela uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos, geralmente são utilizados para "fixação" de conteúdos estudados recentemente; e *problema* configura-se como uma situação na qual é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido, não estando atrelada a conteúdos estudados recentemente, podendo, em algumas situações, nem fazer menção a conteúdos matemáticos.

Desta forma, uma mesma situação poderá representar um exercício para uns e um problema para outros, assim como, o que poderá ser um problema para um indivíduo numa fase de aprendizagem, poderá passar a ser um exercício numa fase posterior.

Podemos encontrar na literatura diversas definições para *"problema",* entretanto, todas convergem para uma definição comum: problema representa uma situação para a qual não temos (a priori) as ferramentas necessárias para resolvê-la. Por isso, é necessário que os problemas propostos pelos professores aos seus alunos sejam adequados à sua etapa de ensino.

Portanto, para que possam realmente motivar os alunos, os problemas propostos devem incentivar a sua autonomia, favorecendo o desenvolvimento de estratégias particulares de resolução. Cabe ao professor, proporcionar-lhes situações instigadoras para que estes possam articular seus conhecimentos, levantar hipóteses para solucioná-las.

A resolução de problemas pode possibilitar ao aluno o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa (GONTIJO, 2006).

Assim, ao optar por um ensino pautado na resolução de problemas, o professor "traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução" (BRASIL, 1998, p. 40).

A resolução de problemas permite a vivência, em sala de aula, de situações que associam a Matemática ao mundo real, favorecendo conexões entre a Matemática escolar e aquela presente no cotidiano do aluno. Portanto, conforme defendem Boavida et al (2008, p. 15)

> Ensinar Matemática através da resolução de problemas proporciona uma visão desta disciplina favorável ao estabelecimento de ligações dentro da própria Matemática, com outras áreas do currículo e com o dia a dia dos alunos, permitindo-lhes aprender como utilizar e aplicar a Matemática fora da escola.

É indiscutível que, no dia-a-dia, lidamos com diversas situações que requerem o domínio e utilização de conhecimentos matemáticos para solucioná-las, assim, cabe ao professor desenvolver um trabalho pedagógico que favoreça ao aluno a compreensão de que a Matemática não existe apenas como uma disciplina escolar, mas que está intimamente associada à nossa realidade.

3.2. A Resolução de Problemas: um diálogo com outros pesquisadores

Existe uma vasta literatura, tanto nacional quanto internacional, sobre a resolução de problemas. Esta literatura vai desde "*How to Solve It*" (POLYA, 1945) que é um dos primeiros livros que veio a impulsionar a resolução de problemas no mundo, focando nas "heurísticas de resolução de problemas" até "*Reflections on Problem Solving Theory and Practice*" (SCHOENFELD, 2013) apontando "categorias necessárias e suficientes para a análise do sucesso ou fracasso de alguém na tentativa de resolver um problema".

Podemos ainda incluir muitas pesquisas de renomados educadores matemáticos com enfoques diversos, conforme apresentamos alguns a seguir, sem, contudo, esgotar todas as fontes disponíveis.

Onuchic (2008), apresentando um panorama da resolução de problemas no Brasil e no mundo, considera o século XX responsável por mudanças sociais que levaram, necessariamente, a mudanças no ensino de Matemática. Quando começou-se a exigir compreensão dos alunos, começou-se, então, a falar em Resolução de Problemas.

A autora menciona seu Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GETERP – que teve início em 1992, na UNESP – Rio Claro, trabalhando atualmente com a Matemática para a sala de aula usando a Metodologia de "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas", que tem por objetivo expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento.

Segundo a autora, existe uma preocupação sobre a atual situação da "Resolução de Problemas", desde a sua ineficiência nas salas de aula ao declínio das pesquisas na área. A autora cita Schoenfeld que sugeriu que a pesquisa em Resolução de Problemas e ensino, deveria ajudar os alunos a desenvolver um grande número de estratégias de resolução de problemas mais específicas do que ligar mais claramente a classes específicas de problemas; ensinar estratégias meta-cognitivas, de modo que os alunos possam aprender quando devem usar suas estratégias de resolução de problemas e conhecimento de conteúdo; e desenvolver caminhos para melhorar as crenças dos alunos sobre a natureza da Matemática, a Resolução de Problemas e suas próprias competências pessoais.

Ainda considerando a perspectiva histórica da Resolução de Problemas, D'Ambrósio (2007) faz uma retrospectiva sobre esta "metodologia de ensino da Matemática" remetendo-se ao início do século XX quando surgem as primeiras menções a este termo e à Educação Matemática. Em sua pesquisa, D' Ambrósio (2007) utilizou um total de 35 dissertações e teses de programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e uma lista de ações de formação de professores em serviço que versavam sobre a resolução de problemas. Estas ações incluíam cursos de formação inicial e, principalmente, cursos de formação em serviço, propondo a formação em técnicas sobre como desenvolver habilidades para resolução problemas.

O autor evidencia a exigência de se propor mais problemas do tipo "problemas históricos", os quais são normalmente abertos (apresentam várias soluções, ou às vezes nem apresentam solução), sendo um chamado para o trabalho cooperativo, havendo a necessidade de uma espécie de reconceitualização da ideia de resolução de problemas, em vez de enfocar as diretrizes para resolução de problemas, deve ser dado mais atenção às relações professor-aluno.

Apesar de constituir uma estratégia de apoio à Educação Matemática no Brasil (e em outros países da América Latina), desde os tempos coloniais, os problemas têm sido pouco utilizados com o objetivo de promover o desenvolvimento do aluno, sendo utilizados apenas com o objetivo de preparação para testes (D' AMBRÓSIO, 2007).

Considerando a Resolução de Problemas no contexto da sala de aula, Medeiros (2001) discute os resultados da pesquisa que teve por objetivo analisar a estrutura e o funcionamento do *contrato didático*[8] em duas situações distintas: uma de resolução de *problemas fechados*[9] e

---

[8] A autora utiliza o termo na perspectiva de Brousseau (1986, 1988), segundo o qual, esse contrato é um conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e, também, um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor.

outra de resolução de *problemas abertos*[10], tendo sido realizada numa turma de 5ª Série (atual 6º Ano) de uma escola da rede estadual de Pernambuco, localizada na Região Metropolitana do Recife.

Observou-se, ao longo da pesquisa, levando em conta a tríade professor/aluno/conhecimento, que no trabalho com os problemas abertos ocorreu uma mudança na relação do professor com o conhecimento e do professor com o aluno. No caso da relação do aluno com o conhecimento, observou-se que, em alguns problemas surgiram estratégias de resolução que permitiram concluir que o aluno estabeleceu uma nova relação com o conhecimento, apontando para a existência de dois contratos didáticos: um nas sessões com problemas fechados e outro nas sessões com problemas abertos.

Ainda com um enfoque na sala de aula, Fritzlar (2006) mostra os resultados de um estudo piloto realizado com alunos e professores de diferentes universidades alemãs sugerindo a necessidade de reflexão sobre o ensino baseado na Metodologia de Resolução de Problemas. Segundo o autor, há a necessidade de uma adequação “para a sensibilidade” deste processo complexo.

Ainda segundo o autor, as aulas voltadas para a resolução de problemas matemáticos, em que os alunos trabalham de forma tão independente quanto possível, são caracterizadas por uma complexidade diretamente proporcional no que diz respeito à Matemática (aspectos cognitivos e por exigências decorrentes do professor), fato gerador do estudo em discussão, que buscou fornecer uma introdução ao conceito de “*sensibilidade para complexidade*” no ensino da Matemática baseado na resolução de problemas.

Para isto, utilizaram-se cenários interativos de computador simulando, ainda que superficialmente, aspectos da realidade (baseados em pesquisas da psicologia cognitiva). Para o autor, situações reais são importantes, contudo, não são adequadas para este tipo de diagnóstico, porque não são repetíveis, são sistematicamente variáveis e parcialmente disponíveis apenas sob grandes esforços, enquanto que, com os cenários interativos criados no computador o usuário pode trabalhar sem a pressão do tempo, pode rever suas decisões mais tarde, e explorar as situações modeladas, vencendo assim, um dos principais entraves à resolução de problemas que é a pressão do tempo.

---

[9] Para a autora, esse tipo de problema, apresenta algumas características que os tornam facilmente resolvidos pela aplicação de um ou mais algoritmos. Segundo ela, algumas palavras como ganhar, na adição, e perder na subtração permitem ao aluno “adivinhar” a operação a fazer.

[10] Conforme já definidos no cap. 2.

Em linhas gerais, Fritzlar (2006) sugere que há uma “baixa sensibilidade”, entre o grupo de pessoas testadas, à resolução de problemas, mostrando que apenas um aluno conseguiu chegar ao mais alto nível em todas as situações de interpretação, evidenciando a pouca atenção dada para a situação atual da resolução de problemas em sala de aula. Neste contexto, os professores que têm mais experiência com ensino de Matemática são mais envolvidos com a Metodologia de Resolução de Problemas.

O autor sugere ainda que há a necessidade de uma intensificação nos cursos de formação nas universidades, se estas instituições de formação de professores quiserem trazer uma contribuição, a longo prazo, para uma melhoria no ensino de Matemática.

Considerando esta perspectiva, a da formação do professor, Boavida et al (2008) produziram uma espécie de módulo de trabalho, baseado nas Orientações Curriculares Portuguesas, destinado, a princípio, para professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico, mas, cujas orientações podem ser adaptadas também para o ensino secundário. No capítulo I enfocam a resolução de problemas enquanto processo matemático de importância crucial para a aprendizagem da Matemática desde o 1º ciclo do ensino básico.

Boavida et al (2008) têm a resolução de problemas como processo indissociável do processo de ensino/aprendizagem da Matemática, sugerindo duas componentes principais na resolução de problemas: (i) a *exploração*, a qual “consiste na descoberta de possíveis relações e usa o raciocínio e os processos indutivos e as estratégias que levam à procura da solução” (p. 14) e (ii) a *confirmação*, que “envolve testar essas relações e usa raciocínio e processos dedutivos, incluindo apresentar contra-exemplos e justificar as generalizações” (p. 14).

As autoras adotam a definição de problema proposta pelo Ministério da Educação Português (2001), segundo a qual “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (p. 15).

Para as autoras, os problemas devem a) *ser compreensíveis* pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) *ser intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes*; c) *ter mais do que um processo de resolução*; d) *integrar vários temas*.

Considerando as várias classificações para “problemas”, as autoras adotam três que consideram mais simples e adequadas ao 1º ciclo (da educação portuguesa), que são: *problemas de cálculo* (requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados apresentados), *problemas de processo* (incluem contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para se chegar à solução) e *problemas abertos* ou *investigações (*podem ter mais do que um caminho para chegar à solução e mais do que uma resposta correta).

As autoras sugerem um modelo simplificado de resolução de problemas que consiste em: (a) *ler e compreender o problema*; (b) *fazer e executar um plano*; (c) *verificar a resposta.*

Boavida et al (2008) sugerem ainda que "grande parte dos alunos consegue descobrir os seus próprios processos de resolução, devendo o professor propor-lhes várias tarefas que favoreçam o aparecimento dessas estratégias." (p. 25).

Para as autoras, a resolução de problemas permite aprender de uma forma ativa, ajuda os alunos a construírem conhecimento matemático novo e também testar os seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino, mencionando a importância das "tarefas" na sala de aula, entretanto, segundo elas, uma boa tarefa não basta, se não for explorada adequadamente, chamando atenção para o professor, que "tem que ter sólidos conhecimentos matemáticos para avaliar as respostas dos alunos e também os conhecimentos didáticos necessários, quer para os orientar, quer para os questionar, colocando em primeiro plano a reflexão e não o "fornecimento" de respostas" (p. 33).

Concordando com estas autoras, conforme já mencionado anteriormente, Ponte e Chapman (2006) referem que o conhecimento de Matemática dos professores é geralmente problemático, daí também aumentam as dificuldades desses professores em lidar com a resolução de problemas nas aulas de Matemática, sobretudo quando associamos às tarefas de resolução de problemas a utilização de instrumentos tecnológicos como a calculadora científica, no caso de nossa Pesquisa.

Considerando o currículo escolar Doorman et al (2007) trazem uma discussão sobre os currículos de Matemática, especificamente os do Reino Unido e da Holanda. Segundo os autores, esta discussão teria sido motivada pelo fato de o currículo de Matemática ser bem adequado para os alunos que se preparam para seguir estudos ou carreira voltados às ciências exatas, mas não para aqueles que buscam uma educação (ou profissão) em outros domínios, como nas ciências sociais.

Desta forma, chegou-se à conclusão de que para esta última categoria de alunos (que travavam verdadeiras lutas com o formal e a abordagem abstrata da Matemática) seria mais interessante se eles tivessem uma abordagem da Matemática mais orientada para a resolução de problemas, através de aplicações e modelagem matemática.

Assim, um novo currículo foi desenvolvido na Holanda, um currículo baseado numa "Educação Matemática Realística" onde dois tipos diferentes de currículo de Matemática passaram a ser ensinados: *Matemática A*, concebido para os alunos que se preparam para estudos acadêmicos na vida social ou ciências econômicas ou outros ramos relacionados e; *Matemática B*, o qual continha a Matemática necessária para estudos técnicos e estudos em Ciências e Matemática de nível universitário, o seu principal componente é o cálculo.

Objetivava-se, nestes dois modelos de currículo, fazer uma abordagem da Matemática através da resolução de problemas, o que não parecia fácil naquele momento face à confusão existente sobre o verdadeiro sentido da resolução de problemas em relação à “Educação Matemática Realística”.

Segundo Doorman et al (2007), alguns entraves foram encontrados neste novo modelo: o teste do PISA[11] não fazia distinções entre os dois modelos o que eventualmente poderia favorecer um e desfavorecer o outro; tornou-se cada vez mais difícil fazer avaliações de qualidade para “a Matemática A”, pois os exames se tornaram cada vez mais previsíveis, de modo que parte do componente de resolução de problema do mundo real foi perdido; muitas pessoas traduziram as ideias por trás da “Matemática A” de uma forma um tanto restrita, onde a parte conceitual e a parte aplicada da Matemática estavam confusas, resultando em padrões de exames ao longo da história em que os alunos tiveram que aplicar pouco de Matemática.

Em síntese, o artigo mostra que, embora tentativas sérias tenham sido feitas para implementar um currículo orientado para a resolução de problema, com base em princípios da Educação Matemática Realística com espaço para modelagem e com o uso integrado da tecnologia, nota-se que este tem sido bem sucedido, na prática educativa, apenas para uma parcela limitada.

As principais dificuldades encontradas envolvem: (i) o exame nacional, que impulsiona fortemente a prática educativa, mas a sua estrutura não permite verdadeiras atividades de resolução de problemas; (ii) os livros didáticos, que não são muito abertos à resolução de problemas; (iii) a estrutura de bom problema (envolvendo a resolução de tarefas que são originais, não-rotineiras e novas para os alunos).

Em face destes resultados, os autores sugerem algumas “atitudes” que podem facilitar a implementação de um currículo baseado em resolução de problemas: (i) *os livros didáticos devem dar mais atenção às habilidades de resolução de problemas*; (ii) *as escolas devem aproveitar a oportunidade que a avaliação escolar proporciona para incentivar e utilizar as*

[11] O Programme for International Student Assessment (Pisa) é um programa internacional de avaliação, desenvolvido e coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE, tendo por objetivo produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico. É aplicado a alunos na faixa dos 15 anos, avaliando a proficiência dos mesmos em letramento em Leitura, Matemática e Ciências.

atividades de resolução de problemas; (iii) *criação de redes de professores para planejar tarefas de resolução de problemas*; (iv) que os *professores e autores de livros didáticos explorem os benefícios das ferramentas tecnológicas com a finalidade de resolução de problemas*, pois, através da tecnologia, novos horizontes matemáticos podem ser abertos no que diz respeito à exploração de atividades de resolução de problemas; (v) recomenda-se que a *resolução de problemas deva estar na "agenda" da pesquisa na Educação Matemática Primária*, a fim de que os alunos comecem a desenvolver habilidades para resolução de problemas desde cedo.

Ainda considerando um enfoque no currículo escolar Quezada e Letelier (2013) mostram os resultados de uma investigação realizada com 285 alunos do ensino secundário de 23 estabelecimentos municipais de ensino da região dos Rios e da região dos Lagos no Chile, cujo objetivo foi observar como o desenvolvimento dos valores éticos tem sido proporcionado pela escola, considerando a resol resolução de problemas matemáticos.

A coleta dos dados foi realizada em dois momentos: num primeiro momento, através da realização de entrevistas com os alunos, com questões relacionadas aos valores éticos e questões relacionadas ao conhecimento dos alunos sobre os temas transversais; num segundo momento, através da realização de uma prova escrita constituída de doze situações-problema matemáticos associadas aos valores éticos.

O estudo evidencia um "déficit" em relação ao desenvolvimento de habilidades para resolver problemas matemáticos e no tratamento com os temas transversais propostos pelos documentos oficiais chilenos. De acordo com os autores, os temas transversais devem ser assumidos pelo currículo como um todo, entretanto, não são totalmente integrados no âmbito curricular em matemática, por isso, que não contribuem significativamente para fortalecer a formação de valores éticos pelos alunos, ou para orientar o processo de crescimento e autonomia pessoal dos mesmos e como estes interagem com os outros e com a sociedade.

Os resultados mostraram que apenas 35,7% dos alunos participantes conseguiram relacionar adequadamente os valores que se associavam a cada uma das situações-problema propostas. Além disto, 74,2% dos alunos pesquisados afirmaram não trabalhar regularmente nas aulas de Matemática com problemas que incluem situações relacionadas aos "valores".

Os resultados apontaram ainda que os três valores mais mencionados (corretamente) pelos alunos foram: *educação sexual*, *educação em saúde* e *amizade*. De modo geral, infere-se da pesquisa que as aulas de Matemática não estão dando aos alunos as ferramentas de que necessitam para entender melhor a sua realidade, o que assinala a necessidade de melhoria dos currículos de Matemática mediante o estabelecimento de situações em que os alunos sejam expostos ao ensino através da resolução de problemas.

Por fim, ainda discutindo as questões do currículo, mencionamos o estudo de Bravo e Sánchez (2012) que trata de uma investigação realizada com uma amostra de 155 alunos do 4º Ano da Educação Primaria Pública de uma comunidade de Madrid, dos quais 103 faziam parte de quatro grupos experimentais e 52 formaram 2 grupos de controle. A investigação analisara a relação entre a invenção e reconstrução de situações-problema e, o desenvolvimento das seguintes capacidades: *pensar matematicamente, formular e resolver problemas matemáticos, argumentar matematicamente, representar entidades matemáticas*, e *se comunicar com e sobre a matemática*.

Os resultados mostraram que o programa invento-reconstrução de situações-problema desenvolveu-se significativamente com alunos de 4º Ano do Ensino Fundamental e para a amostra utilizada, as seguintes competências matemáticas específicas: *formular e resolver problemas matemáticos, argumentar matematicamente*, e *pensar matematicamente*.

O mesmo não se pôde afirmar para as habilidades: representar entidades matemáticas e comunicar-se, com e sobre a Matemática, pois não houve diferenças estatísticas entre os grupos experimental e de controle. Desta forma, os autores sugerem a necessidade de criar uma atmosfera de sala de aula que estimule a invenção, descoberta, busca e pesquisa, para que os alunos tornem-se competentes em Matemática.

Bravo e Sánchez (2012) sugerem ainda a inclusão, no currículo de Matemática do Ensino Fundamental, de programas baseados na invenção e reconstrução de situações-problema, pois, para eles, tão importante quanto a resolução é a formulação de problemas para o desenvolvimento das habilidades acima referidas.

Comungando com esta ideia, Boavida et al (2008) consideram a formulação de problemas "uma atividade de importância inquestionável" por contribuir não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução.

Para facilitar o processo de formulação de problemas, em nível de 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico português, Boavida et al (2008) sugerem duas estratégias que poderão ser úteis: a primeira, "*E se em vez de?*" (diretamente relacionada com a modificação de problemas já estudados pelos alunos) e a segunda, "*Aceitando os dados*" (criação de problemas, que deve ser realizada apenas depois de os alunos terem alguma familiaridade, em etapas anteriores, como a modificação de problemas).

Medeiros e Santos (2007) também consideram as atividades de formulação de problemas tão importantes quanto as de resolução, defendendo que a exploração da formulação de problemas não é uma tarefa comum nas aulas de Matemática. Tal ocorre, porque a maioria dos professores de Matemática ainda está presa ao paradigma do ensino tradicional (p. 89), para os quais, neste modelo de ensino, o aluno tem uma atitude passiva perante a aprendizagem, ao contrário do que precisa ocorrer na formulação de problemas (p. 90).

Segundo estes autores, nos processos de formulação de problemas ocorrem mudanças no papel do professor, do aluno e na concepção de conhecimento, visto que o *professor* passa a atuar não apenas como transmissor do conhecimento, mas também como organizador das condições didáticas. O *aluno* deixa de ser passivo, receptor, repetidor de procedimentos padronizados, passando a ser agente, formulador de problemas. E o *conhecimento* passa a ser concebido não linearmente, em compartimentos estanques, mas em rede de relações, que ligam os diversos ramos da Matemática entre si e estes com outras áreas do conhecimento (MEDEIROS & SANTOS, 2007).

Portanto, a discussão acima nos permite observar que a resolução de problemas deveria ser o ponto chave das aulas de Matemática. Quando refiro que "deveria", é porque na nossa prática cotidiana podemos perceber que esta metodologia é pouco empregada em nossas salas de aula com os objetivos referidos, como problema realmente. O que costumamos ter são exercícios rotineiros e desmotivantes para os alunos.

Não me envergonha dizer que, eu mesmo, antes de ingressar no curso de mestrado, utilizava muito a "resolução de problemas", entretanto, enganado. Na verdade, utilizava exercícios, porque o que propunha aos meus alunos vinha, quase sempre, após trabalhar os conteúdos propostos para a turma, considerando a sequência "definição, exemplos, exercícios".

Acredito que esta questão perpassa pela formação do professor, seja inicial ou continuada. Durante os quatro anos da Licenciatura em Matemática nunca tive nenhuma discussão a respeito desta metodologia de ensino, a não ser que "a resolução de problemas deveria ser utilizada na sala de aula", que "a Matemática deveria ser trabalhada a partir da resolução de problemas", mas uma definição sobre o que seria problema, esta só tive no mestrado. Participei de várias formações continuadas, inclusive em nível de Especialização, e, da mesma forma nada foi referido, valendo as mesmas considerações para o uso da calculadora na sala de aula.

O que rotineiramente presenciamos em sala de aula condiz com o que preceituam Boavida et al (2008, p. 16) ao referirem que,

> Tradicionalmente, quando se fala em resolução de problemas no ensino da Matemática, pensa-se em problemas que têm um enunciado definido e estruturado, uma e apenas uma solução e um processo de resolução pré-determinado que conduz à resposta certa ou errada. Contudo, [...] um problema pode ser colocado num sentido mais aberto, suscitando nos alunos a procura de diferentes métodos e caminhos, e não apenas de uma resposta.

Desta forma, urge (re)pensar a formação, sobretudo inicial (conforme já o referia FRITZLAR, 2006), do professor cabendo às instituições de ensino superior lançar um olhar mais profundo para a resolução de problemas para que o futuro professor venha a utilizar-se desta metodologia de ensino quando vier a atuar como docente. Este fato, entretanto, não exime as secretarias estaduais e municipais de educação de (re)pensar também a formação continuada do professor nesta perspectiva da resolução de problemas.

Conforme destacam os documentos oficiais (BRASIL, 2002b; 2006) o ensino da Matemática deve ser realizado em sala de aula de forma contextualizada e (sempre que possível) interconectada a outras áreas do conhecimento e com situações cotidianas, prezando pela resolução de problemas, pois, conforme defendem os PCN+ Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2002b, p. 111),

> Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Assim, o ensino da Matemática deve propiciar ao aluno uma formação para a vida (BRASIL, 2002b), ou seja, uma formação que permita ao jovem uma inserção no mercado de trabalho, que lhe permita o exercício pleno da cidadania, sabendo utilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos na escola para resolver problemas cotidianos que assim o exijam. Neste contexto, o uso da calculadora, associado à resolução de problemas, pode favorecer a mediação e a interação entre os alunos e entre estes e o professor, tido nesta pesquisa, não como aquele que ensina, mas como aquele que favorece as situações de aprendizagem.

Nesta perspectiva, o próximo capítulo discutirá sobre a teoria sócio-construtivista de Vygotsky e a importância da interção e da mediação no aprendizado do aluno.

CAPÍTULO 4

CONTRIBUIÇÕES VIGOTSKYANAS AO APRENDIZADO EM SALA DE AULA

Aqui discutiremos um pouco sobre o conceito de "aprendizagem" na perspectiva de Vygotsky. Abordaremos a teoria sócio-construtivista da aprendizagem e a importância de o professor "agir" na "Zona de Desenvolvimento Proximal – ZDP" dos alunos para proporcionar uma aprendizagem efetiva dos conteúdos que ensina. Desta forma, a utilização da calculadora científica, aliada à Metodologia de Resolução de Problemas pode ser uma estratégia a mais que o professor de Matemática poderá utilizar para efetivar esta aprendizagem.

4.1. A Teoria Sócio-construtivista e a Aprendizagem Matemática

O ambiente escolar é um ambiente multifacetado, permeado de interações e mediações. O processo de aprender faz parte da vida de todos os seres humanos. No entanto, os indivíduos não aprendem de forma homogênea. Há os que aprendem mais rápido, os que precisam de mais tempo, os que preferem aprender sozinhos e os que preferem aprender coletivamente.

Notadamente, cada indivíduo tem um ritmo de aprendizagem, tem uma forma própria de aprender constituindo-se um desafio ao professor a tarefa de fazer com que seus alunos aprendam. A aprendizagem escolar é centrada em três elementos essenciais que são: o aluno, o professor e a situação de aprendizagem, sendo de grande importância que haja uma inter-relação/interconexão entre estes elementos para que o desenvolvimento escolar ocorra de forma satisfatória.

Desta forma, nos apoiamos na teoria sócio-construtivista de Vygotsky como aporte teórico para nossa pesquisa. Nesta teoria, o processo de aprendizagem ocorre quando ocorre em interação com os outros, e na sala de aula, podemos dizer que estes "outros" são o aluno e o professor e os alunos entre si. Desse modo, um aluno mais experiente ajuda o outro (menos experiente) a construir seu "aprendizado[12]", o qual, de acordo com Vygotsky, possui como

[12] Em Vygotsky, justamente por sua ênfase nos processos sócio-históricos, a ideia de aprendizado inclui a interdependência dos indivíduos envolvidos no processo, o qual sempre inclui aquele que aprende, aquele que ensina e a relação entre essas pessoas. Portanto, o termo aprendizado, em Vygotsky, tem significado mais abrangente que aprendizagem, sempre envolvendo interação social (KOLL, 2010).

característica essencial o fato de despertar vários processos de desenvolvimento internamente, os quais funcionam apenas quando a criança interage em seu ambiente de convívio (VYGOTSKY, 1993).

De acordo com as OCEM (BRASIL, 2006, p. 81), “as ideias sócio-construtivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza através da construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situações de resolução de problemas”, tendo como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, “ao confrontar suas concepções”, constrói os seus próprios conceitos conforme pretendido pelo professor, ao qual cabe desempenhar o papel de mediador, ou seja, de “elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático” (idem).

Assim,

> Os processos mentais superiores (pensamento, linguagem, comportamento volitivo) têm origem em processos sociais; o desenvolvimento cognitivo do ser humano não pode ser entendido sem referência ao meio social. Contudo, não se trata apenas de considerar o meio social como uma variável importante no desenvolvimento cognitivo. Para ele [Vygotsky], desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações sociais em funções mentais. Não é por meio do desenvolvimento cognitivo que o indivíduo torna-se capaz de socializar, é por meio da socialização que se dá o desenvolvimento dos processos mentais superiores (DRISCOLL, 1995 *apud* MOREIRA, 2011, p. 108).

Portanto, na perspectiva vygotskyana, o desenvolvimento cognitivo ocorre dependendo do contexto social, histórico e cultural e a aprendizagem ocorre através da interação social, quando “ocorre” a aquisição dos significados, sendo a fala o signo principal desta aquisição.

Desta forma, o professor tem papel fundamental como mediador na aquisição de significados contextualmente aceitos, sendo responsável por verificar se o significado que o aluno captou é aceito, ou seja, compartilhado socialmente. Neste contexto, o ensino se consuma quando aluno e professor compartilham significados. Entretanto, segundo Vygotsky, sem interação social, não há ensino, não há aprendizagem e não há desenvolvimento cognitivo.

No processo de aquisição do conhecimento, Vygotsky defende a aprendizagem como um processo complexo que, ao contrário do que outros teóricos defendem, ocorre do social para o individual. Desta forma, três dos principais componentes do processo de aprendizado (*interação*, *mediação* e *linguagem)* acham-se imbricados entre si, pois “É pela linguagem que os seres humanos interagem não somente entre si, mas com o ambiente, com a história, apropriando-se da cultura" (COSTAS & FERREIRA, 2011, p. 211) e a mediação pode ser compreendida "como rico processo de interação entre os sujeitos, tendo a linguagem como ambiente" (GADAMER, 1981 *apud* COSTAS & FERREIRA, 2011, p. 206).

Portanto, este tripé, por nós adotado como preponderante do processo de ensino e aprendizagem favorece a relação professor-aluno-conhecimento efetivando a formação dos conceitos. Na formação dos conceitos são utilizados significados e sentidos, sendo estes utilizados costumeiramente de forma errônea como se fossem termos sinônimos. Para Vygotsky (1993, p. 104),

> O significado de uma palavra representa um amálgama tão estreito do pensamento e da linguagem, que fica difícil dizer se se trata de um fenômeno da fala ou de um fenômeno do pensamento. Uma palavra sem significado é um som vazio; o significado, portanto, é um critério da palavra, seu componente indispensável. [...] Mas... o significado de cada palavra é uma generalização ou um conceito. E como as generalizações e os conceitos são inegavelmente atos de pensamento, podemos considerar o significado como um fenômeno do pensamento.

Portanto, o sentido é aquele instante, "não tem a estabilidade de um significado, pois mudará sempre que mudarem os interlocutores, os eventos. Tem caráter provisório e é revisitado e torna-se novo sentido em situações novas" (COSTAS & FERREIRA, 2011, p. 216) enquanto o significado é estável, dicionarizável, ao longo de todas as alterações do sentido. Assim, "o sentido difere do significado da palavra e o sentido encerra concretude, dinamismo e contexto" (FREITAS, 2007).

De acordo com Bussi (1998) a construção de significado é um problema crucial na Educação Matemática. Por um lado, nenhum significado pode ser ensinado diretamente, já que cada afirmação explícita de uma definição pode ser memorizada pelos alunos e repetida apenas para cumprir com as expectativas do professor, sem ser vinculada a qualquer experiência prévia e sem ser possível de aplicar sobre qualquer outro problema. Por outro lado, nenhum significado pode ser alvo de negociação, já que os conceitos científicos não podem ser criados "de novo" na escola (Vygotsky, 1990 *apud* BUSSI, 1998), mas têm que ser considerados produtos de séculos de desenvolvimento da humanidade.

Vygotsky defende a formação dos conceitos em duas vertentes: os *conceitos espontâneos* e os *conceitos científicos*. De acordo com Moyses (1997, p. 35),

> Os primeiros [Vygotsky] considerou como sendo aqueles que a criança aprende no seu dia-a-dia nascidos do contato que ela possa ter tido com determinados objetos, fatos, fenômenos, etc., dos quais ela não tem sequer

> consciência. E os últimos, como sendo aqueles sistematizados e transmitidos intencionalmente, em geral, segundo uma metodologia específica. São, por excelência, os conceitos que se aprendem na escola.

Daí a importância de o professor contextualizar aquilo que será ensinado nas aulas de Matemática, usar os conceitos espontâneos dos alunos para fazê-los chegar aos conceitos científicos. Pode ainda, conforme já mencionado, adotar a estratégia do trabalho em grupos onde, aos pares, os alunos acabam refinando seus conceitos espontâneos e convertendo-os em científicos, tendo o professor como mediador deste processo, corroborando a teoria de Vygotsky ao considerar a aprendizagem dos conceitos entrelaçada às práticas sociais (MOYSES, 1997).

Neste sentido, uma boa articulação, por parte do professor, entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos, aproveitando os conceitos que o aluno traz "de casa" ou de anos anteriores de estudo pode favorecer a aquisição dos conceitos científicos (VYGOTSKY, 1993). Nesta dissertação não daremos muita ênfase neste aspecto por não ser este o nosso objetivo de pesquisa, entretanto, deixamos como sugestão para futuras investigações.

Conforme já discutido, a Matemática não pode ser concebida sem conceitos, definições, axiomas, teoremas, demonstrações, algoritmos ou fórmulas (BOAVIDA et al, 2008), entretanto,

> Se professor e alunos defrontam-se com sentenças, regras e símbolos matemáticos sem que nenhum deles consiga dar sentido e significado a tal simbologia, então a escola continua a negar ao aluno – especialmente àquele que frequenta a escola pública – uma das formas essenciais de ler, interpretar e explicar o mundo. O importante é que o aluno, ao chegar a utilizar tais notações simbólicas, compreenda a sua razão de ser. (MOYSES, 1997, p. 67)

Considerando estes preceitos, nesta pesquisa, objetivamos observar como as habilidades de representação, compreensão, comunicação, investigação; descritas nos PCNEM (BRASIL, 2002a; 2002b), são desenvolvidas no decorrer do processo, tendo como fio condutor a interpretação, pelos alunos, dos problemas propostos para que estes possam levantar hipóteses e solucioná-los.

Assim, sentido e significado são essenciais para que os alunos venham a fazer a correta interpretação das situações propostas e possam solucioná-las satisfatoriamente interagindo em duplas com a mediação do professor. A interpretação pode ser entendida como "a possibilidade de se atribuir significados" (COSTAS & FERREIRA, 2011), sendo "uma atividade que se diferencia em acordo com a evolução humana" (IDEM).

No contexto da interpretação, Costas e Ferreira (2011, p. 218) defendem:

> Os sentidos são um prolongamento (talvez um espelhamento) da leitura prévia do mundo e mesmo bibliográfica já realizada pelo leitor. Esta leitura reflete-se no texto ora lido e, por isto, consegue o leitor atribuir sentidos ao novo. Neste momento, diz-se que ocorreu interpretação. Interpreta-se aquilo que se tem, um real, a partir de uma expectativa, de uma possibilidade de conceituação.

Neste sentido, faz-se necessário uma preocupação da escola no sentido de formar alunos leitores porque, através da leitura o aluno poderá se sobressair em todas as disciplinas do currículo. A "nova" reformulação do Ensino Médio (BRASIL, 2002a) prevê a formação integral do indivíduo e defende a formação para a resolução de problemas o que só poderá ser efetivada eficazmente com esta formação de alunos leitores. Desse modo, "ler será uma atitude não só para conhecer, decifrar códigos, inteirar-se dos argumentos dos outros. Isto é pouco. Na verdade, acima de quaisquer outros interesses, lê-se para pensar. É como uma metalinguagem: pensa-se para ler e aprende-se a pensar, lendo" (COSTAS & FERREIRA, 2011, p. 219).

Neste processo de formação dos conceitos a mediação pode ser entendida como um processo intermediário entre as funções psicológicas elementares e as superiores. A este despeito, Martins (1997, p. 111) salienta que

> A passagem das funções psicológicas elementares para as superiores ocorre, portanto, pela mediação proporcionada pela linguagem que, na abordagem vygotskiana, intervém no processo de desenvolvimento intelectual da criança desde o momento de seu nascimento; por si só, a criança não se apropria qualitativa e quantitativamente dos conhecimentos desejáveis que alcança por meio de interações profícuas com os elementos mais experientes do seu grupo social.

No contexto escolar, podemos considerar estes "elementos mais experientes" como a figura do professor e de colegas com um nível de conhecimento mais elevado. Portanto, numa abordagem vygotskyana a mediação é um processo importante na formação dos conceitos pelos alunos, cabendo ao professor enquanto "mediador central[13]" do processo de aprendizado, suscitar nos alunos a aquisição de significados contextualmente aceitos, ou seja, compartilhados socialmente. No tocante à sala de aula de Matemática, os PCN (1998, p. 36) defendem,

---

[13] Utilizo o termo "mediador central" por ser o professor o condutor do processo de aprendizado em sala de aula, embora o processo de mediação também ocorra entre os próprios alunos (aquele mais experiente toma para si a tarefa da mediação).

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

Neste aspecto, cabe ao professor fazer a contextualização do conhecimento, associando-o à realidade dos alunos, buscando também identificar os seus conhecimentos prévios e saber aquilo que eles já sabem que pode ser útil na compreensão de novos conceitos. Desta forma, na perspectiva de Vygotsky podemos dizer que "o que tinha que ser aprendido é determinado pela *atividade conjunta* do professor e os alunos e que esta atividade conjunta compreende tanto o conteúdo do assunto específico como a qualidade da interação" (BUSSI, 1998).

4.2. Vygotsky e o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal: explorando as interações

Vygotsky concebe o desenvolvimento intelectual dos indivíduos como a diferença entre a sua capacidade de resolver problemas por si próprios e a capacidade de resolvê-los com a ajuda de alguém. Surge então um dos conceitos-chave na sua teoria, o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Para Vygotsky existe uma "zona de desenvolvimento real" que abrange todas as funções e atividades que a criança consegue desempenhar por seus próprios meios, sem ajuda externa e a "zona de desenvolvimento proximal" que, por sua vez, abrange todas as funções e atividades que a criança ou o aluno consegue desempenhar apenas se houver ajuda de alguém. Esta pessoa que intervém para orientar a criança pode ser tanto um adulto (pais, professor, responsável, instrutor de língua estrangeira) quanto um colega que já tenha desenvolvido a habilidade requerida (VYGOTSKY, 1993).

Segundo Koll (2011, p. 62):

> A zona de desenvolvimento proximal refere-se, assim, ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas, estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real. A zona de desenvolvimento proximal é, pois, um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer com a ajuda de alguém hoje, ela conseguirá fazer sozinha amanhã. É como se o processo de desenvolvimento progredisse mais lentamente que o processo de aprendizado; o aprendizado desperta processos de desenvolvimento que, aos poucos, vão tornar-se parte das funções psicológicas consolidadas do indivíduo.

Assim, é o princípio dialógico da interação com os outros, com a devida mediação, seja de um par mais experiente, seja de um adulto, como o professor, no caso escolar, que institui a ZDP como um processo de construção de conhecimento compartilhado. Portanto, segundo Vygotsky, para ocorrer a aprendizagem, a interação social deve acontecer dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), sendo o professor o responsável pelo processo de mediação da aprendizagem utilizando estratégias que levem o aluno a tornar-se independente e estimule o seu conhecimento potencial, de modo a criar uma nova ZDP a todo momento.

Vygotsky desenvolveu o conceito de “Zona de Desenvolvimento Proximal”, trazendo importantes implicações educacionais. Segundo esse conceito, “todo bom ensino é aquele que se direciona para as funções psicológicas emergentes” (FREITAS, 2007, p.104). Assim, o ensino deve atuar no limite da “zona de desenvolvimento proximal”, estimulando os “processos internos maturacionais que terminam por se efetivar, passando a constituir a base para novas aprendizagens” (IDEM).

Moyses (1997, p. 34) destaca que “criando Zonas de Desenvolvimento Proximal, o professor estaria forçando o aparecimento de funções ainda não completamente desenvolvidas”, enquanto que Vygotsky (1993) defende que é na interação entre as pessoas que o conhecimento se constrói. “A interação está entre as pessoas e é neste espaço onde acontecem as transformações e se estabelece o principal e fundamental neste processo: as ações partilhadas, nas quais a construção do conhecimento se dá de forma conjunta” (SOUSA, 2010, p. 47).

Portanto, ao propor um trabalho que integra resolução de problemas e uso de calculadoras estamos, sobretudo, buscando integrar a Matemática ao cotidiano do aluno, pois, conforme Moyses (1997, p. 60):

> Ao que parece, não há muita continuidade entre o que se aprende na escola e o conhecimento que existe fora dela. Há crescente evidência de que a escolarização está contribuindo muito pouco para o desempenho fora da escola. Dificilmente se mostra para o aluno a relação direta e óbvia que há entre a escola e a vida.

Nesta perspectiva, buscamos favorecer o desenvolvimento dos conhecimentos científicos, não descartando os conhecimentos espontâneos do aluno, através da introdução, em sala de aula, de um artefato tecnológico simples, a calculadora científica, e da utilização da metodologia de resolução de problemas, proporcionando aos alunos, através da interação entre seus pares, e a mediação entre eles e entre eles e o professor, o desenvolvimento dos conceitos.

Como o estudo de caso é um método de pesquisa qualitativa moroso, por investigar o fenômeno em profundidade (PONTE, 2006), optamos por trabalhar com dois pequenos grupos (duas duplas), pois entendemos que mesmo entre duas pessoas o processo de interação ocorre, assim como a mediação, levando à construção dos sentidos e significados e, consequentemente, à formação dos conceitos.

Assim, no capítulo seguinte descrevemos a metodologia da nossa pesquisa, desde os primeiros passos às análises finais, buscando esclarecer o leitor sobre os instrumentos de coleta de dados utilizados, os conteúdos matemáticos abordados e os sujeitos envolvidos.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA

No capítulo que segue, delineamos o percurso da nossa pesquisa, desde seu tipo, abordagem, instrumentos utilizados na coleta de dados, esclarecendo o leitor “como, onde e com quem” esta pesquisa foi realizada.

5.1. A Pesquisa

Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, realizada no período de setembro/2014 a Maio/2015 numa escola pública da rede estadual de ensino da cidade de Afogados da Ingazeira – PE. “Seu raciocínio [da pesquisa qualitativa] se baseia principalmente na percepção e na compreensão humana” (STAKE, 2011, p. 21), e “o próprio pesquisador é um instrumento ao observar ações e contextos e, com frequência, ao desempenhar intencionalmente uma função subjetiva no estudo, utilizando sua experiência pessoal em fazer interpretações” (p. 30).

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 16), na perspectiva da abordagem qualitativa,

> Os dados recolhidos são [...] ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em seu contexto natural.

Desta forma, serão considerados não os fins, mas os meios, os processos decorrentes da pesquisa, proporcionando um elo entre o pesquisador e os participantes, visto que estes não são abordados por aquele de forma neutra (BOGDAN & BIKLEN, 1994). Entretanto, neste tipo de pesquisa o pesquisador normalmente “tenta assegurar ao leitor de que o objetivo não é alcançar uma generalização, mas fornecer exemplos situacionais à experiência do leitor” (STAKE, 2011, p. 33-34).

O estudo de caso é a metodologia de estudo adotada, pois, tratando-se de um processo de investigação de abordagem qualitativa, este permite “retratar situações da vida real, sem prejuízo de sua complexidade e de sua dinâmica natural” (ANDRÉ, 2008, p. 34). O estudo de caso proporciona ao pesquisador/investigador a possibilidade de análise aprofundada da realidade estudada, propiciando uma descrição "densa" do fenômeno em estudo o que favorece a compreensão do leitor sobre o mesmo.

Segundo André (2008, p. 24),

> O interesse do pesquisador ao selecionar uma determinada unidade é compreendê-la enquanto uma unidade. Isso não impede, no entanto, que ele esteja atento ao seu contexto e às suas inter-relações, enquanto um todo orgânico e à sua dinâmica enquanto um processo, uma unidade de ação.

Assim, neste tipo de estudo pode-se retratar situações da vida real dos sujeitos pesquisados, entretanto, isto pode demandar muito tempo e exigir uma boa aceitação do pesquisador pelos participantes.

A opção por esta linha de estudo justifica-se pelo tipo de questão de pesquisa proposto, pois o estudo de caso tem por objetivo compreender em profundidade o “como” e os “porquês” (PONTE, 2006), “debruçando-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse” (p. 2).

Por se tratar de uma investigação de natureza empírica, o estudo de caso pode ter sua validade questionada perante a comunidade científica, entretanto, “um estudo de caso pode ter um profundo alcance analítico, [...] podendo assim, ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futura investigação” (PONTE, 2006, p. 8) e não especificamente uma generalização da situação investigada.

Concordando com este ponto de vista, Gibbs (2009, p. 20) salienta que,

> Grande parte da pesquisa qualitativa tenta explicitamente gerar novas teorias e novas explicações. Nesse sentido, a lógica subjacente a ela é indutiva. Em vez de começar com algumas teorias e conceitos que devem ser testados ou examinados, essa pesquisa privilegia uma abordagem na qual eles são desenvolvidos junto com a coleta de dados, para produzir e justificar novas generalizações e, assim, criar novos conhecimentos e visões.

Segundo Ponte (2006, p. 19) os critérios tradicionais de credibilidade deste tipo de pesquisa podem ser caracterizados da seguinte forma:

> *(i) A validade conceptual* respeita à caracterização dos seus conceitos-chave e dos critérios operacionais para classificar dados como instâncias exemp1ificativas deste ou daquele conceito; *(ii) A validade interna* se as conclusões apresentadas correspondem autenticamente a alguma realidade reconhecida pelos próprios participantes não sendo unicamente uma construção da mais ou menos fértil imaginação do investigador; *(iii) A validade externa* refere-se ao grau em que as representações obtidas podem

> ser legitimamente comparadas com outros casos; e, *(iv) a fidedignidade* refere-se à questão de saber se as operações do estudo (recolha e análise de dados) poderiam ser repetidas, de modo a produzir resultados semelhantes.

Assim, o que ajudará um estudo de caso a tornar-se um “estudo de caso de qualidade” (PONTE, 2006) é a diversidade de evidências utilizadas, as quais serão produzidas pelos instrumentos de levantamento de dados utilizados na pesquisa. Nesta pesquisa, estes instrumentos encontram-se caracterizados e justificados no item 5.3.

5.2. Os participantes

Participou da pesquisa uma turma do 3º Ano do Ensino Médio, do turno vespertino, de uma escola da rede estadual de ensino da cidade de Afogados da Ingazeira – PE, tendo sido esta turma escolhida pela disponibilidade dos alunos e da professora em participarem da mesma. A referida turma é constituída por um total de 46 alunos sendo 19 do sexo masculino e 27 do sexo feminino, numa faixa etária de 16 a 24 anos de idade, cuja maioria é residente na zona rural do município. Como a pesquisa foi realizada entre setembro/2014 e maio/2015, e a turma participante era uma turma concluinte do ensino médio, os quatro alunos constituintes dos estudos de caso concordaram e em se reunirem com o professor/pesquisador mesmo após o término do ano letivo de 2014, quando já tinham concluído o ensino médio, para a realização da última etapa da pesquisa (entrevista final), a qual foi realizada no mês de maio de 2015.

A opção por esta escola em particular, deve-se ao fato de esta constituir-se o local de trabalho do professor/pesquisador o que favorece o trabalho da pesquisa em termos de conveniência. Entretanto, este fato não influencia os seus resultados, visto que o professor/pesquisador se encontra afastado das suas atividades docentes desde o início do curso de Mestrado, no ano de 2013. Os alunos da turma pesquisada, não (re)conhecem o pesquisador enquanto professor da instituição, porque estes chegaram na escola no 1º Ano do Ensino Médio, no ano de 2012 e, neste ano, o professor/pesquisador só lecionava em turmas do 2º Ano do Ensino Médio.

Quanto ao fato de alguns dos alunos da turma serem alunos da escola desde o Ensino Fundamental, este fato também não chega a comprometer os resultados da pesquisa, porque este pesquisador, enquanto professor da unidade escolar, não lecionava em turmas do Ensino Fundamental, apenas em turmas do Ensino Médio.

A conveniência acima referida, diz respeito ao fato de o pesquisador ter mais aproximação com a gestora da escola e com os professores que ali lecionam, seus colegas de trabalho. A professora da turma em questão não fazia parte deste ciclo de colegas de trabalho, pois, sendo professora temporária, esta só assumiu suas atividades docentes na escola, após o afastamento do professor/pesquisador.

Para uma melhor percepção do leitor quanto ao cenário da pesquisa, fazemos abaixo uma breve caracterização[14] da escola campo da pesquisa:

A escola campo da pesquisa oferece o Ensino Fundamental de 09 anos; Educação Especial: DA (Deficiência Auditiva), DI (Deficiência Intelectual); Itinerância aos educandos com DV (Deficiência Visual); Educação de Jovens e Adultos em Nível Médio; Ensino Médio e Ensino Normal Médio; PROEJA (EJA Médio com qualificação profissional – Parceria com o Instituto Federal de Pernambuco); atendendo um total de 1.204 alunos, distribuídos em três turnos.

Em relação às instalações físicas, a escola conta com 18 (dezoito) salas de aula, uma sala de coordenação pedagógica, uma secretaria, uma diretoria, uma sala de professores, uma sala de troféus, uma sala de reunião, uma sala de Apoio Especializado, um refeitório, 02 (duas) cozinhas, um depósito para armazenamento da merenda escolar, banheiros adaptados, uma quadra descoberta, pátio interno coberto e descoberto, um auditório com capacidade para 150 pessoas, uma Biblioteca, laboratórios de Física, Química, Biologia e Matemática, uma Central de Tecnologia Educacional, um Laboratório de Informática Educacional, um Laboratório Móvel com 31 netbooks para utilização em sala de aula e rede wi-fi em diversos pontos.

A equipe técnico–pedagógica é composta por uma diretora, uma secretária, uma professora readaptada[15] que coordena a Central de Tecnologias Educacionais (CTE), 04 (quatro) coordenadoras pedagógicas, 59 (cinquenta e nove) professores regentes, 06 (seis) funcionários terceirizados (que prestam serviço de limpeza do ambiente escolar), 04 (quatro) merendeiras, 09 (nove) profissionais de apoio administrativo, 02 (duas) Analistas Educacionais, 04 (quatro) professores readaptados em atividades pedagógicas na biblioteca, 02 (dois) auxiliares de serviços gerais, um coordenador do programa "Mais Educação", um

---

[14] Esta caracterização foi adaptada do Projeto Político Pedagógico da Escola.

[15] Entenda-se por "professora readaptada" aquela que, por motivos de saúde, deixa de exercer suas funções na docência e passa a exercer outras funções pedagógicas no âmbito da escola.

coordenador da Banda Marcial, 04 (quatro) monitores do programa "Mais Educação", perfazendo um total de 99 funcionários em efetivo exercício.

As seções de resolução de problemas ocorreram em duplas de trabalho, sendo duas destas duplas constituintes dos estudos de caso, as quais foram escolhidas a partir do "*Teste Diagnóstico*[16]" realizado com toda a turma (os objetivos e dinâmica do referido teste, assim como a justificativa para a escolha dos alunos constituintes dos estudos de caso, acham-se expressas no item 5.3. desta dissertação).

Para a realização das entrevistas e durante as sessões de resolução de problemas (no caso dos quatro alunos) os participantes foram identificados por pseudônimos escolhidos livremente por cada um: a professora escolheu por nome o pseudônimo de Ana e os alunos escolheram os pseudônimos de: Diego, Pedro, L.V. e Emanuele.

5.3. Os Instrumentos de coleta de dados e procedimentos

Neste estudo, utilizamos como instrumentos de coleta de dados a *observação participante,* modalidade de observação na qual o pesquisador não é um mero observador passivo (YIN, 2005) e tem por objetivo oportunizá-lo a "perceber a realidade do ponto de vista de alguém de "dentro" do estudo de caso, e não do ponto de vista externo" (p. 122); *entrevistas* (semiestruturadas) com a professora regente da turma e com os alunos constituintes dos estudos de caso, as quais, "constituem uma fonte essencial de evidências em estudos de caso" (YIN, 2005, p. 118); *diário de bordo do investigador*, constituindo importantes fontes de notas de campo, que permitem registrar "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia, e pensa no decurso da recolha [dos dados]" (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 150).

Iniciamos a pesquisa com uma visita à turma e apresentação dos objetivos, da metodologia e do cronograma de realização. Foi também neste primeiro momento que os alunos assinaram um *Termo de Consentimento*[17] da sua participação na pesquisa.

Após este primeiro momento foi realizado um "*Teste Diagnóstico*" com toda a turma, no qual foram observados procedimentos e domínio dos conteúdos propostos para anos anteriores ao Ano em questão. Este Teste Diagnóstico serviu também para que escolhêssemos os quatro alunos que constituíram as duas duplas dos dois estudos de caso. Todos os alunos da

[16] Disponível no Apêndice B..

[17] Disponível no Apêndice A.

turma demonstraram interesse em participar da pesquisa em questão, entretanto, por se tratar de uma turma numerosa e considerar que o estudo de caso é um tipo de pesquisa “complexo” achamos conveniente escolhermos um número limitado de alunos e não toda a turma para constituir os estudos de caso.

Com o objetivo de analisar em profundidade a realidade pesquisada, achamos que se tornaria muito dispendioso tomar toda a turma (46 alunos) como um único estudo de caso. Desta forma, escolhemos quatro alunos (duas duplas) pelo fato de tornar o estudo mais plausível e menos dispendioso do ponto de vista da coleta e análise dos dados.

Os alunos escolhidos foram aqueles que demonstraram melhores habilidades de resolução de problemas e de domínio de conteúdo, sendo estes consultados se gostariam de participar, porque muitos temiam ser escolhidos por causa das entrevistas (tinham medo porque seriam gravadas).

A opção por este grupo de alunos deu-se pelo fato de não termos por objetivo avaliar (analisar) o domínio de conteúdo dos alunos e sim observar as possibilidades de uso da calculadora científica na resolução de problemas, pressupondo que os alunos já tinham domínio dos conteúdos abordados nos mesmos, haja vista que estes conteúdos faziam parte do currículo de anos de estudo anteriores e que só deveriam ser aprofundados no ano 3º Ano do ensino médio (ano da turma pesquisada).

Poderíamos ter escolhido aquele grupo de alunos que apresentou dificuldades e verificar se o uso da calculadora poderia ou não auxiliá-los na construção do conhecimento, ou ainda, poderíamos ter escolhido uma dupla “proficiente” e outra que apresentou dificuldades para fazermos uma comparação entre os “efeitos” do uso da calculadora nos dois casos. Entretanto, considerando nosso objetivo de pesquisa, achamos mais conveniente trabalhar com o grupo de alunos que demonstrou melhores habilidades em resolução de problemas e domínio de conteúdo para podermos fixar nossa atenção nos métodos, nos processos, no como os alunos utilizaram a calculadora e não em conteúdo matemático especificamente. Imaginamos que a escolha do outro grupo, poderia desencadear um novo estudo, o que fica como sugestão para futuras investigações.

Após a escolha destes quatro alunos, sugerimos que eles se organizassem em duas duplas, as quais deveriam permanecer até término da pesquisa. As duplas assim constituídas foram: Diego e Emanuelle; Pedro e L.V.

Cabe salientar que todos os alunos da turma participaram das sessões de resolução de problemas, as quais ocorreram em momentos distintos, sendo que a professora regente da turma acompanhava os outros alunos, enquanto o professor/pesquisador acompanhava as duplas constituintes dos estudos de caso e, em menor intensidade, a turma como um todo, para compreender o processo em seu contexto.

O pesquisador, antes de cada sessão, socializava com a professora regente da turma os problemas que seriam vivenciados naquela sessão para que esta tomasse conhecimento dos mesmos e pudesse, desta forma, *auxiliar* (no sentido de questionar, propor reflexões e não no sentido de dar a resposta) os outros alunos da melhor maneira possível.

O próximo passo da pesquisa foi a realização das entrevistas semiestruturadas, sendo uma com a professora da turma (conforme roteiro disponível no Apêndice D), objetivando identificar as suas *concepções*[18] sobre o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio, bem como sobre a utilização da metodologia de resolução de problemas e outra, com os mesmos objetivos (conforme roteiro disponível no Apêndice E), com os quatro alunos constituintes dos estudos de caso. Na entrevista com os alunos foi possível observar que suas concepções são influenciadas não somente pelas concepções da professora atual mas também por aquelas historicamente instituídas no âmbito escolar. Uma segunda entrevista[19] com estes últimos foi realizada ao término da pesquisa a fim de identificar possíveis mudanças de concepções ocorridas no decorrer do processo.

Posteriormente às entrevistas iniciais, realizamos, com toda a turma, uma "*Oficina*[20]" de 4 horas/aula de 50 minutos cada, para apresentação da calculadora científica, mostrando algumas de suas potencialidades de uso nas aulas de Matemática do Ensino Médio e algumas das funções disponíveis e, possivelmente, mais utilizadas neste nível de ensino. Este foi para alguns alunos o primeiro contato com a calculadora científica, por isso, considerei este momento de crucial importância para que, quando iniciassem as sessões de resolução de problemas, os alunos já conhecessem esta ferramenta e as suas principais funções, minimizando eventuais dificuldades de manuseio.

Subsequentemente, foram realizadas as 6 (seis) *sessões*[21] de resolução de problemas, cada uma com duração de 100 minutos (duas aulas de 50 minutos cada), todas gravadas em áudio para facilitar o processo de análise e discussão dos resultados, (desse modo, a transcrição destes áudios é mais uma fonte de evidência da pesquisa) sendo as três primeiras sessões com a resolução de problemas sem o uso da calculadora, e as três seguintes, com a

---

[18] Considerando a definição adotada no cap. 1 deste projeto de pesquisa.

[19] Conforme roteiro disponível no Apêndice I.

[20] Conforme Planejamento disponível no Apêndice F.

[21] Atividades (com uma sugestão de resolução) disponíveis em anexo.

resolução dos mesmos problemas realizados nas sessões anteriores, utilizando a calculadora científica como ferramenta pedagógica de apoio (as transcrições dos áudios destas sessões, sem e com calculadora científica, encontram-se disponíveis nos Apêndices K e L). A escolha por este tipo de calculadora em particular deu-se pelo fato de esta ser mais adequada para etapa de ensino, por possuir outras funções que a calculadora básica não dispõe (como o cálculo de logaritmos, funções trigonométricas e outras).

As sessões foram realizadas de forma independente, ou seja, não havia uma articulação, ou sequenciamento entre elas e os alunos foram informados de que os problemas propostos nas três últimas sessões seriam exatamente os mesmos das três iniciais, já no início da pesquisa, quando fizemos o primeiro contato com a turma. Optamos por esta forma de trabalho por considerarmos importante termos um parâmetro para a comparação (não em termos quantitativos, mas em termos de estratégias utilizadas) entre as formas de resolução propostas pelos alunos quando resolvessem os problemas sem o uso da calculadora e com o uso desta ferramenta.

As sessões propostas abordaram mais de um conteúdo matemático, sendo que alguns destes apareceram em mais de uma sessão (como as funções exponenciais e os logaritmos e as funções trigonométricas), embora em abordagens diferentes em cada uma. Durante estas sessões, o pesquisador ateve-se ao seu papel de mediador (BRASIL, 2002b; 2006; VYGOTSKY, 1993) auxiliando os alunos apenas quando solicitado pelos mesmos, naqueles casos em que, nas duplas, não conseguiam superar as dificuldades.

Tanto nas três primeiras sessões (sem o uso da calculadora) como nas três últimas (com o uso da calculadora) os alunos foram orientados a formarem duplas e resolverem os problemas propostos em cada sessão. Nas três sessões iniciais os alunos deveriam utilizar apenas a folha com os problemas propostos, lápis e papel. Nas três últimas sessões foram disponibilizados para os alunos folha com os problemas propostos, lápis, papel e uma calculadora científica "CASIO *fx*-82MS" para cada aluno.

Observamos, no decorrer de todas as sessões, como os alunos interagiam nas duplas, no intuito de identificar como eles desenvolviam as habilidades de representação, compreensão, comunicação e investigação (conforme referido no Capítulo 3). O fato de utilizar os mesmos problemas das três sessões iniciais nas três sessões subsequentes pareceu mais adequado para podermos comparar, não só em termos de erros e acertos, mas em termos de desenvolvimento das habilidades mencionadas.

Durante estas sessões observamos como os alunos modificaram seus procedimentos de cálculos e as estratégias criadas para a resolução de problemas quando a calculadora científica passou a ser utilizada como ferramenta pedagógica de apoio.

5.4. Os Conteúdos Matemáticos Abordados

Os conteúdos matemáticos abordados nas referidas sessões foram: (i) Potências e Raízes; (ii) Quatro Operações Fundamentais com Números Naturais e com Números Decimais; (iii) Múltiplos e Divisores; (iv) Funções Exponenciais e Logarítmicas; (v) Percentagens; (vi) Trigonometria no Triângulo Retângulo e num Triângulo Qualquer.

A escolha por estes conteúdos deu-se pelo fato de constituírem conteúdos já trabalhados em anos anteriores (conforme já referido), inclusive no Ensino Fundamental, e que devem ser melhor aprofundados no 3º Ano do Ensino Médio. Ademais, estes conteúdos aparecem nas Matrizes de Referência do SAEB[22] e do SAEPE[23] o que requer (por suposto) um domínio destes conteúdos pelos alunos quando submetidos a estas avaliações. No entanto, como este não é o foco do nosso trabalho, buscamos observar as estratégias de resolução de problemas apresentadas pelos alunos e as contribuições que a calculadora, em particular a científica, poderia proporcionar a este processo e não o domínio aprofundado dos conteúdos acima referidos.

Em nossa pesquisa, estes conteúdos foram distribuídos ao longo das sessões da seguinte forma:

1ª Sessão

Nesta sessão, com duração de 100 minutos (conforme já mencionado este também foi o tempo utilizado nas demais sessões) os problemas propostos para os alunos abordaram os

---

[22] O Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB tem como principal objetivo avaliar a Educação Básica brasileira, sendo aplicado bianualmente, abrangendo, de maneira amostral, alunos das redes públicas e privadas do país, em áreas urbanas e rurais, matriculados no 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

[23] O Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE tem por objetivo fomentar mudanças na educação oferecida pelo Estado, sendo aplicados anualmente testes de desempenho nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, para alunos do 3º, 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio e 4º ano do Normal Médio, das redes estadual e municipal de ensino.

seguintes conteúdos: Operações Fundamentais com Números Decimais, Potenciação e Raiz Quadrada, Porcentagens (os quais constam do *bloco*[24] "Números e Operações") e; Funções Exponenciais, Funções Logarítmicas (enquadrando-se no bloco "Funções").

Segundo as OCEM (BRASIL, 2006, p. 70-71),

> No trabalho com *Números e operações* deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do quotidiano, tais como: operar com números inteiros e decimais finitos; operar com frações, em especial com porcentagens; fazer cálculo mental e saber estimar ordem de grandezas de números; usar calculadora e números em notação científica; resolver problemas de proporcionalidade direta e inversa; interpretar gráficos, tabelas e dados numéricos veiculados nas diferentes mídias; ler faturas de contas de consumo de água, luz e telefone; interpretar informação dada em artefatos tecnológicos (termômetro, relógio, velocímetro).

Ainda segundo este documento, também é necessário proporcionar ao aluno uma diversidade de problemas geradores da necessidade de ampliação dos campos numéricos e suas operações, bem como trabalhar as propriedades relativas às operações com números reais de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos (BRASIL, 2006).

Já sobre o bloco "Funções" as OCEM (BRASIL, 2006, p. 72) defendem,

> O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento (mais ou menos rápido).

O documento sugere ainda que o estudo de *Funções* pode prosseguir com os diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola (modelos linear, quadrático e exponencial), recomendando ainda que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, etc.).

---

[24] Conforme as OCEM (BRASIL, 2006) os conteúdos básicos do Ensino Médio podem ser organizados em quatro blocos: 1. Números e operações; 2. Funções; 3. Geometria; 4. Análise de dados e probabilidade.

Para o modelo exponencial as OCEM (BRASIL, 2006) indicam que as ideias de crescimento e proporcionalidade direta devem ser colocadas em estreita relação, evidenciando-se que a proporcionalidade direta é um particular e importante modelo de crescimento, para então introduzir o modelo de crescimento/decrescimento exponencial.

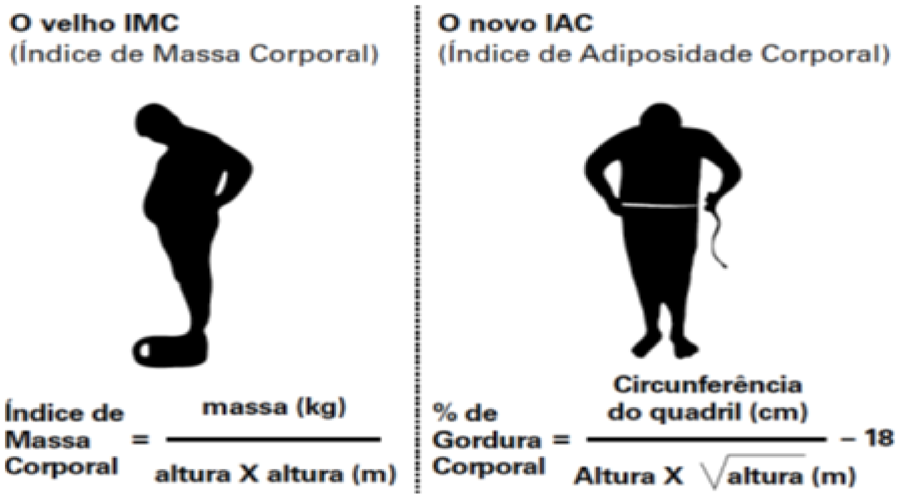
O documento ressalta ainda que é interessante discutir as características desses dois modelos, pois enquanto o primeiro garante um crescimento à taxa constante, o segundo apresenta uma taxa de variação que depende do valor da função em cada instante. Propõe também que nos problemas de aplicação em geral (geralmente associados a algum problema de aplicação em outras áreas de conhecimento, como Química, Biologia, Matemática Financeira, etc.), leve os alunos a resolver equações exponenciais, e isso pede o uso da função inversa – a função logaritmo.

Nesta e nas demais sessões, os problemas propostos para os alunos, foram utilizados (respeitando nossos objetivos de pesquisa) dentro desta perspectiva definida pelas OCEM.

Os problemas utilizados nesta primeira sessão foram:

Problema 1[25]:

O Índice de Massa Corporal (IMC) é uma medida do grau de obesidade de uma pessoa, mas pouco preciso sobre a acumulação de gordura nos tecidos (adiposidade), uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Com base em estudos populacionais o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) é uma alternativa mais fiel para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura abaixo mostra como calcular essas medidas.



Sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%, responda:

a) Uma mulher com 1,65m de altura, massa de 68 kg e 102 cm de circunferência nos quadris está dentro ou fora dos padrões normais?
b) Uma mulher adulta é considerada dentro dos padrões normais se seu IMC estiver entre 19 e 23. Considerando-se o Índice de Adiposidade, uma mulher que se encontra nesta faixa do IMC pode ser considerada dentro dos padrões normais de adiposidade?

Figura 1: Problema 01 das 1ª e 4ª Sessões

[25] Adaptado de: **Proposta de atividades com a calculadora no ensino fundamental.** Mario André de Oliveira. Campina Grande, 2013. TCC/PROFMAT. Universidade Federal de Campina Grande, 048p.

Com este problema inicial abordando um tema comum no cotidiano dos alunos e que trata de um problema de saúde pública (obesidade), contemplando conteúdos como: Operações fundamentais com números decimais, Potenciação e Raiz quadrada; tivemos por objetivo analisar como os alunos interpretariam o problema e o solucionariam, com base nos conhecimentos acumulados em anos anteriores de estudo. Durante o processo de resolução, analisamos como os alunos interagiram nas duplas e quais estratégias elencaram como possíveis para solucionar o problema.

Problema 2[26]:

O salicilato de bismuto composto é um remédio capaz de neutralizar o excesso de acidez estomacal. Cada 5g do pó contém:

Componente	Qde presente (em g)
Sais componentes da água de Vichy	3,325
Salicilato de bismuto monobásico	0,175
Óxido de magnésio	0,200
Carbonato de cálcio	0,375
Carbonato de magnésio	0,310
Hidróxido de magnésio	0,250
Hidróxido de alumínio (gel a seco)	0,350
Atropa beladona em pó (em folhas)	0,015

Observando as quantidades dos componentes presentes na fórmula podemos afirmar que esta está correta? Justifique.

Figura 2: Problema 02 das 1ª e 4ª Sessões

Com este problema, explorando o conteúdo adição com números decimais, podendo ser considerado até muito simples para o nível de ensino da turma participante da pesquisa, objetivamos analisar como os alunos compreenderiam o problema enunciado e o solucionariam, apresentando uma justificativa para o raciocínio utilizado.

[26] Adaptado de: **Proposta de atividades com a calculadora no ensino fundamental.** Mario André de Oliveira. Campina Grande, 2013. TCC/PROFMAT. Universidade Federal de Campina Grande, 048p.

Problema 3[27]:

As estimativas populacionais têm fundamental importância para o cálculo de indicadores sócio demográficos nos períodos intercensitários, bem como alimentam as bases de informações de Ministérios e Secretarias Estaduais e Municipais da área social para a implementação de políticas públicas e a posterior avaliação de seus respectivos programas. Além disso, em cumprimento ao dispositivo constitucional, as estimativas da população constituem o principal parâmetro para a distribuição conduzida pelo Tribunal de Contas da União, das quotas relativas ao Fundo de Participação de Estados e Municípios.

Segundo o IBGE, a população de certa cidade, no ano 2010 era de aproximadamente 35.000 habitantes e está crescendo a uma taxa média anual de 1,1%.
Pergunta-se:

a) Qual era a população estimada da cidade em 2011? Em 2013? Em 2015? Para 2016, 2018 e 2020 qual será a população estimada?
b) É possível estabelecer uma lei de formação para calcular a população da cidade em qualquer ano? Em caso afirmativo, descreva esta lei.
c) Quantos anos são necessários para a população da cidade duplicar?
d) Quando a população da cidade será de aproximadamente 50 mil habitantes?

Figura 3: Problema 03 das 1ª e 4ª Sessões

Buscamos explorar, com este problema, um conteúdo próprio do currículo do ensino médio (funções exponencial e logarítmicas, num modelo específico de crescimento), apesar de não ser do 3º ano, mas do 1º, com o objetivo de observar como o aluno solucionaria o problema apresentado sem o uso de fórmulas ou regras. Escolhemos utilizar este problema, porque, assim como os outros, ilustra um problema possível de ocorrer no cotidiano do aluno o que se faz necessário que o mesmo desenvolva as habilidades de compreensão e comunicação para que possam compreendê-lo quando colocado em situação análoga em seu dia-a-dia. Ainda, conforme as OCEM (2006, p. 75) “situações reais de crescimento populacional podem bem ilustrar o modelo exponencial”.

Estes mesmos problemas, com os mesmos objetivos, foram utilizados na sessão 4, quando os alunos puderam utilizar a calculadora científica para solucioná-los. Nestes problemas, as funções da calculadora científica que poderiam (foram) utilizadas pelos alunos são: a potenciação (teclas: x^2, x^3, x^y), radiciação (teclas: $\sqrt{\ }$, $\sqrt[x]{\ }$), operações fundamentais (teclas: +, -, x, ÷), porcentagem (tecla: %) e cálculo de logaritmos (tecla: *log*).

[27] Adaptado de: **O Estudo de Logaritmo por Meio de uma Sequência de Ensino: A Engenharia Didática como Apoio Metodológico.** Ronize Lampert Ferreira; Eleni Bisognin – UNIFRA [s.l/s.d].

2ª Sessão

Aqui foram abordados os seguintes conteúdos: Operações Fundamentais com Números Naturais, Porcentagens, Funções Exponenciais, Funções Logarítmicas, Múltiplos e Divisores, Funções Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Estes conteúdos figuram nos blocos "Números e Operações", no caso das Operações com Números Naturais, Porcentagens e dos Múltiplos e Divisores e; "Funções", no caso das Funções Exponencial, Logarítmicas e Trigonométricas.

O já referido anteriormente para estes dois blocos de conteúdos é igualmente válido nesta 2ª sessão, entretanto, cabe abrir um parêntesis para mencionar as Funções Trigonométricas, importante modelo para modelar fenômenos periódicos. Neste quesito as OCEM (BRASIL, 2006, p. 73) postulam que,

> No que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho com a trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, co-seno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no ensino médio.

Consta ainda do documento que a apresentação das leis dos senos e dos cossenos pode ser motivada com questões relativas à determinação das medidas de elementos de um triângulo, sendo também recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola (BRASIL, 2006).

Nesta sessão, os problemas propostos foram os seguintes:

Problema 1[28]:

O valor de um certo automóvel (em reais) sofre uma depreciação de 10% ao ano. A função que representa o valor deste automóvel após "t" anos é dada por: $f(t) = 10000 \cdot (0{,}9)^t$, $0 \leq t \leq 20$. Sabendo que a vida útil deste carro é de 20 anos, determine:

a) o valor deste carro hoje.
b) o valor deste carro após um ano e meio, 2, 3, 10 e 20 anos, respectivamente.
c) utilizando a função dada, tente calcular o valor de "t", para que o valor do carro seja de 8.000 reais.
d) que dificuldades você encontrou para resolver este item?

Figura 4: Problema 01 das 2ª e 5ª Sessões

[28] Adaptado de: **Uma Sequência de Ensino para a Introdução de Logaritmo: Estudo Exploratório Usando a Calculadora**. Monica Karrer e Sandra Magina, PUC/SP. [s.l/s.d].

Neste problema também buscamos explorar os conteúdos "função exponencial e logaritmo", só que, agora, num modelo específico de decrescimento. Da mesma forma que no último problema da sessão anterior, tivemos por objetivo observar como o aluno solucionaria o problema apresentado sem o uso de fórmulas ou regras. De maneira análoga ao problema anterior, ilustra uma situação possível de ocorrer no cotidiano do aluno exigindo do mesmo o domínio das habilidades de compreensão e comunicação para que possam compreendê-lo no contexto em que ocorra (em situações do seu dia-a-dia).

Problema 2[29]:

Um grupo de colecionadores de selos tem 2 018 selos. 13 desses colecionadores têm 86 selos cada um. Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?

Figura 5: Problema 02 das 2ª e 5ª Sessões

Ao propor este problema tivemos por objetivo explorar com o aluno os conceitos implícitos no mesmo. Assim, pode emergir do problema proposto o conceito de múltiplos e divisores, conceito este trabalhado em sala de aula, quase sempre de forma mecânica e sem contextualização com situações cotidianas.

Problema 3[30]:

Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura abaixo, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem, C representa um ponto na margem oposta do rio, e A e B duas estacas fincadas adequadamente na margem adjacente. A partir dos dados da figura, suponha que você seja esse engenheiro, e calcule a largura do rio.

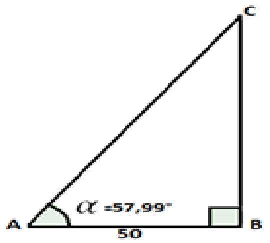


Figura 6: Problema 03 das 2ª e 5ª Sessões

[29] Extraído de: **Obstáculos com os Números Inteiros e a Calculadora**. Janaina Cardoso da Silva. Monografia de Graduação. Campina Grande/PB. 2011. 54 f.

[30] Extraído de: **Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados**. Edmar Floriano Amaro. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2013. 55 f.

Neste problema abordamos o conteúdo trigonometria, um conteúdo importante e que permeia todo o currículo do Ensino Médio (de acordo com a Proposta Pedagógica da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco), com o objetivo de propor um problema que possibilitasse ao aluno refletir sobre o cálculo de distâncias inacessíveis, pois, conforme as OCEM (2006) esse tipo de problema se configura como interessante aplicação da trigonometria. Este problema também contempla o estudo da razão trigonométrica tangente, importante na resolução de diversos tipos de problemas (OCEM, 2006).

Vale salientar que estes mesmos problemas, com os mesmos objetivos, foram utilizados na sessão 5, quando os alunos puderam utilizar a calculadora científica para solucioná-los. Nestes problemas, as funções da calculadora científica que poderiam (foram) utilizadas pelos alunos são: a potenciação (teclas: x^2, x^3, x^y), operações fundamentais (teclas: +, -, x, ÷), porcentagem (tecla: *%*), cálculo de logaritmos (tecla: *log*) e cálculo do valor de funções trigonométricas (teclas: *sin*, *cos* e *tan*).

3ª Sessão

Nesta terceira sessão, foram abordados os seguintes conteúdos: Funções trigonométricas num triângulo qualquer (bloco “Funções”) e Operações fundamentais com números naturais de maior ordem de grandeza (bloco “Números e Operações”). A importância e necessidade de se trabalhar estes conteúdos no Ensino Médio já foram destacadas anteriormente (1ª e 2ª sessões) não sendo necessário repeti-las aqui.

Os problemas propostos para esta sessão foram:

Problema 1[31]:

[31] Extraído de: **Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados**. Edmar Floriano Amaro. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2013. 55 f.

Um edifício encontra-se em um terreno plano e cercado por um alambrado. Curiosa para saber a altura do edifício, uma pessoa, de posse de um teodolito e uma trena, usou a seguinte estratégia para calcular a referida altura, já que não queria atravessar o alambrado: a uma distância x da base do prédio, postou o teodolito a 1m de altura do chão, e, deste ponto observou o ângulo formado entre a horizontal e o topo do edifício; em seguida, afastou-se mais 20m em linha reta, e observou a medida do ângulo entre a horizontal e o topo do edifício (vide figura abaixo). Sabendo que as medidas dos ângulos verificados foram: $\alpha = 50°$ e $\beta = 45°$, qual era a medida da altura do prédio?

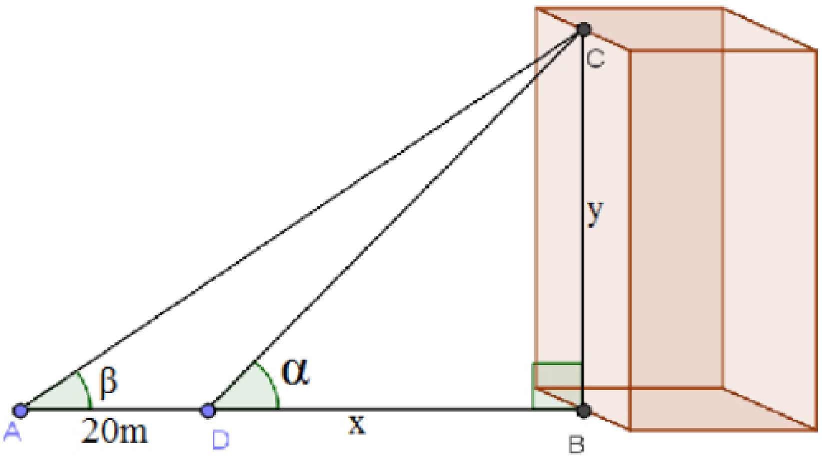


Figura 7: Problema 01 das 3ª e 6ª Sessões

Conforme o problema anterior (último da 2ª sessão) e com os mesmos objetivos, este também abordou o conteúdo trigonometria para o cálculo de distâncias inacessíveis. A aparente repetição de um tópico na pesquisa não se caracteriza como uma "fixação" de conceitos, a exemplo dos exercícios de fixação, mas como uma questão diferente e que poderia ser solucionada utilizando os mesmos conteúdos.

Problema 2[32]:

A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa d'água a 50m de distância. Sabemos que o ângulo formado pelas direções (caixa d'água - casa) e (casa - bomba) é de 45° e que o ângulo formado pelas direções (bomba - caixa d'água) e (caixa d'água - casa) é de 60°. Se pretendermos bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento serão necessários?

Figura 8: Problema 02 das 3ª e 6ª Sessões

Este problema foi utilizado com o objetivo de propor ao aluno um problema que pode fazer parte do seu cotidiano (principalmente porque a maior parte dos alunos pesquisados é

[32] Extraído de: **Guia do Professor: Trigonometria na Ponte – Calculando distâncias indiretamente com a Lei dos Senos**. RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação. [s.l/s.d].

residente na zona rural do município) levando-o a refletir sobre a matemática utilizada na escola e a sua articulação com aquela presente em seu cotidiano.

Para resolver este problema os alunos precisariam conhecer a “lei dos senos”, parte do conteúdo de trigonometria estudado no 1º ano do ensino médio e consolidado no 2º e também no 3º ano desta modalidade de ensino. De acordo com as OCEM (2006) o professor deve priorizar as relações métricas no triângulo retângulo e as leis dos senos e dos cossenos como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos e cuja “apresentação” pode ser motivada com questões relativas à determinação das medidas de elementos de um triângulo.

Problema 3[33]:

> Minha calculadora tem visor com capacidade para digitar oito algarismos. Digitei nela o maior número possível, do qual subtraí o número de habitantes de certa cidade no ano de 2013, obtendo 61 290 679 como resultado. Qual é a população dessa cidade?

Figura 9: Problema 03 das 3ª e 6ª Sessões

Este problema, abordando o conteúdo “as quatro operações fundamentais” com números de maior ordem de grandeza, teve por objetivo analisar as estratégias dos alunos ao resolver tal problema, quando sem a calculadora e quando com o uso da mesma.

Estes mesmos problemas, com os mesmos objetivos, foram utilizados na sessão 6, quando os alunos puderam utilizar a calculadora científica para solucioná-los. Nestes problemas, as funções da calculadora científica que poderiam (foram) utilizadas pelos alunos são: operações fundamentais (teclas: +, -, x, ÷) e cálculo do valor de funções trigonométricas (teclas: *sin*, *cos* e *tan*).

Cabe (re)lembrar que o objetivo do nosso trabalho nesta fase (sessões de resolução de problemas) foi analisar as possibilidades de uso calculadora científica na sala de aula, particularmente numa turma do 3º ano do ensino médio. Nestas sessões buscamos identificar as estratégias utilizadas pelos alunos quando da sua resolução sem o uso da calculadora (três primeiras sessões) e com o uso desta ferramenta (três últimas sessões). Também foi observado como os alunos desenvolveram as habilidades de: representação, compreensão, comunicação e investigação; considerando a perspectiva de Vygotsky e a teoria sócio-interacionista (mediação, interação e linguagem), conforme já mencionado em capítulos anteriores.

---

[33] Criado pelo próprio pesquisador.

Os conteúdos do bloco “Geometria”, apesar de não abordados de maneira sistemática nesta pesquisa, emergiram quando da realização das sessões de resolução de problemas, ao passo que os alunos, ao resolverem os problemas de trigonometria, fizeram a representação geométrica e utilizaram propriedades dos triângulos para solucionarem as referidas situações.

Sobre este bloco, as OCEM (2006, p. 75) defendem que seu estudo,

> deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida.

Nesta perspectiva, nosso estudo não fugiu destas orientações, embora não tenham sido propostas situações específicas deste bloco.

Por fim, conteúdos do bloco “Análise de Dados e Probabilidade” não foram abordados nas sessões propostas, o que não compromete os resultados da pesquisa, tendo em vista os seus objetivos.

5.5. As Análises dos dados

A análise dos dados foi realizada a partir das seguintes categorias: (i) concepções da professora da turma e dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (ii) mudanças de concepções dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (iii) concepções sobre a metodologia de resolução de problemas, (iv) estratégias utilizadas pelos alunos quando da resolução de problemas sem o uso da calculadora científica e com a utilização desta ferramenta, (v) habilidades desenvolvidas no decorrer do processo.

O momento das análises é de crucial importância para a investigação por “envolver o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 205).

Assim, neste trabalho apresentamos nossas análises em três momentos: o primeiro momento consta no Capítulo 6, no qual apresentamos o 1º Estudo de Caso (o caso “*Diego e Emanuelle*”); no segundo momento (Capítulo 7) apresentamos os resultados referentes ao 2º Estudo de Caso analisado (o Caso “*Pedro e L.V.*”) e no terceiro momento fazemos um apanhado geral de todos os dados coletados na pesquisa (Oficina; entrevistas iniciais; sessões de resolução de problemas e entrevistas finais) e o apresentamos no Capítulo 8 desta dissertação, no qual constam nossas conclusões.

CAPÍTULO 6

O CASO DIEGO E EMANUELLE

Neste capítulo trazemos as nossas considerações sobre o primeiro estudo de caso analisado, considerando as categorias de análise: (i) concepções da professora da turma e dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (ii) mudanças de concepções dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (iii) concepções sobre a metodologia de resolução de problemas, (iv) estratégias utilizadas pelos alunos quando da resolução de problemas sem o uso da calculadora científica e com a utilização desta ferramenta, (v) habilidades desenvolvidas no decorrer do processo; os objetivos propostos e as hipóteses levantadas no início do estudo.

6.1. Apresentação

Diego e Emanuelle são alunos do 3º Ano do Ensino Médio da escola campo desta pesquisa. Eles têm 17 e 18 anos de idade, respectivamente, e afirmam gostar de Matemática. Apresentam desempenho escolar satisfatório e estudam nesta escola desde o 1º Ano do Ensino Médio. Entretanto, são alunos de escola pública desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e não apresentam histórico de reprovação (nem em Matemática nem em outras disciplinas do currículo). Ambos são residentes da zona rural deste município.

Diego e Emanuelle pretendem prestar vestibular, sendo que o primeiro para a área de ciência e tecnologia e, a última, para a área de saúde. Eles interagiram bem em dupla, apesar de Diego parecer, algumas vezes, não aceitar a opinião da colega e tomar suas próprias decisões quando da resolução dos problemas (sem ou com o uso da calculadora).

6.2. Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula

Já no início da pesquisa Diego e Emanuelle manifestaram concepções sobre o uso da calculadora que parecem influenciadas pelas concepções manifestadas pela professora da turma a qual defende não ser “contra nem a favor” do uso da calculadora nas aulas de Matemática defendendo que

> em alguns momentos ela auxilia, só que nós temos níveis diferentes de alunos, então tem aquele aluno que ele realmente consegue fazer o cálculo e ele vai utilizar a calculadora para verificar o cálculo, só que, ao mesmo tempo, a gente tem aqueles alunos que não têm essa habilidade, agora uma habilidade básica de uma tabuada, então ele se segura na calculadora. Então, como também é um problema porque nos vestibulares é proibido utilizar, a gente precisa trabalhar com eles esse sentido de uma calculadora no sentido de verificar e não de resolver. Alguns utilizam praticamente pra tudo, por contas simples de uma potência, de uma raiz, pequenas, simples, eles não conseguem... é um vício! [...](Extrato da entrevista da Professora Ana, 22/10/2014)

Ao referirem sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática, Diego e Emanuelle defendem que esta "embota[34]" seu raciocínio, os deixam acomodados e "não pode ser utilizada em vestibulares e ENEM". Como a professora da turma não costumava liberar o uso da calculadora em suas aulas, sob estes mesmos argumentos, parece-nos que as concepções manifestadas pelos alunos são reflexos daquelas manifestadas pela professora, embora esta não tenha deixado claro em sua entrevista (Apêndice G), seu ponto de vista sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática. Para Diego, utilizar a calculadora

> traz uma certa vantagem porque é mais rápido ... de fazer os cálculos só que, por outro lado, ela traz uma desvantagem que o aluno [...], no decorrer do tempo pode perder [...] a noção de fazer o mais simples cálculo [...] que a falta de treinamento para executar aqueles cálculos aí ele usando a calculadora ele vai se acostumando ali e quando ele se deparar, por exemplo, com um vestibular, com um ENEM que vê lá... "tá" sem a calculadora fica meio que perdido, e agora? Como se ele nunca tivesse feito aquele cálculo. (Extrato da entrevista de Diego, 22/10/2014)

Infere-se da fala deste aluno, que, o fato de a calculadora não poder ser utilizada em vestibulares e ENEM seja uma justificativa para sua não utilização na sala de aula. Entretanto, conforme defendido por Selva e Borba (2010) não é a escola que tem que ser "moldada" para os vestibulares, estes é que devem ser repensados à luz da realidade atual, na qual se exige do aluno, não habilidades de cálculos, mas habilidades de compreensão, de aplicação, de discussão. Além do mais, o ENEM exige dos alunos outras habilidades (e talvez até com mais intensidade), além das habilidades de cálculo. Diego refere ainda,

> [...] raramente eu uso a calculadora. Como eu esse ano pretendo fazer ENEM eu procuro mais fazer cálculos com a folha de papel e lápis simples, sabe? Porque justamente assim é uma forma de treinamento já para o ENEM porque eu sei que não se pode usar a calculadora aí eu já fico meio que treinando para o ENEM. (Extrato da entrevista de Diego, 22/10/2014)

---

[34] D' Ambrósio (1986) usa o termo no sentido de "prejudicar".

As concepções manifestadas por este aluno concordam, em muitos aspectos, com aquelas manifestadas por vários professores, uma concepção de que a Matemática deve ser trabalhada em sala de aula com muito cálculo, uso de fórmulas e algoritmos. Não que estes devam ser excluídos das aulas de Matemática, no entanto o professor deve favorecer um ensino "com compreensão" e não a simples apreensão de regras, fórmulas e algoritmos.

Diego ainda defende que utilizar a calculadora "[...] é você deixando ela fazer o trabalho por você mas, você justamente deveria fazer aquele trabalho para treinar sua mente, exercitar e você ser um melhor aluno em Matemática". Entretanto, cabe frisar que a calculadora por si só não resolverá problema algum, o aluno é quem determina a operação a ser realizada e como a mesma deve ser digitada no teclado, sendo este também responsável por interpretar o resultado obtido (SELVA & BORBA, 2010).

A opinião deste aluno reflete a forma como a Matemática é vivenciada na maioria das salas de aula, sem conexão com a realidade. Para a maioria dos alunos, a Matemática escolar é diferente daquela vivenciada em seu cotidiano, daí tanta importância dada aos algoritmos e fórmulas, utilizados muitas vezes sem a compreensão dos seus significados.

Para Diego, as calculadoras,

> são úteis sim porque elas aceleram [...] a aula, ela deixa a aula [...] mais rápida para não perder tempo com aqueles cálculos, enfim, mas é aquela história que eu disse que a calculadora meio que atrapalha mas também ajuda ao aluno. (Extrato da entrevista de Diego, 22/10/2014)

E complementa,

> ... é obvio que com o uso da calculadora fica bem mais rápido você pode ter quase a certeza, posso dizer a certeza da precisão do acerto do cálculo, mas uma das desvantagens é justamente aquela que você vai perdendo, tipo desaprendendo de fazer o cálculo, vai perdendo o costume, a intimidade que tem com o cálculo como se diz assim, alunos, vários alunos, por exemplo, tem [é] a falta de intimidade, desconhecimento da redação, eu vejo que com o passar do tempo você utilizando muito a calculadora e deixando de lado o velho lápis e o papel para resolver os seus problemas, eu vejo que você vai desconhecendo, vai ficando meio "desinti...", [é]... "desintimidado" não [é]... você vai ficando assim, meio por fora dos cálculos e isso pode lhe prejudicar no vestibular e no ENEM como, justamente, eu já disse. (Extrato da entrevista de Diego, 22/10/2014)

Assim, mesmo conseguindo apontar alguma vantagem quanto ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, a preocupação do aluno ainda é com os vestibulares e ENEM, revelando aí algum despreparo por parte dos seus professores que não conseguiram fazer com que o aluno percebesse que, atualmente, os vestibulares e ENEM trazem questões que avaliam outras competências e habilidades dos candidatos e não exclusivamente destrezas de cálculo. A sua colega de dupla, Emanuelle, também tem um ponto de vista parecido com o dele, defendendo que “a calculadora é muito eficaz, porque é muito rápida [...], só que a gente tem que usar o raciocínio, porque, um exemplo, o vestibular, a gente não vai ter calculadora, o ENEM a gente não vai ter calculadora, então...”

Desta forma, as concepções manifestadas por esta aluna, no tocante ao uso da calculadora na sala de aula, corroboram com aquelas manifestadas pelo seu colega, Diego, sendo, em parte, reflexos daquelas manifestadas pelos seus professores, a atual, e os de anos anteriores. Pois, conforme discutido anteriormente, as concepções dos professores, espontâneas ou teoricamente elaboradas, se repercutem no modo como eles ensinam e nos modos como os alunos aprendem (ABREU, 1997 *apud* Teixeira 2004).

Esta aluna apresenta as vantagens e desvantagens da utilização da calculadora nas aulas de Matemática, assegurando que,

> As vantagens “é” que rapidamente a gente resolve os problemas [...], que ela já vai logo dar o resultado e também, as desvantagens, é que se a gente ficar só na calculadora, só na calculadora, o raciocínio vai embora e sempre a gente não vai ter ela, igual eu falei anteriormente, a gente tem que mais usar o raciocínio, o conhecimento. É isso! (Extrato da entrevista com Emanuelle, 22/10/2014)

Entretanto, a fala da aluna incita uma preocupação: será que a calculadora “já vai logo dar o resultado”? ou o aluno precisa analisar o resultado fornecido pela calculadora? E, sobretudo, antes de manusear a calculadora na busca de solução para um problema, o aluno que a utiliza não precisa saber como resolver este problema? Afinal o aluno quem é “o ser pensante” (SELVA & BORBA, 2010) que dará os comandos a serem executados pela calculadora. Sem estes comandos a calculadora é só mais um objeto, que não terá utilidade alguma, principalmente no contexto da sala de aula.

Depreende-se das falas acima que há uma preocupação dos alunos em relação ao fato de a calculadora não ser utilizada em vestibulares e ENEM. Entretanto, estes alunos não atentam para o fato de as questões do ENEM (que já ocupa o lugar de muitos vestibulares) não abordam explicitamente habilidades de cálculo, mas habilidades de interpretação, de raciocínio, de representação.

A preocupação manifestada pelos sujeitos pesquisados quanto ao ENEM e vestibulares ilustra também uma frágil formação docente, ainda espelhada num ensino da Matemática de forma tradicional, no qual o professor era quem “detinha” o saber e o aluno (por repetição e cópia) era o que aprendia, uma visão fixista do conhecimento e uma noção de passividade do sujeito (TEIXEIRA, 2004).

Vale salientar que este paradigma já não condiz com a realidade atual, na qual o aluno aprende também por si só, através das várias mídias e tecnologias disponíveis no seu entorno. Então privá-lo de utilizar a calculadora na sala de aula, seria privá-lo de usufruir desta tecnologia que permeia diversas situações do seu cotidiano.

6.3. Mudanças de Concepções sobre o uso da Calculadora na sala de aula

Conforme defendido por Ponte (1992), o processo de mudanças de concepções só é verificado perante "abalos muito fortes, geradores de grandes desequilíbrios". Diego e Emanuelle até conseguem apresentar algumas vantagens para o uso da calculadora na sala de aula e, em alguns momentos, defendem seu uso, entretanto, percebemos que os alunos ainda defendem a sua opinião inicial de que a calculadora "prejudica o raciocínio, os impede de pensar, vicia!".

Para Diego,

> a utilização da calculadora ela tem suas vantagens, mas também tem suas desvantagens, [...] porque quando você usa a calculadora aí facilita os cálculos e, consequentemente, você não tem assim uma prática do seu aprendizado pra calcular ali, pra "tá" praticando, quando você chegar num vestibular ou então numa prova do ENEM você não vai ter uso da calculadora, isso dificulta bastante. Então, [...] eu acho melhor a efetuação dos cálculos sem o uso da calculadora para que você possa se preparar, para que você possa testar a si mesmo, para que você esteja bem preparado quando chegar num vestibular, numa prova do ENEM e coisa e tal. (Extrato da entrevista de Diego, 12/05/2015)

De acordo com Diego, a calculadora é um ótimo instrumento, principalmente por agilizar as tarefas de cálculo. Entretanto, segundo ele, o aluno precisa "treinar" suas habilidades de cálculo para poder utilizá-las no momento em que a calculadora não estiver disponível.

Emanuelle, não muito diferente de Diego, também defende o "treino ao raciocínio" para quando se deparar com situações de "prova, vestibular, ENEM" estar preparada para tal. Mostrando-se um pouco contraditória, esta aluna defende o uso da calculadora, acredita que esta não compromete sua aprendizagem, mas prefere "usar o raciocínio" porque na hora de provas estará "mais eficiente para resolver".

No entanto, é conveniente destacar, que estes alunos estão concluindo a educação básica e que, a priori, suas habilidades de cálculo (utilização dos algoritmos, cálculo mental, estimativas) já deveriam estar consolidadas, a calculadora, neste contexto, passaria a ser uma outra possibilidade de efetivação destas habilidades "já adquiridas", sobretudo no contexto cotidiano, no qual as situações se apresentam, quase sempre, através de números "mal comportados[35]" (BIGODE, 1997).

Emanuelle se revela favorável ao uso da calculadora em sala de aula, entretanto, "não direto, mas de vez em quando é bom uma ajudada, porque assim [...] vai pegando mais aprendizado e também usando o raciocínio, porque na hora de provas ajuda muito a gente... a gente vai "tá" mais eficiente para resolver"; e acredita que seu uso não vicia, não embota seu raciocínio e não resolve os problemas sozinha. No entanto, defende que "devemos ter o cuidado de utilizar nosso raciocínio também porque não é em toda situação que a gente vai ter a calculadora, então precisamos fazer os cálculos sozinhos". Esta aluna se mostra mais receptiva ao uso da calculadora em sala de aula, mas acredita que se deva utilizá-la com cautela para não comprometer o aprendizado dos alunos.

Quando questionados se a sua professora Matemática atual proporcionava momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora ou incentivava o uso de tal ferramenta, Diego pontua que "Ela até permitia que a gente utilizasse a calculadora, porém ela não incentivava [...] Como ela é professora ela vê isso... que a gente precisa testar nossa capacidade de "efetuamento" e a gente praticar por si só sem utilizar a calculadora", fato confirmado por Emanuelle ao referir que "Não, ela incentiva a gente a utilizar o raciocínio mesmo, porque, como ela falava, que quando a gente fosse fazer provas, ENEM, vestibulares a gente não ia ter a calculadora por perto, então era melhor a gente ir treinando, estudando e usando o raciocínio".

Portanto, as concepções manifestadas por Diego e Emanuelle são, em parte, influenciadas por aquelas manifestadas por seus professores (a atual e anteriores) que ainda se prendem ao paradigma do ensino tradicional e que suas mudanças só ocorrerão "a partir da reflexão sobre a prática e à luz da teoria" (MENEZES, 1995, p. 177), pois "a reflexão dos professores sobre as suas práticas tem implicações na formação inicial e na contínua. Recomenda-se que nos programas de formação de professores se repense o papel do trinómio teoria/prática/reflexão e se tomem em consideração as concepções dos mesmos" (IDEM). Mudadas as concepções dos professores, espera-se que mudem também as dos alunos.

---

[35] De acordo com Bigode (1997) são assim os números que surgem nas situações cotidianas, com muitas casas decimais ou frações com denominadores esquisitos e a calculadora possibilita aos indivíduos "enfrentar" estes problemas tal como surgem na realidade (na vida cotidiana e nas atividades profissionais).

6.4. Concepções sobre a Metodologia Resolução de Problemas

Para Diego e Emanuelle resolver problema é resolver exercício. Estes alunos não conseguem diferir uma situação desafiadora, inovadora e que aguce seus instintos investigativos (características de um problema) de uma tarefa de fixação, exercícios. Entretanto, conforme já referido nesta dissertação, este fato reflete um aspecto falho da formação docente. As concepções manifestadas pelos alunos são reflexos daquelas manifestadas pelos seus professores. Assim, Diego refere ao ser indagado sobre a resolução de problemas:

> Nossa professora ela passa muitos exercícios referentes a diversas áreas da Matemática, como potenciação entre essas outras, sabe? Ela é bem complexa assim, quando passa o estudo da Matemática para a gente, ela não fica na mesmice de sempre, ela passa várias coisas de Matemática para a gente se preparar mais e melhor para um vestibular, um ENEM que a gente quer fazer futuramente. (Extrato da entrevista de Diego, 22/10/2014)

Percebe-se no trecho acima que o aluno não tem uma compreensão sobre o que seria problema e o que seria exercício. A sua fala revela ainda que esta incompreensão é fruto da sua vivência em sala de aula, o que sugere que a professora da turma também não tenha esta compreensão. Ao ser questionada se costuma trabalhar, em suas aulas, a Matemática através da resolução de problemas, esta refere:

> Sempre! Eu busco questões de interpretação de textos, questões de ENEM, de vestibular, como eu já trabalho no nível mais médio [*ênfase*] então eu sempre “tô” buscando é... Vestibulares, ENEM, situações-problema e até alguns desafios [é...], como também problemas ditos como o SUDOKU, coisas que... Uma cruzadinha numérica para que eles tentem interpretar o problema, às vezes muito simples, mas que requer uma leitura, como por exemplo [é]... Não sei como vocês vão chamar, a gente tem sequenciadas: “João tem o dobro da idade de Maria, Maria tem o triplo...” (Extrato da entrevista de Ana, 22/10/2014)

A fala da professora sugere que esta não tem uma compreensão sobre esta metodologia de ensino da matemática (a resolução de problemas).

Estes mesmos aspectos (incompreensão sobre a metodologia de resolução de problemas) podem ser depreendidos da fala de Emanuelle,

> Assim... resolução... a professora passa bastante exercícios para a gente, de várias formas assim, o que a gente já estudou [...] porque o 3º Ano jamais é uma revisão do que a gente já estudou, ela passa bastante exercício e provas também pra gente. (Extrato da entrevista de Emanuelle, 22/10/2014)

Desta forma, pudemos perceber que há a necessidade de melhor se trabalhar a resolução de problemas nos cursos de formação docente (inicial ou continuada) para que este fato seja refletido positivamente na sala de aula, contribuindo com a formação de alunos mais críticos, reflexivos e comunicativos.

6.5. Estratégias de Resolução de Problemas

A interação entre Diego e Emanuelle se fez presente ao longo das seis sessões (as três iniciais sem o uso da calculadora e as três últimas com o uso desta ferramenta) apesar de, em alguns momentos, Diego não se mostrar muito aberto às contribuições da colega. Estes alunos desenvolveram bastante autonomia quando da realização do trabalho e pouco solicitaram "a mediação" do professor/pesquisador para a resolução dos problemas propostos, embora tenham deixado alguns sem resposta alegando "falta de tempo". Os problemas propostos se mostraram desafiantes para estes alunos porque, mesmo naquelas sessões em que a calculadora não fora utilizada, eles persistiram ao máximo que puderam para resolverem o maior número possível.

Para esta dupla, a grande dificuldade das três primeiras sessões (sem o uso da calculadora) foi o excessivo peso dos cálculos, tendo problema que eles necessitaram de "rabiscar" várias páginas até chegarem à solução. Em relação ao número de erros e acertos, quando comparadas as três sessões iniciais com as três últimas, percebemos que não houve diferenças significativas entre elas, entretanto, nas três últimas os alunos gastaram menos tempo e as suas respostas foram mais diretas sendo que em algumas delas eles nem deixaram os cálculos no papel.

A estratégia de resolução predominantemente utilizada por esta dupla para a resolução dos problemas foi "tentativa e erro", sendo esta estratégia comumente utilizada quando o aluno não sabe exatamente que operações/conteúdos utilizar para solucionar o problema. De acordo com Wood (1997) esta estratégia consiste em: i) escolher uma operação plausível, ii) executar a operação com os dados e iii) verificar se a meta foi alcançada.

Ainda de acordo com este autor, se a resposta ao item (iii) for negativa, ou seja, se os resultados encontrados não satisfazem o problema, devemos repetir o processo até que se atinja a meta ou se evidencie a insolubilidade do problema.

O fato de o trabalho ter sido realizado em duplas, o que incentivou a interação e a mediação entre os alunos (e entre estes e o professor/pesquisador, quando solicitado), parece ter favorecido o processo de resolução de problemas.

Na sequência apresentamos alguns dos problemas propostos em cada sessão com as resoluções desenvolvidas pelos alunos. A supressão de alguns dos problemas propostos será justificada no decorrer da discussão de cada sessão.

6.5.1. Sem o uso da calculadora científica

6.5.1.1. 1ª Sessão

Nesta 1ª sessão, Diego e Emanuelle demonstraram algumas dificuldades de interpretação dos problemas. Pôde-se perceber também que eles pouco sabiam sobre “exponencial” e nada sabiam sobre “logaritmos” dois dos conteúdos abordados nos problemas propostos. Apesar da simplicidade e da clareza dos problemas propostos estes se mostraram muito difíceis para estes alunos, o que ocasionou alguma desmotivação. Após esta primeira sessão e antes da segunda, houve uma pequena intervenção, através de uma “revisão” sobre exponencial e logaritmo, mostrando as características de cada função e tomando uma como a inversa da outra, destacando a necessidade de utilização dos logaritmos para resolver equações exponenciais como bases distintas.

Quanto às estratégias apresentadas por Diego e Emanuelle na realização não só desta, mas das três sessões iniciais (sem o uso da calculadora científica), houve predominância da estratégia “tentativa e erro” sendo que a “representação por desenho” e a “construção de tabela” também tenham ocorrido.

No primeiro problema desta sessão, os alunos Diego e Emanuelle apresentaram, inicialmente, dúvidas quanto à sua interpretação:

Diego: Essa aqui vai a massa [*apontando para a fórmula do IMC*].

Emanuelle: Não vai ser o IGC não? Olha: circunferência do quadril...

Diego: É mesmo...

Diego: Professor! Vai precisar transformar assa altura em centímetros ou não?

P.: Veja no problema!

Diego: Ah... aqui diz que a altura é em metros... beleza! Agora é só fazer o IGC: circunferência do quadril, dividido pela altura multiplicada pela raiz quadrada da altura.

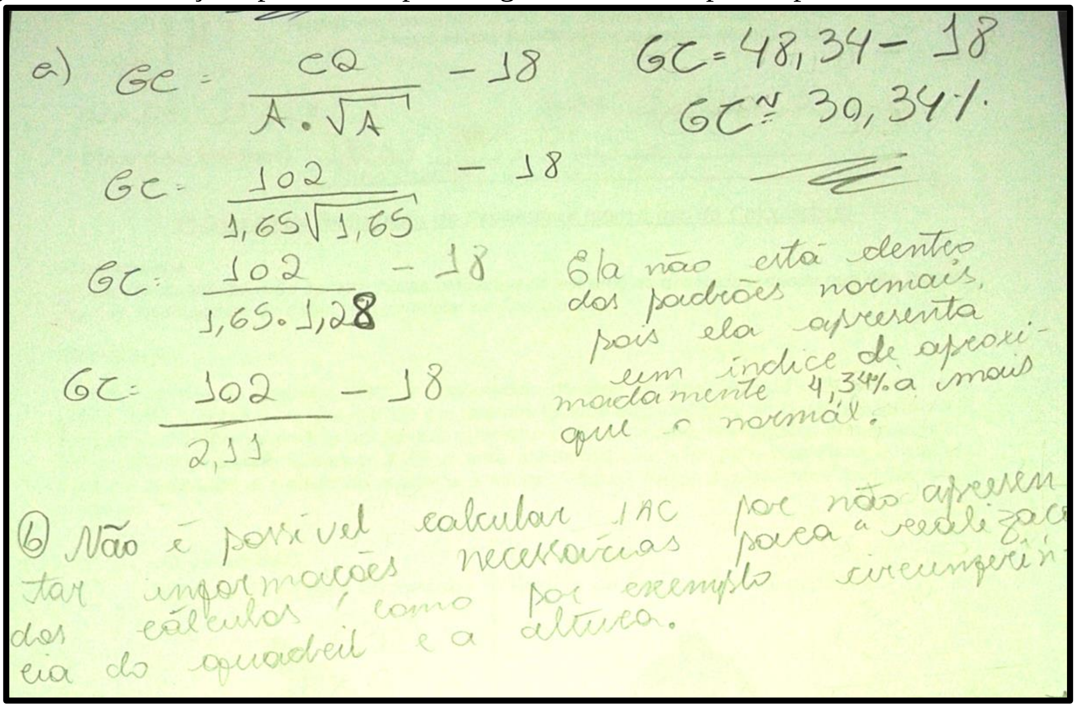
Diego: Professor! Posso arredondar?

P.: Pode! Trabalhem com duas casas decimais...

Emanuelle: É muita conta... da próxima vez vou trazer meu caderninho!

Após esta pequena intervenção a dupla conseguiu compreender a alternativa inicial do problema (letra “a”) e conseguiu resolvê-lo. O fato de a alternativa apresentar dados desnecessários para solucionar o problema deixou a dupla com dúvidas quanto à escolha da “fórmula” que deveria ser utilizada. Entretanto, quando compreenderam o problema conseguiram resolvê-lo de forma satisfatória, utilizando a estratégia de tentativa e erro. Na figura 10, temos representada a solução apresentada por Diego e Emanuelle para este problema:

Figura 10: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 1 da 1ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Um aspecto que chamou a atenção neste caso foi o excesso de cálculos necessários para solucionar o problema o que levou os alunos a reclamarem bastante e “requererem” um auxílio, sugerindo, neste caso o uso da calculadora. Como este ainda não era o momento considerado adequado em nossa pesquisa para este uso, recomendamos que os alunos utilizassem outras estratégias de cálculo, mas não a calculadora. Neste ponto, é oportuno salientar que estes alunos manifestaram concepções que não apoiam o uso da calculadora em sala de aula, entretanto, estes mesmos alunos acharam conveniente utilizá-la como auxiliar de cálculos morosos.

No problema nº 3 desta mesma sessão, os alunos utilizaram também a estratégia de tentativa e erro com elaboração de uma tabela (embora não muito sistematizada) na qual sequenciaram os "anos" com a respectiva população, no entanto, não conseguiram concluir o processo de resolução. Os alunos também apresentaram dificuldades de interpretação do problema:

Diego: Professor! Essa daqui é assim? [*referindo-se à alternativa "a" do problema nº 3*]

P.: Como foi que você fez?

Diego: Assim: peguei trinta e cinco mil e calculei um vírgula um por cento; aí é só acrescentar esse valor e nós encontramos o valor de dois mil e onze.

P.: Ok! E os demais anos?

Diego: A gente vai fazer agora: é só pegar cada ano e acrescentar um vírgula um por cento do ano anterior.

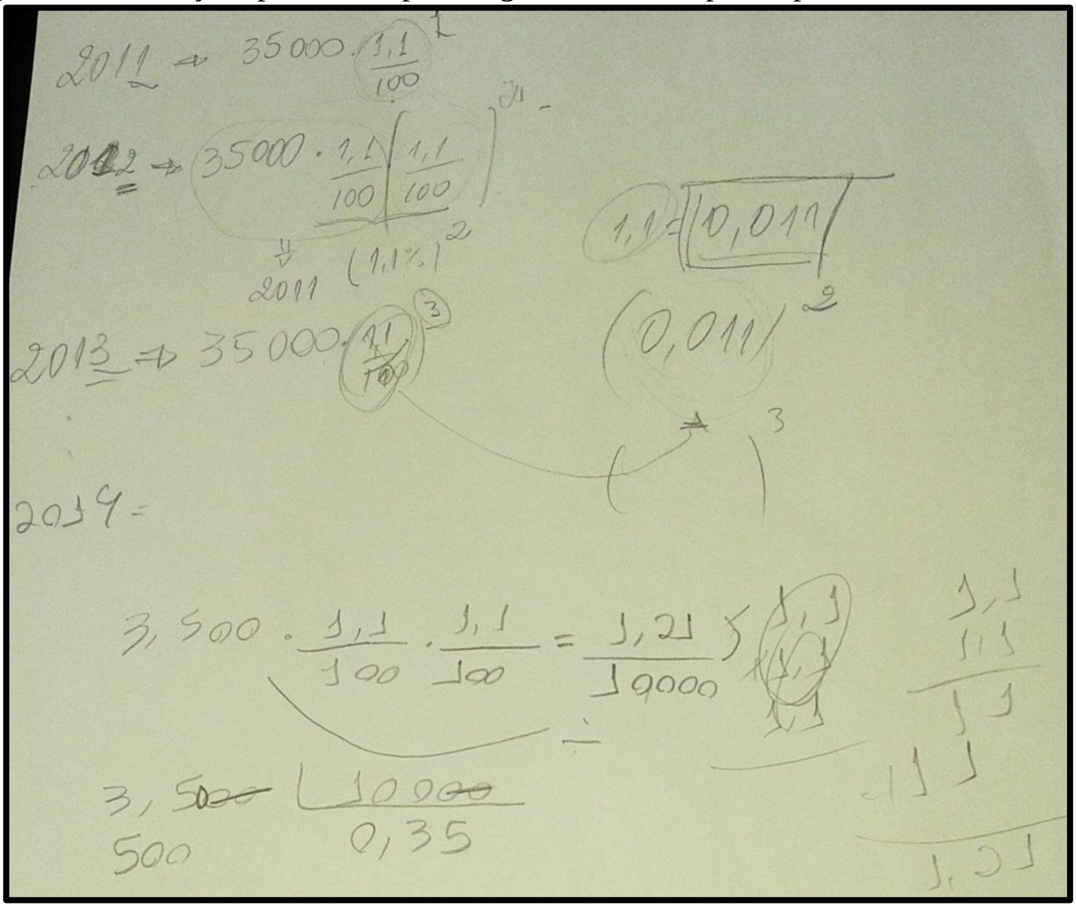
P.: Então façam!

Emanuelle: Mas vai dá muito trabalho...

Diego: É verdade, daqui que a gente faça de um por um até chegar em dois mil e vinte!

Desta forma, perante as dificuldades impostas pelo problema, eles acabaram desistindo de resolverem-no, confirmando o que defende Boavida et al (2008) de que os problemas sejam, realmente, compreensíveis pelo aluno embora sua solução não seja imediatamente atingível. Considerando o problema proposto, que pode ser caracterizado como um problema de fácil compreensão, para esta etapa de ensino (Ensino Médio) pudemos supor que a resolução de problemas foi uma tarefa pouco realizada por estes alunos ou que os conteúdos abordados (funções exponencial e logarítmicas) não tinham sido trabalhados adequadamente pelos professores dos anos anteriores (especificamente os do 1º Ano, ano em que os conteúdos deveriam ter sido trabalhados, conforme Proposta da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco). Além do mais, o excesso de cálculos pode ter sido um empecilho a mais para os alunos terem desistido de solucionarem o problema. A figura 11 seguinte, mostra o processo de resolução apresentado por Diego e Emanuelle para o 3º problema desta sessão.

Figura 11: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 3 da 1ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Conforme mostra a figura 11 acima, a forma como os alunos organizaram a resolução do problema sugere o uso de uma tabela, não desprezando a estratégia tentativa e erro. O cálculo com números decimais foi um dos entraves que os alunos tiveram que lidar para solucionarem este problema, além da falta de conhecimento sobre “exponencial e logaritmo”.

Nesta sessão, suprimos o problema 2 por ser um problema bastante elementar, exigindo dos alunos apenas a utilização da operação de adição para solucioná-lo. A dupla conseguiu resolvê-lo sem dificuldades.

6.5.1.2. 2ª Sessão

Nesta sessão os alunos também apresentaram dificuldades de interpretação dos problemas propostos, sugerindo algum despreparo dos mesmos em relação aos conhecimentos que já deveriam ter sido consolidados nesta etapa de ensino.

No problema 1, Diego e Emanuelle tiveram dificuldades em resolver as potências apresentadas (particularmente aquela com expoente racional), conforme sugere o trecho seguinte:

Diego: Professor! Se eu quero saber o valor do carro hoje, então “t” vale zero não é?

P.: É?

Diego: É!!!

P.: Então continue!

Diego: E como é que eu calculo um ano e meio?

P.: Como é que você calcula potências com expoente racional?

Diego: Fica zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco, mas como é que nós calculamos isso? Eu multiplico e depois divido é?

P.: Você não está confundindo não?

Diego: Ah é! É elevado não é multiplicado não! Mas, mesmo assim, eu não sei como fazer “zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco”!

P.: Aí eu lhe pergunto novamente: como é que calculamos potências com expoente racional?

Diego: Primeiro a gente transforma em fração, não é?

P.: E como fica?

Diego: Zero vírgula nove elevado a quinze sobre dez.

P.: E esta fração, não dá para simplificar não?

Diego: Ah é... fica três sobre dois! E como é que multiplica?

P.: Não seria elevado não?

Diego: Ah é...

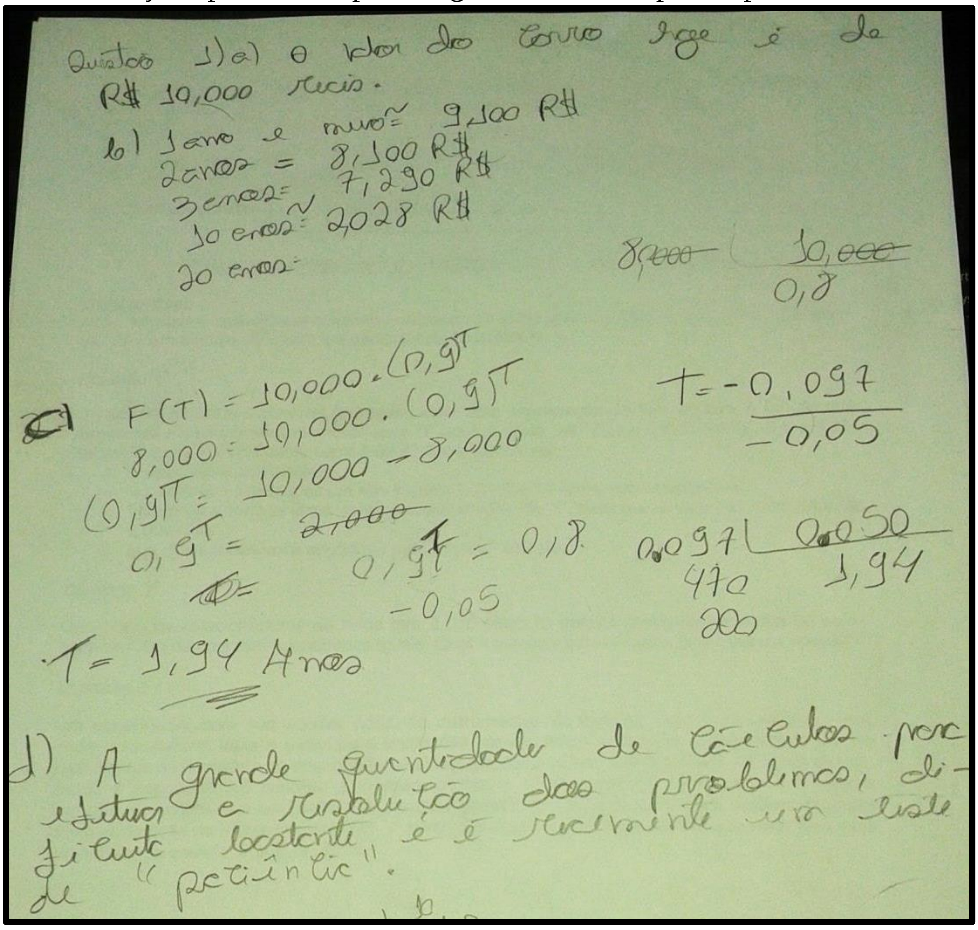
P.: Então você tem uma potência com expoente racional. Como é que você resolve?

Emanuelle: Transforma em raiz!

P.: Isso! Prossigam!

A estratégia de cálculo utilizada por Diego e Emanuelle neste problema foi “tentativa e erro”, embora tenham apresentado uma sugestão de tabela (embora não muito sistematizada) para o item “b” deste problema. A figura 12 abaixo mostra o processo de resolução desencadeado pela dupla:

Figura 12: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 1 da 2ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

A figura anterior (figura 12) mostra que os alunos, mais uma vez, não conseguiram utilizar os logaritmos para solucionar o item “c” o que sugere uma fragilidade dos alunos em relação à aprendizagem deste conteúdo. Um outro empecilho apresentado foi em relação à grande quantidade de cálculos requeridos, principalmente por se tratar de números decimais, conteúdo que os alunos, geralmente, têm dificuldade de operar utilizando lápis e papel.

O problema número 2 foi um pouco mais problemático para os alunos por apresentar dados “insuficientes” para solucioná-lo:

Diego: Professor! Essa questão não “tá” errada não?

P.: Onde está o erro?

Diego: Não consta o total de pessoas, como é que a gente vai dividir?

P.: E será que precisa?

Emanuelle: E como é que a gente vai saber quantos sobram para poder repartir?

P.: Sugira!

Diego: E pode?

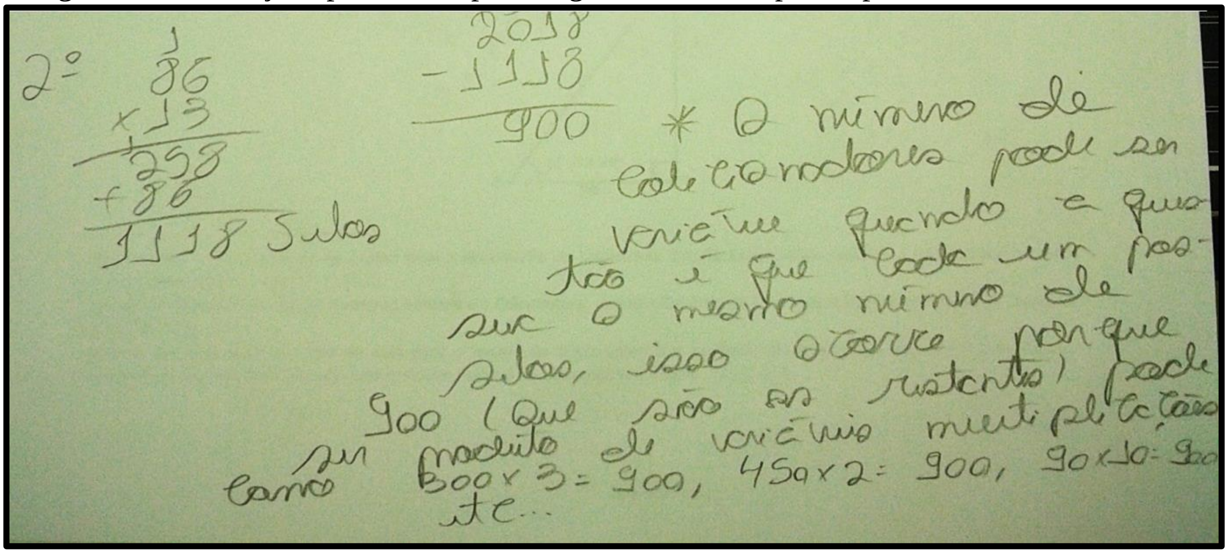
P.: Veja se existem outras possibilidades.

Diego: A não ser que a gente vá tentando... “chutando”!

P.: Não sei se este seria o termo correto, mas faça como está pensando!

Na figura 13 temos a solução dada por Diego e Emanuelle para este problema:

Figura 13: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 2 da 2ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Percebemos na resolução acima (Figura 13) que os alunos raciocinaram corretamente e conseguiram explicitar este raciocínio na solução final do problema.

O terceiro problema desta sessão foi suprinido porque os alunos não conseguiram solucioná-lo, alegando falta de tempo.

6.5.1.3. 3ª Sessão

Nesta 3ª sessão, Diego e Emanuelle se mostraram atenciosos e motivados para solucionar os problemas propostos. Utilizaram as estratégias de “tentativa e erro” e “uso de figura” para representarem suas soluções.

No problema nº 2, os alunos mostraram-se confusos quanto ao conteúdo matemático empregado:

Diego: Professor! Essa daqui a gente pode usar “Teorema de Pitágoras”? *[mostra a figura de um triângulo desenhado por eles representando a situação ilustrada no problema*]

P.: O que é que você acha? O que é que você precisa para utilizar o “Teorema de Pitágoras” e o que é que o problema lhe oferece?

Diego: Ah é! Eu só posso utilizar o "Teorema de Pitágoras" com triângulos retângulos! [*fica pensativo*] Então dá pra usa a lei dos senos, não é?

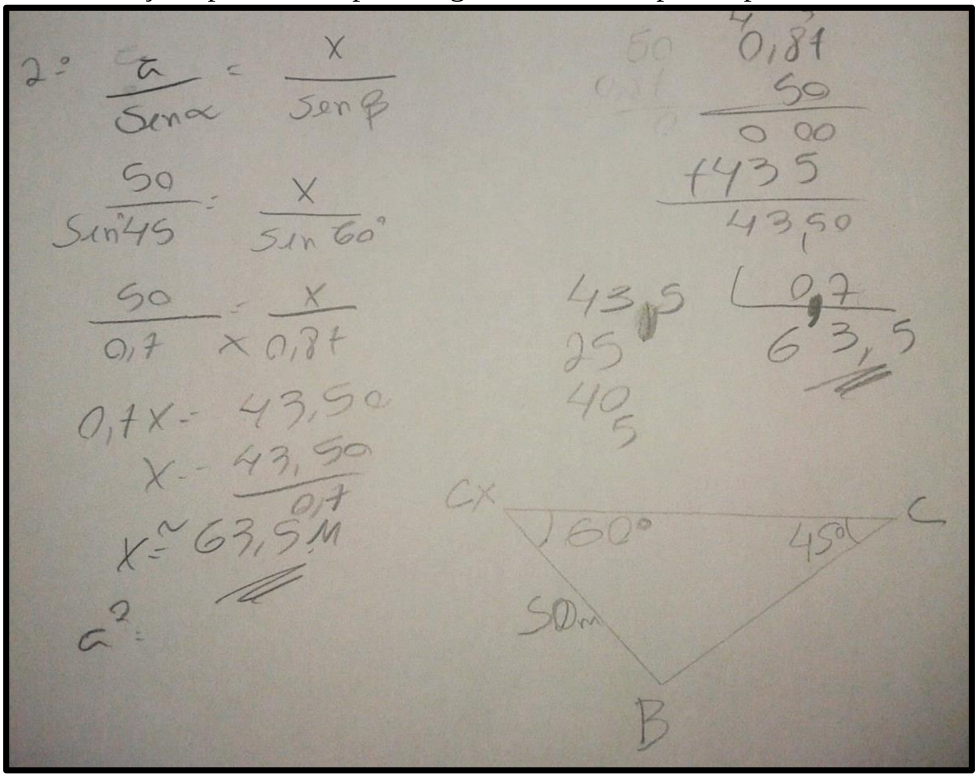
P.: E como seria?

Emanuelle: É mesmo, assim: esse lado dividido pelo seno desse ângulo [*mostra o lado de cinquenta metros e o ângulo de quarenta e cinco graus*] igual a esse outro lado dividido pelo seno deste outro ângulo! [*mostra o lado que chamaram de "x" e o ângulo de sessenta graus*]

P.: Prossigam e vejam no que dá!

Na figura 14 temos a representação da estratégia traçada pelos alunos para solucionarem o problema:

Figura 14: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 2 da 3ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Apesar da dúvida apresentada quando do início da resoluçao do problema, Diego e Emanuelle conseguiram identifcar um conteúdo matemático e empregá-lo corretamente na sua resolução. A proposição deste problema segue aquilo que sugerem as OCEM (BRASIL, 2006) de que a lei dos senos seja trabalhada em sala de aula com o objetivo de encontrar distâncias inacessíveis. O uso do desenho da figura facilitou a compreensão dos alunos para o uso correto da fórmula, sendo que para este conteúdo os alunos não apresentaram tantas dificuldades, o que sugere que foi trabalhado de forma mais eficaz que outros do currículo (como os logaritmos por exemplo), talvez devido ao fato de o conteúdo de Trigonometria perpassar todo o currículo do Ensino Médio (1º ao 3º Ano), conforme proposta de ensino da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco.

Para o problema de número 3 a resposta foi mais imediata, não constituindo nenhuma dificuldade para os alunos:

Emanuelle: O maior número possível “nove, nove, ..., nove”.

Diego: Sessenta e um, duzentos e noventa... professor!

P.: Oi!

Diego: É assim “né”... sessenta e um, duzentos e noventa, seiscentos e setenta e oito mais “x” igual a “nove, nove, nove... nove” que é o maior número possível?

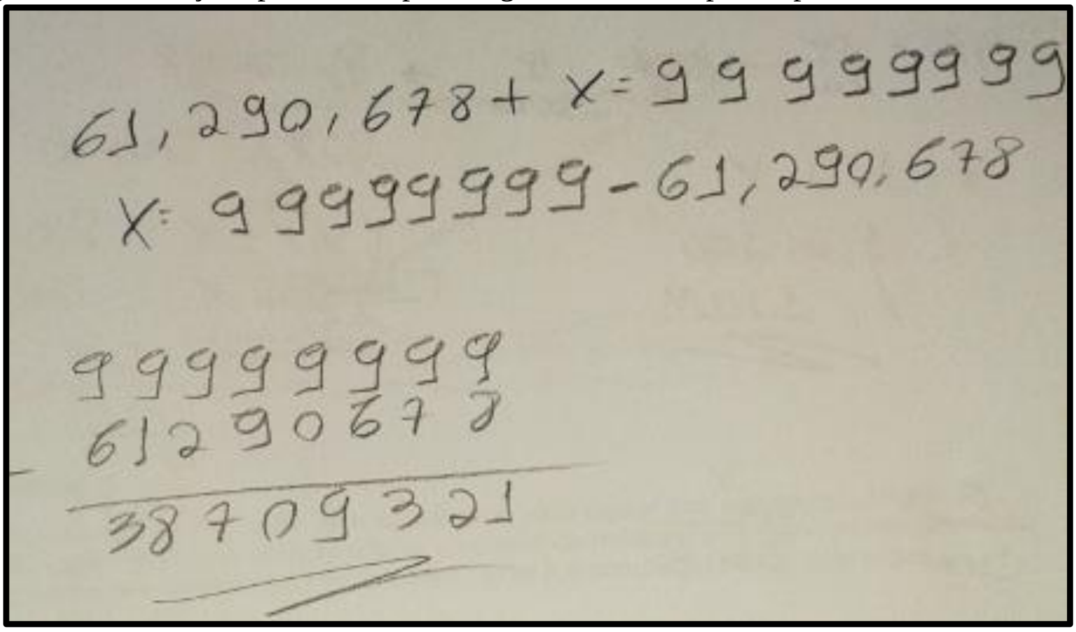
P.: E depois?

Emanuelle: É só subtrair!

P.: Ok! Então concluam!

A figura 15 mostra como Diego e Emanuelle resolveram o problema (que não chegou a ser nenhum problema para eles) empregando a estratégia tentativa e erro:

Figura 15: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 2 da 3ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Suprimimos o problema 1 desta sessão porque os alunos não conseguiram solucioná-lo.

6.5.2. Com o uso da calculadora científica

Nas três últimas sessões desta pesquisa, os alunos se mostraram mais entusiasmados em participar. O uso da calculadora (especificamente a científica) parecia estimulá-los a participarem da aula, sempre muito curiosos e buscando descobrir outras funções não exploradas na Oficina (realizada no início da pesquisa). Neste segundo contato com a calculadora científica (o primeiro contato ocorreu na realização da Oficina) os alunos a tocavam, procuravam funções, mostravam suas descobertas um ao outro.

Para as três sessões subsequentes, as estratégias básicas utilizadas pelos alunos foram as mesmas utilizadas anteriormente (com prevalência da estratégia de "tentativa e erro"), entretanto, com menor número de problemas deixados sem solução e uso de pouco cálculo escrito, tendo sido estes realizados diretamente na calculadora, o que sugere que o uso da calculadora agilizou as tarefas de cálculo.

Nas três sessões seguintes, a cada aluno foi disponibilizado papel, lápis e uma calculadora científica (modelo CASIO *fx-82MS*) para que utilizassem na resolução dos problemas.

6.5.2.1. 4ª Sessão

Nesta sessão, Diego e Emanuelle se mostraram mais ansiosos pela presença do pesquisador (ou seria das calculadoras científicas?). O aspecto diferenciado da aula acabou por atrair a atenção destes alunos que tentaram desenvolver as atividades propostas utilizando a calculadora. A presença da calculadora científica na sala de aula favoreceu um melhor aproveitamento do tempo no que diz respeito à realização dos cálculos.

Emanuelle: Agora parece bem mais fácil de fazer!

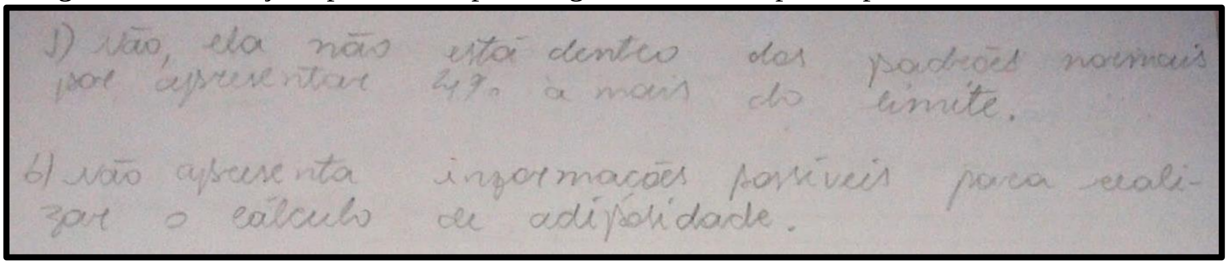
Diego: Pelo menos vamos nos livrar daquele monte cálculo. Faz assim: Um vírgula sessenta e cinco, raiz quadrada... deu isso! [*mostra o visor da calculadora a Emanuelle*]. Agora, faz... vezes um vírgula sessenta e cinco... dá isso! [*mostra o visor da calculadora*]. Pronto! Agora a gente faz... cento e dois dividido por isso aí... dá...

Emanuelle: Trinta vírgula trinta e quatro...

Diego: Foi bem [*ênfase*] mais fácil!

A figura 16 ilustra a forma sucinta como Diego e Emanuelle resolveram o problema 1 da 4ª Sessão:

Figura 16: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 1 da 4ª Sessão.



1) Não, ela não está dentro dos padrões normais por apresentar 4% à mais do limite.

b) não apresenta informações possíveis para reali-zar o cálculo de adiposidade.

Fonte: Notas dos alunos.

Percebemos que para este problema os alunos não registraram por escrito os cálculos realizados, mas que a estratégia de tentativa e erro foi utilizada de maneira mais ágil eliminando os cálculos morosos efetuados na 1ª sessão. Com a calculadora, os cálculos com números decimais não foram mais um entrave para os alunos e o tempo foi melhor aproveitado para a resolução dos outros problemas. Não podemos atribuir à calculadora o êxito dos alunos nos cálculos com os números decimais, porque estes alunos realizaram estes cálculos manualmente na 1ª sessão. Entretanto, podemos dizer que agilizou a estratégia utilizada pelos alunos para solucionarem o problema proposto em menor tempo, tempo este destinado à resolução de um número maior de problemas.

Diferentemente do ocorrido na 1ª sessão, Diego e Emanuelle conseguiram resolver o problema 3 de forma satisfatória, apesar de apresentarem alguma dificuldade para compreender que o percentual de aumento satisfaz uma função exponencial e, por isso, poderia ser calculado de forma direta empregando a potenciação, em vez de o fazê-lo de forma recorrente (recorrendo a cada ano anterior para encontrar o seguinte) conforme pensaram inicialmente.

Emanuelle: E agora, como é que a gente vai encontrar a população?

Diego: Dois e mil e onze... um vírgula um por cento, vezes trinta e cinco mil... dá, trinta e cinco trezentos e cinquenta e três. Dois mil e treze: E agora? A gente pega o ano anterior e multiplica por um vírgula um por cento...

Emanuelle: Então a gente vai ter que fazer até dois mil e vinte?

Diego: Não! Deve ter alguma forma mais prática de fazer. Professor! Como é que a gente pode fazer pra diminuir as contas? Porque se a gente for fazer ano por ano vai demorar muito!

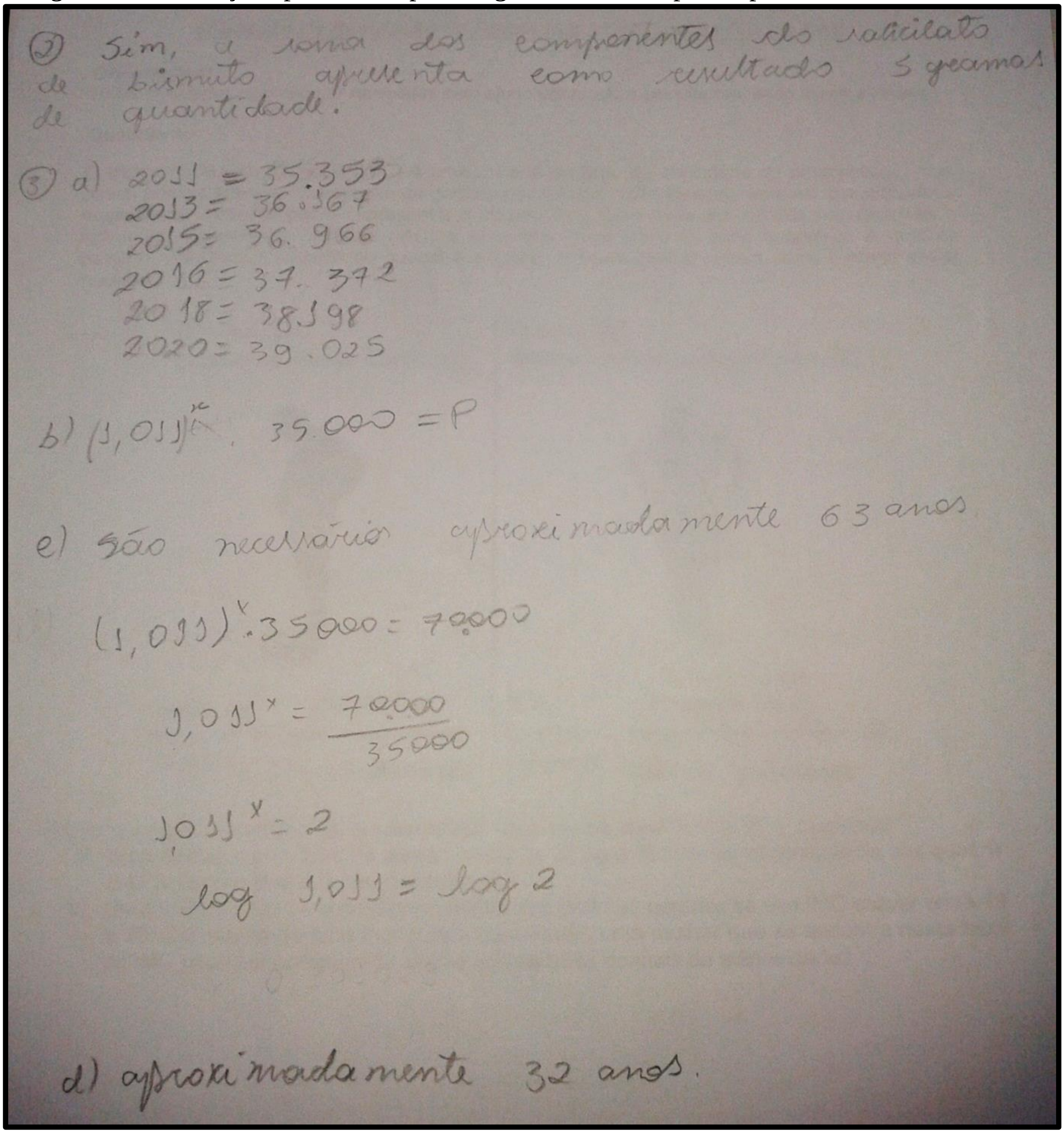
P.: E o que foi que você percebeu que acontece de um ano para outro?

Diego: Dois mil e onze eu multipliquei uma vez, dois mil e doze duas, dois mil e treze vai ser três... agora eu "tô" pensando é... para chegar em dois mil e vinte!

Emanuelle: Vai dá um trabalho danado!

A figura 17 mostra o processo de resolução traçado por Diego e Emanuelle para solucionar este problema:

Figura 17: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 3 da 4ª Sessão.



② Sim, a soma dos componentes do salicilato de bismuto apresenta como resultado 5 gramas de quantidade.

③ a) 2011 = 35.353
2013 = 36.367
2015 = 36.966
2016 = 37.372
2018 = 38198
2020 = 39.025

b) $(1{,}011)^x \cdot 35.000 = P$

c) são necessários aproximadamente 63 anos

$(1{,}011)^x \cdot 35000 = 70000$

$1{,}011^x = \frac{70000}{35000}$

$1{,}011^x = 2$

$\log 1{,}011 = \log 2$

d) aproximadamente 32 anos.

Fonte: Notas dos alunos.

As estratégias de tentativa e erro e uso de tabela (no entanto, pouco sistematizada) foram utilizadas pelos alunos para solucionarem este problema. Percebe-se que a utilização dos logaritmos como operação inversa da exponencial foi empregada pelos alunos de forma satisfatória faltando apenas expressar os resultados dos logaritmos apresentados, o que sugere um certo comodismo por parte dos alunos, porque dispunham da calculadora científica, uma ferramenta que poderia ser utilizada para tal.

Conforme justificado na sessão 1, suprimimos o problema 2 por se tratar de um problema elementar para esta etapa de ensino.

6.5.2.2. 5ª Sessão

Diego e Emanuelle, mais uma vez, demonstraram muito interesse pela aula. A calculadora científica em si, se configurava como um atrativo para eles. Estes alunos acabaram indo além das atividades propostas e buscaram descobrir funções que nem foram exploradas nas atividades.

O problema 1 desta sessão a exemplo do problema 3 da sessão anterior abordava o conteúdo de funções exponenciais e logarítmicas e, assim, como naquela, Diego e Emanuelle conseguiram resolvê-lo. Entretanto, de forma mais rápida e com menos cálculo escrito nesta 5ª sessão. Os alunos apresentaram dificuldades, porque encontraram valores negativos para os logaritmos, fato que revela que os alunos não conseguiram compreender o uso de suas propriedades operatórias, mesmo sabendo empregá-los para solucionar os problemas. Ao que parece os alunos empregaram o conteúdo de forma mecanizada, sem compreensão dos seus significados, conforme podemos inferir do trecho transcrito abaixo:

Diego: Deixa eu ver! Vamos substituir oito mil no lugar de “f(t)”... oito mil igual a dez mil multiplicado por zero vírgula nove elevado a “t”. Aí a gente resolve aqui...

Emanuelle: Vai usar logaritmo é?

Diego: É... log zero ponto nove... deu negativo! Professor! Tá dando negativo! Pode?

P.: E porque não?

Diego: E não é tempo?

P.: Deixa eu ver!... E já terminou a questão?

Emanuelle: Não! Ainda falta o log de zero vírgula oito.

Diego: E depois dividir...

P.: Então continuem... pode ser que ao final não fique negativo... logaritmos de valores entre zero e um são sempre negativos... então não está errado! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

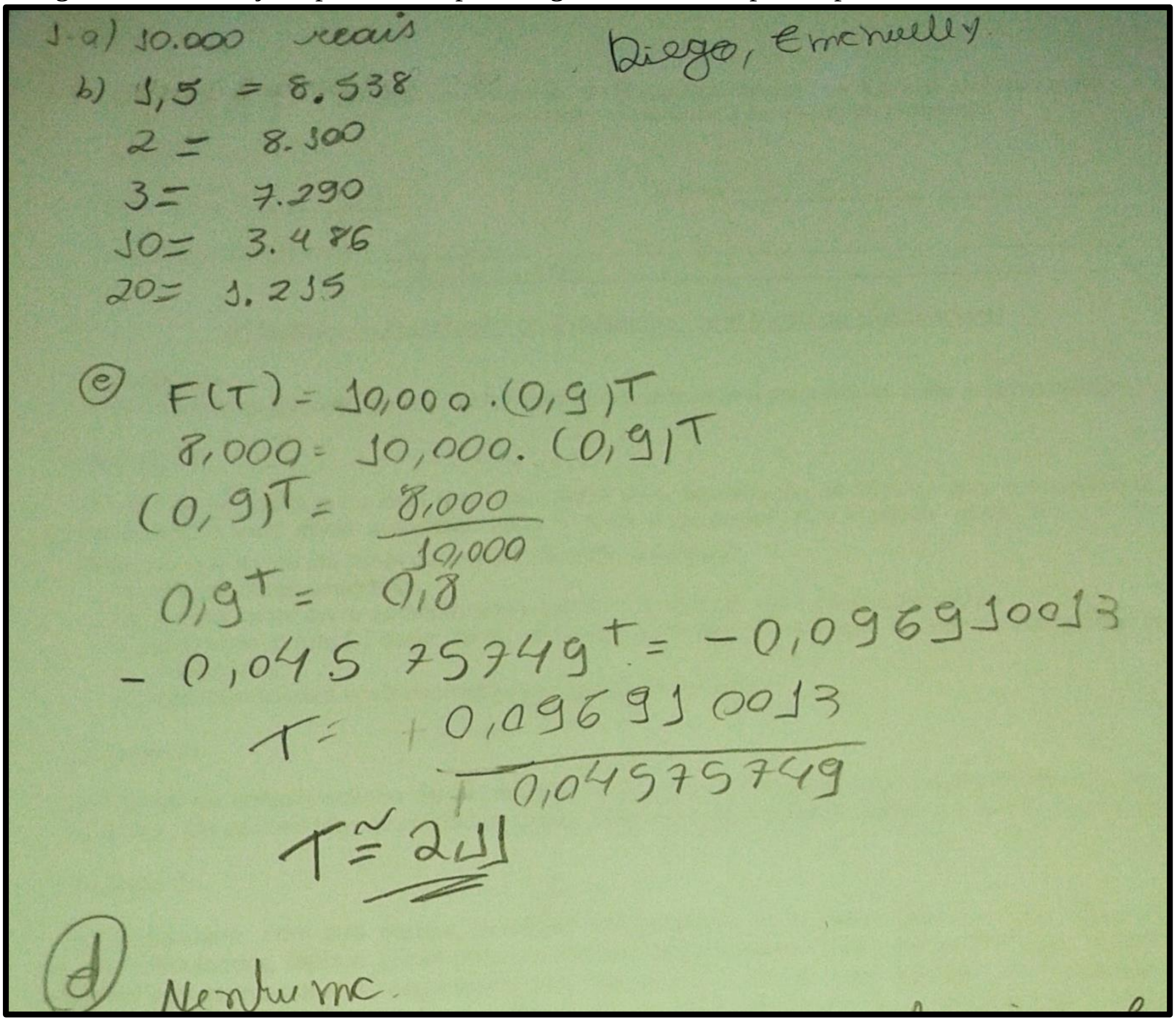
Diego: Tá bom!... deu negativo também! Ah tá certo! Porque quando a gente dividir vai ficar positivo!

Emanuelle: É mesmo! Menos por menos dá mais... dá quanto?

Diego: Aproximadamente dois vírgula onze. Tá certo, porque em dois anos o valor deu oito mil e cem... oito mil tinha que ser mais de dois anos!

Na figura 18, temos o processo de resolução empregado por Diego e Emanuelle para este problema:

Figura 18: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 1 da 5ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

As dificuldades apresentadas na 2ª sessão, as quais diziam respeito ao excesso de cálculos (sobretudo com números decimais), foram superadas pelos alunos nesta sessão conforme se vê na alternativa “d”. O cálculo manual com números decimais costuma ser uma das maiores causas de erro neste tipo de problema, o que não significa que o aluno não conheça as quatro operações ou que não saiba operar com lápis e papel. Entretanto, o excesso de algarismos pode confundir o aluno e o impulsionar ao erro. Assim, o uso da calculadora pode auxiliar o aluno nesta tarefa de cálculo, o que não o impedirá de pensar para analisar se o resultado encontrado é ou não satisfatório para o problema apresentado.

O problema 2 foi melhor sistematizado nesta sessão o que sugere que a calculadora científica proporcionou um melhor aproveitamento do tempo na resolução deste problema, tempo este que também foi suficiente para a realização do terceiro problema (não solucionado na 2ª sessão). Para este problema os alunos não apresentaram dificuldades para solucioná-lo:

Diego: "Um grupo de colecionadores de selos tem dois mil e dezoito selos. Treze desses colecionadores têm oitenta e seis selos cada um. Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?" Treze vezes oitenta e seis... mil cento e dezoito, subtrai dos dois mil e dezoito... sobra novecentos!

Emanuelle: Agora divide em quantidades iguais.

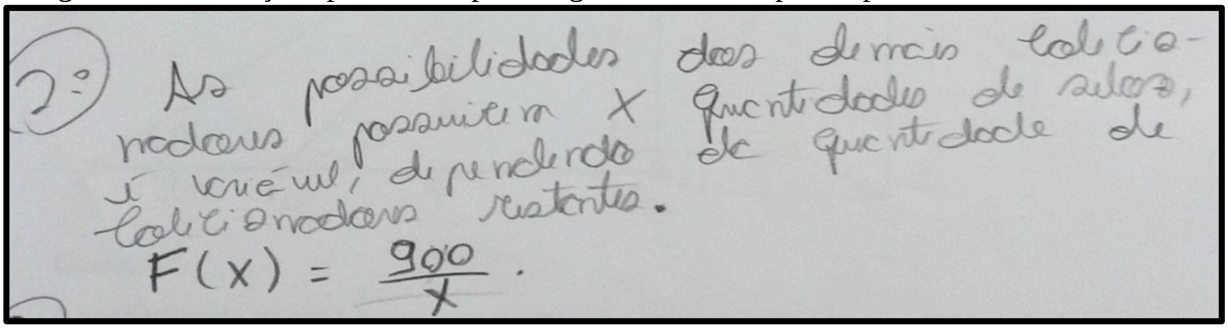
Diego: Podem ser várias possibilidades: pode ser três colecionadores com trezentos selos... pode ser duzentos... pode ser trezentos... então, as possibilidades dos demais colecionadores possuírem "x" quantidades de selos, é variável, dependendo da quantidade de colecionadores restantes: "f" de "x" igual a novecentos dividido por "x".

Emanuelle: É?

Diego: É! Se forem dois colecionadores, novecentos dividido por dois, quatrocentos e cinquenta selos cada um... se forem trezentos colecionadores, novecentos dividido por trezentos... três selos cada um... e assim por diante.

Estes alunos sistematizaram sua solução conforme figura 19 abaixo:

Figura 19: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 2 da 5ª Sessão.



2º) As possibilidades dos demais colecio-
nadores possuírem X quantidades de selos,
é variável, dependendo da quantidade de
colecionadores restantes.
$F(x) = \frac{900}{x}$.

Fonte: Notas dos alunos.

Para este problema os alunos conseguiram perceber a utilização dos múltiplos e divisores e empregar esta ideia corretamente na resolução do problema. Percebe-se na solução apresentada, que os alunos conseguiram compreender o conceito de função e empregaram-no corretamente para modelar uma situação que poderia surgir no seu dia a dia.

Apesar de os alunos terem conseguido resolver o problema 3 nesta sessão, o suprimimos porque não tínhamos um parâmetro de comparação em termos de estratégias de resolução (sem o uso da calculadora e com o uso da mesma).

6.5.2.3. 6ª Sessão

Não diferente das duas sessões anteriores, Diego e Emanuelle aguardavam ansiosos pela presença do pesquisador (ou seria da calculadora científica?) na aula de Matemática. Nesta última sessão, os alunos já demonstravam um certo "cansaço" em resolver problemas, porque alegavam que "precisavam raciocinar muito". Entretanto, os problemas propostos pareciam desafiá-los e o fato de estarem utilizando a calculadora científica parecia ser um estímulo para que continuassem.

Para a resolução do problema 2, assim como na 3ª sessão, Diego e Emanuelle empregaram corretamente o conteúdo matemático abordado no problema, não apresentando grandes dificuldades para resolução. Os alunos já estavam familiarizados com este tipo de problema o que pode ter facilitado a compreensão e a articulação de ideias e conhecimentos para a sua resolução.

Diego: Professor! O mesmo ponto de captação... está se referindo à bomba, não é?

P.: O que é que você acha?

Diego: É... porque poderia ser da caixa d'água!

Emanuelle: Vamos fazer o triângulo que fica melhor!

Diego: É... [*fazem a representação do problema em desenho*] Agora a gente usa a lei dos senos... é fácil! Vai ficar: cinquenta sobre o seno de quarenta e cinco igual a "x" sobre seno de sessenta.

Emanuelle: Deixa eu calcular!

Diego: Ver aí: seno de quarenta e cinco!

Emanuelle: Zero sete um!

Diego: E o de sessenta?

Emanuelle: Zero vírgula oitenta e sete!

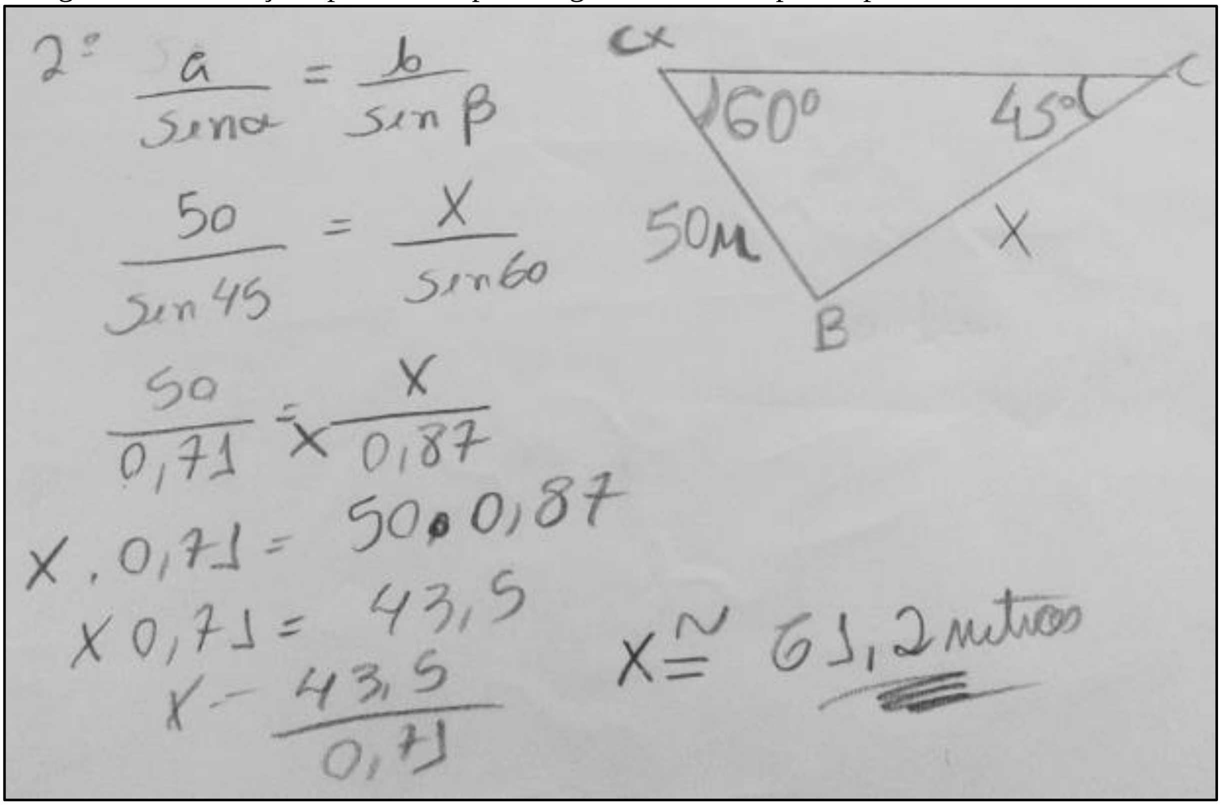
Diego: Agora, multiplica cinquenta vezes zero vírgula oitenta e sete... e divide por zero vírgula setenta e um.

Emanuelle: Aproximadamente sessenta e um vírgula dois.

Diego: Aproximadamente sessenta e um vírgula dois metros.

Na figura 20 seguinte temos a solução dada por Diego e Emanuelle ao problema 2 desta sessão:

Figura 20: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 2 da 6ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Este problema foi solucionado por Diego e Emanuelle exatamente da mesma forma como na 3ª sessão, inclusive com o registro das etapas realizadas por eles. No entanto, desta vez os alunos conseguiram uma aproximação melhor para o resultado encontrado.

Já para o problema 3 os alunos não precisaram executar cálculo escrito, fizeram todo o procedimento na calculadora, apresentando apenas a solução final. Neste problema, os alunos não apresentaram dificuldades de resolução, conforme trecho abaixo:

Emanuelle: Falta só essa.

Diego: Vamos lá! Coloca aí... [*na calculadora*]

Emanuelle: Eu já estou colocando... nove, nove,...

Diego: Cuidado que essa calculadora pega mais de oito dígitos!

Emanuelle: Um, dois, três, ... , nove! Tira quanto?

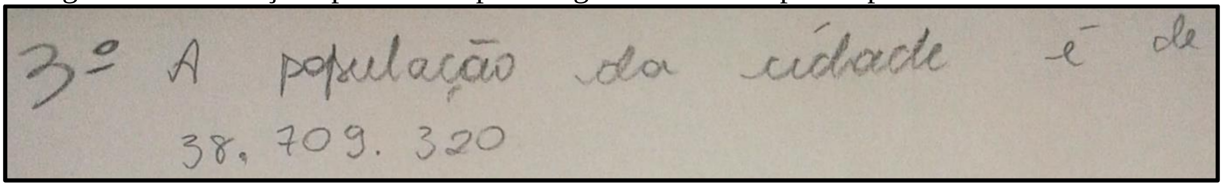
Diego: Sessenta e um milhões, duzentos e noventa mil e seiscentos e setenta e nove!

Emanuelle: Pronto! Trinta e oito milhões, setecentos e nove mil e trezentos e vinte! Fim!

Diego: Entrega a ele! [*referindo-se ao pesquisador*]

A figura 21 abaixo mostra que os alunos interpretaram o problema e o solucionaram diretamente na calculadora.

Figura 21: Resolução apresentada por Diego e Emanuelle para o problema 3 da 6ª sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Neste caso o uso da calculadora científica pode ser evidenciado nos problemas com cálculos morosos geralmente apresentados sob a forma de números decimais ou números de maior ordem de grandeza (caso deste problema).

Nesta sessão, os alunos conseguiram solucionar o problema 1, entretanto, o suprimimos porque não tínhamos um parâmetro de comparação em termos de estratégias de resolução (sem o uso da calculadora e com o uso da mesma).

6.6. Habilidades desenvolvidas

De acordo com os PCNEM (BRASIL, 2002a) e com os PCN+ (BRASIL, 2002b) o ensino da Matemática deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento de competências e habilidades que os ajudem, sobretudo, ao convívio em sociedade. Nesta pesquisa, conforme ilustram as figuras de 10 a 21, os alunos manifestaram desenvolvimento das habilidades de representação, compreensão e comunicação. Entretanto, não ficou evidente este fato para a habilidade de investigação. Foi possível perceber o desenvolvimento das habilidades referidas, principalmente no que dizem respeito a:

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc);
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc);
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;

- Selecionar estratégias de resolução de problemas. (BRASIL, 2002a, p. 46)

Desta forma, o desenvolvimento das habilidades ora mencionadas, não ocorre espontaneamente, de um momento para outro. O seu desenvolvimento é fruto de um processo decorrente da experiência vivida em sala de aula e em contextos sociais. O desenvolvimento destas habilidades foi percebido também durante a realização das três últimas sessões (com a utilização da calculadora) o que nos faz refletir sobre a preocupação exagerada manifestada pelos alunos (e pela professora da turma) com o ENEM, porque este avalia habilidades diversas (como estas acima), sobretudo na resolução de problemas, fazendo uso dos conhecimentos adquiridos na escola e na sua experiência de vida, ao invés de avaliar a memorização de conteúdos.

O ENEM não "mede", exclusivamente, "a capacidade do aluno de assimilar e acumular informações, mas como utilizá-las em contextos adequados, interpretando códigos e linguagens e servindo-se dos conhecimentos adquiridos para a tomada de decisões autônomas e socialmente relevantes" (BRASÍLIA, 2002, p. 5).

6.7. Síntese

Apresentação. Diego e Emanuelle são alunos do 3º Ano do Ensino Médio da escola campo de pesquisa e têm 17 e 18 anos de idade, respectivamente. Ambos afirmam gostar de Matemática e apresentam desempenho escolar satisfatório nesta e nas demais disciplinas do currículo.

Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula. Basicamente, as concepções manifestadas por Diego e Emanuelle no tocante ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, são aquelas de que esta "embota" seu raciocínio, os deixam acomodados e "não pode ser utilizada em vestibulares e ENEM". Estas concepções podem ser reflexos daquelas manifestadas por sua professora, a qual não costumava liberar o uso da calculadora em suas aulas, sob estes mesmos argumentos.

Mudanças de Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula. Conforme defendido por Ponte (1992), o processo de mudanças de concepções só é verificado perante "abalos muito fortes, geradores de grandes desequilíbrios". Diego e Emanuelle até conseguem apresentar algumas vantagens para o uso da calculadora na sala de aula e, em alguns momentos, defenderem seu uso. Entretanto, percebemos que os alunos ainda defendem a sua opinião inicial de que a calculadora "prejudica o raciocínio, os impede de pensar, vicia!". As concepções manifestadas por estes alunos são, em parte, influenciadas por aquelas manifestadas por seus professores (a atual e anteriores) que ainda se prendem ao paradigma do ensino tradicional e que suas mudanças só ocorrerão “a partir da reflexão sobre a prática e à luz da teoria” (MENEZES, 1995, p. 177). Mudadas as concepções dos professores, espera-se que mudem também as dos alunos.

Concepções sobre a Metodologia de Resolução de Problemas. Para Diego e Emanuelle resolver problema é resolver exercício. Estes alunos não conseguem diferir uma situação da outra. Entretanto, este fato reflete um aspecto falho da formação docente. As concepções manifestadas pelos alunos não são muito diferentes daquelas manifestadas pela sua professora, sugerindo a necessidade de melhor se trabalhar a resolução de problemas nos cursos de formação docente (inicial ou continuada) para que este fato seja refletido positivamente na sala de aula, contribuindo com a formação de alunos mais críticos, reflexivos e comunicativos.

Estratégias de Resolução de Problemas. Diego e Emanuelle utilizaram como estratégia básica para a resolução dos problemas propostos “tentativa e erro”. Também utilizaram a construção de tabelas (embora não muito sistematizadas) e o uso de desenhos de formas geométricas. Estas mesmas estratégias foram utilizadas tanto nas sessões iniciais (sem o uso da calculadora) como nas finais (com o uso da calculadora) embora que nestas últimas o tempo tenha sido otimizado e o uso de representação escrita pelos alunos tenha sido mais resumido, ou seja, com a calculadora os alunos não necessitaram de “gastar” páginas e páginas com os cálculos (sobretudo com números decimais), conforme foi utilizado nas sessões iniciais, restando mais tempo para as interpretações e para a resolução de mais problemas. Estes alunos desenvolveram bastante autonomia quando da realização do trabalho e pouco solicitaram “a mediação” do professor/pesquisador para a resolução dos problemas propostos.

Habilidades desenvolvidas. As figuras de 10 a 21, apresentadas no item 6.5. (Estratégias de Resolução de Problemas) sugerem que os alunos manifestaram desenvolvimento das habilidades de representação, compreensão e comunicação (não ficou evidente este fato para a habilidade de investigação). O desenvolvimento destas habilidades foi percebido também durante a realização das três últimas sessões (com a utilização da calculadora) o que nos faz refletir sobre a preocupação exagerada manifestada pelos alunos (e pela professora da turma) com o ENEM, porque este avalia habilidades diversas (como estas acima), sobretudo na resolução de problemas, fazendo uso dos conhecimentos adquiridos na escola e na sua experiência de vida; ao invés de avaliar a memorização de conteúdos.

CAPÍTULO 7

O CASO PEDRO E L.V.

Neste capítulo trazemos o segundo estudo de caso analisado, fazendo nossas considerações a partir das categorias de análise: (i) concepções da professora da turma e dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (ii) mudanças de concepções dos alunos sobre o uso da calculadora na sala de aula, (iii) concepções sobre a metodologia de resolução de problemas, (iv) estratégias utilizadas pelos alunos quando da resolução de problemas sem o uso da calculadora científica e com a utilização desta ferramenta, (v) habilidades desenvolvidas no decorrer do processo.

7.1. Apresentação

Pedro e L.V. são comunicativos e interagem bem quando trabalham em duplas, discutindo e articulando os conceitos dominados por cada um deles. São alunos do 3º Ano do Ensino Médio da escola campo de pesquisa e têm, ambos, 17 anos de idade e afirmam gostar de Matemática. Apresentam desempenho escolar satisfatório tanto em Matemática quanto nas demais disciplinas do currículo. Pedro estuda nesta escola desde o 1º Ano do Ensino Médio, enquanto que L.V. iniciou seus estudos nesta escola somente agora, no 3º Ano, vindo transferido de uma escola pública do estado de São Paulo.

Ambos estudam na rede pública de ensino desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e não apresentam histórico de reprovação (nem em Matemática nem em outras disciplinas do currículo). Pedro é residente na zona rural do município e L.V. na zona urbana do mesmo, sendo que este último pretende retornar ao estado de São Paulo quando concluir o Ensino Médio e ingressar numa faculdade por lá.

7.2. Concepções Sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula

Pedro e L.V., apesar de, em alguns momentos, entrarem em contradição, acreditam que o uso da calculadora traz mais benefícios do que malefícios para os alunos e, ainda assim, preferem fazer os cálculos com lápis e papel, para “treinar” o raciocínio. Pedro menciona que prefere resolver problemas “[...] sem o uso da calculadora, porque, assim, a pessoa vai fazendo assim mesmo na mente ajuda mais no raciocínio". Pedro só consegue apontar vantagens quanto ao uso da calculadora, refere "As vantagens: para fazer cálculos mais difíceis e as desvantagens eu não vejo assim nenhuma não".

Uma contradição nas colocações do aluno diz respeito ao fato de este só vê vantagens da utilização da calculadora na sala de aula. Entretanto, ao ser questionado sobre o fato de alguns acreditarem que o uso da calculadora faz com que o aluno desaprenda fazer cálculos e que se torne dependente da "máquina", ele sugere que sim, defendendo: "Porque a pessoa fazendo cálculos com a calculadora diretamente, desacostuma, perde a maneira de escrever no lápis. Mais é bom sempre ir praticando no lápis para nunca se esquecer".

O seu colega de dupla revela concepções parecidas, embora menos contraditórias. L.V. defende que as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática,

> Porque é um complemento para ajudar, mas ao mesmo tempo tem horas para se usar, por exemplo, a gente vai usar para encurtar o tempo, de quando está fazendo uma questão muito longa, encurtar ela; eu defendo nesses casos, por exemplo. Mas, nesses casos, fazer contas básicas é um dever do aluno fazer manualmente. (Extrato da entrevista de L.V., 22/10/2014)

Apesar de ter uma visão mais positiva quanto ao uso da calculadora, L.V acredita que o uso da calculadora pelos alunos não os incentiva a pensar. Ao referir sobre as vantagens e desvantagens do uso da calculadora na sala de aula, ele defende: "Vantagens... como eu disse: ela encurta o tempo [é]... também pode dá um resultado mais preciso [é]... Desvantagens: por encurtar, também não incentiva o aluno a pensar, entendeu? Aí o uso da calculadora eu defendo em partes".

Sobre o fato de alguns professores e alunos acreditarem que o uso da calculadora faz com que o aluno desaprenda fazer cálculos e que se torne dependente da "máquina", este mesmo aluno sugere,

> Em alguns casos sim, em alguns casos não. Se a pessoa souber da fórmula, souber como aplicar essa fórmula manualmente, o uso da calculadora, na minha opinião, pode usar irrestritamente, pois a pessoa já tem a noção, a pessoa sabe a fórmula, mas se a pessoa não souber e só ficar dependente da máquina eu não defendo, por exemplo, porque em vestibulares não se usa a máquina, a pessoa tem que saber manualmente, aí, defendo em partes. (Extrato da pesquisa de L.V., 22/10/2014)

Percebe-se, em suas colocações, que este aluno tem um ponto de vista mais "amadurecido" quanto a este quesito, deixando muito clara a sua opinião de que defende o uso da calculadora "em parte". Assim, o ponto de vista deste aluno corrobora com o nosso, ou seja, para que a calculadora seja utilizada eficazmente, faz-se necessário que o aluno saiba utilizá-la corretamente e saiba interpretar os resultados fornecidos em detrimento da situação para a qual se busca a solução, reforçando a ideia de que a máquina de calcular, apesar de ser eficiente e exata, não substitui o pensamento matemático (PEREIRA & GUERREIRO, 2008).

Quando questionados se há incentivo por parte da professora da turma para que utilizem a calculadora, ambos os alunos são enfáticos “Não. Só usa se quiser assim para resolver um cálculo mais complicado” (Pedro); “Geralmente não. É incentivado a gente a fazer a conta manual... mesmo na resolução de problemas” (L.V.).

O fato de a professora da turma não incentivar o uso da calculadora na sala de aula acaba refletindo nas concepções dos alunos a este respeito, mesmo que alguns deles, como no caso de L.V. prefira resolver problemas utilizando a calculadora. Entretanto, ainda com uma postura “cautelosa”. Para este aluno, “a gente pode se perder fazendo uma conta, a gente pode esquecer alguma fórmula, como é a fórmula, uma regra, com a calculadora não, ela dá a resposta direta”. Cabe abrir um parêntesis aqui e relembrar que a calculadora, por si só, não “dá a resposta direta” se o aluno não souber manuseá-la corretamente e se não souber interpretar a situação coerentemente e analisar a razoabilidade dos resultados encontrados face ao problema solucionado.

Neste mesmo quesito, Pedro, contrapondo-se ao seu colega, defende “Prefiro [*resolver problemas*] sem o uso da calculadora, porque assim a pessoa vai fazendo [...] mesmo na mente ajuda mais no raciocínio”. Portanto, para L.V. a calculadora pode ser utilizada “irrestritamente” na sala de aula, desde que o aluno tenha o domínio dos conteúdos e saiba utilizar as “fórmulas” corretamente, enquanto que, para Pedro, o aluno deve fazer o cálculo manualmente para “treinar” seu raciocínio.

7.3. Mudanças de Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula

No tocante às mudanças de concepções, Pedro e L.V. apresentam opiniões divergentes quanto ao uso da calculadora na sala de aula. Pedro mostra não mudar sua opinião inicial de que a calculadora “embota” seu raciocínio. Para ele, as vantagens ou desvantagens do uso da calculadora,

> depende de cada aluno porque ele vai enxergar a maneira mais fácil de resolver, mas, pensando mais, praticando com o lápis você consegue ter um pensamento mais amplo da situação, mais assim se você tiver a calculadora é muito importante você utilizá-la pra fazer mais rápido e ganhar mais tempo. (Extrato da entrevista de Pedro, 12/05/2015)

Segundo este aluno, “é bom utilizar a calculadora para verificar as contas feitas a lápis”, entretanto, prefere fazer “na prática” porque “praticando com o lápis você consegue ter um pensamento mais amplo da situação”, no entanto, “a calculadora é muito importante [...] para fazer mais rápido e ganhar mais tempo”. Pedro revela uma “confusão” de opiniões. Ao mesmo tempo em que defende que a calculadora sozinha não resolve problema algum, que o aluno precisa “raciocinar, pensar, para utilizá-la adequadamente e chegar ao resultado” este aluno ainda prefere fazer os cálculos sem a calculadora porque “sem o uso da calculadora fica melhor o raciocínio, a maneira de enxergar a questão”.

Mais uma vez, cabe-nos fazer menção ao papel do professor e suas concepções na formação do aluno. Acreditamos que o fato de a professora atual (nem anteriores) não permitir a utilização da calculadora em suas aulas acaba influenciando a visão que este aluno tem de tal ferramenta.

Com opinião diferente daquela revelada por Pedro, L.V. defende que a calculadora favorece “mais vantagens [*para o aluno*], porque [...] se tem mais agilidade, se faz mais conta em menos tempo, você pode ter uma gama maior de exercícios para ser feito, é algo que é uma ajuda para o aluno”. Este aluno se manifesta “favorável” ao uso da calculadora na sala de aula de Matemática “pois é um bom complemento para a educação” e “é só um complemento e este complemento não chega a comprometer o aprendizado”.

Desta forma, observamos que L.V. modificou sucintamente sua visão inicial sobre o uso da calculadora na sala de aula (apesar de se manifestar favorável ao seu uso já no início da pesquisa, o fazia com ressalvas) defendendo que esta ferramenta “deixou a resolução das contas mais fácil, mais rápida, tomou menos tempo, então foi uma ferramenta mais ágil”. L.V. tem plena consciência de que a calculadora por si só não resolve problema algum (aliás pode até se constituir um) e o aluno precisa “interpretar, raciocinar, pra saber o que utilizar na calculadora. A calculadora por si só, ela não fez a conta eu que tive que ‘comandá-la’”.

Portanto, este estudo de caso revela que as concepções manifestadas por Pedro não sofreram alteração no decurso da pesquisa ao passo que L.V. modificou sucintamente aquelas manifestadas na entrevista inicial levando-nos a refletir sobre as indagações de Garnica (2008, p. 498): “são as concepções estáveis de modo a se deixarem identificar tão facilmente e tão mansamente serem sujeitáveis a alterações?”. Segundo este autor “Não há, entretanto, tal concepção estática. Como qualquer percepção que temos do mundo, as concepções estão em constante mutação, num processo não linear que alterna alterações e permanências” (IDEM), portanto, na opinião deste autor, as concepções mudam conforme o contexto, o que não impede que as anteriores sejam retomadas em detrimento das posteriores ou que aquelas sejam "alteradas" novamente.

7.4. Concepções sobre a Metodologia de Resolução de Problemas

Pedro e L.V. concebem a resolução de problemas como resolução de exercícios. Segundo Pedro a resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática "através de exercícios, explicações" enquanto que, segundo L.V. "... com exercícios, ajuda do professor [é]... se tem uma dificuldade o professor ajuda...". Como já era imaginado por este pesquisador, estes alunos não poderiam ter um ponto de vista diferente porque, afinal, é desta forma que a Matemática é trabalhada na maioria das nossas salas de aula, o professor segue a sequência "definição/exemplos/exercícios" como aquela na qual a aprendizagem ocorre, em sua concepção.

A este respeito podemos mencionar a relevância da formação do professor, seja ela inicial ou continuada, devendo-se discutir aspectos sobre a importância de se trabalhar a Matemática em sala de aula através da resolução de problemas, conforme sugerem os documentos oficiais brasileiros (BRASIL, 1998; 2002a; 2002b; 2006).

Pelo que pudemos observar, este é um aspecto que não tem sido vivenciado nos cursos de Licenciatura em Matemática nem nos cursos de formação continuada, pois, conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 22), a resolução de problemas "ainda é bastante desconhecida da grande maioria [*dos professores*]" ao passo que, quando incorporada à sala de aula, "aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas, cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos" (IDEM).

Desta forma, urge (re)pensar a formação do professor com o objetivo de instigá-lo a desenvolver o seu papel de "mediador, ou seja, responsável por apresentar problemas ao aluno que o desafiem a buscar a solução" conforme enfatizam os PCN+ (BRASIL, 2002b) ratificado pelas OCEM (BRASIL, 2006, p. 25).

7.5. Estratégias de Resolução de Problemas

Pedro e L.V. conseguiram desenvolver um bom diálogo nas sessões de resolução de problemas, aspecto que favoreceu a interação entre eles. Esta dupla conseguiu dialogar entre si e, na maioria das vezes, conseguiu por si só esclarecer dúvidas surgidas quando das sessões de resolução dos problemas (fossem elas sem ou com o uso da calculadora) necessitando poucas vezes da intervenção do pesquisador. Estes alunos desenvolveram alguma autonomia quando da realização do trabalho, apesar de terem apresentado dificuldades referentes à interpretação dos problemas propostos e de domínio de alguns conteúdos utilizados.

Para Pedro e L.V. a grande dificuldade apresentada ao longo das três primeiras sessões (sem o uso da calculadora) foi o excessivo peso dos cálculos e o aparente desconhecimento de alguns conteúdos explorados. Uma comparação entre as três sessões iniciais e as três últimas, levou-nos a perceber que não houve diferenças significativas entre acertos e erros, entretanto, nas três últimas o tempo gasto foi otimizado e as respostas foram mais concisas. A estratégia predominantemente utilizada por Pedro e L.V. ao longo das seis sessões foi "tentativa e erro" sendo que a "representação por desenho" também foi utilizada em apenas um problema (problema 2 da 3ª sessão).

A realização do trabalho, em duplas, parece ter favorecido a interação entre os alunos e a mediação entre eles e entre eles e o professor/pesquisador, o que, por consequência, parece ter favorecido o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos abordados na pesquisa.

Na sequência apresentamos alguns dos problemas propostos em cada sessão, com as resoluções desenvolvidas pelos alunos. A supressão de alguns destes dos problemas propostos foi justificada no decorrer da discussão de cada sessão.

7.5.1. Sem o uso da calculadora científica

7.5.1.1. 1ª Sessão

Na primeira sessão, Pedro e L.V. dialogaram buscando compreender os problemas e tentando criar possíveis estratégias de resolução. A dupla apresentou algumas dificuldades de compreensão dos problemas e em trabalhar com raízes aproximadas. A análise também permite supor que estes alunos têm pouco conhecimento de potenciação e nenhum conhecimento de logaritmos, conteúdos que deveriam ter sido trabalhados no 1º Ano do Ensino Médio (conforme proposta pedagógica da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco).

No problema 1, Pedro e L.V. conseguiram identificar a "fórmula" que deveriam utilizar para solucionar o problema. Entretanto, tiveram dificuldade em trabalhar com as aproximações das raízes (principalmente por se tratar de raízes de números decimais). A dupla também teve dificuldade em relacionar o IMC com o IGC para poderem solucionar o item “b” deste problema:

Pedro: Não vai dá exato não!

L.V.: Vai dá aproximado!

Pedro: Professor! Por aqui passa da raiz não é? [*referindo-se a uma aproximação “por excesso” da raiz quadrada de um inteiro e sessenta e cinco centésimos feita com lápis e papel*]

P.: Então diminua mais, para termos uma aproximação por falta.

Pedro: Vou fazer de novo!

L.V.: Professor! Eu e ele não estamos conseguindo entender essa “b”: “Uma mulher adulta é considerada dentro dos padrões normais se seu IMC estiver entre dezenove e vinte e três. Considerando-se o Índice de Adiposidade, uma mulher que se encontra nesta faixa do IMC pode ser considerada dentro dos padrões normais de adiposidade?”

P.: Veja que esta alternativa está relacionando os dois índices: o índice de massa corporal com o índice de adiposidade corporal, certo?

L.V.: Certo!

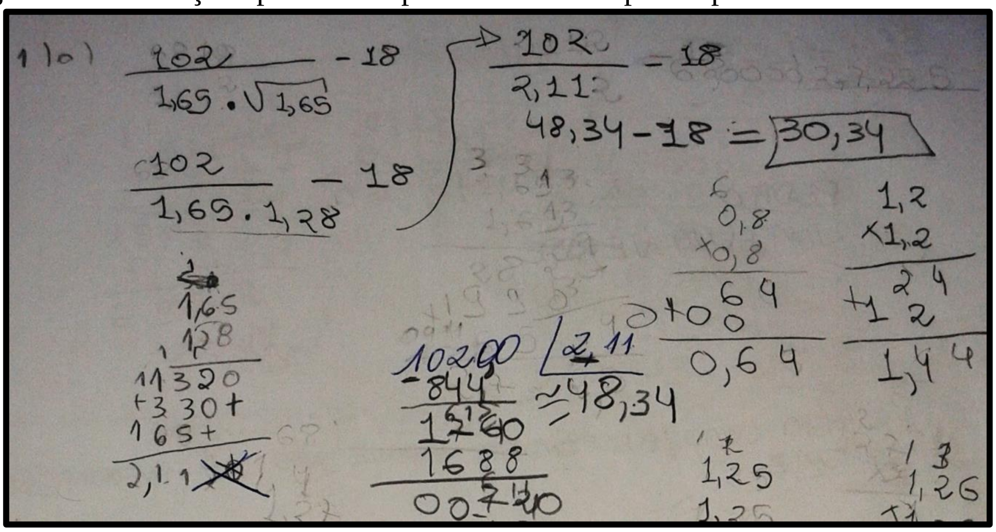
P.: E de que forma você pode relacionar estes dois índices?

Pedro: No IMC nós temos massa corporal e altura e no IGC nós temos a circunferência do quadril e altura... então, como é que nós vamos encontrar a circunferência do quadril?

P.: Pensem um pouco mais!

A figura 22 ilustra a resolução proposta pela dupla para este problema:

Figura 22: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 1ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

A estratégia utilizada por Pedro e L.V. para resolverem este problema foi tentativa e erro conforme sugere a figura 22 acima. Os alunos reclamaram um pouco dos cálculos por apresentarem decimais e requerem muito tempo e paciência para efetuá-los.

No problema nº 3 desta mesma sessão, os alunos utilizaram também a estratégia de tentativa e erro, embora não tenham conseguido elucidar o problema. Inicialmente, tentaram solucionar o problema efetuando o cálculo da porcentagem para cada ano e adicionando o “fator de crescimento” à população anterior. Posteriormente, tentaram resolver utilizando a função exponencial. Entretanto, também não conseguiram. Por fim, Pedro e L.V. não conseguiram generalizar a lei de formação da função, o que poderia ter facilitado a resolução dos itens “c” e “d” (que também não foram resolvidos pelos alunos). A partir da proposição deste problema, percebemos que os alunos não têm consolidado os conteúdos de “funções exponenciais e logarítmicas”, conceitos estudados (ou pelo menos deveriam ter sido) no 1º Ano do Ensino Médio, segundo a proposta pedagógica da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco.

A dupla também teve dificuldade em trabalhar com as porcentagens e em expressá-las na forma decimal. O trecho abaixo ilustra o diálogo entre Pedro e L.V. na tentativa de resolverem tal problema:

Pedro: E essa aqui? Nós “deixa” em porcentagem ou transforma em número normal [*referindo-se à forma decimal das porcentagens*]?

L.V.: A gente transforma em número normal, porque a porcentagem é mais difícil.

Pedro: É um vírgula um, não é?

L.V.: É! Agora olha: um por cento de trinta e cinco mil não é trezentos e cinquenta?

Pedro: Um vírgula um?

L.V.: Não! Um por cento... esse vírgula um, eu não sei! Significa que vai ser um pouco mais de trezentos e cinquenta.

Pedro: É assim, desse jeito que a gente consegue calcular: um vírgula um vezes trinta e cinco mil, aí divide por cem. Vamos fazer assim?

L.V.: Você que sabe! Eu não consigo me lembrar da fórmula de como a gente calcular um vírgula um por cento de trinta e cinco mil.

Pedro: Multiplica esse e depois divide. Assim... [*mostra o cálculo no papel*]

L.V.: Agora é somar...

Pedro: Isso menino! E para dois mil e doze? Dois mil e treze? E... dois mil e vinte?

L.V.: Para dois mil e doze a gente faz trinta e cinco mil vezes um vírgula vinte e um, que é um vírgula um vezes um vírgula um!

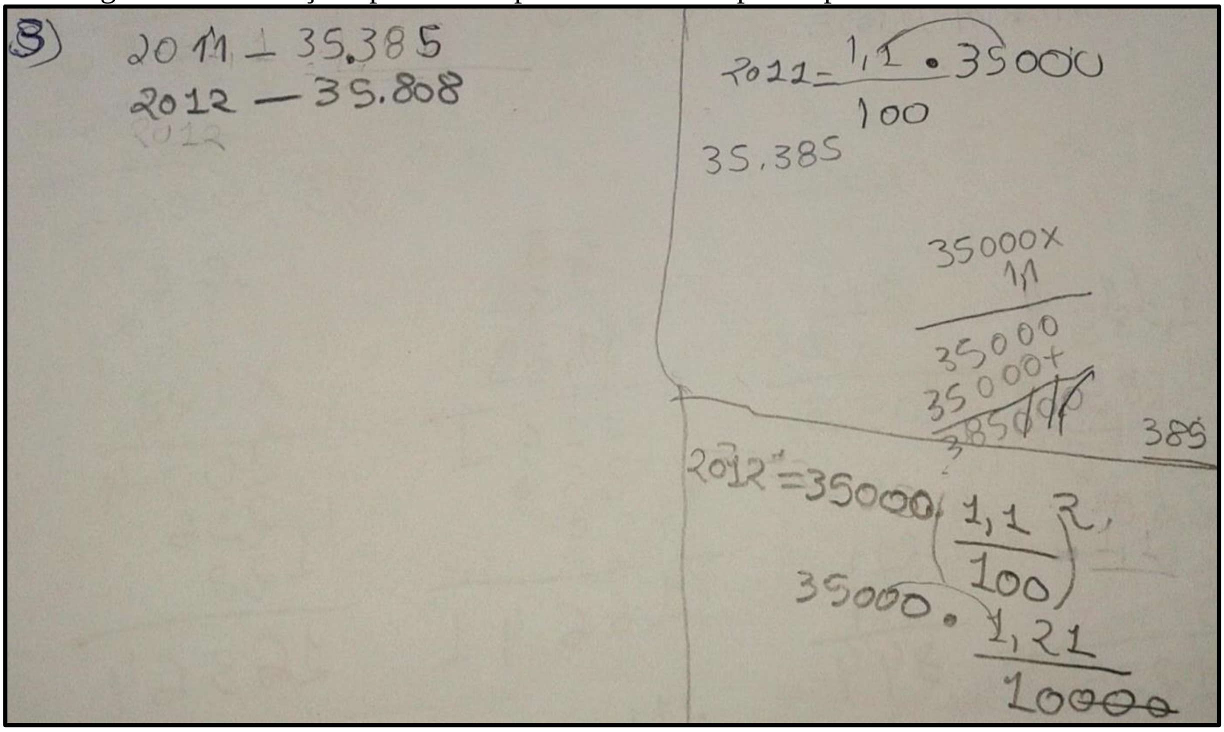
Pedro: Ainda “falta” dois mil e treze, dois mil e quinze, dois mil e dezesseis, dois mil e dezoito, dois mil e vinte e as letras “b”, “c” e “d”.
L.V.: É cálculo demais...

Percebe-se no diálogo anterior que a dupla até compreendeu parte do problema (e até traçou um plano para resolvê-lo (POLYA, 1995)), talvez o excesso de cálculos tenha desmotivado a dupla a ser mais persistente. Imaginamos também, que a falta de domínio dos conteúdos matemáticos requeridos para solucioná-lo acabou por não ajuda-los, principalmente a generalização da lei de formação e a utilização dos logaritmos (que seriam utilizados no item “c” do problema).

Cabe salientar que, perante estas dificuldades, foi realizada uma pequena intervenção no interim entre a 1ª e a 2ª sessões, através de uma “revisão” sobre exponencial e logaritmo, mostrando as características de cada função e tomando uma como a inversa da outra, destacando a necessidade de utilização dos logaritmos para resolver equações exponenciais com potências de bases distintas. Esta revisão se fez importante porque, segundo Boavida et al (2008), os problemas não devem ser demasiado difíceis para o aluno, a ponto de se constituírem insolúveis para ele e, considerando a perspectiva de Vygotsky, processos ainda não iniciados pelo aluno não se beneficiam de ação externa, por se constituírem “fora” da ZDP (KOLL, 2010).

Do diálogo acima também é possível perceber quão valorizadas são as “regras” para as aulas de Matemática ao passo que o aluno “Pedro” não consegue acompanhar o raciocínio de “L.V.” e compreender que um por cento de trinta e cinco mil corresponde a trezentos e cinquenta, preferindo utilizar a regra que diz que “*devemos multiplicar e depois dividir por cem*”, deixando claro que o aluno não compreendeu o conceito de porcentagem, apenas apreendeu este conceito de forma mecanizada. A figura 23 abaixo, mostra a tentativa dos alunos em solucionar o problema:

Figura 23: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 3 da 1ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Percebe-se, na tentativa dos alunos, (ilustrada na Figura 23) que, a forma recorrente como pensaram em resolver o problema, até chegaria a uma solução, entretanto, seria necessário muito tempo e paciência para isso. Portanto, esperava-se que os alunos tentassem uma estratégia mais “sofisticada”, com vistas, não somente à rapidez de efetivação dos cálculos e consequente obtenção da resposta, mas também à tentativa de obtenção de uma generalização (necessária neste problema).

A supressão do problema 2 deu-se pelo fato de este problema ser bastante elementar, exigindo dos alunos apenas a utilização da operação de adição para solucioná-lo. A dupla conseguiu resolvê-lo sem dificuldades.

7.5.1.2. 2ª Sessão

Durante a realização desta sessão houve, aparentemente, menos dificuldades por parte de Pedro e L.V. em resolver as situações propostas. Nesta sessão a dupla já conseguiu identificar o conteúdo de logaritmo como conteúdo necessário para a solução do item “c” do problema 1, na qual as dificuldades enfrentadas por Pedro e L.V. foram os cálculos das potências por serem com decimais e expoentes muito “altos”.

Pedro: Monte de conta! Cansa demais!

L.V.: Aqui vamos ter: zero vírgula nove elevado a zero, para o primeiro ano; zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco; para um ano e meio...

Pedro: E como é que a gente calcula zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco?

L.V.: Não sei... vamos pular e fazer os outros!

Pedro: Professor! A gente pode deixar esse aqui sem fazer? [*mostrando as potências* $(0,9)^{10}$ *e* $(0,9)^{20}$]

P.: Por quê?

L.V.: É... porque é muito alta a elevação da potência para fazer à mão.

P.: Deixem os cálculos indicados! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: Essa "c" a gente usa logaritmo! Aí vai ficar assim dez mil vezes zero vírgula nove elevado a "t" igual a oito mil.

Pedro: E como é que a gente vai saber o log de zero vírgula nove?

L.V.: O professor não deu aquela tabela de logaritmos? É só procurar!

Pedro: Entendi!

L.V.: É... fica: log de zero vírgula nove igual a log de zero vírgula oito. Procura aí quanto dá esses "logs"! Vai me falando que eu vou fazendo... vai me ditando, vai!

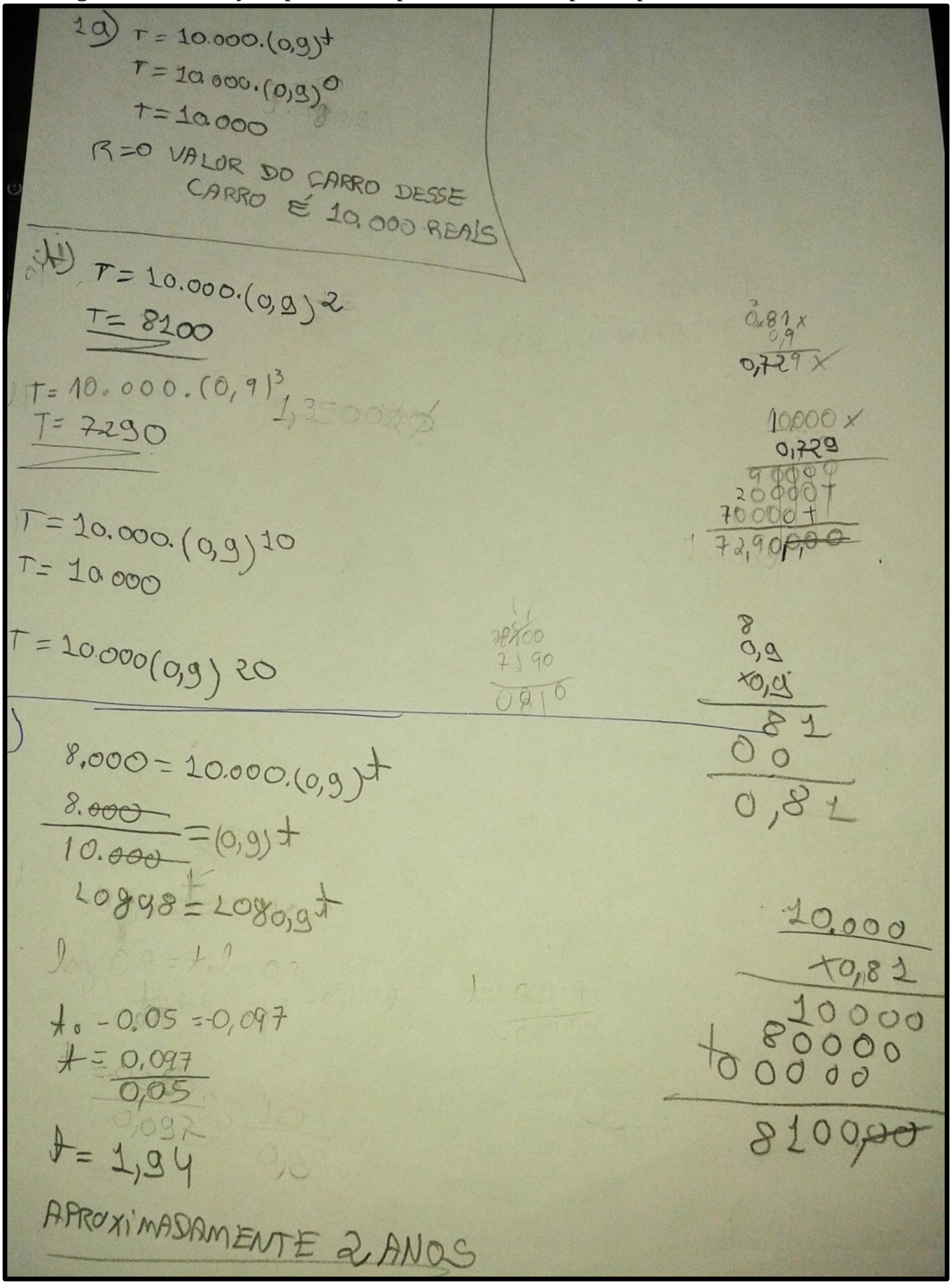
Pedro: Log de zero vírgula nove é igual a menos zero vírgula zero cinco e log de zero vírgula oito é igual a menos zero vírgula zero noventa e sete.

L.V.: "É" negativo mesmo os dois?

Pedro: É porque menos por menos vai dá mais! Aí fica positivo!

A solução apresentada por Pedro e L.V. acha-se expressa na figura 24:

Figura 24: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 2ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Para o problema nº 1 (figura 24 acima) os alunos compreenderam seu enunciado e tentaram resolvê-lo, no entanto, as potências com valores altos [$(0,9)^{10}$; $(0,9)^{20}$] fizeram com que os alunos desistissem de calculá-las, o que seria uma tarefa muito demorada e cansativa desenvolvê-las manualmente.

Com relação ao problema nº 2, os alunos compreenderam-no equivocadamente e acabaram por expressar uma solução incompleta. Os alunos não conseguiram perceber que a resposta dada não era a única, conforme imaginaram com tanta certeza. O trecho seguinte mostra como os alunos pensaram solucionar o problema:

Pedro: Só conseguimos até aqui no “novecentos”? [*aponta cálculos no papel*]

P.: E depois?

Pedro: Nós podemos pensar num número e dividir ele?

P.: Um número? Será que só terá um? Vejam aí! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

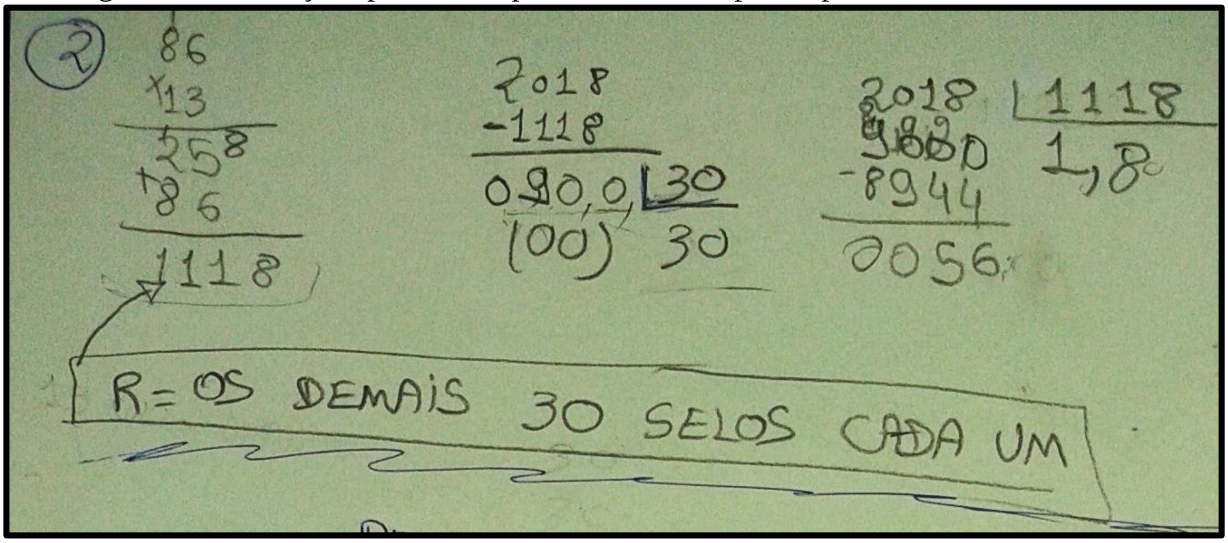
Pedro: Então é trinta!

L.V.: Tu é um gênio! Olha aqui: os demais têm quantidades iguais! [*relendo o problema*]

Pedro: Calma!... Calma!...

Na figura 23, a resposta dada por Pedro e L.V. para o problema supra:

Figura 25: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 2 da 2ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Infere-se da solução apresentada, que a principal dificuldade apresentada por eles foi de interpretação e compreensão do problema. Os alunos não conseguiram raciocinar adequadamente e perceber (implicitamente ao problema) os conceitos de múltiplos e divisores. Cabe chamar atenção para o uso do dividendo “30” utilizado pelos alunos, talvez por ser o divisor de 900 mais evidente na situação. Uma compreensão adequada deste problema faria os alunos sugerirem outras opções de respostas (por existirem vários divisores de 900, 27 no total) que satisfariam ao problema. Isto não implica que a solução apresentada pelos alunos esteja incorreta, entretanto sugere um raciocínio limitado da mesma.

Nesta sessão, suprimos o problema 3 por ser um problema análogo ao problema 1 da próxima sessão (uso da razão trigonométrica tangente) e considerarmos mais interessante a discussão deste a aquele.

7.5.1.3. 3ª Sessão

Durante a realização desta sessão os alunos Pedro e L.V. apresentaram algumas dificuldades da ordem de interpretação e identificação dos conteúdos matemáticos utilizados em cada problema proposto.

No problema nº 1 os alunos utilizaram o próprio desenho oferecido pelo problema para facilitar a resolução. Entretanto, tiveram um pouco de dificuldade em relacionar o problema apresentado a algum conteúdo matemático que ajudasse a resolvê-lo. Quando conseguiram identificar o conteúdo “trigonometria” tiveram dificuldade de identificar qual função trigonométrica utilizar. Outro quesito que dificultou a resolução do problema pelos alunos foi o fato de estes tentarem utilizar equações (uma estratégia possível) para resolver.

L.V.: Professor como é que vai ser essa aqui? [*apontando para a questão nº 1*]

P.: Já leram?

Pedro: Já?

P.: E entenderam?

L.V.: A gente vai usar tangente, não é?

P.: Veja o problema!

Pedro: É tangente mesmo! Só falta a gente organizar e ver “quem” vai usar. [*referindo-se aos dados do problema*]

P.: Então tentem! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Essa é difícil porque usa equação.

L.V.: A gente vai ter que pegar a tangente desse ângulo alfa, que é cinquenta graus, e a tangente do de quarenta e cinco...

Pedro: E tu sabe como fazer?

L.V.: Eu acho que sei... vamos ver! *[começam a fazer*]

P.: E aí [*algum tempo depois, dirigindo-se a Pedro e L.V.*], como foi que fizeram?

Pedro: Primeiro eu fiz a tangente de cinquenta, que é cateto oposto dividido pelo cateto adjacente, aí depois eu pego e faço a tangente de quarenta e cinco, e igualo as duas aí eu encontro o valor de “x”.

P.: Hum... então continuem! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Um vírgula dois menos um vai dá quanto?

L.V.: Zero vírgula dois... continha básica! Mas... não é divisão não?

Pedro: É!... Tinha que ser!... uma divisão com números decimais! Vai dá quanto aqui?

L.V.: Vinte dividido por zero vírgula dois... vai dá... cem!!!

Pedro: Será?

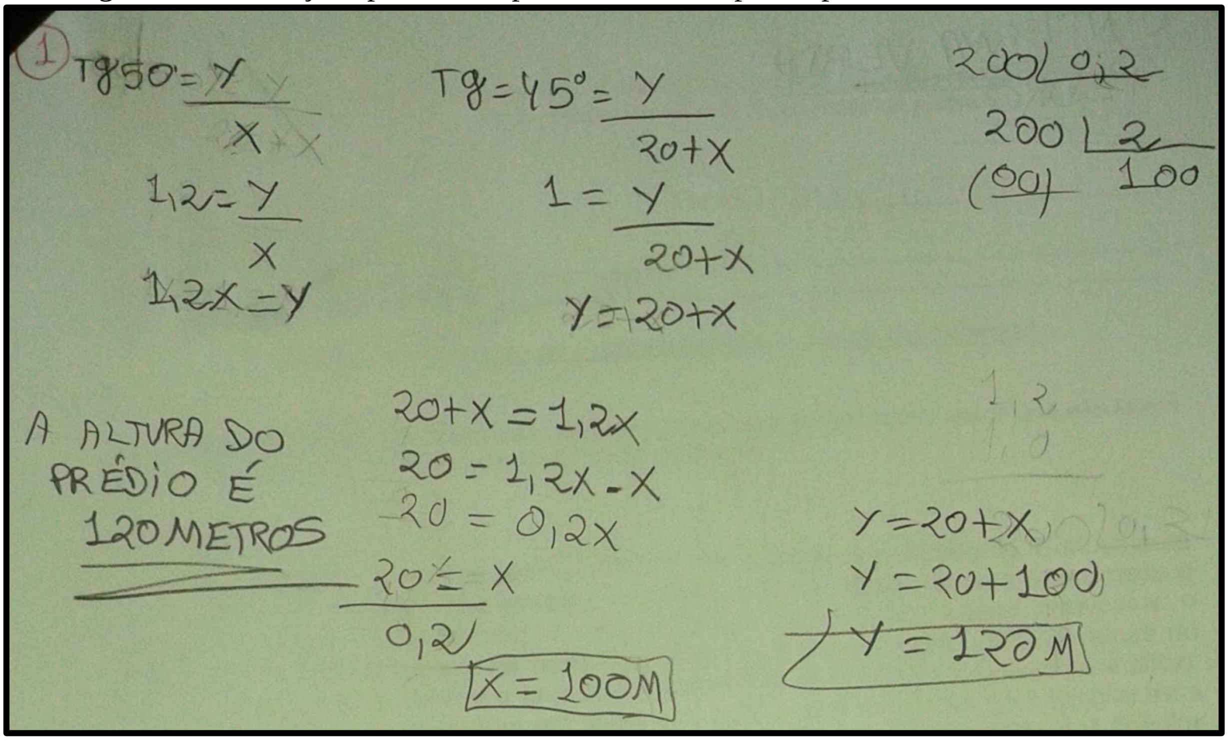
L.V.: É!... Se fosse vinte dividido por dois era dez, acrescenta um zero!

Pedro: Deixa eu ver [*fazendo o algoritmo da divisão*]: uma casinha “pr’aqui”, um zero ali... é... cem mesmo! Agora é só substituir e achar a altura. Faz aí: “y” é igual a vinte mais “x”. “Y” é igual a vinte mais cem, isso é igual...

L.V.: “y” é igual a cento e vinte.

A figura 26 mostra como os alunos sistematizaram seu raciocínio:

Figura 26: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 3ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Pode-se perceber na resolução proposta que os alunos conseguiram identificar o conteúdo abordado no problema, entretanto, não encontraram a solução adequada por falta de atenção. Os alunos não acrescentaram ao valor de y (altura do prédio) a altura à qual foi fixado o teodolito (1m de altura do chão). Este fato mostra a importância de voltar e “rever o plano” (POLYA, 1995) para poder avaliar a resposta dada. Suponho que, se os alunos tivessem feito uma releitura do problema, ao final da solução proposta estes teriam verificado que faltava acrescentar 1m na altura do prédio.

Para solucionar o problema nº 2 Pedro e L.V. novamente apresentaram dificuldades em identificar qual(is) conteúdo(s) matemático(s) utilizar:

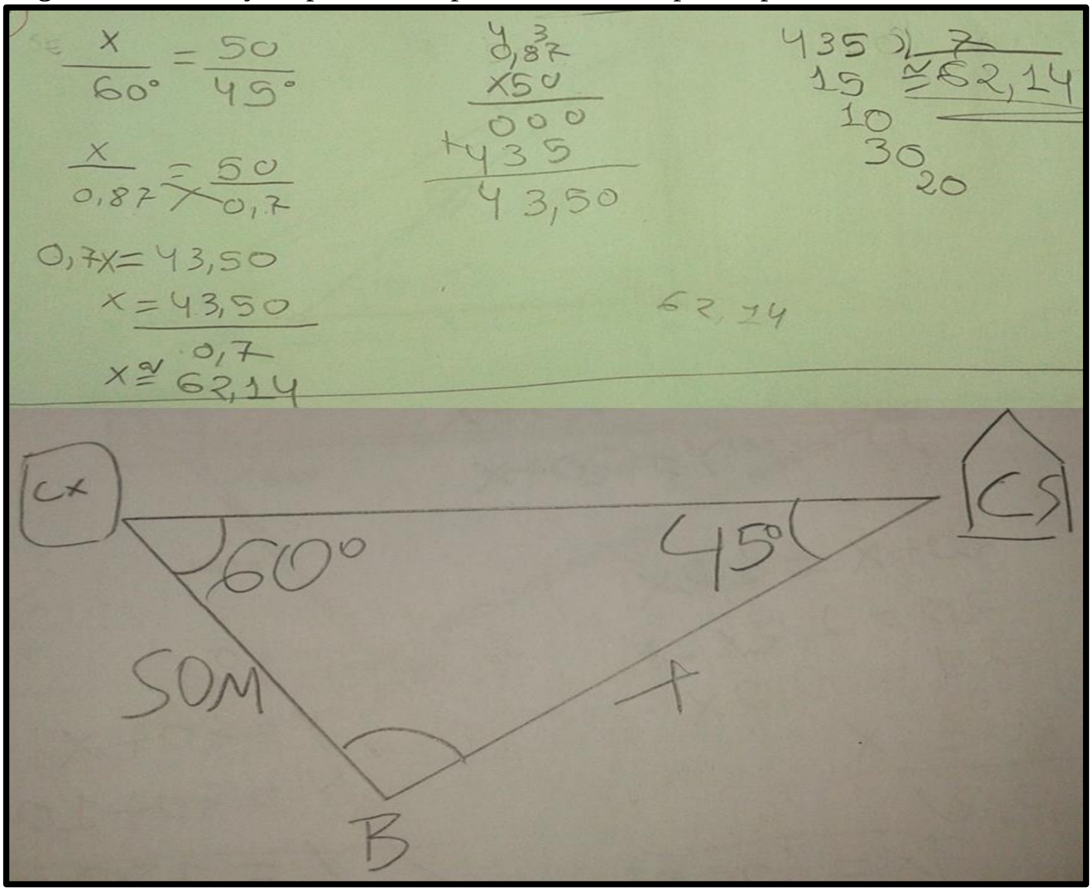
Pedro: Será que isso aqui é a hipotenusa? [*aponta para o maior lado do triângulo desenhado*] Espera aí: cateto oposto, divido por hipotenusa... a hipotenusa é esse aqui! É o lado maior!

L.V.: Eu “tô” achando que isso aí é lei dos cossenos não é não? Ou não?

Pedro: Ah é! Mas não é dos cossenos não, é dos senos! “Vamo” ver!

Na figura 27 temos a representação da solução proposta pelos alunos, após as discussões acima:

Figura 27: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 2 da 3ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Pelo resultado apresentado (figura 27) percebemos que Pedro e L.V. utilizaram corretamente a Lei dos Senos (mesmo não tendo ficado expresso na sua solução) depois de representarem a situação através de um desenho. Este tipo de estratégia (o uso de desenho da figura geométrica) facilita a visualização da situação, principalmente, quando se trata de situações envolvendo a Geometria.

Suprimimos o problema 3 porque os alunos conseguiram solucioná-lo rapidamente sem dificuldades (o problema exigia apenas a utilização das operações de adição e subtração com números naturais para solucioná-lo).

7.5.2. Com o uso da calculadora

Quando passaram a utilizar a calculadora (três últimas sessões da pesquisa), Pedro e L.V. mantiveram as mesmas estratégias elaboradas nas três sessões iniciais, entretanto, houve uma simplificação dos cálculos e uma agilização do tempo. Para estes alunos, o fato de estarem utilizando uma calculadora (especificamente a científica) tornava o trabalho "mais rápido e prazeroso, uma novidade em suas aulas".

Como no estudo de caso anterior (caso Diego e Emanuelle), nas três sessões seguintes, foram disponibilizados a cada aluno papel, lápis e uma calculadora científica (modelo CASIO *fx-82MS*) para que utilizassem na resolução dos problemas.

7.5.2.1. 4ª Sessão

Nesta primeira sessão o com uso da calculadora, Pedro e L.V. se mostraram muito entusiasmados em poder utilizar a calculadora científica, principalmente porque esta (nem mesmo a Básica) nunca havia sido utilizada nas aulas de Matemática. Esta foi uma aula de Matemática diferente para eles, pois conforme colocaram "nunca havia tido uma aula daquelas" onde a calculadora (principalmente a científica) fora utilizada.

Para resolverem o problema 1 desta 4ª sessão, mesmo tendo sido os mesmos problemas da primeira, estes alunos apresentaram dificuldades em lidar com os números decimais, assim como naquela sessão, e como arredondá-los para obterem uma melhor resposta ao problema. O trecho abaixo mostra como os alunos raciocinaram para resolver o problema proposto:

Pedro: Professor! Nós fizemos assim: tiramos a raiz [*de 1,65*] aí multiplicamos [*por 1,65*], deu esse resultado [*mostra o visor da calculadora*].

L.V.: Quantas casas [*decimais*] nós usamos?

P.: Usem duas! Pelos menos duas! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Então vai ficar... dois vírgula onze!

L.V.: Não... é dois vírgula dez? Aí vai ser cento e dois, dividido por dois ponto dez...

Pedro: Deu quanto?

L.V.: Quarenta e oito, cinquenta e sete! Aí... menos dezoito.

Pedro: Quarenta e oito vírgula cinquenta e sete...

L.V.: Não! Coloca quarenta e oito vírgula sessenta... aí, quarenta e oito vírgula sessenta menos dezoito, dá... trinta vírgula seis...

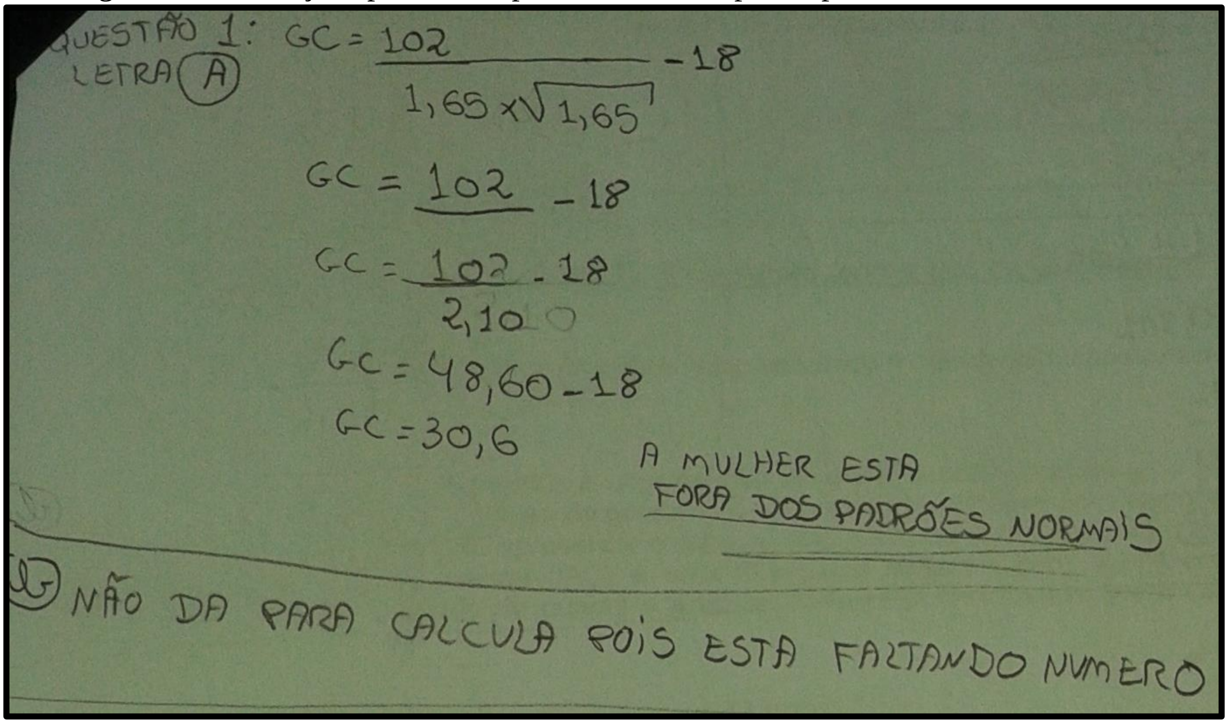
Pedro: Quanto? Trinta vírgula seis?

L.V.: É! Isso é a letra "a", falta a letra "b".

Pedro: Deixa eu ver aqui!... [*recomeçam a leitura*]

A figura 28 ilustra a forma como os alunos Pedro e L.V. resolveram este problema:

Figura 28: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 4ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Um fato curioso é que estes alunos preferiram registrar todos os cálculos efetuados, mesmo tendo utilizado a calculadora. Segundo Pedro "é importante fazer os cálculos na 'prática' e utilizar a calculadora para verificá-los". O uso da calculadora "facilitou" para os alunos a realização dos cálculos com os números decimais, os quais constituíram um empecilho para eles na sessão inicial. Não que os alunos não soubessem efetuar estes cálculos, mas por causa da pressão do tempo "que é um dos maiores entraves em resolução de problemas" (FRITZLAR, 2006).

Para o problema nº 3, Pedro e L.V. seguiram a mesma estratégia anterior, zelando pelo registro escrito da situação solucionada. Novamente, como na 1ª sessão, estes alunos tentaram solucionar o problema por recorrência, ou seja, fazendo cada ano seguinte a partir do ano anterior, o que, mesmo com a utilização da calculadora, lhes exigiria mais tempo.

Diante destas dificuldades, Pedro e L.V. lembraram de uma possível saída para diminuir o trabalho e, com a "mediação" do professor/pesquisador conseguem generalizar o problema e encontrar um "padrão" que os ajudaram a solucioná-lo.

L.V.: [...] A calculadora tem algo tipo "dois ao quadrado" que aí é mais rápido!

Pedro: Vamos ver com o professor.

L.V.: Professor! Professor!

Pedro: Porque assim vai demorar demais! É até quanto?

L.V.: Dois mil e vinte!

Pedro: Dois mil e vinte "né"?

L.V.: Professor! Se a gente fizer assim... elevado a dois...

P.: É! Aqui você tem um tipo de função! Que função é essa?

Pedro: Exponencial!?

P.: É... a variável aparece no expoente...

Pedro: Aqui é dois...

P.: Depende! Dois, três...

L.V.: Depende do ano!

P.: Isso! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Dois mil e treze vai ser elevado a dois!?

L.V.: Não! A três... a dois é dois mil e doze! Não começa em dois mil e dez?

Pedro: É!

L.V.: Então... dois mil e onze (um), dois mil e doze (dois), dois mil e treze (três)...

Pedro: É mesmo!

L.V.: Vamos ver: "x" três [*referindo-se à terceira potência, presente na calculadora*] vezes trinta e cinco, zero, zero, zero [*trinta e cinco mil*].

Pedro: Primeiro coloca um ponto zero onze, depois "x" ao cubo, vezes trinta e cinco mil.

L.V.: É assim mesmo! Deu quanto? Deixa eu ver... um ponto zero onze multiplicado... ou melhor... elevado a três “né?”, vezes trinta e cinco mil.

Pedro: Deu quanto?

L.V.: Trinta e seis, um meia oito.

Pedro: [*anotando*] Trinta e seis, um meia oito.

L.V. Agora é quanto?

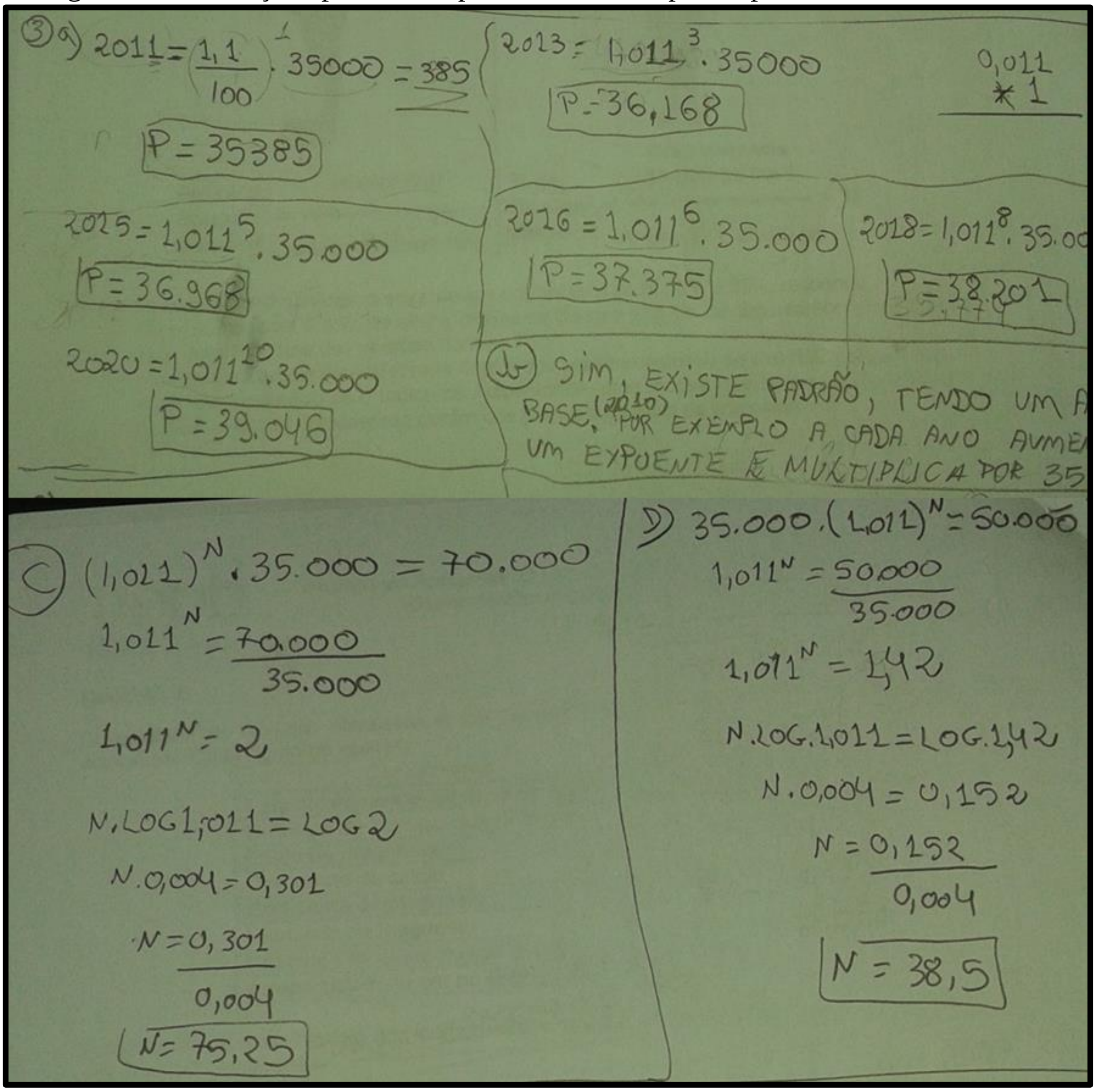
Pedro: Dois mil e quinze!

L.V.: Então vai ser cinco? [*referindo-se ao expoente*]

Pedro: É!

Temos, na figura 29 abaixo a solução apresentada pelos alunos:

Figura 29: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 2 da 4ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Na 1ª sessão, os alunos não resolveram este problema alegando “falta de tempo” o que sugere que a calculadora agilizou o processo de cálculo, o que resultou em mais tempo para que pudesse ser dedicado à resolução de um número maior de problemas. Percebemos a utilização dos logaritmos de forma satisfatória pelos alunos, no entanto faltou eles interpretarem os resultados obtidos (especificamente nas alternativas “c” e “d” que lidava com unidades de tempo).

Desta forma, lembramos o que sugere Oliveira (1999, p. 112) que “A calculadora poderá ser utilizada para conferir os resultados obtidos através dos algoritmos e nos exercícios de estimação, oferecendo possibilidades de compreensão das etapas realizadas e abrindo caminhos para novos saberes”. Portanto, os alunos utilizaram a calculadora e resolveram o problema proposto, entretanto, faltou refletir sobre a solução encontrada, verificando a sua razoabilidade.

Conforme justificado na sessão 1, suprimimos o problema 2 por se tratar de um problema elementar para esta etapa de ensino.

7.5.2.2. 5ª Sessão

Esta segunda parte da pesquisa (4ª a 6ª sessões) pareceu mais fácil para os alunos, acreditamos que por dois motivos: primeiro, porque os alunos já tinham familiaridade com os problemas propostos; segundo, porque tinham a calculadora como ferramenta de apoio.

Nesta 5ª sessão Pedro e L.V., demonstraram muito interesse pela aula e ansiedade para utilizarem a calculadora científica. No entanto, apresentaram algumas dificuldades quando da resolução dos problemas.

No problema 1 desta sessão, mesmo utilizando a calculadora, os alunos apresentaram dificuldades em lidar com a potência de expoente racional, necessitando da “mediação” do professor para que pudessem compreender melhor tal situação.

L.V.: É... mas, potenciação não tem números facionários!

Pedro: Como assim?

L.V.: Por exemplo, não pode colocar um e meio, tem que ser um número inteiro! Vamos fazer logo com os números inteiros por enquanto!

Pedro: Professor venha aqui! Nessa letra “b” para calcular... a gente pega “t” aqui... aí um ano meio é um vírgula cinco, não é?

P.: É!

Pedro: Mas não pode!

P.: O que não pode? E porque não pode?

Pedro: “Elevar” a um vírgula cinco!

P.: Vocês já tentaram?

Pedro: Não!

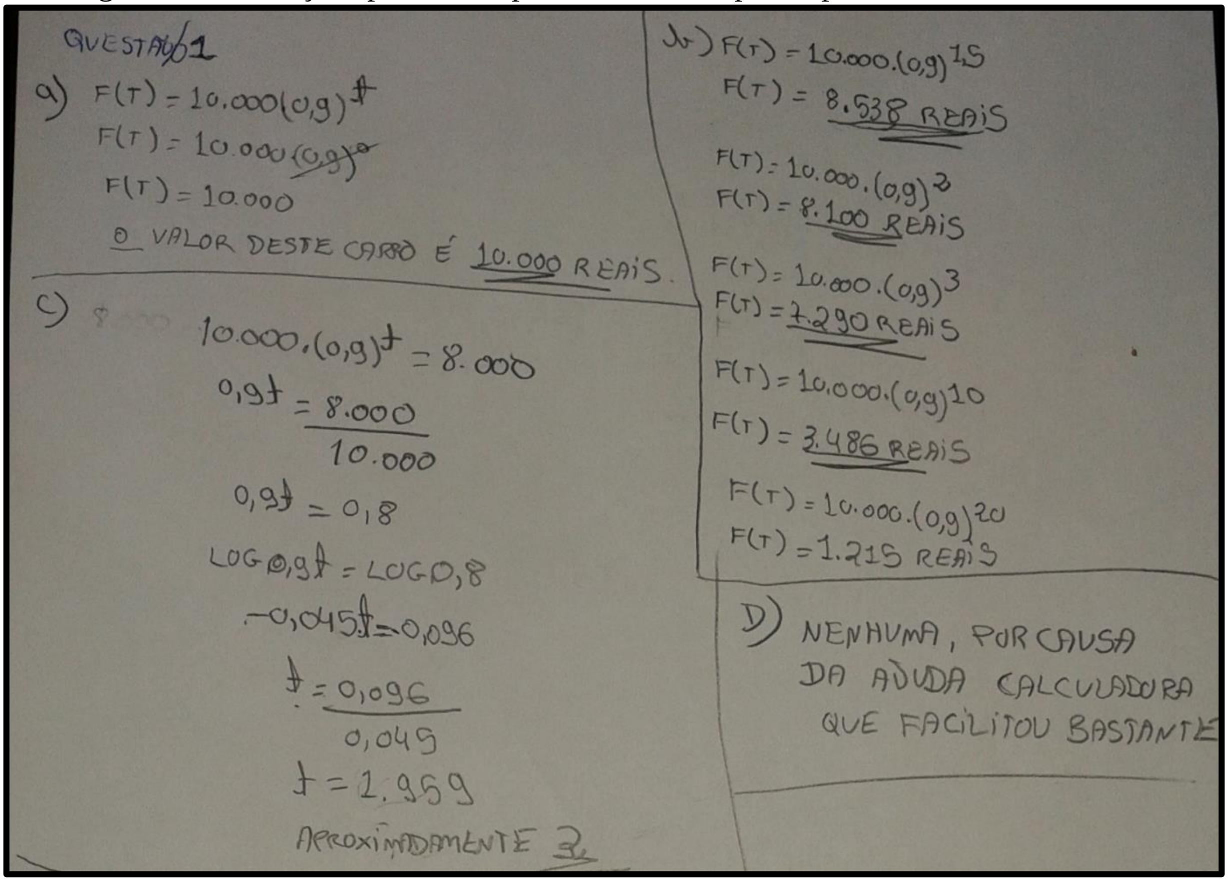
P.: E esta calculadora aí? Vocês não podem usar não? [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: Tá bom! Então elevado a um ponto cinco... oito mil quinhentos e trinta e oito reais e... no caso, cento e quarenta e nove... quer dizer... quatorze centavos.

Pedro: E não é que pode mesmo! A cada ano vai baixar mais! Daqui a vinte anos o carro não vai valer mais nada!

A figura 30 mostra a forma como os alunos procederam para solucionar o problema:

Figura 30: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 5ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Neste problema, o uso da calculadora possibilitou aos alunos uma eficácia nos cálculos, conforme mostra a figura 30 acima. Em comparação com esta mesma questão quando resolvida sem o uso da calculadora, Pedro e L.V. deixaram os cálculos das potências indicados enquanto que aqui foram efetuados. O fato de os alunos utilizarem a calculadora não prejudicou seu raciocínio, porque quando não a utilizaram conseguiram interpretar o problema eficazmente. Desse modo, a calculadora apenas agilizou as estratégias de cálculo, portanto, a calculadora não afetou suas capacidades de cálculo (RUTHVEN, 2009).

Com relação ao problema nº 2, a calculadora também foi empregada de forma satisfatória, entretanto os alunos poderiam ter melhor sistematizado a solução, apresentando as possibilidades de múltiplos possíveis (pois dispunham da calculadora para facilitar os cálculos).

Pedro: Treze vezes oitenta e seis, dá quanto?

L.V.: Mil cento e dezoito, aí peguei e subtraí...

Pedro: Novecentos... [*resultado da subtração*]

L.V.: O restante em quantidades iguais...

Pedro: Dá trinta?

L.V.: Por que trinta?

Pedro: Não são em quantidades iguais?

L.V.: É! Mas, você não sabe quantos colecionadores são!

Pedro: É verdade! E agora?

L.V.: Agora que... depende! A quantidade de selos vai depender da quantidade de colecionadores.

Pedro: Como é que eu coloco aqui?

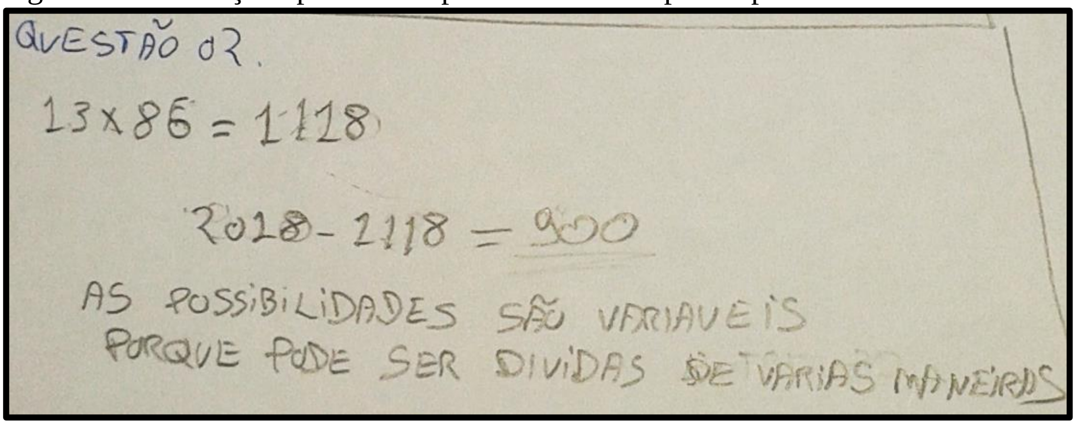
L.V.: É... as possibilidades são variáveis porque pode ser dividido de várias maneiras!

Pedro: Mas pode ser dividido por trinta!

L.V.: Trinta, trezentos, dez... uma, duas, três... são várias as possibilidades.

Segue, abaixo, na figura 31 a proposta de solução dada pela dupla:

Figura 31: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 2 da 5ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

A figura 31 anterior sugere que os alunos compreenderam que existem vários divisores de 900 que poderiam ser utilizados como solução do problema, entretanto, não explicitaram esses números, o que pode nos levar a crer que houve um certo comodismo por parte dos mesmos perante este problema, porque dispunham de tempo e do instrumento que poderia agilizar o processo de cálculo requerido.

Um fato interessante é que na 2ª sessão Pedro foi quem conseguiu enxergar uma solução para o problema (sugeriu 30 como resposta) enquanto que na 5ª sessão, L.V. foi quem conseguiu visualizar outras possibilidades (além de 30) de respostas. Aqui, cabe uma reflexão: será que os cálculos “exaustivos” exigidos dos alunos no problema 1 não atrapalhou de alguma forma seu raciocínio nos problemas seguintes? O fato é que a realização de cálculos morosos pode “cansar” o aluno e o atrapalhar na resolução de outros problemas.

Nesta sessão, suprimos o problema 3 porque assim o fizemos na sessão 2 (conforme lá justificado).

7.5.2.3. 6ª Sessão

Nesta 6ª sessão, apesar de já demonstrarem um certo cansaço, Pedro e L.V. se mantiveram interessados no trabalho desenvolvido. Segundo eles, resolver problemas era uma tarefa desafiante e com o emprego da calculadora ficava ainda melhor.

Para o problema 1, os alunos tentaram, mais uma vez, (como na 3ª sessão) utilizar equações para resolver o problema, o que gerou algumas dificuldades para eles. Pedro e L.V. conseguiram identificar a razão trigonométrica a ser utilizada (tangente). Entretanto, tiveram dúvidas de como proceder para utilizar este conceito corretamente perante a situação proposta. Mais uma vez, os alunos esqueceram de adicionar a altura da “haste” na qual o teodolito estava apoiado, talvez por falta de atenção, ou por não “rever o plano” (POLYA, 1995).

Pedro: Professor! Paramos nesse ponto aqui! Primeiro pegamos esse ângulo aqui, calculei ele, tangente de cinquenta, cateto oposto dividido por cateto adjacente, aí cheguei aqui nessa equação [*mostra folha de rascunhos*].

P.: Certo!

Pedro: Aí depois eu peguei ele aqui todinho [*referindo-se ao triângulo ABC*], tangente de quarenta e cinco, cateto oposto sobre cateto adjacente, aí cheguei nessa outra equação aqui [*mostra folha de rascunhos*]. Aí agora eu vou igualar para encontrar o valor de “x”, mas eu me enrolei aqui... como é que eu posso fazer?

P.: O que é que você tem aí? Você tem esta equação, “y” igual a um vírgula dois “x” e esta outra, “y” igual a vinte mais “x”... porque você não substitui?

Pedro: Como assim?

P.: Observe as duas equações! Você já tem o valor de “y”, mesmo que seja em função de “x”!

Pedro: Ah é! Aí eu pego e substituo nessa outra!

P.: Isso! Faça para ver como fica! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: Era assim que eu “tava” pensando!

Pedro: Eu estava esquecido! Assim... aí resolve “né”? Um vírgula dois “x” menos “x”. “X” é como se fosse um, não é? [*referindo-se ao coeficiente*]

L.V.: É... aí, no caso, fica zero vírgula dois.

Pedro: Achamos o valor de “x”!

L.V.: Agora... “y”!

Pedro: Um vírgula dois vezes cem!

L.V.: Mil e duzentos! [*sem utilizar a calculadora*] Não... cento e vinte!

Pedro: Cento e vinte! Ele está pedindo a altura nesse aqui?

L.V.: “qual era a medida da altura do prédio?” é!

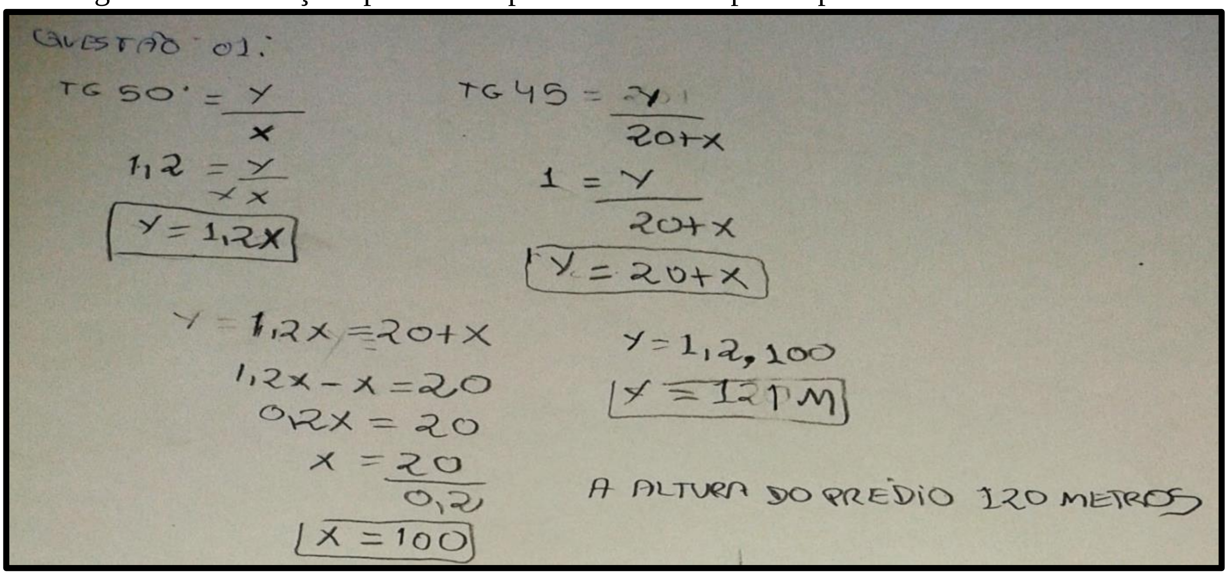
Pedro: É... que é “y”! Professor, conseguimos!

P.: Hum!... E a altura do teodolito, não conta não?

Pedro: Ah é! Aumenta mais um metro!

Temos abaixo a figura 32 que ilustra a solução apresentada por Pedro e L.V para este problema:

Figura 32: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 1 da 6ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Não notamos grandes diferenças entre a solução proposta pelos alunos na 3ª sessão (sem o uso da calculadora) e esta. Percebemos, no entanto, que não é uma prática dos alunos voltarem ao problema para analisarem a razoabilidade da solução encontrada. Aliás, conforme destacado por estes alunos, a Metodologia de Resolução de Problemas não era uma prática constante nas suas aulas de Matemática o que, de certa forma, influencia as suas habilidades de resolução.

O problema nº 2 foi resolvido pelos alunos utilizando a Lei dos Senos, assim como o problema o requeria, entretanto não souberam localizar a variável corretamente, levando-os a solucionar o problema de maneira equivocada.

Pedro: Ele está pedindo a distância do poço até a casa!

L.V.: Não! Do ponto de captação!

Pedro: Cadê? "bombear água do mesmo ponto de captação até a casa" é... é mesmo!

L.V.: Ô trem pra dá trabalho!

Pedro: Professor! Aqui [*referindo-se à questão dois*] ele pede a distância da bomba até a casa... aí a gente vai usar a lei dos senos, não é?

P.: Pode ser! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Vai ser... seno de "a" é quarenta e cinco não é? [*pergunta a L.V.*]

L.V.: É... vai ser cinquenta sobre o seno de quarenta e cinco...

Pedro: Faz aí... seno de sessenta!

L.V.: Zero vírgula oitenta e seis!

Pedro: Seno de quarenta e cinco agora!

L.V.: Zero vírgula setenta!

Pedro: Agora faz aí... cinquenta vezes zero vírgula setenta.

L.V.: Trinta e cinco!

Pedro: Agora... trinta e cinco dividido pra zero vírgula oitenta e seis!

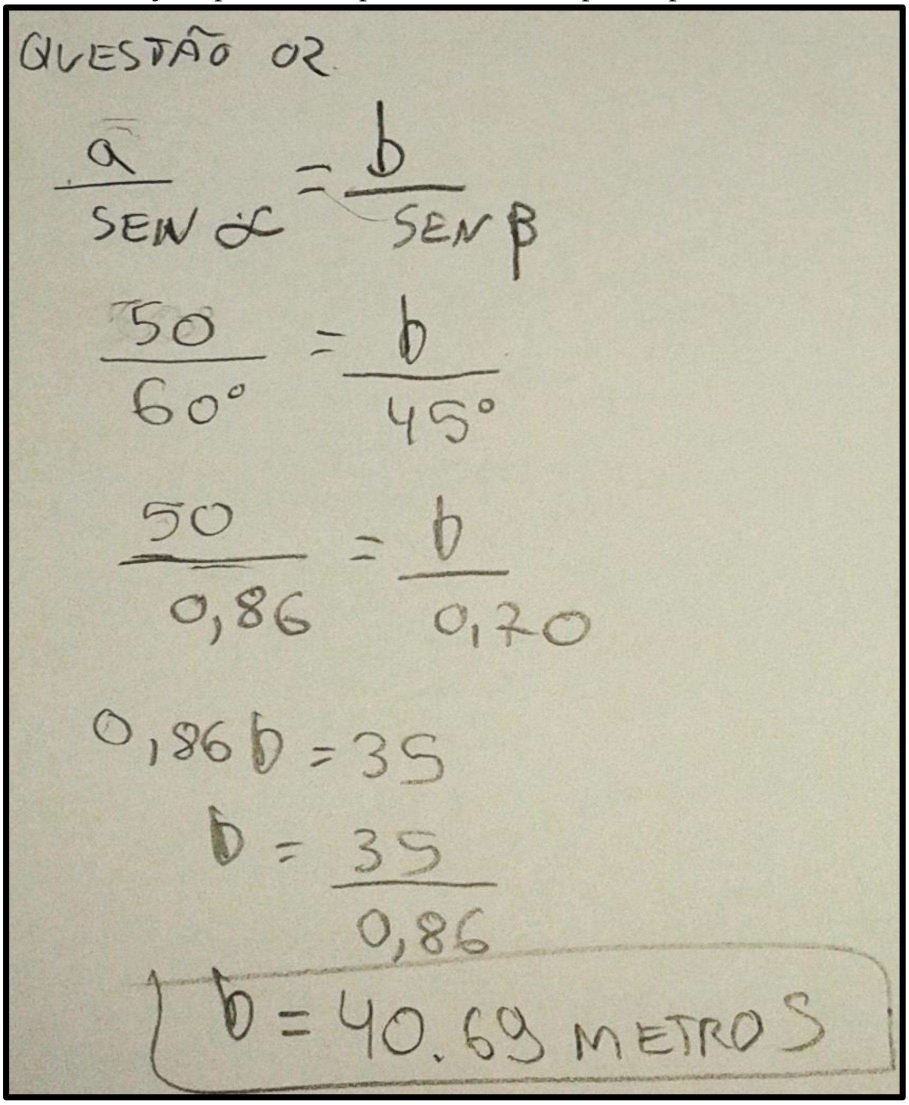
L.V.: Quarenta meia nove!

Pedro: Quanto? Quarenta meia nove?

L.V.: É!

Na figura 33 seguinte, temos a solução dada por Pedro e L.V. para este problema:

Figura 33: Resolução apresentada por Pedro e L.V. para o problema 2 da 6ª Sessão.



Fonte: Notas dos alunos.

Conforme mostra a figura 33 anterior, os alunos não souberam utilizar corretamente a fórmula, o que os remeteu a um resultado incorreto para o problema. Ao que parece, os alunos utilizaram o conteúdo mecanicamente, sem compreensão do que estavam fazendo, apenas substituíram os dados disponíveis na fórmula memorizada, sem atentar para a correta substituição destes dados.

Como na sessão 3, os alunos conseguiram solucionar o problema 3 sem dificuldades por isso o suprimimos nesta análise.

7.6. Habilidades desenvolvidas

Durante a pesquisa foi possível perceber que Pedro e L.V., apesar das dificuldades apresentadas, conseguiram desenvolver as habilidades de representação, compreensão e comunicação, não ficando muito evidente se este fato foi confirmado para a habilidade de investigação. Não que este seja um mérito da pesquisa, porque estas habilidades são desenvolvidas ao longo do tempo, através da vivência do aluno na sala de aula e no seu contexto social, entretanto, um trabalho mais centrado no aluno, através da resolução de problemas, pode favorecer este desenvolvimento.

Foi possível observar, no decorrer da pesquisa, que os alunos foram capazes de:

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc);
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc);
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas. (BRASIL, 2002a, p. 46)

Nas figuras de 22 a 33, apresentadas no item anterior, podemos perceber o desenvolvimento das habilidades ora mencionadas, fato que pôde ser observado mesmo no decurso das três últimas sessões (com o uso da calculadora) o que reitera nossa posição de que o uso da calculadora "não embota" o raciocínio dos alunos, conforme defendem também outros autores (D' AMBRÓSIO, 1986; SELVA E BORBA, 2010; OLIVEIRA, 1999 e outros).

7.7. Síntese

Apresentação. Pedro e L.V. são comunicativos e interagem bem quando trabalham em duplas, discutindo e articulando os conceitos dominados por cada um deles. São alunos do 3º Ano do Ensino Médio da escola campo de pesquisa e têm, ambos, 17 anos de idade. Afirmam gostar de Matemática e apresentam desempenho escolar satisfatório, tanto nesta como nas outras disciplinas do currículo. Pedro estuda nesta escola desde o 1º Ano do Ensino Médio, enquanto que L.V. ingressou nesta somente agora, no 3º Ano, vindo transferido de uma escola pública do estado de São Paulo. Pedro é residente da zona rural do município e L.V. da zona urbana do mesmo, sendo que este último pretende retornar ao estado de São Paulo quando concluir o Ensino Médio e ingressar numa faculdade por lá.

Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula. Pedro e L.V. apresentam concepções acerca do uso da calculadora nas aulas de Matemática um pouco diferentes daquelas manifestadas pela dupla anterior (Diego e Emanuelle). Apesar de em alguns momentos entrarem em contradição, eles acreditam que o uso da calculadora traz mais benefícios do que malefícios para os alunos e ainda assim, preferem fazer os cálculos com lápis e papel porque, segundo eles, "ajuda a treinar o raciocínio". L.V. revela uma visão mais positiva quanto ao uso da calculadora em sala de aula, embora acredite que o uso da calculadora pelos alunos não os incentive a pensar. Ao que parece as concepções manifestadas por estes alunos são reflexos daquelas manifestadas pela professora da turma que não incentiva o uso da calculadora na sala de aula sob os mesmos argumentos defendidos por eles (inibe o raciocínio, impede-os de pensar, gera preguiça).

Mudanças de Concepções sobre o Uso da Calculadora na Sala de Aula. No tocante às mudanças de concepções, Pedro e L.V. apresentam opiniões divergentes quanto ao uso da calculadora na sala de aula. Pedro mostra não mudar sua opinião inicial de que a calculadora "embota" seu raciocínio. Com opinião diferente, L.V. defende que a calculadora favorece "mais vantagens [*para o aluno*], porque [...] se tem mais agilidade, se faz mais conta em menos tempo, você pode ter uma gama maior de exercícios para ser feito, é algo que é uma ajuda para o aluno". L.V. modificou sucintamente sua visão inicial sobre o uso da calculadora na sala de aula (apesar de se manifestar favorável ao seu uso já no início da pesquisa, o fazia com ressalvas).

Concepções sobre a Metodologia de Resolução de Problemas. Pedro e L.V. concebem a resolução de problemas como resolução de exercícios. Segundo Pedro a resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática "através de exercícios, explicações" enquanto que segundo L.V. "... com exercícios, ajuda do professor [é]... se tem uma dificuldade o professor ajuda...". Neste quesito urge (re)pensar a formação do professor, que, ao que parece, não lhes tem proporcionado os instrumentos necessários para que desenvolvam um trabalho pedagógico (quando vierem a atuar como docentes) voltado ao ensino da Matemática embasado na resolução de problemas.

Estratégias de Resolução de Problemas. Pedro e L.V. conseguiram desenvolver um bom diálogo nas sessões de resolução de problemas, aspecto que favoreceu a interação entre eles. Esta dupla conseguiu dialogar entre si e, na maioria das vezes, conseguiu por si só esclarecer dúvidas surgidas quando das sessões de resolução dos problemas (fossem elas sem ou com o uso da calculadora) necessitando poucas vezes da intervenção do pesquisador. Estes alunos desenvolveram alguma autonomia quando da realização do trabalho, sendo que apresentaram dificuldades referentes à interpretação dos problemas propostos e ao domínio de alguns conteúdos utilizados. A estratégia predominantemente utilizada por eles ao longo das seis sessões de resolução de problemas foi "tentativa e erro" sendo que nas três sessões iniciais (sem o uso da calculadora) a grande dificuldade apresentada pelos alunos foi conseguir "vencer" o excessivo peso dos cálculos, enquanto que nas três últimas houve uma agilização do tempo gasto.

Habilidades desenvolvidas. Pedro e L.V., apesar das dificuldades apresentadas, conseguiram desenvolver as habilidades de representação, compreensão e comunicação, não ficando muito evidente se este fato foi confirmado para a habilidade de investigação. Não que este seja um mérito da pesquisa, porque estas habilidades são desenvolvidas ao longo do tempo, através da vivência do aluno na sala de aula e no seu contexto social. Entretanto, um trabalho mais centrado no aluno, através da resolução de problemas, pode favorecer este desenvolvimento.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentamos um apanhado de todos os instrumentos de coleta de dados utilizados na pesquisa e apresentamos nossas conclusões gerais mediante as análises destes instrumentos.

8.1. Visão Geral do Estudo

O primeiro instrumento de coleta de dados utilizado em nossa pesquisa, *o Teste Diagnóstico*, mostrou que os alunos não conseguem "mobilizar" adequadamente os conceitos já apreendidos em anos escolares anteriores para resolverem problemas. O diagnóstico (Apêndice C) mostrou que menos da metade da turma conseguiu resolver, satisfatoriamente, as situações propostas apontando para uma "baixa sensibilidade" à resolução de problemas (FRITZLAR, 2006). Pudemos perceber também que um dos entraves encontrados pelos alunos para resolverem os problemas propostos foi a "interpretação" destes. Os mesmos sempre perguntavam "o que é para fazer?", "que 'conta' deve ser realizada?" e retrucavam: "é muito difícil!", "não vou quebrar cabeça com isso!".

Como visto em Vygotsky, a interpretação se insere como a busca de sentidos e significados (COSTAS & FERREIRA, 2011), favorecendo, portanto, a formação dos conceitos. Acreditamos que não foi por acaso que Polya (1995) propôs como a primeira heurística de resolução de problemas "Compreender o problema", porque é a partir dela que se dará o sucesso ou o fracasso de quem o resolve.

Portanto, para resolver um problema, faz-se necessário, ainda no processo de interpretação, buscar responder a algumas perguntas, como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? Quais caminhos poderei seguir? Posso representar com um desenho? Desta forma acabamos por delinear um percurso que poderá ser seguido para a resolução do problema em questão.

Como se tratava de um "diagnóstico", eu enquanto professor, me eximi do papel de estimulador do aluno, para que este pudesse ultrapassar os diversos obstáculos que seguiriam o caminho para a solução. Oportunizar a discussão com os colegas, com o professor, favorecer a argumentação, a crítica, a interação, a partilha de ideias, a partilha de estratégias de raciocínios, de pensamentos matemáticos e de desenvolvimento da comunicação; seria algo que não poderia oportunizar naquele momento. Ao que parece, pouco de resolução de problemas tem sido proporcionado a estes alunos, pois, do contrário, estes teriam demonstrado melhores resultados, conforme defendido por Polya (1995) "só se aprende a resolver problema resolvendo problema".

Quanto às entrevistas realizadas, aquela realizada com a professora da turma (Apêndice G) sugere que esta seja indiferente ao uso da calculadora (até mesmo a básica) na sala de aula. Entretanto, as evidências apontam para uma não utilização da calculadora por parte da professora pesquisada.

Os resultados apontam ainda para concepções de ensinar e aprender arraigadas a posturas tradicionais, não favorecendo a autonomia dos alunos nem o uso de tecnologias essenciais ao seu convívio em sociedade. A exemplo do que encontramos em Selva e Borba (2010) e em Fedalto (2006), mesmo apontando inúmeras vantagens de uso da calculadora na sala de aula, a professora praticamente não a utiliza com seus alunos.

Apesar de se mostrar muito aberta ao diálogo e de ser uma professora jovem, a professora participante da pesquisa aponta para falhas em sua formação, tanto inicial quanto continuada, que não a deixam segura para o uso da calculadora em sala de aula. Esta menciona lacunas de conhecimentos específicos da Matemática e de conhecimentos pedagógicos sobre como trabalhá-la em sala de aula. A este respeito, Ponte (1999, p. 59) defende que "Os professores não podem exercer o seu papel com competência e qualidade sem uma formação adequada para leccionar as disciplinas ou saberes de que estão incumbidos, sem um conjunto básico de conhecimentos e capacidades profissionais orientados para a sua prática lectiva".

O pano de fundo desta questão é, então, a formação do professor que não o está preparando para o seu correto desempenho professional. Nesta esfera, Ponte e Chapman (2006) defendem, entre outros, a investigação dos conhecimentos dos professores dos professores que ensinam Matemática, enquanto Assude (1990) acredita ser a formação dos professores uma condição fundamental para que a introdução das calculadoras se faça com êxito. Para a autora, será necessário, por um lado, desmitificar a utilização das calculadoras e afastar certos "fantasmas" dessa mesma utilização e, por outro lado, é necessário fornecer aos professores outros meios de utilização das calculadoras do que aqueles que são utilizados normalmente nas práticas sociais. Para Mokrosky (1997, p. 169) "os professores não sabem conciliar a calculadora com os conteúdos programáticos e as exigências do Vestibular", o que pode tornar-se um entrave para a sua utilização nas salas de aulas de Matemática.

Na entrevista (Apêndice G), a professora da turma pesquisada demonstrou interesse e compromisso com o ensino e com a sua formação, entretanto, percebemos que a mesma não tem clareza quanto à resolução de problemas confundindo-a com a realização de exercícios (em sua maioria fechados) em sala de aula. Este fato faz-nos refletir sobre aspectos da nossa formação inicial, porque também eu, conforme já justificado, não sabia distinguir uma situação da outra. A professora também apresenta, em seu discurso, concepções sobre o uso de calculadora que já não condizem com o momento atual, no qual a tecnologia se faz presente em todos os contextos da sociedade.

Quanto à entrevista realizada com os alunos (Apêndice H), esta mostra que a maioria destes considera que usar a calculadora faz com que desaprendam a fazer cálculos manuscritos, tornam-se dependentes da máquina, calculem mecanicamente. Entretanto, esta pesquisa corrobora outras (RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010), mostrando que, na verdade, os alunos que não utilizam a calculadora também não sabem fazer cálculo melhor e com mais consciência do que aqueles que a utilizam. Neste contexto, Mercê (2008), após a análise de diversos trabalhos sobre o uso de calculadora na sala de aula, conclui que “Nenhum dos estudos [...] encontrou implicações negativas na capacidade dos alunos resolverem problemas pelo simples facto de utilizarem a calculadora” (p. 10)

Também pudemos notar no discurso dos alunos, e da própria professora, uma preocupação com relação ao fato de a calculadora não ser utilizada em ENEM e vestibulares. Quanto a esta questão, Selva e Borba (2010) salientam que a calculadora por si só não resolve problema algum se não for operada corretamente por quem a comanda e que a escola não deve ser “moldada” pelos vestibulares estes é que deveriam ser repensados à luz na nossa realidade atual. Nesta mesma direção Schiffl (2006) acredita que, preservado o raciocínio lógico, utilizar a calculadora como ferramenta de apoio não a tornaria um problema para as “exigências do vestibular”. Desta forma, o aluno não teria dificuldades em fazer os cálculos com lápis e papel. Ademais, ainda segundo esta autora, tanto em vestibulares como em outros concursos, “a primazia não é dos algoritmos, e sim das interpretações” (p. 111).

Portanto, vale destacar que atualmente os concursos e vestibulares trazem situações que avaliam competências ligadas à argumentação, conceitos e propriedades e não especificamente ao cálculo. Assim, não é o fato do uso da calculadora em si que irá causar prejuízo aos alunos, mas a forma como esta será utilizada, concordando com Ponte (1989, p. 01-02) “não devemos atribuir à calculadora nem um caráter milagroso, nem um caráter demoníaco. Como qualquer outro instrumento, pode, simplesmente, ser bem ou mal usada”.

A Oficina desenvolvida na sala de aula, teve por objetivo apresentar a calculadora científica como ferramenta de trabalho nas aulas de Matemática do Ensino Médio, proporcionando aos alunos o manuseio da mesma e a descoberta de utilidades e funções. Pudemos perceber, quando da sua realização, que a Oficina proporcionou uma melhor familiarização dos alunos com a calculadora científica, a qual foi uma “novidade” para todos.

No transcorrer da Oficina, apesar do sentimento de novidade, alguns alunos conseguiram perceber que a calculadora científica utilizada na Oficina era a “mesma” que eles já conheciam dos seus celulares, entretanto, no início dos trabalhos não conseguiram fazer esta associação. Os alunos foram muito receptivos, demonstraram curiosidade, ansiedade e contentamento perante aquela ferramenta “tão encantadora”. Os mesmos se mantiveram atentos durante as explanações, exibição do vídeo e realização dos exercícios de aplicação, até mesmo aqueles alunos que costumavam “dar trabalho” nas aulas (segundo a professora da turma) mantiveram-se atentos e engajados nas tarefas propostas, alguns destes concluindo as tarefas antes mesmo que os outros alunos (“os mais comportados!”).

Mesmo nesta fase tão preliminar da pesquisa (a realização da Oficina), algumas considerações e hipóteses já foram levantadas:

- A utilização da calculadora na sala de aula provoca uma mudança no papel do professor, o qual perde gradualmente o seu “título” de autoridade incontestada, para estar sempre a aprender e passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe;
- Com a calculadora os alunos interagem entre si, fazendo descobertas e tornando o ambiente da sala de aula mais colaborativo e participativo, deixando o professor de ser o “detentor” do saber e os alunos os “meros” aprendizes;
- Aspectos referentes à formação do professor ainda são entraves para a utilização de recursos tecnológicos nas salas de aula. Particularmente, no caso da calculadora, alguns desses entraves dizem respeito, também, às crenças e concepções do professor sobre a Matemática, seu ensino, processo de aprendizagem dos alunos, dentre outras.

Durante a realização das tarefas circulamos pela sala, entre as filas, observando como os alunos estavam reagindo à “novidade” e em que nível a sua aceitação parecia favorecer as habilidades de representação, compreensão, comunicação e investigação tidas como habilidades possíveis de ser desenvolvidas quando da resolução de problemas com o uso da calculadora.

Naquele momento, pareceu-nos precipitado antever estas hipóteses, mas, o brilho no olhar dos alunos e a forma como eles percebiam a calculadora parecia encantá-los, como se uma “aula” daquelas nunca houvesse sido promovida para eles enquanto alunos. A professora da turma também nos confidenciou que sabia da existência de calculadoras básicas no Laboratório de Matemática da escola. Entretanto, ela (também não sabia de outros professores que o fizessem) nunca as utilizou, nem na sala de aula, nem levando os alunos até o Laboratório para utilizá-las. Ela alega uma formação falha neste sentido, nunca tendo sido discutido sobre o tema durante a sua formação inicial nem em formações continuadas das quais já participou.

Mesmo não tendo sido proposto problema nenhum durante esta Oficina a própria calculadora parecia um "problema" para os alunos: quais funções usar? que teclas apertar? qual a ordem das entradas a serem digitadas? Portanto, mesmo em uma simples atividade de aplicação, a calculadora pareceu desenvolver nos alunos curiosidade, espírito de companheirismo (quando ajudavam uns aos outros), descobertas e porque não dizer, criatividade, formulando outras questões e propondo desafios aos outros colegas. Foi este clima de participação, curiosidade, receptividade que buscamos proporcionar durante todas as etapas da pesquisa.

Nas sessões de resolução de problemas (sem a calculadora e com o uso da mesma) os dados levantados mostram que não houve modificação das estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução dos problemas propostos quando proporcionadas as sessões "sem calculadora" ou "com o uso desta", no entanto, quando passaram a utilizar a calculadora, as estratégias utilizadas foram agilizadas, restando mais tempo para análise dos resultados encontrados e para a resolução de um número maior de problemas. Em se tratando destas estratégias, aquelas predominantemente utilizadas pelos alunos durantes as seis sessões de resolução de problemas (sendo as três iniciais sem a utilização da calculadora e as três últimas com a utilização desta ferramenta) foram: tentativa e erro e uso de desenho da forma geométrica.

Em estudo semelhante, entretanto, em ordem inversa ao nosso (pois proporam inicialmente a resolução de problemas com o uso da calculadora para posteriormente o fazerem sem este instrumento), Pereira e Guerreiro (2008) chegaram a resultados semelhantes defendendo que os alunos mantiveram as estratégias de cálculo e de resolução de problemas que possuíam após a utilização da calculadora, utilizando-a apenas como auxiliar de cálculo. Segundo estes autores, "os alunos valorizaram o pensamento matemático para além da obtenção numérica do valor de uma operação aritmética, reforçando a ideia de que a máquina de calcular, apesar de ser eficiente e exacta, não substitui o pensamento matemático" (p. 115).

Desta forma, ao utilizarem a calculadora científica os alunos cometeram menos erros de cálculos do que quando os resolveram sem a utilização desta ferramenta. Este fato sugere que, ao utilizarem a calculadora, os alunos centraram a sua atenção na tarefa, o que lhes permitiu estar mais atentos para a concretização das suas estratégias, reduzindo, assim, os erros de cálculo e de interpretação (PEREIRA & GUERREIRO, 2008).

Foi também possível perceber que, no decorrer dos trabalhos, os alunos manifestaram o desenvolvimento das habilidades de representação, compreensão e comunicação conforme preconizam os documentos oficiais (BRASIL, 2002a; 2002b), de forma que este não é um mérito da pesquisa, porque o desenvolvimento destas e de outras habilidades ocorrem de forma processual, no decurso das vivências dos alunos, sejam elas escolares ou não.

Outro fator que consideramos importante no desenvolvimento desta etapa da pesquisa diz respeito ao trabalho em grupos (mesmo que pequenos, como no nosso caso). A interação (VYGOTSKY, 1993) proporcionada por trabalhos desta natureza favorece o desenvolvimento dos conceitos, pois a troca entre os pares, em uma linguagem que não é muito formalizada (ao contrário da do professor) parece fluir melhor entre eles.

Nesta etapa da pesquisa também foi possível perceber que a resolução de problemas com a utilização da calculadora (em particular a científica) pode proporcionar, dentre outros, uma reflexão, por parte do aluno, sobre a razoabilidade da resposta encontrada (ainda que, algumas vezes, em nossa pesquisa, o aluno aparentemente não tenha lançado mão desta hipótese para analisar os resultados encontrados). Desta forma, "esse instrumento pode trazer, se usado criteriosamente, mudanças significativas na sala de aula de Matemática" (LAUREANO & MEDEIROS, 2008, p. 11), pois "têm neste momento uma realidade social que não se pode desprezar: elas existem e as pessoas utilizam-nas sobretudo nos cálculos elementares" (ASSUDE, 1990, p. 01).

As entrevistas finais, realizadas ao término da pesquisa, mostram que os alunos pouco modificaram suas concepções iniciais sobre o uso da calculadora na sala de aula. Para eles, esta utilização pode prejudicar seu raciocínio quando a calculadora não estiver disponível para utilizarem. Quanto a este fato cabe destacar que estes alunos, assim como aqueles pesquisados por Rubio (2003) conseguiram perceber a inutilidade da calculadora diante de uma situação não compreendida, diante da incapacidade de raciocínio.

Assim, estes resultados corroboram com aquilo defendido por Ponte (1992) de que as mudanças de concepções só podem ser percebidas perante "fortes abalos" embora Garnica (2008) defenda que este é um processo que não é estático, ou seja, que as concepções estão em constante mutação, a depender do contexto em que se manifestam.

8.2. Considerações Finais

Os resultados deste estudo nos mostram que ainda há muito a ser feito nas salas de aula de Matemática para a implementação de metodologias de ensino que favoreçam o desenvolvimento de sentidos e significados pelos alunos e, por conseguinte, a formação de conceitos. Neste sentido, cabe salientar que as mudanças só ocorrerão em nossas salas de aulas se nós, professores, as considerarmos necessárias, deixando-nos cientes de que isso vai exigir de nós, mais planejamento, pesquisa, aperfeiçoamento, fazendo com que venhamos a dedicar mais tempo para estudo e planejamento escolar.

Corroborando com nossas hipóteses iniciais, os dados apresentados sugerem que o uso da calculadora nas aulas de Matemática pode contribuir com o aluno: liberando o tempo gasto em operações repetitivas e que este já deve ter consolidado em etapas de estudo anteriores (considerando que estes alunos, em particular, são alunos concluintes do Ensino Médio); permitindo uma aproximação entre a Matemática estudada na sala de aula e aquela vivenciada em seu cotidiano, através da resolução de problemas em contextos, ao menos, semelhantes aos reais; pode também propiciar maior atenção dada aos resultados obtidos e a análise do significado destes resultados à luz dos dados apresentados e da situação descrita no problema. Mas para isto, ou seja, para que seja utilizada eficazmente, faz-se necessário que o aluno saiba utilizá-la e saiba interpretar os resultados fornecidos em detrimento da situação para a qual se busca a solução.

Esperamos que esta pesquisa possa proporcionar reflexões naqueles professores (e mesmo alunos) que acreditam que a utilização da calculadora na sala de aula de Matemática seja “prejudicial” à aprendizagem do aluno e que possa contribuir como um referencial para futuras pesquisas, atualizando esta problemática (o uso da calculadora nas aulas de Matemática) no contexto da Educação Matemática.

Assim, sugerimos questões para futuras pesquisas:

i. Quais concepções de futuros professores de Matemática sobre o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio?;
ii. Qual a influência do uso da calculadora científica na resolução de problemas por alunos “não-proficientes” em Matemática?;
iii. Como o uso da calculadora científica pode potencializar a compreensão do conceito de Limite a partir de uma noção intuitiva deste conceito?.

REFERÊNCIAS

ALBERGARIA, I.S.; PONTE, J.P. **Cálculo mental e Calculadora**. In: Tecnologias e educação matemática. Lisboa: SEM-SPCE. 2008. pp. 92-103.

ANDRÉ, M.E.D.A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional.** Brasília: Liberlivros, 2005. 68 p. - (Série Pesquisa; vol. 13)

ASSUDE, T. **As Calculadoras no Ensino da Matemática: Alguns elementos de reflexão.** NONIUS, nº 25, 1990 – Folha Informativa do Projeto "Computação no Ensino da Matemática".

BIGODE, A.J.L. **Explorando o uso da Calculadora no ensino de Matemática para jovens e adultos. 1997.** Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/Autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Calculadoras. Data do Acesso: 21/05/2015.

BOAVIDA, A.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; PIMENTEL T. **Resolução de Problemas em Matemática.** In: A experiência matemática no ensino básico. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa, 2008. 133 p.

BOERI, C.N.; VIONE, M.T. **Abordagens em Educação Matemática**. 2009. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/ea000661.pdf. Data do Acesso: 21/01/2015

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos.** Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora, 1994. 337 p. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

BORBA, R.; SELVA, A. **Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks.** ZDM Mathematics Education, 2013. Vol. 45, p.737–750

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN): Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996,** – 8. ed. – Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2013. 45 p. – (Série legislação; n. 102). Versão Atualizada em 8/5/2013. ISBN 978-85-402-0101-9 (e-book)

_______ Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, 2006. 135 p. Volume 2.

_______ Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. 2002b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Data do Acesso: 20/11/2014.

_______ Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica.

2002a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Data do Acesso: 20/11/2014.

_______ Parâmetros curriculares nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASÍLIA. **Exame Nacional de Curso. DOCUMENTO BÁSICO**. BRASILIA, 2002.

BRAVO, J.A.F.; SÁNCHES, J.J.B. **Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática.** Revista Iberoamericana De Educación Matemática, 2012, nº 32, pp. 29-43.

BUSSI, M.G.B. **Verbal Interaction in the Mathematics Classrrom: A Vygotskian Analysis.** In: Language and Communication in the Mathematics Classrrom. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia. 1998.

COSTAS, F.A.T.; FERREIRA, L.S. **Sentido, Significado e Mediação em Vygotsky: implicações para a constituição do processo de leitura.** Revista Iberoamericana de Educación. 2011, nº 55, pp. 205-223.

D' AMBROSIO, U. **Problem solving: a personal perspective from Brazil.** ZDM Mathematics Education, 2007. Vol. 39, p. 515–521.

_______ Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus: UNICAMP, 1986.

DOORMAN. M.; DRIJVERS, P.; DEKKER, T.; HEUVEL-PANHUIZEN, M.V.D.; LANGE, J.; WIJERSET, M. **Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands.** The International Journal on Mathematics education, 2007. Vol. 39, pp. 405-418.

FEDALTO, D.L. **O Imprevisto Futuro das Calculadoras nas Aulas de Matemática no Ensino Médio.** Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006. 161 p. (Dissertação de Mestrado).

FREITAS, M.T.A. **Vigotski e Bakhtin – Psicologia e educação: um intertexto.** São Paulo, Ática, 2007.

FRITZLAR, T. **Sensitivity to Complexity – an Important Prerequisite of Problem Solving Mathematics Teaching.** ZDM Matematics Education. 2006, Vol. 38, p. 436-444.

GARNICA, A.V.M. **Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa.** Educação e Pesquisa, São Paulo, 2008. Vol. 34, n.3, p. 495-510.

GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos.** In: Coleção Pesquisa Qualitativa (Coord.: Uwe Flick), 2008. Bookman. Tradução: editora Artmed, 2009.

GONTIJO, C.H. **Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática.** In: Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2006. 11 p.

GUINTHER, A. **Análise do Desempenho de Estudantes do Ensino Fundamental em Jogos Matemáticos: reflexões sobre o uso da Calculadora nas aulas de Matemática.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. São Paulo, 2009. 182 p. (Dissertação de Mestrado).

KOLL, M.O. **Desenvolvimento e Aprendizado.** In: Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2010.

LAUREANO, E.L., MEDEIROS, K. M. *Introduzindo o Conceito de Logaritmo com a Calculadora Científica* In: XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática, 2008, Vieira de Leiria-Portugal.

MARTINS, J.C. **Vygotsky e o papel das interações sociais na sala de aula: reconhecer e desvendar o mundo.** Série Ideias n. 28, São Paulo: FDE, 1997. pp. 111-122. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_28_p111-122_c.pdf. Data do Acesso: 30/01/2015.

MEDEIROS, K.M. **A influência da Calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº 14, 2003, p. 19-28.

_______ O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula. Educação Matemática em Revista, SBEM, nº 9/10, 20, 2001.

MEDEIROS, K.M.; SANTOS, A.J.B. **Uma Experiência Didáctica com a Formulação de Problemas Matemáticos.** ZETETIKÉ– Cempem – FE – Unicamp – v. 15 – n. 28, 2007.

MENEZES, L. **Concepções e Práticas de Professores de Matemática: contributos para o estudo da pergunta.** Universidade de Lisboa. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, 1995. (Dissertação de Mestrado)

MERCÊ, C.; PONTE, J.P. **Concepções, práticas lectivas e reflexão dos professores de Matemática do 2º ciclo em relação à Calculadora.** Revista Quadrante, Vol. XVIII, Nº 1 e 2, 2009.

MERCÊ, C.C.F. **Concepções e práticas lectivas dos professores de matemática do 2.º ciclo em relação à Calculadora: Contributos da formação para a reflexão.** Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, Departamento de Educação, 2008. 130 p. (Dissertação de Mestrado).

MOCROSKY, L.F. **Uso de Calculadoras em aulas de Matemática: o que os professores pensam.** Rio Claro: UNESP, 1997. 119 p. (Dissertação de Mestrado).

MOREIRA, M.A. **Teorias da Aprendizagem.** 2. Ed. ampl. – São Paulo: EPU, 2011.

MOSQUITO, E.; PONTE, J.P. **A Calculadora e o computador nas práticas profissionais dos professores de Matemática do 3º ciclo do ensino básico.** In: Tecnologias e educação matemática. Lisboa: SEM-SPCE. 2008. pp. 129-141.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** Campinas: Papirus, 1997.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. An agenda for action: Recommendations for school mathematics for the 1980s. Reston: NCTM. 1980.

OLIVEIRA, J.C.G. **A visão dos professores de matemática do estado do Paraná em relação ao uso de Calculadoras nas aulas de matemática.** Campinas, SP, 1999. 160 p. (Tese de doutorado).

ONUCHIC, L.R. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**, ISERP – Palestra de Encerramento, 2008. Disponível em: www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf. Data do Acesso: 21/10/2014.

PASSOS, C.L.B.; NACARATO, A.M.; FIORENTINI, D.; MISKULIN, R.G.S.; GRANDO, R.C.; GAMA, R.P.; MEGID, M.A.B.A.; FREITAS, M.T.M.; MELO, M.V. **Desenvolvimento Profissional do Professor que Ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros.** Revista Quadrante, Vol. XV, Nº 1 e 2, 2006.

PEREIRA, M.; GUERREIRO, A. **Calculadoras na Sala de Aula: uma investigação no 3º ano de escolaridade.** In: Tecnologias e educação matemática. Lisboa: SEM-SPCE. 2008. pp. 104-116.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: interciência, 1995. 196p.

PONTE, J.P. (Ed.) **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação.** Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992.

_______ Didácticas Específicas e Construção do Conhecimento Profissional. In: J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.); Investigar e formar em educação. Actas do IV Congresso da SPCE (pp. 59-72). Porto: SPCE. 1999.

_______ Estudos de caso em educação matemática. Bolema, 2006, Nº 25, pp. 105-132.

_______ Mathematics Teachers' professional knowledge. Proceedings of PME XVIII (pp. I/195-210), Lisboa, Portugal. (1994a)

_______ O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Revista Educação e Matemática nº 31, p. 9-13. (1994b)

_______ A Calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. Educação e Matemática nº 11, 1989 (Editorial).

PONTE, J.P; CHAPMAN, O. **Mathematics Teachers' Knowledge And Practices.** In: A. Gutierrez & P. Boero (Eds.). Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future. (pp. 461-494) Roterdham: Sense, 2006.

QUEZADA. V.D.; LETELIER. A.P. **Resolución de Problemas en Matemática y su Integración con la Enseñanza de Valores Eticos: el caso de Chile.** Bolema, Rio Claro (SP), 2013. v. 27, n. 45, p. 117-141.

RUBIO, J.A.S. **Uso didático da Calculadora no ensino fundamental: possiblidades e desafios.** Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2003, 137p. (Dissertação de Mestrado).

RUTHVEN, K. **Towards a calculator-aware number curriculum.** Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 8, 1, X-X, 2009.

SANTANA. J.E.B.; LIMA, A.F.; SILVA FILHO, G.B. **O Uso da Calculadora nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: o que traz o Livro Didático?** In: Anais do I Congresso Nacional de Educação – CONEDU, 2014, Campina Grande/PB. Realize Eventos e Editora, 2014. v. 1.

SANTOS, M.C.; LIMA, P.F. **Considerações Sobre a Matemática no Ensino Fundamental.** In: Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento – Perspectivas Atuais. Belo Horizonte, 2010.

SCHIFFL, D. **Um Estudo Sobre o Uso da Calculadora no Ensino de Matemática.** Santa Maria – RS, 2006 (Dissertação de Mestrado).

SCHOENFELD, A.H. **Reflections on Problem Solving Theory and Practice.** The Mathematics Enthusiast **(**TME), 2013. Vol. 10, n^{os}1&2, pp. 9-34.

SELVA, A.C.V.; BORBA, R.E.S.R. **O uso da Calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 1 ed. 2010, 128 p. (Coleção Tendências em educação matemática).

SHULMAN, L. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching.** Educational Researcher, nº 15, vol. 2, pp. 4-14. 1986.

_______ Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, nº 57, pp. 1-22. 1987.

SOUSA, D.B. **Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem de Conteúdos Geométricos no 7º Ano do Ensino Fundamental.** Campina Grande – PB, 2010 (Dissertação de Mestrado).

SOUSA, A.A.; SOUSA, T.P.; QUEIROZ, M.P.; SILVA, E.S.L. **Evasão escolar no ensino médio: velhos ou novos dilemas?** VÉRTICES, Campos dos Goytacazes/RJ, v. 13, n. 1, p. 25-37, jan./abr. 2011.

STAKE, R.E. **Pesquisa qualitativa: como as coisas funcionam.** In: Coleção Métodos de Pesquisa. Pesquisa Qualitativa: estudando como as coisas funcionam. Editora: Penso, 2011.

Disponível em: http://www.larpsi.com.br/media/mconnect_uploadfiles/x/d/xdw.pdf Data do acesso: 16/10/2014.

TEIXEIRA, J.T. **Mudanças de Concepções dos Professores.** Instituto Piaget, 2004. Horizontes Pedagógicos. Lisboa.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. (trad. Jefferson Luiz Camargo). São Paulo: Martins Fortes, 1993.

WOOD, L. E. **Estratégias do Pensamento: Técnicas de Aptidão Mental.** Tradução de Claudia C. Duarte. São Paulo: Círculo do Livro, 1997.

YIN, R. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos.** 3ª ed. Porto Alegre: Bokman, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO[36]

Você está sendo convidado a participar da pesquisa "*O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Potencialidades*", do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba. A sua participação não é obrigatória, mas, voluntária. A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador, com a coordenação ou com o docente da disciplina.

Objetivo do estudo: Explorar as concepções sobre o uso da calculadora científica e possiblidades deste uso no processo de resolução de problemas matemáticos com alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Afogados da Ingazeira – PE.
Procedimento: Sua participação nesta pesquisa consistirá em responder a duas entrevistas (caso você seja selecionado para o estudo de caso), uma no início e outra no final, que serão gravadas em áudio, e participar das sessões de resolução de problemas propostas no decorrer da pesquisa, sendo estas sessões divididas da seguinte forma: 03 (três) sessões de resolução de problemas sem o uso da calculadora e 03 (três) sessões, semelhantes às anteriores, de resolução de problemas com o uso da calculadora.
Riscos: Não existem riscos relacionados à sua participação na pesquisa.
Benefícios: Os benefícios gerados com a sua participação estão relacionados às possíveis contribuições para a discussão em torno do assunto e possível melhoria da qualidade do ensino/aprendizagem em Matemática.
Confidencialidade: As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre a sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar a sua identificação. Os resultados serão divulgados em apresentações ou publicações com fins científicos ou educativos.
Custo e pagamento: Participar dessa pesquisa não implicará nenhum custo para você, e, como voluntário, você também não receberá qualquer valor em dinheiro como compensação pela participação.
Caso deseje, você poderá receber uma cópia deste termo onde consta o telefone e e-mail do pesquisador responsável, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.
Pesquisador responsável: JOSÉ EDIVAM BRAZ SANTANA
Telefone/e-mail: (87) 9620-6079/edivamsantana@hotmail.com

Declaro que entendi os objetivos, condições, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e estou de acordo em participar.

Afogados da Ingazeira PE, ____ de ___________________ de 2014.

____

Assinatura

---

[36] **Adaptado de:** Projeto de Pesquisa: Entenda e Faça. Marco Antônio F. da Costa e Maria de Fátima Barrozo da Costa. 3. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2012. 140 p.

APÊNDICE B

TESTE DIAGNÓSTICO

Este teste diagnóstico tem por objetivo identificar as habilidades de resolução de problemas dos alunos da turma objeto de estudo, com intuito de selecionar os alunos que constituirão o estudo de caso da pesquisa.

Problema 1[37]

Dois alunos de uma escola decidem fazer uma campanha beneficente em prol de um lar de idosos local. Cada um pediu um quilo de alimentos a dois de seus amigos. No dia seguinte, todos pediram a mais dois amigos. Estes, por sua vez, pediram novamente a outros dois. E assim por diante, por 10 dias. Quantos quilos de alimentos foram arrecadados? Se, no início, cada um tivesse chamado 3 amigos, quantos quilos de alimentos seriam arrecadados em 5 dias?

Uma solução

1)

Dia	1	2	3	4
Qde de alimentos	2	4	8	16
	2	$2 \cdot 2$	$2 \cdot 2 \cdot 2$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Em 10 dias: $2^{10} = 1024$ kg de alimentos.
Se fossem três amigos, em 5 cinco dias, teríamos: $3^5 = 243$ kg de alimentos.

Problema 2[38]

A pirâmide de Quéops, no Egito, tem uma base quadrada de 233 m de lado e uma altura de 146 m. Estima-se que trabalharam na sua construção cerca de 100 mil homens por 20 anos. Se assumirmos que apenas descansavam 10 horas, entre o sono e a alimentação, e trabalhavam todos os dias da semana. Quanto tempo 100 mil homens levariam, nas condições atuais, ou seja, tendo 260 dias de trabalho e 8 horas de trabalho, para construir a pirâmide?

[37] Baseada nos problemas propostos em: **Abordando Resolução de Problemas Envolvendo Potenciação com Alunos do Sétimo Ano.** Alexandre Carlos Augusto Souza Nascimento; Aline Dutra Pereira; Sandra Aparecida Fraga da Silva. III EIEMAT – Escola de Inverno de Educação Matemática. 2012. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Nascimento_Alexandre.pdf. Data do Acesso: 21/03/2015

[38] Adaptado de: Pirâmide de Quéops, disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A2mide_de_Qu%C3%A9ops. Data do acesso: 21/03/2014.

Uma solução

Por regra de três composta, temos:

Nº de anos	h de trab./dia	Nº de dias
↓ 20	↑ 14	↑ 360
x	8	260

$\frac{x}{20} = \frac{14}{8} \cdot \frac{360}{260} \Rightarrow 208x = 10080 \Rightarrow x \cong 48{,}45$. Portanto, seriam necessários aproximadamente 48 anos e meio.

Problema 3[39]

56.406 é o produto de dois números consecutivos. Quais são esses dois números?

Uma solução

Seja "n" o primeiro nº procurado e seja "n+1" o segundo (são consecutivos)

$n(n+1) = 56406 \Rightarrow n^2 + n = 56406 \Rightarrow (n+½)^2 = 56406 + ¼ \Rightarrow (n+½)^2 = \frac{225625}{4} \Rightarrow n + ½ = \frac{475}{2} \Rightarrow n = \frac{475}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{474}{2} \Rightarrow n = 237$. Logo, os dois números são 237 e 238.

Problema 4[40]

Na base de lançamentos de foguetes em Alcântara, Maranhão, destruída em 2003 devido a um acidente, foi lançado um foguete que percorreu uma distância de 10 m em 1 s, 100 m em 2 s, e 1000 m em 3 s. Perguntou-se:

a) É possível estabelecer uma relação que permita calcular a distância percorrida pelo foguete em função do tempo? Descreva essa relação.
b) Quantos metros o foguete percorreu nos 8 s iniciais? E em 10 s?
c) Quanto tempo foi necessário para o foguete percorrer 100 000 metros?

[39] Extraída de: **Utilizando a Calculadora na Compreensão do Sistema de Numeração Decimal.** Lucinaldo dos Santos Ferreira. TCC, Universidade Estadual da Paraíba – UEPB. Campina Grande/PB, 2006. 40 p.

[40] Adaptada de: **O Estudo de Logaritmo por Meio de uma Sequência de Ensino: A Engenharia Didática como Apoio Metodológico.** Ronize Lampert Ferreira; Eleni Bisognin – UNIFRA [s.l/s.d].

Uma solução

Tempo (em seg)	1	2	3	...
Dist. (em metros)	10	100	1000	...

a) Sim, $d = 10^t$

b) $d = 10^8 = 100.000.000\ m \Rightarrow d = 10^{10} = 10.000.000.000\ m$

c) $10^t = 100.000 \Rightarrow 10^t = 10^5 \Rightarrow t = 5s.$

Problema 5[41]

Júlio planeja reformar sua casa e resolveu fazer um orçamento do material necessário, procurando uma loja de materiais de construção. Devido ao grande movimento da loja naquele dia, o atendente preencheu o orçamento apenas com o preço unitário de cada produto, conforme pode-se ver na nota de orçamento abaixo:

Nota de Orçamento				
Unid.	**Descrição do produto**	**Qde**	**V. unitário**	**V. total**
Saco	Cimento XXXXX	25	22,50	
Lt	Revestimento Acrílico (interior)	36	29,00	
m^2	Cerâmica	75	24,50	
Kg	Cimento cola	19	15,90	
Lt	Revestimento Acrílico (exterior)	7	98,50	
Pç	Fio 2,5’’	6	95,50	
Pç	Fio 4’’	3	132,70	
Pç	Fio 6’’	2	153,00	
VALOR TOTAL DA COMPRA				

a) Ajude Júlio a descobrir o valor total da sua despesa.

b) Sabendo que a loja oferece duas opções de pagamento: à vista com 12% de desconto ou parcelado em até 6 prestações, qual o valor total a ser pago por Júlio em cada uma das opções?

c) Supondo que neste momento Júlio disponha de R$ 4.000,00, será este valor suficiente para ele realizar a compra à vista?

[41] Criada pelo autor.

d) Caso o valor disponível por Júlio não seja suficiente para comprar todos os produtos à vista, quais itens daria para ele comprar?

Uma solução

a)

V. total
562,50
1044,00
1837,50
302,10
689,50
573,00
398,10
306,00
5712,70

b) à vista: 5027,18 ; à prazo: 5712,70

c) Não, faltará R$ 1027,18

d) Poderemos agrupar vários itens (os cinco primeiros da lista, por exemplo)

APÊNDICE C

O TESTE DIAGNÓSTICO

O teste diagnóstico foi realizado com objetivo de escolhermos os quatro alunos constituintes dos estudos de caso. No teste foram observados procedimentos e domínio dos conteúdos propostos para anos anteriores ao 3º Ano do Ensino Médio. Os problemas propostos neste teste contemplaram os seguintes conteúdos matemáticos:

- Potências;
- Funções exponenciais;
- Proporcionalidade;
- Equações quadráticas;
- Operações fundamentais com números racionais (expressos na forma decimal) e com números de maior ordem de grandeza.

A análise do teste diagnóstico mostrou que a maioria dos alunos não conseguiu solucionar satisfatoriamente os problemas propostos o que sugere que estes alunos não dominam os conteúdos básicos de matemática que já deveriam ter sido consolidados nesta etapa de ensino.

A tabela abaixo mostra o número de erros, acertos e problemas deixados em branco (sem solução) por problema proposto:

Tabela 01: Número de erros, acertos e problemas deixados em branco.

	Problema 1	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Problema 5**
Nº de acertos	13	07	09	15	20
Nº de erros	20	23	17	20	22
Deixou em branco	13	16	20	11	04
TOTAL	**46**	**46**	**46**	**46**	**46**

Fonte: Dados da Pesquisa

Considerando apenas os alunos que solucionaram corretamente os problemas propostos, Diego, Emanuelle, Pedro e LV foram os quatro alunos que obtiveram os melhores desempenhos, por esta razão foram selecionados para constituírem os dois estudos de caso apresentados nesta pesquisa.

A tabela seguinte apresenta o número de acertos dos alunos por problema proposto:

Tabela 02: Desempenho dos alunos "mais proficientes" em Matemática.

	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
A1 (DIEGO)		X	X	X	X
A2(EMANUELLE)	X		X	X	X
A3 (PEDRO)	X		X	X	X
A4 (L.V)	X		X	X	X
A5	X			X	X
A6	X	X			X
A7	X			X	X
A8			X	X	X
A9	X		X		X
A10	X			X	X
A11			X	X	X
A12		X		X	X
A13	X			X	X
A14	X	X			X
A15	X	X			X
A16	X		X		X
A17		X		X	X
A18			X	X	X
A19	X			X	X
A20		X		X	X

Fonte: Dados da Pesquisa

Dentre os vinte alunos que conseguiram solucionar satisfatoriamente os problemas propostos, conforme mostra a tabulação dos dados, Diego, Emanuelle, Pedro e L.V foram os alunos que obtiveram os melhores resultados embora nenhum deles tenha conseguido solucionar satisfatoriamente todos os problemas propostos. Desta forma, estes alunos foram selecionados para o nosso estudo de caso por pretendermos trabalhar com alunos que já demonstrassem um certo domínio dos conteúdo propostos para que, no decorrer da pesquisa, pudéssemos concentrar nossas observações nas estratégias elaboradas pelos alunos para a resolução dos problemas (sem o uso da calculadora e com o uso desta ferramenta) e não em conhecimentos matemáticos especificamente.

APÊNDICE D

ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PARA O PROFESSOR DA TURMA

Tema: O Uso da Calculadora nas Aulas de Matemática do Ensino Médio
Título: O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Potencialidades.

1. Há quanto tempo você leciona?
2. Sempre na disciplina de matemática ou costuma lecionar outras disciplinas também?
3. Qual o seu nível de instrução?
4. Você costuma participar de formações continuadas? De que tipos?
5. Você exerce outra atividade remunerada, além da atividade docente?
6. Caso sim, que tipo?
7. Você costuma trabalhar, em suas aulas, a Matemática através da resolução de problemas?
8. Qual a sua experiência com a resolução de problemas na sua formação docente?
9. E quanto à utilização da calculadora na sala de aula, qual a sua posição sobre este assunto?
10. Você costuma liberar o uso da calculadora em suas aulas? Se sim, em quais circunstâncias? Com que frequência?
11. Em que tipo de atividade você costuma “liberar” a calculadora?
12. Quais os objetivos que você pretende atingir quando utiliza a calculadora na realização das atividades mencionadas anteriormente?
13. Você acha que os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora em sala de aula? Justifique.
14. Você costuma proporcionar momentos de resolução de problemas na sala de aula tendo a calculadora como material pedagógico de apoio?
15. Você costuma apresentar a calculadora como ferramenta pedagógica nas aulas de matemática, incentivando seus alunos para o seu uso? Ou prefere deixar que eles aprendam a utilizá-la por si sós?
16. De que forma você acha que a pesquisa poderá contribuir para a sua reflexão sobre a prática?

Obrigado por Colaborar!

APÊNDICE E

ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PARA OS ALUNOS (“CASOS”)

Tema: O Uso da Calculadora nas Aulas de Matemática do Ensino Médio

Título: O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Potencialidades.

Roteiro de Entrevista Semiestruturada

1. Qual a sua idade?
2. Alguma vez você já foi reprovado(a) na disciplina de Matemática?
3. Você pretende prestar vestibular ou fazer ENEM? Para que área?
4. Você gosta de estudar Matemática ou estuda porque é uma disciplina obrigatória?
5. A Resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática? Se sim, de que forma?
6. Nas aulas de Matemática você é liberado e/ou incentivado a utilizar a calculadora? Se sim, também o é na resolução de problemas?
7. Para você, os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora em sala de aula? Justifique.
8. Para você, é melhor resolver problemas com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?
9. Você pensa que consegue um melhor desempenho quando resolve problemas utilizando a calculadora ou quando faz os cálculos com lápis e papel? Justifique.
10. Para você, as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática? Se sim, por quê?
11. Aponte possíveis vantagens e desvantagens de utilizar a calculadora nas aulas de Matemática para resolução de problemas?
12. Você acredita que o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e que se torne dependente da “máquina”? Justifique.

Obrigado por Colaborar!

APÊNDICE F

PLANEJAMENTO DA OFICINA MINISTRADA NA TURMA

Título da Oficina: “Conhecendo a Sua Calculadora Científica”

Objetivo: Apresentar a calculadora cientifica como ferramenta de trabalho nas aulas de Matemática do Ensino Médio, proporcionando aos alunos o manuseio da mesma e a descoberta de utilidades e funções.

Procedimentos

1º Momento: Fazer um levantamento sobre os conhecimentos prévios dos alunos usando indagações como:

- Vocês conhecem a calculadora?
- Costumam utilizá-la?
- Em que situações?
- Dentro ou fora da escola?
- Sabem utilizá-la “corretamente”?
- E a calculadora científica, alguém conhece?
- Já utilizaram-na?
- Ela é muito diferente da calculadora básica?
- Em que diferem? Etc.

2º Momento: Fazer explanação utilizando o projeto de slides (título da apresentação: “Conhecendo a “Sua” Calculadora Científica”).

3º Momento: Após o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, entregar as calculadoras científicas para que possam manusear (deixar os alunos manusearem a calculadora à vontade, por uns 10 minutos).

4º Momento: Exibir o vídeo: “Calculadora Científica Noções Básicas” do Blog Entenda na Web, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=pcdtGBeWsI4 (tempo do vídeo: 12min28seg) e sugerir que os alunos o acompanhem utilizando a calculadora para melhor compreensão.

5º Momento: Após a exibição do vídeo, fazer um apanhado geral junto aos alunos sobre o que eles não compreenderam e propor uma discussão no grande grupo, onde uns possam tirar as dúvidas dos outros.

6º Momento: Propor que os alunos se reúnam em duplas para fazer um "Exercício de Aplicação[42]" das principais funções exibidas no vídeo e discutidas em sala de aula.

7º Momento: Avaliação

- Sondar com a turma sobre o que acharam da oficina e das suas expectativas em lidar com a calculadora científica na sala de aula durante as atividades do projeto de pesquisa (semana seguinte).

[42] Parece um tanto contraditório propor "Exercício de Aplicação" num trabalho sobre resolução de problemas, entretanto, o objetivo desta tarefa foi proporcionar o manuseio da calculadora científica para resolver algumas questões simples (de funções disponíveis nesta ferramenta).

APÊNDICE G

TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA COM A PROFESSORA DA TURMA

Nos diálogos que seguem, P representa a fala do pesquisar, enquanto que “Ana” foi o pseudônimo escolhido pela professora da turma para lhe representar.

Pseudônimo: Ana

P.: Há quanto tempo você leciona?

Ana: É... nesta turma ou como professora?

P.: Como professora.

Ana: Há seis anos.

P.: Seis anos? É... sempre leciona a disciplina de Matemática ou costuma lecionar outras disciplinas também?

Ana: Também outras, geralmente ligadas assim à área de cálculos.

P.: As disciplinas afins, no caso?

Ana: Isso.

P.: Qual o seu nível de instrução?

Ana: Sou especialista em Matemática, conclui a pós-graduação.

P.: Você costuma participar de formações continuadas?

Ana: Sempre!

P.: De que tipos?

Ana: É... as que a escola propõe e sempre que há cursos na área eu busco fazer, a gente tentar conciliar com a carga horária e sempre “tá” fazendo cursos e investimentos na área.

P.: Você exerce outra atividade remunerada, além da atividade docente?

Ana: Não.

P.: Costuma trabalhar, em suas aulas, a Matemática através da resolução de problemas?

Ana: Sempre.

P.: Sempre? De que forma?

Ana: Eu busco questões de interpretação de textos, questões de ENEM, de vestibular, como eu já trabalho no nível mais médio [*ênfase*] então eu sempre “tô” buscando é... vestibulares, ENEM, situações problemas e até alguns desafios [é...], como também problemas ditos como o SUDOKU, coisas que... uma cruzadinha numérica para que eles tentem interpretar o problema às vezes muito simples, mas que requer uma leitura, como por exemplo [é]... não sei como vocês vão chamar, a gente tem sequeciadas: "João tem o dobro da idade de Maria, Maria tem o triplo..."

P.: Problemas de lógica?

Ana: Isso! [*e continua*] ... que a gente vai lendo a situação, armando o problema, então sempre eu estou vendo com eles esse passo-a-passo, e devagar pra gente chegar a um resultado, que nem sempre é complexo.

P.: Qual é a sua experiência com a resolução de problemas na sua formação docente?

Ana: Mínima. Assim, a gente teve mais [é] teoria, muito falatório e menos prática. Então, situações problema foi muito pouco, foi mais realmente em sala de aula.

P.: E quanto à utilização da calculadora na sala de aula, qual a sua posição em relação a esse assunto?

Ana: [*pausa da professora*] Nem contra, nem a favor! Assim, em alguns momentos ela auxilia, só que nós temos níveis diferentes de estudantes, então tem aquele estudantes que ele realmente consegue fazer o cálculo e ele vai utilizar a calculadora para verificar o cálculo, só que, ao mesmo tempo, a gente tem aqueles estudantes que não têm essa habilidade, agora uma habilidade básica de uma tabuada, então ele se segura na calculadora. Então, como também é um problema porque nos vestibulares é proibido utilizar, a gente precisa trabalhar com eles esse sentido de uma calculadora no sentido de verificar e não de resolver. Alguns utilizam praticamente pra tudo, por contas simples de uma potência, de uma raiz, pequenas, simples, eles não conseguem... é um vício! Eles estão num momento assim, de muita tecnologia, de muita modernidade e realmente, uma situação problema, uma expressão matemática, ela não é como um jogo, ela não tem cor, ela não tem movimento, então quanto mais eles puderem terminar rápido pra se deter ao que realmente dá prazer a eles, eles utilizam a calculadora, não como tirar uma dúvida, conferir, aí, no meu sentido, seria de um trabalho de conscientização antes mesmo de liberar, porque às vezes a gente não libera, mas a gente não tem "mil olhos" para vigiar, então sempre tem uma forma deles fazerem escondidos e agente não queria isso, queria que eles tivessem autonomia de resolver.

P.: É... até porque nós estamos falando aqui de concluintes do ensino médio [né], então a gente já espera, no nosso inconsciente a gente já imagina que eles já adquiriram pelo menos aquelas habilidades mínimas de cálculo...

Ana: Exatamente...

P.: E aí, na verdade, como você coloca, eles ainda deixam muito a desejar neste sentido.

Ana: E, até uma própria preguiça do pensar, porque alguns [*estudantes*], eles sabem, mas eles não querem pensar, há insegurança também, acho que também nesta fase que eles estão na flor da adolescência se vendo com uma mudança radical, porque até então eles tinham uma vida predeterminada, "ah vou concluir agora pra ano que vem começar outra turma"... agora não, eles estão cegos porque eles vão tentar o vestibular, se passar, vão pra algo muito novo, e se não passar, o que vão fazer? Então quando eles deparam com este choque da realidade eles se sentem inseguros, às vezes um "seis ao quadrado" como eles têm tanta coisa, como é aquela questão de dizer assim olhe se você errar essa conta você não passa no vestibular, então eles recorrem à calculadora porque ela não erra, então é como se fosse uma forma, uma segurança deles. Eles sabem fazer mas têm medo e, são casos e casos, então a gente não queria que acontecesse...

P.: Mas acontece...

P.: Então, no caso, você não costuma liberar com muita frequência a calculadora nas suas aulas?

Ana: Naaaão [*ênfase*]... cálculos simples... cálculos simples assim eu sempre quero mais que eles puxem [*pela memória, fica subentendido*], agora o fato assim de trazer a calculadora em si, pegar a calculadora que a escola disponibiliza, levar para a sala de aula, não... não tenho essa prática, até porque [é...] a gente vai trabalhando cálculos rápidos e até uma forma de simplificação de uma operação, o que a calculadora não vai permitir. Agora quando é sugerido "este momento pode fazer na calculadora, pode!" eles recorrem ao celular porque a calculadora que a gente disponibiliza na escola é aquela mais simples de todas, então realmente quando a gente parte para uma exponencial, assim..., ela não tem os recursos da científica e a escola não disponibiliza de científicas até o memento e, visto que é um investimento alto, para pouca utilização, eles não iam poder usa direto, e é como eu comentei, eu tenho medo de que se torne um vício, de que eles se tornem dependentes. Às vezes eu quero trazer, eu quero é... trabalhar com a científica, mas ao mesmo tempo eu tenho medo porque quando eles se deparam com algo muito rápido [*estala os dedos*] "ah... agora eu posso "fazer uma fração" sem tirar o m.m.c. então a gente perde aquele cálculo, perde aquela interpretação do problema, aí é uma faca de dois gumes, né? A gente tem que pensar...

P.: Quais os objetivos que você pretende atingir quando utiliza a calculadora, mesmo assim, esporadicamente, como você disse que utiliza? Que objetivos específicos você busca atingir com este uso da calculadora?

Ana: É... uma confirmação, uma verificação do resultado e também uma agilidade. Às vezes a gente precisa trabalhar algo mais rápido, então a gente vai para uma agilidade e para uma verificação. Eles realmente, pegarem as calculadora refazer os cálculos ver se estão corretos, como se fosse uma auto verificação. Então eles se desprendem do professor, em dizer certo ou errado, eles mesmos corrigem.

P.: E você acha que os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora em sala de aula?

Ana: [*pausa*] Eu acredito que... tudo requer prática...

P.: Você já disse que na sua formação inicial você não...

Ana: A gente não... tudo requer prática, a gente não teve isso né? Então é... também são tempos e tempos, a gente precisa de uma adaptação, precisa da necessidade para poder haver a prática. Eu acredito que quanto mais os professores tiverem a necessidade, que começar a praticar e o interesse, então precisa ter essa vontade do professor, precisa realmente ele está disposto a quebrar barreiras, porque é uma novidade, é uma tecnologia, é um avanço que muitos... nós temos professores é... com uma educação antiga, que eles ainda seguem dogmas, eles seguem regras que às vezes não permitem e... os professores, antes de qualquer aula, tem que "tá" preparado pra isso, então se eles vão utilizar a calculadora eles têm que se preparar para isso, para poder passar para o estudantes. Todos estão preparados quando há interesse.

P.: Você costuma proporcionar momentos de resolução de problemas na sala de aula tendo a calculadora como material pedagógico de apoio?

Ana: Não!

P.: Não!?

Ana: Não. De pegar [a calculadora] como apoio não!... [*e continua*]... Eu sempre procuro fazer assim: depois de fazer o exercício... a gente faz o exercício..., pronto... terminou? Terminei... então você pode utilizar a calculadora agora para verificar e, se "tiver" errado refazer o cálculo... agora para eu já chegar incentivando... não!

P.: E no caso também você nunca pegou aquele momento para ensinar a eles a utilizar a calculadora?

Ana: Não... isso aí realmente não... é uma falha... eu nunca... até porque quando eu peguei eles [*os estudantes, a turma*] esse ano, já no terceiro ano, então a gente tem uma falsa ilusão de que isso foi feito no ano anterior, então, tanto assim, a grade curricular apertada, então a gente tem a ilusão de que em anos anteriores eles viram isso, quando, na verdade, a gente ver que não. A gente se confia, ano que vem alguém vai ensinar... ano que vem alguém vai ensinar... e foi uma falha realmente eu nunca tinha trazido pra eles nem mostrado nada semelhante, até porque, no momento que era necessário, eles conseguiam desenrolar, na do celular, na do tablet... convencional... então, essa parte, eu fiquei devendo.

P.: Você acha que, de alguma forma, essa pesquisa ela vai contribuir para a sua reflexão sobre a prática, sobre a sua prática docente?
Ana: Ah... muito! Muito assim... porque a gente ver que realmente eles participam, "coloca a mão na massa". É muito bom, porque a gente quer quebrar aquela relação "quadro, anotação, caderno" então eles praticam, eles fazem algo que... nós vivemos numa sociedade carente, eles não têm acesso a isso, então não tem nem como eu pedir para meu estudantes comprar. São pessoas da zona rural, são pessoas que vivem com necessidades, então eles não têm um padrão que podem possuir uma calculadora científica de qualidade.
P.: Obrigado por Colaborar!
[Ana acena positivamente com a cabeça].

APÊNDICE H
TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS SEMIESTRUTURADAS COM OS ALUNOS

Nos diálogos que seguem, P representa a fala do pesquisar, enquanto que os alunos estão representados pelos pseudônimos que escolheram desde o início da pesquisa.

Aluno 1: Diego (Pseudônimo**)**

P.: Qual a sua idade?

Diego: 17 anos

P.: 17 anos

P.: Alguma vez você já foi reprovado(a) na disciplina de Matemática Diego?

Diego: Não

P.: Não?

P.: Você pretende prestar vestibular ou fazer ENEM?

Diego: Sim

Para que área?

Diego: Área de ciências e tecnologia

P.: Muito bem!

P.: Você gosta de estudar Matemática ou estuda porque é uma disciplina obrigatória?

Diego: Não, eu gosto sim de Matemática.

P.: Gosta? Você se identifica com Matemática?

Diego: É

P.: A Resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática?

Diego: Sim.

P.: De que forma?

Diego: Nossa professora ela passa muitos exercícios referentes a diversas áreas da Matemática como potenciação entre essas outras, sabe? Ela é bem complexa assim, quando passa o estudo da Matemática para gente, ela não fica na mesmice de sempre, ela passa várias coisas de Matemática para a gente se preparar mais e melhor para um vestibular, um ENEM que a gente quer fazer futuramente.

P.: Certo!

P.: Nas aulas de Matemática você é liberado ou é incentivado a utilizar a calculadora?

Diego: Não, raramente eu uso a calculadora. Como eu esse ano pretendo fazer ENEM eu procuro mais fazer cálculos com a folha de papel e lápis simples, sabe? Porque justamente assim é uma forma de treinamento já para o ENEM porque eu sei que não se pode usar a calculadora aí eu já fico meio que treinando para o ENEM.

P.: Certo! E mesmo na resolução de problemas você não usa a calculadora?

Diego: Não

P.: Para você, os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora em sala de aula?

Diego: Bom... eu acho que S... eu acho meio que sim, fico meio que assim, fico meio que assim, em dúvida porque assim... eu imagino que a calculadora, como ela substitui os cálculos assim de uma forma mais rápida para se fazer alguma conta, eu acho que os cálculos eles são a base fundamental da Matemática aí eu acho que a Matemática fica meio assim que ... fácil se realizar através da Matemática... através da calculadora, quer dizer, aí eu acho assim que eles deveriam... mas não deveriam usar a calculadora, incentivar os estudantes a usar a calculadora na sala de aula.

P.: Para você, é melhor resolver problemas com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?

Diego: Bom a calculadora ela traz uma certa vantagem porque que é mais rápido né certo... de fazer os cálculos só que por outro lado ela traz uma desvantagem que o estudantes ele, aos tempos... ao decorrer do tempo ele pode perder assim tipo a noção de fazer o mais simples cálculo [entende?] que a falta de treinamento para executar aqueles cálculos aí ele usando a calculadora ele vai se acostumando ali e quando ele se deparar por exemplo com um vestibular, com um ENEM que vê lá... "tá" sem a calculadora fica meio que perdido, e agora? Como se ele nunca tivesse feito aquele cálculo.

P.: Você pensa que consegue um melhor desempenho quando resolve problemas utilizando a calculadora ou quando faz os cálculos com lápis e papel? Justifique.

Diego: Bom... com a calculadora os [é] os cálculos eles, pode-se dizer assim quase de certeza sai sempre certos. Só que quando você... com o lápis e a folha você "tá" é... estudando mais desenvolvendo mais a mente para executar esses diversos cálculos. Aí então, eu vejo assim que a calculadora... é você deixando ela fazer o trabalho por você mas, você justamente deveria fazer aquele trabalho para treinar sua mente, exercitar e você ser um melhor estudantes em Matemática.

P.: Sim, mas se você não souber que cálculos utilizar a calculadora ela vai ser útil para você?

Diego: É vejo que a calculadora ela pode sim ser utilizada assim como um instrumento de precisão mesmo, eu preciso ali e não sei realizar aquele cálculo aí vou utilizar a calculadora mas, procuro saber depois como resolver aqueles cálculos sem o uso da calculadora.

P.: Para você, as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática? Se sim, por quê?

Diego: Sim. Vejo que são úteis sim porque elas aceleram assim tipo a aula, ela deixa a aula assim mais rápida para não perder tempo com aqueles cálculos, enfim, mais é aquela história que eu disse [né] que a calculadora meio que atrapalha mas também ajuda ao estudantes.

P.: Certo você já me apontou aí algumas situações, mas eu queria que você deixasse bem explícito algumas vantagens e alguma desvantagens de utilizar a calculadora nas aulas de Matemática para resolução de problemas?

Diego: Bom... é obvio [né] que com o uso da calculadora fica bem mais rápido você pode ter quase a certeza, posso dizer a certeza da precisão do acerto do acerto do cálculo, mas uma das desvantagens é justamente aquela que você vai perdendo, tipo desaprendendo de fazer o cálculo, vai perdendo o costume [o] a intimidade que tem com o cálculo como se diz assim, estudantes, vários estudantes por exemplo tem [é] a falta de intimidade desconhecimento da redação eu vejo que com o passar do tempo você utilizando muito a calculadora e deixando de lado o velho lápis e o papel para resolver os seus problemas, eu vejo que você vai desconhecendo, vai ficando meio "desinti...", [é]... "desintimidado" não [é]... você vai ficando assim, meio por fora dos cálculos e isso pode lhe prejudicar no vestibular e no ENEM como, justamente, eu já disse.

P.: Então, no caso, você acredita que a calculadora faz com que você desaprenda a fazer os cálculos e se torne dependente da "máquina"? É isso?

Diego: Sim. Eu acredito que sim. Porque com a calculadora como ela "tá" fazendo o seu papel de raciocínio que deveria ser executado pelo seu cérebro então você vai meio que se acostumando com a calculadora e quando você "tiver" de frente assim, se deparar com o cálculo para realizar, ou seja, você e o papel, e aí, como vai ser? se você sempre se... você sempre ali dependia da calculadora, aí fica meio complicado para o estudantes.

P.: Ok! Diego! Obrigado por Colaborar!

Diego: Obrigado você!

Aluno 2: Pedro (Pseudônimo)

P.: Qual a sua idade?

Pedro: 17

P.: Alguma vez você já foi reprovado(a) na disciplina de Matemática?

Pedro: Não.

P.: Você pretende prestar vestibular ou fazer ENEM?

Pedro: Esse ano, sim.

P.: Para que área?

Pedro: Eletroeletrônica

P.: Certo. Você gosta de estudar Matemática ou estuda porque é uma disciplina obrigatória?

Pedro: Estudo porque eu gosto.

P.: A Resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática?

Pedro: Sim.

P.: De que forma?

Pedro: Através de exercícios, explicações.

P.: Nas aulas de Matemática você é liberado ou é incentivado a utilizar a calculadora?

Pedro: Não. Só usa se quiser assim para resolver um cálculo mais complicado.

P.: Certo. E no caso da resolução de problemas? Usa ou não?

Pedro: Usa quando [o problema] exige.

P.: Para você, os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora na sala de aula? Justifique.

Pedro: Sim, porque eles usam assim... de maneira correta.

P.: Para você, é melhor resolver problemas com a utilização da calculadora ou sem a calculadora? Por quê?

Pedro: Prefiro sem o uso da calculadora, porque assim a pessoa vai fazendo assim mesmo na mente ajuda mais no raciocínio.

P.: Você pensa que consegue um melhor desempenho quando resolve problemas utilizando a calculadora ou quando faz os cálculos com lápis e papel?

Pedro: Quando eu faço os cálculos com lápis e papel.

P.: Por quê?

Pedro: Porque me ajuda mais no meu raciocínio e eu aprendo mais as coisas.

P.: Para você, as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática?

Pedro: Em muitas ocasiões necessita porque tem muitos cálculos difíceis.

P.: Então me aponte algumas vantagens e algumas desvantagens de utilizar a calculadora nas aulas de Matemática, especificamente para a resolução de problemas?

Pedro: As vantagens: para fazer cálculos mais difíceis e as desvantagens eu não vejo assim nenhuma não.

P.: Você acredita que o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e que se torne dependente dessa “máquina”?

Pedro: Sim.

P.: Por quê?

Pedro: Porque a pessoa fazendo cálculos com a calculadora diretamente, desacostuma, perde a maneira de escrever no lápis. Mais é bom sempre ir praticando no lápis para nunca se esquecer.

P.: Então, muito obrigado por colaborar!

Pedro: Desculpa aí pela gagueira viu?

P.: Sem problemas!

Aluno 3: L.V. (Pseudônimo)

P.: Qual a sua idade?

L.V.: Tenho 17

P.: Alguma vez você já foi reprovado(a) na disciplina de Matemática?

L.V.: Não.

P.: Você pretende prestar vestibular ou fazer ENEM?

L.V.: Pretendo os dois.

P.: Para que área?

L.V.: Jornalismo.

P.: Você gosta de estudar Matemática ou estuda porque é uma disciplina obrigatória?

L.V.: Eu gosto de estudar Matemática sim.

P.: A Resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática?

L.V.: Sim.

P.: De que forma?

L.V.: Bom... com exercícios, ajuda do professor [é]... se tem uma dificuldade o professor ajuda...

P.: Nas aulas de Matemática você é liberado ou é incentivado a utilizar a calculadora?

L.V.: Geralmente não. É incentivado a gente a fazer a conta manual.

P.: Mesmo na resolução de problemas?

L.V.: Mesmo na resolução de problemas.

P.: Para você, os professores estão preparados para lidar com o uso da calculadora em sala de aula?

L.V.: Na minha opinião sim, eles estão.

P.: Sim? Justifique.

L.V.: Porque o uso da calculadora em si não é muito difícil mas o porque do usar dela atrapalha os estudos, por isso não uso.

P.: Você pensa que consegue um melhor desempenho quando resolve problemas utilizando a calculadora ou quando faz os cálculos com lápis e papel?

L.V.: Usando calculadora.

P.: Por quê?

L.V.: Porque a gente pode se perder fazendo uma, a gente pode esquecer alguma fórmula, como é a fórmula, uma regra, com a calculadora não, ela dá a resposta direta.

P.: Para você, as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática, então?

L.V.: Sim.

P.: Por quê?

L.V.: Sim, porque é um complemento para ajudar, mas ao mesmo tempo tem horas para se usar, por exemplo, a gente vai usar para encurtar o tempo, de quando está fazendo uma questão muito longa, encurtar ela; eu defendo nesses casos, por exemplo. Mas, nesses casos, fazer contas básicas é um dever do estudantes fazer manualmente.

P.: Então me aponte possíveis vantagens e desvantagens de utilizar a calculadora nas aulas de Matemática, especificamente para a resolução de problemas?

L.V.: Vantagens... como eu disse: ela encurta [é]... também pode dá um resultado mais preciso [é]... Desvantagens: por encurtar, também não incentiva o estudantes a pensar, entendeu? Aí o uso da calculadora eu defendo em partes.

P.: Então você acredita que o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e que se torne dependente dessa “máquina”? Ou não?

L.V.: Em alguns casos sim, em alguns casos não. Se a pessoa souber da fórmula, souber como aplicar essa fórmula manualmente, o uso da calculadora, na minha opinião, pode usar irrestritamente, pois a pessoa já tem a noção, a pessoa sabe a fórmula, mas se a pessoa não souber e só ficar dependente da máquina eu não defendo, por exemplo porque em vestibulares não se usa a máquina, a pessoa tem que saber manualmente, aí, defendo em partes.

P.: Então, ok! Muito obrigado por colaborar!

L.V.: “Brigado”, agradecido!

Aluno 4: Emanuelle (Pseudônimo)

P.: Qual a sua idade?

Emanuelle: 18 anos

P.: Alguma vez você já foi reprovado(a) na disciplina de Matemática Diego?

Emanuelle: Não, graças a Deus não!

P.: Você pretende prestar vestibular ou fazer ENEM?

Emanuelle: Sim.

P.: Para que área?

Emanuelle: Técnico de Enfermagem.

P.: Você gosta de estudar Matemática ou estuda porque é uma disciplina obrigatória?

Emanuelle: Gosto de Matemática...

P.: Gosta?

Emanuelle: Gosto!

P.: A Resolução de problemas é trabalhada nas suas aulas de Matemática?

Emanuelle: É.

P.: De que forma?

Emanuelle: Assim... resolução... a professora passa bastante exercícios para a gente, de várias formas assim, o que a gente já estudou [né?] porque o terceiro ano jamais é uma revisão do que a gente já estudou, ela passa bastante exercício e provas também pra gente.

P.: Nas aulas de Matemática você é liberado ou é incentivado a utilizar a calculadora?

Emanuelle: Não. A gente usa assim, também mais o raciocínio.

P.: Você acha que os professores estão preparados para lidar com esse uso da calculadora em sala de aula? Especificamente nas aulas de Matemática?

Emanuelle: Eles sempre estão preparados assim sabe? Só que lá na frente, se a gente só ficar usando essa tecnologia [né] a calculadora, lá pra frente a gente não vai sempre ter ela.

P.: Para você, é melhor resolver problemas com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta?

Emanuelle: Bom, pra mim a calculadora é muito eficaz, porque é muito rápida [né?], só que a gente tem que usar o raciocínio porque, um exemplo, o vestibular a gente não vai ter calculadora, o ENEM a gente não vai ter calculadora, então...

P.: Você pensa que consegue um melhor desempenho quando resolve problemas utilizando a calculadora ou quando faz os cálculos com lápis e papel?

Emanuelle: Quando eu faço mais os cálculos.

P.: É? Por quê?

Emanuelle: Porque assim, eu vou buscando mais o meu conhecimento cada vez mais e eu vou aprimorando mais o meu conhecimento.

P.: Você acha que as calculadoras são úteis nas aulas de Matemática?

Emanuelle: Sim.

P.: Sim? Por quê?

Emanuelle: Porque é assim, as vezes a gente não “tá” lembrado de alguma fórmula assim rápida pra gente fazer, as vezes é um cálculo enorme e a gente não “tá”, o tempo, um exemplo, “tá” pouco aí a gente vai lá numa calculadora, vai rápido e num instante resolve o problema.

P.: Agora me aponte algumas vantagens e desvantagens de utilizar a calculadora nas aulas de Matemática, especificamente para resolução de problemas.

Emanuelle: As vantagens “é” que rapidamente a gente resolve os problemas [né?], que ela já vai logo dá o resultado e também, as desvantagens, é que se a gente ficar só na calculadora, só na calculadora, o raciocínio vai embora e sempre a gente não vai ter ela, igual eu falei anteriormente, a gente tem que mais usar o raciocínio, o conhecimento. É isso.

P.: Para finalizar, você acredita que a calculadora faz com que você desaprenda a fazer os cálculos e se torne dependente da “máquina”?

Emanuelle: Não, só é usar ela corretamente quando for preciso.

P.: Muito obrigado por Colaborar!

Emanuelle: Por nada.

APÊNDICE I

ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PARA OS ALUNOS (“CASOS”) APÓS A REALIZAÇÃO DAS SESSÕES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tema: O Uso da Calculadora nas Aulas de Matemática do Ensino Médio

Título: O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Potencialidades.

Roteiro de Entrevista Semiestruturada

1. Você achou melhor resolver as atividades com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?
2. Como você avalia o seu desempenho nas duas situações (com o uso da calculadora e sem o uso desta ferramenta)? Justifique.
3. A calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar e interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?
4. Você acredita que o uso da calculadora ajudou a resolver os problemas?
5. Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode “viciar, embotar seu raciocínio ou resolver os problemas por você”, conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?
6. Você acredita que o uso da calculadora pode “comprometer” o seu aprendizado em relação aos conteúdos matemáticos abordados com o uso da mesma?
7. A sua professora de Matemática atual proporciona momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora? Ou você nunca foi incentivado a utilizar tal ferramenta nas aulas de Matemática pela professora em questão?
8. Em todas as sessões propostas você e seu(ua) parceiro(a) de dupla só resolveram as situações propostas de uma única maneira quando existiam outras. Por que vocês não tentaram outras soluções diferentes (pelo menos mais uma)?
9. Qual o seu ponto de vista atual sobre o uso da calculadora na sala de Matemática? (É mais favorável ao seu uso ou se considera indiferente a tal situação?)

10. Após vivenciar esta experiência nas aulas de Matemática, você acredita que utilizar a calculadora em sala de aula possibilita mais vantagens ou desvantagens para o aluno? Justifique.
11. Você ainda defende a postura de que "o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e se torne dependente da 'máquina'"? Por quê?
12. O fato de a pesquisa ter sido desenvolvida com a calculadora científica foi mais difícil para você? Ou você já conhecia este tipo de calculadora? Comente.
13. Você considera que a calculadora científica foi mais adequada para o seu nível de ensino ou a calculadora básica faria o mesmo efeito com os problemas propostos? Explique.

Obrigado por Colaborar!

APÊNDICE J

TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS SEMIESTRUTURADAS COM OS ALUNOS APÓS A REALIZAÇÃO DAS SESSÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nos diálogos que seguem, P representa a fala do pesquisar, enquanto que os alunos estão representados pelos pseudônimos que escolheram desde o início da pesquisa.

Aluno 1: Diego (Pseudônimo)

P.: Você achou melhor resolver as atividades com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?

Diego: Bom eu acho... a utilização da calculadora ela tem suas vantagens mas também tem suas desvantagens, por que? Porque quando você usa a calculadora aí facilita os cálculos e consequentemente você não tem assim uma prática do seu aprendizado pra calcular ali, pra "tá" praticando, quando você chegar num vestibular ou então numa prova do ENEM você não vai ter uso da calculadora, isso dificulta bastante. Então, na minha opinião, eu acho melhor a efetuação dos cálculos sem o uso da calculadora para que você possa se preparar, para que você possa testar a si mesmo, para que você esteja bem preparado quando chegar num vestibular, numa prova do ENEM e coisa e tal.

P.: Como você avalia o seu desempenho nas duas situações (com o uso da calculadora e sem o uso desta ferramenta)? Justifique.

Diego: Eu acho... não... eu tenho certeza que eu me saí melhor com a calculadora porque com a calculadora, como se trata de uma máquina ela é mais exata do que o meu próprio pensamento, isto é óbvio, então eu vejo o seguinte: com a utilização da calculadora como eu fui melhor... assim... eu vou esquecer de praticar mais os meus cálculos e deixar de prestar mais atenção e coisa e tal.

P.: Mas, a calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar, interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?

Diego: Eu precisei primeiramente interpretar a questão e saber ali o que é que se pede para depois eu me utilizar da calculadora.

P.: Certo! Mas, de qualquer forma você acredita que o uso da calculadora ajudou a resolver os problemas?

Diego: Sim, com certeza ela me ajudou a resolver os problemas, mas só a parte de "efetuamento" dos cálculos porque a interpretação partiu de mim, aí eu utilizei a calculadora para ter a exatidão dos cálculos.

P.: Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode "viciar, embotar seu raciocínio ou resolver os problemas por você", conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?

Diego: Pode repetir, por favor!

P.: Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode "viciar, embotar seu raciocínio ou resolver os problemas por você", conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?

Diego: Eu ainda defendo a minha posição inicial de que a calculadora ela me ajudou sim, mas, porém, eu preciso ainda do meu raciocínio para que eu possa me preparar, para que eu possa efetuar melhor os cálculos, porque a utilização da calculadora ela meio que facilita e você sabe que... quando você facilita, por exemplo, uma matemática, a física, através do uso da calculadora ela resolve sim os seus problemas só que o seu raciocínio ele fica baixo quanto ao "efetuamento" de cálculos.

P.: Então você ainda acredita que usar a calculadora pode viciar?

Diego: Sim!

P.: Você acredita que o uso da calculadora pode "comprometer" o seu aprendizado em relação aos conteúdos matemáticos abordados com o uso da mesma?

Diego: Sim... eu vejo que sim, porque como o uso da calculador ela está fazendo o trabalho que você deveria fazer como aluno, então eu vejo que ela pode comprometer sim o seu aprendizado.

P.: A sua professora de Matemática atual proporciona momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora? Ou você nunca foi incentivado a utilizar tal ferramenta nas aulas de Matemática pela professora em questão?

Diego: Ela até permitia que a gente utilizasse a calculadora, porém ela não incentivava, entendeu? Como ela é professora ela vê isso... que a gente precisa testar nossa capacidade de "efetuamento" e a gente praticar por si só sem utilizar a calculadora.

P.: Em todas as sessões propostas você e seu(ua) parceiro(a) de dupla só resolveram as situações propostas de uma única maneira quando existiam outras. Por que vocês não tentaram outras soluções diferentes (pelo menos mais uma)?

Diego: Por conta do nosso conhecimento! [*nesta hora o aluno rir*] A gente se deparou com os problemas e procurou fazer da maneira que a gente conhecia, entendeu? E tentar outro método poderia ser meio arriscado. E também a questão do tempo e da prática, porque quando você depara com uma questão e você tem pouco tempo para respondê-la então você, com certeza, procura utilizar o método que você conhece porque você vai ter mais certeza de que resolveu a questão e consequentemente pode ter acertado.
P.: Qual o seu ponto de vista atual sobre o uso da calculadora na sala de aula de Matemática? (É mais favorável ao seu uso ou se considera indiferente a tal situação?)
Diego: Meu ponto de vista, meu posicionamento, é que o uso da calculadora... ela deve utilizada em seus momentos, mas creio na maioria dos casos é sem o uso da calculadora, é melhor para os alunos!
P.: Após vivenciar esta experiência nas aulas de Matemática, você acredita que utilizar a calculadora em sala de aula possibilita mais vantagens ou desvantagens para o aluno? Justifique.
Diego: Eu creio que ela traz mais desvantagens porque... justamente o que eu falei que o uso da calculadora ela facilita o seu raciocínio, ela, tipo assim, resolve a questão por você, só não a parte de interpretação é claro, só a parte dos cálculos então quando você se depara com uma questão que você interpreta e ver qual "é" os cálculos que você precisa efetuar para chegar a uma solução então é melhor que você faça o processo até o fim que isso ajuda bastante pra você praticar e para ter um melhor conhecimento.
P.: Então, você ainda defende a postura de que "o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e se torne dependente da 'máquina'"? Por quê?
Diego: Não... não que você desaprenda a fazer os cálculos mas eu creio que você entra num estado de relaxamento, você pode viciar na calculadora e ficar utilizando ela... então você pode assim, chegar a um ponto que possa desaprender... desaprender não... como é que eu posso dizer... que você possa se acomodar com o uso da calculadora e deixar o velho modo do cálculo com lápis e papel de lado e isso pode lhe prejudicar futuramente.
P.: O fato de a pesquisa ter sido desenvolvida com a calculadora científica foi mais difícil para você? Ou você já conhecia este tipo de calculadora? Comente.
Diego: Foi mais difícil, porque eu só tinha contato assim somente com a calculadora normal, com a calculadora básica, a científica eu ainda não tinha contato e nunca tinha praticado com ela.
P.: Você considera que a calculadora científica foi mais adequada para o seu nível de ensino ou a calculadora básica faria o mesmo efeito com os problemas propostos? Explique.

Diego: A calculadora básica ela faria o mesmo efeito, ela teria a mesma "cervidão" que uma calculadora científica, porque quando você interpreta as questões e você, por exemplo, vai resolver uma questão de logaritmo aí você pode através de conhecimentos que às vezes a questão dá... resolução tipo logaritmo de x, de y, acho que você pode chegar lá, pegar a calculadora básica e procurar calcular ali.

P.: Obrigado por Colaborar!

Diego: Tá ok!

Aluno 2: Pedro (Pseudônimo)

P.: Você achou melhor resolver as atividades com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?

Pedro: Achei melhor resolver sem a calculadora porque facilita, sem o uso da calculadora fica melhor o raciocínio, a maneira de enxergar a questão... então é melhor resolver o problema sem a calculadora.

P.: Como você avalia o seu desempenho nas duas situações (com o uso da calculadora e sem o uso desta ferramenta)? Justifique.

Pedro: Com a calculadora eu tive mais facilidade quanto às operações, sendo a calculadora científica aí tem os cálculos mais elaborados e sem a calculadora eu me senti mais assim... eu achei mais difícil por conta que eu tive que pensar mais "como resolver aquele problema", saber como interpretar a questão.

P.: Mas, a calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar, interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?

Pedro: A calculadora sozinha não dava pra resolver o problema eu tive que raciocinar, pensar, para utilizar adequadamente e chegar naquele resultado.

P.: Você acredita que o uso da calculadora ajudou a resolver os problemas?

Pedro: Sim. Porque, como eu já falei, ela facilita o raciocínio para encontrar os cálculos mais rápidos e mais elaborados.

P.: Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode "viciar, embotar seu raciocínio ou resolver os problemas por você", conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?

Pedro: Depende, porque se a pessoa for utilizar a calculadora sempre a pessoa fica sem calcular na prática aí esquece assim, tipo de calcular as operações normais assim... somar, subtrair, com lápis e papel. Mas sempre é bom utilizar a calculadora para verificar as contas feitas a lápis.

P.: Você acredita que o uso da calculadora pode “comprometer” o seu aprendizado em relação aos conteúdos matemáticos abordados com o uso da mesma?

Pedro: Não, porque eu tenho utilizado de maneira correta, primeiro eu fiz os cálculos na prática [*com lápis e papel, pelo que ficou subentendido*] para poder fazer na teoria [*com a calculadora*], pra ter a certeza dos resultados.

P.: A sua professora de Matemática atual proporciona momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora? Ou você nunca foi incentivado a utilizar tal ferramenta nas aulas de Matemática pela professora em questão?

Pedro: Nas aulas de Matemática do ensino médio eu nunca fui incentivado assim a utilizar a calculadora eu utilizava mais a calculadora nas aulas de Física para efetuar os cálculos.

P.: Em todas as sessões propostas você e seu(ua) parceiro(a) de dupla só resolveram as situações propostas de uma única maneira quando existiam outras. Por que vocês não tentaram outras soluções diferentes (pelo menos mais uma)?

Pedro: Foi pela facilidade de chegar naquele objetivo de forma mais rápida.

P.: Qual o seu ponto de vista atual sobre o uso da calculadora na sala de Matemática? (É mais favorável ao seu uso ou se considera indiferente a tal situação?)

Pedro: Tanto faz, depende do aluno... da maneira correta dele saber utilizar.

P.: Após vivenciar esta experiência nas aulas de Matemática, você acredita que utilizar a calculadora em sala de aula possibilita mais vantagens ou desvantagens para o aluno? Justifique.

Pedro: Possibilita é... depende de cada aluno porque ele vai enxergar a maneira mais fácil de resolver, mas, pensando mais, praticando com o lápis você consegue ter um pensamento mais amplo da situação, mais assim se você tiver a calculadora é muito importante você utilizá-la pra fazer mais rápido e ganhar mais tempo.

P.: Então você ainda defende a postura de que “o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e se torne dependente da ‘máquina’”? Por quê?

Pedro: Na verdade eu vario: uma hora eu faço com a calculadora outra hora eu faço a lápis para facilitar o meu aprendizado.

P.: O fato de a pesquisa ter sido desenvolvida com a calculadora científica foi mais difícil para você? Ou você já conhecia este tipo de calculadora? Comente.

Pedro: Pra mim foi mais difícil porque foi a primeira experiência que eu tive com o uso da calculadora científica.

P.: Você considera que a calculadora científica foi mais adequada para o seu nível de ensino ou a calculadora básica faria o mesmo efeito com os problemas propostos? Explique.

Pedro: A calculadora científica é melhor no ensino médio porque tem mais funções e facilita para resolver as contas.

P.: Obrigado por Colaborar!

Pedro: Por nada!

Aluno 3: L.V. (Pseudônimo)

P.: Você achou melhor resolver as atividades com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?

L.V.: Com a calculadora porque ela foi uma ferramenta que deixou a resolução das contas mais fácil, mais rápida, tomou menos tempo, então foi uma ferramenta mais ágil.

P.: Como você avalia o seu desempenho nas duas situações (com o uso da calculadora e sem o uso desta ferramenta)? Justifique.

L.V.: Olha, sem a calculadora, fazendo as cotas diretamente na mão foi um pouco mais difícil, um pouco mais... confesso que foi um pouco mais chato; já com o uso da calculadora, como eu disse anteriormente, deixa a resolução mais rápida, mais ágil, tal que... é melhor! “Entrete” mais! E por ser mais rápido, mais prático, dá pra fazer mais conta.

P.: A calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar, interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?

L.V.: Olha... pode repetir a pergunta, por favor!

P.: Posso sim!: A calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar, interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?

L.V.: Não... não... eu é que tive que interpretar, raciocinar, pra saber o que utilizar na calculadora. A calculadora por si só, ela não fez a conta eu que tive que “comandá-la”.

P.: Você acredita então que o uso da calculadora ajudou a resolver os problemas?

L.V.: Sim acredito!

P.: Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode “viciar, embotar seu raciocínio ou resolver os problemas por você”, conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?
L.V.: Não... não... não acho... principalmente na aula de matemática a calculadora ajuda muito, e eu acho que ela não vai impedir a pessoa de raciocinar... não! Ela só traz benefícios!
P.: Você acredita que o uso da calculadora pode “comprometer” o seu aprendizado em relação aos conteúdos matemáticos abordados com o uso da mesma?
L.V.: Não... não acho não, porque ela é só um complemento e este complemento não chega a comprometer o aprendizado.
P.: A sua professora de Matemática atual proporciona momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora? Ou você nunca foi incentivado a utilizar tal ferramenta nas aulas de Matemática pela professora em questão?
L.V.: Não! Com o uso da calculadora não. A gente fez tudo na mão.
P.: Ok! Então não havia este incentivo por parte da professora para que vocês utilizassem a calculadora?
L.V.: Não!
P.: Em todas as sessões propostas, você e seu(ua) parceiro(a) de dupla só resolveram as situações propostas de uma única maneira quando existiam outras. Por que vocês não tentaram outras soluções diferentes (pelo menos mais uma)?
L.V.: É... pela forma que foi ensinada e pelo que foi proposto, as questões não pediam que fossem respondidas de mais de uma forma diferente.
P.: Qual o seu ponto de vista atual sobre o uso da calculadora na sala de Matemática? (É mais favorável ao seu uso ou se considera indiferente a tal situação?)
L.V.: Eu sou favorável, pois é um bom complemento para a educação.
P.: Após vivenciar esta experiência nas aulas de Matemática, você acredita que utilizar a calculadora em sala de aula possibilita mais vantagens ou desvantagens para o aluno? Justifique.
L.V.: Para o aluno... mais vantagens, porque, como eu disse anteriormente, se tem mais agilidade, se faz mais conta em menos tempo, você pode ter uma gama maior de exercícios para ser feito, é algo que é uma ajuda para o aluno.
P.: Você ainda defende a postura de que “o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e se torne dependente da ‘máquina’”? Por quê?
L.V.: É... não defendo!

P.: O fato de a pesquisa ter sido desenvolvida com a calculadora científica foi mais difícil para você? Ou você já conhecia este tipo de calculadora? Comente.
L.V.: Não sabia manusear, mas também não chegou ser nenhuma dificuldade, pelo menos pra mim, foi tranquilo.
P.: Você considera que a calculadora científica foi mais adequada para o seu nível de ensino ou a calculadora básica faria o mesmo efeito com os problemas propostos? Explique.
L.V.: Olha eu acho que a calculadora simples já daria uma boa ajuda!
P.: Mesmo com aquelas questões de logaritmo e trigonometria, você acha que a calculadora básica traria o mesmo efeito?
L.V.: Sim, eu acho!
P.: Ok! Muito obrigado por Colaborar!
L.V.: Obrigado você!

Aluno 4: Emanuelle (Pseudônimo)

P.: Você achou melhor resolver as atividades com a utilização da calculadora ou sem esta ferramenta? Por quê?
Emanuelle: Eu achei melhor com a calculadora porque é mais rápido, mas ao mesmo tempo dificulta também porque a gente precisa usar também o raciocínio.
P.: Como você avalia o seu desempenho nas duas situações (com o uso da calculadora e sem o uso desta ferramenta)? Justifique.
Emanuelle: Sem a calculadora tivemos um pouco de dificuldade porque tivemos que usar o raciocínio e com a calculadora não, é tudo mais rápido.
P.: Mas, a calculadora, por si só, resolveu algum problema para você? Ou você precisou raciocinar, interpretar e compreender o problema para poder se utilizar da mesma para resolvê-lo?
Emanuelle: Eu tive que compreender primeiro o problema para poder usar a calculadora e eu achei muito bom, principalmente o uso da calculadora científica porque ajudou bastante porque é mais eficiente, mas também tem o meu raciocínio.
P.: Você acredita que o uso da calculadora ajudou a resolver os problemas?
Emanuelle: Ajudou muito, porque enquanto eu ia fazer, por exemplo, uma multiplicação, a calculadora já dá o resultado direto.
P.: Após sua experiência com a resolução de problemas utilizando a calculadora como ferramenta pedagógica de apoio, você ainda acredita que ela pode “viciar, embotar seu

raciocínio ou resolver os problemas por você", conforme pressupunha na entrevista inicial? Por quê?

Emanuelle: Não eu acredito que não. Devemos ter o cuidado de utilizar nosso raciocínio também porque não é em toda situação que a gente vai ter a calculadora, então precisamos fazer os cálculos sozinhos.

P.: Você acredita que o uso da calculadora pode "comprometer" o seu aprendizado em relação aos conteúdos matemáticos abordados com o uso da mesma?

Emanuelle: Depende... você tem saber utilizá-la bem, mas se você utilizá-la sempre pode dificultar um pouco porque tipo vestibulares essas coisas assim, você não vai ter a calculadora por perto, aí você tem que "tá" mais eficiente e usar mais o raciocínio.

P.: A sua professora de Matemática atual proporciona momentos de resolução de problemas em sala de aula com o uso da calculadora? Ou você nunca foi incentivado a utilizar tal ferramenta nas aulas de Matemática pela professora em questão?

Emanuelle: Não, ela incentiva a gente a utilizar o raciocínio mesmo, porque, como ela falava, que quando a gente fosse fazer provas, ENEM, vestibulares a gente não ia ter a calculadora por perto, então era melhor a gente ir treinando, estudando e usando o raciocínio.

P.: Em todas as sessões propostas você e seu(ua) parceiro(a) de dupla só resolveram as situações propostas de uma única maneira quando existiam outras. Por que vocês não tentaram outras soluções diferentes (pelo menos mais uma)?

Emanuelle: Foi pelo costume mesmo! A gente não trabalhava muito essa questão de dar mais de uma solução e também o uso da calculadora científica deixou a gente assim... meio perdido, porque foi novidade pra gente esse tipo de calculadora.

P.: Qual o seu ponto de vista atual sobre o uso da calculadora na sala de Matemática? (É mais favorável ao seu uso ou se considera indiferente a tal situação?)

Emanuelle: Eu sou favorável! Não direto, mas de vez em quando é bom uma ajudada porque assim a gente vai pegando mais aprendizado e também usando o raciocínio porque na hora de provas ajuda muito a gente, a gente vai "tá" mais eficiente para resolver.

P.: Após vivenciar esta experiência nas aulas de Matemática, você acredita que utilizar a calculadora em sala de aula possibilita mais vantagens ou desvantagens para o aluno? Justifique.

Emanuelle: Não assim, igual eu falei, é vantagem e desvantagem ao mesmo tempo, porque assim... a calculadora ela é ótima, ela rápida, você raciocina lá o problema e se souber utilizar a calculadora, rápido ela resolve. Mas, nem sempre você vai ter ela, nem todos os professores liberam a calculadora por isso ela tem vantagem e desvantagem ao mesmo tempo, só que eu achei muito boa a experiência.

P.: Você ainda defende a postura de que “o uso da calculadora faz com que você desaprenda fazer cálculos e se torne dependente da ‘máquina’”? Por quê?

Emanuelle: Tem essa questão também, é... que às vezes a gente fica na mesmice usando a calculadora aí na hora de... tipo, no dia a dia, você vai usar alguma coisa que contém matemática, porque o nosso dia a dia é bem dizer... formado por matemática qualquer coisa tem conta, essas coisa assim e se você ficar só na calculadora, só na calculadora, na hora você não vai saber, você vai ficar perdido, então é bom usar também o raciocínio porque... do nada você pode precisar e já usar.

P.: O fato de a pesquisa ter sido desenvolvida com a calculadora científica foi mais difícil para você? Ou você já conhecia este tipo de calculadora? Comente.

Emanuelle: Não eu não conhecia esse tipo de calculadora, foi uma novidade imensa. Eu amei ter passado por esta experiência porque foi algo diferente pra gente, a gente raramente só usava a outra calculadora normal [*básica*] aí veio a calculadora científica e foi muito boa a experiência.

P.: Você considera que a calculadora científica foi mais adequada para o seu nível de ensino ou a calculadora básica faria o mesmo efeito com os problemas propostos? Explique.

Emanuelle: Não, a calculadora normal não faria o mesmo efeito porque a calculadora científica ela vem composta de tudo “né!”, logaritmo, vem tantas coisas que a calculadora normal não tem, só multiplicação, divisão, subtração, adição e a outra tem tudo.

P.: Obrigado por Colaborar!

Emanuelle: Eu é que sou grata, obrigado a você!

APÊNDICE K

TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS DAS SEIS SESSÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Caso "Diego e Emanuelle"

Nos diálogos que seguem, P representa a fala do pesquisador, enquanto que os alunos estão representados pelos pseudônimos que escolheram desde o início da pesquisa. Na fala dos alunos, quando estes mencionarem "professor", entenda-se "Professor/pesquisador".

1ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje iniciaremos as sessões de resolução de problemas, porque nós tivemos apenas o teste diagnóstico e agora seguirão as seis sessões de resolução de problemas. Conforme vocês já foram avisados, as três iniciais serão sem a utilização da calculadora; vocês podem utilizar qualquer estratégia de cálculo (cálculo mental, cálculo escrito), exceto a calculadora e as três últimas com a utilização desta ferramenta; para podermos comparar os processos de resolução nestes dois momentos.

[*o pesquisador faz a distribuição das folhas de atividades (problemas) aos alunos*]

P.: Não se preocupem com fórmulas, algoritmos, e criem suas estratégias de resolução. Leiam cuidadosamente as questões e não desistam na primeira leitura, leiam novamente para compreenderem melhor.

[*Logo no início do processo, as duplas começam a interagir entre si*]

Problema 1

Diego: Essa aqui vai a massa [*apontando para a fórmula do IMC*].

Emanuelle: Não vai ser o IGC não? Olha: circunferência do quadril...

Diego: É mesmo...

Diego: Professor! Vai precisar transforma assa altura em centímetros ou não?

P.: Veja no problema!

Diego: Ah... aqui diz que a altura é em metros... beleza! Agora é só fazer o IGC: circunferência do quadril, dividido pela altura multiplicada pela raiz quadrada da altura.

Diego: Professor! Posso arredondar?

P.: Pode! Trabalhem com duas casas decimais...

Emanuelle: É muita conta... da próxima vez vou trazer meu caderninho!!!

[*os alunos começam a fazer os cálculos com lápis e papel, o que lhes requer muito tempo porque trata-se de uma raiz aproximada de um número decimal, então eles precisaram fazer várias aproximações.*]

Diego: Professor! Como é que "eu" vou fazer essa letra "b"? Se eu quero saber o índice de adiposidade corporal, como é que eu vou saber da altura? Só se fizesse assim: IMC igual a 23, aí a massa corporal chama "x" e a altura, com é altura ao quadrado, então chama "c^2". Aí faz o que: meios por extremos, é?

P.: Veja se por este caminho você consegue! Porque ficaram duas incógnitas não foi?

[*os alunos ficam pensativos e recomeçam a fazer a questão*]

Emanuelle: Eu acho que não vai ter como saber não! Como é que a gente vai descobrir a circunferência do quadril?

Diego: Professor! É possível fazer essa "b" aqui sem as informações necessárias? Porque aqui ela consta apenas o IMC, aí a gente vai precisar da altura e da circunferência do quadril.

P.: O que é que você acha? Veja aí: é possível, a partir do IMC, descobrir estes dados?

Emanuelle: A gente vai ver aqui!

[*mais uma vez a dupla fica pensativa e recomeça novamente*]

Diego: Professor! Não tem como fazer!

P.: Então você tem que me dizer "porque?", qual a justificativa?

Diego: Porque não apresenta os dados necessários para efetuar os cálculos porque não temos como descobrir a circunferência do quadril.

P.: Você acha que é isto mesmo?

Diego: Sim!

P.: Então registre aí na sua folha de respostas!

Problema 2

Emanuelle: Pelo que eu entendi, essa daqui é só somar os valores...

Diego: É... e ver se dá igual a 5.

Emanuelle: Então vamos fazer assim... [*faz o algoritmo da soma e mostra ao colega*]

Diego: Isso! E, como a soma dos componentes deu igual a cinco gramas, então a fórmula está correta.

Problema 3

Diego: Professor! Essa daqui é assim? [*referindo-se à alternativa "a" da questão nº 3*]
P.: Como foi que você fez?
Diego: Assim: peguei trinta e cinco mil e calculei um vírgula um por cento; aí é só acrescentar esse valor e nós encontramos o valor de dois mil e onze.
P.: Ok! E os demais anos?
Diego: A gente vai fazer agora: é só pegar cada ano e acrescentar um vírgula um por cento do ano anterior.
P.: Então façam!
Emanuelle: Mais vai dá muito trabalho...
Diego: É verdade, daqui que a gente faça de um por um até chegar em dois mil e vinte!
[*os alunos não conseguiram concluir esta questão*]

2ª Sessão

P.: Boa tarde a todos! Vamos iniciar a nossa segunda sessão de resolução de problemas, sem o uso da calculadora e, como na sessão anterior, vocês poderão utilizar qualquer estratégia de cálculo, menos utilizar calculadora.

Problema 1

Diego: Professor! Se eu quero saber o valor do carro hoje, então "t" vale zero não é?
P.: É?
Diego: É!!!
P.: Então continue!
Diego: E como é que eu calculo um ano e meio?
P.: Como é que você calcula potências com expoente racional?
Diego: Fica zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco, mas como é que nós calculamos isso? Eu multiplico e depois divido é?

P.: Você não está confundindo não?

Diego: Ah é! É elevado não é multiplicado não! Mas, mesmo assim, eu não sei como fazer “zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco”!

P.: Aí eu lhe pergunto novamente: como é que calculamos potências com expoente racional?

Diego: Primeiro a gente transforma em fração, não é?

P.: E como fica?

Diego: Zero vírgula nove elevado a quinze sobre dez.

P.: E esta fração, não dá para simplificar não?

Diego: Ah é... fica três sobre dois! E como é que multiplica?

P.: Não seria elevado não?

Diego: Ah é...

P.: Então você tem uma potência com expoente racional. Como é que você resolve?

Emanuelle: Transforma em raiz!

P.: Isso! Prossigam!

[*os alunos prosseguem com a resolução desta questão*]

Problema 2

Diego: Professor! Essa questão não “tá” errada não?

P.: Onde está o erro?

Diego: Não consta o total de pessoas. Como é que a gente vai dividir?

P.: E será que precisa?

Emanuelle: E como é que a gente vai saber por quantos repartir?

P.: Sugira!

Diego: E pode?

P.: Veja se existem outras possibilidades.

Diego: A não ser que a gente vá tentando... “chutando”!

P.: Não sei se este seria o termo correto, mas faça como está pensando!

[*os alunos então se concentram e tentam identificar alguma coisa no problema que os ajudem*]

Problema 3

Diego: Essa três é bem fácil! É só usar tangente... mas não dá mais tempo fazer não! Só "falta" três minutos pra terminar a aula.
Emanuelle: Mais também... o tanto de tempo que a gente perdeu com a primeira!

3ª Sessão

P.: Boa tarde pessoal! Olha eu aqui denovo para darmos prosseguimento aos nossos trabalhos. Esta é a última sessão que vocês realizarão sem o uso da calculadora. Nas três próximas eu trarei as calculadoras científicas para vocês utilizarem-nas como ferramenta de apoio quando assim o desejarem. Vamos começar! Como nas sessões anteriores, vou distribuir a folha com os problemas e mais umas duas de rascunho.

Problema 1

Diego: Parece que aqui [*referindo-se à questão nº 1*] a gente vai ter que trabalhar com esses dois ângulos.
Emanuelle: E a gente vai usar que regra?
Diego: Vamos usar a lei dos senos!
P.: E aí, como foi que vocês fizeram?
Diego: Eu utilizei a lei dos senos.
P.: Foi? Como foi que você pensou para resolver?
Diego: Eu fiz assim: "a" sobre o seno de alfa é igual a "b" sobre o seno de beta. Aí, seno de alfa "y" que é o valor de "a" sobre...
P.: Espere aí, você usou alfa...
Diego: Não eu só utilizei esse ângulo aqui... [*mostrando o ângulo de cinquenta graus, identificado por alfa*]
P.: Sim! [*não muito convencido dos argumentos do aluno*] Agora, quem foi que você chamou de "a"?
Diego: "y"!
P.: Ok! E de "b"?
Diego: Eu chamei esse lado aqui todinho, ou seja, vinte mais xis.
P.: Agora, veja bem, você utilizou "a" para esse ângulo de cinquenta graus e "b" para o ângulo de quarenta e cinco graus, ou seja, hora você usa o ângulo de cinquenta graus, hora

você usa o ângulo de quarenta e cinco. Será que você pode fazer isso? Hora usar elementos de um ângulo, hora usar elementos do outro? Entende?

Diego: Mais eu já descobri um valor, só falta o outro.

P.: Sim... mas você utilizou a lei dos senos para os dois ângulos ao mesmo tempo, pegando elementos de um e do outro. Será que esta estratégia está correta?

Diego: Aí não dá porque faltam muitos valores.

P.: Pense um pouco mais! [*o aluno fica pensativo, revendo suas estratégias de cálculo*]

Problema 2

Diego: Professor! Essa daqui a gente pode usar "Teorema de Pitágoras"? *[mostra um triângulo desenhado por eles representando a situação ilustrada no problema*]

P.: O que é que você acha? O que é que você precisa para utilizar o "Teorema de Pitágoras" e o que é que o problema lhe oferece?

Diego: Ah é! Eu só posso utilizar o "Teorema de Pitágoras" com triângulos retângulos! [*fica pensativo*] Então dá pra usa a lei dos senos, não é?

P.: E como seria?

Emanuelle: É mesmo, assim: esse lado dividido pelo seno desse ângulo [*mostra o lado de cinquenta metros e o ângulo de quarenta e cinco graus*] igual a esse outro lado dividido pelo seno deste outro ângulo! [*mostra o lado que chamaram de "x" e o ângulo de sessenta graus*]

P.: Prossigam e vejam no que dá!

Problema 3

Emanuelle: O maior número possível "nove, nove, ..., nove".

Diego: Sessenta e um, duzentos e noventa... professor!

P.: Oi!

Diego: É assim "né"... sessenta e um, duzentos e noventa, seiscentos e setenta e oito mais "x" igual a "nove, nove, nove... nove" que é o maior número possível?

P.: E depois?

Emanuelle: É só subtrair!

P.: Ok! Então concluam!

4ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje nós iniciaremos a segunda parte da nossa pesquisa. Hoje e nas duas próximas sessões, vocês poderão utilizar a calculadora... se assim o desejarem! Vamos iniciar!

Problema 1

Emanuelle: Agora parece bem mais fácil de fazer!
Diego: Pelo menos vamos nos livrar daquele monte cálculo. Faz assim: Um vírgula sessenta e cinco, raiz quadrada... deu isso! [*mostra o visor da calculadora a Emanuelle*]. Agora, faz... vezes um vírgula sessenta e cinco... dá isso! [*mostra o visor da calculadora*]. Pronto! Agora a gente faz... cento e dois dividido por isso aí... dá...
Emanuelle: Trinta vírgula trinta e quatro...
Diego: Foi bem [*ênfase*] mais fácil!
Emanuelle: Falta a letra "b"!
Diego: Essa não dá pra calcular não porque falta a circunferência do quadril...

Problema 2

Diego: Vai! Coloca aí na calculadora: três ponto trezentos e vinte e cinco mais zero ponto cento e setenta e cinco mais...
Emanuelle: Deu cinco.
Diego: Então a fórmula está correta... justifica aí!
Emanuelle: Sim, a soma dos componentes dos salicilato de bismuto apresenta como resultado cinco gramas de quantidade.

Problema 3

Diego: Agora vai ser mais fácil de fazer essa.
Emanuelle: Santa calculadora!
Diego: É só usar a calculadora e fazer direto... coloca aí: dois mil e onze, dois mil e treze...
Emanuelle: E dois mil e doze?
Diego: Não pede não... dois mil e quinze...

Emanuelle: E agora, como é que a gente vai encontrar a população?

Diego: Dois e mil e onze... um vírgula um por cento, vezes trinta e cinco mil... dá, trinta e cinco trezentos e cinquenta e três. Dois mil e treze: E agora? A gente pega o ano anterior e multiplica por um vírgula um por cento...

Emanuelle: Então a gente vai ter que fazer até dois mil e vinte?

Diego: Não! Deve ter alguma forma mais prática de fazer. Professor! Como é que a gente pode fazer pra diminuir as contas? Porque se a gente for fazer ano por ano vai demorar muito!

P.: E o que foi que você percebeu que acontece de um ano para outro?

Diego: Dois mil e onze eu multipliquei uma vez, dois mil e doze duas, dois mil e treze vai ser três... agora eu "tô" pensando é... para chegar em dois mil e vinte!

Emanuelle: Vai dá um trabalho danado!

P.: Mas vocês não podem utilizar a calculadora? Ela tem recursos que podem diminuir este trabalho... Vejam: quando vocês aumentam um vírgula um por cento é a mesma coisa que vocês terem o que?

Emanuelle: Como assim?

P.: Quando a gente acrescenta um vírgula um por cento a um inteiro?

Diego: Ah! A gente vai ficar com um mais zero vírgula onze, que é um vírgula um por cento!

P.: Exato! E como a cada ano você vai multiplicando por ele mesmo, ocorre que você terá uma potência, certo?

Emanuelle: Eh... [*não muito convencida*]

P.: Vou explicar melhor: você não disse que a cada ano ia multiplicando o resultado do ano anterior por um vírgula um por cento?

Diego: Foi isso que eu já fiz para dois mil e onze e dois mil e doze...

P.: Então vejam: a cada ano vocês estão multiplicando por um vírgula zero onze, concordam? [*faço rabiscos no rascunho mostrando a multiplicação*]

Diego: É... então em dois mil e doze vai ser ao quadrado... dois mil e treze vai ser a terceira... [*referindo-se às potências*]... e assim por diante...

P.: Exato! E com a calculadora esse trabalho ainda poderá ser simplificado.

Emanuelle: Eu acho que entendi: dois mil e quinze vai ser "um vírgula zero onze elevado a cinco vezes trinta e cinco mil", igual a trinta e seis mil novecentos e sessenta e seis;

P.: Façam o restante! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Diego: Deixa eu fazer o outro! Um vírgula zero onze elevado a seis, vezes trinta e cinco mil... trinta e sete mil trezentos e setenta e dois! Muito fácil! Dois mil e dezoito...

Emanuelle: Um vírgula zero onze elevado a oito, multiplicado por trinta e cinco mil, igual a trinta e oito mil cento e noventa e oito.

Diego: Faz aí para dois mil e vinte!

Emanuelle: Um vírgula zero onze elevado a... vai ser dez “né”?

Diego: É!

Emanuelle: Vezes trinta e cinco mil... igual a... trinta e nove mil e vinte e cinco. E a letra “b”.

Diego: Eu acho que vai ser assim... [*mostra uma “fórmula” no rascunho*]. Professor! Essa letra “b” vai ser assim?

P.: Como?

Diego: A cada ano não aumenta “um” no expoente?

P.: ? [*o pesquisador faz cara de interrogação*]

Diego: Veja é sempre: um vírgula zero onze elevado... “a um”, “a dois”, “a três”,... então um ano qualquer eu vou chamar de “x”.

P.: Hum!

Diego: Assim, vamos ter: um vírgula zero onze elevado a “x” multiplicado por trinta e cinco mil e a gente encontra a população em qualquer tempo.

P.: Certo! Qualquer tempo a partir...

Diego: ... de dois mil e dez “né”?

P.: Com essa lei de formação fica mais fácil fazer a letra “c”. Já viram?

Emanuelle: Demos só uma lida...

P.: Então vejam... [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Diego: É nessa que a gente vai usar logaritmo!

Emanuelle: É?

Diego: É... porque a gente precisa encontrar “x”, então precisamos igualar as bases, tu não lembra não?

Emanuelle: Parece que lembro... vamos ver!

Diego: Olha... se a população dobrar... setenta mil. Então vamos ficar com “um vírgula zero onze elevado a “x” multiplicado por trinta e cinco mil igual a setenta mil... Agora resolve aqui... e aqui... pronto aí a gente chega numa potência com as bases diferentes: um vírgula zero um elevado a “x” igual a dois.

Emanuelle: Ah é... aí agora a gente usa logaritmo!

Diego: É! Vê aí quanto é o logaritmo de um vírgula zero onze...

Emanuelle: log um vírgula zero onze é... muitos números!

Diego: Arredonda!

Emanuelle: Zero vírgula zero quarenta e sete.
Diego: E o de dois?
Emanuelle: Zero vírgula trinta dez!
Diego: Agora divide esse valor pelo anterior!
Emanuelle: Vai dá isso aqui tudo... [*mostra o visor da calculadora*]
Diego: Aproximadamente sessenta e três anos!

5ª Sessão

P.: Boa tarde! Mais uma vez aqui com vocês... esta é a nossa penúltima sessão. Vou começar a distribuir as calculadoras e as folhas de atividades e de rascunhos.

Problema 1

Diego: Tem a função aqui... a gente pega os valores [*referindo-se aos valores dados no problema: 1,5; 2; 3; 10; 20*] e substitui aqui no "t". A primeira dá dez mil porque vai ser zero [*o expoente*]. Vai fazendo aí: zero ponto nove elevado a um ponto cinco multiplicado por dez mil!
Emanuelle: Elevado é aonde?
Diego: É aí no xy. [*referindo-se à potencia* x^y]
Emanuelle: Vai dá isso aqui tudo... arredonda? [*mostra o visor da calculadora*]
Diego: Arredonda!
Emanuelle: Oito mil quinhentos e trinta e oito. "A dois" [*elevado*] vai dá... oito mil e cem.
Diego: Vai diminuindo "né"?
Emanuelle: É... "a três" [*elevado*]... sete mil duzentos e noventa... "a dez" [*elevado*]... vai ser: zero ponto nove elevado a dez, vezes dez mil... aproximadamente três mil quatrocentos e oitenta e seis. E por último "a vinte"... mil duzentos e quinze. E nessa letra "c", a gente vai substituir o "t" por oito mil é?
Diego: Não! É o "t" que a gente vai procurar... aí não diz: tente calcular "t"?...
Emanuelle: Ah é!
Diego: Deixa eu ver! Vamos substituir oito mil no lugar de "f(t)"... oito mil igual a dez mil multiplicado por zero vírgula nove elevado a "t". Aí a gente resolve aqui...
Emanuelle: Vai usar logaritmo é?

Diego: É... log zero ponto nove... deu negativo! Professor! Tá dando negativo! Pode?
P.: E porque não?
Diego: E não é tempo?
P.: Deixa eu ver!... E já terminou a questão?
Emanuelle: Não! Ainda falta o log de zero vírgula oito.
Diego: E depois dividir...
P.: Então continuem... pode ser que ao final não fique negativo... logaritmos de valores entre zero e um são sempre negativos... então não está errado! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]
Diego: Tá bom!... deu negativo também! Ah tá certo! Porque quando a gente dividir vai ficar positivo!
Emanuelle: É mesmo! Menos por menos dá mais... dá quanto?
Diego: Aproximadamente dois vírgula onze. Tá certo porque em dois anos o valor deu oito mil e cem... oito mil tinha que ser mais de dois anos!

Problema 2

Diego: "Um grupo de colecionadores de selos tem dois mil e dezoito selos. Treze desses colecionadores têm oitenta e seis selos cada um. Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?" Treze vezes oitenta e seis... mil cento e dezoito, subtrai dos dois mil e dezoito... sobra novecentos!
Emanuelle: Agora divide em quantidades iguais.
Diego: Podem ser várias possibilidades: pode ser três colecionadores com trezentos selos... pode ser duzentos... pode ser trezentos... então, as possibilidades dos demais colecionadores possuírem "x" quantidades de selos, é variável, dependendo da quantidade de colecionadores restantes: "f" de "x" igual a novecentos dividido por "x".
Emanuelle: É?
Diego: É! Se forem dois colecionadores, novecentos dividido por dois, quatrocentos e cinquenta selos cada um... se forem trezentos colecionadores, novecentos dividido por trezentos... três selos cada um... e assim por diante.

Problema 3

Diego: Vamos lá! Três! “Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura abaixo, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem ... perpendicular é uma reta que está... como é que eu posso dizer? na diagonal? cruzando! [*pergunta a pesquisador*]

P.: Formando ângulo de quantos graus?

Diego: Noventa “né”?

P.: É!

Diego: Será que vai ser seno?

P.: Você precisa saber o que quer encontrar!

Diego: Eu quero descobrir “x” [*aponta para o desenho onde chamou de “x” o lado BC*]... tangente!

P.: Tangente?

Diego: É..., cateto oposto sobre cateto adjacente! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*] Vai... anota aí [*referindo-se a Emanuelle*]: tangente cinquenta e sete vírgula noventa e nove igual a “x” sobre cinquenta. Como é que calcula?

Emanuelle: calculadora!

Diego: Eu esqueci como é que faz!

Emanuelle: Aí na calculadora não tem?

Diego: Deixa eu ver... tangente de cinquenta e sete ponto noventa e nove... dá... um vírgula seis! Aí, meios por extremos... “x” igual a oitenta. Professor! Vem cá, por favor! É assim, não é?

P.: Isso!

6ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje realizaremos a última sessão! Espero que vocês não tenham se cansado de mim e que estes dias que estivemos juntos tenham contribuído um pouco com a formação de vocês. Lembrando às duas duplas que acompanho mais de perto que posteriormente teremos a entrevista final. Provavelmente no início do próximo ano. Eu entro em contato com vocês!

Problema 1

Diego: Professor! Essa daqui a gente vai usar a lei dos senos, como é mesmo: é alfa sobre o seno de alfa igual a beta sobre o seno de beta?

P.: E você vai utilizar só os ângulos é? E as medidas de comprimento?

Diego: Ah é mesmo! É "a" sobre o seno de alfa igual a "b" sobre o seno de beta. Daqui eu já sei! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*] Essa daqui é muito chata! Dá muito trabalho! Professor!

P.: Oi!

Diego: Eu descobri os ângulos que faltam: aqui é cento e trinta!

P.: É?

Diego: É... aqui ó... cento e oitenta menos cinquenta... cento e trinta.

P.: Certo!

Diego: Esse outro vai ser cinco: cento e trinta mais quarenta e cinco dá cento e setenta e cinco, para cento e oitenta, cinco!

P.: E como é que você está pensando em fazer?

Diego: Eu vou usar a lei dos senos para esse triângulo [*mostra o triângulo ADC*] e depois para esse [*mostra o triângulo ABC*]. Aí primeiro eu acho "z" [*referindo-se ao lado CD*] e depois eu acho "y", que é a altura do prédio!

P.: Pode ser um caminho! Faça!

Diego: É... vou fazer!

Emanuelle: Mas, vai dá muito trabalho não vai?

P.: Será que não dá para simplificar este trabalho não? [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Problema 2

Diego: Professor! O mesmo ponto de captação... está se referindo à bomba, não é?

P.: O que é que você acha?

Diego: É... porque poderia ser da caixa d'água!

Emanuelle: Vamos fazer o triângulo que fica melhor!

Diego: É... [*fazem a representação do problema em desenho*] Agora a gente usa a lei dos senos... é fácil! Vai ficar: cinquenta sobre o seno de quarenta e cinco igual a "x" sobre seno de sessenta.

Emanuelle: Deixa eu calcular!

Diego: Ver aí: seno de quarenta e cinco!

Emanuelle: Zero sete um!

Diego: E o de sessenta?

Emanuelle: Zero vírgula oitenta e sete!

Diego: Agora, multiplica cinquenta vezes zero vírgula oitenta e sete... e divide por zero vírgula setenta e um.

Emanuelle: Aproximadamente sessenta e um vírgula dois.

Diego: Aproximadamente sessenta e um vírgula dois metros.

Problema 3

Emanuelle: Falta só essa.

Diego: Vamos lá! Coloca aí... [*na calculadora*]

Emanuelle: Eu já estou colocando... nove, nove,...

Diego: Cuidado que essa calculadora pega mais de oito dígitos!

Emanuelle: Um, dois, três, ... , nove! Tira quanto?

Diego: Sessenta e um milhões, duzentos e noventa mil e seiscentos e setenta e nove!

Emanuelle: Pronto! Trinta e oito milhões, setecentos e nove mil e trezentos e vinte! Fim!

Diego: Entrega a ele! [*referindo-se ao pesquisador*]

APÊNDICE L

TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS DAS SEIS SESSÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Caso "Pedro e L.V."

Nos diálogos que seguem, P representa a fala do pesquisar, enquanto que os alunos estão representados pelos pseudônimos que escolheram desde o início da pesquisa. Na fala dos alunos, quando estes mencionarem "professor", entenda-se "Professor/pesquisador".

1ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje iniciaremos as sessões de resolução de problemas, porque nós tivemos apenas o teste diagnóstico e agora seguirão as seis sessões de resolução de problemas. Conforme vocês já foram avisados, as três iniciais serão sem a utilização da calculadora; vocês podem utilizar qualquer estratégia de cálculo (cálculo mental, cálculo escrito), exceto a calculadora e as três últimas com a utilização desta ferramenta; para podermos comparar os processos de resolução nestes dois momentos.
[*o pesquisador faz a distribuição das folhas de atividades (problemas) aos alunos*]
P.: Não se preocupem com fórmulas, algoritmos, e criem suas estratégias de resolução. Leiam cuidadosamente os problemas e não desistam na primeira leitura, leiam novamente para compreenderem melhor.
[*Logo no início do processo, as duplas começam a interagir entre si*]

Problema 1

L.V.: Se uma mulher tem um metro e sessenta e cinco de altura...
Pedro: Vamos fazer o IMC?
L.V: É! Pega sessenta e oito e divide pela altura ao quadrado! Eu já fiz muito teste de IMC em minha vida... ah não!!! nesta letra "a" não vai ser IMC não... vai ser IGC, coloca aí [*dirigindo-se a Pedro*]: circunferência do quadril, que é cento e dois dividido pela altura vezes raiz da altura.

[*os alunos começam a fazer os cálculos com lápis e papel, o que lhes requer muito tempo porque trata-se de uma raiz aproximada de um número decimal, então eles precisaram fazer várias aproximações.*]

Pedro: Não vai dá exato não!

L.V.: Vai dá aproximado!

Pedro: Professor! Por aqui passa da raiz não é? [*referindo-se a uma aproximação "por excesso" da raiz quadrada de um inteiro e sessenta e cinco centésimos feita com lápis e papel*]

P.: Então diminua mais, para termos uma aproximação por falta.

Pedro: Vou fazer de novo!

L.V.: Professor! Eu e ele não estamos conseguindo entender essa "b": "Uma mulher adulta é considerada dentro dos padrões normais se seu IMC estiver entre dezenove e vinte e três. Considerando-se o Índice de Adiposidade, uma mulher que se encontra nesta faixa do IMC pode ser considerada dentro dos padrões normais de adiposidade?"

P.: Veja que esta alternativa está relacionando os dois índices: o índice de massa corporal com o índice de adiposidade corporal, certo?

L.V.: Certo!

P.: E de que forma você pode relacionar estes dois índices?

Pedro: No IMC nós temos massa corporal e altura e no IGC nós temos a circunferência do quadril e altura... então, como é que nós vamos encontrar a circunferência do quadril?

P.: Pensem um pouco mais!

[*a dupla recomeça a fazer o problema*]

Problema 2

L.V.: Cada cinco gramas de pó contém tudo isso aqui [*aponta para o problema onde constam os componentes da fórmula*] em gramas, observando as quantidades dos componentes presentes na fórmula podemos afirmar que esta está correta?

Pedro: Não! Eu acho que não!

L.V.: A gente tem que fazer a continha, somando...

Pedro: Mas, na minha teoria, antes disso aqui já passa [*o aluno aponta mais uma vez para a tabela, supondo que a soma dos decimais ultrapassaria cinco*]... não! Passa não!

L.V.: É porque são decimais... vamos fazer a conta só dos decimais, depois a gente adiciona o três [*parte inteira*].

Pedro: Não... vamos juntar logo tudo assim... [*fazendo o algoritmo da soma*].
L.V.: É só somar... eu não falei!?
Pedro: Sim! Porque a soma dos componentes foi igual a cinco gramas!

Problema 3

Pedro: E essa aqui? Nós "deixa" em porcentagem ou transforma em número normal [*referindo-se à forma decimal das porcentagens*]?
L.V.: A gente transforma em número normal porque a porcentagem é mais difícil.
Pedro: É um vírgula um, não é?
L.V.: É! Agora olha: um por cento de trinta e cinco mil não é trezentos e cinquenta?
Pedro: Um vírgula um?
L.V.: Não! Um por cento... esse vírgula um, eu não sei! Significa que vai ser um pouco mais de trezentos e cinquenta.
Pedro: É assim, desse jeito que a gente consegue calcular: um vírgula um vezes trinta e cinco mil, aí divide por cem. Vamos fazer assim?
L.V.: Você que sabe! Eu não consigo me lembrar da fórmula de como a gente calcular um vírgula um por cento de trinta e cinco mil.
Pedro: Multiplica esse e depois divide. Assim... [*mostra o cálculo no papel*]
L.V.: Agora é somar...
Pedro: Isso menino!
Pedro: E para dois mil e doze? Dois mil e treze? E... dois mil e vinte?
L.V.: Para dois mil e doze a gente faz trinta e cinco mil vezes um vírgula vinte e um, que é um vírgula um vezes um vírgula um!
Pedro: Ainda "falta" dois mil e treze, dois mil e quinze, dois mil e dezesseis, dois mil e dezoito, dois mil e vinte e as letras "b", "c" e "d".
L.V.: É cálculo demais...
[*os alunos não conseguiram concluir este problema*]

2ª Sessão

P.: Boa tarde a todos! Vamos iniciar a nossa segunda sessão de resolução de problemas, sem o uso da calculadora e, como na sessão anterior, vocês poderão utilizar qualquer estratégia de cálculo, menos utilizar calculadora.

Problema 1

Pedro: Professor! Explica essa número um, letra “a”!
P.: Vocês já deram uma lida no problema?
Pedro: Sim!
P.: E aí? O que entenderam?
Pedro: A gente vai utilizar logaritmo neste problema?
P.: O que é que você acha?
L.V.: Nós vamos continuar tentando aqui!
P.: Ok! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]
Pedro: Monte de conta! Cansa demais!
L.V.: Aqui vamos ter: zero vírgula nove elevado a zero, para o primeiro ano; zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco; para um ano e meio...
Pedro: E como é que a gente calcula zero vírgula nove elevado a um vírgula cinco?
L.V.: Não sei... vamos pular e fazer os outros!
Pedro: Professor! A gente pode deixar esse aqui sem fazer? [*mostrando as potências* $(0,9)^{10}$ *e* $(0,9)^{20}$]
P.: Por quê?
L.V.: É... porque é muito alta a elevação da potência para fazer à mão.
P.: Deixem os cálculos indicados! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]
L.V.: Essa “c” a gente usa logaritmo! Aí vai ficar assim dez mil vezes zero vírgula nove elevado a “t” igual a oito mil.
Pedro: E como é que a gente vai saber o log de zero vírgula nove?
L.V.: O professor não deu aquela tabela de logaritmos? É só procurar!
Pedro: Entendi!
L.V.: É... fica: log de zero vírgula nove igual a log de zero vírgula oito. Procura aí quanto dá esses “logs”! Vai me falando que eu vou fazendo... vai me ditando, vai!

Pedro: Log de zero vírgula nove é igual a menos zero vírgula zero cinco e log de zero vírgula oito é igual a menos zero vírgula zero noventa e sete.

L.V.: "É" negativo mesmo os dois?

Pedro: É porque menos por menos vai dá mais! Aí fica positivo!

Problema 2

L.V.: Professor! É assim?

P.: Como foi que vocês fizeram?

L.V.: Multiplicamos treze vezes oitenta e seis e subtraímos de dois mil e dezoito, sobrou novecentos. A nossa dúvida é: como chegar nesta quantidade dos "demais" [*ênfase*] colecionadores? A gente "tá" travado nisso!

P.: Vejam bem: esses novecentos são os selos que sobraram!

Pedro: E então... e nós vamos dividir por quanto?

P.: Pensem um pouco mais... e me chamem depois, se necessário.

L.V.: "Tá" bom, nós vamos pensar! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

P.: Conseguiram? [*depois de algum tempo...*]

Pedro/L.V.: Não!

P.: Não?

Pedro/L.V.: Não!

P.: Mas, por que não?

Pedro: Só conseguimos até aqui no "novecentos"? [*aponta cálculos no papel*]

P.: E depois?

Pedro: Nós podemos pensar num número e dividir ele?

P.: Um número? Será que só terá um? Vejam aí! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Então é trinta!

L.V.: Tu é um gênio! Olha aqui: os demais têm quantidades iguais! [*relendo o problema*]

Pedro: Calma!... Calma!...

Problema 3

Pedro: Essa é "facinho!": vai usar o que? Seno ou cosseno?

L.V.: Eu só sei que isto daqui é a hipotenusa! [*referindo-se ao maior lado do triângulo dado no problema*]
Pedro: Isso aqui é um ângulo [*apontando para o ângulo A*] e isso aqui vale 90 graus [*apontando para o ângulo reto*].
L.V.: Quando um ângulo ele oposto...
Pedro: Isso aqui é seno: cateto oposto divido pela hipotenusa. Isso aqui é cosseno: cateto adjacente dividido pela hipotenusa.
L.V.: Não será tangente?
Pedro: É mesmo... tem razão! A hipotenusa está vazia! [*referindo-se ao fato de a hipotenusa não ter sido dada no problema*]. Como é que a gente poderia utilizar seno ou cosseno?
L.V.: É... cateto oposto com cateto adjacente!
Pedro: E a largura do rio vai ser o que?
L.V.: Será que vai usar Pitágoras aqui? Não é triângulo retângulo?
Pedro: Vamos ver se dá... ou será que tem outra opção?
L.V.: Outra opção... não!
Pedro: Então vamos ver! ... A pessoa pensa que é "facinho", agora vá fazer a conta! E eu falando: é "facinho" essa três!
L.V.: Não rapaz! A largura do rio é "x" e nós já achamos o valor! É a tangente do ângulo alfa!
Pedro: É mesmo e a gente tendo mais trabalho!

3ª Sessão

P.: Boa tarde pessoal! Olha eu aqui de novo para darmos prosseguimento aos nossos trabalhos. Esta é a última sessão que vocês realizarão sem o uso da calculadora. Nas três próximas eu trarei as calculadoras científicas para vocês utilizarem-nas como ferramenta de apoio quando assim o desejarem. Vamos começar! Como nas sessões anteriores, vou distribuir a folha com os problemas e mais umas duas de rascunho.

Problema 1

L.V.: Professor como é que vai ser essa aqui? [*apontando para o problema nº 1*]
P.: Já leram?
Pedro: Já?

P.: E entenderam?

L.V.: A gente vai usar tangente, não é?

P.: Veja o problema!

Pedro: É tangente mesmo! Só falta a gente organizar e ver “quem” vai usar. [*referindo-se aos dados do problema*]

P.: Então tentem! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Essa é difícil porque usa equação.

L.V.: A gente vai ter que pegar a tangente desse ângulo alfa, que é cinquenta graus, e a tangente do de quarenta e cinco...

Pedro: E tu sabe como fazer?

L.V.: Eu acho que sei... vamos ver! *[começam a fazer*]

P.: E aí [*algum tempo depois, dirigindo-se a Pedro e L.V.*], como foi que fizeram?

Pedro: Primeiro eu fiz a tangente de cinquenta, que é cateto oposto dividido pelo cateto adjacente, aí depois eu pego e faço a tangente de quarenta e cinco, e igualo as duas aí eu encontro o valor de “x”.

P.: Hum... então continuem! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Um vírgula dois menos um vai dá quanto?

L.V.: Zero vírgula dois... continha básica! Mas... não é divisão não?

Pedro: É! Tinha que ser!... uma divisão com números decimais! Vai dá quanto aqui?

L.V.: Vinte dividido por zero vírgula dois... vai dá... cem!!!

Pedro: Será?

L.V.: É!... Se fosse vinte dividido por dois era dez, acrescenta um zero!

Pedro: Deixa eu ver [*fazendo o algoritmo da divisão*]: uma casinha “pr’aqui”, um zero ali... é... cem mesmo! Agora é só substituir e achar a altura. Faz aí: “y” é igual a vinte mais “x”. “Y” é igual a vinte mais cem, isso é igual...

L.V.: “y” é igual a cento e vinte.

Problema 2

L.V.: Eu “tô” achando que essa vai ser mais fácil!

Pedro: Cadê? A bomba... [*começa a ler o problema*]

L.V.: Tu que mora em sítio, lá tem esse negócio de bomba, rio?

Pedro: Não! Lá tem mais poço!

L.V.: E não é a mesma coisa? Não usa bomba para puxar a água?

Pedro: É!

L.V.: Então vamos ver: “Sabemos que o ângulo formado pelas direções (caixa d’água - casa) e (casa - bomba) é de quarenta e cinco graus [*ênfase, enquanto rabisca uma representação por desenho*]... e que o ângulo formado pelas direções (bomba - caixa d’água) e (caixa d’água - casa) é de sessenta graus. Se pretendermos bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento serão necessários?” Então é direto!: caixa d’água – casa)!

Pedro: Será que isso aqui é a hipotenusa? [*aponta para o maior lado do triângulo desenhado*] Espera aí: cateto oposto, divido por hipotenusa... a hipotenusa é esse aqui! É o lado maior!

L.V.: Eu “tô” achando que isso aí é lei dos cossenos não é não? Ou não?

Pedro: Ah é! Mas não é dos cossenos não, é dos senos! “Vamo” ver!

Problema 3

L.V.: Essa é fácil! Põe aí: nove, nove, nove... nove; deixa eu ver “um, dois, ..., nove”. Isso! Agora... menos “meia um, duzentos e noventa, meia sete nove”. Nove tira nove, nada... “trinta e oito milhões, setecentos e nove mil e trezentos e vinte”!

Pedro: Essa foi mais rápida, “né”!

L.V.: É... teve delas que a gente gastou uma aula só em um problema!

4ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje nós iniciaremos a segunda parte da nossa pesquisa. Hoje e nas duas próximas sessões, vocês poderão utilizar a calculadora... se assim o desejarem! Vamos iniciar!

Problema 1

Pedro: Professor! Nós fizemos assim: tiramos a raiz [*de 1,65*] aí multiplicamos [*por 1,65*], deu esse resultado [*mostra o visor da calculadora*].

L.V.: Quantas casas [*decimais*] nós usamos?

P.: Usem duas! Pelos menos duas! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Então vai ficar... dois vírgula onze!

L.V.: Não... é dois vírgula dez? Aí vai ser cento e dois, dividido por dois ponto dez...

Pedro: Deu quanto?

L.V.: Quarenta e oito, cinquenta e sete! Aí... menos dezoito.

Pedro: Quarenta e oito vírgula cinquenta e sete...

L.V.: Não! Coloca quarenta e oito vírgula sessenta... aí, quarenta e oito vírgula sessenta menos dezoito, dá... trinta vírgula seis...

Pedro: Quanto? Trinta vírgula seis?

L.V.: É! Isso é a letra “a”, falta a letra “b”.

Pedro: Agora... “b”. Uma mulher adulta é considerada dentro dos padrões normais se seu IMC estiver entre dezenove e vinte e três. Considerando-se o Índice de Adiposidade, uma mulher que se encontra nesta faixa do IMC pode ser considerada dentro dos padrões normais de adiposidade? E a “b” professor? Como é que a gente calcula?

P.: Deem uma lida no problema!

Pedro: Deixa eu ver aqui!... [*recomeçam a leitura*]

Problema 2

L.V.: Essa é só fazer a continha de mais... somar tudo! Três ponto três dois cinco mais zero ponto um sete cinco mais zero ponto duzentos mais... pronto! Cinco! Explica... podemos afirmar que a fórmula está correta porque a soma dos componentes deu igual a cinco.

Problema 3

Pedro: Essa aqui agora: qual é a população estimada... essa daqui a gente vai usar uma fórmula! É assim: um vírgula um por cento...

L.V.: ...aí multiplica por trinta e cinco mil... espera aí! Não é trinta e cinco mil?

Pedro: É!

L.V.: Então a gente faz assim: um ponto um dividido por cem multiplicado trinta e cinco mil igual a trezentos e oitenta e cinco. Coloca assim: “a” dois mil e onze; aí depois dois mil e doze...

Pedro: E essa conta que nós fizemos não é a de dois mil e dez não?

L.V.: Não! Dois mil e dez é trinta e cinco mil, aí um vírgula um por cento dá trezentos e oitenta e cinco, mais trinta e cinco mil aí encontramos a população de dois mil e onze! E agora...

Pedro: Agora dois mil e doze?

L.V.: Não pede dois mil e doze. Mais a gente faz. É ao quadrado?

Pedro: Acho que é!

L.V.: Vamos fazer!... Pronto! Deu trezentos e oitenta e nove... esse dois a gente tem que arredondar pra menos. [*referindo-se à terceira casa decimal*]

Pedro: Espera aí nós vamos colocar trezentos e oitenta e nove?

L.V.: Não! Você tem que juntar com trinta e cinco mil...

Pedro: É igual dois mil e onze, pega o resultado e junta com trinta e cinco mil!

L.V.: É! Agora você não marca dois mil e doze [*porque o problema não pede!*] deixa aí num cantinho! Coloca dois mil e treze! A calculadora tem algo tipo "dois ao quadrado" que aí é mais rápido!

Pedro: Vamos ver com o professor.

L.V.: Professor! Professor!

Pedro: Porque assim vai demorar demais! É até quanto?

L.V.: Dois mil e vinte!

Pedro: Dois mil e vinte "né"?

L.V.: Professor! Se a gente fizer assim... elevado a dois...

P.: É! Aqui você tem um tipo de função! Que função é essa?

Pedro: Exponencial!?

P.: É... a variável aparece no expoente...

Pedro: Aqui é dois...

P.: Depende! Dois, três...

L.V.: Depende do ano!

P.: Isso! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Dois mil e treze vai ser elevado a dois!?

L.V.: Não! A três... a dois é dois mil e doze! Não começa em dois mil e dez?

Pedro: É!

L.V.: Então... dois mil e onze (um), dois mil e doze (dois), dois mil e treze (três)...

Pedro: É mesmo!

L.V.: Vamos ver: "x" três [*referindo-se à terceira potência, presente na calculadora*] vezes trinta e cinco, zero, zero, zero [*trinta e cinco mil*].

Pedro: Primeiro coloca um ponto zero onze, depois "x" ao cubo, vezes trinta e cinco mil.

L.V.: É assim mesmo! Deu quanto? Deixa eu ver... um ponto zero onze multiplicado... ou melhor... elevado a três "né?", vezes trinta e cinco mil.

Pedro: Deu quanto?

L.V.: Trinta e seis, um meia oito.

Pedro: [*anotando*] Trinta e seis, um meia oito.

L.V. Agora é quanto?

Pedro: Dois mil e quinze!

L.V.: Então vai ser cinco? [*referindo-se ao expoente*]

Pedro: É!

L.V.: Um ponto zero onze, elevado a cinco, vezes trinta e cinco mil. Trinta e seis, nove meia sete.

Pedro: Trinta seis, nove meia sete...

L.V.: Não! Coloca nove meia oito... próximo ano? [*usam arredondamento*].

Pedro: Dois mil e dezesseis!

L.V.: Elevado a seis, multiplicado por trinta e cinco mil... trinta e sete, três sete quatro! O próximo ano é dois mil e?

Pedro: Dezoito!

L.V.: Elevado a oito... Trinta e oito mil e duzentos e um.

Pedro: Dois mil e vente! Vai ser elevado a dez "né"? Existe um padrão "né"? [*referindo-se à lei de formação*]

L.V.: Tem!

Pedro: E como é que a gente vai explicar?

L.V.: Você coloca assim: tendo um ano base, que no caso é dois mil e dez, a cada ano aumenta um expoente.

Pedro: Pronto anotei! E a letra "c"?

L.V.: Quantos anos são necessários para a população duplicar? Então em vez de trinta e cinco vai ser setenta mil! Tem que aumentar cem por cento! Multiplicar por dois! Professor! E a letra "c"?

P.: Como foi que vocês fizeram as anteriores?

Pedro: Fazendo um vírgula zero onze elevado ao número de anos que se passa depois de dois mil e dez e multiplica por trinta e cinco mil.

P.: E a que conclusão vocês chegaram na letra "b"?

L.V.: Que existe um padrão!

P.: Então generalize esse padrão!

Pedro: Como assim... generalizar?

P.: O que foi que vocês disseram na letra "b"?

L.V.: Que a cada ano aumenta um expoente.

P.: Então! Se você fosse escrever uma função para representar isso que você disse, como é que ficaria?

L.V.: Um vírgula zero onze elevado a... dois, três, ...

P.: E “esse” dois, três, representa o que?

Pedro: Os anos!

L.V.: O tempo!

P.: Então usem uma letra para representar porque você não vai poder colocar ano por ano.

L.V.: Então pode ser: um vírgula zero onze elevado a “t” multiplicado por trinta e cinco mil!

P.: Certo! E o que é que você está procurando na letra “b”.

L.V.: Em quanto tempo a população dobra!

P.: Ou seja?

Pedro: O tempo!

L.V.: É... anos é tempo! Então nós vamos procurar “t”.

P.: Tentem fazer! Vocês já têm a função, já sabem que precisa dobrar a população... agora é com vocês! Vocês já generalizaram, ou seja, se eu quiser saber qual a população no ano de dois mil cinquenta, é só eu fazer o que?

Pedro: Substituir...

P.: Isso! Eu conto quantos anos têm de dois mil e dez até dois mil e cinquenta e...

Pedro: Substitui... [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

5ª Sessão

P.: Boa tarde! Mais uma vez aqui com vocês... esta é a nossa penúltima sessão! Vou começar a distribuir as calculadoras e as folhas de atividades e de rascunhos.

Problema 1

Pedro: É dez mil mesmo!

L.V.: Eu elevei a zero!

Pedro: Então o valor do carro é dez mil... vamos pra letra “b” “né”?

L.V.: O valor do carro daqui a um ano e meio...

Pedro: Dois, três, dez e vinte anos. A gente pega esta fórmula aqui e substitui “t” por um e vírgula cinco, dois,...

L.V.: É... mas, potenciação não tem números facionários!

Pedro: Como assim?

L.V.: Por exemplo, não pode colocar um e meio, tem que ser um número inteiro! Vamos fazer logo com os números inteiros por enquanto!

Pedro: Professor venha aqui! Nessa letra “b” para calcular... a gente pega “t” aqui... aí um ano meio é um vírgula cinco, não é?

P.: É!

Pedro: Mas não pode!

P.: O que não pode? E porque não pode?

Pedro: “Elevar” a um vírgula cinco!

P.: Vocês já tentaram?

Pedro: Não!

P.: E esta calculadora aí? Vocês não podem usar não? [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: Tá bom! Então elevado a um ponto cinco... oito mil quinhentos e trinta e oito reais e... no caso, cento e quarenta e nove... quer dizer... quatorze centavos.

Pedro: E não é que pode mesmo! A cada ano vai baixar mais! Daqui a vinte anos o carro não vai valer mais nada!

L.V.: É... daqui a um ano e meio vai tá valendo oito mil quinhentos e trinta e oito reais e quatorze centavos...

Pedro: Deixa eu fazer de novo...

L.V.: É só substituir, colocar um e meio, dois...

Pedro: É! Eu sei...

L.V.: Que carrinho baratinho!

Pedro: Como é que eu coloco aqui? [*no papel*]

L.V.: Coloca aí “oito mil quinhentos e trinta e oito reais com os quatorze centavos”...

Pedro: Os quatorze centavos também? Não precisa não!

L.V.: Precisa... olha: dez mil, multiplicado por zero ponto nove fechando [*parêntesis na calculadora*] elevado a um ponto cinco... aqui! [*mostra o visor da calculadora*]

Pedro: Professor! É assim?

P.: Sim! Continuem... [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: “A dois”... oito e cem... “a três”... sete mil duzentos e noventa... e depois é quanto?

Pedro: A dez!

L.V.: Três mil quatrocentos e oitenta e seis! Agora é “a vinte”?

Pedro: É!

L.V.: Mil duzentos e quinze...

Pedro: Agora faz elevado a cinquenta... só pra ver!

L.V.: Tu "é" doido? Então esse carro vai custar o quê? Centavos é?

Pedro: Vai... só pra ver!

L.V.: Cinquenta e um reais!

Pedro: Letra "c"... eu acho que agora a gente pega esse "t" aqui e coloca oito mil...

L.V.: "Utilizando a função dada, tente calcular o valor de "t"..."

Pedro: "... para que o valor do carro seja de oito mil reais".

L.V.: A gente vai ter que descobrir... por exemplo, aqui [*referindo-se à alternativa "b" do problema*] foi dois anos – oito mil e cem... aí tem que ser dois vírgula... entendeu? Dois vírgula um... sei lá!

Pedro: Não usa logaritmo não? Vamos ver aqui... eu acho que a gente vai calcular pela função logaritmo!

L.V.: Logaritmo?

Pedro: É...

L.V.: Então fala aí como é que é...

Pedro: Porque nós vamos substituir oito mil e o "t" nós vamos procurar...

L.V.: Como é que coloca?

Pedro: Primeiro eu vou montar aqui aí depois nós vamos perguntar ao professor com é que continua... espera um pouquinho!

L.V.: Vai! Arruma "de boa"!

Pedro: Vai ficar "dez mil multiplicado por zero vírgula nove elevado a "t" igual a oito mil"... aí vai ficar "log de zero vírgula nove igual a log de zero vírgula oito"...

L.V.: Deixa eu ver... log zero ponto nove...

Pedro: Deu quanto? Menos... [*olhando o visor da calculadora*]

L.V.: Zero vírgula zero quarenta e cinco...

Pedro: E o log de oito? [*na verdade seria oito décimos*]

L.V.: Menos zero vírgula zero nove meia...

Pedro: Depois vai dá positivo... menos por menos é mais! Vê aí quanto é que dá...

L.V.: Menos zero ponto zero noventa e seis dividido por menos zero ponto zero quarenta e cinco...

Pedro: [*olhando o visor da calculadora*] Mil novecentos e cinquenta e nove é? Vamos conferir! [*refazem os cálculos*] É um vírgula novecentos e cinquenta e nove...

L.V.: Aproximadamente dois então!
Pedro: E as dificuldades? [*referindo-se à alternativa "d"*]
L.V.: Coloca "nenhuma" porque a calculadora ajudou?

Problema 2

L.V.: "Um grupo de colecionadores de selos tem dois mil e dezoito selos. Trezes desses colecionadores têm oitenta e seis selos cada um. Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?" Treze vezes oitenta e seis dá mil cento e dezoito, subtraindo de dois mil e dezoito dá... novecentos! Coloca aí: Treze vezes oitenta e seis, coloca aí direto...
Pedro: Treze vezes oitenta e seis, dá quanto?
L.V.: Mil cento e dezoito, aí peguei e subtraí...
Pedro: Novecentos... [*resultado da subtração*]
L.V.: O restante em quantidades iguais...
Pedro: Dá trinta?
L.V.: Por que trinta?
Pedro: Não são em quantidades iguais?
L.V.: É! Mas, você não sabe quantos colecionadores são!
Pedro: É verdade! E agora?
L.V.: Agora que... depende! A quantidade de selos vai depender da quantidade de colecionadores.
Pedro: Como é que eu coloco aqui?
L.V.: É... as possibilidades são variáveis porque pode ser dividido de várias maneiras!
Pedro: Mas pode ser dividido por trinta!
L.V.: Trinta, trezentos, dez... uma, duas, três... são várias as possibilidades.

Problema 3

L.V.: Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura abaixo, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem, C representa um ponto na margem oposta do rio, e A e B duas estacas fincadas adequadamente na margem adjacente. A partir dos dados da figura, suponha que você seja esse engenheiro, e calcule a largura do rio.

Pedro: A largura vai ser isso aqui "né"? Ou vai ser isso? [*aponta para a figura*] Isso aqui não é a altura não? [*aponta para o lado do triângulo na vertical*]

P.: Depende do problema!

Pedro: A margem do rio...

L.V.: De um lado até outro...

Pedro: É... deseja medir a largura do rio.

L.V.: Vai ser tangente! ... tangente de cinquenta e sete ponto nove nove... um vírgula seis. Vai ser um vírgula seis dividido por cinquenta?

Pedro: Não! Tangente não é "cateto oposto sobre cateto adjacente"? Então vai ser: tangente de cinquenta e sete vírgula noventa e nove igual a "x" sobre cinquenta!

L.V.: É mesmo! Aí faz meios por extremos!

Pedro: É!... "x" é igual a oitenta!

L.V.: Então a largura do rio é oitenta!

6ª Sessão

P.: Boa tarde! Hoje realizaremos a última sessão! Espero que vocês não tenham se cansado de mim e que estes dias que estivemos juntos tenham contribuído um pouco com a formação de vocês. Lembrando às duas duplas que acompanho mais de perto que posteriormente teremos a entrevista final. Provavelmente no início do próximo ano. Eu entro em contato com vocês!

Problema 1

Pedro: Essa vai ser tangente também? Igual aquela da outra vez? [*referindo-se à última sessão realizada*]

L.V.: Não sei... vamos ver! "Um edifício encontra-se em um terreno plano e cercado por um alambrado. Curiosa para saber a altura do edifício, uma pessoa, de posse de um teodolito e uma trena, usou a seguinte estratégia para calcular a referida altura, já que não queria atravessar o alambrado: a uma distância x da base do prédio, postou o teodolito a um metro de altura do chão, e, deste ponto observou o ângulo formado entre a horizontal e o topo do edifício; em seguida, afastou-se mais vinte metros em linha reta, e observou a medida do ângulo entre a horizontal e o topo do edifício (vide figura abaixo). Sabendo que as medidas dos ângulos verificados foram: alfa igual a cinquenta graus e beta igual a quarenta e cinco graus, qual era a medida da altura do prédio?" É... vai ser tangente mesmo!

Pedro: Mas, a gente tem que fazer separado! Primeiro esse aqui [*mostra o desenho*], depois esse aqui [*mostra o desenho*], aí iguala os dois pra poder chegar ao resultado! Tangente de cinquenta, faz aí! [*na calculadora*]

L.V.: Oi?

Pedro: Tangente de cinquenta, faz aí! [*na calculadora*]

L.V.: Um vírgula um... um vírgula dois!

Pedro: Tangente de quarenta e cinco?

L.V.: Um!

Pedro: Agora a gente faz assim... pega essa equação, iguala a essa e resolve normal.

L.V.: Vinte mais "x" é vinte "x"?

Pedro: Não! Vai fazer assim... como é que eu posso igualar isso aqui? Aqui tem igual [*referindo-se à primeira equação*], aqui também! [*referindo-se à segunda equação*].

L.V.: Sei lá!

Pedro: Professor! Paramos nesse ponto aqui! Primeiro pegamos esse ângulo aqui, calculei ele, tangente de cinquenta, cateto oposto dividido por cateto adjacente, aí cheguei aqui nessa equação [*mostra folha de rascunhos*].

P.: Certo!

Pedro: Aí depois eu peguei ele aqui todinho [*referindo-se ao triângulo ABC*], tangente de quarenta e cinco, cateto oposto sobre cateto adjacente, aí cheguei nessa outra equação aqui [*mostra folha de rascunhos*]. Aí agora eu vou igualar para encontrar o valor de "x", mas eu me enrolei aqui... como é que eu posso fazer?

P.: O que é que você tem aí? Você tem esta equação, "y" igual a um vírgula dois "x" e esta outra, "y" igual a vinte mais "x"... porque você não substitui?

Pedro: Como assim?

P.: Observe as duas equações! Você já tem o valor de "y", mesmo que seja em função de "x"!

Pedro: Ah é! Aí eu pego e substituo nessa outra!

P.: Isso! Faça para ver como fica! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

L.V.: Era assim que eu "tava" pensando!

Pedro: Eu estava esquecido! Assim... aí resolve "né"? Um vírgula dois "x" menos "x". "X" é como se fosse um, não é? [*referindo-se ao coeficiente*]

L.V.: É... aí, no caso, fica zero vírgula dois.

Pedro: Achamos o valor de “x”!

L.V.: Agora... “y”!

Pedro: Um vírgula dois vezes cem!

L.V.: Mil e duzentos! [*sem utilizar a calculadora*] Não... cento e vinte!

Pedro: Cento e vinte! Ele está pedindo a altura nesse aqui?

L.V.: “qual era a medida da altura do prédio?” é!

Pedro: É... que é “y”! Professor, conseguimos!

P.: Hum!... E a altura do teodolito, não conta não?

Pedro: Ah é! Aumenta mais um metro!

L.V.: Agora vamos fazer a dois! É a da água! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Problema 2

Pedro: Essa é fácil! “A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa d’água a cinquenta metros de distância. Sabemos que o ângulo formado pelas direções (caixa d’água - casa) e (casa - bomba) é de quarenta e cinco graus e que o ângulo formado pelas direções (bomba - caixa d’água) e (caixa d’água - casa) é de sessenta graus. Se pretendermos bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento serão necessários?” Vamos fazer um desenho!

L.V.: Um triângulo não é? Deixa eu ver... [*lê o problema*]

Pedro: Ele está pedindo a distância do poço até a casa!

L.V.: Não! Do ponto de captação!

Pedro: Cadê? “bombear água do mesmo ponto de captação até a casa” é... é mesmo!

L.V.: Ô trem pra dá trabalho!

Pedro: Professor! Aqui [*referindo-se ao problema nº 2*] ele pede a distância da bomba até a casa... aí a gente vai usar a lei dos senos, não é?

P.: Pode ser! [*o pesquisador se retira e deixa os alunos tentarem*]

Pedro: Vai ser... seno de “a” é quarenta e cinco não é? [*pergunta a L.V.*]

L.V.: É... vai ser cinquenta sobre o seno de quarenta e cinco...

Pedro: Faz aí... seno de sessenta!

L.V.: Zero vírgula oitenta e seis!

Pedro: Seno de quarenta e cinco agora!

L.V.: Zero vírgula setenta!

Pedro: Agora faz aí... cinquenta vezes zero vírgula setenta.

L.V.: Trinta e cinco!

Pedro: Agora... trinta e cinco dividido pra zero vírgula oitenta e seis!

L.V.: Quarenta meia nove!

Pedro: Quanto? Quarenta meia nove?

L.V.: É!

Problema 3

Pedro: Subtrai agora!

L.V.: Fala os números aí!

Pedro: Oito, sete, seis, cinco, quatro, três, dois, um; menos seis , um, dois, nove, zero, seis, sete, nove! Igual...

L.V.: Dois, seis, três, seis, três, seis, quatro, dois. Sessenta e três milhões, seiscentos e trinta e seis e seiscentos e quarenta e dois!

Pedro: Isso é a população!

L.V.: Terminamos!

ANEXO ÚNICO - ATIVIDADES UTILIZADAS NAS SESSÕES DE PESQUISA

Data: _____/_____/_____ Turma: ____________________________

Díade (Pseudônimos): ____

____

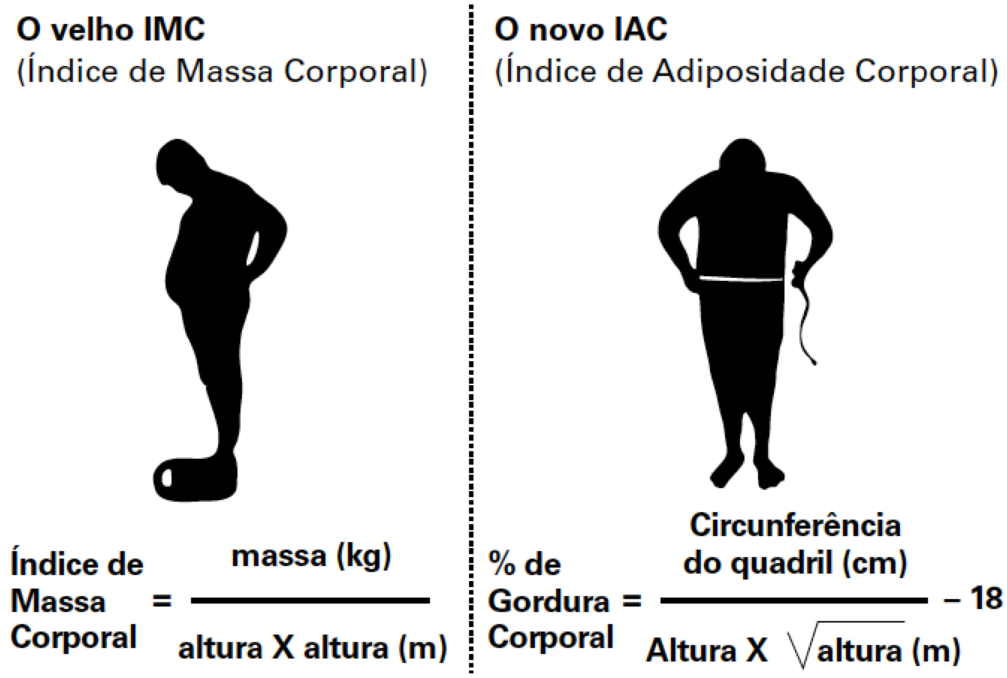
1ª Sessão de Resolução de Problemas (sem o uso da calculadora)

Orientações:

Estas atividades deverão ser resolvidas utilizando as estratégias desejadas, desde que não façam uso de instrumentos de apoio, em particular da calculadora.

Problema 1[43]:

O Índice de Massa Corporal (IMC) é uma medida do grau de obesidade de uma pessoa, mas pouco preciso sobre a acumulação de gordura nos tecidos (adiposidade), uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Com base em estudos populacionais o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) é uma alternativa mais fiel para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura abaixo mostra como calcular essas medidas.



Sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%, responda:

a) Uma mulher com 1,65m de altura, massa de 68 kg e 102 cm de circunferência nos quadris está dentro ou fora dos padrões normais?

b) Uma mulher adulta é considerada dentro dos padrões normais se seu IMC estiver entre 19 e 23. Considerando-se o Índice de Adiposidade, uma mulher que se encontra nesta faixa do IMC pode ser considerada dentro dos padrões normais de adiposidade?

[43] Adaptado de: **Proposta de atividades com a calculadora no ensino fundamental.** Mario André de Oliveira. Campina Grande, 2013. TCC/PROFMAT. Universidade Federal de Campina Grande, 048p.

Uma solução

1) a) $IGC = \frac{102}{1{,}65\cdot\sqrt{1{,}65}} - 18 \cong \frac{102}{1{,}65\cdot 1{,}28} - 18 \cong \frac{102}{2{,}112} - 18 \cong 30{,}3$

Portanto, a mulher está fora dos padrões normais.

b) Espera-se que o aluno perceba que, mesmo que se descubram possíveis medidas de massa e altura que satisfaçam o IMC dado, ainda ficaria faltando a circunferência do quadril, que poderia ser sugerida pelo aluno.

Problema 2[44]:

O salicilato de bismuto composto é um remédio capaz de neutralizar o excesso de acidez estomacal. Cada 5g do pó contém:

Componente	Qde presente (em g)
Sais componentes da água de Vichy	3,325
Salicilato de bismuto monobásico	0,175
Óxido de magnésio	0,200
Carbonato de cálcio	0,375
Carbonato de magnésio	0,310
Hidróxido de magnésio	0,250
Hidróxido de alumínio (gel a seco)	0,350
Atropa beladona em pó (em folhas)	0,015

Observando as quantidades dos componentes presentes na fórmula podemos afirmar que esta está correta? Justifique.

Uma solução

2) Espera-se que o aluno perceba que basta somar as quantidades (em gramas) dos componentes da fórmula e comparar com a massa do pó dada (5g).

3,325g + 0,175g + 0,200g + 0,375g + 0,310g + 0,250g + 0,350g + 0,015g = 5g. Logo, a fórmula está correta.

Problema 3[45]:

As estimativas populacionais têm fundamental importância para o cálculo de indicadores sócio demográficos nos períodos intercensitários, bem como alimentam as bases de informações de Ministérios e Secretarias Estaduais e Municipais da área social para a implementação de políticas públicas e a posterior avaliação de seus respectivos programas. Além disso, em cumprimento ao dispositivo constitucional, as estimativas da população constituem o principal parâmetro para a distribuição conduzida pelo Tribunal de Contas da União, das quotas relativas ao Fundo de Participação de Estados e Municípios.

[44] Adaptado de: **Proposta de atividades com a calculadora no ensino fundamental.** Mario André de Oliveira. Campina Grande, 2013. TCC/PROFMAT. Universidade Federal de Campina Grande, 048p.

[45] Adaptado de: **O Estudo de Logaritmo por Meio de uma Sequência de Ensino: A Engenharia Didática como Apoio Metodológico.** Ronize Lampert Ferreira; Eleni Bisognin – UNIFRA [s.l/s.d].

Segundo o IBGE, a população de certa cidade, no ano 2010 era de aproximadamente 35.000 habitantes e está crescendo a uma taxa média anual de 1,1%.
Pergunta-se:

a) Qual era a população estimada da cidade em 2011? Em 2013? Em 2015? Para 2016, 2018 e 2020 qual será a população estimada?
b) É possível estabelecer uma lei de formação para calcular a população da cidade em qualquer ano? Em caso afirmativo, descreva esta lei.
c) Quantos anos são necessários para a população da cidade duplicar?
d) Quando a população da cidade será de aproximadamente 50 mil habitantes?

Uma solução

3) a) Como o crescimento é da ordem de 1,1%, temos:
População de 2011 = $(1 + 0{,}011) \cdot$ pop. de 2010. Logo:

Ano	**Pop. estimada**
2011	$1{,}011 \cdot 35.000 = 35.385$
2013	$(1{,}011)^3 \cdot 35.000 \cong 36.168$
2015	$(1{,}011)^5 \cdot 35.000 \cong 36.968$
2016	$(1{,}011)^6 \cdot 35.000 \cong 37.374$
2018	$(1{,}011)^8 \cdot 35.000 \cong 38.201$
2020	$(1{,}011)^{10} \cdot 35.000 \cong 39.046$

b) Sim. Seja "t" a variável tempo (em anos), temos:

$P(t) = P_0 \cdot (1{,}011)^t \Rightarrow P(t) = 35.000 \cdot (1{,}011)^t$

c) $35.000 \cdot (1{,}011)^t = 70.000 \Rightarrow (1{,}011)^t = 2 \Rightarrow \log(1{,}011)^t = \log 2 \Rightarrow t \cdot (\log(1{,}011)) = \log 2$

$\Rightarrow t \cdot (0{,}0048) = 0{,}3010 \Rightarrow t = \frac{0{,}3010}{0{,}0048} \Rightarrow t \cong 63$. Logo, serão necessários aproximadamente 63 anos para a população da cidade dobrar.

d) $35.000 \cdot (1{,}011)^t = 50.000 \Rightarrow (1{,}011)^t = = \frac{10}{7} \Rightarrow \log(1{,}011)^t = \log = \frac{10}{7} \Rightarrow t \cdot (\log(1{,}011)) = \log 10 - \log 7 \Rightarrow$

$t \cdot (0{,}0048) = 1 - 0{,}845 \Rightarrow t = \frac{0{,}155}{0{,}0048} \Rightarrow t \cong 32$. Logo, a população da cidade será de 50.000 habitantes em aproximadamente 32 anos.

Data: _____/_____/_____ Turma: ____________________________

Díade (Pseudônimos): ____

____

2ª Sessão de Resolução de Problemas *(sem o uso da calculadora)*

Orientações:
Estas atividades deverão ser resolvidas utilizando as estratégias desejadas, desde que não façam uso de instrumentos de apoio, em particular da calculadora.

Problema 1[46]:

O valor de um certo automóvel (em reais) sofre uma depreciação de 10% ao ano. A função que representa o valor deste automóvel após “t” anos é dada por: $f(t) = 10000 \cdot (0{,}9)^t,\ 0 \le t \le 20$. Sabendo que a vida útil deste carro é de 20 anos, determine:

a) o valor deste carro hoje.
b) o valor deste carro após um ano e meio, 2, 3, 10 e 20 anos, respectivamente.
c) utilizando a função dada, tente calcular o valor de “t”, para que o valor do carro seja de 8.000 reais.
d) que dificuldades você encontrou para resolver este item?

Uma solução

1) a) $10.000 \cdot (0{,}9)^0 = 10.000$

b)

Tempo (em anos)	Valor do automóvel
1,5	$10.000 \cdot (0{,}9)^{1,5} \cong 8.538{,}00$
2	$10.000 \cdot (0{,}9)^2 \cong 8.100{,}00$
3	$10.000 \cdot (0{,}9)^3 \cong 7.290{,}00$
10	$10.000 \cdot (0{,}9)^{10} \cong 3.487{,}00$
20	$10.000 \cdot (0{,}9)^{20} \cong 1.216{,}00$

c) $10.000 \cdot (0{,}9)^t = 8.000 \Rightarrow (0{,}9)^t = 0{,}8 \Rightarrow \log(0{,}9)^t = \log(0{,}8) \Rightarrow t \cdot (\log(0{,}9)) = \log(0{,}8) \Rightarrow t \cdot (-0{,}0457) = -0{,}0969 \Rightarrow t = 2{,}12$ anos. Ou seja, em pouco mais de dois anos o valor do automóvel será de 8 mil reais.

d) Imaginamos que as principais dificuldades dos alunos serão (principalmente quando das três primeiras sessões – sem o uso da calculadora científica): calcular as potências, por serem entre números decimais; o uso dos logaritmos nas potências de bases distintas.

Problema 2[47]:

Um grupo de colecionadores de selos tem 2 018 selos. 13 desses colecionadores têm 86 selos cada um. Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?

---

[46] Adaptado de: **Uma Sequência de Ensino para a Introdução de Logaritmo: Estudo Exploratório Usando a Calculadora**. Monica Karrer e Sandra Magina, PUC/SP. [s.l/s.d].

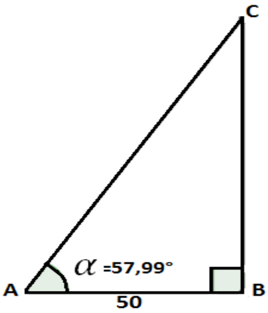
[47] Extraído de: **Obstáculos com os Números Inteiros e a Calculadora**. Janaina Cardoso da Silva. Monografia de Graduação. Campina Grande/PB. 2011. 54 f.

Uma solução

2) $13 \cdot 86 = 1.118 \Rightarrow 2.018 - 1.118 = 900$ (selos restantes). Como não sabe-se por quantos colecionadores deverão ser repartidos, pode-se trabalhar com a ideia de divisores (positivos de 900 que são em número de 27), assim, alguns casos possíveis são: 450 selos para cada, se forem dois colecionadores; 300 selos para cada, se forem três colecionadores; 225 selos para cada, se forem quatro colecionadores; e assim por diante.

Problema 3[48]:

Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura abaixo, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem, C representa um ponto na margem oposta do rio, e A e B duas estacas fincadas adequadamente na margem adjacente. A partir dos dados da figura, suponha que você seja esse engenheiro, e calcule a largura do rio.



Uma solução

3) Seja "x" a largura BC do rio, assim, temos: $tg\, 57{,}99° = \frac{x}{50} \Rightarrow 1{,}6 = \frac{x}{50} \Rightarrow x = 80$. Logo, a largura BC do rio é de 80m.

[48] Extraído de: **Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados**. Edmar Floriano Amaro. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2013. 55 f.

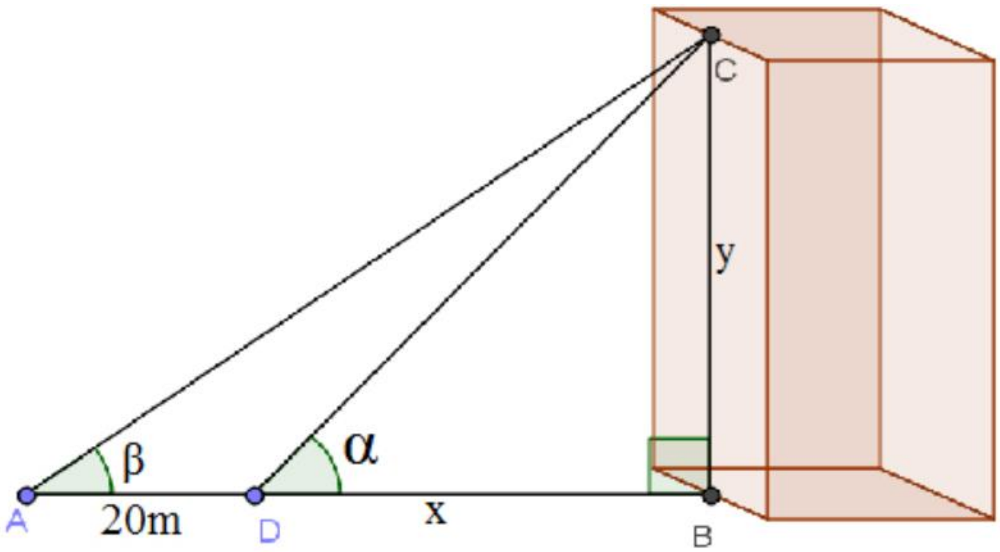
Data: _____/_____/_____ Turma: ________________________
Díade (Pseudônimos): ____
____

<u>*3ª Sessão de Resolução de Problemas* (sem o uso da calculadora)</u>

Orientações:
Estas atividades deverão ser resolvidas utilizando as estratégias desejadas, desde que não façam uso de instrumentos de apoio, em particular da calculadora.

Problema 1[49]:

Um edifício encontra-se em um terreno plano e cercado por um alambrado. Curiosa para saber a altura do edifício, uma pessoa, de posse de um teodolito e uma trena, usou a seguinte estratégia para calcular a referida altura, já que não queria atravessar o alambrado: a uma distância x da base do prédio, postou o teodolito a 1m de altura do chão, e, deste ponto observou o ângulo formado entre a horizontal e o topo do edifício; em seguida, afastou-se mais 20m em linha reta, e observou a medida do ângulo entre a horizontal e o topo do edifício (vide figura abaixo). Sabendo que as medidas dos ângulos verificados foram: $\alpha = 50°$ e $\beta = 45°$, qual era a medida da altura do prédio?



Uma solução

1) Tomemos, inicialmente, o triângulo DBC: $tg\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow tg50° = \frac{y}{x} \Rightarrow 1{,}19 = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{y}{1{,}19}$;
Agora, tomemos o triângulo ABC: $tg\beta = \frac{y}{x+20} \Rightarrow tg45° = \frac{y}{x+20} \Rightarrow 1 = \frac{y}{x+20} \Rightarrow x = y - 20$;
Por fim, tomemos o valo de "x" na primeira expressão e substituamos na segunda: $\frac{y}{1{,}19} = y - 20 \Rightarrow$

$1{,}19y - 23{,}8 = y \Rightarrow 0{,}19y = 23{,}8 \Rightarrow y \cong 125$. Como o teodolito está a um metro de altura do chão, a altura do prédio é de aproximadamente 126m.

---

[49] Extraído de: **Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados**. Edmar Floriano Amaro. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2013. 55 f.

Problema 2[50]:

A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa d'água a 50m de distância. Sabemos que o ângulo formado pelas direções (caixa d'água - casa) e (casa - bomba) é de 45° e que o ângulo formado pelas direções (bomba - caixa d'água) e (caixa d'água - casa) é de 60°. Se pretendermos bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento serão necessários?

> **Uma solução**
>
> 2) Uma solução: Seja "x" a distância Bomba-Casa: $\frac{50}{sen45°} = \frac{x}{sen60°} \Rightarrow \frac{50}{0,71} = \frac{x}{0,87} \Rightarrow x = \frac{43,5}{0,71} \cong 61,27$. Portanto, serão necessários, aproximadamente, 61,27 metros de cano.

Problema 3:

Minha calculadora tem visor com capacidade para digitar oito algarismos. Digitei nela o maior número possível, do qual subtraí o número de habitantes de certa cidade no ano de 2013, obtendo 61 290 679 como resultado. Qual é a população dessa cidade?

> **Uma solução**
>
> 3) 99.999.999 – 61.290.679 = 38.709.320. Ou seja, a população da cidade é de 38.709.320 habitantes.

[50] Extraído de: **Guia do Professor: Trigonometria na Ponte – Calculando distâncias indiretamente com a Lei dos Senos**. RIVED – Rede Interativa de Virtual de Educação. [s.l/s.d].