



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA
SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DA CIRCUNFERÊNCIA
E DO CÍRCULO**

CAMPINA GRANDE – PB
2016

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA
SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DA CIRCUNFERÊNCIA
E DO CÍRCULO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

Campina Grande – PB
2016

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586i Silva, Tony Regy Ferreira da.
Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de matemática [manuscrito] : o caso da circunferência e do círculo / Tony Regy Ferreira da Silva. - 2016.
133 p.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes, Pró-Reitoria de Pós-graduação e Pesquisa".

1. Contrato didático. 2. Guy Brousseau. 3. Situação didática. 4. Geometria. I. Título.

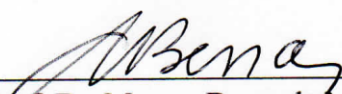
21. ed. CDD 516

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

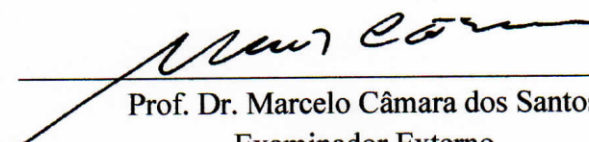
**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA
SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DA CIRCUNFERÊNCIA
E DO CÍRCULO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba, área de concentração em Educação Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

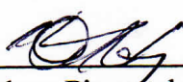
Aprovado em 18 de março de 2016



Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes
Orientador



Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos
Examinador Externo



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Examinador Interno

Dedico este trabalho...

*... a **Deus**, meu fiel protetor.*

*... aos meus pais, **Reginaldo Ferreira e Rosimar Gonçalves**, pelo amor, carinho e dedicação em todos os momentos.*

*... as minhas avós, **Maria José Gonçalves** (in memoriam) e **Inácia Soares** (in memoriam), que são meus exemplos de simplicidade e fé.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me proteger nos momentos difíceis e pela força para superar as dificuldades. Obrigado Deus, pela minha vida, pela minha saúde, pela minha família, pela paz e por tudo que o Senhor vem proporcionando ao longo da minha vida.

Ao meu orientador, Professor e amigo Marcus Bessa de Menezes, pelo incentivo sempre depositado, pela paciência, pela confiança e amizade construída nesses anos de convivência.

Ao Professor Marcelo Câmara dos Santos, pelas valiosas contribuições a nossa dissertação, desde a qualificação.

Ao Professor José Joelson Pimentel de Almeida, pelo incentivo, pela amizade, pelos conhecimentos aprendidos da graduação à pós-graduação.

À escola, ao Professor e aos alunos participantes desta pesquisa, que cederam sua sala de aula durante nossa investigação.

À coordenação, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

A meus amigos e colegas do Mestrado, que conviveram comigo nesses momentos de muita aprendizagem.

A minha família, em especial a minha mãe, Rosimar, a meu pai, Reginaldo, a meu irmão, Tales, a minha namorada, Amanda, pelo carinho, incentivo e amor de todos.

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo analisar os *efeitos* do Contrato Didático discutido por Guy Brousseau em uma sala de aula de matemática do Ensino Fundamental no conteúdo de geometria. Esse conceito, estudado pelo pesquisador, apresenta as cláusulas estabelecidas na relação didática, que na maioria das vezes são implícitas, elas regulam as expectativas, bem como o comportamento entre professor e aluno em relação ao saber visado. Assim, inicialmente, realizamos uma reflexão sobre as situações didáticas, buscamos discutir os conceitos do Contrato Didático, suas transgressões e renegociações, em seguida, focamos nossa discussão nos efeitos do Contrato Didático e depois apresentamos características do saber matemático, em nosso caso, circunferências e círculos. Para tanto, seguimos nossa metodologia, que teve a realização de observação das aulas, quando acompanhamos a abordagem de um professor de matemática com seus respectivos alunos diante do saber em jogo. Analisamos os dados coletados verificando a existência de efeitos do Contrato Didático. Através da nossa fundamentação teórica e dos dados coletados durante a realização da pesquisa, pudemos encontrar resultados que indicam a necessidade de reflexão sobre as relações estabelecidas no Contrato Didático e seus efeitos na sala de aula. Constatamos, ainda, que sua predominância se manteve diante das situações envolvendo a geometria. Identificamos elementos que nos comprovam o surgimento de efeitos a partir do cumprimento das regras de comportamento, regidas pelo Contrato Didático.

Palavras-chave: Contrato Didático, Efeitos do Contrato Didático, Situação Didática, Geometria.

RÉSUMÉ

Cette recherche visait à analyser les effets du contrat didactique discuté par Guy Brousseau dans une classe de mathématiques de l'école élémentaire de la teneur en géométrie. Ce concept, étudié par le chercheur, présente les clauses de la relation pédagogique, qui sont le plus souvent sous-entendus, ils régulent les attentes et les comportements entre l'enseignant et l'élève par rapport à connaître la cible. Donc, d'abord, nous avons mené une étude sur les situations d'enseignement, nous discutons des concepts de contrat didactique, leurs transgressions et renégociations, nous concentrons notre discussion sur les effets de contrat didactique et caractéristiques alors présents de la connaissance mathématique, dans notre cas, les cercles et cercles. Pour cela, nous suivons notre méthodologie, qui effectuait l'observation des classes, lorsque nous suivons l'approche d'un professeur de mathématiques avec leurs élèves sur les connaissances en jeu. Nous avons analysé les données recueillies en vérifiant l'existence d'effets du contrat didactique. Dans un second temps, nous avons analysé les données recueillies en vérifiant l'existence d'effets du contrat didactique. Grâce à notre base théorique et les données recueillies au cours de la recherche, nous avons trouvé de résultats qui indiquent la nécessité d'une réflexion sur les relations établies dans l'Accord didactique et ses effets dans la salle de classe. Nous notons également que sa prévalence est restée à des situations impliquant la géométrie. Nous identifions les éléments qui nous montrent l'apparition d'effets de la conformité avec les règles de comportement régies par le contrat didactique.

Mots-clés: contrat didactique, effets de didactique contrat, situation didactique, géométrie.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the effects of the Didactic Contract discussed by Guy Brousseau in a mathematics classroom of elementary school in the geometry content. This concept, studied by the researcher, presents the clauses in the teaching relationship, which most often are implied, they regulate the expectations and behavior between teacher and student in relation to know the target. So, initially, we conducted a study of the teaching situations, we discuss the concepts of didactical contract, their transgressions and renegotiations, then we focus our discussion on the Didactic Contract effects and then present characteristics of mathematical knowledge, in our case, circles and circles. For this, we follow our methodology, which was conducting observation of classes, when we follow the approach of a math teacher with their students on the knowledge at stake. We analyzed the data collected by checking the existence of effects of the didactical contract. Through our theoretical foundation and the data collected during the research, we find results that indicate the need for reflection on the relations established in the Didactic Agreement and its effects in the classroom. We note also that its prevalence remained to situations involving geometry. We identify elements that show us the emergence of effects from compliance with the rules of behavior governed by the Didactic Contract.

Keywords: Didactic Contract, Effects of Didactic Contract, Situation Didactic, Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Triângulo Didático	24
Figura 02 - Triângulo com as Relações Didáticas	25
Figura 03 - Círculo	43
Figura 04 - Elementos de um círculo	44
Figura 05 - Reta tangente ao círculo	45
Figura 06 - Cordas de ângulos centrais iguais	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Recorte de protocolo das aulas observadas.....	52
Quadro 02: Recorte de protocolo das aulas observadas.....	53
Quadro 03: Recorte de protocolo das aulas observadas.....	55
Quadro 04: Exemplo de interações realizadas entre professor e alunos.....	56
Quadro 05: Recorte de protocolo das aulas observadas.....	57
Quadro 06: Recorte de protocolo das aulas observadas.....	58
Quadro 07: Recorte de protocolo da aula 1.....	60
Quadro 08: Recorte de protocolo da aula 1.....	61
Quadro 09: Recorte de protocolo da aula 1.....	62
Quadro 10: Recorte de protocolo da aula 1.....	63
Quadro 11: Recorte de protocolo da aula 2.....	64
Quadro 12: Recorte de protocolo da aula 2.....	65
Quadro 13: Recorte de protocolo da aula 2.....	66
Quadro 14: Recorte de protocolo da aula 3.....	67

Quadro 15: Recorte de protocolo da aula 3.....	67
Quadro 16: Recorte de protocolo da aula 3.....	69
Quadro 17: Recorte de protocolo da aula 3.....	69
Quadro 18: Recorte de protocolo da aula 3.....	70
Quadro 19: Recorte de protocolo da aula 4.....	72
Quadro 20: Recorte de protocolo da aula 4.....	72
Quadro 21: Recorte de protocolo da aula 4.....	73
Quadro 22: Recorte de protocolo da aula 4.....	74
Quadro 23: Recorte de protocolo da aula 4.....	75
Quadro 24: Recorte de protocolo da aula 4.....	76
Quadro 25: Recorte de protocolo da aula 5.....	78
Quadro 26: Recorte de protocolo da aula 5.....	79
Quadro 27: Recorte de protocolo da aula 5.....	80
Quadro 28: Recorte de protocolo da aula 5.....	81

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1: JUSTIFICATIVA	18
1.2 OBJETIVOS	23
1.2.1 GERAL.....	23
1.2.2 ESPECÍFICOS	23
CAPÍTULO 2: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1 SITUAÇÕES DIDÁTICAS.....	24
2.2 CONTRATO DIDÁTICO.....	29
2.2.1 Ruptura e Renegociação	32
2.2.2 Contrato Pedagógico	33
2.3 EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO	35
2.3.1 Efeito Pigmalião.....	38
2.3.2 Efeito Topázio	39
2.3.3 Efeito Jourdain	40
2.3.4 Deslizamento Metacognitivo	41
2.3.5 Uso Abusivo de Analogia	41
2.4 O SABER MATEMÁTICO: CIRCUNFERÊNCIAS E CÍRCULOS.....	42
CAPÍTULO 3: METODOLOGIA	47
3.1 OBSERVAÇÃO DAS AULAS	48
CAPÍTULO 4: ANÁLISE	50
4.1 AS RELAÇÕES ESTABELECIDAS PELO CONTRATO DIDÁTICO NA SALA DE AULA.....	51
4.1.1 Situações envolvendo o conteúdo de Circunferências e Círculos.....	56
4.2 OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO ENCONTRADOS NAS AULAS	59
4.2.1 Primeira aula observada	59

4.2.2 Segunda aula observada.....	63
4.2.3 Terceira aula observada.....	66
4.2.4 Quarta aula observada.....	71
4.2.5 Quinta aula observada	76
CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89
ANEXOS.....	92
ANEXO 1: TRANSCRIÇÃO ANALÍTICA DAS AULAS	93
ANEXO 1.1: Transcrição da Primeira aula.....	94
ANEXO 1.2: Transcrição da Segunda aula	102
ANEXO 1.3: Transcrição da Terceira aula.....	107
ANEXO 1.4: Transcrição da Quarta aula.....	114
ANEXO 1.5: Transcrição da Quinta aula	120
ANEXO 2: LISTA DE EXERCÍCIO APLICADA DURANTE AS AULAS	127
ANEXO 3: REGISTRO DO CADERNO DE UM ALUNO DURANTE AS AULAS OBSERVADAS.....	129

INTRODUÇÃO

Fazendo uma reflexão sobre o ambiente escolar, especificamente, diante das relações existentes na sala de aula entre professor, aluno e saber, acreditamos que seria interessante mudar urgentemente a ideia do errado ou do impossível, principalmente nas abordagens conceituais da matemática, objetivando transformá-la em algo acessível e aplicável na vida das pessoas. Para tanto, o professor de matemática necessita de constantes reflexões sobre sua prática de sala de aula e sobre o contexto educacional e social, assim passando a considerar aspectos que podem influenciar o andamento do processo de ensino-aprendizagem.

Brousseau (1986) apresenta as *situações didáticas*, conceituando que a sala de aula é um ambiente propício a múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, aluno e saber, com a finalidade de concretizar um espaço interativo, podendo assim ser formados os momentos de aprendizagem através da prática pedagógica. Dessa forma, sobre essas relações didáticas desenvolvidas na sala de aula, Brousseau afirma que

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (BROUSSEAU, 1986, p. 8).

De acordo com Jonnaert (1996), no âmbito da relação didática existe uma problemática: as relações pessoais com os saberes. Seguindo essa ideia, destacamos que o saber que está em jogo representa um pilar fundamental para a sustentação da situação didática. Dessa forma, caso não seja levada em consideração tal problemática, as aulas de matemáticas podem estar atendendo a princípios pré-estabelecidos, seja através da sequência dos conteúdos proposta pelo livro didático seja pelo julgamento antecipado do contexto educacional em relação a sua desvalorização no decorrer dos anos.

O saber matemático investigado na nossa pesquisa foi o conteúdo de circunferências e círculos, pertencentes à área de geometria. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, essa área desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Nesse sentido, acreditamos que seja necessário refletirmos sobre o processo ensino-aprendizagem de conteúdos pertencentes à geometria, pois eles são essenciais para a formação matemática escolar do educando, como afirma Fainguelernt (1995):

O ensino da geometria não pode ser reduzido à mera aplicação de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem a preocupação da descoberta de caminhos para a sua demonstração, como também para a dedução de suas fórmulas (p. 46)

Ainda sobre essa perspectiva, vale ressaltar que os conteúdos pertencentes à área da geometria costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, conforme Lorenzato (1995), sem os estudos dessa importante área da matemática, o pensamento geométrico do aluno, bem como seu raciocínio visual, podem ficar comprometidos, uma vez que ele terá dificuldades para solucionar as situações de vida que forem geometrizadas, além de perder parte da leitura interpretativa do mundo.

Percebemos através dessas ideias sobre geometria que o conteúdo de circunferências e círculos oferece conceitos matemáticos que mantêm um forte elo com o nosso dia-a-dia, através de construções mentais que podem ser identificadas e desenvolvidas em diferentes ambientes, ou seja, dentro e fora da escola, como, por exemplo, no formato mental de vários objetos, inclusive nas grandes construções.

Assim sendo, esse conteúdo específico pertencente à geometria pode promover uma interação entre a matemática e a realidade, fazendo com que tanto os professores quanto os alunos possam desenvolver um olhar matemático para as coisas ao seu redor. Porém, mesmo diante dessas importantes contribuições promovidas pela geometria, é possível observar que nossos alunos ainda podem apresentar enormes dificuldades em explorar esse importante saber matemático.

Diante desses relevantes fatores apresentados, nossa pesquisa tem como objetivo principal identificar aspectos que possam caracterizar os efeitos do Contrato Didático no trabalho realizado pelo professor de matemática com o conteúdo de circunferência e círculos, pertencente à área da geometria.

Assim, apresentamos agora algumas questões que irão nortear nosso trabalho. De que forma se estabelece e quais as principais características do contrato didático realizado em sala de aula? Quais situações envolvendo a geometria, especificamente, o conteúdo de circunferências e círculos, podem ocorrer na sala de aula? Quais os efeitos do contrato didático encontrados na sala de aula e suas possíveis consequências?

Deste modo, começaremos apresentando a nossa justificativa, a partir da qual iremos fazer uma breve reflexão sobre o contrato didático e seus efeitos presentes na situação didática. Assim sendo, tentaremos apontar que a participação dos elementos humanos (professor e alunos) em relação ao saber que está em jogo está condicionada às cláusulas estabelecidas que, aparentemente, já são esperadas entre eles.

Nosso trabalho de investigação terá a sustentação teórica dos estudos apresentados por Guy Brousseau sobre o Contrato Didático. Ainda sobre essas ideias, o pesquisador afirma que

Chama-se Contrato Didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor [...]. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, por uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar contas perante o outro (BROUSSEAU, 1986, p. 61).

Desta forma, as regras existentes entre professor e alunos visando ao saber normalmente não são externalizadas, no entanto, poderão aparecer no momento em que existir uma *ruptura do contrato* de ambos ou de um dos envolvidos. Além disso, em geral, quando o contrato é rompido, pode ser em parte explicitado, para assim ser renegociado e estabelecido um novo acordo.

Além disso, acreditamos que seja fundamental investigarmos em nossa pesquisa a existência de certos *efeitos* que podem ser produzidos a partir do estabelecimento do contrato didático encontrado na sala de aula. Tais efeitos podem promover a criação de situações que tendem a dificultar o processo de ensino-aprendizagem, sendo assim aspectos de extrema relevância a serem observados.

Nessa perspectiva, de acordo com Silva (1999), podemos encontrar casos no processo de ensino-aprendizagem em que o objetivo fundamental do professor seria tentar facilitar o caminho dos seus alunos, para assim conseguirem chegar às respostas corretas, diante de um saber que está em jogo. Para o pesquisador, essas características de efeitos surgem a partir do contrato didático vigente.

Assim sendo, analisaremos o Contrato Didático sob o olhar do surgimento dos seus efeitos ligados aos fenômenos didáticos verificados em sala de aula, os quais Brousseau (1986) chama de *efeitos didáticos ou efeitos do Contrato didático*, porque acreditamos que este estudo pode apresentar contribuições fundamentais para refletirmos sobre o processo de ensino-aprendizagem.

Como sujeitos participantes do nosso trabalho, selecionamos um professor de matemática e seus alunos da turma do 8º ano, no turno da tarde, do Ensino Fundamental de uma Escola Pública da rede Municipal na cidade de Sumé, estado da Paraíba.

Essa escola onde a pesquisa foi realizada fica localizada no centro da cidade e oferece as modalidades de Ensino Fundamental regular diurno e a Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturno, atendendo a alunos que moram em diferentes locais da cidade, Zona Urbana e Zona Rural. Ela é composta de 12 salas de aula, laboratório de informática, biblioteca, sala dos professores, secretaria, diretoria, cozinha, quadra esportiva coberta, dois sanitários e o pátio.

A escolha da escola se justifica pelo fato de ela enfrentar dificuldades, como qualquer outra da rede pública, porque recentemente passou a oferecer a modalidade de Ensino Fundamental, e também por termos fácil acesso a ela, já que temos residência no Município no qual a Escola está inserida e por encontrarmos através dela a série que pretendíamos pesquisar, sendo também oferecidos materiais de apoio para subsidiar a construção da nossa pesquisa, como informações sobre seu funcionamento, consulta aos livros didáticos utilizados pelos seus docentes, dentre outros.

Acompanhamos o professor em sala de aula e a sua abordagem completa do conteúdo de circunferências e círculos, a partir da apresentação inicial do assunto novo, passando pelo desenvolvimento pedagógico adotado, aplicação de atividades até o encerramento do trabalho docente envolvendo o saber matemático visado. Para isso, diante do ambiente escolar, observamos um total de cinco aulas.

Para realizar nossa pesquisa utilizamos a *videografia*. Esse recurso nos ajudou a observar detalhes, posturas e manifestações presentes na sala de aula, porque retornamos às aulas sempre que necessário para verificar os fenômenos didáticos que ocorreram durante o desenvolvimento do nosso estudo. Assim sendo, buscamos com nosso trabalho retratar da forma mais transparente possível a realidade escolar, especificamente, o ambiente da sala de aula.

Durante a realização da nossa pesquisa tivemos um momento fundamental na construção dos dados, no qual realizamos as observações das aulas de matemática.

Nesta etapa, fizemos observações em sala de aula, através de acompanhamento das aulas do professor na abordagem realizada do conteúdo de circunferências e círculos. Nosso recurso para o levantamento dos dados foi a *videografia*, assim, todas as aulas foram filmadas com o auxílio de uma câmera de vídeo.

Por fim, buscamos fazer a análise dos dados coletados na nossa pesquisa. Tomando como base as seguintes temáticas: As relações estabelecidas pelo contrato didático na sala de aula; as situações envolvendo o conteúdo de circunferências e círculos; investigar os efeitos didáticos refletindo sobre suas consequências.

1. JUSTIFICATIVA

Objetivando a realização deste trabalho, observamos, através de pesquisadores como Lorenzato (1995), Câmara dos Santos (2001) e Fainguelernt (1995), que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo da matemática no Ensino Fundamental, porque através de suas importantes contribuições a matemática pode promover ao aluno uma visão do mundo em que vive, desenvolvendo uma percepção de representação que facilita seu entendimento e sua comunicação.

Assim sendo, podemos observar que através dos estudos voltados para geometria, no Ensino Fundamental, o educando começa verificar que ela pode estar presente em praticamente toda parte. Dessa forma os conceitos geométricos podem ajudar o aluno, de forma significativa, a desenvolver novos olhares matemáticos durante seu processo construtivo de aprendizagem. Neste sentido, Lorenzato (1995, p.7) cita que

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz.

Desta forma, acreditamos que o ensino da geometria pode proporcionar um relevante ambiente para a construção de conhecimento dos alunos. Além disso, seria interessante que as pessoas, ao longo de suas trajetórias escolares, tivessem a oportunidade de desenvolver a capacidade de observação das representações geométricas da realidade em sua volta, buscando ampliar pensamentos, descrevendo e organizando ideias construídas inicialmente na sala de aula, ultrapassando seus limites.

Nessa perspectiva, sobre a importância de refletirmos sobre o processo de ensino-aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental, Lorenzato enfatiza que

Os estudos Geométricos da 5ª à 8ª série devem favorecer as oportunidades para que os alunos realizem suas primeiras explorações de modo sistemático. É nessa fase que as primeiras deduções lógicas são construídas; os resultados e os processos devem ser discutidos, embora sem a preocupação com sua formalização. O vocabulário próprio da Geometria também deve ser empregado corretamente, com vistas ao domínio das definições e das propriedades. Longe de valorizar a memorização ou a evocação de definições, enunciados, demonstrações ou fórmulas, o objetivo é o processo pelo qual se chega ao resultado visando à compreensão e ao significado (LORENZATO, 1995, p.10).

Além disso, vale ressaltar que o autor também recomenda a exploração informal da geometria, por acreditar que o Ensino Fundamental representa uma fase escolar adequada e necessária para oferecer ao educando oportunidades de participar de situações que envolvam atividades de comparação, classificação, medição, representação, construção, transformação, entre outros.

Para Fainguelernt (1995), a geometria é um tema integrador entre as diversas partes da matemática, bem como um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Assim sendo, através do ensino da geometria o aluno consegue ter um acesso mais claro sobre os conceitos, as propriedades e as aplicações matemáticas. Contudo, a geometria pode contribuir fundamentalmente para promover o desenvolvimento intelectual do educando, segundo sugere Fainguelernt (1995, p. 46):

A geometria oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização.

Assim sendo, torna-se bastante proveitosa a realização de pesquisas que busquem investigar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, levando em consideração as características do saber que está em jogo, aproveitando cada momento (nível) escolar vivenciado pelo educando. No entanto, apesar dessas contribuições fundamentais que a geometria pode oferecer no decorrer do processo educacional dos alunos, já existiu uma enorme carência nos estudos desta importante área da matemática, segundo fica claro nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações (BRASIL, 1998, pg. 122).

Destacamos também que os conteúdos de geometria costumavam ser contemplados, em grande parte, apenas no final do livro didático, de modo que, ao ser seguida rigorosamente pelo professor, essa ordem geralmente tenderia a prejudicar o desenvolvimento de tais conteúdos e, conseqüentemente, desvalorizar a importância dessa área de conhecimento. Considerando-se que uma possível valorização dos livros didáticos utilizados pelos

professores pode sempre influenciar de maneira direta ou indireta na abordagem da geometria no ensino escolar, observe-se o que afirma Câmara dos Santos (2001):

Nessas condições, a geometria não encontra seu lugar dentro do ensino de matemática senão na forma de uma espécie de "apêndice curricular", apresentado de modo fortemente fragmentado relegado à condição de último capítulo do livro, aquele que, coincidentemente, não encontra tempo de ser visto durante o ano escolar. (CÂMARA DOS SANTOS, 2001, P. 27)

Por outro lado, no cenário educacional atual os livros didáticos vêm passando por um processo de adaptação e atualização das suas propostas de abordagem dos conteúdos matemáticos; nesse sentido, acreditamos que através da realização de pesquisas acadêmicas na área da geometria o sistema educacional e suas instituições podem receber contribuições significativas para buscar atender às expectativas e carências do educando em relação a essa importante área de conhecimento.

Além disso, destacamos também que os trabalhos com a geometria no Ensino Fundamental podem ser considerados altamente relevantes para a formação discente, apresentando um amplo campo da matemática que pode favorecer de forma fundamental para o desenvolvimento intelectual e social do educando. De acordo com Lorenzato (1995), o ensino da geometria pode promover uma construção significativa do conhecimento matemático, buscando fortalecer as formas do pensar geométrico do aluno. Assim sendo, o pesquisador afirma que

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar a Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano (LORENZATO, 1995, p.5).

Portanto, refletiremos sobre os fenômenos didáticos encontrados na sala de aula através da geometria, buscando analisar nesta pesquisa o saber matemático através do conteúdo de circunferências e círculos, pertencente a esta importante área de conhecimento.

A participação da escola enquanto formadora é necessária e determinante para tentar acompanhar as modificações sociais de maneira mais decisiva e conjunta, com empenho e conscientização de todos os envolvidos. Deste modo, as concepções e crenças de sala de aula podem assumir um papel cada vez mais significativo nas constantes reflexões sobre o

processo de ensino-aprendizagem, bem como nas consequências que podem ocorrer fora da sala de aula.

Nesse sentido, as *situações didáticas* descritas por Brousseau (1986) refletem sobre a sala de aula funcionando como um local onde são estabelecidas as conexões entre professor, aluno e saber, promovendo assim momentos interativos que podem ser significativos no processo de construção da aprendizagem dos alunos. Assim sendo, o professor vivencia a situação didática assumindo diferentes posturas, buscando elevar as participações dos alunos, estimulando o surgimento de posturas ativas do educando no processo de ensino-aprendizagem.

A esse tipo de participação do educando, Brousseau (1986) chama de *situações adidáticas*. Segundo ele, tais situações são apresentadas naqueles momentos em que o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar, por ele mesmo, o conhecimento que está construindo. Dessa forma, é importante destacar que esses momentos adidáticos que podem ocorrer na sala de aula são bastante produtivos tanto do ponto de vista individual (cognitivo) quanto do coletivo (social).

Por outro lado, a participação dos elementos humanos (professor e alunos) presentes na situação didática é condicionada a regras, que na maioria das vezes são implícitas, podendo influenciar direta ou indiretamente suas atitudes diante do saber que está em jogo, tornando-se necessária a identificação da existência do contrato didático e suas possíveis consequências.

De acordo com Brousseau (1986), o *contrato didático* é definido como um conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno, e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Ele também afirma que o contrato determina o que cada elemento da relação didática deverá fazer e que será, de uma maneira ou de outra, válido para o outro elemento. No entanto, o conjunto das regras pertencentes ao contrato didático em grande parte funciona implicitamente, destacamos também, que o saber é fundamental nessas relações.

Desta forma, em relação aos fenômenos didáticos que podem ser observados em sala de aula, Brousseau (1986) propõe que o contrato didático é a “regra do jogo e a estratégia da situação didática”. Assim sendo, durante o processo de ensino-aprendizagem, especificamente no decorrer das aulas, é provável a existência de influências significativas do contrato didático vigente, uma vez que o cumprimento de suas regras pode ser o elemento responsável pelo gerenciamento da situação didática.

Seguindo a sustentação dos estudos de Brousseau (1986), no que diz respeito a *efeitos didáticos ou efeitos do contrato didático*, é possível observar que os efeitos estão ligados aos

fenômenos didáticos existentes na sala de aula. Ainda sobre efeitos do contrato didático, Brito Menezes (2006) afirma o seguinte:

Uma vez que o contrato didático envolve elementos humanos (professor e aluno) e que esses elementos trazem consigo toda sua subjetividade, bem como envolve também experiências vividas em outros contratos, entendemos que há certos *efeitos* que podem ser produzidos a partir do estabelecimento do contrato didático. Esses efeitos culminam por criar situações que podem dificultar o processo de ensino-aprendizagem, e são aspectos de extrema relevância a serem observados, quando do estudo desse fenômeno didático (BRITO MENEZES, 2006, p. 58).

Neste sentido, em nosso trabalho serão analisados os efeitos do contrato didático a partir das aulas observadas, por acreditarmos que através deles poderemos refletir melhor sobre o processo de ensino-aprendizagem encontrado na sala de aula. Assim, julgamos necessário identificar, com a nossa investigação, quais mecanismos o professor utiliza para manter ou renegociar o contrato didático durante as aulas de matemática, analisando também quando os efeitos do contrato didático podem se transformar em dificuldades para a aprendizagem dos alunos.

A superação dos efeitos de um contrato didático mal colocado ou mal entendido depende tanto do professor como do aluno durante suas participações no processo de ensino-aprendizagem. Desse modo, outro elemento que consideramos relevante para composição da nossa pesquisa será analisar as situações envolvendo o saber que está em jogo na relação didática existente, observando como é realizada a comunicação entre os sujeitos participantes nas aulas de matemática.

Assim sendo, através desta pesquisa buscaremos verificar a participação de todos os envolvidos na relação didática (professor – aluno – saber), visando identificar e discutir os fenômenos didáticos, as regras de contrato didático e seus efeitos, pois com a exploração dessas ideias estamos disponibilizando futuramente aos professores de matemática uma proposta de reflexão sobre suas práticas de sala de aula.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 GERAL

- Identificar aspectos que caracterizam os efeitos do Contrato Didático no trabalho com circunferência e círculos em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de matemática.

1.2.2 ESPECÍFICOS

- Identificar regras, que podem ser implícitas ou explícitas, do Contrato Didático entre professor e alunos;
- Analisar as Situações Didáticas existentes observando como são realizadas as relações entre professor, aluno e o saber nas aulas de matemática;
- Analisar situações envolvendo a Geometria através do conteúdo de Circunferências e Círculos;
- Identificar que mecanismos o professor utiliza para manter o Contrato Didático vigente na sala de aula;
- Identificar alguns efeitos do Contrato Didático estabelecido nas aulas analisadas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Na sala de aula, é possível encontrar diversos acontecimentos que direcionam possíveis formas de comunicações entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. No entanto, apenas em momentos especiais da prática pedagógica pode ser estabelecida uma ligação entre o professor e seus alunos, com o conteúdo específico, para assim realizar as situações didáticas.

De acordo com os estudos descritos por Brousseau (1986), sobre as *situações didáticas*, a sala de aula é um ambiente propício a múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, aluno e saber, com a finalidade de concretizar um espaço interativo, podendo assim promover uma maior aquisição do conhecimento. Assim, podemos sistematizar essa ideia envolvendo os três pilares da situação didática através da seguinte figura:

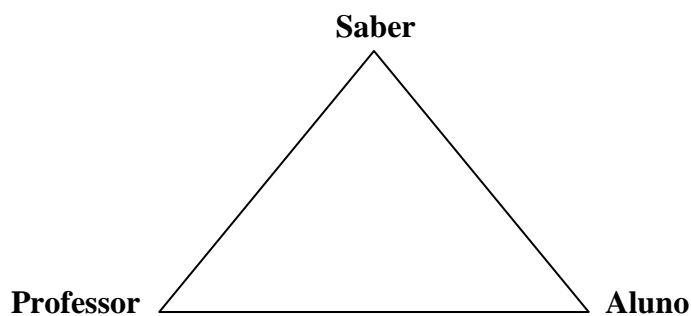


Figura 1 – Triângulo Didático

Em relação ao triângulo didático representado acima, Jonnaert (1994) afirma que não seria interessante imaginar uma abordagem simplificada das regras que organizam as relações estabelecidas, pois nenhum dos três polos do triângulo pode ser isolado dos outros dois em uma análise pertinente do funcionamento didático.

No sentido de desenvolver um modelo sobre a teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1996), propõe a relação didática tomada no sentido mais estreito, ou seja, através da representação do triângulo didático, que comporta os três elementos da relação ternária (o

professor, o aluno e o saber) que são considerados partes constitutivas dessa relação dinâmica e complexa.

Assim, seguindo a ideia representada através do triângulo didático, é importante destacar o papel da relação didática, pois é através dela que pode se levar em consideração as interações entre professor e alunos (elementos humanos), visando ao saber que está em jogo (elemento não-humano). Portanto, com a relação didática fica possível determinar a forma como tais relações irão se estabelecer.

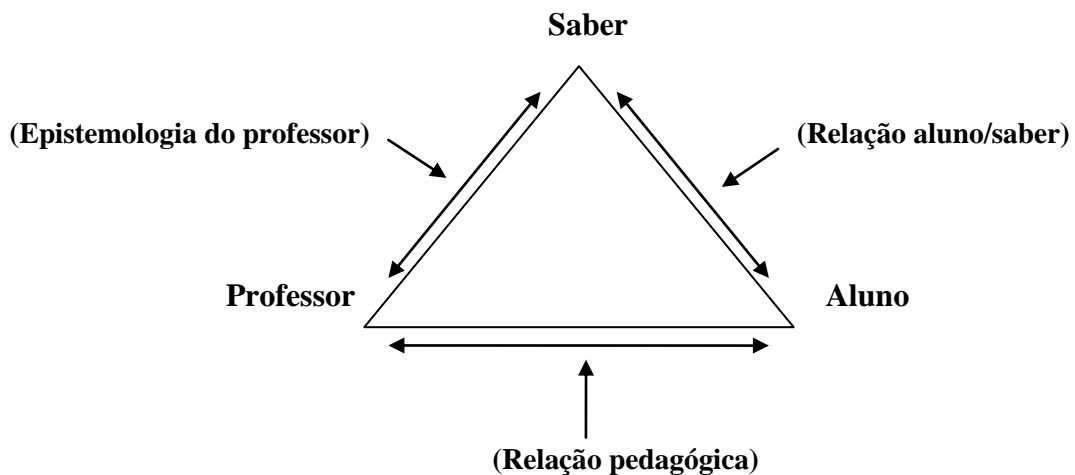


Figura 2 – Triângulo com as Relações Didáticas

Nesta perspectiva, segundo Brousseau (1986), interpreta-se a relação didática como uma comunicação de informações, de modo que a atividade do professor não pode restringir-se apenas à comunicação de um saber. Ao iniciar um processo de ensino-aprendizagem, dois protagonistas merecem destaque, de um lado temos o professor sendo o mediador principal, responsável pela apresentação-exploração de uma situação problema, do outro lado o aluno, que nesse caso estaria diante de um cenário propício, com tendência a aceitar o desafio da resolução do problema, então esse processo dinâmico de interação poderia ser desafiador para a busca de um novo saber. Jonnaert (1996) coloca que no âmbito da relação didática existe uma problemática: as relações pessoais com os saberes.

Neste sentido, Brousseau (1986) afirma que

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte,

reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos (BROUSSEAU, 1986, p. 8).

Seguindo essas ideias apresentadas por Brousseau, a participação do professor em sala de aula, com sua atuação metodológica em que se apresenta a estruturação de uma sequência didática, pode contribuir para um ganho significativo em relação à aquisição de conhecimento do aluno, de modo que o educando consiga interiorizar os conteúdos. Desta forma, com essa ligação entre os envolvidos, as situações didáticas poderiam ser concretizadas.

O *sistema didático* composto pelos elementos fundamentais das situações didáticas (professor, aluno e saber), também recebe influências significativas de outros elementos como objetivos, métodos, recursos didáticos, dentre outros. Desta forma, no contexto educacional, o professor tem o importante desafio de promover transformações formativas através do saber científico. Além disso, o conjunto dos sistemas didáticos está inserido em uma mesma instituição que carrega a função de coordená-lo, esta instituição pode ser chamada de sistema de ensino.

Por outro lado, em relação à prática docente, os momentos de aprendizagem, através das interações realizadas em sala de aula, não se baseiam apenas em situações totalmente controláveis pelo professor, no sentido de que apenas esse tipo de postura adotada por ele pode servir para ensinar algo, até porque diante de um contexto contemporâneo, em relação às atividades exercidas por professor e alunos (inseridos no sistema educacional), os estudos tendem a cercar as características do educando.

Nesta perspectiva, Brousseau (1996) destaca que na busca pela aprendizagem, o aluno deve desenvolver um papel ativo diante de uma situação proposta. Assim, nesse tipo de situação, Brousseau propõe que “a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não deve ser a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem” (1996, p. 49).

Assim, o professor pode mediar situações participando de forma indireta, porém com toda a importância fundamental que ele carrega visando ampliar o processo de aprendizagem dos seus alunos. Portanto, uma situação seria um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado, nela estariam reunidas as motivações ou circunstâncias nas quais uma pessoa se encontra e as relações que a unem ao *milieu*.

Neste modo de participação pode ocorrer um desequilíbrio que objetiva conduzir o aluno a buscar modificações na estratégia inicial através de acomodações em seu sistema de conhecimentos. Assim sendo, essas modificações podem ser provocadas a partir da situação

proposta, que podem ser o fator diferencial para aquisição de uma aprendizagem cada vez mais significativa.

De acordo com Brousseau (1996) o *milieu* deve possibilitar a interação autônoma do aluno em relação às situações em que interage e em relação ao professor. Além disso, o *milieu* deve ser organizado para a aprendizagem numa interação feita de desequilíbrios, assimilações e acomodações, permitindo ao aluno a reflexão sobre suas ações e retroações, impondo restrições através de regras que devem ser respeitadas.

Para um professor ensinar um conhecimento, podendo assim controlar a aquisição do aluno a esse conhecimento, Brousseau (1986), afirma que um *milieu* material deve ser colocado em ação. Nessa perspectiva apresentada pelo pesquisador, um *milieu* material pode ser entendido como um problema, uma prova, peças de um jogo, ou em forma realmente de um jogo. Nesse caso do jogo, por exemplo, envolvendo as regras de interações do aprendiz com aquele dispositivo.

Desta forma, durante o jogo, as ações planejadas e conseqüentemente realizadas devem visar sempre à procura de caminhos para chegar ao resultado, o seu funcionamento fica condicionado a regras que podem ser preestabelecidas, para que seja possível obter sucesso.

Então, é preciso que algum dispositivo seja acionado para ajudar o participante no decorrer das situações propostas, a cada momento em que um problema é colocado para ser resolvido. Portanto, Segundo Brousseau (1996), o termo *milieu* indica um sistema antagonista, sem intenção didática explícita e exterior ao aluno, ou seja, um subsistema autônomo, antagônico ao sujeito.

Brousseau (1986) define a noção de *situação adidática* afirmando que tal ocorre quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar, por ele mesmo, o conhecimento que está construindo. Neste novo cenário, o aluno assume uma participação ativa na construção de conhecimentos, ao mesmo tempo tornando-se cada vez mais independente na forma de pensar, deduzir, e na tomada de decisões. Assim, na prática pedagógica, deve haver sempre que possível a valorização dos momentos adidáticos.

Nesta perspectiva, para Brousseau (1986), a situação adidática é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem. Além disso, vale destacar que o professor deve expressar sempre a intenção de orientá-lo no encaminhamento da resolução de um momento adidático, ou seja, está sempre buscando a caracterização da situação didática.

Desta maneira, observamos que o saber matemático pode ser explorado através de diferentes concepções e procedimentos de ensino, em que o professor permite ao aluno trilhar os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção didática, oferecendo somente o papel de mediador. Assim, acreditamos ser relevante analisar os diferentes tipos de situações didáticas, segundo a tipologia de situações didáticas de Brousseau.

A *situação didática de ação* é aquela em que o aluno desenvolve o aspecto experimental, realizando procedimentos imediatos e na maioria das vezes intuitivos, deixando menos destaque para a teoria envolvida. Nela o aluno reflete e simula tentativa, ao eleger um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o milieu, tomando as decisões que faltam para organizar a resolução do problema.

Já no momento em que o aluno passa a utilizar algum esquema ou procedimentos de natureza teórica, diante de uma resolução de algum problema, essa situação didática é chamada de *situação de formulação*, é através dela que o aluno formula uma estratégia de solução e parte para justificar seu ponto de vista.

Assim sendo, na situação didática de formulação pode ocorrer troca de informação entre o aluno e o milieu, sem necessariamente aderir ao uso explícito de linguagem matemática formal, pelo contrário, com a utilização de uma linguagem mais adequada à sua expectativa e assim se mostrando mais flexível, possibilitando que os alunos possam modificar visando a um melhor entendimento. Isso pode gerar, durante a situação, a criação de termos novos, o uso de metáforas, a falta de pertinência e de eficácia na mensagem, dentre outros.

Para atender às necessidades teóricas, características fundamentais do saber matemático, as *situações didáticas de validação* funcionam como momentos de verificação e comprovação da eficácia da sua estratégia. Nessas situações os alunos externam, na sala de aula, seus conhecimentos construídos, por meio de elaboração, afirmações e justificativas em relação ao saber.

Na situação didática de validação, os alunos tentam convencer outros sujeitos participantes de que suas afirmações são verdadeiras; nesse momento, eles tendem a utilizar uma linguagem matemática apropriada, ou seja, uma linguagem formal através de demonstrações matemáticas.

Por fim, vale ressaltar que as *situações de institucionalização* inicialmente não estavam previstas nos estudos de Brousseau, no entanto, elas entraram depois na teoria das situações didáticas, por conta de Régine Douady. Na noção da dialética ferramenta-objeto

apresentada por Douady (1986), a teoria estudada carrega sua ênfase em situações-problema, assim incorporando em seu estudo duas etapas de institucionalização.

Então, com as situações de institucionalização a teoria caminha para uma perspectiva mais abrangente, em que se objetiva universalizar o conhecimento estudado pelo aluno, fazendo a passagem do subjetivo (individual, particular) ao objetivo (social), buscando, através deste percurso, atingir dimensões históricas e culturais do saber científico. Nesse momento o professor retoma a parte da responsabilidade que tinha sido cedida aos alunos, para conferir e confirmar a produção do saber ou para retificar algumas produções dos alunos, para assim definir os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização. Portanto, neste último momento fica definido que o papel explícito do professor pode ser manifestado, pois é na institucionalização que o objeto é oferecido de forma clara ao aluno.

2.2. CONTRATO DIDÁTICO

Em uma sala de aula a relação professor-aluno apresenta grande importância na aquisição e construção de novos conhecimentos. Por outro lado, essa relação também pode influenciar no desinteresse ou gerar enormes dificuldades para a aprendizagem dos alunos. Nesse ambiente em busca do saber, o Contrato Didático pode assumir um papel de destaque no processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, em relação às situações presentes na escola, Brousseau afirma que

Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso a essa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático (BROUSSEAU, 1980, p. 127).

Para Brousseau, esse sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. O que interessa nessa relação é o contrato didático, isto é, a parte do contrato que é específica ao conteúdo: O conhecimento matemático visado. Nesse sentido, o conceito de contrato didático se estabelece quando a relação professor-aluno mantém um vínculo com o saber matemático, sendo assim representado o terceiro elemento da tríade.

Esses comportamentos estabelecidos de forma contratual regulam o funcionamento da aula, fazendo com que as relações entre professor, aluno e saber, fiquem coordenadas, ou seja, procurando definir explicita ou implicitamente os papéis de cada um, diante de um processo de ensino-aprendizagem.

Portanto, buscando deixar mais claro o conceito de contrato didático, recorremos a Brousseau (1998), que o define da seguinte forma:

Uma relação que determina explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo, implicitamente, o que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e à qual ele será de uma maneira ou de outra, responsável, diante do outro (BROUSSEAU, 1998, p. 61).

As regras do contrato didático, que na maioria das vezes são implícitas, podem ser rompidas por um dos elementos humanos, ou seja, o professor ou os alunos. Assim sendo, é possível que após uma ruptura por um dos elementos envolvidos, as cláusulas do contrato podem ser externalizadas, e em seguida renegociadas. Portanto, pode ser possível observar uma situação de ensino por meio das relações que envolvem os três polos fundamentais da situação didática.

De acordo com as ideias de Jonnaert (1994), o contrato didático exige de cada um dos pares a elaboração de uma zona de encontro entre eles, com isso objetivando criar um espaço de diálogo. Além disso, esse pesquisador afirma que o contrato didático se trata de um sistema fechado e imutável: “não podem as regras ser modificadas no curso da execução do contrato”, por se tratar de uma negociação realizada entre os participantes envolvidos, com isso gerando uma notável aceitação para o cumprimento de tarefas, e sendo regidas também formas de comportamento em meio a elas, existindo assim a possibilidade de punição caso uma das partes quebre o acordo estabelecido. Portanto, segundo ele, o contrato é um acordo entre parceiros, e as cláusulas do mesmo necessitam ser explicitadas da forma mais clara e precisa possível.

A partir dos estudos de Jonnaert (1994) destacaremos alguns importantes elementos presentes no contrato didático: a ideia de divisão de responsabilidades; a consideração do implícito; a relação com o saber.

- *A ideia da divisão das responsabilidades:* A relação didática não está sob o controle exclusivo do professor, ou seja, a responsabilidade do aluno é levada em consideração, assim ele deverá aceitar seu ofício de aluno para saber aprender. Esta ideia da divisão

das responsabilidades é importante para compreender nosso propósito relativo à devolução didática.

- *A consideração do implícito:* A relação didática funciona tanto, senão mais, sob o “não dito” que sob as regras formuladas explicitamente. O contrato didático se inquieta desses “não ditos” muito mais, de maneira que se dá um valor também importante, tão ou mais que as regras formuladas explicitamente e pelas quais professor e aluno são vinculados.
- *A relação com o saber:* Este, que é específico do contrato didático, consiste em tomar em consideração a relação que cada um dos participantes mantém com o saber. O contrato didático deverá então ter em conta a assimetria das relações com os saberes em jogo na relação didática; cada uma dessas relações se deve por ela mesma de uma das regras do contrato didático.

No contrato didático o papel do professor está diretamente voltado à estratégia de ensino adotada, a qual pode variar bastante dependendo das suas concepções, já a partir do planejamento, através das escolhas de abordagens pedagógicas, os objetivos do ensino, o tipo de trabalho que é solicitado e desenvolvido com os alunos, os processos avaliativos aplicados, enfim a construção ideológica de cada professor.

De acordo com Brousseau (1996), o professor é um ator. Ou seja, ele atua se baseando em um texto escrito, carregando uma necessidade de liberdade para exercitar a sua criatividade. Para Brito Menezes (2006), o professor, nessa perspectiva, seria um dos atores fundamentais nesse palco, pois caberia a ele “organizar a cena”, propor situações onde os significados fossem instituídos e negociados.

As práticas docentes fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático, que deverá ser adaptado a diferentes contextos. Neste sentido, Pais (2001), afirma que, em uma perspectiva de prática pedagógica, espera-se que o professor planeje as atividades que serão propostas para facilitar a elaboração do conhecimento pelo aluno. Além disso, compete ao professor verificar em que condições essa elaboração foi efetivada pelo aluno. Por outro lado, a aquisição do conhecimento, por parte dos alunos, é a motivação fundamental do contrato didático.

2.2.1. Ruptura e Renegociação

Diante de um ambiente repleto de regras que condicionam o comportamento dos participantes da relação didática, pode haver a qualquer momento um não cumprimento do que foi preestabelecido para o processo de aprendizagem, no decorrer da aula, de um dos elementos humanos (professor e aluno) que estão envolvidos no contrato, sendo necessária a criação de um novo contrato com novas cláusulas que atendam às expectativas de ambos e que possam garantir a progressão em busca do saber.

Segundo Jonnaert (1996), às regras implícitas predominam na relação didática e na medida em que se opõem as regras explícitas, acabam por desestabilizar a relação didática, gerando conflitos claramente percebidos na sala de aula. Os conflitos aparecem quando uma das regras do contrato não é concretizada ou quando ela é transgredida; neste sentido, ocorre uma ruptura do contrato didático firmado, abalando a confiança entre os envolvidos na relação didática. Assim é necessária a ruptura e a negociação do contrato estabelecido para haver o avanço do aprendizado.

Em relação à formulação e existência das cláusulas no contrato, Pais (2001), destaca que o conjunto de regras do contrato didático é o resultado de várias fontes de influência, quer seja do cotidiano, do próprio espaço de sala de aula, da instituição escolar, de uma comunidade de especialistas em educação, quer seja de toda a sociedade. Uma grande parte das dificuldades dos alunos pode ser explicada por efeitos de um contrato mal colocado ou incompreendido.

Já sobre os motivos que podem levar à ruptura de um contrato didático, Pais (2001) afirma que

É conveniente estimar situações vulneráveis da atividade pedagógica escolar, na qual o processo de ensino e aprendizagem pode ser obstruído. Assim, as causas, os momentos e as condições desta ruptura não podem ser previstas totalmente, pois ocorrem no transcorrer da dinâmica das situações didáticas e estão também relacionadas à dimensão subjetiva dos sujeitos envolvidos (PAIS 2001, p. 81).

Entretanto, como o contrato didático existe em função do aprendizado dos alunos, após uma possível ruptura dele, um novo contrato pode surgir e ser renegociado. Assim sendo, as renegociações das normas do contrato didático podem garantir avanços significativos no processo de ensino- aprendizagem, mesmo que essas normas passem por modificações, ou ainda quando for realizada uma inclusão ou exclusão de alguma delas.

Ainda assim é possível pensar na ideia de progresso educacional, pois através da ruptura, a renegociação do novo contrato didático pode ocorrer em comum acordo.

Desta forma, a cada nova etapa da construção do conhecimento o contrato é renovado e renegociado, ainda que de maneira geral, em alguns casos, essa renegociação pode passar despercebida pelos parceiros da relação didática. Além disso, após a transgressão do contrato vigente, a frustração de uma proposta didática equivocada ou que não funcionou, pode implicar na oportunidade de reflexão sobre novas atividades pedagógicas que possam contribuir para o processo de ensino-aprendizagem.

Diante desse processo de transgressão, é necessário que em seguida deva haver um cuidado minucioso com a renegociação do “novo” Contrato Didático, pois, segundo Silva (1999), o processo de readaptação às novas regras de comportamento entre os envolvidos podem gerar algumas dificuldades.

Os alunos, em geral, encontram muita dificuldade em se adaptar a uma mudança de contrato. É certo que a renovação e a renegociação, bem como a transgressão do mesmo, dependem não só do tipo de trabalho como também do meio onde se dá a prática pedagógica (SILVA 1999, p. 53).

No contrato didático está presente a subjetividade e a expectativa dos elementos humanos (professor e alunos), portanto ele precisa ser renegociado continuamente em função do saber matemático. Nessa perspectiva, Guy Brousseau (1986) observa que o mais importante não é tentar explicar a totalidade das regras que constituem o contrato didático e, sim, delinear alguns de seus possíveis pontos de ruptura.

Portanto, o contrato didático se manifesta, na maioria das vezes, quando ele é transgredido por um dos elementos da relação didática. Além disso, a cada nova etapa, o contrato é renovado e renegociado, mesmo quando o processo de negociação acontece de forma implícita.

2.2.2. Contrato Pedagógico

Durante a passagem pelo processo educacional, o professor e os alunos mantêm um grande número de regras e de adaptações. Por outro lado, suas posturas nem sempre se relacionam, necessariamente, com o conhecimento. Assim, quando o saber não está em jogo o

contrato fica sem o terceiro elemento da relação didática, pois se baseia essencialmente na relação professor–aluno. Esse tipo de contrato é chamado na Didática da Matemática de contrato pedagógico.

Filloux (1974) descreve a ideia de *contrato pedagógico* buscando definir alguns tipos de relações entre professor e alunos, tendo em vista um contrato geral, que atende mais o aspecto social que o cognitivo, diferentemente dos estudos sobre o contrato didático discutidos por Brousseau (1986) que visa manter um elo com o saber que está em jogo. Também vale ressaltar que esse contrato é em parte explicitado, mas também pode apresentar um caráter implícito.

Além disso, no ambiente escolar existe uma considerável predominância das relações de poder. Essa ideia, também discutida por Filloux (1974), aborda a noção de Contrato Pedagógico, destacando a inconveniência de predominar indevidamente, no sistema didático, uma “certa” superioridade do professor em relação à posição do aluno. Ou seja, o contrato pedagógico traz relações de poder cujas negociações em determinados momentos podem ser realizadas de forma implícitas, pois já estão previamente estabelecidas no contrato institucional, que já tem definido a atuação do professor e as participações dos alunos durante o processo educacional.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, as “cláusulas” do Contrato Pedagógico são, na sua maioria, explicitáveis, portanto, no geral, elas são negociadas entre o professor e os alunos, e se mantêm relativamente estáveis no tempo. Portanto, trata-se de um consentimento mútuo das regras necessárias para convivência de ambos, que são estabelecidas em um contrato visando ao funcionamento da escola. Assim, eles afirmam que “O contrato pedagógico estabelece a forma de acompanhamento das atividades, a organização do espaço da classe, a distribuição do tempo em sala de aula, os momentos de trabalho em grupo, etc.” (p. 82).

Então, no Contrato Pedagógico, fica determinado o papel do professor e dos alunos, que representam os elementos humanos da situação didática, não existindo articulações com o saber, objeto essencial no processo de ensino-aprendizagem.

2.3. EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO

Nas relações de ensino-aprendizagem escolar, é bastante comum a construção de expectativa do professor em relação à classe ou mesmo a um aluno em particular. Assim, com a existência de negociações e expectativas entre o professor e os alunos em relação ao saber, destacamos que é fundamental refletir sobre os *efeitos* que podem ser produzidos com o cumprimento do contrato didático. Como afirma Brito Menezes (2006):

Uma vez que o contrato didático envolve elementos humanos (professor e aluno) e que esses elementos trazem consigo toda sua subjetividade, bem como envolve também experiências vividas em outros contratos, entendemos que há certos *efeitos* que podem ser produzidos a partir do estabelecimento do contrato didático. Esses efeitos culminam por criar situações que podem dificultar o processo de ensino-aprendizagem, e são aspectos de extrema relevância a serem observados, quando do estudo desse fenômeno didático (BRITO MENEZES 2006, p. 60).

O professor, objetivando que seus alunos tenham sucesso na educação escolar, muitas vezes tem a tendência em acabar facilitando esse resultado. Essa postura pode ser evidenciada de diferentes maneiras, como, por exemplo, através de explicações longas com enorme uso de metáforas, precipitação em responder os enunciados propostos, atribuição de pequenas etapas de dificuldade nos problemas, entre outras.

Entre essas formas de desvios adotadas pelo professor durante o ensino da matemática, podem ser identificadas diversas atitudes que são verdadeiras transgressões do contrato didático estabelecido, uma vez que os alunos podem perder de vista o conhecimento que está em jogo ou de não ter a oportunidade de caminhar em sua direção.

Para um melhor entendimento, continuaremos a discussão sobre efeitos de contrato didático a partir de um exemplo bastante presente na literatura citado por Henry (1991), o problema da Idade do Capitão.

Em um barco existem 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?
--

Esse problema faz parte de uma experiência de pesquisa que aconteceu em Grenoble, na França, por Stela Baruk, pesquisadora do IREM (Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática), que resultou em um livro com título “A idade do Capitão”. O problema foi proposto a 97 alunos de séries (CE-1 e CE-2) correspondentes aos nossos anos iniciais. Dentre os 97 alunos, constataram que 76 utilizaram os números do enunciado para descobrir a idade

do capitão. A autora discute em seu livro, através da realização dessa pesquisa, que o ensino da matemática faz com que os alunos se transformem em “autômatos”, visto que eles podem responder de maneira absurda a perguntas absurdas.

Esse clássico problema comprova que o aluno pode estar sendo formado para responder às perguntas propostas pelo professor, mesmo que as respostas não tenham sentido algum, distante de uma compreensão, por isso grande parte das dificuldades na aprendizagem dos educandos pode ser causada pelos efeitos do contrato didático mal-colocado ou mal-entendido. Este fato pode limitar as atuações de ambos quando estiverem diante de novas situações problemas, estabelecendo sempre um acordo entre professor e alunos. Assim, se o problema buscar algo subjetivo ou argumentativo, mas apresentar informações numéricas, então a tendência é que os alunos forneçam respostas numéricas, independente do que for solicitado.

Nesta perspectiva, Henry (1991) apresenta algumas possíveis regras do contrato didático que podem ser encontradas na sala de aula, na maioria das vezes implícitas, assim podemos observar esses fenômenos didáticos na resolução de problemas no ensino fundamental da matemática. Vejamos:

- Em matemática, um problema se resolve fazendo operações. A tarefa consiste em encontrar a “boa” operação e de realizá-la sem erro. Pelo uso de algumas palavras, o enunciado permite adivinhar a operação a ser feita.
- As questões colocadas não têm, em geral, nada a ver com a realidade cotidiana, mesmo se elas dão essa impressão, por meio de uma arrumação astuciosa. De fato, elas servem somente para verificar se os alunos compreenderam o assunto.
- Para resolver um problema, é necessário encontrar os dados no enunciado. Todos os dados necessários devem estar no enunciado, que não deve conter dados supérfluos.
- Os números são simples e as soluções também devem ser, senão é bem provável que se esteja enganado.
- De qualquer forma, existe sempre uma resposta a uma questão de matemática, e o professor a conhece. Deve-se então, sempre, dar uma resposta, que será, eventualmente, corrigida.

Além desses relevantes pontos apresentados e discutidos por Henry (1991), em relação ao ensino da matemática, Brito Menezes (2006) faz uma reflexão sobre a existência de outro fenômeno, que notavelmente pode ser encontrado no ensino de disciplinas que envolvem cálculos, como matemática, física e química, aqui no Brasil:

- Todo problema pode trazer “pistas falsas”, que podem conduzir ao erro ou à proposição de respostas absurdas o aluno que busca no enunciado as pistas relevantes para resolver o problema.

Para a autora, no nosso país, essa regra teria valor, sobretudo para os anos finais do Ensino Fundamental e para o nível Médio, pois essas pistas falsas são consideradas pegadinhas, muitas vezes também chamadas de “casca de banana”. Ou seja, elas visam desviar a atenção do aluno podendo gerar uma falta de interesse ou de eficácia na resolução de um problema, essa prática lembra as avaliações externas, por exemplo, os exames vestibulares, onde a proposta não estaria voltada para o ensino.

Assim, o foco principal do ensino-aprendizagem, que poderia ser o que o aluno realmente aprendeu sobre um determinado conteúdo ou o procedimento adotado, perde seu valor para a elaboração de armadilhas para o aluno, a fim de saber se ele prestou a devida atenção ao que pede o problema.

Conforme Silva (1999, p. 57), existem casos no processo de ensino-aprendizagem em que o professor busca tentar facilitar o caminho dos seus alunos, em relação às respostas corretas, diante de um saber que está em jogo, essas características de efeitos (que surgem a partir do contrato didático vigente) são colocadas pelo pesquisador da seguinte forma:

- Acreditar que os alunos darão naturalmente a resposta esperada;
- Substituir o estudo de uma noção complexa por uma analogia;
- Interpretar um comportamento banal do aluno como manifestação de um saber culto;
- Tomar como objeto de estudo uma técnica que se presume seja útil para a resolução de um problema, perdendo de vista o verdadeiro saber matemático a ser desenvolvido.

Portanto, com base nos estudos de Brousseau (1986), bem como nos trabalhos de autores como Henry (1991), Pais (2001), dentre outros, apresentaremos os seguintes efeitos de contrato didático: **Efeito Pigmalião, Efeito Topázio, Efeito Jourdain, Deslizamento Metacognitivo e Uso Abusivo de Analogia.**

2.3.1. Efeito Pigmalião

Inicialmente os efeitos do contrato didático podem ser identificados já no seu próprio cumprimento na relação didática, diante das expectativas que os parceiros têm uns com os outros. Esse fenômeno de expectativas é abordado por Michel Henry que o denomina como efeito Pigmalião.

Conforme Henry (1991), a origem desse nome está ligada a história do Rei lendário de Chipre, Pigmalião, que se apaixonou por uma estátua que ele mesmo havia esculpido. Ele consegue que a Deusa Afrodite dê vida à estátua e casa-se com ela. Esse mito ilustra bem o que os psicólogos educacionais chamam de fenômeno das expectativas.

No contexto educacional, o fenômeno das expectativas pode mostrar que o fracasso ou o sucesso dos alunos dependem da expectativa que os professores têm deles. Ou seja, o professor pode limitar suas cobranças à medida que acredita na incapacidade do aluno. Por outro lado, o aluno também pode limitar seus interesses e suas participações nas atividades propostas em sala de aula, a imagem de si próprio que os professores lhe atribuíram.

Por exemplo, quando o professor encontra em seu caminho profissional jovens com fama de serem alunos exemplares (através de fatores como comportamento, participação, dedicação, entre outros), a tendência é que ele apresente uma postura mais amigável e motivacional diante de sua tomada de decisões, ou seja, isso pode acabar influenciando de forma significativa o seu gerenciamento nas situações vivenciadas.

Já no caso da situação em que as expectativas dos professores são construídas a partir da imagem que eles carregam sobre a falta de aptidões intelectuais, interesse em realizar algo ou a certeza do mau comportamento da turma, alguns alunos podem receber a mesma nota durante o ano todo, firmando uma espécie de acordo entre ambas as partes envolvidas no processo de ensino-aprendizagem.

Portanto, em virtude das suas próprias expectativas, o professor identifica aqueles alunos que apresentam uma perspectiva de sucesso escolar ou outros que estão com enormes possibilidades de fracassar durante o processo educacional. Assim sendo, é possível que o professor possa carregar uma expectativa sobre o comportamento do educando, mesmo antes de tê-lo observado realizando uma atividade escolar, bem como a expectativa do fracasso ou do sucesso de uma turma antes do término do período letivo.

2.3.2. Efeito Topázio

Analisando os possíveis efeitos, baseado nos fenômenos didáticos existentes na sala de aula, Brousseau (1986) apresenta o *Efeito Topázio*.

Segundo Henry (1991), a primeira cena da célebre peça “Topázio”, de Marcel Pagnol, ilustra um dos processos fundamentais da origem de um importante efeito: Topázio faz um ditado com um mau aluno. Não podendo aceitar uma quantidade grande de erros muito grosseiros, e não podendo também dar diretamente a ortografia da palavra, ele “sugere” a resposta, dissimulando-a sob codificações didáticas cada vez mais transparentes. O problema é completamente modificado, assim diante das falhas repetidas, Topázio mendiga uma marca de adesão e negocia por baixo as condições nas quais o aluno terminará por colocar a resposta correta. Pode-se adivinhar que poderia continuar exigindo que o aluno recite a regra, fazendo-o depois copiá-la durante um determinado número de vezes.

Nessa perspectiva, o professor emite “códigos” e “sinais”, e sua turma acaba compreendendo. Assim, o aluno termina escrevendo as palavras de forma correta seguindo as pistas dadas pelo professor, no entanto, sem a compreensão necessária do conhecimento que está em jogo. Então, quando um aluno encontra uma dificuldade, o *efeito Topázio* consiste de uma maneira ou de outra, superar essa dificuldade em seu lugar, dessa forma, o professor termina assumindo e executando a realização essencial do trabalho.

O objetivo escolar seria então atingido no momento em que o aluno passa para um nível de compreensão próprio, em seu tempo de aprendizagem, ao contrário de uma possível ajuda do professor possibilitando ao aluno não realizar suas construções voltadas para aquisição do conhecimento, com o seu respectivo esforço. Na sala de aula, este efeito está bem presente nas situações de ensino, por que o professor, ao propor um problema para o aluno e em seguida observar sua dificuldade, muitas vezes se precipita, assim imediatamente ele acaba fornecendo a resposta a sua turma.

De acordo com Brousseau (1986), o “efeito” Topázio significa que a resposta do estudante em sala de aula é geralmente mais ou menos pré-determinada, e o professor negocia as condições em que serão produzidas, e que vai dar-lhe significado. Assim o professor tenta garantir que esse significado é tão importante e preciso quanto possível, e para isso acaba oferecendo as perguntas mais abertas. Um exemplo destacado por Brousseau em relação ao efeito Topázio, é que o professor simplifica sua tarefa, certificando-se que o aluno recebe a

resposta lendo suas perguntas banais, e não por uma verdadeira atividade matemática específica.

No entanto, vale ressaltar que o efeito Topázio, além de ser bastante frequente nas situações de ensino-aprendizagem, é muitas vezes necessário para “desbloquear” alunos com dificuldade em aprender matemática. Portanto, o professor deve então estar consciente de seu funcionamento e de suas consequências, para assim poder identificar e promover um ambiente favorável à aprendizagem dos alunos.

2.3.3. Efeito Jourdain

Brousseau (1986) descreve que o resultado de uma degeneração do efeito Topázio é chamado de *efeito Jourdain*. Ele nomeia esse efeito pela analogia feita a uma cena de um romance francês (*Bourgeois Gentilhomme*), que envolve Jourdain e um professor de filosofia. Ou seja, a falta de controle pedagógico da situação faz com que o professor reconheça uma resposta ingênua do aluno como expressão de um conhecimento escolar válido. Um comportamento do aluno, entendido como normal, é interpretado pelo professor como uma manifestação de um grande conhecimento. Assim não se trata apenas de uma antecipação do professor em responder algo para o aluno.

Conforme Henry (1991) o efeito Jourdain permite que se evite a aprendizagem desse conhecimento que se acredita ter sido aprendido, cada elemento dessa relação didática (professor-aluno) fica satisfeito em conseguir se “safar”, ou seja, terminar escapando de suas responsabilidades em relação ao saber. Além disso, ele acredita que existe aí uma ruptura de contrato da parte do professor e isso termina por desviar a aprendizagem do conhecimento visado.

Podemos destacar o seguinte exemplo: quando um professor de matemática afirma que seu aluno tem o pleno domínio dos conceitos da matemática financeira, apenas pelo fato desse aluno ter economizado ao fazer pequenas compras no supermercado. Assim, esse efeito está ligado à realização de atividades cotidianas dos educandos, bem como um conhecimento usual, sendo atribuído a um importante valor de conhecimento científico.

Brousseau (1986) afirma que o efeito Jourdain é uma forma de efeito Topázio, isto é, para evitar um debate de conhecimentos com o aluno e, possivelmente, um fracasso, o

professor concorda em aceitar como prova de conhecimento ou abordagem autêntica, uma produção ou um comportamento dos alunos que são de fato apenas respostas com causas banais dessa forma inúteis e às vezes sem sentido.

2.3.4. Deslizamento Metacognitivo

O conceito de Brousseau (1986) para Deslizamento metacognitivo foi traduzido por Pais (2001, p.95), que adota o termo *Deslize metacognitivo*, justificado pela manutenção do sentido original.

O Deslize metacognitivo pode acontecer quando o professor adota uma técnica, baseada em suas experiências ou senso comum, que acredita ser útil para resolver um problema. Entretanto, perdendo de vista o verdadeiro conhecimento a ser desenvolvido no processo de ensino-aprendizagem.

Nesta perspectiva, esse efeito mostra que se o professor substituir o discurso científico por um discurso essencialmente ligado às suas próprias concepções e ao seu conhecimento do cotidiano, ele pode promover um deslize metacognitivo.

Na sala de aula, isso pode ocorrer, por exemplo, devido às dificuldades encontradas pelos alunos em compreender (seja de imediato ou até mesmo em um tempo maior de trabalho) características do conhecimento científico; assim o deslize metacognitivo vai ocorrer quando uma atividade de ensino-aprendizagem proposta pelo professor não se concretizar. Com isso, o saber escolar deixa de ser o objeto de estudo, havendo assim um deslize que pode ser involuntário.

2.3.5. Uso Abusivo de Analogia

Na sala de aula é comum a utilização das metáforas no ensino da matemática para explicar e/ou relacionar com o saber científico, mas quando há exageros, pode acarretar

problemas. Assim sendo, o *uso abusivo de Analogia* é também um efeito relacionado aos fenômenos didáticos discutidos por Brousseau (1986).

Esse efeito se caracteriza em substituir o estudo de uma noção complexa do conhecimento científico pelo estudo de uma analogia que acaba afastando do objeto de estudo. Assim, esse efeito banaliza o saber científico e escolar, através do abuso das metáforas que podem levar à limitação do conceito em questão.

Podemos encontrar um exemplo típico no ensino da matemática do uso de analogia, no estudo da álgebra escolar, porque quando o professor aborda esse saber matemático na sala de aula, na maioria das vezes, utiliza a ideia da balança para explicar a equação do primeiro grau.

Brousseau (1986) destaca que embora a analogia venha ser um excelente meio heurístico, quando realizada adequadamente por quem a utiliza, pode de maneira fácil produzir o efeito “Topázio”. Por outro lado, caso a aprendizagem inicial não se concretize é necessário oportunizar um novo momento de aprendizagem, e as metáforas são sempre úteis para ajudar a compreensão, assim sendo a analogia é considerada também uma prática natural no ensino. No entanto, a atenção deve estar voltada para o uso da analogia quando feito de forma demasiada, o que pode limitar o conceito em questão.

2.4. O SABER MATEMÁTICO: CIRCUNFERÊNCIAS E CÍRCULOS

O saber matemático abordado na nossa pesquisa consiste no conteúdo de circunferências e círculos, pertencentes à área de geometria. Conforme observamos anteriormente, nos estudos sobre as relações didáticas, o saber que está em jogo na sala de aula representa o elemento não humano dessa relação, sendo também considerado por Brousseau como um dos focos fundamentais da situação didática. Então, nesse momento, vamos analisar características específicas referentes ao conteúdo geométrico que foi base da nossa investigação, observando também suas formas de construções matemáticas.

Neste sentido, em nosso estudo procuramos uma aproximação maior com o saber matemático através de análises de alguns livros sobre a Geometria Euclidiana Plana, observando suas abordagens realizadas pelo IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada). Consideramos o fato desses livros também serem usados na formação de bacharéis em matemática, além disso, por se tratar de um local que desenvolve importantes trabalhos

voltados para o saber científico. Portanto, acreditamos com isso ser possível encontrar boas referências para analisarmos uma matemática “pura”, sem a elaboração ou preocupação pedagógica apresentada muitas vezes nos livros didáticos.

A partir dessa pesquisa verificamos que esses livros abordam o saber matemático de forma bastante conceitual através de definições, teoremas e demonstrações, provando matematicamente as características de cada elemento pertencente ao conteúdo estudado. Dessa forma, vamos observar agora as principais colocações sobre o conteúdo de circunferências e círculos, destacando componentes como: *O círculo, elementos de um círculo (raio, corda, diâmetro e semicírculos), círculo e reta tangente e ângulo central.*

De acordo com nossa pesquisa sobre o *círculo*, observamos que ele é apresentado da seguinte forma:

- Círculo – Seja P um ponto e r um número positivo.
- *Definição:* O círculo com centro P e raio r é o conjunto dos pontos Q .

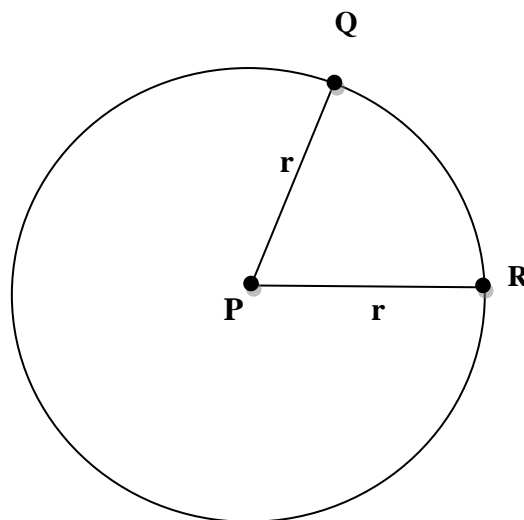


Figura 3: Círculo

- Dois ou mais círculos com o mesmo centro são ditos concêntricos. Se Q é qualquer ponto do círculo, então o segmento PQ é um raio do círculo, e Q é a extremidade do raio. Se Q e R são pontos do círculo, então QR é uma corda do círculo. Uma corda que contém o centro é denominada um diâmetro do círculo. Evidentemente, o comprimento de todo diâmetro é o número $2r$: Este número é denominado o diâmetro do círculo.

Vamos observar agora uma apresentação que busca deixar de forma mais clara os conceitos e as funções referentes aos elementos de um círculo (raio, corda, diâmetro e semicírculo), assim constatamos que eles são apresentados desse modo:

- Dado um círculo Γ (lê-se *gama*) de centro O e raio r (figura 4), também denominamos **raio** do mesmo a todo segmento que une o centro O a um de seus pontos; por exemplo, AO , OB , e OP são raios do círculo Γ . Uma **corda** de Γ é um segmento que une dois pontos quaisquer do círculo; **um diâmetro** de Γ é uma corda que passa por seu centro. Nas notações da figura 4, AB e CD são cordas de Γ , sendo AB um diâmetro. Todo diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais, denominadas **semicírculos**; reciprocamente, se uma corda de um círculo o divide em duas partes iguais, então tal corda deve, necessariamente, ser um diâmetro do círculo.

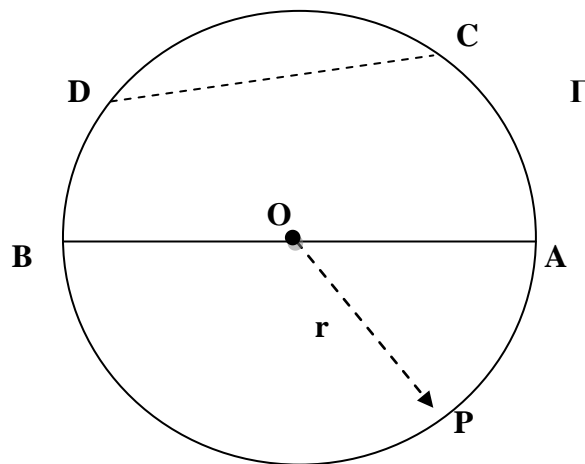


Figura 4: Elementos de um círculo

Veremos, neste momento, que o círculo e a reta tangente são apresentados através de *definição, teorema e demonstração*:

- *Definição*: Uma reta é tangente a um círculo se possui um único ponto em comum. O ponto em comum é denominado de ponto de tangência. Se uma reta intersecta um círculo em dois pontos, ela é denominada reta secante.
- *Teorema*: Se uma reta é perpendicular a um raio de um círculo em sua extremidade, então a reta é tangente ao círculo.

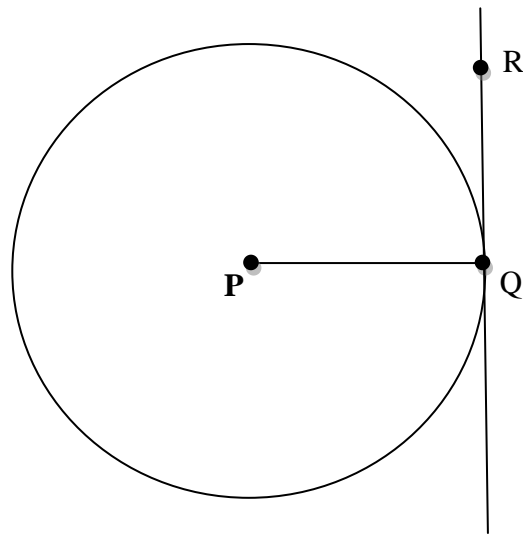


Figura 5: Reta tangente ao círculo

- *Demonstração:* Sejam C um círculo com centro em P ; PQ um raio e r uma perpendicular a PQ em Q .
- Se R é qualquer outro ponto de r , então $PR > PQ$; já que o menor segmento unindo um ponto a uma reta é o segmento perpendicular. Portanto, R está no exterior de C : Logo, r intersecta C somente no ponto Q ; o que implica que r é tangente a C .

Observamos também como o estudo referente a ângulo central é apresentado, vejamos:

- Dados no plano um círculo Γ de centro O , um ângulo central em Γ é um ângulo de vértice O e tendo dois raios OA e OB por lados. Em geral, tal ângulo central será denotado por $\sphericalangle AOB$ e o contexto tornará claro a qual dos dois ângulos $\sphericalangle AOB$ estamos nos referindo. Por definição, a medida do ângulo central $\sphericalangle AOB$ é igual à medida do arco AB .

Mostraremos a seguir que ângulos centrais iguais subentendem cordas também iguais:

- Se A, B, C e D são pontos sobre um círculo Γ , tais que os ângulos centrais $\sphericalangle AOB$ e $\sphericalangle COD$ são iguais, então $AB = CD$.
- *Prova:* suponha que $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD < 180^\circ$ (o caso $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD > 180^\circ$ pode ser tratado de modo análogo). Basta observar (figura 6) que os triângulos AOB e

COD são congruentes por LAL (uma vez que $AO = BO = CO = DO$), de sorte que $AB = CD$.

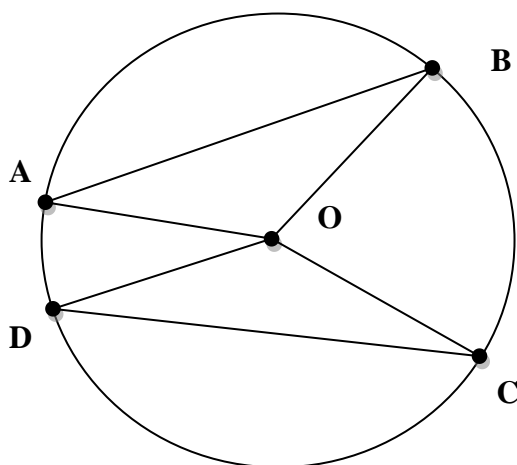


Figura 6: Cordas de ângulos centrais iguais

O saber matemático é apresentado de forma bastante conceitual, ou seja, para promover o conhecimento, o saber se apresenta amparado por definições, teoremas, demonstrações, que justificam a sua existência. Além disso, ele é explorado sem as intervenções pedagógicas que normalmente encontraríamos em uma abordagem com livros didáticos; desse modo, pudemos observar a construção e a comprovação matemática dos principais elementos que compõem o conteúdo de circunferências e círculos.

Verificamos também que os livros que são utilizados na formação dos matemáticos conduzem o saber de uma forma que procura ressaltar as características puramente matemáticas do conteúdo, fazendo com que ele ganhe bastante destaque. Acreditamos que as informações coletadas através desse levantamento de dados sobre o saber matemático podem contribuir de forma significativa para a realização da nossa análise sobre as situações encontradas durante as observações das aulas, envolvendo a geometria através do conteúdo de circunferências e círculos.

3. METODOLOGIA

Pretendíamos através desta pesquisa, identificar aspectos que possam caracterizar os efeitos do Contrato Didático no trabalho com circunferência e círculos em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Desta forma, apresentamos o percurso metodológico utilizado visando alcançar nossos objetivos.

A metodologia adotada busca refletir a problemática apresentada nesta investigação. Assim tomamos como sujeitos participantes na nossa pesquisa um professor, com formação em licenciatura em Matemática e vasta experiência no Ensino Fundamental, e seus alunos do 8º ano, porque neste período da formação escolar destaca-se o trabalho com a geometria, através do conteúdo de circunferências e círculos.

Escolhemos uma Escola Pública Municipal, localizada no Cariri Ocidental, na cidade de Sumé, estado da Paraíba. Essa escolha se justifica pelo fato de ser uma escola que apesar de enfrentar inúmeras dificuldades, como qualquer outra, sempre que a procuramos mostrou-se disposta a contribuir com a realização deste trabalho. Destacamos o fato dela recentemente ter passado a oferecer a modalidade de Ensino Fundamental, e também por ela disponibilizar a série que pretendíamos pesquisar, oferecendo materiais de apoio para auxiliar nossa pesquisa, como informações sobre seu funcionamento, consulta a livros didáticos, dentre outros. Além disso, chegamos a tal escolha, por termos um fácil acesso à escola, já que temos residência no município no qual a escola está inserida.

A escolha do professor se justifica pelo fato de ser um profissional Licenciado em Matemática, desse modo oferecendo, a princípio, um domínio relevante dos conteúdos em matemática, bem como conhecimento sobre estratégias e metodologias voltadas para o processo de ensino-aprendizagem na área de Matemática devido a sua formação. Além da sua formação acadêmica, ele tem uma grande experiência de sala de aula. Outro fator que consideramos determinante para sua escolha foi por ele estar disposto a contribuir para a realização da nossa pesquisa, cedendo sua sala de aula para acompanharmos as aulas de matemática, através do recurso da *videografia*, e por ele, também, se disponibilizar a participar de uma entrevista, refletindo sobre questões que consideramos necessárias para realização do nosso trabalho. Portanto, no momento em que precisamos, sempre está nos atendendo para esclarecimentos.

Em relação aos alunos escolhidos, selecionamos uma turma do 8º ano, no turno da tarde, que o professor ministra suas aulas. Justificamos essa escolha por encontrarmos através

dela alunos de diferentes classes sociais que residem tanto na Zona Urbana quanto na Zona Rural, dessa forma, tratando-se de uma turma bastante diversa, possibilitando a existência de diferentes formas de perceber e entender os conteúdos matemáticos em sala de aula.

Retomando a discussão anterior sobre o saber matemático, entendemos que a geometria, através do conteúdo de circunferências e círculos, pode oferecer um amplo campo de exploração apresentando, além dos conceitos matemáticos formais estabelecidos, um olhar matemático para o mundo real, ou seja, reforçando a possibilidade de percebermos que a matemática está presente no cotidiano das pessoas.

No entanto, ainda em relação à área da geometria, percebemos que o ambiente escolar já passou por uma enorme dificuldade na sua abordagem. De acordo com Câmara dos Santos (2001), destacamos que a geometria, em certos momentos, não encontrou seu lugar dentro do ensino de matemática, porque muitas vezes ela não foi apresentada completamente, sem encontrar, desse modo, tempo suficiente para ser vista durante o ano escolar. Por outro lado, Fainguelernt (1995) afirma que a geometria é um tema integrador entre as diversas partes da matemática, bem como um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Além disso, ressaltamos que atualmente a geometria tem ganhado mais espaço na grade curricular da matemática através de diversas pesquisas realizadas e das constantes atualizações do livro didático. Então, com a realização do nosso estudo, pretendemos contribuir ainda mais com essa importante área da matemática.

Decidimos, a partir desses fatores, realizar nossa pesquisa visando ao saber matemático na área da geometria, especificamente, na abordagem do conteúdo de circunferências e círculos.

Assim, buscamos identificar o Contrato Didático estabelecido nas aulas de circunferências e círculos, atentos a suas possíveis transgressões e renegociações, para que pudéssemos analisar os *efeitos do contrato didático* nas aulas de matemática. Portanto, seguindo nossa metodologia, realizamos em nossa pesquisa a observação das aulas.

3.1 OBSERVAÇÃO DAS AULAS

Tivemos uma etapa de observação em sala de aula, que foi fundamental para construção da nossa pesquisa; através dela acompanhamos as aulas do professor na

abordagem realizada do conteúdo de circunferências e círculos. Nosso recurso para o levantamento dos dados foi a *videografia*, assim, todas as aulas foram filmadas com o auxílio de uma câmera de vídeo. Esse recurso nos ajudou a observar detalhes, posturas e manifestações presentes na sala de aula, pois retornamos as aulas, sempre que necessário para verificar os fenômenos didáticos que ocorreram durante nossa pesquisa.

Nesta etapa observamos um total de cinco aulas, nas quais o professor iniciou, desenvolveu e encerrou sua abordagem sobre o conteúdo de circunferências e círculos.

Portanto, através das observações realizadas na sala de aula, direcionamos nosso olhar para os recursos didáticos utilizados pelo professor, as situações didáticas presentes neste período e a identificação do contrato didático e seus efeitos.

4. ANÁLISE

Neste capítulo, fizemos a análise dos dados coletados na nossa pesquisa. A realização desta análise foi essencial para buscarmos atingir o objetivo de identificar as características dos efeitos do contrato didático no trabalho em sala de aula com a geometria. Desse modo, com base na nossa fundamentação teórica e nos dados coletados da pesquisa, são analisados os seguintes pontos:

- As relações estabelecidas pelo Contrato Didático na sala de aula;
- As situações envolvendo o conteúdo de Circunferências e Círculos;
- Investigar os Efeitos Didáticos refletindo sobre suas consequências.

Nesta análise e interpretação dos dados levantados no decorrer da nossa pesquisa, procuramos desenvolver um trabalho de verificação e análise dos efeitos de contrato didático encontrados durante as relações estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, em nosso caso circunferências e círculos, a partir da fundamentação teórica e dos registros audiovisuais coletados na etapa de observação das aulas.

Vale ressaltar que foi necessária a realização de uma observação minuciosa e detalhada para a transcrição das aulas, baseada no material coletado em vídeo, na qual buscamos retratar da forma mais transparente possível a realidade escolar, especificamente, o ambiente da sala de aula. Esses registros apresentavam os fenômenos investigados, ou seja, os efeitos de contrato didático presentes nas aulas de matemática.

Assim, destacamos também que todas as transcrições das aulas observadas seguem em anexo, bem como o exercício produzido e aplicado para os alunos pelo professor observado durante as aulas, e o registro do caderno de um dos alunos participantes da pesquisa durante as aulas observadas.

Neste sentido, para composição da nossa etapa de análise nos concentramos, fundamentalmente, nas aulas vídeografadas, sabendo que nosso objetivo era encontrar elementos referentes ao contrato didático e seus efeitos, em uma sala de aula de matemática do Ensino Fundamental através do ensino da geometria, com base nos estudos do contrato didático, apresentado por Guy Brousseau.

Portanto, procuramos organizar a nossa etapa de análise da seguinte forma. Primeiramente buscamos realizar uma discussão sobre as relações estabelecidas pelo contrato

didático identificado na sala de aula observada, em seguida, refletimos sobre as situações envolvendo a geometria, verificando a abordagem do conteúdo de circunferências e círculos e, por último, analisamos os efeitos de contrato didático encontrados durante a realização das aulas de matemática.

4.1 AS RELAÇÕES ESTABELECIDAS PELO CONTRATO DIDÁTICO NA SALA DE AULA

Neste momento da nossa pesquisa, buscamos identificar características do Contrato Didático presente nas aulas observadas, com isso analisando as relações estabelecidas entre o professor, seus alunos e o saber visado. Levamos em consideração a ideia de estarmos verificando os fenômenos didáticos que ocorrem na sala de aula pesquisada, pois cada sala de aula tem seu contrato didático próprio, podendo assim se diferenciar de outros em diversos ambientes escolares. Como afirma Jonnaert (1996), todo contrato didático é único e instável. Assim, ele deve esta dupla especificidade aos múltiplos produtos dos saberes presentes na relação didática.

Para refletirmos sobre o contrato didático procuramos observar as transcrições das aulas, baseados na fundamentação teórica apresentada no capítulo 3 deste trabalho. De acordo com Brousseau (1986), o contrato didático é o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno, e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Esse contrato consiste no conjunto de regras que determinam explicitamente, por uma pequena parte, mas, sobretudo implicitamente, em grande parte, o que cada elemento da relação didática deverá fazer e que será, de uma maneira ou de outra, válido para o outro elemento.

A partir do levantamento dos dados da nossa pesquisa pudemos observar características que identificam o contrato didático vigente. Então, durante a realização das aulas, foi possível perceber que o professor conduz a apresentação do conteúdo “novo” se baseando nas regras de convivência estabelecidas com seus alunos na sala de aula; desse modo, para manter o contrato didático durante a aula, o professor procura desenvolver suas explicações de maneira amplamente expositiva, usando expressões como estas: “*A definição é*

a seguinte...” “*Olha aí a definição formal, rigorosa de circunferência.*”, dessa forma, buscando sempre apresentar as informações referentes ao conteúdo.

Sobre o comportamento de ambos em relação ao saber, observamos que em grande parte ocorre de forma implícita, em alguns momentos os alunos conversam bastante e o professor tende a explicitar as condições do contrato: “*Olhem prestem atenção!*”. Já para conduzir as explicações, o professor acaba fazendo perguntas que ele próprio responde: “*Eles estão na mesma distância de quem? Do centro.*”. Nesse momento, fica explicitado que o professor antecipa a resposta aos alunos, buscando evitar um possível erro, assim confirmando a existência de um efeito gerado a partir do contrato didático, nesse caso do efeito Topázio.

Verificando essa perspectiva, vamos analisar alguns registros interessantes, como a passagem a seguir, que nos permite identificar esses acordos existentes entre os envolvidos, assim condicionando a convivência através do contrato didático. Vejamos:

Professor – **A definição é a seguinte...**

Narrador – O professor copia a definição no quadro:

Definição: É o conjunto dos pontos que estão a mesma distância é o raio.

Professor – Olha aí a definição formal, rigorosa de circunferência.

Narrador – Há conversas paralelas na sala de aula. Nesse momento o professor vai até o quadro e explica apontando para as informações que lá estão.

Professor – **Olhem prestem atenção!** Essa linha aqui, essa linha aqui gente! **Ela é formada por vários pontos, certo, vários pontos. Ok?** Quando a gente liga esses pontos... Essa figura chama-se circunferência, por quê? Por que esses pontos aqui, que características eles têm? **Eles estão na mesma distância de quem? Do centro.** Por exemplo, se pegarmos aqui o ponto A e pegarmos o ponto B, olhem a distância do ponto A para o centro é a mesma distância do ponto B para o centro. Qual é essa distância?

Quadro 01: Recorte de protocolo das aulas observadas

A seguir, no próximo recorte, destacamos outro exemplo de acordos que condicionam o comportamento de ambos (professor – alunos) em relação ao saber. O professor inicialmente apresenta algumas informações como esta: “*Gente, além... Além do centro e do raio, a circunferência tem outros elementos.*” nesse caso, os alunos, buscando como estar em conformidade com o contrato que rege a sala de aula, perguntam: “*É para copiar agora?*”,

imediatamente o professor responde à sua turma: “*Copiem agora não.*”, assim, indicando como seus alunos devem se proceder e agir, para depois continuar a explicação do conteúdo que está sendo abordado: “*Aí eu vou ligar os dois pontos.*”.

Logo após a constatação dessa característica pertencente ao contrato didático encontrado na sala de aula observada, destacamos que o professor, buscando manter o seu papel (que está estabelecido implicitamente no contrato) diante do saber matemático visado, faz e responde a seguinte pergunta: “*O que é uma corda? É a linha que liga dois pontos quaisquer na circunferência.*”. Dessa forma, procurando atender ao comportamento esperado pelo professor, no decorrer da passagem, é possível observar que os alunos podem ter respondido de forma automática: “*Ah!*”, ou seja, sem a devida compreensão das ideias matemáticas propostas pelo professor. Nesse sentido, Podemos observar que essa forma como o contrato didático está sendo cumprido por ambos, pode promover o surgimento de vários efeitos didáticos no decorrer das aulas.

As relações existentes na sala de aula entre professor e alunos diante do saber matemático que está em jogo, estão sendo condicionados pelo contrato didático vigente, na maioria das vezes esses acordos acontecem de forma implícita e se mantêm ao longo das aulas observadas. Vamos acompanhar, abaixo, o registro que nos permite comprovar essas colocações.

Professor – Gente além... Além do centro e do raio, a circunferência tem outros elementos. Vamos usar essa aqui mesmo. Eu vou definir... Se eu pegar dois pontos quaisquer... Vou pegar aqui o ponto C e vou pegar aqui um ponto B.

Alunos – É para copiar agora?

Professor – Copiem agora não. Aí eu vou ligar os dois pontos. Vou ligar o ponto C ao ponto B, tanto o ponto C quanto o ponto B pertencem à circunferência, ok? Então... Essa linha que liga o ponto C ao ponto B é chamada de corda. Corda da circunferência. Outro elemento importante da circunferência. **O que é uma corda? É a linha que liga dois pontos quaisquer na circunferência.**

Alunos – Ah!

Professor – Círculo é diferente de circunferência. **A circunferência é quem? É o contorno.** Agora o ponto C e o ponto B pertencem à circunferência. O segmento que une C até B é chamado de corda.

No final desse registro, podemos observar outra passagem que identifica as características destacadas acima do contrato didático encontrado nas aulas observadas durante nossa pesquisa. O professor continua expondo as informações referentes ao conteúdo que está sendo abordado em sala de aula: *“Círculo é diferente de circunferência.”* E, em seguida, ele responde ao próprio questionamento levantado sobre circunferência: *“A circunferência é quem? É o contorno.”*. Dessa forma, ele comprova seu comportamento diante do contrato didático vigente. Por outro lado, em relação aos possíveis efeitos que podem estar surgindo a partir desse contrato didático encontrado na sala de aula, destacamos nesse momento a identificação do efeito Topázio, pois o professor buscou antecipar a resposta correta, para evitar um iminente erro da sua turma.

Segundo Jonnaert (1996), as regras implícitas do contrato didático predominam na relação didática, elas podem desestabilizar tal relação, gerando conflitos claramente percebidos na sala de aula. Esses conflitos aparecem quando uma das regras do contrato não é concretizada ou quando é transgredida, assim podendo ocorrer uma ruptura do contrato didático firmado, abalando a confiança entre os elementos participantes na relação didática. Portanto, são necessárias a ruptura e a renegociação do contrato didático para assim haver o avanço do aprendizado.

O cumprimento do contrato didático vigente prevalece por ambas as partes durante as aulas observadas, porém, identificamos durante a quinta aula observada, um momento em que o contrato foi transgredido, colocando em xeque os acordos que gerenciavam o comportamento dos participantes em relação ao saber. O professor tenta cumprir o seu papel no contrato didático expondo informação à turma: *“Então pessoal essa é a primeira posição relativa.”*, no entanto, o excesso de barulho causado pelos alunos, com muitas conversas paralelas na sala de aula, parece incomodar bastante, e com isso o professor externa sua insatisfação: *“Olha a matéria aí, estamos em aula viu! Por incrível que pareça estamos em aula.”*, ele também procura renegociar as condições do contrato para manter a busca pelo saber que está em jogo na sala de aula, afirmando o seguinte: *“E estudar é ver a lição e acompanhar a lição, e participar das aulas, não tem conversas paralelas não. Viu? Certo!”*, em seguida, a aula segue com o professor voltando para suas explicações: *“Ok! Então oh, quando a posição relativa entre a reta e a circunferência são secantes.”*, podemos acompanhar, abaixo, essa passagem completa retirada da aula.

Narrador – Há um enorme barulho de conversas paralelas na sala, neste momento o professor chama a atenção de alguns alunos:

Professor – Então pessoal essa é a primeira posição relativa.

Professor – Olha a matéria aí, estamos em aula viu! Por incrível que pareça estamos em aula.

Aluno – Eu não tô em casa.

Professor – É por que às vezes é bom lembrar, que parece que vocês não sabem que estão em aula não! Aí eu fico falando para ver se vocês se tocam. E estudar é ver a lição e acompanhar a lição, e participar das aulas, não tem conversas paralelas não. Viu? Certo!

Outro aluno – Professor vai fazer a chamada?

Professor – Não. Daqui a pouco.

Professor – Ok! Então oh, quando a posição relativa entre a reta e a circunferência são secantes.

Quadro 03: Recorte de protocolo das aulas observadas

Ainda sobre esse recorte, podemos observar que o Contrato Pedagógico também acaba sendo identificado claramente. Isto é, de forma bastante explícita ele foi destacado pelo docente, no seguinte discurso: *“É por que às vezes é bom lembrar, que parece que vocês não sabem que estão em aula não! Aí eu fico falando para ver se vocês se tocam.”*, no momento seguinte, um aluno faz uma pergunta típica do convívio social em sala de aula: *“Professor vai fazer a chamada?”*. Dessa forma, como as “cláusulas” desse tipo de contrato são na maioria das vezes explicitáveis, geralmente, elas são negociadas entre os elementos humanos da relação didática (professor e os alunos), e se mantêm relativamente estáveis no tempo.

Em relação ao contrato pedagógico, Filloux (1974) busca definir alguns tipos de relações entre professor e alunos, levando em consideração um contrato geral, que atende mais o aspecto social que o cognitivo. Então, diante do contrato pedagógico não existe nenhuma articulação com o saber que está em jogo, ou seja, fica determinado o papel do professor e dos alunos, tendo em vista um aspecto disciplinar que gerencia a convivência entre eles. Portanto, trata-se de um consentimento mútuo das regras necessárias para convivência de ambos, que são estabelecidas nesse contrato visando ao funcionamento da escola.

Nesse sentido, durante as aulas observadas é possível encontrar, em diversos momentos, indícios que identificam o contrato pedagógico presente na sala. Assim sendo, cada passagem a seguir evidencia como o professor e sua turma busca manter os acordos sociais e disciplinares em sala de aula. Desse modo, o registro abaixo apresenta esses acordos

realizados entre o professor e seus alunos que foram recortados em diferentes momentos durante a realização das cinco aulas.

“Professor – Pessoal pera aí... Calma! Vamos prestar atenção na aula.”

“Professor – Calma Pessoal! Sentem!”

“Professor – Pessoal, por favor!”

“Aluno – Pode sair professor?”

“Outro aluno – Pode guardar o caderno?”

“Professor – Vou fazer a chamada.”

“Professor – Sentem!”

Quadro 04: Exemplo de interações realizadas entre professor e alunos

4.1.1 Situações envolvendo o conteúdo de Circunferências e Círculos

Para realizar nossa pesquisa, a referência de saber matemático foi o conteúdo de circunferências e círculos pertencente à área da geometria. Verificamos através dos livros didáticos utilizados pelos professores de matemática da escola onde ocorreu nosso estudo, que esse saber apresenta grande notoriedade no 8º ano da Educação básica escolar, para esse diagnóstico, consideramos os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) que destacam a importância do trabalho com geometria no Ensino Fundamental, enfatizando o valor da sua abordagem no quarto ciclo (8º e 9º ano). Ou seja, durante a etapa de construção dos dados, percebemos que neste momento escolar existe uma grande exploração da geometria nessa modalidade de Ensino, principalmente na série utilizada na realização do trabalho, isso foi confirmado através da organização dos conteúdos matemáticos nos livros didáticos atuais encontrados na escola.

Buscamos destacar algumas situações envolvendo o conteúdo de circunferências e círculos, baseados no levantamento de dados da nossa pesquisa. Entendemos que o processo de ensino-aprendizagem da Geometria propicia uma importante construção de conhecimento para os alunos no Ensino Fundamental. De acordo com essa perspectiva, Lorenzato destaca que:

A exploração informal da Geometria é muito adequada e necessária para os estudantes de 5^a a 8^a séries, para os quais devem ser oferecidas oportunidades de comparação, classificação, medição, representação, construção, transformação... O apoio do material didático, visual ou manipulável, ainda é fundamental. LORENZATO (1995, P.10)

Em relação ao uso de material concreto durante as aulas de matemática, observamos que o professor procura explicar conceitos sobre o conteúdo que está sendo trabalhado na sala de aula com o auxílio de alguns equipamentos. Dessa forma, para abordar a ideia do círculo ele utilizou o seguinte material concreto: “*temos aqui um CD certo, o CD dá uma ideia de círculo*” já no caso da circunferência ele optou em usar outro material para auxiliar sua explicação: “*O bambolê dá uma ideia de circunferência...*”. Então, a seguir, vamos acompanhar o registro que comprova esse tipo de abordagem realizada pelo docente.

Narrador – O professor **pega um CD** e o expõe para os alunos.

Professor – Para dá essa noção para vocês, para gente entender, temos aqui um CD certo, o **CD dá uma ideia de círculo**, a circunferência é só o quê? É só a corda, o contorno. E o círculo é toda região interna que está, vamos dizer assim, cercada pela circunferência.

Professor – Então formalizando isso aqui no quadro, seria o seguinte... **O bambolê dá uma ideia de circunferência...**

Quadro 05: Recorte de protocolo das aulas observadas

No entanto, vale destacar que os materiais expostos na sala de aula não foram utilizados para os alunos participarem de algum tipo de atividade manipulativa. Por outro lado, tais materiais foram usados mais no sentido visual, objetivando assim um meio para conduzir as explicações, como demonstrado nesse momento: “*O professor pega um CD e o expõe para os alunos.*”

Em relação aos fenômenos didáticos, que podem ser observados em sala de aula, como esses através da geometria, envolvendo o conteúdo de circunferências e círculos, Brousseau (1986) propõe que o contrato didático é a “*regra do jogo e a estratégia da situação didática*”.

Nesta outra situação a seguir, envolvendo circunferência e círculo, o professor deixa evidente que ao utilizar o material concreto, como foi destacado anteriormente, seu objetivo estaria direcionado apenas para informar as ideias referentes ao conteúdo que está sendo trabalhado: “*a ideia de circunferência, lembram do bambolê?*” “*E a ideia de círculo, lembram do CD?*” dessa maneira, fica claro que ao usar os equipamentos (esquadro e régua)

ou materiais concretos (CD, bambolê, entre outros) como recursos para auxiliar e contribuir para a concretização do seu ensino, o professor continua realizando uma abordagem estritamente expositiva, promovendo também questionamentos que ele próprio termina respondendo: “*quando é que uma circunferência pode ficar caracterizada? Quando a gente conhece o centro e o raio.*” Contudo, mantendo fortemente as condições que estão estabelecidas no contrato didático, assim, sendo regido o comportamento de ambos em relação ao saber.

Professor – Olá pessoal, vamos lá! Como a gente deu uma parada na aula anterior, é preciso que a gente relembre. Trabalhamos dois conceitos, duas ideias, **a ideia de circunferência, lembram do bambolê?**

Alunos – Lembro.

Professor – **E a ideia de círculo, lembram do CD?** Então esses dois objetos dão ideias intuitivas, ou seja, ideias básicas dessas duas figuras geométricas, dessas duas formas geométricas, vimos a definição formal da circunferência, quando é que uma circunferência pode ficar caracterizada? Quando a gente conhece o centro e o raio.

Quadro 06: Recorte de protocolo das aulas observadas

Portanto, mesmo com a utilização de materiais concretos para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem das aulas de matemática, foi possível observar a existência de influências significativas do contrato didático vigente, conduzindo o comportamento dos participantes. Assim, de acordo com Brousseau (1986), o cumprimento das normas de convivência estabelecidas pelo contrato didático presente na sala de aula pode ser o elemento responsável pelo gerenciamento da situação didática.

4.2 OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO ENCONTRADOS NAS AULAS

4.2.1 Primeira aula observada

Nas situações de ensino, em que geralmente o professor propõe um problema ou através de um questionamento direcionado ao aluno, o efeito Topázio pode estar bastante presente, pois, ao visualizar que o aluno apresenta alguma dificuldade em relação ao conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula, o professor pode se precipitar e acabar fornecendo a resposta.

A partir do estudo de Brousseau (1986), é possível exemplificar que o efeito Topázio surge durante a aula de matemática no momento em que o professor simplifica sua tarefa, com isso ele se certifica, através da emissão de códigos ou sinais durante seu discurso, que o aluno está recebendo a resposta correta. Portanto, não existindo uma verdadeira atividade matemática específica visando promover a compreensão do educando.

Na primeira aula observada encontramos alguns efeitos de contrato didático; assim sendo, buscamos apresentar as interações entre os elementos humanos (professor e alunos) em relação ao saber visado através de recortes retirados das aulas observadas, para assim identificarmos o momento exato das suas aparições, discutindo também sobre suas principais características constatadas.

Inicialmente constatamos o efeito Topázio, no qual o professor, após terminar sua explicação, utiliza um material concreto (um CD) e faz o seguinte questionamento: “*Bom, vejam bem, o CD aqui todo tem um burquinho aqui no meio, o CD todo seria quem?*” em seguida ele sugere a resposta correta (círculo) através de um “sinal” extremamente sutil, ou seja, como suas explicações estão vinculadas à circunferência e o círculo, então no fim do questionamento ele se direciona aos alunos da seguinte forma: “*Hein? Um?*”, os alunos rapidamente entendem o sinal e respondem: “*Um círculo!*”. Desse modo, com o professor buscando ratificar o conhecimento com os alunos, no momento seguinte acontece outra situação envolvendo esse efeito didático, o professor aponta para o CD informando que: “*a circunferência vai ser quem? Vai ser o... (Alunos – contorno) contorno.*”. Logo após, o professor pergunta, sobre o conteúdo estudado, quem poderia apresentar características de contorno: “*Aqui no CD olhem... O contorno... É quem?*”, mas a turma acaba errando, quando os alunos afirmam que a resposta seria círculo, então o professor enfatiza da seguinte maneira:

“*O contorno... É quem?*” “*O contorno!?*”. Nesse caso a dica dele acaba servindo como um “código” para um dos educandos acertar a resposta: “*É a circunferência.*”. Portanto, um aluno chega à resposta certa (circunferência) através da contribuição precisa do professor ao ressaltar a ideia do contorno.

Professor – Cercada pela circunferência, Ou seja, o círculo pega a circunferência e tudo que tá dentro da circunferência. Beleza! Entenderam aí? Bom, essa é uma introdução trazida para vocês...

Narrador – O professor pega novamente o CD.

Professor – Bom, vejam bem, o CD aqui todo tem um burquinho aqui no meio, o CD todo seria quem? **Hein? Um?**

Alunos – **Um círculo!**

Professor – **Círculo.** Por quê? Porque é toda a região. E a circunferência vai ser quem? Vai ser o... (Alunos – contorno) contorno.

Professor – Aqui no CD olhem... **O contorno... É quem?**

Alunos – O círculo. O círculo.

Professor – **O contorno!?**

Aluno – **É a circunferência.**

Professor – **O contorno é a circunferência.**

Quadro 07: Recorte de protocolo da aula 1

Segundo Brousseau (1986), o efeito Jourdain pode ser considerado uma forma de efeito Topázio, ou seja, buscando evitar um debate de conhecimentos com o aluno e, possivelmente, um fracasso, o professor concorda em aceitar como prova de conhecimento ou abordagem autêntica, uma produção ou um comportamento dos alunos que são de fato apenas respostas com causas banais, dessa forma, inúteis e às vezes sem sentido.

Para Brito Menezes (2006), um exemplo do efeito Jourdain poderia ser apresentado na seguinte situação: Se o aluno tem um certo número de calças compridas, um certo número de camisas, e ele faz as combinações das peças de roupa para produzir diferentes formas de vestir, então o professor de matemática afirma que esse aluno sabe o que é análise combinatória.

Nesse sentido, no decorrer desta aula, quando um dos alunos apenas inicia o que seria uma possível resposta para conceituar o círculo: “*E o círculo é a região...*” o professor

imediatamente considera a obtenção de um entendimento amplo sobre a ideia geométrica do círculo: “*Isso! O círculo vai ser além da circunferência, vai ser a região que está dentro da mesma, a região cercada pela circunferência. Tudo isso forma o círculo. É até interessante, ao invés de dizer círculo, você dizer disco.*”, no entanto no final dessa passagem é possível notar que o aluno ainda está buscando tal assimilação: “*Hã?*” “*Ah um CD né?*” Então, verificamos nesse momento a existência do efeito Jourdain.

Aluno – E o círculo é a região...

Professor – **Isso!** O círculo vai ser além da circunferência, vai ser a região que está dentro da mesma, **à região cercada pela circunferência. Tudo isso forma o círculo.** É até interessante, ao invés de dizer círculo, você dizer disco.

Aluno – Hã?

Professor – Disco... Disco.

Aluno – Ah um CD né?

Professor – CD ou DVD. Porque é uma região circular. Ok gente.

Quadro 08: Recorte de protocolo da aula 1

Como discutimos anteriormente, na nossa fundamentação teórica, de acordo com Brousseau (1986) o efeito Topázio além de ser bastante presente nas situações de ensino-aprendizagem, é, em alguns casos, necessário para desbloquear alunos com dificuldade em aprender matemática. No entanto, o professor pode se antecipar e fornecer a resposta correta a seus alunos, com isso ele termina buscando meios para evitar que o erro apareça.

Neste sentido, durante a aula observamos que o professor apresenta no quadro esta informação sobre o conteúdo abordado: “*Dist. A até C = dist. B até C = R*”, em seguida, antes de realizar uma pergunta direta aos seus alunos, ele promove algumas possíveis respostas: “*É o raio. É o raio da circunferência.*” Assim, quando finalmente os alunos participam, podemos observar que o “código” foi mal compreendido, pois seguindo essas indicações do docente, os alunos, depois de sua intervenção, respondem do seguinte modo: “[*professor*] *mesma distância para o...*” “[*alunos*] *Raio!*” e logo a resposta é retificada pelo professor: “*Centro, essa distância chama-se raio.*”.

Narrador – O professor copia no quadro:

Dist. A até C = dist. B até C = R

Professor – Distância de A até C é igual à distância de B até C, então qual o valor dessa distância? É o raio. É o raio da circunferência. Quando um ponto da circunferência tem a mesma distância para o...

Alunos – Raio!

Professor – Centro, essa distância chama-se raio.

Professor – Distância de A até C é igual à distância de B até C.

Quadro 09: Recorte de protocolo da aula 1

Por último, destacamos um momento em que o professor desenha uma figura no quadro buscando emitir algumas mensagens para seus alunos, ou seja, através da exposição realizada, ele procura enfatizar que “diâmetro” é uma corda que passa pelo centro da circunferência, e por isso essa corda recebe esse nome especial. Em seguida, o docente afirma que: *“Diâmetro é uma corda que passa pelo centro. Viu?”*, além disso, ele também copia a seguinte informação no quadro: *“Diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência.”*. Desse modo, depois de emitir essas mensagens, o professor pergunta: *“Diâmetro é uma corda que passa... Por onde, gente?”*. Os alunos seguindo suas dicas respondem corretamente: *“Pelo centro!”* Após confirmar que a resposta está certa, o professor realiza outro questionamento também indicando a resposta, dessa vez de forma mais direta: *“Pelo centro de quem? Da... Cir-cun...”*, então os alunos respondem rapidamente: *“Circunferência!”*. Para assim concretizar outra ocorrência de efeito de contrato didático, neste caso o efeito Topázio.

Professor – Ok! Deixa eu desenhar uma corda especial aqui, vou desenhar uma corda, assim, vou colocar dois pontos da circunferência passando pelo centro. Olha passou pelo centro até o ponto E. Tem que passar pelo centro. Olha passou gente, essa corda aí tem um nome especial. Ela é chamada de diâmetro.

Aluno – Diânn?

Professor – Diâmetro.

Aluno – Diâmetro.

Professor – Ou seja, vou colocar aqui a definição. O que seria diâmetro? Diâmetro é uma corda que passa pelo centro. Viu?

Narrador – O professor escreve no quadro:

Diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Professor – Diâmetro é uma corda que passa... Por onde gente?

Alunos – Pelo centro!

Professor – Pelo centro. Pelo centro de quem? Da... Cir-cun...

Alunos – Circunferência!

Quadro 10: Recorte de protocolo da aula 1

4.2.2 Segunda aula observada

Na segunda aula observada verificamos a ocorrência de alguns efeitos de contrato didático. Segundo Brousseau (1996), o efeito Topázio refere-se à postura do professor em não levar o aluno à descoberta da solução de um problema; pelo contrário, a intenção é disponibilizar meios para dar a resposta correta ao educando. Assim, inicialmente quando o professor faz uma revisão das ideias apresentadas na aula passada, é possível constatar a existência do efeito Topázio.

No caso a seguir, esse efeito Topázio é construído através de “sinais” e “códigos” para pré-determinar as respostas corretas, tanto verbalmente quando o professor apresenta que: *“Uma corda só é um diâmetro se passar pelo centro da circunferência.”*, como também visualmente quando ele aponta para o quadro dizendo: *“Oh... Então AB é uma corda especial por que passa pelo centro. Ok? AB é um diâmetro”*, ou seja, utilizando as informações que estão no quadro para sugerir as possíveis respostas. Dessa forma, após essas indicações antecipadas, o professor faz o seguinte questionamento: *“Quando essa corda passa pelo centro da circunferência chama-se?”* imediatamente, os alunos respondem: *“Diâmetro.”*. Portanto, verificamos que os alunos compreenderam as mensagens enviadas e destacadas pelo professor durante as exposições realizadas.

Professor – A corda é uma linha qualquer de dois pontos da circunferência. Uma corda só é um diâmetro se passar pelo centro da circunferência.

Narrador – O professor aponta para o quadro mostrando as informações.

Professor – Então se eu ligar aqui... Oh... Então AB é uma corda especial porque passa pelo centro. Ok? AB é um diâmetro. Então o que é diâmetro?

Alunos – Uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Professor – Centro da circunferência. Quando essa corda passa pelo centro da circunferência chama-se?

Alunos – Diâmetro.

Professor – Diâmetro.

Quadro 11: Recorte de protocolo da aula 2

Como temos acompanhado neste trabalho, de acordo com Brousseau (1986), a partir da variação do efeito Topázio, em uma determinada situação pode surgir o “efeito Jourdain”. Nesse caso, o professor concorda em aceitar, como prova de conhecimento ou abordagem autêntica, uma produção ou um comportamento dos seus alunos que são de fato apenas respostas com causas banais dessa forma sem grande valor, podendo ser consideradas até sem sentido em alguns momentos da aula. Essa postura adotada pelo docente se justifica pelo fato dele procurar evitar um debate de conhecimentos diretamente com a turma ou um aluno em particular, porque isso poderia resultar em um fracasso.

No recorte abaixo, retirado desta segunda aula observada, temos, inicialmente, um cenário que tende a estar voltado para a ocorrência de um efeito Topázio, porque o professor começa fornecendo várias pistas para seus alunos, através das suas explicações como esta: *“Essa região aqui é chamada de ângulo central. O que é um ângulo central? Olhem... Vou definir para vocês...”*, em seguida ele copia no quadro a seguinte informação: *“Ângulo central: é todo ângulo que tem como vértice o centro da circunferência”*. Após essas mensagens enviadas ele direciona para sua turma o seguinte questionamento: *“O que é ângulo central?”*, para em seguida tentar pré-determinar como que seria a resposta correta: *“O nome já tá dizendo. Ângulo central que vem do centro... De quê?”*, então, um aluno da turma, guiado pelas dicas enviadas pelo professor, responde: *“É um vértice da circunferência.”*. No entanto, logo após o professor ratificar a resposta do aluno como sendo uma prova de conhecimento adquirido: *“Isso! O vértice desse ângulo fica no centro da circunferência...”*, o próprio aluno comprova, através da pergunta: *“O que é vértice?”*, que sua resposta foi uma produção sem sentido científico, ela foi conduzida pelo docente. Portanto, nessa passagem da aula, apresentada no recorte abaixo, é possível identificar a concretização de um efeito Jourdain.

Professor – Gente, ângulo é uma região limitada por duas semirretas, que se cruzam num ponto chamado vértice. Nesse caso aqui oh, o vértice está exatamente no centro da circunferência. Ok? Essa região aqui é chamada de ângulo central. O que é um ângulo central? Olhem... Vou definir para vocês...

Narrador – O professor pega o livro, volta até o quadro e escreve:

Ângulo central: é todo ângulo que tem como vértice o centro da circunferência

Professor – O que é ângulo central? O nome já tá dizendo. Ângulo central que vem do centro... De quê?

Aluno – É um vértice da circunferência.

Professor – Isso! O vértice desse ângulo fica no centro da circunferência...

Aluno – O que é vértice?

Professor – Vértice é o ponto de encontro das duas semirretas...

Quadro 12: Recorte de protocolo da aula 2

De acordo com Brousseau (1986), o efeito de contrato didático *uso abusivo de Analogia* se caracteriza em substituir o estudo de uma noção complexa do conhecimento científico pelo estudo de uma analogia que acaba afastando o educando do objeto de estudo. Por outro lado, caso a aprendizagem inicial não se concretize é necessário oportunizar um novo momento de aprendizagem, e as metáforas são sempre úteis para ajudar no processo de compreensão dos alunos. Desse modo, a analogia é considerada também uma prática natural no ensino.

Nessa perspectiva, observando esta aula, percebemos na passagem a seguir que temos uma iniciação desse efeito didático, ou seja, verificamos um momento em que o docente utiliza a Analogia para realizar seu ensino. Este momento é identificado quando o professor usa a seguinte expressão: “Então, aqui nós temos o ângulo central. A, C, **com chapéuzinho**, B”, esse termo destacado representa um conhecimento banal, dessa forma, sendo conhecido pelo aluno fora da escola por fazer parte do seu cotidiano. Ele foi utilizado para substituir a ideia apresentada pelo saber científico ($A\hat{C}B = \alpha$). É possível verificar que rapidamente um aluno questiona sobre o uso do termo que foi citado: “Por que tem esse **chapéu?**”, o professor, por sua vez, explica seu significado: “**Esse chapéu** significa onde está o vértice.”. Comprovando-se, assim, o uso da Analogia.

Professor – Então... Gente o ângulo central é o ângulo cujo vértice está no? Centro da circunferência.

Narrador – Neste momento o professor escreve no quadro:

$$\widehat{ACB} = \alpha$$

Professor – Então, aqui nós temos o ângulo central. A, C, com chapeuzinho, B.

Aluno – Por que tem esse chapéu?

Professor – Esse chapéu significa onde está o vértice. O vértice ta aqui oh...

Quadro 13: Recorte de protocolo da aula 2

Portanto, esse efeito aparece a partir da utilização de uma analogia a um fenômeno já conhecido pelo aluno dentro ou fora da escola. No entanto, para ser caracterizado realmente como um uso abusivo da Analogia, precisamos focar nossa atenção quando o efeito de contrato didático surgir de forma excessiva, porque, dessa forma, pode limitar a aprendizagem do aluno em relação ao conceito em questão.

4.2.3 Terceira aula observada

Para apresentar os conceitos sobre o conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula, o professor, no início desta terceira aula observada, utiliza a analogia como um meio para se comunicar com seus alunos. Nesse sentido, primeiramente, ele anuncia a seguinte informação a sua turma: “*Agora vamos rever o conceito de setor circular...*”, em seguida, visando ao entendimento dos seus alunos, o docente recorre ao uso da Analogia através destas colocações: “*Gente imagine uma pizza*” “*pega um pedaço de uma pizza*” “*aquele pedaço de pizza lembra...*” . Após vincular o conhecimento científico ao conhecimento que os alunos adquirem dentro e/ou fora da sala de aula, o professor conclui, justificando o uso das suas metáforas, afirmando que: “*Dá ideia de setor circular*”, assim confirmando sua intenção em substituir o estudo de uma noção complexa pelo estudo de uma Analogia.

Professor – Pronto muito bem observado. Centro de círculo que coincide com o centro da circunferência. Ok? Muito bem. Agora vamos rever o conceito de setor circular... Gente

imagine uma pizza, quando você pega um pedaço de uma pizza, aquele pedaço de pizza lembra... Dá ideia de setor circular.

Quadro 14: Recorte de protocolo da aula 3

De acordo com Brousseau (1986), embora a analogia venha ser um excelente método pedagógico que leva o aluno a aprender por si mesmo, quando ela é realizada adequadamente por quem a utiliza, pode de maneira fácil produzir o efeito Topázio.

Verificando essa perspectiva, constatamos que o professor, no decorrer desta aula, continua fazendo uso da Analogia para conduzir suas explicações: “*Esse ângulo central aqui dividiu o círculo em duas regiões, em dois pedaços, imagine a pizza né, a pizza ficou com dois pedaços.*”. Assim, após sutilmente ter caracterizado o envolvimento do círculo no conceito de ângulo central e seguindo com as metáforas ele questiona seus alunos: “*Então o que é setor circular? É um pedaço, é uma fatia, de quem?*”. Dessa forma o efeito Topázio acaba sendo produzido naturalmente, e um dos alunos respondem corretamente: “*Do círculo.*”. Além disso, o educando, ao buscar aprimorar sua resposta a partir das analogias apresentadas pelo professor, ainda formula a seguinte expressão: “*É fatia do círculo.*”.

Então, no recorte abaixo, encontramos a produção de um efeito Topázio que surgiu a partir do uso da Analogia, que foi adotada durante a aula.

Professor – Ângulo central... Ok. O ângulo central é o ângulo formado por duas semirretas cujo vértice está no centro da circunferência, como no exemplo no centro C. Esse ângulo central aqui dividiu o círculo em duas regiões, em dois pedaços, imagine a pizza né, a pizza ficou com dois pedaços. Um pedaço ficou aqui representado por... Aqui olhem ok? E o pedaço maior que está fora... Então o que é setor circular? É um pedaço, é uma fatia, de quem?

Aluno – Do círculo.

Professor – Do círculo.

Aluno – É fatia do círculo.

Professor – Essa fatia é obtida a partir de quê? A partir do ângulo central...

Quadro 15: Recorte de protocolo da aula 3

De acordo com os estudos de Brousseau (1986), o efeito Topázio pode começar a ser instituído no momento em que um aluno encontra alguma dificuldade e não consegue avançar na aprendizagem dos conceitos ensinados. Desse modo, procurando evitar esse possível fracasso, o professor, diante dos questionamentos ou problemas propostos na sala de aula, tende a conduzir o educando até a resposta correta ou à solução, disponibilizando ou emitindo mensagens cada vez mais explícitas.

No próximo recorte, podemos observar que o professor desenvolve suas explicações, mantendo seu comportamento em relação ao contrato didático estabelecido com seus alunos, através da realização de perguntas que ele próprio responde: *“O que é esse eles? Seg-men-to”* *“O que é segmento? Segmento é uma linha que tem dois pontos extremos.”* Como já tínhamos destacado, essa postura adotada representa características do contrato didático encontrado na sala de aula. Desse modo o “efeito” do contrato didático começa a ser evidenciado quando o professor fornece a resposta a seus alunos: *“AE é diâmetro.”*, assim depois ele retorna a questão proposta no exercício: *“Quem é o diâmetro?”*, com isso, um dos alunos da turma consegue chegar à seguinte resposta: *“AE!”*, então o professor confirma o acerto do educando: *“Beleza! AE é um diâmetro.”*, dessa forma confirmando a existência do efeito Topázio.

Professor – Gente! Esse eles aqui é o quê? O que é esse eles? Seg-men-to. O que é segmento? Segmento é uma linha que tem dois pontos extremos. AE é diâmetro. Por que é diâmetro? Por que é uma corda que liga dois pontos da circunferência e passa pelo?

Alunos – Centro!

Professor – Centro. O diâmetro é quem?

Aluno – Eu coloquei assim professor.

Professor – Quem é o diâmetro?

Aluno – AE!

Professor – AE.

Professor – Ok... Viu gente?

Professor – Beleza! AE é um diâmetro.

Aluno – BD não é não?

Professor – BD é uma corda.

Professor – São quantas cordas que tem nesse... Olhem 1, 2, 3 cordas.

Aluno – 3!

Quadro 16: Recorte de protocolo da aula 3

Ainda sobre o recorte acima, em relação ao efeito Topázio, encontramos outro momento em que o professor se precipita e acaba fornecendo a resposta ao aluno. Ou seja, o professor faz uma pergunta a seus alunos e dita a possível resposta: “*São quantas cordas que tem nesse... Olhem 1, 2, 3 cordas.*”, assim ele claramente tende a conduzir os alunos até a resposta correta, imediatamente um dos seus alunos entende a mensagem e acaba respondendo corretamente: “3!”.

Já no caso abaixo, o efeito Topázio acontece da seguinte forma: o professor apresenta algumas informações que procuram enfatizar o conceito de diâmetro: “*Para uma corda ser diâmetro, essa corda tem que passar pelo? Centro da circunferência.*”, nesse caso, foi estabelecido em quais situações as cordas poderiam ser consideradas diâmetro. Em seguida, após apresentar algumas cordas, ele destaca que uma delas possui características próprias e assim, pode se diferenciar das outras, recebendo com isso, um nome especial: “*notem que na circunferência ainda tem o segmento do ponto A ao ponto E passando pelo centro, essa corda tem um nome especial.*”, o bastante para um aluno encontrar a provável resposta: “**Diâmetro.**” E o professor confirmá-la: “*Exatamente.*”.

Professor – Para uma corda ser diâmetro, essa corda tem que passar pelo? Centro da circunferência. Então quais as cordas aqui? Vou destacar com lápis azul. Quem são as cordas? As cordas são segmento AB, segmento BD e notem que na circunferência ainda tem o segmento do ponto A ao ponto E passando pelo centro, essa corda tem um nome especial.

Aluno – Diâmetro.

Professor – Exatamente.

Quadro 17: Recorte de protocolo da aula 3

Durante a aplicação da atividade, encontramos outro efeito de contrato didático. Para acompanhar a resolução de umas das questões da lista de exercício, o professor indica, no quadro, as possíveis respostas aos seus alunos: “*Olha aqui olha...*” “*O diâmetro... Aqui mesmo você vê oh...*” assim, quando ele pergunta: “*De A para C é quem?*” os alunos entendem os sinais que foram pré-estabelecidos e fixados no quadro, e respondem corretamente: “R!”. Por outro lado, um fato que chama atenção é que os alunos não tiveram o mesmo sucesso quando a resposta não estava indicada no quadro, então no momento em que

o professor pergunta: “*e de C para E?*” um dos alunos responde de forma errada: “*C!*”, e logo essa resposta é retificada pelo professor: “*R também!*”. Em seguida, buscando suprir o que poderia ser uma necessidade de conhecimento da turma, representada por esse erro, ele explica uma justificativa conceitual da matemática: “*Por que por definição o que é circunferência? Pontos que estão na mesma distância do centro.*”, para assim, fazer outra pergunta, no entanto, dessa vez ele se precipita e fornece a resposta: “*Que distância é essa? Raio.*” E, com isso, um dos alunos da turma confirma a resposta que já foi disponibilizada: “*Raio.*” Portanto, sendo caracterizado nesse momento da aula, o efeito Topázio.

Professor – A questão que pedi para vocês analisarem é a seguinte: uma circunferência tem $R = 7$ cm, qual a medida do diâmetro?

Alunos – 13... 14.

Professor – 13 ou 14? Por que 13? Por que 13? O que a gente estudou na aula passada... Olha aqui olha...

Narrador – Nesse momento o professor vai até o quadro, aponta para a figura, indicando a distância entre os pontos (A e C) e escreve a letra R.

Professor – O diâmetro... Aqui mesmo você vê oh...

Aluno – Ah é não, é 14!

Professor – De A para C é quem?

Alunos – R!

Professor – R, e de C para E?

Aluno – C!

Professor – R também! Por que por definição o que é circunferência? Pontos que estão na mesma distância do centro. Que distância é essa? Raio.

Aluno – Raio.

Quadro 18: Recorte de protocolo da aula 3

4.2.4 Quarta aula observada

Michel Henry denomina como efeito Pigmalião o fenômeno das expectativas existentes na relação didática. Ou seja, nas aulas de matemática esse efeito se concretiza diante das expectativas que os parceiros têm uns com os outros. Desse modo, durante a participação dos elementos humanos envolvidos (professor e alunos), visando ao saber matemático que está sendo trabalhado em sala, pode ser identificado o efeito Pigmalião já a partir dos seus próprios cumprimentos na relação didática.

Segundo Henry (1991), no contexto educacional, o fenômeno das expectativas pode mostrar que o fracasso ou o sucesso dos alunos dependem da expectativa que o professor tem deles. Por exemplo, quando o professor possui uma turma, com alunos comportados e bastantes participativos nas atividades escolares, a tendência é que ele apresente uma postura bem mais motivacional e assim apresentando uma enorme expectativa de sucesso em grande parte das situações propostas em sala de aula. Já no caso em que existe indisciplina, desinteresse ou até algumas dificuldades de aprendizagem dos alunos, o professor pode claramente supor que aconteçam possíveis fracassos em meio às atividades.

Assim sendo, diante das relações didáticas encontradas no decorrer do processo de ensino-aprendizagem na sala de aula, o Efeito Pigmalião se refere ao efeito das expectativas que o professor carrega sobre o desempenho escolar do aluno.

No recorte a seguir, o professor pede para seus alunos refletirem sobre a questão que está sendo abordada: *“Vamos pensar um pouquinho, nesse... Nesse ângulo, oh quanto mede esse ângulo central aqui?...”*, no entanto, com os alunos conversando bastante nesse momento da aula, o professor acaba comprovando que carregava algumas expectativas em relação a sua turma, pois, antes dos alunos começarem a resolver as questões propostas, ele já informa sobre uma provável dificuldade, afirmando o seguinte: *“Olhem esse primeiro aqui, pode ser que vocês não consigam ver logo.”*, em seguida, buscando criar uma expectativa de sucesso para a lista de exercícios, propõe a resolução de outra questão: *“Mas esse aqui é fácil né? Quanto é que mede esse ângulo aqui?”*. Esse aviso antecipado e a imediata mudança de foco para outra questão remetem ao fenômeno das expectativas, sendo assim identificado o efeito Pigmalião.

Professor – Vamos pensar um pouquinho, nesse... Nesse ângulo, oh quanto mede esse ângulo central aqui?... Mas deixa eu fazer...

Narrador – Os alunos conversam.

Professor – Olhem esse primeiro aqui pode ser que vocês não consigam ver logo. Mas esse aqui é fácil né? Quanto é que mede esse ângulo aqui?

Quadro 19: Recorte de protocolo da aula 4

Assim, com a existência do efeito Pigmalião no decorrer das aulas de matemática, é possível verificar que o professor pode limitar suas cobranças à medida que acredita na incapacidade da sua turma ou especificamente de algum aluno. Por outro lado, o educando também pode limitar seus interesses e suas participações nas atividades propostas em sala de aula, a imagem de si próprio que os professores lhe atribuíram.

Na passagem abaixo, sobre a resolução de algumas questões propostas na lista de exercícios elaboradas pelo professor, identificamos novamente o efeito Pigmalião. Assim, vejamos a passagem abaixo em que o docente afirma:

Professor – Oh, pessoal, vocês notaram que a letra c da 1, a letra b da 2 e a 4 tem asterisco aí na frente, esse asterisco aí nessas questões, vai ter uma orientação mais detalhada.

Quadro 20: Recorte de protocolo da aula 4

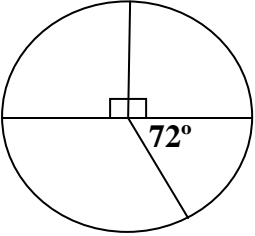
Ou seja, nesse recorte o professor destaca de forma antecipada que algumas perguntas presentes em sua lista de exercícios merecem uma maior atenção, precisando assim de acompanhamento para chegar ao resultado ou, conforme ele próprio afirma, necessitando de uma: “*orientação mais detalhada*”; dessa forma, é possível constatar de maneira antecipada que o professor estava supondo um iminente fracasso da sua turma diante dessas questões marcadas. Portanto o docente confirma, nessa passagem, suas expectativas em relação à capacidade de resolução dos seus alunos diante das questões alertadas antecipadamente, porque até o momento elas ainda não tinham sido trabalhadas durante esta aula.

De acordo com Henry (1991), o efeito Jourdain permite que se evite a aprendizagem do conhecimento que se acredita ter sido aprendido. Nesse sentido, cada elemento da relação didática (professor-aluno) ficaria satisfeito em conseguir se “safar”, ou seja, terminar escapando de suas responsabilidades em relação ao saber.

Assim sendo, no decorrer desta aula identificamos o efeito Jourdain, precisamente no momento em que o professor propõe a resolução de uma questão da lista de exercícios (segue

a lista completa no anexo 2). Dessa forma, para o preenchimento de uma tabela solicitada nessa questão, o professor desenha no quadro a figura utilizada no exercício, expondo para sua turma da seguinte maneira:

Narrador – O professor desenha a figura usando o esquadro.



6º Ano
7º Ano
8º Ano
9º Ano

Professor – Vou passar aqui o diâmetro né gente? Diâmetro. Quanto mede esse ângulo aqui?
Alunos – 180!

Quadro 21: Recorte de protocolo da aula 4

Inicialmente ele pergunta sobre os ângulos que considera mais conhecidos pelos alunos: *“Vou passar aqui o diâmetro né gente? Diâmetro. Quanto mede esse ângulo aqui?”* sendo imediatamente atendido pela turma: *“180!”*. Em seguida, quando se dirige aos questionamentos do exercício, ele continua mantendo a ideia de perguntar, primeiramente, sobre um ângulo que provavelmente seja mais conhecido pelos alunos: *“Quanto mede esse ângulo aqui?”*, e um dos alunos responde corretamente: *“90 graus.”*. Com isso o professor segue sua perspectiva indicando o outro ângulo que tem a mesma medida: *“Consequentemente aqui também é?”* então outro aluno da turma entende a dica e afirma: *“90 graus!”*. Com o auxílio dessas duas respostas fornecidas pelos alunos, o professor elabora a seguinte pergunta: *“Noventa mais noventa?”*, sendo prontamente correspondido pelo educando: *“180 graus!”*. A partir disso, o próprio professor, com a sua explicação, acaba respondendo o questionamento inicial proposto na lista de exercícios, desse modo, revelando a medida do ângulo que faltava para o preenchimento da figura: *“180... Menos quanto? 72. Vamos ver... Dá? Esse ângulo aqui mede 108 graus. Coloquem aí, entenderam?...”*. Depois, tentando vincular sua explicação com as respostas anteriores dos seus alunos, ele faz a seguinte pergunta: *“108 mais 72?”* os alunos atendendo a mensagem enviada respondem: *“180.”*. Então, com o professor confirmando o acerto da questão levantada: *“180, muito bem!”*, todos ficam satisfeitos e procuram prosseguir com as outras atividades da aula.

Dessa forma, apresentamos abaixo o recorte completo da aula que comprova essa identificação do efeito Jourdain.

Professor – Olhem vejam bem, a gente vai fazer uma parte da tabela. Vamos aqui. Primeiro...
 éé... Quanto mede esse ângulo aqui?
 Aluno – 90 graus.
 Professor – Consequentemente aqui também é?
 Outro aluno – 90 graus!
 Professor – Noventa mais noventa?
 Aluno – 180 graus!
 Professor – Agora é possível dizer que esse ângulo... Esse ângulo todinho aqui é quanto?
 Aluno – 140 graus!
 Professor – Assim oh...
 Aluno – 180 graus!
 Professor – 180... Menos quanto? 72. Vamos ver... Dá? Esse ângulo aqui mede 108 graus.
 Coloquem aí, entenderam?... 108 mais 72?
 Alunos – 180.
 Professor – 180. Muito bem!

Quadro 22: Recorte de protocolo da aula 4

Seguindo a análise desta aula, encontramos outro caso do efeito Jourdain. Diante de uma questão da lista de exercício, a qual precisava encontrar o valor desconhecido de “C”, o professor realiza quase todo o procedimento para a resolução sozinho: *“Olhem, C vezes 360 é igual 360C, é igual 108 vezes 100, vamos fazer rapidinho aqui, 108 vezes 1, acrescenta a direita dois zeros. Logo vai dar 10800.”*. Desse modo, apenas na parte final ele consegue uma aproximação com o educando, emitindo a seguinte mensagem: *“E finalmente passa o 360, dividindo por 10800. Corta os zeros...”*, com isso um dos alunos da turma acaba assimilando essa informação, e assim afirma: *“1080 dividido por 36.”*. Contudo, faltando apenas a divisão, o professor enaltece a participação do aluno: *“Isso!”* e propõe a resolução final para que todos então cheguem ao resultado: *“Vamos colocar aqui no cantinho.”*

Professor – Olhem, C vezes 360 é igual $360C$, é igual 108 vezes 100, vamos fazer rapidinho aqui, 108 vezes 1, acrescenta a direita dois zeros. Logo vai dar 10800. E finalmente passa o 360, dividindo por 10800. Corta os zeros...

Aluno – 1080 dividido por 36.

Professor – Isso! Vamos colocar aqui no cantinho.

Quadro 23: Recorte de protocolo da aula 4

Assim sendo, como ainda faltava realizar esse cálculo final para encontrar o valor da incógnita “ C ”, então o professor resolve, no quadro, a divisão com seus alunos. Para verificar a concretização do efeito Jourdain, nesse momento da aula, vamos acompanhar no recorte abaixo de que forma acontece esse processo de resolução matemática envolvendo o professor e seus alunos.

Narrador – Neste momento, o professor resolve a divisão com os alunos da seguinte forma:

Professor – 1080 dividido por 36...

Aluno – Não dá por 10.

Professor – Isso, não dá por 10... E aí quanto dá, não tenham medo de errar não.

Professor – 4 vezes 6?

Aluno – 4 vezes 6... Dá... 24.

Professor – Vinte e quatro, 4 e vai 2. Quatro vezes três? 12. Mais 2?

Aluno – 14.

Professor – Passou? Aqui deu 144.

Aluno – Faz com 3.

Outro aluno – Faz com 3 mesmo.

Professor – Vou tentar com três. É assim que funciona.

Professor – 3 vezes seis?

Alunos – 18!

Professor – Fica oito...

Professor – 3 vezes 3?

Alunos – 9!

Professor – E um?

Alunos – 10!

Professor – Só tem esse zero mesmo né? Para baixar! Zero dividido por 36 dá quanto?

<p>Aluno – 36... Zero!</p> <p>Professor – Claro que é zero.</p> <p>Outro aluno – Como é?</p> <p>Professor – Zero dividido por 36 dá zero.</p> <p>Professor – Portanto, C, ou seja, o percentual dos alunos do 7º ano, dá quanto? 30.</p>
--

Quadro 24: Recorte de protocolo da aula 4

Portanto, diante do processo de resolução da divisão fica claro que a resposta do aluno, inicialmente induzida por um efeito Topázio, pode ter sido considerada (de maneira equivocada pelo professor) uma manifestação de grande valor, isto é, como uma grande compreensão do saber matemático visado na questão proposta. Ou seja, é possível observar que a produção do aluno foi de fato apenas uma resposta com causa banal, dessa forma tornando-se inútil no decorrer do processo de resolução, por isso o acompanhamento fundamental do docente durante todas as etapas de resolução, inclusive na conclusão da resposta: *“Portanto, C, ou seja, o percentual dos alunos do 7º ano, dá quanto? 30.”*.

Então, de acordo com o estudo de Brousseau (1986), temos nesse caso a predominância do efeito Jourdain, pois para evitar um debate de conhecimentos com o aluno e, possivelmente, um fracasso, o professor concordou em aceitar a participação casual do educando nessa situação como sendo uma prova de conhecimento autêntico ou de grande valor.

4.2.5 Quinta aula observada

Continuaremos nossa análise dos dados identificando os casos dos efeitos de contrato didático encontrados nesta última aula observada.

Segundo Brousseau (1986) o efeito Jourdain pode ser entendido como uma variação do efeito Topázio. Assim sendo, ao analisarmos o ambiente da sala de aula, esse efeito de contrato didático pode aparecer em forma de um comportamento banal do aluno, e em seguida podendo ser interpretado claramente pelo professor como uma grande realização, por ele considerar que esse tipo de interação possa ser uma forma de aquisição do conhecimento.

Assim, vale destacar que esse modo de situação pode desviar a aprendizagem do conhecimento visado.

No caso apresentado no recorte a seguir, o efeito Topázio promove o comportamento banal dos alunos. Para explicar a definição referente ao conteúdo que está sendo trabalhado em sala, o professor realiza algumas perguntas: “*por que é que essa posição aí é secante? Por que dizemos que a circunferência e a reta são secantes?*”, em seguida, cumprindo sua participação no Contrato Didático, ele próprio responde: “*Por que acontece o seguinte a reta ela corta, **ela corta a circunferência em dois pontos.***”, dessa forma, após algumas explicações, quando o professor questiona diretamente seus alunos: “*Por que secante?*”, estes compreendem as dicas e códigos enviados por ele e respondem: “*Por que **ela corta o... A circunferência.***”, assim, comprovando a existência do efeito de contrato didático. Em seguida, com a variação do efeito Topázio, temos a identificação do efeito Jourdain, pois o docente ratifica a resposta dos alunos, considerando-a como uma grande aquisição de conhecimento, e acrescenta estas informações: “*Isso! **Possuem dois pontos em comum, ok!** Assim, cortando esses também é secante, ou assim olhem,...*”, através dessas informações o professor questiona novamente seus alunos: “*Por que são secantes?*”, no entanto, para se certificar de que seus alunos responderão corretamente, dessa vez ele já inicia a resposta: “***Possuem dois...***” o bastante para o entendimento da turma, portanto, concluindo com exatidão, os alunos respondem: “***Possuem dois pontos em comum.***”. No quadro abaixo, podemos verificar essa passagem completa.

Professor – Pronto... Gente! Feito isso aí, por que é que essa posição aí é secante? Por que dizemos que a circunferência e a reta são secantes? Porque acontece o seguinte a reta ela corta, ela corta a circunferência em dois pontos.

Professor – Vamos chamar aqui esse ponto de ponto A e aqui um ponto B. Então aqui oh, nós temos a posição relativa da circunferência de centro O e raio R secante a uma reta. Por que secante?

Alunos – Por que ela corta o... A circunferência.

Professor – Isso! Possuem dois pontos em comum, ok! Assim, cortando esses também é secante, ou assim olhem,...

Aluno – Qualquer lado né?

Professor – Qualquer... Toda vez que uma reta tocar a circunferência em dois pontos a posição relativa entre elas é secante, ok gente. Por que são secantes? Possuem dois...

Alunos – Possuem dois pontos em comum.

Quadro 25: Recorte de protocolo da aula 5

O efeito Topázio, analisado por Brousseau (1986), apresenta uma característica marcante nas situações de ensino-aprendizagem encontradas na sala de aula, porque é possível identificá-lo no momento em que o docente propuser um problema ao aluno, e depois se precipitar, desse modo, emitindo a resposta dos questionamentos que são realizados, por presenciar algumas possíveis dificuldades dos seus alunos.

Já no caso a seguir, em outra situação de ensino, verificamos que inicialmente existe um desencontro entre professor e alunos em meio à produção do efeito Topázio. O professor expõe e responde para a turma o seguinte questionamento: *“Então quando as retas são secantes a distância é menor do que o? Raio.”* Então, no momento seguinte em que ele realiza uma pergunta de forma direta para seus alunos: *“Do centro para quem?”*, um aluno seguindo a mensagem enviada responde de forma equivocada: *“O raio.”*. Dessa maneira, observando a falta de conexão com sua turma através do erro desse aluno, o professor decide retificar a resposta: *“Para a reta! Distância do centro da circunferência para a reta. Ok?”* e, em seguida, ao verificar essa dificuldade da sua turma em acompanhar as explicações, ele busca manter um elo com as dicas enviadas na informação inicial, elaborando um novo questionamento que permite aumentar a possibilidade de acerto dos seus alunos: *“Então, quando a reta e a circunferência são secantes, a distância do centro para a reta é menor do que quem?”*, desta vez os alunos respondem corretamente: *“Raio!”* e o professor termina confirmando tal resposta: *“O raio.”*. Assim, temos nessa situação a existência de um efeito que surge a partir do contrato didático.

Desse modo, com o envio precipitado da resposta através do questionamento que o próprio docente responde e também por observar a dificuldade de compreensão da turma, ele faz os ajustes necessários para pré-determinar a resposta dos seus alunos. Portanto, a partir da configuração dessas características, o efeito Topázio foi identificado neste momento da aula. Podemos acompanhar, abaixo, o recorte da aula.

Professor – Então quando as retas são secantes a distância é menor do que o? Raio. Olha é importante o seguinte a distância é o quê? Esse D aqui quer dizer distância... Do centro para quem?

Aluno – O raio.

Professor – Para a reta! Distância do centro da circunferência para a reta. Ok?

Professor – Então, quando a reta e a circunferência são secantes, a distância do centro para a reta é menor do que quem?

Alunos – Raio!

Professor – O raio.

Quadro 26: Recorte de protocolo da aula 5

De acordo com os estudos de Brousseau (1986), podemos identificar o efeito Topázio quando a resposta do estudante em sala de aula é geralmente mais ou menos pré-determinada pelo professor. Além disso, é possível que o docente procure gerar significado para essa resposta, negociando as condições em que elas serão produzidas.

Nessa perspectiva, no recorte abaixo, destacamos outra ocorrência do efeito Topázio, pois no decorrer desta aula o professor mais ou menos pré-determina a resposta do educando através da sua exposição, em que afirma o seguinte: *“A reta. A reta corta a circunferência em apenas um ponto, ok!”* em seguida, nesse momento da aula, é possível observar que ele se refere a dois elementos matemáticos: *“Olhem quando a posição relativa entre a circunferência e a reta é a posição tangente o que vai ocorrer?”* desse modo ele acaba preparando a produção dos seus alunos: *“Esse ponto P aqui ele pertence tanto à circunferência quanto à...”* e um dos alunos responde corretamente: *“Reta!”*, portanto encontrando significado com sua resposta diante do cenário construído pelo docente, assim, caracterizando o efeito Topázio.

Professor – A reta. A reta corta a circunferência em apenas um ponto, ok! Ou seja, possui... Olhem quando a posição relativa entre a circunferência e a reta é a posição tangente o que vai ocorrer? A reta corta a circunferência em apenas um ponto, que nós chamamos aqui de P. Esse ponto P aqui ele pertence tanto à circunferência quanto à...

Aluno – Reta!

Aluno – Professor então a distância não é maior do que o raio não né?

Narrador – Nesse momento o professor vai até o quadro e aponta para a figura indicando as respostas.

Professor – É não! Olhem o que é que está acontecendo aí? Isso aqui é à distância... Distância de quem? Do centro da circunferência para?

Alunos – A reta!

Professor – E nós sabemos que isso aqui é quem? É quem? Do centro da circunferência para?

Alunos – O raio!

Quadro 27: Recorte de protocolo da aula 5

Ainda sobre o recorte acima, podemos observar que o efeito Topázio continua tendo predominância nesse momento da aula, entretanto, ele também se manifesta de outra forma. Ou seja, a partir de uma dúvida expressa pelo questionamento de um aluno: “*Professor então a distância não é maior do que o raio não né?*”, o professor começa a explicar características referentes ao conteúdo estudado e aproveita para fazer algumas perguntas à sua turma, as quais ele sugere as respostas através de indicações visuais no quadro: “*É não! Olhem o que é que está acontecendo aí? Isso aqui é à distância... Distância de quem? Do centro da circunferência para?*” com essas dicas, os alunos imediatamente respondem: “*A reta!*”, em seguida, utilizando novamente essas indicações visuais para facilitar a resposta dos alunos, ele pergunta: “*E nós sabemos que isso aqui é quem? É quem? Do centro da circunferência para?*”, assim os alunos acabam entendendo a comunicação estabelecida pelo docente e de forma correta respondem: “*O raio!*”.

No próximo caso, encontramos mais um efeito Topázio. Desta vez é possível observarmos que ele se manifesta tanto de forma visual, com o professor indicando as futuras produções da turma com o auxílio das informações que estão registradas no quadro, como também de forma verbal, quando o docente sugere as possíveis respostas corretas a seus alunos. Nesse sentido, inicialmente o professor pede foco ao iniciar sua exposição: “*Olha atenção aí, já vimos duas posições relativas...*” para assim continuar sua explicação apontando para as informações que estão no quadro; além disso, no final da pergunta, que ele se direciona de forma explícita aos alunos, e assim fica nítida a sugestão para uma resposta que atenda sua expectativa: “*Oh! Secantes, a reta corta a circunferência em dois pontos, logo tanto a circunferência quanto a reta possuem dois pontos em?*”, dessa forma, através dessas indicações precisas emitidas pelo docente, os alunos respondem corretamente: “*Comum!*”. Acompanharemos, abaixo, o recorte que comprova a identificação do efeito Topázio.

Professor – Olha atenção aí, já vimos duas posições relativas...
--

Narrador – O professor explica apontando para as informações que estão no quadro.

Professor – Oh! Secantes, a reta corta a circunferência em dois pontos, logo tanto a circunferência quanto a reta possuem dois pontos em?

Alunos – Comum!

Professor – Mas a consequência disso é que a distância do centro da circunferência para a reta, será menor do que o?

Alunos – Raio!

Professor – Raio da circunferência. Beleza!

Quadro 28: Recorte de protocolo da aula 5

Do mesmo modo, seguindo com a verificação do registro acima, o professor continua destacando suas explicações usando o quadro como um meio para sugerir as respostas à sua turma. Assim, apontando para as informações presentes no quadro, ele propõe o seguinte questionamento: *“Mas a consequência disso é que a distância do centro da circunferência para a reta, será menor do que o?”* dessa vez, a indicação da resposta correta acontece pelo fato do docente, neste momento, estar trabalhando com conceitos matemáticos sobre distância, centro da circunferência, reta e raio, com isso no seu questionamento apenas um desses conceitos não foi citado, e também com o auxílio do artigo no final da pergunta sugerindo a resposta. Então, nesse cenário, os alunos atendem a essas sugestões enviadas, respondendo da seguinte forma: *“Raio!”* o bastante para o professor confirmar o acerto da questão levantada: *“Raio da circunferência. Beleza!”*. Portanto, nesse recorte, com o professor conduzindo seus alunos até a resposta correta, fica identificado o efeito Topázio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na perspectiva de retratar a realidade encontrada na sala de aula, da maneira mais evidente possível, procuramos realizar as observações das aulas de matemática, para assim tentar compreender melhor os fenômenos lá existentes, porque, desse modo, acreditamos que podemos expandir a discussão sobre quais as possibilidades de atuação docente diante de um ambiente tão complexo e dinâmico.

Nesse sentido, durante o desenvolvimento da nossa pesquisa, fizemos observações em sala de aula, por meio de acompanhamento das aulas do professor, em sua abordagem completa (da apresentação inicial do assunto até o seu encerramento) totalizando cinco aulas de matemática envolvendo a área da geometria com o conteúdo de circunferências e círculos. Desse modo, para verificarmos todas as interações que ocorreram nesse período da pesquisa e sempre que necessário analisar os detalhes de forma precisa, optamos em filmar todas as aulas com o auxílio de uma câmera de vídeo, portanto, nosso recurso para o levantamento dos dados foi a *videografia*.

Visando atingir o objetivo principal do nosso trabalho, acompanhamos atentos os questionamentos que nortearam esse estudo. Eles foram construídos e convencionados da seguinte maneira: De que forma se estabelece e quais as principais características do contrato didático realizado em sala de aula? Quais as situações envolvendo a geometria, especificamente o conteúdo de circunferências e círculos? Quais os efeitos do contrato didático encontrado na sala de aula e suas possíveis consequências? Essas questões nos ajudaram a encontrar respostas para a pergunta base da nossa pesquisa.

Assim sendo, com a realização deste estudo, buscamos identificar elementos que caracterizam os efeitos do Contrato Didático no trabalho com a geometria (através do conteúdo de circunferências e círculos) em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, procuramos ao longo dessa pesquisa nos basear nas ideias de Guy Brousseau sobre o Contrato Didático, o qual é apresentado como um conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.

Percebemos, durante a etapa das análises, que o professor procurou sempre manter seu conjunto de comportamentos, presentes no contrato didático, no decorrer da realização das aulas; dessa forma ele conduziu a apresentação e o desenvolvimento do conteúdo abordado se baseando nas regras, estabelecidas em grande parte implicitamente, que condicionaram a

convivência com seus alunos na sala de aula. Ou seja, nas aulas analisadas existiu uma predominância nas situações expositivas, nas quais na maioria das vezes o professor buscou informar, de diferentes maneiras, os conceitos referentes ao saber matemático.

Verificamos também outra característica marcante do contrato didático no decorrer das aulas, em que o docente em vários momentos realizou questionamentos que ele próprio terminava respondendo, foi possível observar que essa postura era esperada pelos alunos e servia também para o docente emitir informações. As normas de comportamento que condicionavam e mantinham o contrato foram ameaçadas nos momentos das aulas em que os alunos conversavam bastante e, desse modo, não se atentavam às explicações, no entanto, o professor acabava intervindo para assim tentar prosseguir sua abordagem e manter o comportamento adequado dos alunos.

Segundo Brousseau (1986), o contrato didático é o conjunto de regras que determinam, por uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar contas perante o outro. Assim sendo, verificamos com as análises das aulas observadas que as relações existentes na sala de aula entre professor e alunos diante do saber matemático que estava em jogo foram condicionadas pelo contrato didático vigente, na maioria das vezes esses acordos aconteceram de forma implícita e se mantiveram ao longo das aulas observadas.

Outro resultado importante da nossa pesquisa foi a constatação da abrangência do contrato didático diante de situações envolvendo a geometria, ou seja, com o trabalho do conteúdo de circunferências e círculos foram utilizados alguns materiais concretos para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem das aulas observadas de matemática. Entretanto, foi possível observar que as influências do contrato didático vigente se apresentaram de forma significativa, gerenciando o comportamento dos participantes em busca do saber. Assim, pudemos comprovar, de acordo com Brousseau (1986), que o cumprimento das normas de convivência estabelecidas pelo contrato didático presente na sala de aula pode ser o elemento responsável pelo gerenciamento das situações envolvendo professor e alunos diante de um saber visado.

Nesse sentido, durante as aulas analisadas, nas interações entre o professor e seus alunos em relação ao saber que estava em jogo ficou evidente a existência de expectativas e acordos que ocorreram em grande parte de forma implícita. Dessa maneira, acreditamos ter sido fundamental para nossa reflexão procurar identificar os *efeitos* que foram sendo

produzidos a partir do estabelecimento do contrato didático encontrado, porque ele gerenciou essas relações ao longo das aulas.

De acordo com Brito Menezes (2006), sabendo que o contrato didático envolve elementos humanos (professor e aluno) e que esses elementos trazem consigo toda sua subjetividade, com a iniciação e o desenvolvimento das aulas sendo regidos pelo contrato didático vigente, pode surgir certos efeitos. Para essa pesquisadora, os efeitos didáticos culminam por criar situações que podem dificultar o processo de ensino-aprendizagem, e são aspectos de extrema relevância a serem observados.

Para fazer a identificação dos efeitos de contrato didático nas aulas durante as análises, buscamos o embasamento teórico nos estudos de Brousseau (1986), que consideramos ter sido fundamental para a construção da nossa pesquisa. Procuramos também nos apoiar nos trabalhos dos pesquisadores: Henry (1991), Silva (1999), Pais (2001) e Brito Menezes (2006). Desse modo, os efeitos de contrato didático analisados em nosso trabalho foram os seguintes: Efeito Pigmalião, Efeito Topázio, Efeito Jourdain, Deslizamento Metacognitivo e Uso Abusivo de Analogia.

Verificamos nesta pesquisa que em todas as aulas analisadas existiram mais de um desses efeitos de contrato didático, de modo que começaremos destacando nossas considerações e os resultados referentes ao efeito Pigmalião identificado durante as aulas de matemática observadas.

Henry (1991) apresenta o efeito Pigmalião considerando sua representação através do fenômeno de expectativas. Esse efeito é caracterizado pelas expectativas que o professor carrega em relação à sua turma ou, especificamente, a um aluno. Além disso, vale ressaltar que, segundo Brousseau (1986), o efeito Pigmalião é inerente a qualquer relação didática, portanto, não se pode evitar o fenômeno das expectativas, pois um dos elementos centrais da ideia do próprio contrato didático, idealizado por ele, é a expectativa que um parceiro carrega em relação ao outro, sendo assim gerenciados os comportamentos de ambos em relação ao saber.

Investigando o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula, podemos observar, com a reflexão realizada em nosso trabalho, que a expectativa do professor em relação à sua turma ou a um dos alunos em particular pode estabelecer um acordo, muitas vezes implícito, entre eles. Dessa forma, verificamos em nosso estudo que o professor pode realmente limitar sua exigência à imagem que fez da capacidade do aluno, e este, por sua vez, limita seu trabalho à imagem de si próprio, que o professor lhe reflete.

Nesta pesquisa, o efeito Pigmalião foi identificado duas vezes durante a análise realizada na quarta aula observada. Destacamos o momento em que o professor demonstra suas expectativas em relação à capacidade de resolução dos seus alunos diante de algumas questões presentes na lista de exercício, assim, antes deles tentarem responder, ele os alerta explicitamente sobre as possíveis dificuldades que podem ser encontradas. Desse modo, acreditamos que esse efeito apresentou características que podem prejudicar o processo de aprendizagem dos alunos nas aulas de matemática.

Nesse sentido, mesmo com o fenômeno de expectativas podendo ocorrer de forma implícita na maioria das interações didáticas presentes na sala de aula, verificamos em nosso trabalho o momento em que sua identificação aconteceu de forma bastante explícita durante as aulas observadas.

Por outro lado, ressaltamos que o efeito Pigmalião também não seria considerado como um *efeito perverso* de contrato no processo de ensino-aprendizagem da matemática, como destaca Brito Menezes (2006), a questão da expectativa de um parceiro em relação ao outro é um dos elementos centrais à ideia de contrato didático. Entretanto, em relação às expectativas geradas na sala de aula, podem ser produzidos alguns *efeitos perversos* do contrato didático, os quais foram discutidos por Brousseau (1986, 1990), assim sendo, vamos verificar a seguir como eles estiveram presentes em nossa pesquisa.

Brousseau (1986) chama de efeito Topázio as situações em que o professor acaba antecipando o resultado que deveria ser alcançado pelo esforço do seu aluno, assim elas podem ocorrer quando o docente está diante de uma possível dificuldade que o educando pode apresentar durante o processo de ensino-aprendizagem, em relação ao saber que está em jogo.

A partir das nossas análises, percebemos um relevante número de efeitos Topázio no decorrer das aulas, pois tal efeito esteve presente em praticamente todas as aulas observadas. Acreditamos que um importante fator que pode ter contribuído para isso foi o fato de o professor em diversos momentos procurar transferir conhecimentos sobre o conteúdo abordado, por acreditar que dessa forma ele poderia tentar acelerar a aprendizagem dos seus alunos. No entanto, nas situações em que o efeito Topázio foi identificado pudemos observar que o docente pode ter carregado a responsabilidade principal de compreender e conduzir as respostas corretas aos seus alunos, por outro lado, a tarefa de compreensão dos questionamentos propostos no processo de aprendizagem deveria ser resultado do esforço do aluno.

Segundo Brousseau (1986), vale ressaltar que em determinados momentos esse efeito pode ser extremamente necessário para “desbloquear” os alunos com dificuldade em aprender matemática. Por outro lado, considerando nossa análise das aulas observadas, os resultados encontrados sobre o efeito Topázio indicaram que ele pode estar bastante presente nas situações de ensino-aprendizagem inclusive em uma única aula de matemática, pois na terceira aula observada, por exemplo, encontramos quatro registros que comprovaram a existência de tal efeito.

Como o professor procurou cumprir o seu papel no contrato didático em vários momentos durante as aulas analisadas, respondendo ele próprio aos questionamentos levantados, então os alunos quase sempre acabavam esperando suas sugestões para buscarem as respostas corretas. Isso nos comprovou a importância da reflexão constante sobre os fenômenos didáticos presentes na sala de aula, pois a partir do cumprimento rigoroso das condições estabelecidas no contrato didático, podemos encontrar um número expressivo de efeitos gerados.

Em consequência desse número elevado de efeito Topázio, durante as aulas analisadas, os alunos podem ficar extremamente dependentes da condução das respostas realizada pelo professor na sala de aula, considerando que ele sempre buscou fornecer explicações em excesso, até sua turma chegar à resposta esperada. Dessa forma, com a utilização desse efeito didático na prática docente, os educandos podem se distanciar cada vez mais da compreensão do conhecimento matemático que está em jogo.

Sobre o efeito Jourdain, Brousseau (1986) coloca que em alguns momentos durante o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula, o professor pode tentar se livrar da decepcionante constatação de um fracasso iminente dos seus alunos, e com isso termina considerando uma simples manifestação expressa, em algum momento, pela turma ou por algum de seus alunos como sendo uma grande demonstração de compreensão de algum saber escolar ou científico.

Percebemos que o efeito Jourdain também apresentou resultados bastante significativos em nossa pesquisa, sendo identificado em quatro aulas. Desse modo, de acordo com o estudo de Brousseau (1986) e a partir dos fatos que acompanhamos durante a análise das aulas observadas, esse efeito pode surgir como um resultado de uma variação do efeito Topázio, o que nos explica sua aparição sempre após a passagem desse outro tipo de efeito.

A existência do efeito Jourdain na sala de aula pode acabar desviando a atenção do aluno em relação à aprendizagem do conhecimento visado. Além disso, através do constante aparecimento desse efeito perverso de contrato, sempre que o professor perceber a

possibilidade de fracasso na aprendizagem da sua turma, ele pode acabar atribuindo um importante significado a pequenas colocações dos educandos que surgirem ao longo da aula, ou seja, nesses momentos, dificilmente ele vai tentar enfrentar o desafio de melhorar o desempenho dos seus alunos.

No efeito de contrato didático chamado por Brousseau (1986) de Deslizamento Metacognitivo, o professor realiza as explicações referentes ao conteúdo estudado, baseadas em suas experiências de vida, com origem no seu saber cotidiano, desse modo o objeto de estudo pode deixar de ser vinculado a um discurso científico e suas explicações podem se distanciar de suas bases conceituais. Assim sendo, em relação aos resultados desse efeito, durante a etapa de análise realizada em nosso trabalho, não encontramos nenhuma situação que pudesse ser caracterizada como um Deslizamento Metacognitivo durante as aulas observadas.

Outro efeito abordado por Brousseau (1986), que também verificamos em nossa pesquisa, foi o Uso Abusivo de Analogia. Para qualquer docente exercer sua prática é sempre interessante utilizar como recurso didático, em algum momento da aula, o uso de uma analogia entre um conhecimento já adquirido pelo aluno e os conceitos estudados em uma nova situação. Por outro lado, é extremamente necessário o controle criterioso do professor para não ocorrer uma redução ou até um distanciamento das características e significados dos conceitos envolvidos.

Em nossa pesquisa constatamos a presença desse efeito na segunda e na terceira aulas observadas. Percebemos, no primeiro caso identificado, que a utilização da Analogia não implicou, necessariamente, em um distanciamento dos conceitos matemáticos, assim, nem sempre ela pode ser considerada prejudicial à aprendizagem dos alunos, pois ao vincular o conhecimento do cotidiano do educando ao saber que está em jogo na sala de aula, ela pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem. Já no segundo caso, comprovamos que quando a analogia vai aparecendo de forma abusiva, seu uso pode se tornar inadequado para a aprendizagem dos alunos. Contudo, a constatação do sucesso ou do fracasso da utilização da analogia na prática do professor de matemática depende fortemente da forma que ela pode ocorrer.

As possíveis consequências que podem ocorrer a partir do aparecimento do *efeito perverso* Uso Abusivo da Analogia também podem contribuir bastante para a banalização do saber científico e escolar durante o processo de ensino-aprendizagem. Assim sendo, elas surgem quando esse efeito aparece com uma frequência elevada nas práticas de ensino da matemática, podendo resultar na produção de ensinamentos que carregam suas abordagens voltadas

para a aplicação de macetes, truques e técnicas de memorização, afastando os alunos de uma aprendizagem significativa.

Observamos que durante as aulas de matemática analisadas em nossa pesquisa o Contrato Didático vigente foi caracterizado pelas expectativas e o cumprimento das condições de comportamento entre os participantes. Nos casos em que as dificuldades para aprendizagem dos alunos poderiam aparecer nas situações de ensino verificadas, o surgimento dos efeitos do contrato foi predominante na prática docente.

Portanto, acreditamos que as reflexões sugeridas através deste trabalho podem contribuir de forma significativa com o debate sobre aspectos voltados para a sala de aula, em especial, quando se tratar do Contrato Didático e seus efeitos, no sentido de promover um olhar constante e preciso direcionado para o processo de ensino-aprendizagem e as práticas dos professores. Dessa forma, ao concluirmos o objetivo principal da nossa pesquisa, estamos disponibilizando uma discussão sobre características pertinentes do meio escolar, pois procuramos desenvolver uma reflexão transparente em torno da temática que adotamos em nosso estudo. Por outro lado, para nos posicionar de forma mais efetiva em relação às consequências desses efeitos do contrato didático que foram identificados em nossa pesquisa, seria necessário aprofundar ainda mais a investigação. Com isso, acreditamos ser relevante a ampliação do estudo para verificar se os efeitos observados nas aulas de matemática realmente se confirmam com os alunos no cotidiano escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. J. P. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. Salvador: UFBA, 2012. (Tese de doutorado) [Capítulo 2: Sobre linguagem, matemática e linguagem matemática]

BAKHTIN, Mikhail. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 14. ed. Trad. Michel Lahud & Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 2010.

_____. **Speech genres and other essays**. USA: Texas University Press, 2007.

_____. **Estética da criação verbal**. Trad. Paulo Bezerra. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BARTON, Bill. **The language of mathematics: telling mathematical tales**. New York: Springer, 2009. [Chapter 4: The evidence from language. p. 57-64]

BELLO, S. E. L. & MAZZEI, L. D. **Leitura, escrita e argumentação na Educação Matemática do Ensino Médio: possibilidades de constituição de significados matemáticos**. In: N. M. PEREIRA et. al. (Orgs.). *Ler e escrever: compromisso no Ensino Médio*. Porto Alegre: Editora da UFRGS – NIUE/UFRGS, 2008. p. 261-276.

BESSA DE MENEZES, M. (2004). **Investigando o processo de transposição didática interna: o caso dos quadriláteros**. Dissertação de Mestrado não publicada. Programa de Pós-graduação em Educação - Mestrado em Educação – UFPE.

BICUDO, Maria A. V. e GARNICA, Antonio V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: 2006. [Cap. 2. Educação, Matemática e linguagem: esboço de um exercício em Filosofia da Educação Matemática. p. 41-80]

BRANDÃO, Helena H. N. **Estilo, gêneros do discurso e implicações didáticas**. In: III Seminários da Análise do Discurso. Salvador: UCSAL, 2005.

BRITO MENEZES, A.P. (2006). **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental**. 2006. 410f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

BROUSSEAU, G. (1986) Fondementes e méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, 7(2), 33-115.

_____. (1990) Le contrat didactique: le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. 9/1, 308-336.

_____. (1996) Os diferentes papéis do professor. Em: PARRA, C. & SAIZ, I. (orgs.) (1996). **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas. 48-72.

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. **O professor e o tempo**. In: Revista Tópicos Educacionais. v.15. nº 1/2. Recife: Universitária/UFPE, 1997.

_____. Evoluindo nos níveis de Van-Hiele: **Utilizando o Cabri-Géomètre na aprendizagem de quadriláteros**. VII ENEM. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2001.

CORTELLA, Mario S. **A escola e o conhecimento: fundamentos epistemológicos e políticos**. 7. ed. São Paulo: Cortez / Instituto Paulo Freire, 2003. [Cap. 3: A escola e a construção do conhecimento. p. 101-128]

CURI, Edda. **Gêneros textuais usados frequentemente nas aulas de matemática: exercícios e problemas**. In: Celi E. LOPES e Adair M. NACARATO (Orgs.). Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. p. 137-150.

DOUADY, R. Jeux de Quadres et dialectique outil object. **Recherches en didactique des mathématiques**. v. 7. n. 2, 1986. p. 5-31.

DUARTE, Newton. **As pedagogias do “aprender a aprender” e algumas ilusões da assim chamada sociedade do conhecimento**. Revista Brasileira de Educação. n. 18. Set/Out/Nov/Dez 2001. P. 35-40.

DUVAL. Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: Silvia Dias A. MACHADO (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-34.

FAINGUELERNT, E.K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º graus. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano III, nº 4, p.45–53, 1º semestre 1995.

FASHEH, Munir. **Matemática, Cultura e Poder**. In IV ICME. Berkeley: 1998.

FILLOUX, J. (1974). **Du Contrat Pédagogique**. Paris: Dunod.

FONSECA, Maria C. F. R. e CARDOSO, Cleusa A. **Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática e matemática para ler o texto**. In: Adair M. NACARATO e Celi E. LOPES. (Orgs.). Escrituras e leituras na educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 63-76.

HENRY, M. (1991). Didactique des Mathématiques: **sensibilizations à la didactique en vue de la formation initiale dès enseignants de mathématiques**. Laboratoire de Mathématiques – IREM, Besançon.

JONNAERT, P. (1994). À propos du contrat didactique! In: **Cahiers de Recherche en Éducation**. Vol. 1, nº 2, pp. 195-234. Éditions du CRP, Sherbrooke.

_____, P. Devolução versus contra-devolução! Uma tendência incontrolável para o Contrato Didático. In RAISKY, C & CAILLOT, M. (Orgs) **Au-delà de didactiques, de didactique, lê debat autour de concepts fédérateurs**. De Boeck Université. 1996. (115-144) (tradução livre de Elio Carlos Ricardo)

JOHSUA, Samuel. **Le concept de contrat didactique at l'approche vygotkienne**. In: RAISKY, Claude; CAILLOT, Michel (éds.). *Au-delà des didactiques, le didactique: débats autour de concepts fédérateurs*. Paris: De Boeck, 1996.

MORGAN, Candia. **Writing mathematically: the discourse of investigation**. Bristol: Taylor & Francis e-Library, 2002. [Chapter 2: 'The language of mathematics' – Characteristics of written mathematical texts]

GÓMEZ-GRANELL, Carmen y MORENO, Pilar. **Lo individual y lo social en la construcción del conocimiento**. *Infancia y Aprendizaje*, 1992, n. 59-60, p. 159-183.

_____. **A aquisição da linguagem: símbolo e significado**. In: A. TEBEROSKY e L. TOLCHINSKI (Orgs.). *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1997. p. 257-282.

_____. Carmen. **Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática**. In: M. J RODRIGO e J. ARNAY (Orgs.). *Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores*. São Paulo: Ática, 1998. p. 15-42.

LINS, Rômulo Campos. **Matemática, monstros, significados e educação matemática**. In: M. A. V. BICUDO e M. C. BORBA (Orgs.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, CULTURA E ESPORTES. (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática**. Brasília: MEC.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Tópicos de Matemática Elementar: geometria euclidiana plana**. -1.ed. – Rio de Janeiro: SBM, 2012. v.2; 432p. (Coleção Professor de Matemática; 25)

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática, uma influência francesa**. Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2011.

PIMM, David. **El lenguaje matemático en el aula**. Madrid: Ediciones Morata, 1990. [Cap. IX]

SANTALÓ, Luis A. **Matemática para não-matemáticos**. In: Cecília PARRA e Irma SAIZ (Orgs.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001. p. 11-25.

SANTOS, Sandra A. **Explorações da linguagem escrita nas aulas de matemática**. In: Adair M. NACARATO e Celi E. LOPES. (Orgs.). *Escrituras e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 127-142.

SILVA, Benedito. **Contrato Didático**. In: MACHADO S. (Org.). **Educação Matemática uma Introdução**. São Paulo: PUC-SP, 1999.

ANEXOS

ANEXO 1
TRANSCRIÇÃO ANALÍTICA DAS AULAS

ANEXO 1.1: Transcrição da Primeira aula

Transcrição de aula de matemática no 8º ano Ensino Fundamental

1º Aula de Matemática de Geometria – Circunferência e círculo

Professor – Hoje vamos trabalhar com material concreto. Mas vocês podem estar se perguntando, qual o tema da aula de hoje? Por que esse bambolê? Por que esses equipamentos aí?

Narrador – Há barulho de conversas na sala. O professor se dirige até o quadro e escreve o tema da aula:

Circunferência e círculo

Narrador – O professor pede para um aluno, que está girando um bambolê, sentar-se e prestar atenção na aula.

Professor – Pessoal pera aí... Calma! Vamos prestar atenção na aula.

Aluno – É para copiar?

Professor – Calma Pessoal! Sentem!

Professor – Pessoal, por favor! Nossa aula será em cima desse conceito geométrico, muito importante, pois nós estamos cercados por essas formas geométricas aí: Circunferência e círculo.

Professor – Agora, será que circunferência e círculo é a mesma coisa?

Alunos – Não!

Professor – Do ponto de vista geométrico?

Narrador – O professor pega os materiais concretos para continuar a explicação.

Professor – É isso que nós iremos começar destacar. Outras questões que iremos analisar. Quais são os elementos da circunferência? Como desenhar uma circunferência perfeita? Nós iremos éé... Discutir nessa aula. Agora primeiro vamos à noção de círculo.

Narrador – O professor pega um bambolê e mostra aos alunos.

Professor – Qual a noção de circunferência ou de círculo, muita gente acha que é a mesma coisa, mas geometricamente..., então vamos fazer assim...

Narrador – Ele vai até o quadro e escreve:

Noção de circunferência

Professor – Vamos começar com a noção de circunferência. Ok? Então, gente! Se você segurar aqui esse bambolê dá uma noção de quê?

Aluno – Um círculo.

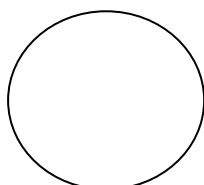
Professor – Esse, esse, bambolê aqui dá uma noção de circunferência. Por quê? Por que a circunferência é o quê? É esse contorno aqui, ok, ou seja, circunferência é o contorno, o contorno, ou seja, é a parte exterior, vamos dizer assim, é a fronteira entre... O que tá dentro e o que tá fora... E qual a noção do que é círculo?

Narrador – O professor pega um CD e o expõe para os alunos.

Professor – Para dar essa noção para vocês, para gente entender, temos aqui um CD certo, o CD dá uma ideia de círculo, a circunferência é só o quê? É só a corda, o contorno. E o círculo é toda região interna que está, vamos dizer assim, cercada pela circunferência.

Professor – Então formalizando isso aqui no quadro, seria o seguinte... O bambolê dá uma ideia de circunferência...

Narrador – Alunos conversam enquanto o professor desenha uma circunferência no quadro.

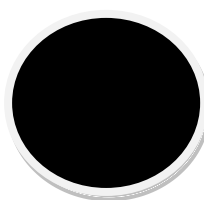


É um contorno

Professor – Já o círculo vai ser isso aqui... Isso... O círculo é o seguinte além da circunferência vai ser também a região interna.

Narrador – O professor desenha um círculo no quadro e coloca as seguintes informações:

Noção de círculo



É a região cercada pela circunferência

Professor – Muito bem gente, tudo isso aqui olha beleza? O círculo é o quê? É a região...

Aluno – De dentro.

Professor – Cercada pela circunferência, Ou seja, o círculo pega a circunferência e tudo que tá dentro da circunferência. Beleza! Entenderam aí? Bom, essa é uma introdução trazida para vocês...

Narrador – O professor pega novamente o CD.

Professor – Bom, vejam bem, o CD aqui todo tem um buraco aqui no meio, o CD todo seria quem? Hein? Um?

Alunos – Um círculo!

Professor – Círculo. Por quê? Por que é toda a região. E a circunferência vai ser quem? Vai ser o... (Alunos – contorno) contorno.

Professor – Aqui no CD olhem... O contorno... É quem?

Alunos – O círculo. O círculo.

Professor – O contorno!?

Aluno – É a circunferência.

Professor – O contorno é a circunferência.

Aluno – E o círculo é a região...

Professor – Isso! O círculo vai ser além da circunferência, vai ser a região que está dentro da mesma, à região cercada pela circunferência. Tudo isso forma o círculo. É até interessante, ao invés de dizer círculo, você dizer disco.

Aluno – Hã?

Professor – Disco... Disco.

Aluno – Ah um CD né?

Professor – CD ou DVD. Porque é uma região circular. Ok gente!

Aluno – Mas professor... Vai arranhar o CD!

Professor – Vai não!

Narrador – O professor vai até o quadro e pede aos alunos que copiem e desenhe as figuras.

Professor – Olhem! Eu queria que vocês, por favor, fizessem essa pequena anotação aqui... Sobre a noção de circunferência e de círculo.

Aluno – É para copiar é?

Professor – Gente olha a aula! ... Copiar e desenhar...

Aluno – Menino presta atenção na aula.

Professor – Gente! Nós estamos vendo aqui primeiramente a noção... Mas existe a definição formal de circunferência e círculo viu...

Narrador – Diante das conversas paralelas na sala, o professor decide interromper sua explicação, e resolve esperar os alunos copiarem.

Aluno – Como vou desenhar isso? Professor me empresta esse CD aí.

Outro Aluno – Professor, o senhor não vai olhar esse dever aqui...

Professor – Segunda-feira a gente olha, viu! Segunda a gente olha.

Aluno – Como vou desenhar?

Professor – Pegue um CD aqui. Se você tiver uma moeda também fica bom de desenhar. Uma moeda...

Narrador – Os alunos conversam, o professor pede atenção na aula e espera eles terminarem os desenhos, em seguida ele vai até o quadro e copia:

Elementos de uma circunferência.

Narrador – O professor pega e expõe um compasso para os alunos.

Professor – Vamos ver os elementos da circunferência. Pessoal adiantando aqui, para quem já fez o desenho, esse objeto aqui é chamado de compasso. O compasso facilita muito o desenho da circunferência, da linha que é o contorno, eu queria mostrar para vocês o desenho de um círculo, vocês notem que nesse desenho aqui, esse contorno e esse círculo não ficou bem feito, então quando a gente faz com o compasso, se for executado corretamente é claro, o desenho fica bem mais preciso... Ok!

Aluno – Eu tenho um compasso desse.

Professor – Essa parte aqui é chamada a ponta seca do compasso, ela fica parada. Aqui onde fica a ponta que vai riscar a circunferência. Olha como é simples...

Professor – Gente conforme o tamanho do compasso maior será a circunferência. Gente essa abertura do compasso vai dizer o quanto a circunferência é grande ou pequena. Ok? Vamos fazer o seguinte...

Narrador – O professor se dirige ao quadro e tenta desenhar utilizando o compasso.

Professor – Vamos aqui pegar a circunferência, essa ponta seca aqui vai ser o centro da circunferência. Ok... Olhem...

Alunos – Hum.

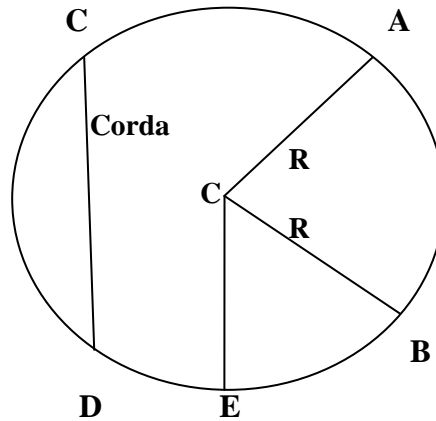
Aluno – É muito ruim professor.

Professor – Não ficou bom não... Vamos tentar de novo.

Narrador – Os alunos reclamam que o desenho não está ficando bom.

Aluno – Deixa eu ajudar.

Narrador – Em seguida o aluno levanta e vai até o quadro. Ele segura a ponta seca do compasso no quadro ajudando no desenho do professor.



Outro aluno – Agora sim!

Professor – Não ficou cem por cento não, mas tá bom né!

Professor – Muito bem, olha gente a circunferência ficou bem mais desenhada né... Esse pontinho aqui... É o centro da circunferência, vou colocar um C, C de centro. Vocês observaram. Ok?

Narrador – Após a circunferência desenhada, o professor escreve:

C: Centro

Aluno – Elementos de uma o quê?

Professor – Circunferência.

Professor – Vocês observaram quando eu desenhei aqui, com a ajuda do aluno, essa abertura ficou fixa, parada, essa abertura aqui gente é o raio, o raio da circunferência.

Professor – Essa linha aqui oh, é chamada de raio, representada por R.

Professor – Outro elemento da circunferência.

Aluno – O que é raio?

Professor – R quer dizer Raio.

Narrador – O professor escreve no quadro:

R: Raio

Professor – Os dois elementos principais da circunferência são esses, o centro e o raio. Com esses dois elementos podemos definir circunferência de forma mais precisa, de forma mais rigorosa. Então qual seria a definição de circunferência?

Professor – Aqui a gente colocou uma noção, olhem! A noção é o contorno. Certo?

Narrador – O professor aponta para o desenho anterior.

Professor – A definição é a seguinte...

Narrador – O professor copia a definição no quadro:

Definição: O conjunto dos pontos que estão a mesma distância é o raio.

Professor – Olha aí a definição formal, rigorosa de circunferência.

Narrador – Há conversas paralelas na sala de aula. Nesse momento o professor vai até o quadro e explica apontando para as informações que lá estão.

Professor – Olhem prestem atenção! Essa linha aqui, essa linha aqui gente! Ela é formada por vários pontos, certo, vários pontos. Ok? Quando a gente liga esses pontos... Essa figura chama-se circunferência, por quê? Por que esses pontos aqui, que características eles têm? Eles estão na mesma distância de quem? Do centro. Por exemplo, se pegarmos aqui o ponto A e pegarmos o ponto B, olhem a distância do ponto A para o centro é a mesma distância do ponto B para o centro. Qual é essa distância?

Alunos – O raio.

Professor – É o raio, o raio da circunferência. A distância dos pontos da circunferência até o centro chama-se raio. Ok? Quando é que uma circunferência fica definida? Quando nós conhecemos o centro da circunferência e o raio... Da medida.

Professor – Olha A e B pertencem à circunferência, o ponto A e o ponto B. São pontos da mesma circunferência. Então temos...

Narrador – O professor copia no quadro:

Dist. A até C = dist. B até C = R

Professor – Distância de A até C é igual à distância de B até C, então qual o valor dessa distância? É o raio. É o raio da circunferência. Quando um ponto da circunferência tem a mesma distância para o...

Alunos – Raio!

Professor – Centro, essa distância chama-se raio.

Professor – Distância de A até C é igual à distância de B até C.

Narrador – Os alunos conversam e o professor vai até eles e explica novamente.

Professor – Gente além... Além do centro e do raio, a circunferência tem outros elementos. Vamos usar essa aqui mesmo. Eu vou definir... Se eu pegar dois pontos quaisquer... Vou pegar aqui o ponto C e vou pegar aqui um ponto B.

Alunos – É para copiar agora?

Professor – Copiem agora não. Aí eu vou ligar os dois pontos. Vou ligar o ponto C ao ponto B, tanto o ponto C quanto o ponto B pertencem à circunferência, ok? Então... Essa linha que liga o ponto C ao ponto B é chamada de corda. Corda da circunferência. Outro elemento importante da circunferência. O que é uma corda? É a linha que liga dois pontos quaisquer na circunferência.

Alunos – Ah!

Professor – Círculo é diferente de circunferência. A circunferência é quem? É o contorno. Agora o ponto C e o ponto B pertencem à circunferência. O segmento que une C até B é chamado de corda.

Aluno – Por que aquele ali não pertence à circunferência...?

Professor – O centro?

Aluno – Não ali...

Professor – O raio não pertence à circunferência.

Aluno – Ah sim!

Professor – Por que a gente viu ali na definição que é apenas o contorno. E o centro não está no contorno. Ok! Deixa eu desenhar uma corda especial aqui, vou desenhar uma corda, assim, vou colocar dois pontos da circunferência passando pelo centro. Olha passou pelo centro até o ponto E. Tem que passar pelo centro. Olha passou gente, essa corda aí tem um nome especial. Ela é chamada de diâmetro.

Aluno – Diânn?

Professor – Diâmetro.

Aluno – Diâmetro.

Professor – Ou seja, vou colocar aqui a definição. O que seria diâmetro? Diâmetro é uma corda que passa pelo centro. Viu?

Narrador – O professor escreve no quadro:

Diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Professor – Diâmetro é uma corda que passa... Por onde gente?

Alunos – Pelo centro!

Professor – Pelo centro. Pelo centro de quem? Da... Cir-cun...

Alunos – Circunferência!

Professor – Nesse caso ali oh...

Narrador – O professor aponta para a figura. E escreve no quadro:

CD: Corda

AE: Diâmetro

Professor – Aquele desenho ali... AE é um diâmetro se passa aqui, vou usar essas referências aqui oh, CD, CD é uma corda, é uma corda. AE... O que é AE?

Aluno – É o diâmetro!

Professor – É o diâmetro. Por que é uma corda... O que é uma corda? Dois pontos da circunferência. Só que essa corda é especial, ela passa por onde?

Alunos – Pelo centro.

Professor – Ok, esses são os elementos principais que constituem uma circunferência. Viu pessoal entenderam?

Alunos – Entendemos!

Narrador – Neste momento toca o sinal indicando o final da aula. Em seguida, o professor faz uma leitura com os alunos de algumas informações que estavam no quadro.

Professor – Só recapitulando, quem são os elementos de uma circunferência?

Alunos – Centro!

Professor – Centro.

Alunos – Raio!

Professor – Raio.

Alunos – Corda!

Professor – Corda.

Alunos – Diâmetro!

Professor – E diâmetro.

Professor – Todos eles estão especificados aqui nesse...

Professor – Pessoal por hoje é só... Até a próxima aula.

ANEXO 1.2: Transcrição da Segunda aula

Transcrição de aula de matemática no 8º ano Ensino Fundamental

2º Aula de Matemática Geometria - Circunferência

Professor – Olá pessoal, vamos lá! Como a gente deu uma parada na aula anterior, é preciso que a gente lembre. Trabalhamos dois conceitos, duas ideias, a ideia de circunferência, lembram do bambolê?

Alunos – Lembro.

Professor – E a ideia de círculo, lembram do CD? Então esses dois objetos dão ideias intuitivas, ou seja, ideias básicas dessas duas figuras geométricas, dessas duas formas geométricas, vimos à definição formal da circunferência, quando é que uma circunferência pode ficar caracterizada? Quando a gente conhece o centro e o raio.

Alunos – O quê?

Professor – O centro e o raio.

Aluno – Centro é o meio.

Professor – O centro já tá dizendo, tá no meio.

Aluno – E o raio está dividindo o meio né?

Professor – E todo ponto da circunferência está na mesma distância do centro.

Alunos – E o raio?

Professor – Essa distância chama-se raio. Ou seja, a distância de qualquer ponto da circunferência para o centro chama-se...

Alunos – Círculo.

Professor – Raio.

Aluno – Esse aqui né...

Professor – Isso.

Narrador – O aluno mostra o caderno ao professor.

Professor – Vamos fazer o seguinte, vamos desenhar, novamente, uma circunferência, usando aqui o transferidor... Ok.

Narrador – Os alunos conversam. Dois alunos auxiliam o professor no quadro.

Professor – Pessoal atenção! Pessoal uma circunferência fica definida quando a gente conhece quem? O centro. E o raio. Ok? Centro é esse ponto aqui, o raio é a distância fixa de qualquer ponto para o centro.

Professor – Então a gente já definiu também... Então, esses pontos aqui estão na mesma distância do centro, certo? Vou representar o centro pela letra C ok? Vou pegar aqui um ponto da circunferência e vou chamá-lo de A. Certo? Então à distância...

Aluno – A distância deles é o raio.

Professor – Exatamente!

Aluno – E esse ponto ali...

Professor – Um ponto qualquer da circunferência. Então a distância desse ponto até o centro...

Alunos – É o raio.

Professor – Beleza! Se a gente pegar dois pontos quaisquer da circunferência, nós temos o quê?

Aluno – Corda.

Professor – Uma corda.

Professor – E outra coisa se a corda passar pelo centro, essa corda chama-se diâmetro. Então...

Aluno – A corda é o quê? Ééé...

Professor – A corda é uma linha qualquer de dois pontos da circunferência. Uma corda só é um diâmetro se passar pelo centro da circunferência.

Narrador – O professor aponta para o quadro mostrando as informações.

Professor – Então se eu ligar aqui... Oh... Então AB é uma corda especial por que passa pelo centro. Ok? AB é um diâmetro. Então o que é diâmetro?

Alunos – Uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Professor – Centro da circunferência. Quando essa corda passa pelo centro da circunferência chama-se?

Alunos – Diâmetro.

Professor – Diâmetro.

Narrador – O professor escreve no quadro:

AB é um diâmetro (D) $D = 2R$

Professor – A gente vai pegar o diâmetro, olhem... A distância de A para C, né! A mesma distância de B para C?

Aluno – É.

Professor – Então a gente pode dizer que essa é, olha e essa também é. Né?

Alunos – É o raio.

Professor – Então olha uma importante propriedade, o diâmetro é igual a quem? O raio mais raio, daqui pra cá. Então o diâmetro é quem? R mais R é igual?

Alunos – $2R$.

Professor – Ou seja, o diâmetro é o dobro do raio.

Aluno – Eu faltei professor o senhor me explica depois...

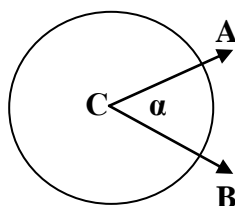
Professor – Explico. Copie isso aqui, por favor...

Narrador – O professor pede para os alunos copiarem as informações e o desenho de uma circunferência que estão no quadro.

Professor – Agora é o seguinte... Vamos aproveitar o desenho dessa circunferência aqui...

Narrador – O professor escreve o seguinte tema no quadro:

Circunferência, ângulo central, círculo e setor circular



Professor – Vamos definir com vocês agora, ângulo central.

Professor – Pessoal! Vamos definir o que vem ser ângulo central. Primeiro de tudo ângulo é um conceito geométrico. Então na circunferência existe um ângulo chamado ângulo central.

Professor – Gente, ângulo é uma região limitada por duas semirretas, que se cruzam num ponto chamado vértice. Nesse caso aqui oh, o vértice está exatamente no centro da circunferência. Ok? Essa região aqui é chamada de ângulo central. O que é um ângulo central? Olhem... Vou definir para vocês...

Narrador – O professor pega o livro, volta até o quadro e escreve:

Ângulo central: é todo ângulo que tem como vértice o centro da circunferência

Professor – O que é ângulo central? O nome já tá dizendo. Ângulo central que vem do centro... De quê?

Aluno – É um vértice da circunferência.

Professor – Isso! O vértice desse ângulo fica no centro da circunferência...

Aluno – O que é vértice?

Professor – Vértice é o ponto de encontro das duas semirretas... Nesse caso o vértice tá no centro, aí o ângulo é chamado de ângulo central.

Aluno – Nesse aí?

Professor – É o ponto de encontro das duas semirretas. Ok!

Professor – Gente! Vocês sabem me dizer quanto mede um ângulo reto? Por exemplo, o ângulo entre a parede e o chão dessa sala é um ângulo de 90 graus. Ok. A medida desse ângulo é 90 graus. Uma circunferência dessas mede quantos graus? Oi? 360 graus. Uma circunferência completa tem 360 graus. E essa do transferidor aqui na minha mão?

Aluno – 180!

Professor – Ok! 180 graus.

Narrador – O professor vai ao quadro e aponta o ângulo da figura.

Professor – Então... Gente o ângulo central é o ângulo cujo vértice está no? Centro da circunferência.

Narrador – Neste momento o professor escreve no quadro:

$$A\hat{C}B = \alpha$$

Professor – Então, aqui nós temos o ângulo central. A, C, com chapeuzinho, B.

Aluno – Por que tem esse chapéu?

Professor – Esse chapéu significa onde está o vértice. O vértice tá aqui oh...

Professor – Então como já foi dito corretamente pelo colega, uma circunferência completa mede 360 graus.

Narrador – O professor escreve no quadro o seguinte:

Uma circunferência completa mede 360°

Meia circunferência mede 180°

Professor – Quando é que um ângulo é de 180 graus? É fácil. Quando tem duas semirretas opostas passando pelo centro, olhem, elas são opostas, então mede cento e...

Alunos – 180 graus!

Professor – Meia circunferência mede 180 graus. Ok. O ângulo de meia volta.

Aluno – Meia, que é a metade né?

Professor – Que é metade de uma volta, exatamente, com certeza. Ok?

Alunos – Ok.

Professor – Vamos agora definir um outro conceito que é setor circular. O que é setor circular?

Narrador – Um aluno continua com dúvidas e o professor mostra os ângulos com o transferidor no quadro, em seguida ele copia a definição de setor circular:

Setor circular: é qualquer uma das partes do círculo determinadas por um ângulo central.

Narrador – Os alunos conversam bastante.

Professor – Gente! Vamos para cá, Acompanha comigo, é qualquer uma das partes do círculo, presta atenção! Determinadas por um ângulo central. Vou desenhar um círculo aqui, deixa eu pegar o equipamento.

Narrador – Os alunos reclamam do desenho e o professor justifica mostrando o transferidor. Ele avisa que após o término do desenho, eles podem sair. Por esta aula ser antes do intervalo, alguns alunos ficam bastante inquietos para sair.

Professor – Estudem em casa, na próxima aula a gente continua.

ANEXO 1.3: Transcrição da Terceira aula

Transcrição de aula de matemática no 8º ano Ensino Fundamental

3º Aula de Matemática Geometria - Circunferência: ângulo central

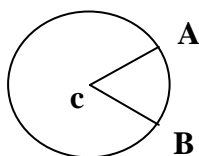
Professor – Boa tarde pessoal!

Alunos – Boa!

Professor – Pode apagar aqui? Pode apagar?

Alunos – Pode!

Narrador – O professor desenha um círculo no quadro utilizando um prato de plástico.



Professor – Hoje eu trouxe um instrumento que é melhor de fazer o desenho aqui, tem um tamanho bom. Aquele compasso deu muito trabalho.

Narrador – As alunos conversam, e o professor escreve no quadro:

Círculo e setor circular

Professor – Pessoal! Vamos lá pessoal!

Professor – Círculo e setor circular. Então círculo é a região que está delimitada dentro da circunferência. Ok? Região plana que está delimitada pela circunferência. Todos os pontos que estão aqui dentro e todos os pontos da circunferência fazem parte do círculo. Ok?

Professor – E agora vamos ver isso... Temos o círculo...

Aluno – Coloque um pontinho no meio.

Professor – Pronto muito bem observado. Centro de círculo que coincide com o centro da circunferência. Ok? Muito bem. Agora vamos rever o conceito de setor circular... Gente imagine uma pizza, quando você pega um pedaço de uma pizza, aquele pedaço de pizza lembra... Dá ideia de setor circular.

Professor – Aqui é o centro de círculo... Que passam duas semirretas cortando a circunferência do círculo. Isso aqui é o quê? Já vimos... Esse ângulo formado aí...

Aluno – Ângulo central.

Professor – Ângulo central! Ok... O ângulo central é o ângulo formado por duas semirretas cujo vértice está no centro da circunferência, como no exemplo no centro C. Esse ângulo central aqui dividiu o círculo em duas regiões, em dois pedaços, imagine a pizza né, a pizza ficou com dois pedaços. Um pedaço ficou aqui representado por... Aqui olhem ok? E o pedaço maior que está fora... Então o que é setor circular? É um pedaço, é uma fatia, de quem?

Aluno – Do círculo!

Professor – Do círculo.

Aluno – É fatia do círculo.

Professor – Essa fatia é obtida a partir de quê? A partir do ângulo central...

Aluno – Ela divide o ângulo central.

Professor – Hã? Isso, então o ângulo central divide o círculo em duas fatias, cada fatia chama-se setor circular, desde que seja a partir do ângulo central. Pessoal... Aula de matemática... Então o círculo. Quando a gente, a partir do ângulo central divide o círculo, em fatias, cada fatia é chamada de?

Aluno – Ângulo central.

Professor – Setor! Circular!

Professor – Mas é por que está relacionado ao ângulo central.

Professor – Gente! Agora vou aplicar uma lista de exercício...

Narrador – Segue a lista de exercício em anexo.

Professor – Vamos lá gente... Ao nosso exercício. Vamos exercitar um pouco...

Aluno – Vale nota?

Professor – Com certeza...

Outro aluno – Tudo isso?

Narrador – Há conversas paralelas na sala. Depois de um tempo o professor pega uma cópia da lista de exercício para ler com a turma.

Professor – Pessoal vamos lá, olhem... Primeiro observe a circunferência e os pontos assinalados com as letras. “Letra a” aluno (x) qual desses pontos é o centro da circunferência?

Aluno (x) – C!

Professor – Certo...

Outro aluno: Acertei!

Professor – Éé... Aluno (y) quais desses pontos pertencem à circunferência?

Aluno (y) – Sei não.

Outro aluno – A, B, C, D e E.

Professor – Isso... Aluno (z)!

Aluno (z) – Oi!

Professor – Quais dos segmentos assinalados é uma corda?

Aluno (z) – AB, BD e AE.

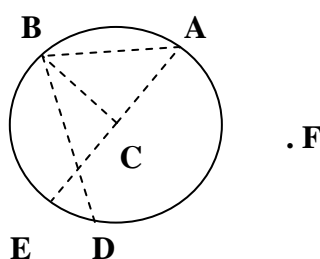
Professor – Os segmentos né isso?

Aluno (z) – Exatamente!

Professor – Os segmentos AB, BD e AE. Deixe-me reproduzir essa figura aqui no quadro, para gente ir para segunda pergunta... Que é o seguinte... Qual deles é o diâmetro? No item c.

P - Gente... Tô reproduzindo aqui tá...

Narrador – O professor desenha a figura no quadro.



Professor – Mais ou menos assim né? Aí na perguntinha final no item c.

Alunos – Qual deles é o diâmetro?

Professor – E qual deles é o diâmetro?

Alunos – Tá aberto.

Professor – Gente! Esse eles aqui é o quê? O que é esse eles? Seg-men-to. O que é segmento? Segmento é uma linha que tem dois pontos extremos. AE é diâmetro. Por que é diâmetro? Por que é uma corda que liga dois pontos da circunferência e passa pelo?

Alunos – Centro!

Professor – Centro. O diâmetro é quem?

Aluno – Eu coloquei assim professor.

Professor – Quem é o diâmetro?

Aluno – AE!

Professor – AE.

Professor – Ok... Viu gente?

Professor – Beleza! AE é um diâmetro.

Aluno – BD não é não?

Professor – BD é uma corda.

Professor – São quantas cordas que tem nesse... Olhem 1, 2, 3 cordas.

Aluno – 3!

Professor – Para uma corda ser diâmetro, essa corda tem que passar pelo? Centro da circunferência! Então quais as cordas aqui? Vou destacar com lápis azul. Quem são as cordas? As cordas são segmento AB, segmento BD e notem que na circunferência ainda tem o segmento do ponto A ao ponto E passando pelo centro, essa corda tem um nome especial.

Aluno – Diâmetro.

Professor – Exatamente! BC não é corda não viu! BC é o quê?

Aluno – Raio.

Professor – É o Raio. BC é o raio... Entendido galera? Beleza!

Narrador – Os alunos conversam...

Professor – Vão respondendo.

Professor – Gente, agora gostaria que vocês focassem na questão 2 letra “a”. Pensem um pouquinho nela...

Professor – A questão que pedi para vocês analisarem é a seguinte: uma circunferência tem $R = 7$ cm, qual a medida do diâmetro?

Alunos – 13... 14.

Professor – 13 ou 14? Por que 13? Por que 13? O que a gente estudou na aula passada... Olha aqui olha...

Narrador – Nesse momento o professor vai até o quadro, aponta para a figura, indicando a distância entre os pontos (A e C) e escreve a letra R.

Professor – O diâmetro... Aqui mesmo você vê oh...

Aluno – Ah é não, é 14!

Professor – De A para C é quem?

Alunos – R!

Professor – R, e de C para E?

Aluno – C!

Professor – R também! Por que por definição o que é circunferência? Pontos que estão na mesma distância do centro. Que distância é essa? Raio.

Aluno – Raio.

Professor – Olhem de A até C a distância é quem? R. E de C até E, também é R. Mas quem é AE? Diâmetro. O diâmetro é quem? É igual a quem? Igual a 2R. Mas R é igual a 7 cm. Logo quem vai ser o diâmetro?

Aluno – 14!

Professor – Exatamente, porque 2 vezes 7cm dá 14 cm. Gente! Olhem bem por isso é bom exercitar. O diâmetro é o dobro do? Raio.

Aluno – Raio!

Professor – É duas vezes o raio.

Professor – O diâmetro é o dobro do raio. O ponto chave da questão aí é que, o raio é 7 cm, ou seja duas vezes 7 que dá 14.

Aluno – Professor! Quando for na prova eu não sei por que deu 14.

Professor – Coloque nessa formula aqui olhem. O diâmetro é igual a 2R. Muito bem...

Professor – Aluno (x) se tivesse uma circunferência de raio 10 cm quanto seria o diâmetro dessa circunferência?

Aluno (x) – 5 cm!

Outro aluno – É não, é 20!

Professor – 20.

Aluno (x) – É eu me enganei.

Professor – Isso o dobro de 10 é 20.

Professor – Pessoal vamos ver juntos essa letra B. olhem se uma circunferência possui diâmetro de 13 cm, quanto medirá o raio dessa circunferência?

Aluno – 6!

Professor – 6,5... Vamos analisar... Se o diâmetro é o dobro do raio, o raio é a metade do? Diâmetro. Se 20 é o dobro de 10, 10 é a metade de...

Alunos – 20!

Professor – Eu vou representar um diâmetro pela letra D, tá certo. $D=2R$ esse D quer dizer diâmetro. Vamos fazer as contas. Mas quanto é o diâmetro?

Alunos – 2R!

Aluno – 13 cm.

Professor – Na questão. 13 cm é igual a 2R. O que é 2R? Duas vezes R. então se dois tá multiplicando R, quando ele passa para cá ele passa? Dividindo. Então 13 cm dividido por 2 vai ser igual ao raio, ou seja, o raio é a metade do diâmetro. Dividido por 2 não é a metade? E a metade de 13 é 6,5. A metade de 12 é 6, e a metade de 1 é meio. Seis mais meio, seis e meio.

Aluno – Esse negócio de matemática, eu não gosto de matemática.

Professor – Deixa eu fazer essa conta para vocês, oh. 13 dividido para 2. Tem gente que não sabe fazer isso, ou não tem muita segurança. Oh 13 dividido por 2. Dá 6 e sobra quanto?

Aluno – 5!

Professor – Quanto é 6 vezes 2? (Aluno - Quaren...) professor – Doze! Vamos tirar doze de treze sobra?... Um!

Aluno – Eu não posso fazer logo direto não?

Professor – Pode fazer direto não tem problema. Treze dividido por dois dá seis e sobra um. aí a gente vai continuar a conta. Aí o que é que a gente faz? A gente coloca um zero a direita do um, e no quociente ao lado do seis coloca uma vírgula.

Aluno – Dez dividido por dois cinco.

Professor – Exatamente!

Aluno – Então quando coloca o zero tem que colocar a vírgula.

Professor – Isso com certeza.

Professor – O raio mede seis e meio, 6,5 cm. Se o diâmetro é 13, o raio é 6 e meio. Por que 6 e meio mais 6 e meio dá? 13.

Aluno – Ah não sei...

Professor – Dois vezes seis e meio? Aqui ó. Duas vezes cinco dez. Vai um, duas vezes seis doze e um treze. E a vírgula aqui. Então realmente é essa a resposta.

Professor – Gente tá fácil o exercício?

Aluno – Tá não!

Outro aluno – Tá não. Depois que explica aí fica fácil!

Aluno – Eu não vou passar não!

Professor – Vai!

Professor – Pessoal! Eu vou fazer a chamada, e vocês vão tentar resolver a questão três. Vão tentando fazer a questão três, tá certo. Essa questão três vai trabalhar com ângulo central que já foi explicado na aula passada.

Aluno – Pode olhar pelo caderno?

Professor – Pode olhar pelo caderno, com certeza.

Aluno – É pra marcar né?

Professor – Não! É para responder cada item! De cada círculo aí, de cada circunferência.

Aluno – Pensei que era para marcar.

Outro aluno – Que hora é?

Professor – Três e dez.

Narrador – Os alunos conversam muito.

Professor – Gente! Vamos lá!

Professor – O ponto O é o centro gente, representou pela letra O. Vamos tentar gente. São três circunferências para você encontrar o ângulo central. Lembre-se que uma circunferência tem 360? ... Graus. Lembram?

Aluno – Esse três aqui é para dizer o ângulo central é?

Professor – Exatamente, em cada uma das figuras. Muito bem.

Aluno – Ângulo central é o quê?

Professor – É o ângulo que está no centro.

Aluno – O que é isso?

Outro aluno – Esse aqui oh!

Narrador – Toca o sinal de encerramento da aula.

Professor – Que está no meio. Continuaremos na próxima aula.

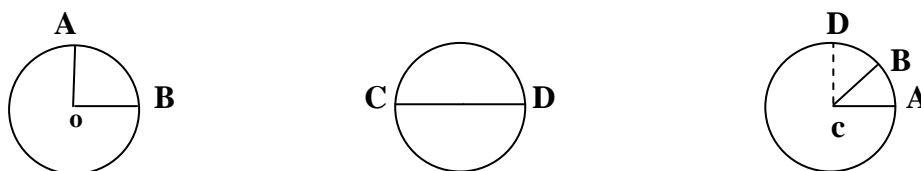
ANEXO 1.4: Transcrição da Quarta aula

Transcrição de aula de matemática no 8º ano Ensino Fundamental

4º Aula de Matemática Geometria – atividades

Professor – Vamos continuar a atividade... No final da aula anterior nós estávamos propondo responder a terceira questão, que tem três circunferências e em cada uma delas dizer qual é o ângulo central.

Narrador – Os alunos conversam muito. O professor vai até o quadro e desenha as seguintes figuras:



Aluno – Cadê o equipamento?

Professor – Trouxe não.

Aluno – Tá muito feio!

Professor – Vamos pensar um pouquinho, nesse... Nesse ângulo, oh quanto mede esse ângulo central aqui?... Mas deixa eu fazer...

Narrador – Os alunos conversam.

Professor – Olhem esse primeiro aqui pode ser que vocês não consigam ver logo. Mas esse aqui é fácil né? Quanto é que mede esse ângulo aqui?

Aluno – 180. Não!

Professor – Esse aqui é meia circunferência então tanto a parte de cima quanto a de baixo. Quanto é que mede? Meia circunferência mede? Logo aqui é... Ok? Essa medida aí é o ângulo central... Tá feito.

Professor – Toda a circunferência... Meia...

Aluno – É a metade de quê, do raio é?

Alunos – Professor coloca aí no quadro!

Professor – O raio é a metade... Então, vamos lá, sabendo que esse ângulo aí da figura do meio é 180 graus vocês conseguem ver quanto mede esse ângulo?

Alunos – 360 menos a metade de 180.

Professor – Muito bem.

Narrador – Um aluno vai até o quadro e mostra o ângulo ao professor.

Aluno – É 90 graus!

Narrador – Os alunos conversam.

Professor – Olhem qual a metade?

Aluno – 180!

Professor – Então mede 90 graus.

Aluno – É a metade da metade!

Aluno – A metade de 90 graus é 45 graus!

Professor – Perfeitamente!

Outro aluno – É o quê professor?

Professor – A outra circunferência que tem na sequência aí... Tem 45 graus. Você pode olhar direitinho aí oh... A metade.

Aluno – É! E a outra é a metade desse.

Professor – Isso! ... Ok. Então do três as respostas são as seguintes: A primeira tem 90 graus, a do meio tem 180 e a outra 45 graus.

Professor – Oh, pessoal, vocês notaram que a letra c da 1, a letra b da 2 e a 4 tem asterisco aí na frente, esse asterisco aí nessas questões, vai ter uma orientação mais detalhada.

Professor – Pronto! Então essa quatro aqui a gente vai fazer juntos... Ok! Porque ainda não tinha visto, a gente vai falar de gráfico de setor pizza ou gráfico pizza. Acompanhem comigo aí, por favor.

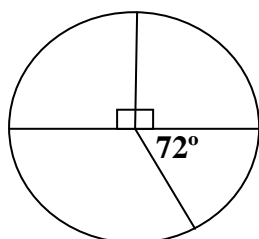
Professor – Os 400 alunos do 6º ao 9º ano continuem...

Aluno – Deixa eu ler!

Aluno – De uma escola estão distribuídos conforme o gráfico de setores abaixo.

Professor – Pronto, vamos fazer o seguinte, pra gente discutir melhor eu vou reproduzir esse gráfico aqui no quadro, tá certo! Vocês acompanham aí pela folhinha. Eu vou utilizar esse equipamento aqui fica melhor ok.

Narrador – O professor desenha a figura usando o esquadro (instrumento em forma de triângulo retângulo que serve para traçar ângulos retos ou linhas perpendiculares).



6º Ano

7º Ano

8º Ano

9º Ano

Professor – Vou passar aqui o diâmetro né gente? Diâmetro. Quanto mede esse ângulo aqui?

Alunos – 180!

Professor – Pronto, assim... Né?

Alunos – É!

Narrador – Ele também copia a tabela no quadro e os alunos conversam.

ANOS	PORCENTAGEM	Nº DE ALUNOS
6º		
7º		
8º		
9º		

Aluno – Sexto, sétimo, oitavo e nono.

Professor – Olhem vejam bem, a gente vai fazer uma parte da tabela. Vamos aqui. Primeiro... éé... Quanto mede esse ângulo aqui?

Aluno – 90 graus.

Professor – Consequentemente aqui também é?

Outro aluno – 90 graus!

Professor – Noventa mais noventa?

Aluno – 180 graus!

Professor – Agora é possível dizer que esse ângulo... Esse ângulo todinho aqui é quanto?

Aluno – 140 graus!

Professor – Assim oh...

Aluno – 180 graus!

Professor – 180... Menos quanto? 72. Vamos ver... Dá? Esse ângulo aqui mede 108 graus.

Coloquem aí, entenderam?... 108 mais 72?

Alunos – 180.

Professor – 180. Muito bem! Sabendo desses ângulos centrais aqui, notem que o centro ele correlativa quantos setores circulares?

Alunos – Quatro.

Professor – Quatro, que é exatamente as quatro séries camadas aqui, é importante lembrar que o total de alunos...

Aluno – É quanto?

Professor – 400 né? 400 alunos.

Professor – Os 400 alunos do 6º ao 9º ano de uma escola. Agora vamos fazer o seguinte. Vamos, vamos calcular as porcentagens. Vamos começar aqui no 6º ano.

Aluno – Eu fiz não sei se tá certo.

Professor – Esses dois aqui é 25 por cento... Vamos entender por que... Calma! Éé... 100 por cento vai ser quem? Vai ser toda a circunferência, todo o círculo, quanto graus mede?

Alunos – 360 graus!

Professor – 360. 180 mais 180. 100 por cento dá 360 graus.

Professor – Agora vamos ver o 6º ano. 90 graus vão corresponder a quantos por cento?

Aluno – 25!

Professor – O nome disso aí é regra de três, por que são dados três valores, três informações e nos vamos encontrar a quarta informação.

Aluno – Que é o x!

Professor – Que é o x da questão!

Professor – Isso. Oh presta atenção, x vezes 360? $360x$. Né assim? Que é igual 90 vezes 100. Fica difícil explicar com conversas atrapalhando... Fica difícil! Se vocês não quiserem assistir aula podem sair, mas não atrapalhe não. Façam o seguinte pelo menos não atrapalhem. Não vou colocar nem falta, agora o que não pode é na hora da aula ficar assim. Viu!

Professor – Então $360x$ é igual 90 vezes 100, (9 vezes 1, 9; acrescenta três zeros). 9000. Passa o 360 dividindo, x vai ser 9 mil dividido por quanto?

Alunos – 360.

Professor – 360. Vamos cortar o zero de baixo e o zero de cima para facilitar. Vai ficar 900 por 36 né?

Narrador – O professor resolve a divisão no quadro com os alunos.

Professor – 900 por 36. 90 dividido por 36 dá quanto?

Aluno – 2!

Professor – 2 vezes 36. Duas vezes 6, 12. Dois e vai um. 2 vezes 3... E um...

Aluno – Sete!

Professor – Então vamos tirar... 90 menos 72. Dois Para 10... 8. Oito menos sete? 18. 180 dividido por 36? Dá exatamente 5.

Professor – Então, como nosso amigo tinha dito x é igual a 25, tenha a porcentagem aqui, então 25 por cento.

Aluno – O outro lado também.

Professor – Calma. Vamos completar ainda o numero de alunos. Desses 400 alunos quantos são do 6º ano?

Aluno – 100!

Professor – Aí a gente pode trabalhar com a mesma ideia da regra de três...

Outro aluno – 180.

Aluno – Coloque 50 alunos!

Professor – Não é só colocar 50 não, a questão é fazer o cálculo certo. Ok. Então vamos conferir.

Professor – 100 por cento... Quem é 100 por cento? Todos os alunos. Todos os 400 alunos né? Mas no 6º ano qual a porcentagem de alunos? 25 por cento serão quantos alunos? Outra regra de três...

Aluno – Assim, professor, por que a metade da metade dar certo.

Professor – Isso! Certíssimo, por que 25 por cento é igual a um quarto. 100 por cento é o todo, a metade é 50 por cento e a metade de 50 por cento, é 25 por cento. Portanto, é só dividir 400 por 4. Vamos fazer aqui olha, 100 dividido por 4 dá quanto?

Aluno – 25.

Professor – Então esse aqui vai ser 400 dividido por 4, olhem dá quanto?

Aluno – 100.

Professor – 100, o 6º ano tem 100 alunos que é um quarto de 400. Presta atenção.

Aluno – Eu acho que vai dar 100, 100, 100 e 100.

Professor – Só era assim, se fosse só ângulos de 90 graus. Beleza. Ok!

Professor – Então já calculamos a porcentagem e o número de alunos do 6º ano. Vamos fazer juntos essa parte aqui do 7º ano.

Aluno – Não professor.

Professor – É a mesma ideia, viu. Vamos lá! Agora vamos começar com o 7º ano. Sabemos que 100 por cento tem quantos graus?

Aluno – 360.

Professor – 360 graus, a circunferência completa. Então, com quantos por cento, vamos chamar de C, corresponderão a 108 graus. Beleza. Todo o círculo é 360 graus, quando o setor circular tem um ângulo central de 108 graus, qual será o percentual na pizza?

Aluno – Na pizza toda?

Professor – Olhem, C vezes 360 é igual $360C$, é igual 108 vezes 100, vamos fazer rapidinho aqui, 108 vezes 1, acrescenta a direita dois zeros. Logo vai dar 10800. E finalmente passa o 360, dividindo por 10800. Corta os zeros...

Aluno – 1080 dividido por 36.

Professor – Isso! Vamos colocar aqui no cantinho.

Narrador – Neste momento, o professor resolve a divisão com os alunos da seguinte forma:

Professor – 1080 dividido por 36...

Aluno – Não dá por 10.

Professor – Isso não dá por 10... E aí quanto dá, não tenham medo de errar não.

Professor – 4 vezes 6?

Aluno – 4 vezes 6... Dá... 24.

Professor – Vinte e quatro, 4 e vai 2. Quatro vezes três? 12. Mais 2?

Aluno – 14.

Professor – Passou? Aqui deu 144.

Aluno – Faz com 3.

Outro aluno – Faz com 3 mesmo.

Professor – Vou tentar com três. É assim que funciona.

Professor – 3 vezes seis?

Alunos – 18!

Professor – Fica oito...

Professor – 3 vezes 3?

Alunos – 9!

Professor – E um?

Alunos – 10!

Professor – Só tem esse zero mesmo né? Para baixar! Zero dividido por 36 dá quanto?

Aluno – 36... Zero!

Professor – Claro que é zero.

Outro aluno – Como é?

Professor – Zero dividido por 36 dá zero.

Professor – Portanto, C, ou seja, o percentual dos alunos do 7º ano, dá quanto? 30.

Aluno – Pode copiar?

Professor – Fique à vontade...

Aluno – Aqui é 30 por cento né?

Professor – Porcentagem. É bom colocar o sinal mesmo, vamos colocar o sinal 30 por cento.

Narrador – Neste momento, toca o sinal de encerramento da aula.

Aluno – É para entregar agora?

Professor – Não, pode ficar viu. O que vocês poderem fazer em casa, façam.

ANEXO 1.5: Transcrição da Quinta aula

Transcrição de aula de matemática do 8º ano Ensino Fundamental

5º Aula de Matemática de Geometria – Posições relativas na circunferência

Professor – Vamos lá, continuando o nosso estudo sobre circunferência e círculo, na aula de hoje vamos estudar as posições relativas entre... Entre circunferência e reta. Dados no plano, dados no plano uma circunferência e uma reta que posições relativas entre elas podem acontecer? A primeira delas pessoal é essa daqui...

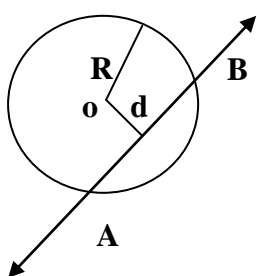
Narrador – Os alunos conversam. O professor escreve no quadro:

Posições relativas entre circunferência e reta

1. Secantes.

Professor – A primeira posição é essa, o que é secante? A secante é a posição de uma reta, olhem, vamos desenhar uma reta oh.

Narrador – Conversas paralelas entre os alunos, enquanto isso o professor desenha uma circunferência e uma reta no quadro.



Possuem 2 pontos em comum

$$d < R$$

Professor – Pronto... Gente! Feito isso aí, por que é que essa posição aí é secante? Por que dizemos que a circunferência e a reta são secantes? Por que acontece o seguinte a reta ela corta, ela corta a circunferência em dois pontos.

Professor – Vamos chamar aqui esse ponto de ponto A e aqui um ponto B. Então aqui oh, nós temos a posição relativa da circunferência de centro O e raio R secante a uma reta. Por que secante?

Alunos – Por que ela corta o... A circunferência.

Professor – Isso! Possuem dois pontos em comum, ok! Assim, cortando esses também é secante, ou assim olhem,...

Aluno – Qualquer lado né?

Professor – Qualquer... Toda vez que uma reta tocar a circunferência em dois pontos a posição relativa entre elas é secante, ok gente. Por que são secantes? Possuem dois...

Alunos – Possuem dois pontos em comum.

Professor – Ou seja, o ponto A e o ponto B pertencem tanto à circunferência de centro O e raio R, quanto à reta e a corda desses pontos. Esse ponto A aqui oh! Pertence à circunferência? Pertence num pertence?

Alunos – Pertence!

Professor – Do mesmo jeito o ponto B.

Professor – Vamos falar possuem né. Possuem tanto a circunferência quanto a?

Alunos – Reta.

Professor – Elas possuem dois pontos em?

Alunos – Comum!

Aluno – Desenhei oh!

Professor – Tá bom demais.

Professor – Gente, agora observe uma coisa, vou traçar aqui uma linha pontilhada, essa linha pontilhada representa a distância D, do centro da circunferência até a corda. O que é que vocês estão notando aí pessoal... Essa medida aqui em relação a essa, é maior ou é menor?

Alunos – Menor!

Professor – Menor.

Narrador – O professor escreve no quadro:

D: distância do centro para a reta

R: raio

Professor – Então quando as retas são secantes a distância é menor do que o? Raio. Olha é importante o seguinte a distância é o quê? Esse D aqui quer dizer distância... Do centro para quem?

Aluno – O raio.

Professor – Para a reta! Distância do centro da circunferência para a reta. Ok?

Professor – Então, quando a reta e a circunferência são secantes, a distância do centro para a reta é menor do que quem?

Alunos – Raio!

Professor – O raio.

Narrador – Há um enorme barulho de conversas paralelas na sala, neste momento o professor chama a atenção de alguns alunos:

Professor – Então pessoal essa é a primeira posição relativa.

Professor – Olha a matéria aí, estamos em aula viu! Por incrível que pareça estamos em aula.

Aluno – Eu não tô em casa.

Professor – É por que às vezes é bom lembrar, que parece que vocês não sabem que estão em aula não! Aí eu fico falando para ver se vocês se tocam. E estudar é ver a lição e acompanhar a lição, e participar das aulas, não tem conversas paralelas não. Viu? Certo!

Outro aluno – Professor vai fazer a chamada?

Professor – Não. Daqui a pouco.

Professor – Ok! Então oh, quando a posição relativa entre a reta e a circunferência são secantes. A circunferência e a reta vão ter dois pontos em comum, ou seja, a reta corta a circunferência em dois pontos e a distância do centro da circunferência para a reta será menor do que o?

Aluno – Raio.

Outro aluno – A circunferência é secante...

Professor – Aí o que acontece?

O mesmo aluno – Aí a distân...

Professor – possuem? Possuem?

Alunos – Dois pontos em comum!

Professor – Quem possuem dois pontos em comum?

Aluno – A reta... A dis...

Professor – A circunferência e a reta.

Professor – E qual a consequência disso?

Alunos – A distância é menor que o raio.

Professor – A distância do centro da circunferência representada pela letra D e o raio da circunferência representado pela letra R. Então é menor do que o raio.

Professor – Segunda posição relativa...

Narrador – O professor escreve no quadro:

2. Tangentes

Professor – Gente essa parte de geometria ela é interessante porque você vai vendo as figuras...

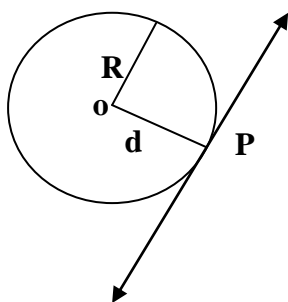
Aluno – Professor é pra copiar?

Professor – Primeiro observa!

Aluno – Que nome é esse professor? Tangente?

Professor – Isso menino sabido! Gente olha como é oh...

Narrador – Agora ele desenha uma figura:



Possuem apenas um ponto em comum.

$$\boxed{d = R}$$

Professor – A reta. A reta corta a circunferência em apenas um ponto, ok! Ou seja, possui... Olhem quando a posição relativa entre a circunferência e a reta é a posição tangente o que vai ocorrer? A reta corta a circunferência em apenas um ponto, que nós chamamos aqui de P. Esse ponto P aqui ele pertence tanto à circunferência quanto à...

Aluno – Reta!

Aluno – Professor então a distância não é maior do que o raio não né?

Narrador – Nesse momento o professor vai até o quadro e aponta para a figura indicando as respostas.

Professor – É não! Olhem o que é que está acontecendo aí? Isso aqui é à distância... Distância de quem? Do centro da circunferência para?

Alunos – A reta!

Professor – E nós sabemos que isso aqui é quem? É quem? Do centro da circunferência para?

Alunos – O raio!

Professor – Mas esse ponto aqui pertence à circunferência? Né verdade?

Professor – Então a distância vai ser igual ao raio, ok. Quando a reta e a circunferência são tangentes a distância do centro da circunferência para a reta vai ser igual ao raio. Mesmo tamanho!

Narrador – Os alunos conversam durante alguns minutos.

Professor – Pessoal vamos adiantar aí... Tá terminando a aula. Copiar e desenhar.

Alunos – Terminei professor.

Professor – Olha atenção aí, já vimos duas posições relativas...

Narrador – O professor explica apontando para as informações que estão no quadro.

Professor – Oh! Secantes, a reta corta a circunferência em dois pontos, logo tanto a circunferência quanto a reta possuem dois pontos em?

Alunos – Comum!

Professor – Mas a consequência disso é que a distância do centro da circunferência para a reta, será menor do que o?

Alunos – Raio!

Professor – Raio da circunferência. Beleza!

Professor – Olha isso aqui é uma reta, agora esse pedaço aqui é uma corda.

Professor – A outra posição relativa... Olhem... Circunferência e reta são tangentes por que a reta são tangentes por que a reta corta a circunferência em apenas um ponto, logo possuem apenas um ponto em comum. Quem possuem? Tanto a circunferência quanto a reta.

Professor – Esse desenho aqui qual foi o ponto em comum aqui neste desenho? Qual foi a letra que está representada?

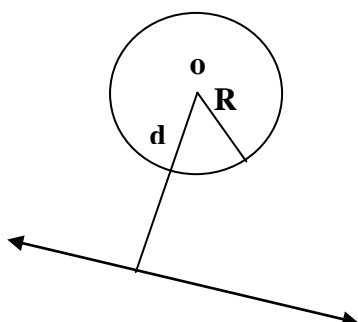
Alunos – D, C..., o P!

Professor – O ponto P pertence à circunferência e a reta, em consequência disso, meus amigos, a distância do centro, que vou chamar de D, também a distância do centro O para circunferência, para a reta tangente coincidirá com o raio, da circunferência, ou seja, serão...
ii...?

Alunos – Iguais.

Professor – Ok! Passemos agora, eu vou anotar depois eu explico, para a terceira posição relativa.

Narrador – O professor copia no quadro:



3. Externas

Professor – Gente... Gente a terceira e última posição relativa entre a circunferência e a reta, é quando elas são externas, ou seja, a circunferência e a reta não possuem ponto em comum, tá vendo oh, ou seja, em nenhum momento elas se tocam... Ok! Então nessa posição, em que a circunferência é externa a reta e vice-versa, o que é que ocorre? Não possuem ponto comum.

Narrador – Neste momento ele escreve:

Não possuem ponto comum.

Aluno – Ponto comum.

Professor – Isso! Muito bem!

Professor – Não existe ponto em comum entre a circunferência de centro O e raio R e a reta.

Professor – Mas pela lógica... O que vocês estão vendo aqui? Vamos fazer assim... Agora eu pergunto a vocês, à distância...

Aluno – É maior que o raio.

Professor – Do centro da circunferência para a reta, né maior do que o raio né?

Alunos – É maior!

Professor – Então a distância dessa...

Aluno – A distância é maior que o raio.

Narrador – O professor escreve no quadro:

$$D > R$$

Professor – Isso! Distância é maior... Então pessoal são essas as posições relativas entre circunferência e reta.

Alunos – Pronto professor!

Narrador – Alguns alunos levam o caderno para o professor olhar.

Professor – Então vamos só relembrar, éé... Quando elas são secantes, elas quem? A circunferência... Possuem dois pontos em comum e a distância vai ser menor que o?

Alunos – Raio!

Professor – Raio. Quando for tangente vai ter um ponto em comum e a distância é igual ao raio. E a terceira e última posição relativa entre elas são externas, ou seja, uma é externa a outra, conclusão se são externas não vai haver ponto em?

Aluno – Comum!

Professor – Consequentemente, a distância do centro até a reta será maior do que o? Raio.

Aluno – É maior do que o raio.

Professor – Então gente! Vamos parar por aqui, na próxima aula a gente continua.

Aluno – Pode sair professor?

Outro aluno – Pode guardar o caderno?

Professor – Vou fazer a chamada.

Professor – Sentem!

Aluno – Professor a prova vai ser quando?

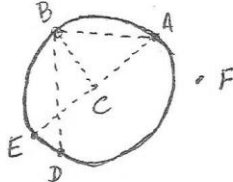
Professor – Próxima semana.

Narrador – O professor faz a chamada e encerra a aula.

ANEXO 2**LISTA DE EXERCÍCIO APLICADA DURANTE AS AULAS**

Exercício

1. Observe a circunferência e os pontos assinalados com as letras

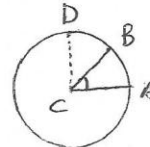
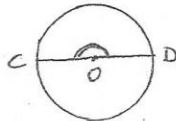
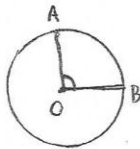


- a) Qual desses pontos é o centro da circunferência?
- b) Quais desses pontos pertencem a circunferência?
- * c) Quais dos segmentos assinalados é uma corda? E qual deles é diâmetro?

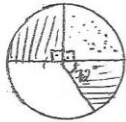
2. a) Uma circunferência tem raio $R = 7\text{ cm}$. Qual a medida do diâmetro?

* b) Se uma circunferência possui 13 cm de diâmetro, qual a medida do raio?

3. Qual a medida do ângulo central nas figuras:



* 4. Os 400 alunos do 6º ao 9º ano de uma escola estão distribuídos conforme o gráfico de setores abaixo



- ▨ 6º Ano
- ▩ 8º Ano
- 7º Ano
- ▧ 9º Ano

Complete a tabela

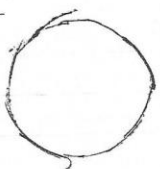
Anos	Porcentagem	Nº de alunos
6º		
7º		
8º		
9º		

ANEXO 3

**REGISTRO DO CADERNO DE UM ALUNO DURANTE AS AULAS
OBSERVADAS**

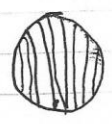
Circunferência e círculo

Definição de circunferência



É o contorno

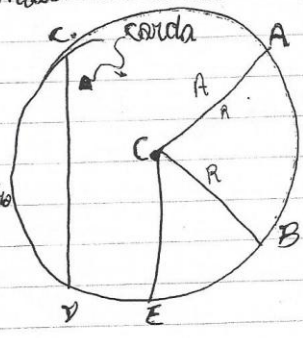
Definição de círculo



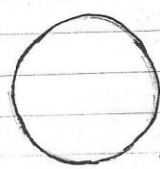
É a região cercada pela circunferência

Elementos de uma circunferência

- C: Centro
- R: Raio
- \overline{CD} : Corda
- \overline{AE} : diâmetro

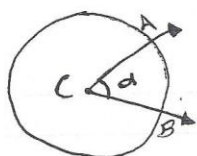


definição: é o conjunto dos pontos que estão a mesma distância e o raio.
 $dist. A \text{ até } C = dist. B \text{ até } C = R$



\overline{AB} é um diâmetro (D)
 $D = 2R$

Circunferência, ângulo central
Círculo e setor circular

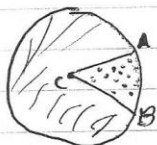


Ângulo central: é todo ângulo que tem como vértice o centro da circunferência

$$\widehat{ACB} = \alpha$$

uma circunferência completa mede 360°
meia circunferência mede 180°

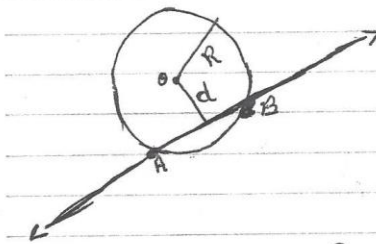
setor circular: é qualquer uma das partes do círculo determinadas por um ângulo central.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Setor ACB} \\ \text{Setor BCB} \end{array} \right. \rightarrow BCB > ACB$$

Posições relativas entre circunferência
e reta

3. Secantes.

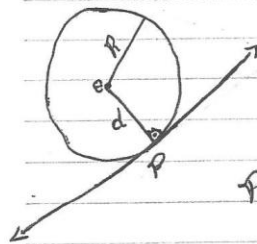


d : distância do
centro para
a reta
 R : raio

Perseuem 2 pontos em comum

$$d < R$$

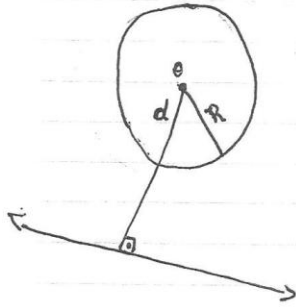
2. Tangentes



Perseuem apenas um ponto em comum.

$$d = R$$

3. Externas



Não possuem pontos comuns.

$$d > R$$