



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÉRICK MACÊDO CARVALHO

**O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

CAMPINA GRANDE - PB  
2015

ÉRICK MACÊDO CARVALHO

**O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

CAMPINA GRANDE – PB

2015

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

C331u Carvalho, Érick Macêdo.

O uso da modelagem matemática na formação de professores de matemática da Educação Básica [manuscrito] / Érick Macêdo Carvalho. - 2015.

163 p. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.

"Orientação: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo, Departamento de Matemática".

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Formação Continuada. 4. Formação Inicial. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

ÉRICK MACÊDO CARVALHO

**O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora  
como requisito para obtenção do título de Mestre,  
pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Ciências e Matemática da Universidade Estadual  
da Paraíba – UEPB.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

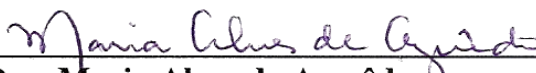
Aprovado em 23 de abril de 2015

Banca Examinadora



---

**Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo**  
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB  
Orientador



---

**Profa. Dra. Maria Alves de Azerêdo**  
Universidade Federal da Paraíba – UFPB  
Examinadora Externa



---

**Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa**  
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB  
Examinador Interno

*Aos meus pais, aos meus  
irmãos e sobrinhos.  
Dedico.*

## AGRADECIMENTOS

*Primeiramente agradeço a Deus por tudo!!*

*Aos meus pais, pelo amor, carinho e compreensão. Por me oferecerem a oportunidade de estudar, respeitando minhas decisões em momentos importantes da minha vida. Amo vocês.*

*Aos meus irmãos Fernando Carvalho e André Carvalho, além de irmãos, grandes companheiros. Agradeço de coração.*

*Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pelos ensinamentos ao longo do curso. Em especial, ao professor coordenador Dr. Silvanio de Andrade pela compreensão.*

*Aos meus amigos Berg, Sandro, Sarah, Wesley... .Obrigado pela amizade e força. E as companheiras de alegria e vida saudável, Eliana (L-ana), Glaucia (Glauciana) e Herla (a cantora). Obrigado!*

*Aos colegas do MECM turma 2012 - Adrielly Rodrigues, Alexsandro Alencar, Andrea Moura, Gilmara Meira, Humberto Oliveira, Isaías Pessoa, Janaina Cardoso, Jose Aauto, José Fernando, Juvenal Nicolau, Marconi Coelho (grande homem), Mirian Raquel, Verônica Lima e Jefferson Dagmar (pela amizade e pelas parcerias). E a Tiêgo Freitas.*

*Aos integrantes do grupo GPECOM – Alexandre Silva, Charles Santos, Erika Canuto, José Praxedes e Marcos Sousa (@marcospocinhos), pelos momentos de discussão sobre Modelagem Matemática e coisas não acadêmicas também. Bons momentos de alegria. Valeu GPECOM!!*

*Aos participantes do curso de extensão, aos professores da turma de Pocinhos e de Campina Grande, obrigado pela participação.*

*Aos professores da banca examinadora, o Dr. José Lamartine, a Dra. Maria Azerêdo e a Dra. Kátia Maria de Medeiros, obrigado pelas contribuições e disponibilidade. À Dra. Thaís Gaudêncio, pelas contribuições na qualificação.*

*Um agradecimento especial ao professor Dr. Rômulo Marinho pela oportunidade, pela orientação, pelos conselhos, ensinamentos... Com este, concluímos uma parceria que rendeu cinco trabalhos acadêmicos (dois trabalhos de iniciação científica, TCC, Monografia e Dissertação). Obrigado!!*

CARVALHO, E. M. **O uso da Modelagem Matemática na formação de professores de matemática da Educação Básica.** 2015. 163f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

## RESUMO

Este trabalho final de mestrado objetivou avaliar e reorganizar um texto didático sobre o uso da Modelagem Matemática para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática da Educação Básica. O foco do trabalho foi à análise de um curso de extensão desenvolvido por professores e pesquisadores da UEPB e os materiais nele desenvolvido. A pesquisa seguiu uma abordagem metodológica qualitativa caracterizada pela natureza descritiva e utilizou como materiais de análise o módulo, as aulas gravadas em vídeos, as atividades produzidas pelos participantes do curso e as pesquisas de mestrado de três ministrantes desenvolvidas nos níveis conceitual, metodológico e desenvolvimento do conteúdo. Para verificar o módulo do curso foi utilizado um quadro avaliativo com base na ficha de avaliação do PNLD/MEC (2008), nas ações de Silva (2006) e na ficha de avaliação do curso. Após a verificação desses materiais, foram feitas adequações no módulo do curso, com revisão dos capítulos já existentes e acréscimo dos capítulos sobre as concepções da Modelagem Matemática e da bibliografia complementar. Como produto final, estamos disponibilizando um texto didático destinado à formação inicial e continuada de professores envolvendo a Modelagem Matemática e eixos temáticos como contextualização, políticas públicas e recursos computacionais.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Formação Continuada. Formação Inicial.

CARVALHO, E. M. **The use of Mathematical Modeling in the training of mathematics teachers of Basic Education.** 2015. 163f. Dissertation – Master in Teaching of Science and Mathematics Education. State University of Paraíba. Campina Grande, 2015.

### **ABSTRACT**

This final master work aimed to evaluate and organize a didactic text on the use of mathematical modeling for the initial and continued training of mathematics teachers of Basic Education. The focus of the study was the examination of an extension course developed by professors and researchers from UEPB and the materials it developed. The research followed a qualitative methodological approach characterized by descriptive nature and used as materials analysis, the module, classes recorded on videos, activities produced by the participants of the course and the master's research three developed ministering in conceptual levels, methodological and development content. To analyze the course module was used an evaluative framework based on the evaluation form PNLD / MEC (2008), the actions of Silva (2006) and the course evaluation form. After checking these materials, were made in the course module, with review of existing chapters and increase the chapters on the concepts of mathematical modeling and complementary bibliography. As a final product, we are providing a didactic text for the initial and continued teacher training involving mathematical modeling and themes such as contextualisation, public policy and computing resources.

**KEYWORDS:** Mathematics Education. Mathematical Modeling. Continuous Training. Initial Training.



## LISTA DE SIGLAS

GPECOM – Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IES - Instituição de Ensino Superior

MEC – Ministério da Educação e Cultura

MECM – Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>17</b>
2.1 MODELO MATEMÁTICO .....	19
2.2 PERSPECTIVAS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	21
<b>CAPÍTULO 3 MODELAGEM NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....</b>	<b>24</b>
<b>CAPÍTULO 4 O PROFESSOR REFLEXIVO .....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO 5 METODOLOGIA.....</b>	<b>32</b>
5.1 O CURSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	32
5.1.1 A elaboração do Curso.....	33
5.1.2 A execução do Curso.....	35
5.1.3 Os participantes do Curso.....	36
5.2 AS PESQUISAS DE TRÊS MINISTRANTES DO CURSO DE EXTENSÃO .....	37
5.2.1 Um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria (SOUSA, 2014).....	37
5.2.2 A Modelagem Matemática na prática docente do Ensino Fundamental (SILVA, 2014).....	38
5.2.3 Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem de conteúdos algébricos no 9º ano do Ensino Fundamental (SANTOS, 2014).....	39
5.3 O CURSO A PARTIR DO QUADRO AVALIATIVO .....	40
5.4 O CURSO SOB A ÓTICA DOS PARTICIPANTES .....	47
<b>CAPÍTULO 6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>56</b>
<b>CAPÍTULO 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>63</b>
<b>APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DO CURSO .....</b>	<b>67</b>
<b>APÊNDICE B – MÓDULO DO CURSO .....</b>	<b>68</b>

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos das pesquisas na área da Educação Matemática é estabelecer conhecimentos que tornem visível o papel da Matemática fora do contexto escolar, desenvolvendo professores e alunos com habilidades para aplicar os conteúdos desta disciplina em diferentes contextos sociais, econômicos, políticos e culturais, bem como desenvolver atitudes positivas sobre esta utilização e o incentivo às práticas de ensino que estimulem a investigação na sala de aula. Estes aspectos, citados nos PCN de Matemática podem ser trabalhados com a utilização da Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem (BRASIL, 1998).

Nesta direção, o presente trabalho tem como foco principal a Modelagem Matemática na formação dos professores de Matemática da Educação Básica. Algumas considerações presentes nos próximos capítulos mostram a importância do uso da Modelagem Matemática em sala de aula para atender as demandas presentes na sociedade tecnológica.

Nosso objeto de investigação é um curso de formação continuada para professores dos municípios de regiões próximas à Campina Grande, ministrado pelo grupo de estudo – GPECOM<sup>1</sup>. Analisando a adequação desse curso como um recurso didático para a formação dos participantes, desenvolvemos nossa pesquisa tendo como base a pergunta norteadora: “O que é necessário adequar no curso para possibilitar aos participantes uma melhor capacitação para o uso da Modelagem Matemática em sala de aula?”.

Inicialmente explicitaremos as demandas formativas e funcionais de conteúdos matemáticos na educação básica presentes em pesquisas e referendados em documentos oficiais, tanto as atuais como delineadas em possíveis cenários futuros e como o uso da Modelagem Matemática pode responder a estas demandas. A partir desta perspectiva mobilizaremos conhecimentos sobre Modelagem Matemática, formação de professores e avaliação de materiais didáticos para analisar a adequação do curso.

---

<sup>1</sup> Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática.

Nosso objetivo geral é *avaliar e reorganizar um texto didático<sup>2</sup> sobre o uso da Modelagem Matemática para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática da Educação Básica*. Já os objetivos específicos são:

- Analisar o processo de elaboração, execução e avaliação de um curso de extensão;
- Investigar resultados do curso nos níveis conceitual, metodológico e de desenvolvimento de conteúdos;
- Reelaborar o módulo didático do curso de extensão;

Uma característica fundamental da sociedade contemporânea é a constante introdução de inovações tecnológicas de base científica, principalmente na área de informática, tanto no que se refere aos produtos, como aos processos. Esta realidade provoca demandas sobre a formação científica e matemática da nossa população e em especial dos nossos jovens, visando possibilitar o seu acesso aos bens físicos e culturais e a sua utilização de forma crítica e reflexiva e assim, realizando suas potencialidades como indivíduo e como membro de uma comunidade em um processo de mudanças acelerado.

A Matemática tem um papel fundamental nesta perspectiva, pois não é apenas a linguagem utilizada pela ciência e pela tecnologia, como também apresenta conhecimentos centrais para explicitar, representar e entender padrões de objetos, relações e estruturas presentes nos diversos sistemas físicos e abstratos que compõem a realidade e que afetam profundamente a vida de todos, observando aspectos qualitativos e quantitativos.

Este processo ocorre por meio da elaboração de modelos que, ao abstrair determinados aspectos da realidade física ou abstrata, permite uma representação sucinta levando à análise e à síntese dos mesmos. Entre estes modelos, destacam-se os modelos matemáticos que se utilizam de gráficos, esquemas, organogramas, equações, entre outros objetos matemáticos, permitindo que o aprendiz retire destas representações novos significados que destacados pelos processos de abstrações e de generalizações permitem o afloramento de aspectos e relações, inclusive a sua visualização, que de outra forma seria impossível ou de difícil compreensão.

Conhecer os modelos, seus alcances e limitações torna-se uma ferramenta de grande utilidade para o exercício da cidadania, pois permite aos indivíduos se situarem

---

<sup>2</sup> O texto didático é concebido como texto para ensino, ou seja, o texto que é relativo à instrução, que tem por finalidade o ensinar (SANTOS, 2001, p.15).

nas suas comunidades e no mundo, bem como agirem de forma significativa sobre esta realidade. A observação de possíveis inter-relações entre os fenômenos físicos e culturais e a Matemática é a peça central para esses estudos, como afirma Lesh e English (2005):

Nas economias modernas baseadas no conhecimento, os sistemas – desde sistemas de comunicação aos sistemas econômicos ou contábeis – se situam entre as “coisas” mais importantes que afetam a vida das pessoas comuns. Alguns destes sistemas são de origem natural, enquanto outros são criados por seres humanos. Mas, em qualquer caso, a Matemática é útil para fazer (ou para atribuir sentido) aos sistemas, pois a Matemática é o estudo de estruturas. (LESH; ENGLISH, 2005).

As pesquisas na área da Educação Matemática no que refere as estratégias de ensino recomendam, para fazer frente a estas demandas a superação dos processos tradicionais de ensino baseados na transmissão do conhecimento centrada na ação do professor, mediante o uso de diferentes recursos e processos de ensino baseado na construção do conhecimento matemático onde o aluno, por meio da realização de atividades, atribua sentido aos conteúdos trabalhados em sala de aula, sentidos estes que levem ao desenvolvimento de conhecimentos tanto formativos, como funcionais.

Entre tais estratégias, os PCN de Matemática sugerem o uso em sala de aula da Resolução de Problemas, da Modelagem Matemática, das Tecnologias da Informática, do recurso ao uso de jogos, desafios e quebra-cabeças matemáticos, da EtnoMatemática, da História da Matemática e a da investigação (BRASIL, 1998).

Entretanto, na maioria das nossas escolas da Educação Básica, ainda prepondera o ensino de conteúdos enfatizando a exposição por meio de algoritmos utilizando exercícios rotineiros, lecionados de forma centrada no professor. A Resolução de Problemas tradicionalmente resume-se ao uso de problemas escritos apresentando uma única solução, quase sempre direcionados para determinado conteúdo. Esta abordagem incentiva o aluno a ver os conhecimentos matemáticos como prontos e dissociados do fazer social e dos processos produtivos - estes em constante inovação e requerendo cada vez mais a utilização de conteúdos de outras disciplinas e situações específicas com trabalhos em equipe.

A maioria dos cenários traçados para um futuro próximo indicam a permanência de demandas educacionais atualmente existentes. De acordo com Lesh e English (2005),

há uma demanda de formação que levem as pessoas a desenvolverem proficiência em trabalho envolvendo (a) conhecimentos de sistemas complexos, (b) capacidade de trabalhar em equipes envolvendo especialistas de diversas áreas, (c) capacidade de adaptação rápida a situações envolvendo uma variedade de ferramentas conceituais em constantes mudanças, (d) capacidade de trabalhar em projetos de múltiplos estágios que requerem planejamento e colaboração entre variados níveis e tipos de participantes e (e) desenvolvimento de ferramentas conceituais compartilháveis e descartáveis, que normalmente precisam para sua elaboração de uma variedade de disciplinas – e domínio da literatura de uma área.

A escola para atender estas demandas formativas necessita não somente de fornecer meios de trabalhar elementos da cultura vivenciada pelos seus alunos, bem como fornecer meios para desenvolver conhecimentos que contribuam, seguindo as palavras de Saviani (2008, p.52), “transformar conteúdos formais, fixos e abstratos em conteúdos reais, dinâmicos e concretos”.

Os conhecimentos matemáticos, dentro das atuais concepções desta disciplina como sendo o estudo dos padrões abstratos, entre os quais as estruturas abstratas, permitem o desenvolvimento de modelos abstratos fundamentais para o estudo, a representação e a compreensão dos sistemas complexos referentes a situações físicas naturais, como também socioculturais, como por exemplo, sistema financeiro, sistema educacional, sistema de comunicação, entre outros.

Acreditamos que a utilização da Modelagem Matemática (MM<sup>3</sup>), a partir de situações problemas presentes no dia a dia dos alunos, pode ser testada dando origem ao aprimoramento do modelo inicial, oportuniza a mobilização dos alunos para realizar atividades, transformando em um problema de palavras que conduz ao desenvolvimento de um modelo matemático, cuja adequação ao problema inicial contribui para atender as demandas educacionais supracitadas.

Segundo Lesh e Zawojewski (2007), a resolução de problemas limitados aos expressos na linguagem conforme enfatizados nos livros didáticos e nos testes padronizados, necessita ser complementada por processos que centram o seu foco em (simulações) de resolução de problemas "ao natural".

Além disso, ao trabalhar com o desenvolvimento de modelos matemáticos de simulações ou a partir de situações próximas de sua realidade, quando realizado em

---

<sup>3</sup> Utilizaremos no decorrer do texto a sigla MM para citar Modelagem Matemática.

grupo, possibilita aos alunos partilhar conhecimentos, mobilizar conceitos inicialmente ligados ao contexto, criando sentidos que depois podem evoluir para significados partilhados pela comunidade Matemática, nesta direção contribui para superar os processos lineares de desenvolvimento de conteúdos curriculares, desenvolver atitudes de ver a Matemática como um conhecimento que pode ser aplicado a sua realidade, contribuindo também para a valorização da cultura por ele vivenciada e possibilita o desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupo de forma interativa, entre outros aspectos.

Como exemplo da necessidade de trabalhar modelos para compreender sistemas complexos, para exercerem sua profissão professores necessitam aprofundar sua visão sobre o sistema educacional onde estão inseridos. Observe que este sistema complexo envolve desde a realidade de sua sala de aula, de sua escola, da comunidade onde o seu aluno está inserido, a realidade por ele vivenciada, até as fronteiras deste sistema envolvendo trocas entre ele e a comunidade – por exemplo, o estabelecimento de políticas educacionais, a tomada de decisão em níveis locais e nacionais, a influência de novas tecnologias. Enfim, ele necessita se inserir como parte de um sistema onde ele e a sua sala de aula não estão isolados, mas influenciam e são influenciados em diferentes graus pelo que ocorre no sistema educacional como um todo.

Para Ponte et al. (2000), o processo de formação de professores deve atender a uma variedade de metodologias de ensino, tornando fundamental que na formação, os professores de Matemática desenvolvam habilidades e competências para que em sala de aula tenham práticas de ensino que permitam o domínio de conhecimentos sobre modelos, respondendo assim demandas do campo educacional referentes às teorias, métodos, técnicas, ações, problemas abordados e recursos didáticos, entre outros aspectos.

Nesta ótica, necessitamos capacitar professores para desenvolverem atividades e discussões em sala de aula, visando à criação de situações onde os alunos sejam corresponsáveis pela formulação e resolução de problemas práticos e apresentem atitudes para associar Matemática à realidade como uma forma de conhecer e agir sobre a mesma, o que é efetuado dentro das perspectivas da Modelagem Matemática.

A seguir, no Capítulo 2, referente ao referencial teórico, apresentaremos a importância da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Na primeira parte, descrevemos fatos iniciais que marcaram o início do desenvolvimento dessa área no

Brasil, definições e etapas a serem seguidas nas atividades, as perspectivas de diferentes autores sobre Modelagem. Na segunda parte, apresentamos aspectos legais para a formação de professores e como a Modelagem Matemática pode ser explorada nesse ambiente de formação inicial e continuada. E na terceira parte, citamos as ideias defendidas por Schön (2007) sobre reflexão nas atividades docentes.

No Capítulo 3, descrevemos o percurso metodológico, as etapas realizadas, a elaboração, os participantes e a execução do curso, assim como, as pesquisas de três ministrantes do curso de formação continuada realizado com professores da Educação Básica e os instrumentos utilizados para a coleta de informações.

No capítulo 4, constam as discussões e análise dos dados, apresentando detalhes das pesquisas dos ministrantes, do módulo do curso, do quadro avaliativo e da ficha de avaliação e as sugestões e mudanças ocorridas no texto didático.

No capítulo 5, apresentamos as considerações finais, destacando algumas limitações e propostas futuras para o desenvolvimento de trabalho nessa área.



## CAPÍTULO 2

### MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A importância das pesquisas sobre a utilização da MM na sala de aula de Matemática pode ser verificada no Brasil, pela presença constante e cada vez mais numerosa de publicações sobre o tema nos principais eventos acadêmicos sobre Educação Matemática. A dimensão atingida tornou necessário que estes trabalhos fossem organizados e divulgados nos eventos da SBEM<sup>4</sup> por um grupo de trabalho, o GT<sup>5</sup> 10, criado para a discussão e a colaboração dos pesquisadores brasileiros que realizam investigações sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Como reflexo desta situação, na bibliografia encontramos um grande número de publicações voltadas para aplicações da Modelagem Matemática tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, o que mostra a sua potencialidade em responder as demandas formativas e funcionais da Matemática, a exemplo de ALMEIDA et al (2012); MEYER et al (2011); KAISER et al (2011); ALMEIDA, et al (2011); LESH et al (2010); BARBOSA (2007); BASSANEZI (2002); BIEMBENGUT & HEIN (2000) trabalhos estes realizados envolvendo diferentes contextos sociais e culturais.

O marco da Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática no Brasil ocorreu no final da década de 1970 e início de 1980, a partir dos trabalhos de Aristides C. Barreto, Rodney Carlos Bassanezi, Ubiratan D'Ambrosio, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani que desenvolveram cursos para professores e atividades com o uso da Modelagem (BIEMBENGUT, 2009, p. 8).

Nos últimos anos, a Modelagem Matemática passou a integrar também os documentos oficiais do MEC<sup>6</sup>, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, onde ela é conceituada como a “habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BRASIL, 2006, p. 84).

---

<sup>4</sup> Sociedade Brasileira de Educação Matemática

<sup>5</sup> Grupo de Trabalho

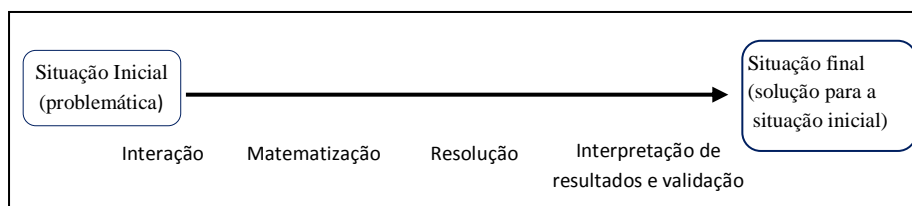
<sup>6</sup> Ministério da Educação e Cultura

Um dos pioneiros na disseminação da Modelagem Matemática no Brasil, o prof. Rodney C. Bassanezi enfatiza que ela pode ser usada como ferramenta para a vida, ajudando a pensar com clareza, a raciocinar melhor, cuja análise resultará da forma como o aluno terá contato com a Matemática e as relações com os fatos reais (BASSANEZI, 2002).

Tanto na Educação Matemática como na Matemática Pura e Aplicada são vários os conceitos atribuídos a Modelagem Matemática e esse fato ocorre porque “situações diferentes levam a diferentes conceituações” (MEYER, 2011, p. 78). Algumas das definições estão presentes em Barbosa (2001, p. 6), onde esse autor explicita a Modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar, utilizando a Matemática para avançar no conhecimento sobre situações de outras áreas. Em Bassanezi (2002), a Modelagem é vista como um método de investigação que se relaciona com as diversas áreas do conhecimento e destaca o seu papel no ensino como uma estratégia para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos, podendo ser trabalhada de forma interdisciplinar.

Em uma linguagem mais direta, Almeida et al (2012) sintetiza que as atividades de Modelagem Matemática podem ser definidas como uma situação inicial, uma situação final e um conjunto de procedimentos para configurar, estruturar e resolver uma problemática. Esse tipo de atividades envolve fases de interação, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Figura 1).

**FIGURA 1** - Fases da Modelagem Matemática.



**Fonte:** Almeida et al (2012, p. 15)

A primeira fase das atividades é a interação - é o primeiro contato com a situação-problema que se deseja investigar e tem como objetivo obter informações. Nesta fase, fazem-se levantamentos de dados quantitativos e qualitativos, escolhe-se o tema e formula-se o problema a ser solucionado. Essa interação pode ocorrer durante todo o processo de investigação (ALMEIDA et al, 2012).

---

Após a estruturação da interação, a situação-problema apresenta-se na linguagem natural não associada à Matemática. O próximo passo é a fase da matematização que é caracterizada como a transição da linguagem natural para o processo de linguagem, de visualização e de símbolos matemáticos. A transição ocorre a partir da formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações sobre as informações e o problema. (Ibidem, p.16)

A terceira fase é a resolução – o momento de construir o modelo que servirá para descrever a situação e responder as hipóteses da atividade. E por fim, serão interpretadas e analisadas as soluções encontradas para verificar se elas são condizentes com as questões iniciais. Caso a solução seja aceita, o modelo obtido será validado, caso contrário, poderemos retornar a fases anteriores para ajustar as informações. (Ibidem, p.17). Mesmo sendo identificadas no processo de Modelagem, estas fases não decorrem linearmente, há um movimento circular entre elas que caracteriza uma dinamicidade nesse tipo de atividade.

De modo abrangente, a Modelagem Matemática é o processo de registrar fenômenos do cotidiano utilizando a Matemática, de tal forma que esse registro – o modelo matemático – ocorre com a simplificação da situação a partir dos padrões observados.

## 2.1 MODELO MATEMÁTICO

Ao longo da vida, há sempre uma busca por modelos que representem adequadamente características e situações em cada momento. No ensino de Matemática, podemos utilizar modelos para o desenvolvimento de conceitos, portanto, “um modelo para um conceito matemático se refere a qualquer objeto, figura ou desenho que represente o conceito ou sobre o qual a relação para aquele conceito possa ser imposta” (VAN DE WALLE, 2009, p. 51).

Nas atividades de Modelagem, um modelo matemático é proveniente de aproximações realizadas no processo de investigação para entender a situação-problema e, como aproximações consideram diferentes aspectos desta realidade, mostrando-se adequado, ou não, às situações problemas que lhe deram origem. Para Van de Walle (2009, p.318), os modelos além de fazer uma descrição dos fenômenos permitem

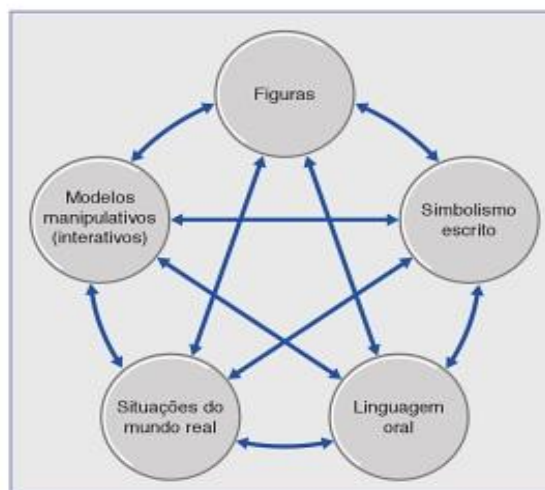
também fazer inferências sem a necessidade de realizar na sua totalidade todo o processo de Modelagem.

Na concepção de Biembengut (1999), um modelo matemático pode ser expresso por uma expressão numérica, por um diagrama, um gráfico ou representações geométricas, equações, tabelas. Para Bassanezi (2002, p. 20), modelo passa a ser “um constructo matemático abstrato simplificado, que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular”. E que, durante esse processo de elaboração do modelo, são aplicados “conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos” (BARBOSA, 2009, p. 70).

Antes de criar ou trabalhar com um modelo “pronto”, é preciso ter em mente os conceitos necessários para compreensão da situação. Na sala de aula, é rotineiro alguns professores apresentarem os modelos aos alunos sem explicitar os conteúdos envolvidos e isso leva os alunos a não compreenderem a riqueza do material. Decorrentes disso, os professores pouco utilizam figuras, materiais concretos e situações do mundo real que levem ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos.

Lesh, Post e Behr (1987, apud VAN DE WALLE, 2009, p. 53) apresentam cinco representações (Figura 2) para os conceitos matemáticos e consideram o simbolismo escrito, a linguagem oral e as situações do mundo real exemplos de representações.

**FIGURA 2** - Cinco representações de ideias Matemáticas



**Fonte:** Van de Walle (2009)

Uma justificativa plausível para não associação do modelo à situação que este representa é dada por Van de Walle (2009):

o professor já tem o conceito matemático correto em sua mente e pode visualizá-lo no modelo. Um estudante sem o conceito em sua mente vê apenas o objeto físico ou talvez um conceito incorreto. (VAN DE WALLE, 2009, p. 53).

Os modelos passam a ter significado quando você tem em mente as relações nele estabelecidas e associadas ao conceito em desenvolvimento. Esta percepção situada dentro dos conhecimentos dominados a “posteriori” pelos professores, nem sempre é visualizada pelo aluno, necessitando muitas vezes a intermediação do professor e de colegas mais experientes.

## 2.2 PERSPECTIVAS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Além das diferentes conceituações sobre o que é Modelagem Matemática citadas anteriormente, outro ponto relevante na literatura são as perspectivas sobre Modelagem descritas por Kaiser e Sriraman (2006). Estes, após sistematizar os trabalhos de autores de diferentes nacionalidades, mencionam seis perspectivas:

- Realística ou aplicada: nesta perspectiva utiliza situações autênticas que envolvem, por exemplo, o contexto da indústria ou da ciência, com o objetivo de promover habilidades para resolver e entender problemas do mundo real. Baseada nos trabalhos de Burkhardt (2006) e Kaiser e Schwarz (2006);
- Contextual: as situações de Modelagem estão relacionadas ao campo psicológico. O objetivo é levar os alunos a ampliarem a capacidade de construir e resolver modelos através da resolução do problema sendo capaz de aplicá-lo a uma nova situação. Uma justificativa para inserção de atividades de Modelagem na perspectiva contextual é motivar os alunos na sala de aula, e nessa perspectiva, os problemas são expressos em palavras. Baseado nos trabalhos de Doerr (2006), Sriraman e Lesh (2006), Iversen e Larson (2006);
- Epistemológica ou teórica: as situações-problema são promovidas para o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Fundamentada em Garcia, Gascon, Ruiz Higuera e Bosch (2006);

- Educacional: está associada à perspectiva realística e epistemológica, no desenvolvimento da teoria Matemática. Pode ser classificada em didático, quando envolve a estruturação dos processos de aprendizagem, ou conceitual, referente à introdução de novos conceitos. Esta perspectiva é seguida por Blomhøj e Hoff Keldsen (2006), Galbraith e Stillman (2006) e Lingefjärd (2006);
- Sócio-crítica: as situações contribuem para a formação da cidadania e levam o aluno a entender o seu papel na sociedade possibilitando os sujeitos a refletirem perante as ocasiões. Perspectiva encontrada em Barbosa (2006).
- Cognitiva – Esta perspectiva pode ser descrita como uma meta-perspectiva e teve como base o trabalho de Borromeo Ferri (2006). Os objetivos são centrados na pesquisa e nos processos psicológicos que ocorrem nas atividades com Modelagem Matemática. As finalidades são:

a) a análise e a compreensão dos processos cognitivos que ocorrem durante os processos de Modelagem;

b) a promoção dos processos de pensamento matemático com o uso de modelos como imagens mentais ou imagens físicas ou enfatizando a Modelagem como um processo mental com abstração ou generalização. (KAISER e SRIRAMAN, 2006, p.304, tradução nossa).

Almeida e Vertuan (2010, p. 31) afirmam a importância de estudar essas diferentes perspectivas.

conhecer as diferentes perspectivas e refletir sobre os aspectos relevantes em cada uma delas é potencializar a prática de Modelagem em sala de aula, uma vez que os professores podem trabalhar com estas atividades de modo contemplar diferentes perspectivas e, conseqüentemente, os diferentes aspectos inerentes às atividades de Modelagem. (ALMEIDA E VERTUAN, 2010, p. 31)

Uma das características da Modelagem Matemática é a oportunidade de fazer investigações. Para isso, busca-se formular ideias, gerar discussões, levantar hipóteses, coletar dados e analisá-los. É a partir dessas ações que o ensino de Matemática com o uso da Modelagem pode levar a indicações de um método de ensino não tradicional<sup>7</sup>. Na visão de Silveira e Rodrigues (2007, p. 1), o ambiente escolar que utiliza a

---

<sup>7</sup> Sobre a escola tradicional, Burak (1987, p. 29) afirma que esta é a escola do “ver” e do “ouvir”. O trabalho é centrado na imitação e memorização.

Modelagem Matemática se diferencia de outras metodologias por não se preocupar apenas com a resolução de um problema, mas vai além, questionando os resultados e seu impacto na realidade.

Os conteúdos matemáticos não são propostos de forma linear, esperam-se novos comportamentos e ações pelos protagonistas do ensino, “o aluno passa de mero expectador para investigador e o professor caracteriza-se como instigador e mediador” (SILVA; DALTO, 2011, p. 186). Outro ponto relevante é o reconhecimento dos conhecimentos prévios dos alunos para o desenvolvimento de atividades e a ruptura do currículo linear.

### CAPÍTULO 3

#### MODELAGEM NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A formação continuada de professores é caracterizada como o processo de aperfeiçoamento dos professores formados e em efetivo exercício profissional por meio de eventos, cursos de extensão, cursos de pós-graduação e capacitação. Essa formação ocorre para complementar à formação inicial.

Um dos objetivos dessas formações é apresentar alternativas metodológicas para os diferentes níveis de ensino apresentando sugestões de introdução, desenvolvimento e avaliação dos conteúdos matemáticos que não foram apresentadas na formação inicial ou que necessitam de mudanças no processo de ensino aprendizagem.

Muitas práticas de ensino em sala de aula são frutos da observação dos professores enquanto alunos do Ensino Fundamental e Médio. Segundo Flores (2010, p. 183), esse pré-conhecimento e contato sobre a profissão “através da observação dos seus professores, afectará, em maior ou menor grau, o seu entendimento e a sua prática de ensino, quer como alunos candidatos a professor, quer como professores principiantes”.

A investigação sobre os processos de formação de professores é realizada sobre os diferentes elementos que compõem o sistema educacional. Dentre os temas dos trabalhos acadêmicos realizados nessa área encontram-se investigações sobre a perspectiva de tornar-se professor, alternativas metodológicas e avaliativas, currículo da Educação Básica e do Ensino Superior, prática docente, entre outros.

O documento “Por uma Formação Inicial de Professores de Qualidade”<sup>8</sup> desenvolvido para professores portugueses, mas que pode ser aplicado a nossa realidade, tem como objetivos discutir sobre o papel dos perfis profissionais e dos projetos institucionais, apresentando cinco orientações para a formação inicial de professores. São elas:

---

<sup>8</sup> Tais documentos foram criados para professores portugueses, pela comissão *ad hoc*, do Conselho de Reitorias das Universidades Portuguesas (2000).



1. A formação inicial constitui a componente base da formação do professor e, como tal, precisa de ser articulada com a formação pós-inicial; 2. A formação inicial deve proporcionar um conjunto coerente de saberes estruturados de uma forma progressiva, apoiados em actividades de campo e de iniciação à prática profissional, de modo a desenvolver as competências profissionais; 3. A formação inicial tem de saber partir das crenças, concepções e conhecimentos dos jovens candidatos a professores; 4. A formação inicial tem a responsabilidade de promover a imagem do professor como profissional reflexivo, empenhado em investigar sobre a sua prática profissional de modo a melhorar o seu ensino e as instituições educativas; 5. A formação inicial deve contemplar uma diversidade de metodologias de ensino, aprendizagem e avaliação do desempenho do formando. (PONTE, et al, 2000, p. 13-15).

Relacionando com a orientação cinco (5), os alunos futuros professores devem ter a oportunidade “ao longo do seu percurso formativo, de trabalhar segundo metodologias de ensino e de aprendizagem diversificadas, de modo a desenvolver uma variedade de conhecimentos, de capacidades, de atitudes e de valores” (PONTE et al, 2000, p. 15). Dentre essas diversidades metodológicas daremos destaque no nosso trabalho à Modelagem Matemática.

Já o art. 2º da resolução CNE/CP nº 1 de 2002 que trata sobre a formação docente, informa a organização curricular deve preparar para:

- I - o ensino visando à aprendizagem do aluno;
- II - o acolhimento e o trato da diversidade;
- III - o exercício de atividades de enriquecimento cultural;
- IV - o aprimoramento em práticas investigativas;
- V - a elaboração e a execução de projetos de desenvolvimento dos conteúdos curriculares;
- VI - o uso de tecnologias da informação e da comunicação e de metodologias, estratégias e materiais de apoio inovadores;
- VII - o desenvolvimento de hábitos de colaboração e de trabalho em equipe.

Acreditamos que entender o conhecimento como um processo permanente em construção e de interação interna e externa dos sujeitos traz para os cursos superiores dilemas sobre a formação dos professores no que se refere à composição curricular descrita como pedagógicas e específicas.

Sobre a inserção da Modelagem como disciplina no curso de Licenciatura em Matemática, alguns pesquisadores evidenciam essa prática na formação inicial e/ou continuada (ALMEIDA; DIAS, 2007; BASSANEZI, 2002; BARBOSA, 2001), onde o

objetivo é levar aos professores uma abordagem teórico/prático como alternativa na prática profissional.

Diante do trabalho que realizamos, Carvalho (2013)<sup>9</sup>, observamos que a MM como disciplina escolar não aparece de forma explícita nas grades curriculares da maioria dos cursos de graduação das Instituições de Ensino Superior (IES). Especificamente, tal conteúdo não faz parte da formação dos professores no curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, a MM não tem um espaço pré-definido e seu ensino se restringe ao desenvolvimento, em raras situações, de modelos ou a apresentação de modelos já prontos para serem trabalhados, não existindo um espaço para refletir sobre MM enquanto alternativa para o ensino de Matemática. A Modelagem Matemática ainda não está presente nos documentos oficiais do curso e nas práticas dos professores formadores, o pouco abordado não ajuda os alunos a entender, conceituar e adquirir habilidades para levar para a sala de aula situações utilizando a MM (CARVALHO, 2013).

Meyer (2011, p. 66) argumenta que “os futuros professores deverão ser preparados para que eles, junto com os seus alunos, atuem como pesquisadores de sua vivência cotidiana e, a partir delas, possam buscar os sentidos que são produzidos nas regras e convenções”.

Esta perspectiva assume particular importância para a realidade escolar vivenciada pela maioria dos professores licenciados em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande polariza uma região envolvendo mais de 60 cidades de pequeno porte das microrregiões do Agreste, Cariri, Brejo e Sertão do semiárido nordestino, com grande parte de suas escolas da Educação Básica sendo formada por alunos cujas famílias se envolvem direta ou indiretamente com atividades rurais ou com profissões relacionadas com a agricultura.

Um ensino de matemática divorciado da realidade vivenciada por estes alunos pode contribuir para desenvolver atitudes negativas quanto a utilizar os conhecimentos escolares para agir e compreender a realidade vivenciada e, até mesmo para negar a cultura por eles vivenciada, considerando os conhecimentos científicos formas de saber que se contrapõem e negam os conhecimentos desenvolvidos no interior da sua comunidade.

---

<sup>9</sup> O objetivo desse trabalho foi analisar se o curso de Licenciatura em Matemática da UEPB propicia conhecimentos para os alunos desenvolverem habilidades para inserir atividades com Modelagem Matemática na prática docente.

A prática de ensino nas nossas escolas geralmente desenvolve os conteúdos em sala de aula seguindo o livro texto que foi adotado pelo professor. Contextos para o desenvolvimento dos conteúdos, situações problemas, exemplos e exercícios são desenvolvidos para um aluno imaginário - o mais universal possível, geralmente divorciado da realidade vivenciada pela maioria dos alunos. Os dados necessários para a resolução das situações problemas são disponibilizados no texto, como se o mundo fosse algo pronto, não desenvolvendo no aluno o hábito de levantar, organizar e trabalhar com dados de sua realidade.

São raras situações problemas que oportunizam o envolvimento com o dia a dia do aluno e quando o fazem, geralmente são direcionadas para uma realidade urbana idealizada. As limitações desta prática docente de sala de aula de matemática podem contribuir com um ambiente adverso para que o aluno atribua sentido as atividades desenvolvidas ou que atribua à matemática uma maior participação para a compreensão da realidade. Esta realidade torna-se mais presente para os alunos que residem nas pequenas cidades, em periferia de cidades de porte médio ou oriundos da zona rural ou que se envolvem direta ou indiretamente com atividades rurais. Esta é a situação das escolas da grande maioria das cidades paraibanas, em especial da região polarizada por Campina Grande onde se situa o curso de Graduação em Licenciatura de Matemática pesquisado por Carvalho (2013).

As limitações de um ensino descontextualizado poderiam ser superadas introduzindo a Modelagem Matemática para estudar situações problemas envolvendo a realidade dos alunos. A introdução desta metodologia de ensino, ao lado do desenvolvimento de materiais didáticos que complementem os livros didáticos atualmente utilizados, muito contribuiria para tornar o ensino mais significativo e para desenvolver atitudes voltadas para ver a matemática como uma ferramenta útil para compreender e agir sobre o contexto.

Diante disso, é preciso (re)ver se os conhecimentos desenvolvidos nos cursos de Licenciatura estão contribuindo para o professor atender as demandas e os desafios de trabalhar na sociedade atual e de enfrentar situações delineadas em cenários futuros a partir de uma realidade em constante mudança. As disciplinas curriculares devem levar em conta as novas demandas da prática docente, tanto em relação à função social e cultural, quanto em relação à necessidade de formar um professor reflexivo.

Segundo levantamento feito por Silva (2006) referente à grade curricular do curso da UNIJUÍ/RS, as atividades de Modelagem Matemática foram categorizadas em: ações para a vivência da Modelagem e ações didático-pedagógicas de Modelagem. Para a autora, essas ações trabalhadas na formação inicial são relevantes, pois ajudam na busca de estratégias para o ensino de Matemática na Educação Básica. Ela distingue essas ações da seguinte forma:

- Ações de vivência - os futuros professores têm a oportunidade de trabalhar com Modelagem a partir da elaboração e investigação na busca de modelos matemáticos para as situações-problemas, assim como propõe Biembengut (1999).
- Ações didático-pedagógicas - é o momento de discussão e reflexão sobre a Modelagem enquanto objeto de ensino e aprendizagem para a Educação Básica e para o Ensino Superior (SILVA, 2006).

É na perspectiva de atividades exploratórias e problematizadoras envolvendo uma diversidade de contextos, que a Modelagem Matemática vem sendo percebida pelos educadores matemáticos como um ambiente de aprendizagem a ser implantado em sala de aula despertando o interesse dos alunos pela Matemática e a promover a aprendizagem.

## CAPÍTULO 4

### O PROFESSOR REFLEXIVO

O professor atua num ambiente de trabalho cada vez hostil e as pressões vindas dos alunos, dos pais dos alunos, dos colegas de trabalho, da direção da escola, do governo e da sociedade em geral, acarretam na busca de propostas eficazes para solucionar demandas educacionais. O cotidiano do professor é tomado por decisões tanto dentro como fora da sala de aula e essas decisões são de caráter educacional, psicológico, pedagógico e específico da disciplina escolar.

Todas essas decisões exigem uma mobilização de concepções e atitudes adquiridas na pré- formação, na formação inicial, na prática docente e na formação continuada.

Para esse trabalho, utilizaremos a definição de concepção dada por Brito e Moron (2001), que é:

a maneira própria de cada indivíduo elaborar, interpretar, representar suas ideias e agir de acordo com as mesmas. É construída das experiências individuais que são influenciadas por uma série de variáveis do ambiente, conhecimentos, experiência prática e componente emocional (BRITO e MORON, 2001, p. 226).

E a definição de atitude como sendo: “uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo” (BRITO, 1996, p.11).

Para resolver conflitos que surgem nas atividades docentes, Ponte (1994) afirma que as formas para solucionar ocorrerão por acomodação ou por reflexão. Na primeira opção, o professor procura a forma mais simples e imediata para solucionar o conflito e na segunda opção, o professor procura vê-lo de diferentes ângulos, buscando entendê-lo a partir de diferentes perspectivas teóricas e analisando os pontos negativos e positivos de cada solução.

Essa segunda opção constitui um dos objetivos da Educação Matemática, a capacidade de refletir sobre as ações do processo de ensino e de aprendizagem nas

diferentes esferas de atuação. Donald Schön menciona que os professores, devem ser formados para ser capazes de refletir na ação (SCHON, 2007).

Em relação a refletir, adotaremos a ideia defendida por Saviani (1980, p.23), onde “refletir é o ato de retomar, reconsiderar os dados disponíveis, revisar, vasculhar numa busca constante de significados. É examinar detidamente, prestar atenção, analisar com cuidado”. A reflexão proporciona um momento de “voltar ao passado” e analisar os conhecimentos. Para os professores seria o momento de refletir sobre as práticas efetivadas em sala de aula, suas condições e ferramentas de trabalho, o aprendizado dos alunos, entre outros.

Nas ideias de Schön (2007) sobre reflexão, surgem três processos que podem auxiliar o professor no desenvolvimento das atividades, são eles: *a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação.*

A reflexão na ação consiste em refletir no ato da intervenção em sala de aula e é o momento em que o professor pensa sobre os aspectos do cenário da sua prática. Para Schön (2007), é “um período de tempo variável com o contexto, durante o qual ainda se pode interferir na situação em desenvolvimento, nosso pensar serve para dar nova forma ao que estamos fazendo, enquanto ainda o fazemos” (SCHÖN, 2007, p. 32).

O segundo processo – a reflexão sobre a ação – é o pensar retrospectivamente sobre o que foi trabalhado nas aulas, buscando descobrir como nosso ato de conhecer na ação ajudou a construir resultados positivos e/ou negativos. Essa reflexão acontece após um fato, de preferência, em um ambiente de tranquilidade. Alarcão (1996, p. 19) cita como exemplo desse processo a situação em que sempre passamos por uma rua e em determinado dia uma janela bonita que sempre esteve ali atrai nossa atenção.

E a reflexão sobre a reflexão na ação, descrita por Alarcão (1996) como:

o processo que leva o profissional a progredir no seu desenvolvimento e a construir a sua forma pessoal de conhecer. A reflexão sobre a reflexão na ação ajuda a determinar as nossas ações futuras, a compreender futuros problemas ou a descobrir novas soluções. (ALARCÃO, 1996, p. 19)

Esse tipo de reflexão exige do professor o uso de palavras para descrever o que aconteceu, o que observou e os sentidos atribuídos no processo de reflexão na ação.

Relacionando essa ideia defendida por Schön com os objetivos propostos para a formação inicial, Flores (2010, p. 185) afirma que os cursos de Licenciatura devem ser

espaços para “preparar os futuros professores para trabalharem em escolas em contextos de mudança, o que implica uma reflexão permanente sobre o papel dos professores e sobre o seu profissionalismo”.

A partir do momento que a Modelagem Matemática desenvolve a atitude de considerar a Matemática como uma ferramenta que atua sobre a realidade vivenciada pelo professor, faz com que ele desenvolva uma constante reflexão. Na formação inicial, essa atitude pode ser explorada usando a MM de modo a proporcionar aos professores a oportunidade de “aprender sobre a modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando Modelagem Matemática” (ALMEIDA; DIAS, 2007, p. 266).

Merece destaque “aprender por meio da modelagem matemática”, para a formação do professor reflexivo. Quando nos envolvemos no processo de modelagem matemática, após chegarmos a um modelo matemático, a próxima etapa é a validação do modelo matemático, na verdade é um momento onde se desenvolve conhecimentos voltados para a reflexão. Com efeito, essa etapa consiste em analisar se os dados obtidos a partir do modelo são condizentes com os dados oriundos da questão inicial. Isto possibilita momentos de reflexão, conforme Saviani (1980, p.23). O mesmo acontecendo com os possíveis ajustes para adequar o modelo. Dessa forma, o uso da modelagem em si, quando desenvolvidos por alunos de curso de formação inicial desenvolve conhecimentos voltados para a formação de um professor reflexivo.

## CAPÍTULO 5

### METODOLOGIA

A pesquisa se enquadra numa abordagem qualitativa. Na visão de Oliveira (2008, p. 41), esse tipo de abordagem refere-se a um processo que envolve reflexão e análise para compreender em detalhes o objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação. A abordagem qualitativa sugere observações, análise de dados sobre o tema com a apresentação, discussões e resultados de forma descritiva.

O presente trabalho de pesquisa teve início com uma investigação na literatura sobre a Modelagem Matemática enquanto tendência no campo da Educação Matemática, voltada para a formação inicial e continuada de professores. Nosso segundo passo, foi à elaboração e execução do Curso “Ensino Contextualizado de Matemática Utilizando Modelagem e Recursos Computacionais na Educação Básica”, em seguida, investigamos pontos relevantes quanto à estrutura, à teoria, a metodologia e os conteúdos do módulo do curso.

Os objetos que fizeram parte da coleta de dados foram:

- As dissertações de Sousa (2014), Silva (2014) e Santos (2014) – ministrantes do curso
- O módulo do curso - quadro avaliativo;
- As atividades apresentadas no curso;
- Ficha de avaliação do curso.

#### 5.1 O CURSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA<sup>10</sup>

A lacuna existente quanto à introdução da Modelagem Matemática na formação inicial dos professores<sup>11</sup> das regiões próximas a Campina Grande levou o nosso grupo

---

<sup>10</sup> Os dados coletados para esse tópico foram retirados do módulo de conteúdos do curso e das informações obtidas com os ministrantes do curso de formação.



de pesquisa – o GPECOM - a elaborar e aplicar um curso de extensão sobre essa temática.

### 5.1.1 A elaboração do Curso<sup>12</sup>

O projeto de elaboração desse curso ocorreu no primeiro semestre de 2012 e todas as decisões aconteceram em reuniões semanais do GPECOM no CCT/UEPB com a presença de alunos do MECM sob a orientação do prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo. O grupo realizou estudos sobre Modelagem Matemática, buscando materiais para aprimorar e subsidiar o desenvolvimento do curso, com a apresentação de seminários, artigos e experiências em sala de aula.

A sugestão inicial era apenas o desenvolvimento de uma proposta de estudo sobre a Modelagem Matemática, abordando diferentes perspectivas, expondo exemplos práticos de sua utilização no ensino básico, construindo e aplicando situações dessa metodologia em sala de aula (SILVA, 2014), mas após vários encontros ficou decidido que deveríamos desenvolver um curso de extensão.

Esse curso teve como título “Ensino Contextualizado de Matemática Utilizando Modelagem e Recursos Computacionais na Educação Básica”, elaborado e executado pelo GPECOM com o apoio da Universidade Estadual da Paraíba-UEPB, sendo categorizado como um curso de extensão para professores de Matemática da Educação Básica.

O objetivo proposto foi o de tornar acessível aos professores de municípios de localidades próximas a Campina Grande conhecimentos sobre Modelagem Matemática e a sua utilização como ambiente de aprendizagem para a sua utilização em sala de aula como um recurso metodológico, abordando temáticas locais em turmas dos últimos anos no Ensino Fundamental, em especial, envolvendo alunos provenientes da zona rural.

O curso teve como principal eixo a Modelagem Matemática e como eixos suplementares o uso de Recursos Computacionais (GeoGebra, plataforma Moodle), as Políticas Públicas e a Contextualização.

---

<sup>11</sup> De acordo com os dados obtidos por Silva e Sousa (2014), os professores concluíram o curso de Licenciatura em Matemática na UEPB.

<sup>12</sup> O curso de formação de professores sobre Modelagem Matemática ministrado pelos alunos do MECM.

De acordo com a proposta de elaboração, o curso foi estruturado no seguinte formato (Quadro 1).

**Quadro 1** – Estruturação do Curso

ENCONTROS	DESCRIÇÕES	OBJETIVOS	CONTEÚDO
1º	Apresentação da ementa e Ambiente Virtual de Aprendizagem (Moodle)	Apresentar aos professores a ementa do curso e a utilização do moodle	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ementa</li><li>• Módulo sobre o Moodle</li></ul>
2º	Referencial teórico	Trabalhar o conceito de Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"><li>• O que é MM?</li><li>• Classificação</li></ul>
3º	Apresentação de um exemplo	Solucionar problemas matemáticos utilizando a MM como ambiente de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"><li>• Exemplos</li></ul>
4º	Modelagem, descritores e as TIC	Relacionar a Modelagem Matemática com as políticas públicas de avaliação (descritores) e as Tecnologias da Informação e Comunicação	<ul style="list-style-type: none"><li>• Modelagem Matemática e descritores</li><li>• Modelagem Matemática e TIC</li></ul>
5º	Apresentação de exemplos pelos professores	Aplicar os conhecimentos adquiridos na construção da Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem	O professor traz exemplos pra se trabalhar com a turma
6º	Construção da intervenção	Utilizar os contextos socioculturais no ensino de Matemática a partir da modelagem Matemática	
7º	Avaliação da Intervenção	Avaliar a aplicação da Modelagem Matemática	

O curso foi projetado em duas etapas, a primeira etapa foi destinada a explanação dos conteúdos em sala de aula para os professores. Após a sua conclusão, cada professor aplicaria uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, acompanhada por um dos ministrantes (Santos, Sousa ou Silva). Nessas intervenções foram desenvolvidas trabalhos de Modelagem para introduzir conceitos algébricos

(SANTOS, 2014), para introduzir conceitos geométricos e de medidas (SOUSA, 2014) e para trabalhar conteúdos geométricos e de tratamento de informação (SILVA, 2014).

A segunda etapa, que aqui desenvolvemos, avaliou todas as ações da primeira etapa, desde a construção do curso até as intervenções em sala de aula.

Deste modo, a pesquisa aborda os três níveis de *design* preconizada por Lesh e English (2005), onde:

- a) os estudantes desenvolvem modelos para criar ou atribuir sentido as situações de resolução de problemas;
- b) os professores desenvolvem atividades para criar (e atribuir sentido) atividades de modelagem dos estudantes;
- c) os pesquisadores desenvolvem atividades para criar (ou atribuir sentido) aos ambientes de aprendizagem (ENGLISH, 2005).

Posteriormente, será descrito como cada ministrante fez uso desses níveis de design.

### 5.1.2 A execução do Curso

Devido à distância entre os municípios e a incompatibilidade de horários disponibilizados pelos professores, o curso foi realizado em dois dias da semana com dois grupos: a Turma I – formada por professores de Pocinhos-PB, nas sextas-feiras, na própria escola do município e a Turma II – formada por professores de Alcantil, Alagoa Nova, Queimadas, Riacho de Santo Antônio e Campina Grande, que tiveram aulas aos sábados em Campina Grande, no prédio do CCT/UEPB.

As atividades aconteceram no período de agosto a novembro de 2012, com duração de 82 horas distribuídas em aulas presenciais e atividades online (Quadro 2).

**Quadro 2 – Aulas do Curso**

<b>DISTRIBUIÇÃO DA CARGA/HORARIA</b>	<b>SUBTOTAL</b> (Quantidade de Encontros x Carga Horária)	<b>TOTAL</b> (horas)
<b>4 horas/aula - encontros presenciais</b>	7 x 4 = 28 h	82 horas
<b>5 horas/aula - intervenções</b>	3 x 5 = 15 h	

<b>semanais</b>		
<b>3 horas/aula - atividades on-line</b>	13 x 3 = 39 h	

### 5.1.3 Os participantes do Curso

Os integrantes do GPECOM e alunos do MECM foram os responsáveis pela divulgação do curso nas escolas municipais e estaduais das cidades próximas a Campina Grande. Tivemos a participação de 20 professores, a Turma I formada por 9 (nove) professores da rede pública municipal e estadual de Pocinhos e a Turma II composta por 11 (onze) professores da rede pública municipal, estadual e particular de outros municípios (Alcantil, Alagoa Nova, Queimadas, Riacho de Santo Antônio e Campina Grande).

De acordo com o questionário<sup>13</sup> que aplicamos com os participantes da turma de Pocinhos vimos que:

- 2/3 desses professores trabalham em mais de uma escola e um deles exerce a profissão em 3 locais;
- 6 (seis) professores já exercem a profissão há mais de 10 anos;
- 6 (seis) professores concluíram o curso de graduação na UEPB;
- 4 (quatro) professores ensinam em 10 turmas;
- 1 (um) professor afirmou que já desenvolveu uma atividade com Modelagem Matemática;
- 1 (um) professor afirmou que já participou de um curso com atividades envolvendo modelagem matemática online.

Diante das respostas obtidas no questionário, percebemos que a turma de Pocinhos era formada por um grupo de professores com características diversificadas quanto à idade e tempo de sala de aula.

O questionário não foi aplicado à turma de Campina Grande, mas as condições de trabalho, a formação inicial e as características das escolas onde ensinam são muito semelhantes.

---

<sup>13</sup> Mais detalhes, consultar Sousa (2014).

## 5.2 AS PESQUISAS DE TRÊS MINISTRANTES DO CURSO DE EXTENSÃO

O curso teve quatro ministrantes e cada um ficou responsável em expor capítulos do módulo. E dentre esses, três ministrantes desenvolveram suas dissertações, de forma direta ou indireta, analisando itens no curso.

O primeiro trabalho que analisamos foi o de Sousa (2014), que objetivou os conceitos de Modelagem Matemática dos professores que participaram do curso. O segundo trabalho foi desenvolvido por Silva (2014), que investigou a prática de professores na utilização da Modelagem Matemática e por último, Santos (2014) que investigou o uso da Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem com alunos da zona rural.

### 5.2.1 Um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria (SOUSA, 2014).

O autor foi um dos ministrantes do curso de extensão e sua pesquisa teve como objetivo analisar quais conhecimentos sobre Modelagem Matemática o professor mobilizou na realização da atividade, observando desde o planejamento, a interação com os alunos, a condução da atividade em sala de aula ou em outro local, até a conclusão e apresentação dos resultados. Para isso, ele acompanhou *in loco*, um professor participante em uma atividade de Modelagem Matemática.

A dissertação de Sousa (2014) teve como fundamentação teórica os níveis de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática citados por Lesh e English (2005) e essa pesquisa explorou o terceiro nível, onde “os pesquisadores desenvolvem atividades para criar (ou atribuir sentido) aos ambientes de aprendizagem.”

A atividade observada consistiu em calcular a capacidade máxima de torcedores das arquibancadas e o perímetro do campo do complexo esportivo do município de Pocinhos – PB, durante a qual o autor acompanhou a visita e os questionamentos que surgiram dentro e fora da sala de aula, fazendo anotações de campo durante e após as atividades.

O autor considerou a atividade acompanhada proveitosa para os alunos mesmo constatando que 4 (quatro) das 10 (dez) fases da Modelagem Matemática não foram desenvolvidas como preconizadas pela teoria – duas delas não ocorreram por completo e duas delas nem chegaram a ocorrer. Para Sousa (2014), essa ausência não prejudicou o processo em si, ocorreram às fases: escolha do tema, reconhecimento da situação, familiarização do problema, formulação de um modelo matemático, interpretação e resolução do problema para solucionar o problema, já as fases, validação e avaliação do modelo não ocorreram. Ele ressaltou que:

O que ficou a desejar foram justamente momentos em que mais se necessitava de um planejamento prévio por parte do docente, mas isto é perfeitamente compreensível diante do fato de ser algo nunca antes usado por ele e pelo fato de que em geral os professores são muito vinculados ao cumprimento das ementas que estabelecem para o ano letivo. (SOUSA, 2014, p. 114).

De acordo com o autor, uma justificativa para a ausência dessas fases foi à influência do ensino tradicional na prática do docente, pois ao adquirir uma solução para a situação a ser investigada, a atividade foi encerrada, não houve uma discussão sobre validação da solução e do modelo.

Em relação ao curso de extensão, Sousa (2014, p. 84) afirma que, a parte teórica sobre Modelagem Matemática foi parcialmente alcançado, “talvez tenhamos dado ênfase em demasia a Modelagem Matemática enquanto procedimento e isso pode ter contribuído para confundi-la com Resolução de Problemas.”

### **5.2.2 A Modelagem Matemática na prática docente do Ensino Fundamental (SILVA, 2014).**

Esse autor também participou do curso de extensão como ministrante e sua dissertação objetivou investigar a prática de professores participantes na utilização da Modelagem Matemática desenvolvida em uma intervenção didática no ensino de tópicos de Geometria e do Tratamento da Informação. Ele também observou influências que as atividades propostas no curso de extensão por meio da Modelagem Matemática podem trazer para a prática docente.

Dentre algumas fundamentações apresentadas no trabalho, Silva (2014) utiliza como base para o desenvolvimento da sua pesquisa os níveis de design sugerido por Lesh e English (2005), onde é tarefa do professor desenvolver atividades para criar (e atribuir sentido a) atividades de modelagem dos estudantes.

No percurso metodológico da pesquisa, Silva (2014) utilizou questionários, entrevistas e a observação de atividades de dois professores em sala de aula, buscando investigar e descrever sobre as práticas educativas desses professores, como também levantar dados sobre o trabalho com a Modelagem Matemática em diferentes perspectivas.

Os participantes dessa pesquisa foram dois professores de Matemática do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino do município de Alcantil - PB que desenvolveram atividades sobre abastecimento e o consumo de água na região.

Dentre as considerações contidas no trabalho, Silva (2014, p.116) declara que os professores participantes puderam “compartilhar experiências e desenvolver conhecimentos teóricos e práticos do uso da Modelagem como um método de pesquisa, como um ambiente de aprendizagem e/ou como uma metodologia de ensino para Educação Básica”. E ainda, que atividade de MM levou os alunos e os professores a sair de um ambiente consolidado pela prática conservadora de ensino, para uma perspectiva diferente de desenvolvimento da aprendizagem.

### **5.2.3 Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem de conteúdos algébricos no 9º ano do Ensino Fundamental (SANTOS, 2014).**

O autor desse trabalho colaborou com a construção e a execução do curso de extensão, o foco da sua pesquisa não envolveu professores participantes, mas utilizou as atividades do módulo do curso como base para o desenvolvimento da sua pesquisa. O objetivo da pesquisa foi desenvolver uma abordagem didática, visando à construção de significado – ou seja, atribuição de sentido a conteúdos algébricos e, assim, contribuindo para um maior domínio da linguagem algébrica para alunos da zona rural de Alagoa Nova – PB que estavam cursando o 9º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática.

---

O trabalho teve como fundamentação teórica Barbosa (2001), ambiente de aprendizagem, Lesh e English (2005), sobre o design experimental em múltiplos níveis e Vygotsky (2000), no que se refere à construção de significados.

A metodologia incluiu um questionário com os alunos para melhor detalhamento das características dos sujeitos da pesquisa, a elaboração e a aplicação da proposta didática. Para a verificação da atribuição de significados, foram utilizadas a observação por meio de anotações campo e a análise do uso de conceitos e procedimentos algébricos a partir das atividades envolvendo a agricultura da região.

Os sujeitos da pesquisa foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, localizada na cidade de Alagoa Nova- PB, a turma tinha vinte e seis alunos na faixa etária de 16 a 23 anos, residentes ou que tinham contato com a zona rural.

Com base nas atividades de Modelagem Matemática aplicadas em sala de aula, o autor conclui que a participação de todos contribuiu para que os alunos mobilizassem seus conhecimentos prévios no processo de aprendizagem, com a observação, o levantamento de dados, proposições de hipóteses, a solução de problemas, a análise das soluções e a simplificação das respostas. Já em relação aos conteúdos matemáticos, Santos (2014, p. 91), afirma que “os alunos conseguiram desenvolver os conceitos de receitas, despesas e lucros e o conceito de função como uma relação entre grandezas, pois desenvolveu na construção dos modelos a ideia de função como sendo uma relação associando diferentes grandezas”.

### 5.3 O CURSO A PARTIR DO QUADRO AVALIATIVO

Para analisar o módulo didático desenvolvido no curso, criamos um quadro avaliativo (tabela 3), utilizando como base alguns itens presentes na ficha de avaliação do PNLD<sup>14</sup>/MEC, ano 2008, onde procuramos categorizar os seguintes aspectos: Estrutura, Teórico-Metodológico e Conteúdo, conforme quadro abaixo:

---

<sup>14</sup> Plano Nacional do Livro Didático.



**Quadro 3 - Quadro avaliativo**

ASPECTO	TÓPICO
<b>Estrutura</b>	E <sub>1</sub> . O módulo apresenta coerência entre os eixos temáticos?
<b>Teórico – Metodológico</b>	T <sub>1</sub> . O módulo explicita os pressupostos teóricos e os objetivos do curso? T <sub>2</sub> . Há coerência entre os pressupostos teóricos e a execução do curso? T <sub>3</sub> . A metodologia adotada contribui para o desenvolvimento de futuras atividades de Modelagem Matemática? T <sub>4</sub> . O módulo articula a Modelagem Matemática com os diversos campos da Matemática? T <sub>5</sub> . O módulo traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula? T <sub>6</sub> . As aulas dispõem de momentos de reflexões sobre a Modelagem Matemática?
<b>Conteúdo</b>	C <sub>1</sub> . O módulo contribui para a compreensão de conceitos e procedimentos sobre Modelagem? C <sub>2</sub> . O módulo articula as diferentes concepções sobre Modelagem? C <sub>3</sub> . O módulo apresenta exemplos de atividades de Modelagem? C <sub>4</sub> . O módulo apresenta estratégias para avaliar atividades de Modelagem? C <sub>5</sub> . O módulo apresenta indicações de leituras complementares e da bibliografia utilizada? C <sub>6</sub> . O curso apresenta ações de vivência e didático-pedagógicas conforme Silva (2006)?

Para responder as perguntas presentes no quadro, adotamos como resposta as alternativas: sim, parcialmente ou não.

A seguir, detalharemos as respostas que encontramos para as perguntas do quadro avaliativo.

Aspecto: Estrutura

E<sub>1</sub>. O módulo apresenta coerência entre os eixos temáticos?

Parcialmente.

O curso teve como principal eixo a Modelagem Matemática e como eixos suplementares o uso de Recursos Computacionais (GeoGebra e plataforma Moodle), a Contextualização e as Políticas Públicas.

Sobre os Recursos Computacionais, observamos uma indicação do GeoGebra como uma ferramenta adicional nas atividades de Modelagem Matemática, conforme a passagem presente no capítulo 3, página 49:

*[...] Ressaltamos que o uso do geogebra é de caráter optativo, não necessitando que para desenvolver um trabalho em modelagem matemática seja imprescindível seu uso. No entanto recomendamos fazê-lo como ferramenta adicional que além de oferecer um aspecto inovador a apresentação e manuseio dos conteúdos matemáticos [...]*

A perspectiva do grupo ao introduzir o uso do GeoGebra era de que este recurso facilitaria o tratamento de dados. Entretanto, não observamos no decorrer do capítulo que trata do uso deste software atividades que justificassem o seu uso como facilitador dos procedimentos, nem foi utilizada na segunda parte do curso quando da aplicação do texto em sala de aula.

Sobre Contextualização, vimos que no capítulo 4, o tópico “Modelagem e Contextualização” cita as estratégias recomendadas por Wiliam (2007), que podem ser usadas durante as atividades de Modelagem. Encontramos, no módulo, apenas uma indicação de uma possível forma de trabalhar com o contexto dos alunos. Observamos, nos encontros realizados pelo grupo no planejamento e posteriormente, para analisar o resultado das intervenções, que as atividades de modelagem matemática por surgirem de situações práticas eram pressupostas como sendo significativas para os alunos. Esta pressuposição pode justificar a pouca ênfase presente no texto a este aspecto nos momentos em que eram colocadas as atividades.

Sobre a utilização dos descritores que fariam parte das Políticas Públicas, observam-se no capítulo 6, no tópico “Modelagem e os descritores do IDEB”, as situações (Embalagens e Planta baixa de uma casa) foram elaboradas apresentando uma

ligação entre a MM e os descritores do IDEB, sendo necessário elaborar para as demais atividades. Observou-se no trabalho de Silva (2014) que elas foram explicitadas.

#### Aspecto: Teórico–Metodológico

**T<sub>1</sub>.** O módulo explicita os pressupostos teóricos e os objetivos do curso?

Sim.

No módulo, encontramos os pressupostos teóricos que embasam a construção do módulo e os conceitos que sustentam o desenvolvimento do curso sobre Modelagem Matemática. Conforme a citação presente no capítulo 1, página 11:

*Segundo Bassanezi (2006, p.207): “A modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador”.*

Os objetivos do curso estão explicitados no módulo, mas de forma condensada, conforme a citação retirada da página 4:

*[...] familiarizar com formas alternativas ao ensino convencional de matemática que comumente é praticado nas nossas escolas e, assim aplicar em sala de aula recursos que oportunizem ao aluno uma inserção mais rica e significativa nos conhecimentos matemáticos [...]*

**T<sub>2</sub>.** Há coerência entre os pressupostos teóricos e a execução do curso?

Parcialmente.

Os pressupostos teóricos encontrados no módulo didático não foram os únicos abordados no curso, analisando as aulas ministradas e os materiais didáticos, percebemos que foram utilizados outros teóricos que defendem a Modelagem Matemática com uma visão diferente daquela explicitada no módulo. Porém, percebemos que houve coerência entre a execução e os pressupostos teóricos, de modo que, as atividades finais realizadas pelos participantes apresentam características semelhantes aos conceitos e procedimentos apresentados pelos ministrantes.

**T3.** A metodologia adotada contribui para o desenvolvimento de futuras atividades de Modelagem Matemática?

Sim.

O capítulo 2 apresenta alguns exemplos de atividades de Modelagem Matemática que podem ser desenvolvidas em sala de aula, como por exemplo, o uso de embalagens para explorar o conteúdo de geometria plana e espacial e a planta de uma casa para abordar sistemas de medidas e geometria.

**T4.** O módulo articula a Modelagem Matemática com os diversos campos da Matemática?

Parcialmente.

A articulação entre a Modelagem Matemática e os campos da Matemática não ocorre na sua totalidade. Observamos no capítulo 2, exemplos que exploram apenas dois blocos:

- Espaço e Formas - a partir do tema: Embalagens;
- Grandezas e Medidas – com o tema: Planta da Casa.

A articulação entre os outros blocos (Números e operações e Tratamento da informação) não ocorre de forma explícita, não sendo observado um espaço específico. Poderia ser melhor explorado os aspectos de Tratamento da informação, principalmente quanto ao uso de dados e informações trazidos pelos alunos e que muito contribuiria para o processo de modelagem. Portanto, deixa a desejar quanto à exploração dos Números e Operações e ao Tratamento da Informação.

**T5.** O módulo traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula?

Sim.

Encontramos no capítulo 1, informações que ajudam o professor a desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, apresentando os procedimentos e situações que podem ser adotadas em sala de aula. Vimos que, entre as páginas 13 e 17, ocorre à descrição das fases das atividades de Modelagem Matemática e na página 17, há três situações que podem auxiliar o professor ao optar por trabalhar com esse tipo de atividade.

**T<sub>6</sub>.** As aulas dispõem de momentos de reflexões sobre a Modelagem Matemática?

Parcialmente.

De acordo com a tabela 1 - estruturação do curso, presente no capítulo 3 deste trabalho, o sétimo encontro teve como objetivo “Avaliar a aplicação da Modelagem Matemática”, na prática essa aula ocorreu como planejada, com a apresentação de cada participante expondo as atividades que desenvolveram com seus alunos, mas não houve um momento para refletir sobre os pontos positivos e negativos ao se trabalhar com atividades de Modelagem Matemática.

Aspecto: Conteúdo

**C<sub>1</sub>.** O módulo contribui para a compreensão de conceitos e procedimentos sobre Modelagem?

Sim.

No capítulo 1, percebemos que os conceitos estão bem explícitos e com exemplificação para cada um. Conforme a citação presente na página 12:

*“Já o modelo teórico distingue-se por seu caráter mais abstrato, embora possa de ter igual importância quanto ao uso, ele deve representar as mesmas variáveis essenciais do fenômeno e suas relações são obtidas por meio das hipóteses (abstratas) ou de experimentos. Podemos citar como exemplo a equação que representa um modelo de crescimento populacional já mostrada anteriormente neste texto.”*

Os procedimentos para realizar uma atividade de Modelagem Matemática descritos no módulo seguem as etapas defendidas por Maria Salett Biembengut e Rodney Carlos Bassanezi que conceituam a MM como uma metodologia de ensino. Tais procedimentos estão detalhados e exemplificados no módulo ( Apêndice B da página 80 à 84).

**C<sub>2</sub>.** O módulo articula as diferentes concepções sobre Modelagem?

Parcialmente.

O módulo apresenta conceitos e procedimentos pertinentes às ideias defendidas por Bassanezi e Biembengut.

*“[...] Além disso, Biembengut (2004: p.17/18) afirma que durante o procedimento de modelagem pode-se perceber três etapas:*

- 1. Interação: nesta fase nos inteiramos do problema, fazendo seu reconhecimento, buscando delimitá-lo e procurando nos familiarizar com todo que lhe seja correlato inclusive buscando bibliografia especializada [...]”*

No entanto, não encontramos no módulo, as diferentes concepções de Modelagem Matemática defendidas por outros pesquisadores. Foi observado que as diferentes concepções são apenas citadas, não sendo explicitada uma maior articulação entre elas.

**C3.** O módulo apresenta exemplos de atividades de Modelagem?

Sim.

O capítulo 2 contém exemplos de atividades que podem ser desenvolvidas utilizando Modelagem Matemática, como a planta de uma casa e o uso de diferentes embalagens de produtos.

**C4.** O módulo apresenta estratégias para avaliar atividades de Modelagem?

Sim.

O tópico 2.3, apresenta uma possível estratégia para avaliar as atividades de Modelagem, a proposta é utilizar rubrica seguindo Van de Walle (2009). De acordo com Ludke (2003), esse instrumento de avaliação é bastante significativo e eficiente no trabalho de projetos.

**C5.** O módulo apresenta indicações de leituras complementares e da bibliografia utilizada?

Parcialmente.

Não encontramos no módulo, indicações de leituras ou materiais complementares sobre Modelagem Matemática e algumas referências utilizadas no módulo não foram citadas no capítulo 7 “Referências Bibliográficas”.

C<sub>6</sub>. O curso apresenta ações de vivência e didático-pedagógica conforme Silva (2006)?

Parcialmente.

As ações de vivência é o momento de elaborar e investigar modelos matemáticos para as situações-problemas e percebemos essa ação na última atividade do curso realizada pelos participantes. Já as ações didático-pedagógicas, é o momento de discussão e reflexão sobre a Modelagem enquanto objeto de ensino e aprendizagem, pudemos observar que essa ação não foi explorada no decorrer do curso.

#### 5.4 O CURSO SOB A ÓTICA DOS PARTICIPANTES

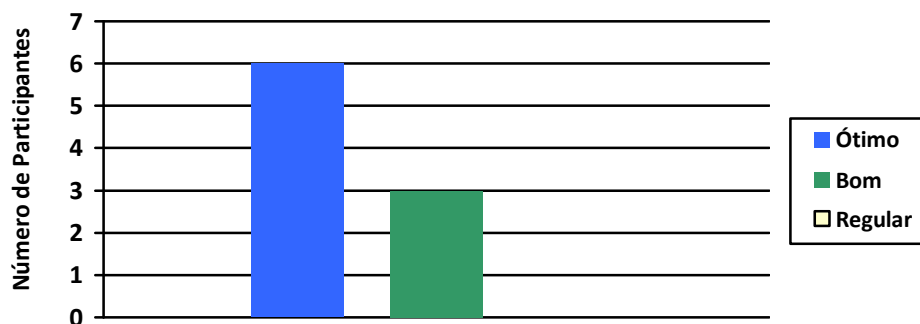
No último encontro os participantes das duas turmas reuniram-se em Pocinhos para apresentar a atividade final de Modelagem Matemática desenvolvida com os alunos (Figuras 3 e 4).

**Figura 3 – Trabalhos sobre dados estatísticos dos bairros de Pocinhos-PB**

Escola Estadual de Ensino Médio e Fundamental "Afonso Campos"			Escola Estadual de Ensino Médio Afonso Campos – Pocinhos – PB - 2012 Disciplina: Matemática									
			Bairro: <u>Jardim Etelvina</u> Rua: <u>Rua Camilo Veloso</u>									
Disciplina: Matemática			Questionário Nº <u>18</u>									
Professor: Marcos			1) Qual a nota dada ao bairro, levando em consideração qualidade de vida, segurança, educação, saúde, saneamento básico?									
Grupo: Ana Beatriz; Daniel Anderson; Maria Jordana; Romeria Rodrigues Thaís Silva.			00 01 02 03 04 05 06 07 <u>08</u> 09 10									
Série: 1º Ano Turma: "A" Turno: Manhã			2) Qual a nota dada a segurança?									
Assunto: Dados Estatísticos Bairro Jardim Etelvina (Mercado)			00 01 02 03 04 05 06 07 <u>08</u> 09 10									
			3) Qual a nota dada a educação?									
			00 01 02 03 04 05 06 07 <u>08</u> 09 10									
			4) Qual a nota dada a saúde?									
			00 01 02 03 04 05 06 07 <u>08</u> 09 10									
			5) Qual a nota dada ao saneamento básico (água e esgoto)?									
			00 01 02 03 04 05 06 07 <u>08</u> 09 10									
			6) Quais dos temas a seguir você considera ao mais carente no seu bairro?									
			<input checked="" type="checkbox"/> Segurança									
			b) Educação									
			c) Saúde									
			d) Saneamento básico (água e esgoto)									
			e) Outro									
			7) A sua rua é calçada? <u>Sim</u>									
			8) A sua rua tem rede de esgoto? <u>Sim</u>									
			9) Quais dos temas a seguir considera o melhor no bairro?									
			<input checked="" type="checkbox"/> Educação									
			c) Saúde									
			d) Saneamento básico (água e esgoto)									
			e) Outro									
			10) Existe no bairro área de lazer? <u>Sim</u>									
			11) Qual a nota dada a limpeza do bairro?									
			00 01 02 03 04 05 06 <u>07</u> 08 09 10									

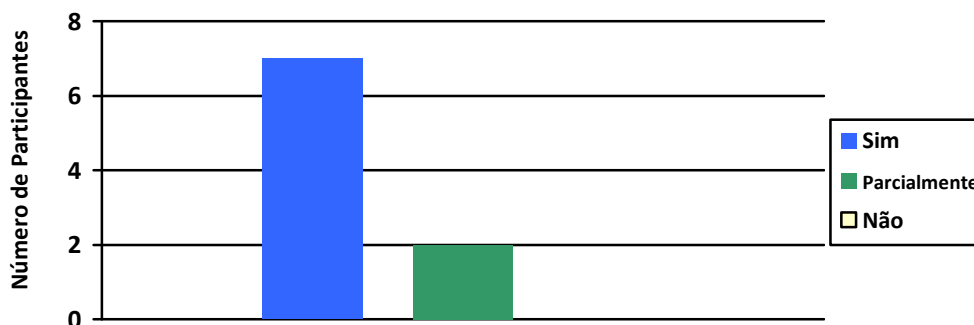




**Gráfico 1 - Opinião sobre o curso**

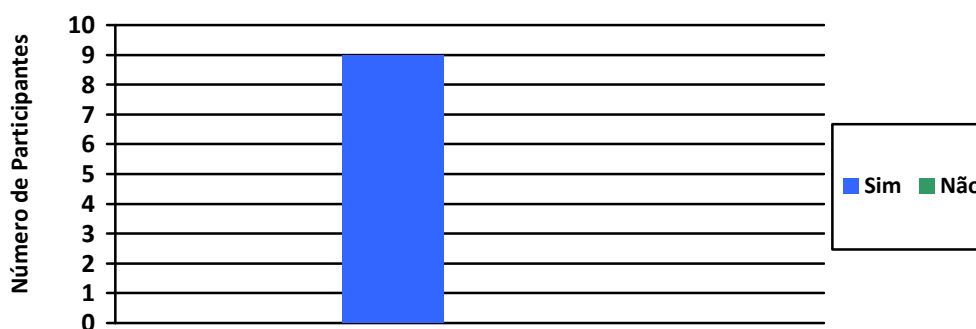
De acordo com as opiniões dos participantes, o curso teve uma boa aceitação, com 9 (nove) professores considerando o curso satisfatório, dos quais 6 (seis) marcaram a opção ótimo e 3 (três) a opção bom.

Na segunda pergunta, queríamos saber se as expectativas em relação ao curso foram atingidas e as opções a serem marcadas eram: sim, parcialmente e não (gráfico 2).

**Gráfico 2 - Expectativa em relação ao curso**

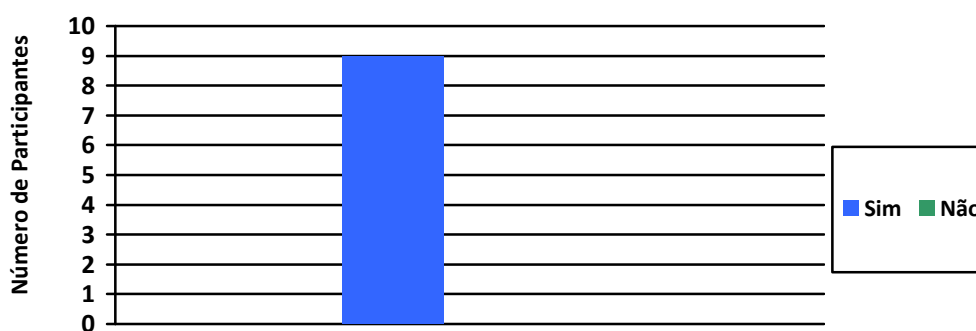
As respostas da segunda pergunta (gráfico 2), indicaram que os professores tiveram suas expectativas superadas, o que indica que houve durante o desenvolvimento do curso, uma boa explanação dos conteúdos e das atividades sobre Modelagem Matemática.

Na terceira pergunta, queríamos saber se os participantes recomendariam o curso de extensão para um colega de trabalho (gráfico 3).

**Gráfico 3 - Indicação do curso**

Diante das respostas obtidas na terceira pergunta, gráfico 3, sobre a indicação do curso a colegas de trabalho. Os membros do GPECOM que aplicaram o curso tiveram um alto grau de sucesso, pois todos os professores afirmaram que recomendariam o curso de extensão para um colega de trabalho, mais uma indicação de que fizeram um bom trabalho.

Na última questão objetiva, perguntamos aos participantes se o curso contribuiu para a prática docente (gráfico 4).

**Gráfico 4 - Contribuição para a prática docente**

Na última pergunta objetiva, gráfico 4, todos os participantes afirmaram que o curso contribuiu de alguma forma para a prática docente.

Dando continuidade a pergunta 4, pedimos aos participantes que exemplificassem que contribuições foram:

Rafael disse: *Apresentação de uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática visando um trabalho docente com maior interação entre o aluno e professores e alunos-alunos.*

Rita afirmou: *Trabalhar com alunos em atividades extraclases e desenvolver a interação entre professor/aluno.*

Caio respondeu: *Didaticamente em termos de trazer novas formas de se trabalhar os conteúdos matemáticos.*

Fábio disse: *A sair da rotina do dia-a-dia, do quadro e do giz. Uma nova forma de ver a matemática.*

Davi articulou: *Para que possamos desenvolver aulas de maneira mais prática, possibilitando uma melhor interação professor-aluno.*

Bia afirmou: *O fato de esclarecer melhor como trabalhar essa metodologia em sala de aula.*

Márcio respondeu: *Contribuiu muito, pois pude utilizar coisas do cotidiano no trabalho de sala de aula, melhorando a aprendizagem e relacionamento em grupo.*

Mércia falou: *Em geral, pelo fato de mostrar aos alunos a teoria x prática.*

Pedro articulou: *Na ajuda do conhecimento de modelagem matemática de como trabalhar alguns conteúdos envolvendo modelagem, como trabalhar outros conteúdos. Ex: ciências, estudos sociais etc.*

Outra pergunta feita aos participantes, foi sobre a definição que eles tinham em relação à Modelagem Matemática e os participantes relataram que Modelagem Matemática é:

*“Consiste em uma metodologia de ensino que busca construir modelo (ou resolver um problema) em que, geralmente, trabalha-se com temas sociais ligados do cotidiano dos alunos”*. Rafael

*“É uma disciplina para melhoramento da Matemática”*. Rita

*“Uma forma de se criar modelos para a solução de problemas”*. Caio

*“Um novo método de ver a Matemática, de estudar (passar os conteúdos de forma diferentes aos alunos e aumentar seus conhecimentos)”*. Fábio

*“Seria o ato de transformar a aprendizagem como algo a se desenvolver, sem que haja apenas a transmissão de conteúdos”*. Davi

*“Uma estratégia diversificada que leva em consideração aspectos do cotidiano dos alunos, bem como conteúdos matemáticos que estão inseridos nessa situação”*. Bia

*“Definiria como um momento do que se faz no dia-a-dia trabalhada em sala de aula, sendo como atividade e forma mais interessante.”* Márcio

*“Um meio alternativo e interessante de mostrar conteúdos na teoria e na prática”*. Mércia

*“É um processo em oito etapas, tendo que colocar conteúdos do cotidiano com a matemática na contribuição do conhecimento”*. Pedro

E como sugestão para futuras mudanças no curso, solicitamos aos participantes que escrevessem o que poderíamos melhorar no curso, tivemos as seguintes propostas:

*“Uma melhor inter-relação entre a metodologia Modelagem Matemática com o uso de recursos computacionais e com as políticas públicas; pra mim foram temas trabalhados de forma separados, mas que pela proposta do curso seriam bem interligados”*. Rafael

*“Ter mais frequência dos participantes”*. Rita

*“Começa-lo na medida do possível nos primeiros meses do ano”*. Caio

*“Começar se possível no início do ano, porque os professores têm mais tempo disponíveis”*. Fábio

*“Trabalhar utilizando um tempo maior e com acompanhamento pessoal”*. Davi

*“Oferecer e/ou possibilitar mais situação que possam ser desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática”*. Bia

*“O curso seria melhor se tivéssemos mais tempo para nos dedicar mais e também pra sala. O curso deveria ter mais duração”*. Márcio

*“Ampliar um pouco mais a parte da TIC, ou seja, a parte da informática”*. Mércia

*“Acho que, o trabalho com exercícios em sala é mais positivo do que o trabalho no ambiente, ou seja, na rede. Pois todos irão participar mais, por mais que dissesse que o tempo é curto, pois nem todos tem acesso à rede ou muitos tem dificuldade de acessar”*. Pedro

Analisando as respostas dos participantes, observamos que há indícios que o curso de extensão ajudou os professores a perceber que a matemática pode também ser ensinada e aprendida sem o uso do quadro/giz, assim como relatou o participante Fábio.

Outra contribuição relatada, dessa vez por Davi, Rafael e Rita é a possibilidade de melhorar a relação professor/aluno e aluno/aluno. Para eles a Modelagem Matemática pode quebrar a barreira que existe entre os participantes do processo de ensino, o que mais uma vez marca as diferenças entre o processo de ensino de modelagem matemática adotado no curso e o do ensino tradicional, que é marcado pela distância entre o mestre e o aprendiz.

O curso de extensão também auxiliou os professores no estudo de metodologia de ensino de Matemática. Provavelmente, a participante Bia já tinha conhecimento sobre Modelagem Matemática, pois ela afirma que o curso ajudou a obter estratégias para iniciar uma atividade com MM em sala de aula. E nessa mesma direção, o Caio também afirma que o curso proporcionou alternativas para o ensino de conteúdos matemáticos.

Já Márcio afirma que o uso da Modelagem Matemática pode melhorar a aprendizagem, a forma de trabalhar as atividades em sala e a modo de desenvolver atividades em grupo. E a Mércia relatou que o curso proporcionou uma experiência para mostrar aos alunos à aplicabilidade da Matemática fora da sala de aula. Pedro descreveu que a MM é uma alternativa para trabalhar a interdisciplinaridade com os alunos.

Diante dessas passagens descritas pelos participantes, conclui-se que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula ou na formação continuada de professores contribui para a melhoria de diversos temas que precisam ser modificados na Educação Básica. Assim, como justifica Silveira e Ribas (2004, p. 1), que o uso da MM pode levar a:

1. Motivação dos alunos e do próprio professor;
2. Facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto;
3. Preparação para a profissão;
4. Desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral;
5. Desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade;
6. Compreensão do papel sociocultural da Matemática, tornando-a assim, mais importante.

As próximas respostas abordaram a definição de MM. Dos 9 (nove) participantes, 8 (oito) participantes relacionaram a questão apresentada ao ensino, referindo-se a MM como uma forma de melhorar o ensino dos conteúdos matemáticos e 1 (um) respondeu que MM está ligada a criação de modelos para solucionar situações problemas, o que vai ao encontro à ideia defendida por Bassanezi (2002, p.61), onde a modelagem consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los.

E por último, verificamos as sugestões propostas pelos participantes quanto às mudanças que podem ser feitas no curso e observamos que 6 (seis) dos 9 (nove) professores questionaram quanto ao tempo disponível para cobrir os conteúdos matemáticos programados. Uma vez que o curso foi aplicado no segundo semestre do ano, não houve muita disponibilidade de tempo e de conteúdo para ser trabalhado em sala de aula. Teria sido bem melhor se tivesse sido aplicado no início do ano, assim eles

teriam mais opções para levar a experiência em sala de aula. O questionamento de “falta de tempo livre” por parte dos professores é relatado também por Silva (2011).

Em relação aos eixos temáticos, dois participantes sugeriram que a Modelagem Matemática deveria estar mais interligada com os recursos computacionais e com as políticas públicas, para eles esses eixos foram trabalhados de forma separada. Percebemos que essa sugestão converge com o que encontramos no E<sub>1</sub> (página 40).

Outra sugestão refere-se ao uso da internet, um professor sugeriu que o curso fosse desenvolvido com atividades em sala de aula e não no ambiente virtual (Moodle), a justificativa dele é que alguns professores ainda não têm facilidade em acessar a internet.

## CAPÍTULO 6

### DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este trabalho teve como objetivo avaliar e reorganizar um texto didático sobre o uso da Modelagem Matemática para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática da Educação Básica, e para isso, usamos como base o curso de extensão realizado pelo GPECOM, com professores das cidades circunvizinhas a Campina Grande, as dissertações de três ministrantes desse curso e os materiais produzidos pelos participantes.

Investigamos as dissertações de três ministrantes do curso de extensão com a finalidade de obter pontos positivos e/ou negativos que ajudassem no nosso produto final. O primeiro trabalho que analisamos foi o de Sousa (2014) e com o desenvolvimento dessa pesquisa, observamos que as 10 (dez) fases que caracterizariam a Modelagem Matemática não ocorrem de forma linear conforme a proposta contida no módulo, bem como a ausência de alguma delas. Segundo Sousa (2014), esta ausência não interfere no processo da atividade, e as justifica, devido à ênfase dada a MM como procedimento para resolver problemas. Para superar esta limitação, propusemos e inserimos no módulo do curso um texto sobre as diferentes perspectivas de Modelagem Matemática.

Na pesquisa de Silva (2014), observamos que a atividade que usa a Modelagem Matemática como suporte para o ensino de conteúdos levam alunos e professores a compartilharem a descoberta que ensino/aprendizagem não ocorre apenas dentro da sala de aula, outros locais como a rua, o campo de futebol, a praça e a fazenda podem ser ambientes onde haja compartilhamento de conhecimentos. Em relação ao curso de extensão, Silva (2014, p.118) relata:

O curso mostrou-se adequado, pois permitiu viabilizar a Modelagem Matemática como uma alternativa didática para o ensino de Matemática, apresentando vantagens em relação a abordagem habitualmente utilizada nas nossas salas de aula, favorecendo a contextualização e a construção de significados dos conteúdos estudados, principalmente por emergirem dos questionamentos levantados pelos alunos e das necessidades de



---

compreensão dos problemas locais investigados (SILVA, 2014, p. 118).

E por último, na pesquisa de Santos (2014), vimos que o foco não foi o curso de extensão e nem os participantes, ele desenvolveu a intervenção didática com base nas atividades propostas no módulo, abordando temas e estratégias que foram sugeridas no curso. O autor utiliza a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a investigar e solucionar situações de outras áreas com o uso de conteúdos matemáticos (BARBOSA, 2001). Em relação ao uso da MM em sala de aula, Santos afirma que:

Foi positivo o envolvimento com as atividades, que ocorreram de forma mais estimulante que a costumeira e conseguiu abranger a maior parte dos alunos. Esta atividade também possibilitou relacionar conteúdos escolares com conhecimentos de seu cotidiano. Dessa forma, a abordagem didática, além de possibilitar um maior envolvimento dos alunos, possibilita ver a matemática como uma ferramenta para conhecer a realidade (SANTOS, 2014, p. 91).

Diante das três pesquisas entendemos que a Modelagem Matemática pode ser utilizada como um instrumento para capacitar professores da Educação Básica e como uma alternativa de ensino de conteúdos matemáticos com alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Em seguida, analisamos o módulo do curso com base no quadro avaliativo, e diante das respostas para as perguntas presentes no quadro avaliativo, fizemos algumas alterações no módulo.

Quanto aos eixos que estruturam o curso, vimos que não há uma ligação entre a Modelagem Matemática e os Recursos Computacionais. Para suprir esta deficiência foram inseridos no módulo, texto e atividade, fazendo a ponte entre estes dois eixos, servindo ao professor de exemplo para o desenvolvimento de práticas futuras em sala de aula. Para o capítulo 4, sobre contextualização, foram acrescentadas no módulo didático atividades presentes nos trabalhos desenvolvidos por Sousa e Silva (2014) trabalhada de formas distintas em sala de aula.

Quanto ao aspecto teórico-metodológico, vimos que o módulo apresenta os pressupostos teóricos, utilizando apenas um autor para explicar a MM, no caso

Bassanezi. No entanto, a literatura atual da Modelagem Matemática, no campo da Educação Matemática explicita diversos autores sobre essa tendência, não mais centrados na obtenção do modelo. Sendo assim, inserimos no módulo um capítulo abordando diferentes autores que abarcam a Modelagem na Educação Matemática.

Percebemos também, que o módulo apresenta atividades possíveis de serem desenvolvidas em sala de aula dentro de um bloco de conteúdo matemático, não explorando os diferentes blocos de conteúdos da Matemática. Mas, diante dos trabalhos de Santos (2014) e Silva (2014), observamos que as atividades desenvolvidas e observadas por eles, podem ser inseridas no módulo do curso como sugestão para trabalhar a álgebra e o tratamento da informação.

Ainda sobre o aspecto teórico-metodológico, não observamos no curso momentos de reflexão sobre a aplicação da Modelagem Matemática na prática docente. É importante que em um curso de formação de professores os participantes discutam sobre a inserção da Modelagem Matemática enquanto alternativa para o ensino. É o que Donald Schön definiu como reflexão sobre a ação, o momento de pensar sobre o que foi feito, levando dados sobre as ações ocorridas em sala de aula, Schön (2007).

Quanto ao aspecto conteúdo, observamos positivamente que o módulo traz os conceitos e procedimentos detalhados sobre Modelagem Matemática, mostrando exemplos para cada situação.

No referencial teórico deste trabalho, observamos que a literatura sobre Modelagem Matemática compreende diferentes perspectivas, mas o módulo do curso não contribui para que os participantes tenham a oportunidade de conhecer e optar pela vertente a ser seguida.

Outro ponto analisado no módulo, foi à presença de leituras complementares sobre os conteúdos, mas disponibilizada de forma limitada, não oferecendo condições ao leitor para este aprofundar seus estudos sobre Modelagem Matemática. Nesta direção incluímos no módulo uma bibliografia mais rica sobre o assunto.

O último ponto a ser investigado no quadro avaliativo, foi saber se as ações didáticas elencadas por Silva (2006) estavam sendo trabalhadas. E o que encontramos foi apenas a ação de vivência, onde os professores tiveram a oportunidade de construir e aplicar uma atividade de Modelagem Matemática, já à ação didático-pedagógica não fez parte do curso, assim como já citamos em parágrafo anterior, os participantes não fizeram uma reflexão sobre as atividades construídas. Diferente do que afirma Alarcão

(2010, p. 32), segundo o qual professor precisa ser “um profissional reflexivo numa comunidade profissional reflexiva”.

Depois da análise dos dados descritos anteriormente, promovemos mudanças no módulo do curso (Apêndice B), complementando alguns capítulos e incluindo outros, de modo a objetivar a proposta inicial do nosso trabalho de pesquisa e a formação de professores nessa temática.

## CAPÍTULO 7

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O foco deste trabalho foi à introdução da Modelagem Matemática como uma alternativa para o ensino de Matemática na Educação Básica. Pesquisamos a importância desta tendência metodológica para responder as demandas formativas atuais e desenvolvemos materiais para este fim. Após estudos iniciais comprovamos que o curso de licenciatura em Matemática da UEPB que prepara a maioria dos docentes em matemática da região polarizada por Campina Grande, que envolve mais de 60 município das microrregiões Agreste, Cariri, Curimataú e Sertão do semiárido nordestino, apresentado em Carvalho (2013), não possui na sua graduação uma disciplina específica que aborde o uso da Modelagem Matemática em sala de aula. Uma análise do currículo dos cursos de licenciatura das outras duas universidades públicas – UFCG e UFPB, também evidenciou que estes não apresentam nos seus currículos componentes didáticos para preparar os futuros professores de matemática nesta direção.

Este trabalho de final de curso de mestrado fez parte de um projeto de pesquisa financiado pelo CNPq, “Um estudo de problemas de aprendizagem matemática com foco na realidade do aluno da zona rural”, Edital MCT/CNPQ 14/2009, cujos resultados recomendavam a introdução da Modelagem Matemática como um recurso adequado para superar deficiências entre os alunos de periferias e da zona rural da região do semiárido polarizada por Campina Grande.

Como consequência deste projeto, no primeiro semestre de 2012 foi criado na UEPB o GPECOM, um grupo de estudo que reuniu 6 (seis) mestrados e 3 (três) professores do MECM/UEPB para discutir temas relacionados ao ensino utilizando a modelagem matemática. Após várias reuniões de estudo e discussões de trabalhos, foi montado um curso de extensão para professores dos municípios de Pocinhos, Queimadas, Alagoa Nova e Alcantil, cidades vizinhas à Campina Grande, cujas escolas possuem alunos da zona rural. A elaboração, implantação e análise deste curso e do material didático nele desenvolvido forneceram subsídios para os três trabalhos de mestrados que utilizamos nesta pesquisa.

Na fase inicial do curso superamos as dificuldades para a sua implantação, conseguindo espaço físico e um ambiente virtual para inserir atividades e para que houvesse um diálogo constante entre os participantes que trabalham e residem em diferentes regiões, algumas distando mais de 80 quilômetros. No decorrer do curso também tivemos alguns impasses, como a falta de transporte e de tempo livre para participar das aulas e alguns professores do município de Alagoa Nova acabaram desistindo.

O nosso trabalho teve como foco a aplicação e o desenvolvimento do curso de extensão, as pesquisas dos mestrandos e os materiais produzidos, com o objetivo de avaliar e reorganizar um texto didático sobre o uso da Modelagem Matemática para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática da Educação Básica.

Diante do percurso metodológico que fizemos e dos resultados que obtidos, comprovamos ser satisfatória a aplicação desse curso, tanto pela aceitação dos professores em participantes como pelo sucesso obtido quando do desenvolvimento das atividades envolvendo Modelagem Matemática.

Além disso, os docentes desenvolveram bons materiais durante as atividades realizadas ao final do curso em sala de aula da Educação Básica. Um desses materiais produzidos na turma de Pocinhos, intitulado: “A Modelagem Matemática contribuindo para uma melhor aprendizagem: porcentagem e estatística”, com alunos do 1º ano do Ensino Médio, foi contemplado com o prêmio Mestres da Educação da Secretaria de Educação do Governo da Paraíba. Esse trabalho investigou a satisfação dos moradores do município de Pocinhos quanto à qualidade de vida, segurança, educação, saúde e saneamento básico. Outro fato que merece destaque, pois comprova como o curso marcou os docentes participantes: uma das professoras da turma de Campina Grande, posteriormente aprovada em concurso realizado para uma instituição de Ensino Superior no Maranhão, atualmente desenvolve trabalhos na área de Modelagem Matemática.

Desse modo, fundamentamos os resultados de nossa pesquisa, comprovando que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula do ensino básico, pode ser uma alternativa para levar os alunos a aprenderem de forma reflexiva os conteúdos matemáticos e ao mesmo tempo em que permite aos professores refletir sobre os processos de aprendizagem. Professores e alunos desenvolvem uma postura ativa e investigativa, questionando procedimentos e resultados.

Atualmente, faço parte do quadro de professores substitutos da Universidade Estadual da Paraíba–UEPB, com aulas no curso de Licenciatura em Matemática, nas disciplinas de Práticas Pedagógicas e de Laboratório do Ensino de Matemática. Mesmo sabendo que a Modelagem Matemática não faz parte da grade curricular desse curso, tendo buscado um espaço nos conteúdos programáticos para ensinar a parte teórica e prática dessa temática, com a exposição de experiências desenvolvidas ao longo da minha formação docente.

Em breve, pretendemos elaborar um livro sobre esses trabalhos, de modo que esse material contribua para a comunidade acadêmica, especificamente, para o desenvolvimento de estudos na área de Modelagem Matemática na formação continuada e inicial de professores de Matemática do ensino fundamental e médio.

## REFERÊNCIAS

ALARCAO, I. Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. In: **Revista da Faculdade de Educação**, v. 22, n. 2, p. 11-42, 1996.

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Contexto, 2010.

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 253 – 268.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W.; VERTUAN, R. E. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a Modelagem Matemática: um estudo mediado por representações semióticas. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Blumenau. v. 1, n.1, p. 28-42, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem Matemática: relatos de experiência e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BARBOSA, J.C. Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 65-85, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Ed. Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Ed. Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. In: **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MC/SEF, 1998.

BRITO, M.; MORON, C. Atitudes e Concepções dos Professores de Educação Infantil em Relação à Matemática. In: BRITO, M. (Org.) **Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. Florianópolis: Editora Insular, 2001.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: Uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática na 5ª série**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Paulista Júlio Mesquita Filho. Rio Claro, SP, 1987.

CARVALHO, E. M. **O Ensino de Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da UEPB**. 54f. Monografia da Especialização – Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2013.

FLORES, M. A. Algumas reflexões em torno da formação inicial de professores. **Educação**, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 182-188, 2010.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. In: **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**. v.38, n.3. p.302-310, 2006.

KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Eds) **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. ICTMA 14. New York, Springer, 2011.

LESH, R.; ENGLISH, L. D. **Perspectivas na resolução de Modelos & Modelagem relacionadas a aprendizagem Matemática e resolução de problemas**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM, v. 37, n. 6, 2005.



- 
- LESH, R.; GALBRAITH, P. L.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Eds.) **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies**. ICTMA 13. New York, Springer, 2010.
- LESH, R.; ZAWOJEWSKI, J. S. Problem solving and modeling. In: LESTER, F. (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, p.763-804, 2007.
- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- OLIVEIRA, M. M. **Como fazer Pesquisa Qualitativa**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2008. 181 p.
- PONTE, J. P.; JANUÁRIO, C.; FERREIRA, I. C.; CRUZ, I. **Por uma formação inicial de professores de qualidade**. Documento de um grupo de trabalho do CRUP Conselho de Reitores das Universidades Portuguesas, 2000.
- SCHÖN, D.A. **Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- SANTOS, C. M. S. C. **Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem de Conteúdos Algébricos no 9º Ano do Ensino Fundamental**. 2014. 184f. Dissertação (mestrado). Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Campina Grande, 2014.
- SANTOS, M. M. C. dos. **Texto didático: propriedades textuais e pressupostos epistemológicos**. Caxias do Sul EDUCS, 2001.
- SAVIANI, D. **Educação: Do sendo comum à consciência filosófica**. São Paulo: Cortez e Autores Associados, 1980.
- SAVIANI, D. **Escola e Democracia**. Campinas: Autores Associados, 2008. 112p (Coleção Educação Contemporânea).
- SILVA, A. J. **A Modelagem Matemática na prática docente do Ensino Fundamental**. 2014. 235f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2014.
- SILVA, D. K.; DALTO, J. O. Modelagem Matemática na formação de professores: compartilhando uma experiência. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem Matemática: relatos de experiência e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 181-200.

---

SILVA, D. K. Modelagem Matemática em um curso de licenciatura – ações na busca de uma abordagem pedagógica. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIPEMAT, 2006, Recife. **Anais...** Recife: Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

SILVEIRA, J. C.; RIBAS, J. L. D. **Discussões sobre Modelagem Matemática e o Ensino-Aprendizagem**. 2004. Disponível em: < <http://www.somatematica.com.br/artigos/a8> >. Acesso em: 13 de jan. 2008.

SILVEIRA, E; RODRIGUES, J. M. S. **Coleção gira Mundo**, Rio de Janeiro, n.48, 2007.

SOUSA, M. E. A. **A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: Um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria**. 2014. 218f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2014.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VYGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução do russo de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

## APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DO CURSO

UEPB/ MECM/GPECOM

Curso: **Ensino contextualizado de Matemática utilizando Modelagem e recursos computacionais na Educação Básica**

1. O que você achou do curso?

ótimo  bom  regular

2. O curso correspondeu as suas expectativas?

sim  parcialmente  não

3. Você recomendaria este curso a seus colegas de trabalho?

sim  não

4. O curso contribuiu para a sua prática docente?

sim  não

Quais contribuições?

5. Como você definiria o que é Modelagem Matemática.

6. O que poderíamos melhorar no curso?

Universidade Estadual da Paraíba

**APÊNDICE B – MÓDULO DO CURSO**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
GRUPO DE PESQUISA EM ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA -  
GPECOM

Contextualizado de Matemática



**ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA  
UTILIZANDO MODELAGEM E RECURSOS COMPUTACIONAIS  
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Universidade Estadual da Paraíba

CAMPINA GRANDE – PB

2015



## CURSO DE EXTENSÃO EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DE EDUCAÇÃO BÁSICA

### COORDENADORES:

- Rômulo Marinho do Rêgo - *romulomate@gmail.com*
- Filomena Maria G. S. C. Moita - *filomena\_moita@hotmail.com*
- Cidoval Moraes de Sousa - *cidoval@gmail.com*

### PROFESSORES/PESQUISADORES:

- Alexandre José da Silva - *ajsilva2704@hotmail.com*
- Charles Max Sudério C. dos Santos - *charles-max@ig.com.br*
- Erick Macêdo Carvalho - *ericks\_js@hotmail.com*
- Erika Carla Alves Canuto - *erikacanuto@gmail.com*
- José Praxedes de Oliveira Neto - *praxneto@gmail.com*
- Marcos Edson Alves de Sousa - *sousano@ig.com.br*

## **Capítulo 1: Tópicos de Modelagem**

**Matemática.....72**

AUTOR: Marcos Edson Alves de Sousa

## **CAPÍTULO 2: CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM**

**MATEMÁTICA.....92**

AUTOR: ÉRICK MACÊDO CARVALHO

## **Capítulo 3: ATIVIDADES ENVOLVENDO MODELAGEM**

**MATEMÁTICA.....95**

AUTORES: Charles Max Sudério C. dos Santos

ÉRICK MACÊDO CARVALHO

## **capítulo 4: O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA DENTRO DA MODELAGEM**

**MATEMÁTICA.....122**

Autores: Erika Carla Alves Canuto

Érick Macêdo Carvalho

## **capítulo 5: A CONTEXTUALIZAÇÃO NOS DOCUMENTOS**

**OFICIAIS..... 134**

Autor: José Praxedes de Oliveira Neto

## **capítulo 6: POLÍTICAS PÚBLICAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO**

**BÁSICA.....140**

Autor: Alexandre José da Silva

**CAPITULO 7: MODELAGEM E OS DESCRITORES DO**

**IDEB.....156**

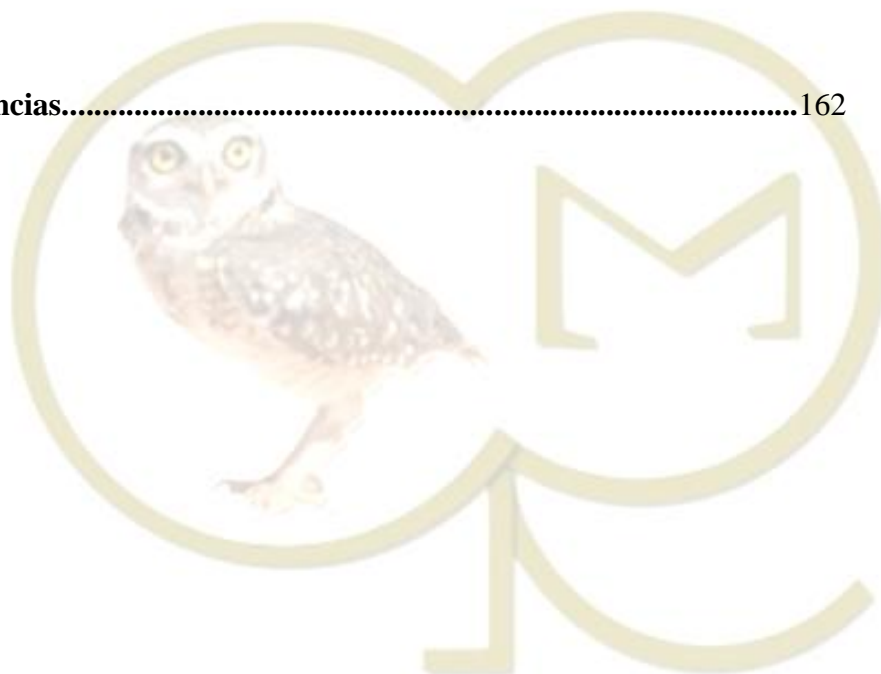
Autores: Alexandre José da Silva  
Érick Macêdo Carvalho

**CAPITULO 8: BIBLIOGRAFIA**

**COMPLEMENTAR.....159**

**AUTOR: ÉRICK MACÊDO CARVALHO**

**Referências.....162**



Universidade Estadual da Paraíba

## CAPÍTULO 1

### TÓPICOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Marcos Edson Alves de Sousa

#### INTRODUÇÃO

Este curso é destinado aos docentes do ensino básico de escolas públicas, que deseja ter acesso a novas opções e alternativas ao ensino convencional de Matemática que comumente é praticado nas escolas do ensino básico.

#### 1.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Sob a ótica de um ensino transformador os conteúdos de Matemática, bem como os das demais disciplinas, devem estar inseridos na realidade vivenciada pelo aluno, tornando-se uma ferramenta útil a ser usada na transformação de sua condição social, econômica e cultural.

A educação em seus programas e práticas necessita apresentar conteúdos e métodos adequados ao objetivo de possibilitar meios do homem ser sujeito, construir-se como pessoa, transformar o mundo e estabelecer com os outros homens relações de reciprocidade, fazer a cultura e a história (MIZUKAMI, 1986, *apud* Freire, 1974a).

Não se trata de mudar as concepções sobre o que seja a Matemática, seus conteúdos e métodos, mas de estabelecer métodos de ensino e/ou ambientes de aprendizagem que possibilitem ao aluno conceber e utilizar esta disciplina como um instrumental para desenvolver ideias, procedimentos e atitudes para compreender e agir sobre a realidade. Entre as tendências didático/pedagógicas atuais para atingir estes objetivos temos a Modelagem Matemática (MM).

A Modelagem Matemática em matemática pode ser usada como um método de ensino centrado na busca de um modelo matemático ou como um ambiente de aprendizagem onde as atividades para obter um modelo matemático possibilitam a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Todas as duas opções partem de situações



problemas práticas associadas realidade do aluno, construindo a partir de informações e dados colhidos desta realidade um modelo matemático – podendo este envolver equações, diagramas, gráficos, esquemas ou outros elementos da linguagem matemática. Em qualquer uma das opções o aluno mobiliza conhecimentos matemáticos altamente demandados pela sociedade contemporânea e os aplica para entender a realidade e enriquecer sua capacidade de agir sobre a mesma.

Acreditamos que o ensino de Matemática fazendo uso da Modelagem Matemática, torna o ato de ensinar mais prazeroso para o professor, assim como o ato de aprender mais interessante e rico para o aluno, pois este disporá de um maior espaço para intervir e se inserir de forma mais ativa e produtiva no processo de aprendizagem.

Grupo de Pesquisa em Ensino  
Contextualizado de Matemática

## 1.2 BREVE HISTÓRICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde épocas remotas, na cultura de povos como os egípcios, babilônios e gregos encontram-se estudos que reportam as raízes do que viria a ser denominado de Modelagem Matemática. Podemos dizer que a essência do processo de Modelagem está nos estudos dos gregos, entre os quais Tales de Mileto, Platão, Eudóxio, Euclides, Arquimedes, Erastóstenes, entre outros. A época renascentista trouxe um novo fôlego ao desenvolvimento da Modelagem Matemática, após um bom período de penumbra quanto ao desenvolvimento desta, destacando-se vários estudiosos que fizeram uso da Modelagem nesta época entre os quais Leonardo da Vinci, Nicolau Copérnico, Galileu Galilei, René Descartes e Isaac Newton.

Desde então a Modelagem Matemática passou a ser de uso contínuo no desenvolvimento de modelos necessários a construção de significado e ao uso de variados conteúdos dentro da Matemática e também fora dela, contudo somente na segunda metade do século passado veio a constituir-se numa área de estudo específica dentro do campo de conhecimento denominado de Educação Matemática. Até então o termo Modelagem Matemática confundia-se com a resolução de problemas.

No Brasil a Modelagem Matemática no ensino começou a ganhar força principalmente a partir dos estudos de professores como Ubiratan D'Ambrósio, Rodney C. Bassanezi e João Frederico Meyer, na década de 1980. Atualmente há um grande número de pesquisadores nacionais nesta área entre os quais Maria Salett Biembengut,

Dionisio Burak, Flávia Dias Ribeiro, Jonei Cerqueira Barbosa e Lourdes Maria Werle de Almeida, todos na perspectiva de melhorar a aprendizagem de conceitos, conteúdos e procedimentos, bem como desenvolver a habilidade de utilizar a Matemática para resolver problemas surgidos no dia a dia, de forma diferente e motivadora quanto à apresentação dos conteúdos.

Assim, a Modelagem Matemática tem sido usada como uma alternativa em programas de cursos regulares visando despertar o interesse dos alunos quanto à aplicabilidade dos conteúdos trabalhados, enfatizando as aplicações Matemáticas, desenvolvendo o espírito crítico do educando, preparando-o para o uso da Matemática como uma ferramenta na resolução de problemas em variadas situações, adotando um enfoque também epistemológico, ou seja, quanto ao estudo do grau de certeza de caráter científico da própria Matemática e apreciação de seu valor para o espírito humano. Trabalhando a Matemática não apenas como ciência abstrata de uso futuro, mas como ferramenta para a vida, instrumentalizando o trabalho, parte integrante das raízes culturais e auxiliando no pensamento claro e raciocínio lógico, nos modelos, enfocando a beleza estética da Matemática.

### 1.3 EM QUE A MODELAGEM MATEMÁTICA DIFERE DA RESOLUÇÃO CONVENCIONAL DE PROBLEMAS \*

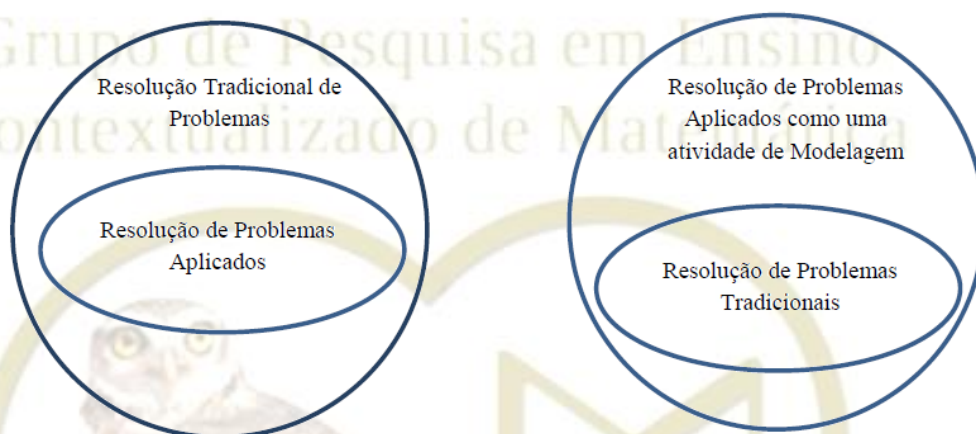
*\*Livre tradução adaptado de Lesh & Doerr,*

*2003b*

A resolução convencional de problemas pode ser entendida como um processo que parte de situações problemas cujo enunciado é apresentado pronto para o aluno, objetivando que este ao tentar encontrar soluções mobilize e/ou desenvolva conhecimentos matemáticos. Neste processo o professor cria um ambiente de trabalho que possibilita ao aluno desenvolver os conhecimentos matemáticos a partir das necessidades presentes na situação problema, cabendo ao docente intermediar os conhecimentos novos e os já possuídos pelos alunos, ao mesmo tempo em que desenvolve processos interativos que permitam aos alunos superarem as dificuldades surgidas durante o processo. Na resolução convencional de problema geralmente a situação problema é apresentada pronta, já redigida, com todas as suas condições preestabelecidas, podendo ou não ser inserida na realidade vivenciada pelo aluno.

Na Modelagem Matemática são enfatizadas situações práticas a partir das quais se espera que o aluno possa refinar adaptar e/ou interpretar os conteúdos matemáticos de acordo com o problema enfrentado, estando em contínuo processo de mobilização de habilidades e atitudes que possam levá-lo a aplicar o conteúdo mais adequado da melhor forma possível com vistas a obter o modelo. O modelo matemático constitui uma forma de expressar matematicamente uma possível explicação ou solução ao problema, podendo ser uma fórmula, uma equação, um gráfico ou um esquema, por exemplo.

Temos, de forma esquematizada:



O Quadro 1 traz as principais características que, a nosso ver, distinguem resolução de problemas numa perspectiva tradicional, daquela adotada quando do uso da Modelagem.

**Quadro 1** – Resolução de problemas tradicional versus Resolução de problemas sobre a ótica da Modelagem (livre tradução adaptado de Lesh & Doerr, 2003b).

Perspectiva tradicional sobre resolução de problemas	Perspectiva de modelos e Modelagem sobre a resolução de problemas
Os problemas aplicados são abordados como um subconjunto da resolução de problemas tradicionais	Os problemas tradicionais são abordados como subconjunto da resolução de problemas aplicados (ou seja, como uma atividade de obtenção de modelo)
Aprender a resolver problemas envolve quatro passos:	Resolver problemas aplicados envolve atribuir sentido matemático ao problema (usando-se diagramas, esquemas, desenhos, gráficos, equações e assim por diante) em consonância
1) Desenvolver os pré-requisitos, ideias e	

habilidades em situações descontextualizadas.	com o desenvolvimento de uma solução sensata. A compreensão não é uma solução do tipo tudo ou nada, as ideias Matemáticas e as capacidades de resolução de problemas são desenvolvidas lado a lado dentro do processo. Os constructos**, processos e habilidades necessários para resolver problemas do “mundo real” (ou seja, problemas aplicados) são assumidos em estágios intermediários do desenvolvimento, ao invés de ser preciso “dominá-las” antes do engajamento na resolução de problemas.
2) Praticar novas ideias e habilidades em problemas, na linguagem desenvolvida para serem usados em procedimentos de aprendizagem	
3) Aprender processos e heurísticas* sobre resolução de problemas independentes dos conteúdos.	
4) Finalmente, aprender as ideias precedentes, ou as habilidades e heurísticas em situações da “vida real” (ou seja, em problemas aplicados), onde também podem ser necessárias informações adicionais.	

\*\*Heurística pode ser entendida como um método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se quer lhe ensinar. \*\*\*Constructos são construções mentais que podem ser usadas para exemplificar ou descrever uma teoria. Esta palavra é utilizada em uma das definições de modelos que veremos mais adiante. Inserido dentro desta definição, podemos apresentar o modelo de constructo matemático da Figura

## 1.4 A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Na antiguidade povos tais como egípcios, babilônios e gregos desenvolveram estudos que acabaram por tornarem-se modelos (matemáticos ou não) de situações que usamos até hoje, tais como: os quatro pontos cardeais; coleção de regras geométricas para medição de terra; modelos de Matemática de utilização prática.

Um exemplo de modelo matemático é o Modelo de Crescimento Populacional dado por  $P(t) = P_0 e^{kt}$ , onde  $P$  é a população em determinado tempo,  $t$  é o tempo,  $k$  é a taxa de crescimento e  $P_0$  a população inicial.

O uso da Modelagem Matemática no ensino justifica-se pelo fato esta de poder ser usada como uma ferramenta para o estudo de um instrumental útil tanto para a aprendizagem de conteúdos matemáticos quanto pela sua utilização em diversas aplicações práticas. Constitui-se na verdade em uma parte integrante de nossas raízes culturais, já que temos o hábito de estabelecer modelos para solucionar e/ou explicar situações corriqueiras, não percebemos por vezes o ato de estarmos fazendo isso, talvez porque esta terminologia foi colocada de forma explícita, ou porque não sigamos na sua apresentação determinados padrões de rigor que caracteriza o caráter de um trabalho enquanto científico ou mesmo acadêmico.

A Matemática possibilita aos indivíduos desenvolverem saberes para que exerçam sua cidadania de forma crítica e autônoma necessária para a sobrevivência e transcendência do indivíduo, habilitando-o com ferramentas culturais voltadas para a sobrevivência e transcendência da comunidade onde estão inseridos, contribuindo para o seu desenvolvimento. Ter o domínio de princípios básicos da Matemática faz com que o aluno possa utilizá-la como ferramenta para a vida, pois desenvolve capacidades de análise e interpretações que são úteis na resolução de problemas, e estes estarão sempre presentes quer em contextos físicos ou socioculturais.

No momento atual o aluno que tem acesso a instrumentos tecnológicos, a exemplo do computador, dispõe na Matemática de um instrumental bastante útil no uso destes recursos para fazer testes, desenvolver modelos, trabalhar dados estatísticos, etc. Isso, além de poupar-lhe tempo, habitua-o ao manuseio de importantes ferramentas com as quais irá se deparar em cenários futuros, inclusive no que refere ao mercado de trabalho.

Compreendemos a Modelagem Matemática como uma forma de resolver problemas



determinado tipo de problema, e assim, desenvolver conhecimentos matemáticos. A resolução de problemas na perspectiva da Modelagem é uma atividade realizada sob a supervisão e intervenção oportuna do professor na qual o aluno, agindo sobre a situação problema, formule ideias e as valide para posteriormente encontrar uma solução. Esta solução pode ser adequada ou não para a situação, o que a diferencia das soluções encontradas na resolução convencional de problemas. Nesse processo, o aluno tem de estar sempre procurando fazer uso dos conhecimentos que tem e buscar desenvolver aqueles que ainda não possui com vistas a obter uma solução adequada ao problema. Os professores do ensino básico podem instigar seus alunos fazendo uso de problemas relacionados a aspectos da realidade por eles vivenciada.

A partir dos resultados das avaliações sobre o ensino de Matemática efetuada pelo SAEB, Prova Brasil e PISA, observa-se que a escola brasileira não tem conseguido desenvolver os conhecimentos matemáticos necessários para atender as demandas da sociedade contemporânea. Atingimos um excelente padrão internacional na pesquisa Matemática, mas os índices relativos à aprendizagem desta disciplina estão muito aquém dos atingidos por outros países, bem como dos recomendados pelos educadores. Deste modo, a maioria dos nossos jovens não desenvolve conhecimentos matemáticos adequados, seja no que se refere à capacidade de pensar matematicamente, seja no que se refere à capacidade de aplicar Matemática no processo de agir e compreender a realidade.

A Modelagem Matemática apresenta-se ao educador como um instrumento educacional de aplicação que lhe permite identificar e selecionar informações e conteúdos que sejam essenciais em uma dada situação. A nosso ver, isto lhe fornece as condições para uma abordagem mais criativa e motivadora quando do desenvolvimento do trabalho com o conteúdo matemático. Estamos modelando quando usamos a Matemática para formalizar um pensamento abstrato a respeito de uma situação problema que surgiu na natureza ou na realidade sociocultural, buscando-se uma linguagem abstrata que realce determinados aspectos de forma a mais simplificada possível.

Logicamente nem todos os fenômenos naturais e socioculturais são passíveis de modelação, os fenômenos existem, naturais ou não, e podem escapar em um determinado momento as teorias científicas. Contudo, o homem deve sempre buscar o uso de tais teorias para tentar quantificá-las, explicá-la e validá-la, mesmo que alguns destes fenômenos não sejam susceptíveis ao uso da modelação.

O trabalho com grandezas, medidas, formas e operações estão profundamente enraizadas na nossa civilização. Entretanto nossa tradição de ensino nos induz costumeiramente a optar pela formalização precoce do processo de ensinar Matemática,

ignorando ou rejeitando as formas de raciocinar desenvolvidas pelo aluno como base para o desenvolvimento e uso do raciocínio lógico matemático. A opção de favorecer uma excessiva e precoce formalização dos conteúdos pode dificultar o seu entendimento e a explicitação das suas interligações com outros conteúdos. Assim trabalhada, tanto a estrutura curricular atual quanto a forma como é ensinada em sala de aula fazem com que o aluno não utilize o potencial da Matemática para pensar com clareza, a raciocinar melhor fazendo uso dos mesmos para resolver problemas. É uma tradição que limita e dificulta a gama de recursos que podem ser desenvolvidos e utilizados quando da resolução de uma situação problema.

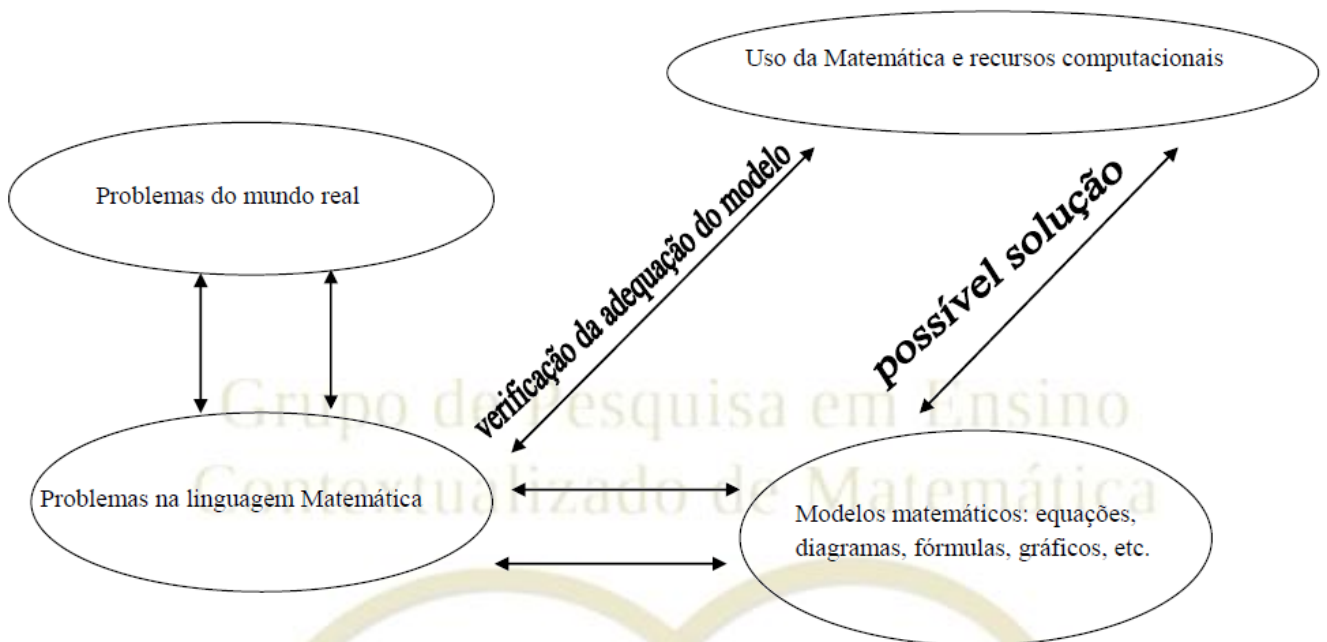
Biembengut (2004) propõe o uso de Modelagem Matemática no ensino básico. Nesta obra a autora traz uma definição sobre o que entende por Modelagem Matemática: “Um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento”.

Neste sentido, entende-se por modelo (matemático) um conjunto de símbolos e relações que traduzem ou representam alguma coisa ou fenômeno em questão. Desta forma, aquele que se dispõe em tornar-se um modelador necessita ter, primeiramente, conhecimento matemático. Bassanezi (2002, p. 20) define modelo matemático da seguinte forma: “É um construto matemático abstrato simplificado, que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular”.

Em trabalhos sobre Modelagem também encontramos a seguinte definição: “Modelo matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão” (SWETZ, 1992, p. 65, GERTNER).

Em um trabalho de pesquisa intitulado: “Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: O custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º Ano)” (TORTOLA; REZENDE; SANTOS, 2009), disponível na plataforma Moodle deste curso, podemos perceber esta definição. Trata-se do uso de conteúdos matemáticos específicos de um determinado ano do Ensino Fundamental para calcular o custo de construção de uma quadra esportiva na escola. Foi necessário que o professor tivesse domínio dos conteúdos para perceber quais aqueles que poderiam ser mobilizados e estar sempre atento ao foco do produto final de seu trabalho, ou seja, a construção de uma expressão Matemática que representaria um modelo para o cálculo do custo da construção da quadra.

A relação entre o “mundo real” onde estão às questões problematizadoras e a Modelagem Matemática pode ser representada pelo esquema da Figura 2.



Segundo Bassanezi (2006, p. 207), “a Modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador”.

Não devemos confundir uma proposta de uso da Modelagem Matemática como consistindo apenas em uma oferta de exercícios e problemas a serem resolvidos, pois o seu objetivo envolve o desenvolvimento de habilidades e de competências distintas das mobilizadas nas resoluções de problemas típicos. Isto é defendido por Bean (2001), que utiliza esse fato como um dos motivos pelos quais a Modelagem deva ser incorporada no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Segundo este autor, um modelo deve ser verificado pelo modelador quanto a sua coerência e validade tanto do ponto de vista matemático como enquanto solução para o problema e, desta forma, passível de ser modificado com vistas a se ajustar como solução adequada ao problema sugerido. A proposta da Modelagem se distingue de outras aplicações Matemáticas, já que a criação do modelo exige hipóteses e aproximações simplificadoras, que venham acompanhadas de justificativas, pois, no desenvolvimento de um modelo, faz-se a opção sobre que características do problema serão consideradas.

Ao fazermos uso da Modelagem trabalhamos as seguintes atividades intelectuais: experimentação; abstração (quando da seleção de variáveis, problematização, formulação de



hipóteses, simplificação); resolução; validação e modificação. Neste processo podemos obter tanto *modelos objetos* quanto *modelos teóricos*, definidos em Bassanezi (2002): Um *modelo objeto* é aquele apresentado de uma forma concreta, com variáveis estáveis e homogêneas, palpável, de uso prático e manuseável, sendo sua representação sempre parcial em relação ao modelo a ser estudado. Por exemplo, em um estudo sobre produção de mel, poderia ser um desenho ou uma maquete em que se representa o formato dos alvéolos da colmeia.

Já o *modelo teórico* distingue-se por seu caráter mais abstrato, embora possa ter igual importância quanto ao uso. Ele deve representar as mesmas variáveis essenciais do fenômeno e suas relações são obtidas por meio das hipóteses (abstratas) ou de experimentos. Podemos citar, como exemplo, a equação que representa um modelo de crescimento populacional já mostrada anteriormente neste texto.

Verificamos a mobilização desses conceitos em nível de 6º Ano no exemplo do cálculo do custo da construção da quadra. A experimentação é observada quando do levantamento dos materiais que são necessários a uma construção, quando o aluno experimenta o contato com os diferentes materiais, as quantidades necessárias e preços. Segue-se, após isto, o momento da abstração, quando se converte os valores em variáveis a serem consideradas quando do cálculo, bem como a ordem em que devem ser postos na equação. Daí, procede-se a resolução da equação estabelecida com o intuito de obter o custo da construção, resultado este passível de validação, ou seja, verificar se esta coerente com aquilo que se espera que seja o custo de uma obra deste porte, pois é necessário observar se não há grandes discrepâncias que gerem a necessidade de modificação no modelo obtido.

### 1.5 PROCEDIMENTOS A SEREM SEGUIDOS QUANDO DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para fazer Modelagem Matemática é preciso que o modelador tenha conhecimento alguns conhecimentos matemáticos prévios, pois só assim poderá observar quais conceitos matemáticos podem surgir e ser explorados na criação do modelo para solucionar a questão. Além disso, Biembegut (2004) afirma que durante o procedimento de Modelagem pode-se perceber as três etapas que seguem:

- **Interação:** é aqui que nos inteiramos do problema, fazendo seu reconhecimento, buscando delimitá-lo e procurando nos familiarizar com todo que lhe seja correlato, inclusive buscando bibliografia especializada;

- **Matematização:** agora formulado o problema, começamos a estabelecer hipóteses para sua solução. Estas levarão ao desenvolvimento de modelos capazes de resolver o problema e que possam ser aplicados posteriormente em situações similares.
- **Modelo matemático:** agora se busca interpretar o modelo sugerido, quanto a sua validação. Desta forma, estamos sujeitando-o a uma avaliação, onde o mesmo está passível até de ser rejeitado ou considerado insuficiente, bem como pode ser tomado com aceitável e eficaz. Quando o modelo é validado, fazemos aplicações deste a outros fenômenos afins. Caso seja refutado, voltamos à segunda etapa.

Em linhas gerais, podemos dizer que o processo do uso da Modelagem Matemática segue as seguintes fases:

- Escolha do tema
- Reconhecimento da situação/problema
- Familiarização com o tema a ser modelado
- Formulação do problema
- Formulação das hipóteses
- Formulação de um modelo matemático
- Resolução do problema a partir do modelo
- Interpretação e validação da solução
- Validação do modelo
- Avaliação do modelo obtido.

Algumas destas fases podem, dependendo do desenvolvimento do processo de Modelagem, se fundir, ocorrer de forma implícita ou concomitantemente com outras fases. Cada uma destas fases pode ser descrita de forma sucinta como:

### **Escolha do tema**

O professor em conjunto com sua turma pode ouvir ou indagar sobre assuntos de seu cotidiano, onde haja a possibilidade de inserção de conteúdos matemáticos necessários à resolução de alguma situação problema surgida durante a discussão ou percebida por algum dos participantes. Se o professor tiver certo conhecimento sobre a realidade do alunado, ou seja, com que atividades suas famílias trabalham, qual tipo de atividade é mais desenvolvido na vizinhança ou no município onde vivem, pode ele mesmo sugerir situações onde seja

possível o uso da Modelagem e observar qual destas tem maior receptividade por parte do alunado.

### **Reconhecimento da situação/problema**

A partir do tema estabelecido, que constitui o estado mais amplo da realidade local, onde estão inseridos os alunos e por vezes também o professor, delimita-se uma situação problema, ou seja, algo dentro deste cotidiano discutido que apresenta algum tipo de problema. Este problema pode não ter sido necessariamente percebido pelos alunos e o professor pode instigá-los a isso, através de questionamentos, tais como: de que forma poderíamos aumentar o lucro em tal atividade? Quanto gastaríamos se tal atividade fosse desenvolvida em nossa comunidade? Onde está o gasto excessivo de tal atividade que está fazendo com que muitos deixem de praticá-la? etc.

### **Familiarização com o tema a ser modelado**

Nem sempre será do cotidiano do professor o tema escolhido pela maioria da turma, embora o professor possa, fazendo uso de um guia adequado durante suas intervenções, “conduzir” os estudantes a determinado tema, principalmente quando tratar-se de estudantes do Ensino Fundamental. Por vezes esta “manobra” não surte o efeito desejado, daí melhor que optar pelo não desenvolvimento da Modelagem, em nossa opinião, o professor deve procurar familiarizar-se com o tema a ser trabalhado, se necessário for, até entrando em contato com pessoas que tenham um convívio mais próximo com aquela situação.

### **Formulação do problema**

A partir da familiarização com o tema, pode-se partir para formular o problema dentro deste tema, ou seja, elencar qual situação se apresenta como possível fonte de formulação de um problema que esteja acontecendo dentro deste cotidiano. Não necessariamente tem de ser um problema sinônimo de dificuldade vivida ou prejuízo ocorrido, mas mesmo dentro de algo que aparentemente possa estar “dando certo” pode-se indagar algum tipo de desperdício que esteja ocorrendo ou como aperfeiçoar ainda mais a prática que já esta sendo realizada. Nesta fase o problema é expresso na linguagem materna.

### **Formulação das hipóteses**

Tendo estabelecido o problema dentro da situação apresentada, parte-se para as possíveis hipóteses que podem “solucioná-lo”, entendendo-se como hipóteses tudo que possa não somente levar diretamente à solução do problema, mas também explicitar causas pelas quais o problema está ocorrendo e quais possíveis soluções estas teriam.

### **Formulação de um modelo matemático**

A partir das hipóteses estabelecidas, elencamos a mais adequada à solução de nosso problema e procedemos à formulação de um modelo matemático para esta. A construção deste modelo é um dos momentos mais ricos no processo de Modelagem Matemática, pois é nele onde o aluno tem de mobilizar os conteúdos matemáticos necessários a formulação do modelo. A observação e atuação do professor podem ser no sentido de verificar se os alunos fazem a correta mobilização dos conteúdos, bem como seu uso correto dentro da formulação e identificar possíveis deficiências de conteúdo dos alunos, cabendo nesta hora sua intervenção com vistas a solucionar ou minimizar estas deficiências.

### **Resolução do problema a partir do modelo**

Uma vez estabelecido o modelo matemático mais adequado à solução da situação, procede-se ao cálculo propriamente dito, ou seja, a solução do algoritmo estabelecido dentro deste modelo.

### **Interpretação e validação da solução**

Uma vez resolvido o algoritmo estabelecido dentro do processo de resolução anteriormente citado, parte-se para a observação do resultado obtido, verificando se o mesmo apresenta uma lógica para a situação vivenciada. Por exemplo, quando estamos trabalhando com temperaturas em uma determinada plantação na região nordeste, se por necessidade cairmos em uma equação do 2º grau e desta obtermos duas raízes, sendo uma delas um número negativo, este não pode ser tomado como solução para o problema, já que é sabido até o momento ser impossível uma temperatura negativa ser registrada no nordeste brasileiro. A validação se dá, portanto, nesta verificação, se o resultado assim obtido foi fruto de algum erro de cálculo ou acabou por surgir devido a circunstâncias do problema.

### **Validação do modelo**

Uma vez validada a solução do algoritmo, parte-se para validar o modelo como um

todo, entendendo-se que esta etapa pode até confundir-se ou fundir-se com a anterior, mas é preciso destacar que um modelo matemático é quase sempre mais que o algoritmo, este é, em geral, grande parte e essencial no modelo, mas não constitui o todo deste modelo. Por isso, uma vez validado o algoritmo, parte-se para a validação do modelo que constitui o campo mais amplo onde o algoritmo está inserido. Nesta fase, analisa-se se as soluções obtidas a partir do modelo encontrado são compatíveis com os dados obtidos da situação concreta que gerou a situação problema a ser modelada.

### **Avaliação do modelo obtido**

Esta etapa, que também por vezes pode se confundir com as anteriores, principalmente com a validação do modelo, tem sua distinção aqui, devido ao fato de avaliar um modelo, o que não pode ser compreendido por nós como sinônimo de validá-lo. Um modelo pode ter sido validado na etapa anterior, tendo apresentado um algoritmo compatível, mas, se durante sua fase da avaliação percebe-se ter sido esta uma escolha ruim, pelo fato do modelo ser muito extenso ou de difícil compreensão, pode-se, desta forma, durante sua avaliação, refutá-lo, não por não ter conseguido solucionar o problema, mas por ter surgido a ideia de uma forma mais simplificada para obter a mesma solução.

Durante o processo de Modelagem Matemática o professor que se dispõe a fazê-lo geralmente passa por estas fases e no decorrer do processo, necessário faz-se que este esteja sempre aberto a interação com os alunos. É preciso ter domínio das técnicas básicas e da teoria que envolve a situação apresentada, passível de ser modelada, não a teoria como um todo, mas sim a teoria Matemática que pode ser mobilizada.

O professor modelador pode vir a fazer uso de outros modelos já anteriormente obtidos em situações semelhantes e que podem ser obtidos com facilidade via Internet ou bibliografia adequada, tanto para testar estes modelos como para ter uma melhor noção destas fases. Desta forma, ele pode vir a fazer uso de uma ou mais técnicas de resolução já conhecidas dentro de uma nova situação apresentada. Isto pode levá-lo a tecer críticas sobre possíveis falhas em modelos já existentes e improvisar novas técnicas que se adéquam a situação vigente.

Barbosa (2004, p. 4-5), que trabalha em uma perspectiva de utilizar a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem distinguindo-se da sua utilização para se obter modelos ou como uma metodologia de ensino sugere três casos para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula:



CASO 1: O professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação;

CASO 2: Os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados;

CASO 3(...): Trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. (BARBOSA, 2004, p. 4-5)

É possível até, dependendo da evolução do trabalho com a turma, propor modelos que além da solução do problema sirvam como fonte de abstração para situações afins, isto, desenvolve fortemente a capacidade de abstração do alunado, tão carente nesta habilidade de transpor para a linguagem Matemática problemas do mundo real. Além disso, a Modelagem Matemática possibilita o desenvolvimento de um conhecimento sistematizado em quem está envolvido no processo e estimula a troca de conhecimento entre áreas diferentes, quando requer que estejamos em contato com especialistas de outras áreas para tomarmos ciência de detalhes que não cabe a nos sabermos, devido a nossa formação, quanto às questões apresentadas no problema.

É fato que em algum momento de sua vida profissional futura este aluno de hoje deparar-se-á com situações-problema passíveis de acontecer em variadas esferas da sociedade, que exigirão deste, agora como profissional, criatividade para modelar ou no mínimo habilidade em modificar modelos matemáticos de acordo com o problema apresentado. Um método ao qual poderíamos estar aderindo quando do ensino por meio de Modelagem Matemática seria o denominado PBL (sigla em inglês cuja tradução seria Aprendizagem Baseada em Problemas). Por este método a Modelagem constitui-se em uma metodologia de problematização, dentro do contexto sociocultural e a atividade de modelação baseia-se em problemas, mas que priorizem ao máximo os conteúdos.

Praticar Modelagem Matemática contribui para desenvolver nosso raciocínio lógico, nos ajudando a ter mais clareza em nossos pensamentos. Isto possibilita darmos ao ensino de Matemática uma melhor qualidade também no tocante à forma de apresentar e representá-la tanto para nós mesmos quanto para outro que ler o que estamos escrevendo.

## 1.6 A MODELAGEM MATEMÁTICA EM FORMA DE PROJETOS

Sugerimos que quando da proposta de trabalho como o uso da Modelagem o professor faça-o na forma de projeto. Este projeto, segundo nos Ribeiro (2008), pode desenvolver-se

nas seguintes etapas:

- Seleção dos conteúdos a serem trabalhados dentro da programação curricular que os mesmos já tenham apresentado em seus planos de curso;
- Escolha um de tema gerador;
- Definição de uma questão matriz, ou seja, especificar dentro deste tema gerador algum aspecto que irá focar mais incisivamente;
- Problematização e resolução dos problemas que possam surgir a partir desta questão matriz. Para isso é preciso que professores e alunos trabalhem e desenvolvam os conhecimentos matemáticos necessários;
- Construção dos conceitos matemáticos concomitantemente à problematização e durante a resolução dos problemas. É importante que o aluno construa o conceito que esta sendo trabalhado;
- Apresentação de uma solução para questão problematizadora, o momento ideal para discutir, avaliar e analisar;
- Apresentação do resultado final, momento em que fazendo uso de algum tipo de mídia (cartaz, gráfico, relatos, etc.) expõem-se os resultados.

Fazer um retrospecto é sempre importante para exercitar-se o hábito de pensar sobre a prática e os resultados obtidos.

Para uma sociedade baseada na informação e na introdução de tecnologias, a deficiência na capacidade de pensar matematicamente e de utilizar os conhecimentos desta disciplina compromete seriamente qualquer projeto de desenvolvimento. A maioria das profissões requer formas de pensar e de agir com base Matemática; a tecnologia envolvida na maioria dos processos de inovação é de base científica que se utiliza da linguagem Matemática e dos conhecimentos desta disciplina como forma de comunicação e de pensamento; os processos de inovação e de gestão são impregnados de saberes oriundos desta disciplina; os processos de abordagem de situações problemas contextualizados a realidades locais utilizam cada vez mais abordagens interdisciplinares que requerem pontos em comuns – geralmente de base Matemática.

Muitas vezes a forma com o ensino de Matemática é ofertado na escola além de provocar um grande número de reprovações, não assegura àqueles que têm sucesso a capacidade de utilizar os conhecimentos para interagir com a realidade, pois o uso de instrumentos avaliativos baseados quase que exclusivamente em provas repetitivas que

priorizam o algoritmo do cálculo dissociado de sua aplicação, faz com que mesmo aqueles que conseguem “boas notas” não estejam necessariamente aptos a fazer uso destes algoritmos quando os mesmos estiverem inseridos em situações que podemos considerar “práticas” sob o ponto de vista de sua aplicabilidade socioeconômica local.

O professor pode tomar conhecimento de possíveis problematizações surgidas por parte de seus alunos em sala de aula que sejam passíveis do uso da Modelagem Matemática, bem como levantar situações didáticas que envolvam seu uso como estratégia de ensino. Assim, estabelecendo essa parceria com os alunos e com outros professores do educandário, pode-se investigar, analisar e propor estratégias didáticas com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, visando a partir de problematizações advindas da realidade dos alunos. Essa prática possibilita tornar a Matemática um conhecimento útil tanto do ponto de vista acadêmico como também numa visão didático prática para fomentar a solução de problemas, fazendo-a desta forma importante instrumento a ser usado pelo aluno na mudança de sua realidade social.

Em nossa concepção, o homem é um ser essencialmente social e necessita estar interagindo com seus pares e com o objeto que se quer aprender para que esta aprendizagem seja significativa e possa realmente desenvolver e melhorar sua práxis (diária) tanto profissional quanto socialmente. A educação só traz resultados positivos quando leva em consideração tanto o sujeito que aprende quanto o meio que este vive, não apenas objetivando sua inserção dentro de um determinado paradigma social, mas promovendo um sujeito liberto e pensante.

## 1.7 VANTAGENS E DESVANTAGENS QUANDO DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para inserirmos o ensino com uso de Modelagem Matemática necessitamos estar cientes que iremos enfrentar alguns obstáculos. Dentre estes podemos citar os que advêm com a própria ementa do curso de Matemática que devemos desenvolver enquanto professores em determinada ano, isto porque existem os conteúdos que seguem geralmente uma distribuição linear ao longo do ano e tem prazos para serem trabalhados com os alunos.

Quando estamos utilizando Modelagem é recomendável a opção por um currículo em espiral onde, ao apontarmos para determinado conteúdo a ser trabalhado na atividade,



estejamos cientes de que por vezes é necessário fazer uso de determinado conteúdo que inicialmente talvez não estivéssemos pensando em abordar naquele momento. Isto naturalmente gera receio de nossa parte em utilizar este tipo de abordagem de ensino, mas estejamos certos que embora possamos por vezes achar que estamos “pulando” etapas, na verdade possibilitamos a apreensão de uma Matemática mais significativa e concisa e não estaremos desprezando nenhum tipo de conteúdo. Na realidade, estaremos abordando o conteúdo de forma diferenciada em um momento que talvez nunca antes possamos ter percebido que cabia seu uso.

Quanto ao aluno, é comum que este tenha receio em inserir-se em um tipo de abordagem onde é imprescindível sua atuação participativa, onde se exponha dando soluções, pois não é em geral a este tipo de ensino que o mesmo está habituado. Daí a necessidade do professor incentivá-lo a vencer uma possível apatia inicial, indiferença ou até mesmo medo em contribuir com suas ideias. Não recomendamos que o professor busque uma mudança total e imediata nesta relação ensino-aprendizagem – esta possível barreira pode ir sendo vencida aos poucos, com pequenas inserções de atividades de Modelagem durante o transcorrer do ano letivo.

A prática de Modelagem Matemática capacita e aperfeiçoa o educador quanto ao desenvolvimento de sua prática pedagógica, contribuindo para sua participação efetiva no meio em que está inserido e para uma mudança de postura quando isto se faz necessário. Muitas vezes o professor até percebe que existe a necessidade de mudança na forma de abordar determinado assunto, mas se vê repetindo velhos hábitos não porque necessariamente goste de agir desta forma, longe disso, a questão é que existe uma carência na oferta de maneiras alternativas que possam servir como novas abordagens para este professor.

O fato de nós professores arcarmos com uma carga horária elevada, dividindo nosso tempo semanal entre duas ou três escolas para ter um salário digno de manter um padrão de vida descente, a grande quantidade de alunos sob a nossa responsabilidade, a perda de tempo com deslocamentos e as condições materiais limitantes das nossas escolas reforçam a utilização do livro didático de uma forma que consideramos inadequada, pois além de não utilizar este instrumento em toda a sua potencialidade, não o adequamos a questões que levem em conta a realidade do aluno. Isto é péssimo, principalmente para o aluno oriundo de famílias com baixo acesso aos meios culturais. A falta de disponibilidade de livros, revistas, recursos midiáticos de qualidade, espaços para discussões e trocas de experiências mais ricas faz com que o livro didático de Matemática represente o principal, senão o único, meio de acesso a esta disciplina.

Os livros didáticos são em sua maioria direcionados ao público dos grandes centros urbanos e com forte influência da realidade do centro sul do país, apresentando problemas que quase nunca envolvem objetos ou práticas locais, que tem como solução muitas vezes valores que aos nossos alunos parecem absurdos. Além de desenvolverem uma apresentação de conteúdo de forma sequencial, enfatizando determinados conteúdos como pré-requisitos necessários de serem entendidos para que o aluno possa estar apto a entender outros, em sua grande parte são apresentados seguindo a sequência: definição – exemplos – exercícios. Os exercícios que por vezes se identificam como problemas requer em sua solução apenas a memorização e aplicação do algoritmo que se acredita possam ser assimilados pela constante reutilização.

Entendemos que a adição da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino pode auxiliar a romper com a visão excessivamente abstrata do conteúdo matemático e de sua dissociação com o meio social onde está inserido o nosso aluno. Para isto, é preciso levantar junto aos docentes suas respectivas formações e cursos de aperfeiçoamento bem como as suas práticas mais usuais em sala de aula. Em seguida, é possível, por meio de um trabalho comum partindo de suas concepções sobre a Modelagem Matemática, levantadas com o auxílio de questionários, propormos as atividades envolvendo a Modelagem.

Biembegut (2004) também faz menção quanto às vantagens e desvantagens que advêm com a opção pelo uso da Modelagem. Como vantagens podemos citar que o aluno passa a ter melhor compreensão dos conteúdos matemáticos utilizados no processo, a observação de suas interações com áreas afins lhe desperta o interesse, o aluno também se torna mais atuante no processo de aprendizagem, pois tem que buscar, pesquisar, testar possibilidades e não apenas as receber de forma pronta com todos os pontos já definidos muitos dos quais sem lhe fazer nenhum sentido aparente.

Além disso, como a Modelagem requer trabalho em grupo e uma constante troca de ideias, desenvolve no aluno o hábito do diálogo com seus pares e da cooperação no trabalho em grupo, inclusive o espírito crítico de comparar o trabalho do seu grupo com os demais ao observar o que outros grupos estão produzindo. Cria no aluno o hábito de expor seus resultados e de estar preparado para as possíveis interpretações e críticas que outros possam fazer.

No que tange ao professor, este pode organizar melhor suas aulas, pois tem maiores possibilidades quanto à organização do tempo necessário para o desenvolvimento das atividades, bem como para planejar possíveis intervenções quando da fase de resolução e avaliação da atividade, percebendo durante este processo dificuldades dos alunos quanto ao

conteúdo e ofertando possíveis mudanças quanto aos critérios e instrumentais que os mesmos estejam utilizando. No entanto, a formação ofertada na maioria das licenciaturas somente recentemente passou a disponibilizar ao professor atividades envolvendo a prática de Modelagem, este fato, aliado ao pouco contato que os alunos têm com este tipo de trabalho em sala, são fatores que dificultam o uso da Modelagem Matemática em sala de aula.

Lesh e Zawojewski (2007) afirmam que a maioria dos conteúdos ministrados desenvolve habilidades e ideias nos alunos intimamente ligadas ao campo da abstração de um determinado conteúdo específico, mas o que nossa sociedade exigirá deste aluno, futuro profissional, será sua capacidade de integrar conteúdos específicos com experiências desenvolvidas seja em sua prática profissional, seja enquanto interação em grupo com outros profissionais ou outros conteúdos, que requerem para isso domínio de conceitos matemáticos, mas não só o domínio de seu algoritmo e sim a capacidade de adaptá-los ou descartá-los de acordo com as nuances do problema proposto.

Dentro da abordagem sociocultural de ensino, citamos Mizukami (1986) para reforçar o que a proposta de Modelagem pode oferecer ao processo de ensino da Matemática, enquanto disciplina inserida em um contexto social do aluno:

[...] a nossa atividade desenvolve-se ou para a libertação dos homens – a sua humanização – ou para a sua domesticação – o domínio sobre eles (...). Se a minha escolha é a de libertação, a da humanização, é-me absolutamente necessário ser esclarecido de seus métodos, técnicas e processos que tenho de usar quando estou diante dos educandos. Geralmente, pensamos que estamos a trabalhar para os homens, isto é, com os homens, para a sua libertação, para a sua humanização, contudo, estamos a utilizar os mesmos métodos com os quais impedimos os homens de se tornarem livres. (MIZUKAMI, 1986, p. 94,95 *apud* FREIRE, 1975b, p. 24).

Assim, o trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula constitui uma importante ferramenta no sentido de valorizar o pensamento e o modo de agir do aluno. Trabalhando-a com professores e estes com seus alunos em classe podemos contribuir para o desenvolvimento de um ensino libertador que não apenas adestre o sujeito/aluno ao que a sociedade vai lhe exigir, mas que adquira uma gama de conhecimentos que o torne autônomo, liberto para pensar, agir e decidir dentro do que o convívio social lhe impuser, sabendo fazer uso dos conhecimentos matemáticos necessários quando for preciso, aproveitando-os da melhor forma dentro de seu contexto.

## CAPÍTULO 2

### CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

Érick Macêdo Carvalho

#### INTRODUÇÃO

Na literatura brasileira, os trabalhos de Modelagem Matemática estão voltados para quatro concepções no campo da Educação Matemática e essas concepções apresentam aspectos que as diferenciam, mas ao mesmo tempo descrevem pontos de convergência. São elas:

1. *Um ambiente de aprendizagem – defendida por Barbosa (2001);*

A Modelagem é vista como uma oportunidade para os alunos questionarem situações utilizando a Matemática. Para Barbosa (2001) as atividades com Modelagem não necessitam da construção de um modelo matemático, esse fato é justificado porque os alunos nem sempre terão conhecimentos matemáticos adequados para aplicar nas situações problemas.

2. *Um método de pesquisa – por Bassanezi (2002) e Biembengut (1999);*

Nesta ótica, Bassanezi (2002) considera a Modelagem como um método de investigação que se relaciona com as diversas áreas do conhecimento e destaca ela no ensino como uma estratégia para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos, podendo ser trabalhada de forma interdisciplinar.

3. *Um sistema de ensino e aprendizagem – por Caldeira (2004);*

Segundo Caldeira (2005, p. 3) esse tipo de concepção sobre a Modelagem pode “oferecer aos professores e alunos um sistema de aprendizagem como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática”. Para ele as atividades com Modelagem permitem ao professor perceber que o currículo escolar deixa de ser rígido e linear e passa a ser flexível e em espiral.



4. *Um conjunto de procedimentos para explicar as situações do cotidiano – por Burak (1992).*

Para ele, as atividades com Modelagem Matemática configuram o ensino de forma contrária ao ensino tradicional, primeiro são escolhidos os problemas e a partir daí serão selecionados os conteúdos que ajudarão a resolver os problemas.

Além das concepções descritas, Kaiser e Sriraman (2006) sistematizaram seis perspectivas de Modelagem Matemática a partir trabalhos de autores de diferentes nacionalidades, sendo classificada como:

- Realística ou aplicada: nesta perspectiva utiliza situações autênticas que envolvem, por exemplo, o contexto da indústria ou da ciência, com o objetivo de promover habilidades para resolver e entender problemas do mundo real. Com base nos trabalhos de Burkhardt (2006) e Kaiser e Schwarz (2006);
- Contextual: as situações de Modelagem estão relacionadas ao campo psicológico. O objetivo é levar os alunos a ampliarem a capacidade de construir e resolver modelos através da resolução do problema sendo capaz de aplicá-lo a uma nova situação. Uma justificativa para inserção de atividades de Modelagem na perspectiva contextual é motivar os alunos na sala de aula, e nessa perspectiva, os problemas são expressos em palavras. Baseado nos trabalhos de Doerr (2006), Sriraman e Lesh (2006), Iversen e Larson (2006);
- Epistemológica ou teórica: as situações-problema são promovidas para o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Foram fundamentados em Garcia, Gascon, Ruiz Higuera e Bosch (2006);
- Educacional: está associada à perspectiva realística e epistemológica, no desenvolvimento da teoria Matemática. Pode ser classificada em didático, quando envolve a estruturação dos processos de aprendizagem, ou conceitual, referente à introdução de novos conceitos. Os trabalhos que abordam esta perspectiva são: Blomhøj e Hoff Keldsen (2006), Galbraith e Stillman (2006) e Lingefjärd (2006);
- Sócio-crítica: as situações contribuem para a formação da cidadania e levam o aluno a entender o seu papel na sociedade possibilitando os sujeitos a refletirem perante as ocasiões. Perspectiva encontrada em Barbosa (2006).
- Cognitiva – Esta perspectiva pode ser descrita como uma meta-perspectiva e teve como base o trabalho de Borromeo Ferri (2006). Os objetivos são centrados na

pesquisa e nos processos psicológicos que ocorrem nas atividades com Modelagem Matemática. As finalidades são:

- a) a análise e a compreensão dos processos cognitivos que ocorrem durante os processos de Modelagem;
- b) a promoção dos processos de pensamento matemático com o uso de modelos como imagens mentais ou imagens físicas ou enfatizando a Modelagem como um processo mental com abstração ou generalização. (KAISER e SRIRAMAN, 2006, p.304, tradução nossa).

Almeida e Vertuan (2010, p. 31) afirmam a importância de estudar essas diferentes perspectivas.

conhecer as diferentes perspectivas e refletir sobre os aspectos relevantes em cada uma delas é potencializar a prática de Modelagem em sala de aula, uma vez que os professores podem trabalhar com estas atividades de modo contemplar diferentes perspectivas e, conseqüentemente, os diferentes aspectos inerentes às atividades de Modelagem. (ALMEIDA E VERTUAN, 2010, p. 31)

Uma das características da Modelagem Matemática é a oportunidade de fazer investigações. Para isso, busca-se formular ideias, gerar discussões, levantar hipóteses, coletar dados e analisá-los. É a partir dessas ações que o ensino de Matemática com o uso da Modelagem pode levar a indicações de um método de ensino não tradicional<sup>15</sup>. Na visão de Silveira e Rodrigues (2007, p. 1), o ambiente escolar que utiliza a Modelagem Matemática se diferencia de outras metodologias por não se preocupar apenas com a resolução de um problema, mas vai além, questionando os resultados e seu impacto na realidade.

Os conteúdos matemáticos não são propostos de forma linear, esperam-se novos comportamentos e ações pelos protagonistas do ensino, “o aluno passa de mero expectador para investigador e o professor caracteriza-se como instigador e mediador” (SILVA; DALTO, 2011, p. 186). Outro ponto relevante é o reconhecimento dos conhecimentos prévios dos alunos para o desenvolvimento de atividades e a ruptura do currículo linear.

---

<sup>15</sup> Sobre a escola tradicional, Burak (1987, p. 29) afirma que esta é a escola do “ver” e do “ouvir”. O trabalho é centrado na imitação e memorização.

## CAPITULO 3

### ATIVIDADES ENVOLVENDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Charles Max Sudério C. dos Santos

#### INTRODUÇÃO

Estes exemplos foram aplicados por diferentes autores que utilizaram perspectivas semelhantes à adotada por Lesh (2004). Para ele, a resolução de problemas matemáticos diz respeito ao estudo envolvendo interpretação, descrição e explanação de situações de forma Matemática, e não simplesmente sobre o desenvolvimento da capacidade de execução de regras, procedimentos, ou de habilidades.

Durante a realização de um projeto de Modelagem Matemática, a organização das etapas é importante, pois é nestas onde garantimos que as fases do processo de Modelagem ocorram. A etapa inicial se dá com a escolha do tema gerador e a definição dos conteúdos matemáticos que estarão inseridos no estudo do tema. Nesse sentido, é importante destacar que a definição dos conteúdos matemáticos refere-se aos anteriormente previstos pelo professor. É natural que, ao longo do processo de Modelagem, outros conteúdos possam vir a emergir, decorrentes do próprio processo de formulação e resolução de problemas. (RIBEIRO, 2008)

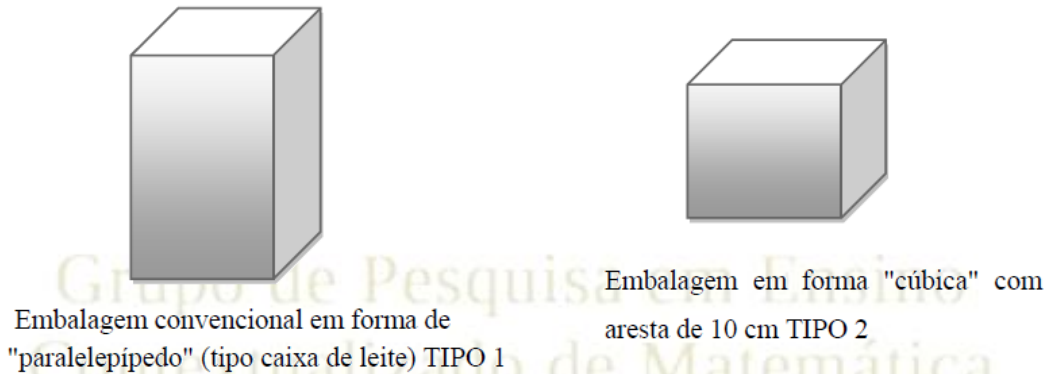
#### 3.1 EMBALAGENS

Baseada no livro: “jogos e modelagem na educação matemática”, Ribeiro (2012)

Neste exemplo que inicialmente vamos abordar, temos uma atividade de Modelagem realizada em sala de aula partir do tema gerador "embalagens" (FASE 1). Diante dos questionamentos surgidos, optou-se pela seguinte questão matriz: considerando as duas embalagens apresentadas na sequência, ambas com capacidade de 1 litro, qual delas utiliza menos papel para ser confeccionada? Ou ainda: qual das duas embalagens é a mais econômica em relação ao custo de papel para sua confecção? (FASE 2). A partir destes questionamentos os alunos tiveram acesso a modelos de embalagens, confeccionados previamente, os quais

puderam ser observados, manuseados e desta forma permitiu-se uma maior familiarização com os formatos de embalagens (FASE 3).

Figura 1 – Modelos de embalagens



Estabelecida a questão matriz, desencadeou-se a etapa de problematização e resolução de problemas associada à construção de conceitos matemáticos. Nesta etapa podemos observar a ocorrência das FASES 4, 5 e 6, onde os alunos são convidados a fazer uso dos questionamentos levantados, formular possíveis soluções e elaborar modelos com vistas a obter a melhor solução. Trabalharam-se os seguintes conteúdos matemáticos: figuras planas, sólidos geométricos, medidas de comprimento, área, volume e capacidade, além dos números decimais. Primeiramente, os alunos foram convidados a comprovar a capacidade de 1 litro das embalagens, realizando a experiência de encher uma delas com algum líquido ou mesmo com areia e, depois, despejar o conteúdo na outra, de modo a verificar que as capacidades realmente coincidem. Alguns alunos observaram uma pequena diferença de volume entre as duas embalagens.

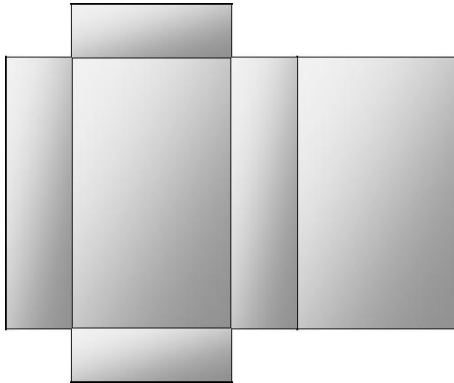
Um caminho encontrado para solucionar a questão sobre a quantidade de papel necessário para produzir cada caixa foi associado à ideia de conhecer a área (superfície) que compõe a caixa. Num processo de problematização, os alunos, juntamente com o professor, perceberam a necessidade de conhecer a área (superfície) das faces laterais e das bases de cada caixa, de modo a constatar se, assim como as capacidades, se as áreas totais também coincidiam.

Para conhecer a área das faces de cada embalagem, alguns estudantes optaram por abri-las ou desmontá-las, encontrando sua forma planificada. Outros preferiram aferir as medidas das caixas e fazer um esboço (modelo) das caixas abertas. Alguns levantaram a possibilidade de fazer a representação com o uso de computador, e por sugestão do professor,

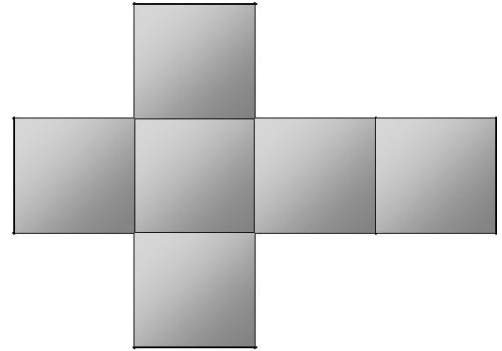


utilizaram o Software Microsoft Word, com bons resultados, como nas representações a seguir:

EMBALAGEM TIPO 1



EMBALAGEM TIPO 2



Considerando as medidas das caixas foi possível determinar a área total de cada uma das embalagens, composta pela área das faces laterais e pela área das bases. Daí emergiu a construção dos conhecimentos matemáticos sobre cálculo de área, necessários à resolução do problema proposto (FASE 7).

**Embalagem tipo 1:** seis faces retangulares, sendo duas faces laterais com dimensões aproximadas de 6,2 cm por 16,5 cm; duas faces laterais com dimensões aproximadas de 16,5 cm por 9,7 cm; duas bases (superior e inferior) com dimensões aproximadas de 6,2 cm por 9,7 cm.

Área total da embalagem tipo 1 = área das quatro faces laterais + área das duas bases

$$\text{Área total} = 2 \cdot (6,2 \cdot 16,5) + 2 \cdot (16,5 \cdot 9,7) + 2 \cdot (6,2 \cdot 9,7)$$

$$\text{Área total da embalagem tipo 1} = 644,98 \text{ cm}^2$$

**Embalagem tipo 2:** seis faces quadrangulares com dimensões de 10 cm por 10 cm. Com base nas medidas, podemos calcular a área total de cada embalagem da seguinte maneira:

Área total da embalagem tipo 2 = área das quatro faces laterais + área das duas bases (nesse caso, todas as faces têm as mesmas medidas)

$$\text{Área total} = 6 \cdot (10 \cdot 10)$$

$$\text{Área total da embalagem tipo 2} = 600 \text{ cm}^2$$

Uma observação feita durante esta fase da atividade é que alguns alunos tiveram dificuldade em realizar cálculos com números decimais, mesmo sendo um conteúdo prévio.

Efetuada os cálculos para determinar a área de cada uma das embalagens, os alunos concluem que a embalagem de forma cúbica utiliza menor quantidade de papel para confecção (FASE 8). A princípio, a diferença de área de cada uma das embalagens e a consequente diferença de quantidade de papel para produção de cada caixa pareceu pequena. No entanto, eles foram indagados sobre a possibilidade de produzir milhares de embalagens a um custo específico e perceberam que a quantidade de papel a mais destinada para a confecção da embalagem tipo 1 (forma de paralelepípedo) gera gasto relevante comparada a embalagem de forma cúbica.

Depois de concluída a etapa de solução da situação problematizada, que compreende a discussão da solução obtida, dos caminhos utilizados e da validade da própria solução, passa-se às etapas finais do processo de Modelagem, que são a apresentação e o retrospecto.

Para apresentar a solução da situação problematizada surgiram diferentes estratégias (FASE 9). Alguns optaram pela apresentação dos resultados por meio de exposição oral do cálculo das áreas das embalagens, outros, por meio de cartazes mostrando e explicando a sobreposição de uma das embalagens planejadas sobre a outra. Houve ainda quem preferisse utilizar a impressão das planificações representadas no computador.

Na etapa de retrospecto, foi discutida a eficiência dos métodos utilizados (FASE 10), retomando aspectos nos quais algumas dificuldades foram evidenciadas, como os cálculos dos volumes e áreas sem uso de tecnologias. Coube, ainda, um processo de autoavaliação dos alunos, tanto com relação ao seu trabalho quanto com relação à própria aprendizagem Matemática.

### 3.2 PLANTA DA CASA

Baseada no livro “modelagem matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de matemática”, Biembengut (2004)

A construção de uma casa pode ser um interessante tema gerador (FASE 1). Para construir uma casa, são necessárias muitas coisas: terreno, mão de obra (engenheiro, pedreiro, electricista, encanador), material (tijolos, cimento, brita), desenho - planta da casa entre outras.

A planta da casa é fundamental, pois, além de permitir estimar o custo da obra, é o

guia do construtor. Assim, quando se vai construir uma casa, preliminarmente faz-se o esboço dela, levando-se em consideração a necessidade, os desejos frente às condições financeiras e, posteriormente, contrata-se profissional da construção civil que fará o projeto e acompanhará a obra, de acordo com as determinações regulamentares. Perguntas do tipo: O que é preciso para construir uma casa? Como o pedreiro sabe o tamanho e o modelo? Onde construir? Em que terreno? Qual a forma do terreno? Podem surgir e servir como tema gerador para trabalho de Modelagem.

O desenho - planta baixa - é o que guiará o conteúdo programático neste capítulo. Assim, inicia-se esta atividade propondo aos alunos que façam a planta baixa de uma casa (FASE 2). Sugerimos que a atividade seja livre e sem qualquer orientação ou modelo. Além de estimular a criatividade, pode valer como meio para avaliar quais conceitos geométricos os alunos conhecem. Baseados no primeiro esboço de planta que realizarem, passa-se a desenvolver os demais conteúdos programáticos necessários para atender a esta proposta.

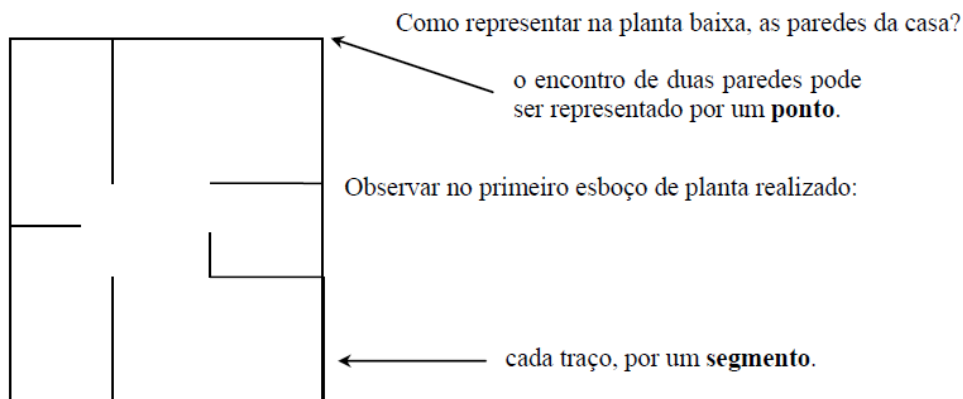
Para elaborar a planta baixa, são necessários vários conceitos matemáticos. Aqui iremos tratar alguns deles, assim denominados (FASE 3):

- ✓ Esboço da Planta & Conceitos Elementares de Geometria Plana;
- ✓ Tamanho da Casa & Sistemas de Medidas Lineares;
- ✓ Planta Baixa e Sistema de Medida de Superfície;
- ✓ Reservatório d'água e Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa.

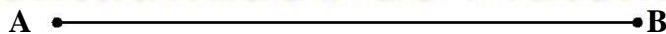
Os materiais de desenho geométrico, como lápis, régua, papel, transferidor, são essenciais para estas atividades.

### **3.2.1 Esboço da planta e conceitos elementares de Geometria Plana**

Os conceitos básicos de geometria plana, como: reta, plano, retas paralelas e concorrentes, ângulo, circunferência e polígonos, estão presentes nos desenhos e formas mais simples. Para esboçar a planta baixa, é necessário, no mínimo, dispor desses conceitos básicos. Aqui podemos perceber as fases 4, 5 e 6, a seguir tem-se um esboço a respeito do conteúdos mobilizados com vistas a formulação do modelo.



Costuma-se identificar os pontos por letras maiúsculas: A, B,..., Z, e o segmento, por duas letras que correspondem aos pontos de sua extremidade: AB

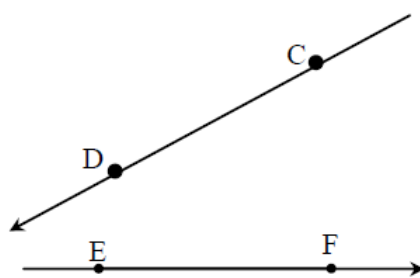


**SEGMENTO AB**

Se estender o segmento nos dois sentidos, sem mudar a direção, tem-se a idéia de **reta**. E, se o segmento for estendido apenas em um sentido, surge à idéia de **semi-reta**.

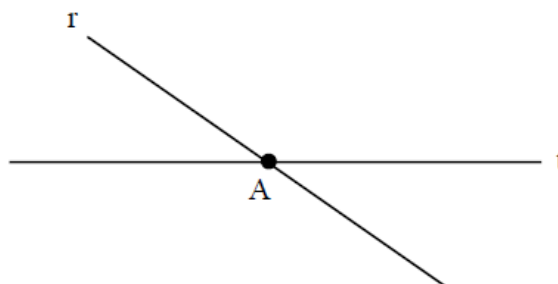


As retas são identificadas com letras minúsculas: r, s, t, por exemplo. Também, podem ser assim representadas:

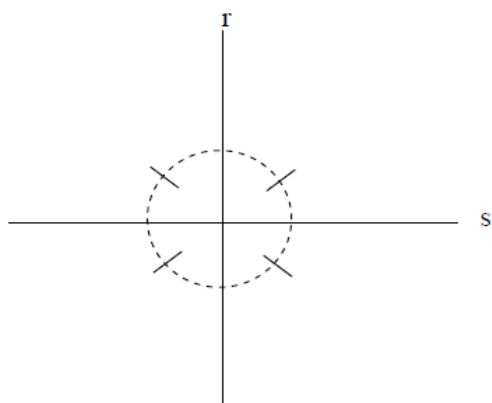


E as semi-retas por:

Neste desenho, as retas r e t têm um ponto comum (ponto A). As retas r e t são chamadas **concorrentes** em A.



Se duas retas concorrentes determinarem uma mesma abertura nos quatro lados, elas também são chamadas de **perpendiculares**.



Retas concorrentes determinam um **plano**. A folha de papel é uma idéia de plano de **plano**. Os planos são representados com letras gregas:

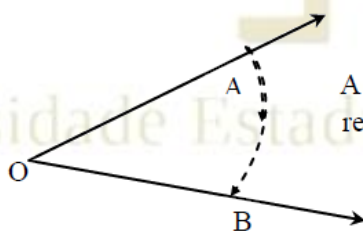


As retas  $t$  e  $s$  traçadas, acima, são chamadas de **paralelas**. Duas retas **paralelas** distintas, também determinam **um plano**.

Assim, para se fazer a planta baixa, o primeiro passo é garantir que os segmentos que representam paredes estejam paralelos e/ou perpendiculares, caso a forma dos interiores seja quadrilátera (quatro lados).

Qual a melhor disposição para as portas?

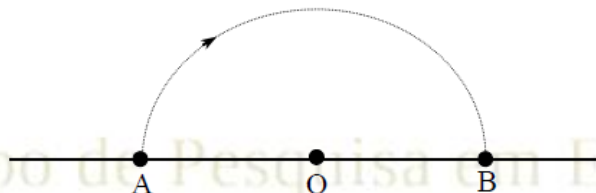
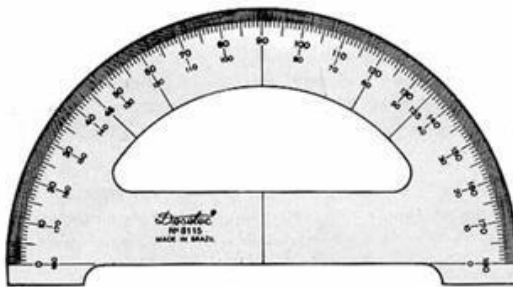
Na planta, também devem ser indicadas as portas e as janelas (aberturas). A abertura descrita pela porta nos sugere a ideia de semirreta girando em torno do ponto O, sem sair do plano folha do papel. Este movimento chama-se rotação.



A parte do plano descrita por uma semirreta em rotação é chamada **ângulo**.

Ângulo é a região compreendida entre duas semirretas ( A e B ) de mesma origem. O ângulo da figura, acima, é denotado por  $\hat{A}OB$ . O ponto O é o vértice do ângulo.

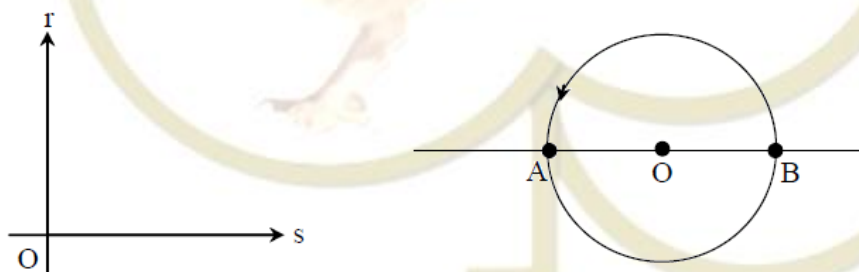
O instrumento usado para medir ângulo é chamado transferidor. O transferidor é dividido em 180 partes iguais, sendo que cada uma das partes é denominada **grau**.



Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática

Se considerarmos a base do transferidor como duas semirretas opostas de mesma origem, tem-se um ângulo que mede  $180^\circ$ . Este ângulo é denominado **ângulo raso**.

A metade do ângulo raso ( $90^\circ$ ), é denominada **reto**. Nas retas perpendiculares, cada um dos ângulos mede  $90^\circ$  e, portanto, são ângulos retos. O dobro de um ângulo raso, ou seja,  $360^\circ$  é denominado **giro**.

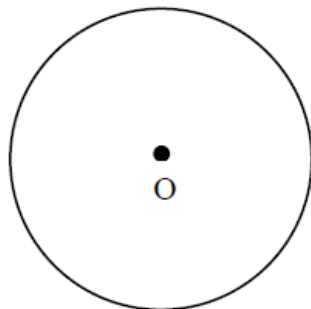


Universidade Estadual da Paraíba

As portas ocupam espaço significativo! Uma alternativa para ocupar menor espaço é deixá-las nos cantos, ou seja, que sua abertura determine um ângulo de  $90^\circ$ .

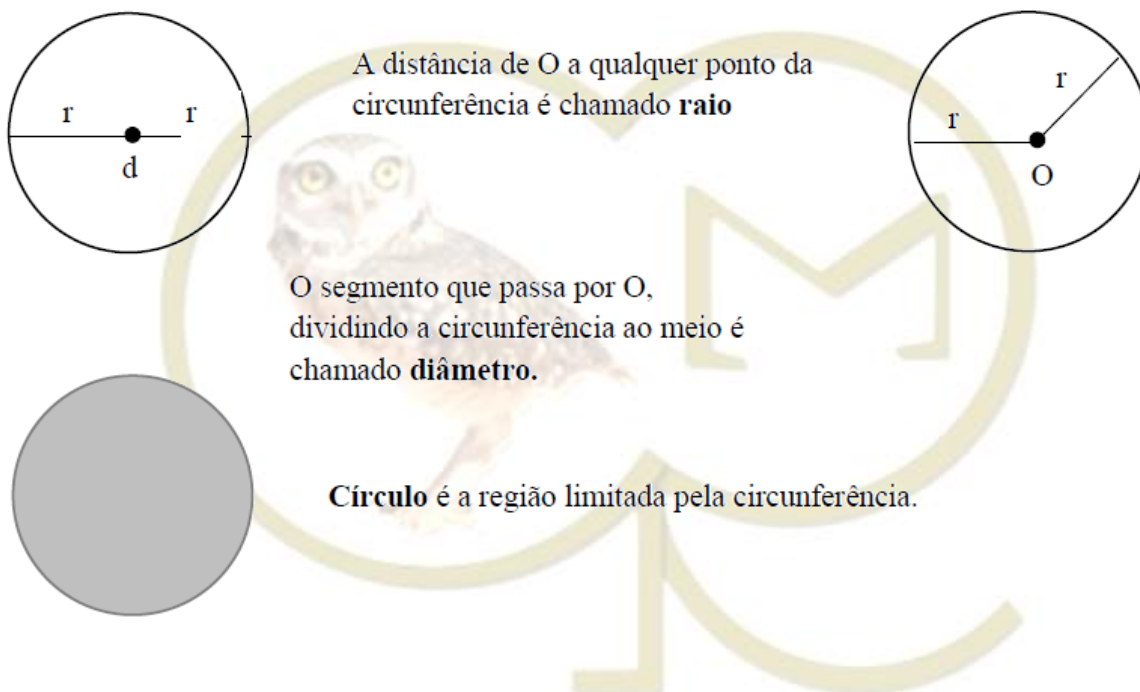
Como pode ser representado no plano, o desenho descrito por uma porta giratória?  
Com compasso, efetua-se o contorno que se denomina circunferência.





Circunferência é a figura do plano que contém todos os pontos equidistantes (mesma distância) de um ponto fixo  $O$  (centro).

Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática



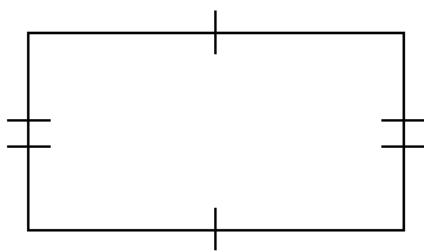
Porta giratória pode ser representada na planta baixa por uma circunferência ou um círculo.

Como são as formas dos interiores e dos objetos de uma casa representados na planta baixa?

As figuras geométricas, como o retângulo, o losango, o paralelogramo e o trapézio são apresentados desde as séries iniciais. No retângulo, pode-se observar:

- Número de segmentos e de ângulos;
- Tamanho dos segmentos;
- A medida dos ângulos;
- Quais são os segmentos paralelos e os perpendiculares. Esse levantamento permite

verificar:

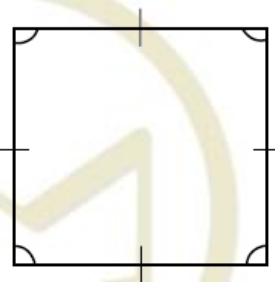


No retângulo os quatro ângulos são congruentes ( $90^\circ$ ) e os lados, paralelos dois a dois.

Como o retângulo possui quatro lados, é denominado quadrilátero. O quadrado, o paralelogramo, o losango e o trapézio, também são considerados quadriláteros, pois possuem quatro lados.

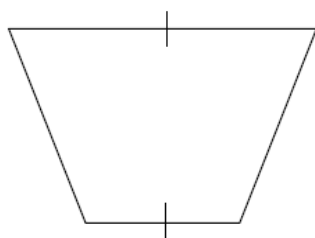
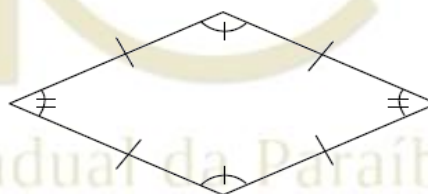
Ao fazer as mesmas observações nas demais figuras citadas, acima, obtêm-se as propriedades de cada uma.

No **quadrado**, os quatro lados e os quatro ângulos são congruentes.



No **paralelogramo**, os lados são paralelos dois a dois e os ângulos, congruentes dois a dois.

No **losango**, os quatro lados são congruentes e os ângulos opostos, congruentes.



No **trapézio** apenas dois lados são paralelos.



As figuras apresentadas acima são ditas **quadriláteros notáveis** por terem propriedades especiais.

As formas de interiores de uma planta baixa de uma casa, em geral, são quadriláteros.

## CONSIDERAÇÕES

Procure fazer com que cada conceito flua a partir do diálogo entre você e seus alunos sobre o desenho que estão realizando ou já realizaram.

Ao final dessa etapa, proponha aos alunos a elaboração de outra planta baixa. É uma maneira de avaliar se aprenderam os conceitos propostos, retomando o que for necessário. Os conceitos apresentados são suficientes para fazer o esboço de planta baixa e atendem parte do programa do 6º ano do Ensino Fundamental. Se os alunos forem das Séries Iniciais, deixa-se de apresentar alguns conceitos, o que, não prejudica a proposta. Se forem de um período ou ciclo onde a geometria plana faça parte do programa, insira definições e propriedades, completando, assim, o programa. Exercícios de todos os tipos são bem-vindos. O importante é não se afastar da questão que gerou o conteúdo. Um ir e vir entre a questão geradora, os exemplos análogos e conteúdo programático é a essência do processo.

### Dicas para tornar a atividade mais abrangente

Fazer levantamento de objetos circundantes (tacos, ladrilhos, batentes da classe) e identificar conceitos geométricos propostos.

Procurar por fotos (em revistas ou livros) de casas, núcleos habitacionais e verificar formas utilizadas, estilos, material empregado, entre outros.

Se houver possibilidade, visitar uma construção de casa, a fim de observar os trabalhos dos pedreiros e conversar com eles sobre como se constrói uma casa. Esses dados podem ser úteis nas etapas posteriores deste trabalho.

Fazer outra planta: pode ser de uma sala, de um campo de futebol.

Identificar ângulos nos mais diversos objetos: trave de futebol, ângulo das linhas que representam paredes, brinquedos, parque infantil, troncos de árvores, etc.

### 3.2.2 Tamanho da Casa e Sistemas de Medidas Lineares

A casa que se quer construir é representada em tamanho reduzido em um desenho (planta baixa) constando informações sobre as medidas internas e externas, as quais permitem ao construtor interpretar e colocar em prática a obra. Nestas etapas podemos perceber que ocorrem as fases 7, 8, 9 e 10, pois é aqui onde o aluno busca efetuar os cálculos a partir dos modelos prévios de planta baixa anteriormente elaborados, bem como interpretar a solução obtida, verificar se esta solução está condizente com aquilo que previamente se espera para assim validar o modelo e proceder com a avaliação deste, confirmando-o ou elencando possíveis adequações a este.

Na seção anterior, por comodidade, ao elaborar as primeiras plantas, não se considerou o espaço ocupado pelas paredes. Isso porque a intenção estava voltada em como esboçar a planta baixa.

Agora que se dispõe de conceitos geométricos que permitem esboçar uma planta, procura-se melhorá-la, para que se aproxime do trabalho feito pelo profissional da área da construção civil. Para isso, será necessário conhecer, inicialmente, o sistema de medidas lineares. Como o pedreiro sabe o tamanho de cada cômodo da casa por meio de desenho?

Quando se fala em tamanho, grosso modo, estabelece-se relação com uma medida. Existem diversas unidades de medidas conhecidas, como:

- ✓ Jarda: no futebol, a marca do pênalti vale 10 jardas até o gol;
- ✓ Polegada: na medida de comprimento de parafusos, diâmetro de porcas;
- ✓ Palmo: no jogo de bolinha de gude;
- ✓ Milha: no velocímetro em veículos automotores norte-americanos;
- ✓ Nó: na medida da velocidade de navios, barcos;
- ✓ Metro: unidade padrão utilizada no Brasil.

Há diversos instrumentos utilizados para medidas: fita métrica, trena, entre outros. A régua, usada como material escolar é um instrumento que representa parte do **metro**.



A régua, a fita métrica, a trena possuem subdivisões ou submúltiplos. Pode-se verificar que:

Dividindo-se um metro em 10 partes iguais, cada parte equivale a um decímetro;

**1 metro equivale a 10 decímetros**

$$1\text{m} = 10\text{ dm}$$

Dividindo-se um metro em 100 partes iguais, cada parte equivale um centímetro;

**1 metro equivale a 100 centímetros**

$$1\text{m} = 100\text{ cm}$$

Dividindo-se um metro em 1000 partes iguais, cada parte equivale a um milímetro

1 metro equivale a 1000 milímetros

$$1\text{m} = 1000\text{ mm}$$

Para medir, por exemplo, a distância entre cidades, o tamanho dos quarteirões, a largura das ruas, ou a distância entre dois postes são utilizados Múltiplos do metro.

1 quilometro equivale a 1000 metros

$$1\text{ km} = 1000\text{ m}$$

1 hectômetro equivale a 100 metros

$$1\text{ hm} = 100\text{ m}$$

1 decâmetro equivale a 10 metros

$$1\text{ dam} = 10\text{ m}$$

O múltiplo mais utilizado é o quilômetro (km) e os submúltiplos, são o centímetro (cm) e o milímetro (mm).

Para que o pedreiro saiba, por meio do desenho, o tamanho de cada cômodo, os valores precisam constar na planta ou projeto.

<b>CONSIDERAÇÕES</b>	<p>Antes de apresentar a unidade padrão – metro – você pode solicitar aos alunos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Façam uma tabela contendo os mais diversos objetos ao redor e, depois;</li> <li>✓ Meçam esses objetos, fazendo uso de partes do corpo como: pé, palmo da mão, braço, dedo polegar, passo;</li> <li>✓ Preenchida a tabela, comparem os resultados entre os colegas.</li> </ul>
	<p>Fale da importância em escolher uma unidade de medida conveniente, antes de efetuar as medidas. Por exemplo: que parte do corpo pode ser utilizada para medir a sala de aula? passo? palmo? Medir a sala com o polegar é possível, mas não é conveniente! Leve-os a verificar que as partes do corpo diferem no tamanho de pessoa para pessoa. Que medir um objeto qualquer com partes do corpo é uma boa estratégia quando não há instrumento de medida disponível mas somente para obter uma estimativa. Esse momento, na sala de aula, sem dúvida, será de grande euforia!</p>
	<p><b>Dicas para tornar a atividade mais abrangente</b></p>
	<p>Estimar a medida de um objeto qualquer, como sala, parafuso, carteira. Sugestão:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Tomar a medida do palmo, pé, passo, polegar com trena e depois,</li> <li>✓ Verificar a medida dos mais diversos objetos, utilizando as partes do corpo como unidade de medida (terá valor aproximado).</li> <li>✓ Fazer uma fita métrica com cartolina.</li> <li>✓ Medir a quadra de esportes da escola.</li> </ul>

### 3.2.3 Planta baixa e sistema de medida de superfície

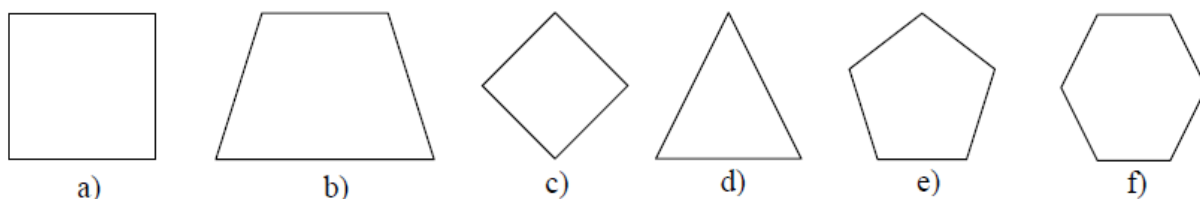
Quando se deseja comprar um terreno, procura-se saber sua área e o preço do metro quadrado. Da mesma forma, quando se constrói uma casa, o orçamento (levantamento prévio da quantidade do material a ser utilizado) é preparado em vista do número de metros quadrados de construção. Esse orçamento pode ser feito baseado na planta baixa.

Os conceitos de superfície e área são fundamentais na construção civil. Não somente na fase inicial de elaboração da planta, mas durante todo o processo. Nesta seção apresenta-se Medidas de Superfície.

Qual a medida da superfície da planta baixa?

Inicialmente, observam-se algumas figuras planas, como:





As figuras (a), (b) e (c), vistas anteriormente, são denominadas **quadriláteros**. A figura com 3 lados (d) chama-se **triângulo**; com 5 lados (e), **pentágono**; com 6 lados, **hexágono** (f); com 7, **heptágono**; com 8, **octógono**. O nome da figura depende do número de lados.

Toda figura plana, fechada e formada por segmentos consecutivos é denominada **polígono**. As figuras apresentadas acima (quadriláteros, pentágonos...), são exemplos de polígonos.

Denomina-se superfície plana a região interna e o contorno de um polígono. A figura reticulada, na página seguinte, possui 16 quadradinhos de 1 unidade de lado, ou seja, 16 unidades quadradas.



Uma unidade quadrada é representada por  $u^2$ .

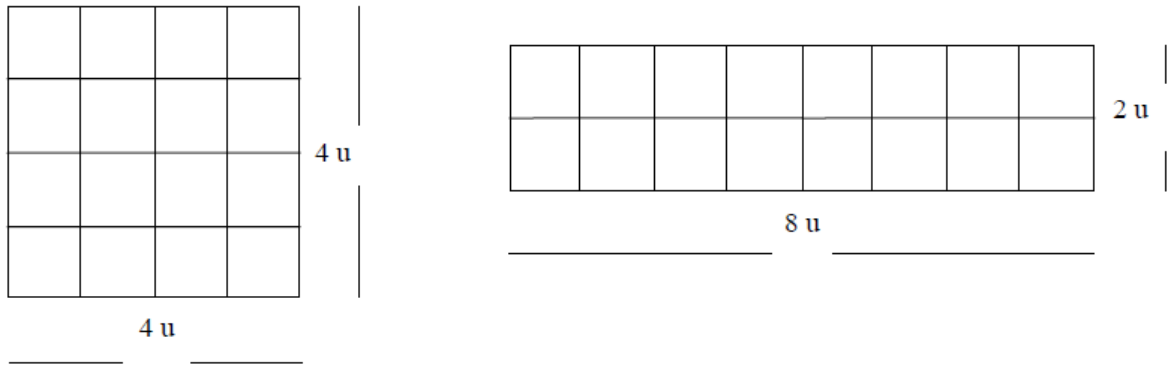


No exemplo da figura reticulada, a superfície mede 16 unidades quadradas ou  $16 u^2$ .

A medida da superfície é denominada área. A área de uma figura plana é o número que expressa a medida da superfície dessa figura numa certa unidade.

Como calcular a área do terreno? E da planta baixa?

(Re) arranjando os 16 quadradinhos, por exemplo, o retângulo.



Observa-se que a área das figuras permanece inalterada, isto é, o número de unidades quadradas continua o mesmo. Verifica-se, também, que tanto para o quadrado quanto para o retângulo, a Área (A) corresponde ao produto entre as medidas de dois lados consecutivos. Esses lados consecutivos também são definidos como base (b) e altura (a).

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = b \times a$$

Como os lados do quadrado têm a mesma medida,  $l_1 = l_2$  logo  $A = l_1 \times l_2 = l^2$

A unidade padrão é o metro quadrado ( $\text{m}^2$ ). Um metro quadrado é a medida de um quadrado de 1 m de lado. O metro quadrado também possui múltiplos e submúltiplos.

### Múltiplos

$$1 \text{ quilômetro quadrado: } \text{km}^2 = \text{km} \times \text{km} = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} = (1000\text{m})^2$$

$$1 \text{ hectômetro quadrado: } \text{hm}^2 = \text{hm} \times \text{hm} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = (100\text{m})^2$$

$$1 \text{ decâmetro quadrado: } \text{dam}^2 = \text{dam} \times \text{dam} = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = (10 \text{ m})^2$$

### Submúltiplos

$$1 \text{ décímetro quadrado: } \text{dm}^2 = \text{dm} \times \text{dm} = 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = (0,1\text{m})^2$$

$$1 \text{ centímetro quadrado: } \text{cm}^2 = \text{cm} \times \text{cm} = 0,01 \text{ m} \times 0,01 \text{ m} = (0,01 \text{ m})^2$$

$$1 \text{ milímetro quadrado: } \text{mm}^2 = \text{mm} \times \text{mm} = 0,001 \text{ m} \times 0,001 \text{ m} = (0,001 \text{ m})^2$$



Dependendo do grau de escolaridade, essas demonstrações podem ser feitas por meio de desenho ou, recorte e colagem de papel. Caso o assunto potenciação faça parte do programa, esse momento pode valer para apresentá-lo. A partir da questão: por que a área de uma superfície, a unidade quadrada, é representada com um número (2), como:  $u^2$ ,  $m^2$ ? Por exemplo, as transformações das unidades  $km^2$  para  $m^2$ ;  $m^2$  para  $cm^2$ ; valem como pontos de partida para apresentar as propriedades. Esse é um bom momento, também, para apresentar produto entre  $j$  números decimais.

**Dicas para tornar a atividade mais abrangente**

**Calcular a área:**

- ✓ Interna da casa projetada;
- ✓ Da quadra de esporte da escola;
- ✓ Da sala de aula.

**Calcular a área de uma folha de árvore — área foliar. Sugestão:**

- ✓ Tome uma folha seca de uma árvore;
- ✓ Contorná-la sobre folha de papel quadriculado;
- ✓ Calcular a área, aproximada, da folha da árvore.

**Calcular a área do paralelogramo. Sugestões:**

- ✓ Traçar segmento perpendicular a um dos lados (base) do paralelogramo, ligando-o ao vértice oposto a este lado. Esse segmento é a altura do paralelogramo.
- ✓ Transladar o triângulo determinado pela altura para o outro lado do paralelogramo, obtendo-se: um retângulo. *O que você verifica em relação à área do paralelogramo com a área do retângulo?*

### 3.2.4 Reservatório d'água e Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa

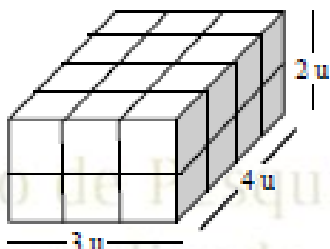
É conveniente que a casa tenha reservatório d'água, principalmente se ela estiver localizada onde o abastecimento, devido a fatores ambientais, possa ser restringido.

O reservatório, em geral na forma de prisma ou de cilindro, é feito de material leve e resistente. Isso permite que seja colocado sobre a laje da casa, sem causar nenhum dano. Quanto mais alto for colocado, maior será a pressão d'água nas torneiras e chuveiros. Em uma casa que não dispõe de laje, o reservatório pode ser posto sobre suporte cuja altura mínima seja correspondente à altura da casa.

Apresentam-se, nesta seção, os Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa. Qual a dimensão ideal de um reservatório d'água para uma casa?



Fazer inicialmente o desenho de reticulado, de tal forma que pareça estar formado por uma coleção de cubos de uma unidade de lado.



À medida que o sólido geométrico ocupa no espaço denomina-se **volume**. A unidade de medida é o **cubo**, assim, representada  $\rightarrow u^3$

Altura (a) = 1 u

Largura (f) = 1 u

Comprimento (c) = 1 u



Isso quer dizer que o volume do prisma do exemplo acima é 24 cubos.

Mas, 24 cubos =  $3u \times 4u \times 2u = 24u^3$

Volume = largura x comprimento x altura.

Como largura x comprimento = área, logo

Volume = área da base x altura =  $V = Ab \times a$

A medida padrão de volume é o metro cúbico  $m^3$ . O metro cúbico possui múltiplos e submúltiplos.

### Múltiplos:

quilômetro cúbico

$km \times km \times km = km^3$

hectômetro cúbico

$$\text{hm} \times \text{hm} \times \text{hm} = \text{hm}^3$$

decâmetro cúbico

$$\text{dam} \times \text{dam} \times \text{dam} = \text{dam}^3$$

### Submúltiplos

decímetro cúbico

$$\text{dm} \times \text{dm} \times \text{dm} = \text{dm}^3$$

centímetro cúbico

$$\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm} = \text{cm}^3$$

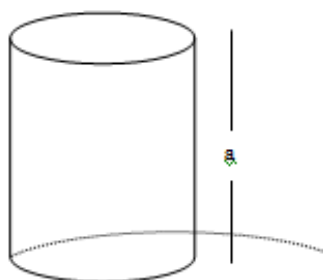
milímetro cúbico

$$\text{mm} \times \text{mm} \times \text{mm} = \text{mm}^3$$

Como:  $1\text{m} = 10\text{ dm}$  e  $1\text{ dm} = 10\text{ cm}$

Logo:  $1\text{m}^3 = 1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m} = 10\text{ dm} \times 10\text{ dm} \times 10\text{ dm} = 1000\text{ dm}^3$  ou  $1\text{ dm}^3 = 1\text{ dm} \times 1\text{ dm} \times 1\text{ dm} = 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 1000\text{ cm}^3$

Ao fazer a mesma identificação com as demais unidades, pode-se verificar que cada



Como a base é um círculo cuja área é:  $\frac{\text{Contorno}}{2} \times \text{raio} = \pi r^2$ , então,

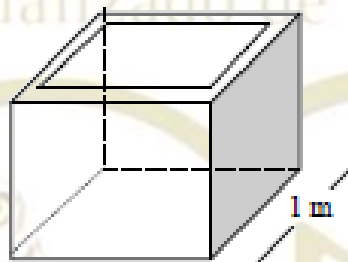
$$\text{Volume do Cilindro} = \left(\frac{C}{2} \times r\right) \times r = \pi r^2 a$$

unidade de volume é 1000 vezes maior que a imediatamente inferior. Para reservatórios d'água que têm a forma cilíndrica, o volume é obtido pelo produto entre área da base ( $A_b$ ) x altura ( $a$ ).

A dimensão ideal de um reservatório d'água depende do número de pessoas da casa e, também, das condições de distribuição de água das comunidades.

Qual a capacidade de uma caixa d'água?

Supor que o reservatório d'água, na forma de cubo, seja feito de material com espessura de 1 cm. Isso quer dizer que o volume interno do reservatório é menor que o



volume externo.

Se cada aresta externa medir 1 m, logo:

$$\text{Volume externo} = 1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^3, \text{ ou } 1\text{ m}^3 = (10\text{ dm})^3 = 1000\text{ dm}^3 \text{ e}$$

$$\text{Volume interno} = 99\text{ cm} \times 99\text{ cm} \times 99\text{ cm} = (99\text{ cm})^3 = 970,299\text{ cm}^3$$

$$\text{Como: } 1\text{ dm} = 10\text{ cm}, \text{ logo: } 970,299\text{ cm}^3 = 97,0299\text{ dm}^3$$

Neste caso,  $1000\text{ dm}^3$  é o volume do reservatório — a medida que ocupa no espaço, e  $97,0299\text{ dm}^3$  é a **capacidade**.

A medida de capacidade é o volume interior de um corpo vazio. A unidade usual de capacidade é o **litro**, que pode ser expressa em unidades cúbicas. O litro também possui múltiplos e submúltiplos:

## → Múltiplos

quilolitro	- kl →	1000 l
hectolitro	- hl →	100 l
decalitro	- dal →	10 l

## → Submúltiplos

decilitro	- dl	-	0,1 l	→	1/10 l
centilitro	- cl	-	0,01 l	→	1/100 l
mililitro	- ml	-	0,001 l	→	1/1000 l

O litro corresponde, aproximadamente, a  $1 \text{ dm}^3$  ou  $1000 \text{ cm}^3$ :  $1 \text{ l} \Leftrightarrow 1 \text{ dm}^3 \Leftrightarrow 1000 \text{ cm}^3$ .

Em uma caixa de  $1 \text{ m}^3$  de volume ou  $(9,9)^3 \text{ dm}^3$  de capacidade, cabem cerca de 970,299 litros. Se o reservatório tiver  $1 \text{ m}^3$  de capacidade, caberão 1000 litros de água.

Qual o local ideal para se colocar um reservatório d'água?

No dia-a-dia usa-se peso como sinônimo de massa. Há uma diferença, porém, entre os conceitos.

**Massa** é toda matéria que compõe um corpo. Por ser a unidade fundamental – **grama** - muito pequena, o Sistema Internacional de Medidas adotou o **quilograma** (quilo) como unidade de medida-padrão de massa. Um quilograma equivale a 1000 gramas. Os múltiplos e submúltiplos do grama são:

## → Múltiplos

Quilograma	- 1 kg →	1000 g
Hectograma	- 1 hg →	100 g
Decagrama	- 1 dag →	10 g

## → Submúltiplos

Decigrama	- 1 dg →	0,1 g
Centigrama	- 1 cg →	0,01 g
Miligrama	- 1 mg →	0,001 g

O instrumento usual de medida é a balança. Existem balanças de diversos tipos, desde aquelas que medem grandes cargas (de caminhão, navio, etc.) até as que medem pequeníssimas quantidades. Exemplo: Tonelada (t) = 1000 kg; Megaton = 1000 t; Quilate = 0,2 g.

- $1 \text{ m}^3$  de água tem, aproximadamente, 1 tonelada de massa.
- $1 \text{ dm}^3$  de água tem, aproximadamente, 1 quilograma.

**Peso** é a força de atração que a Terra exerce no corpo. O peso ( $p$ ) pode ser determinado pelo produto entre a massa ( $m$ ) e a aceleração da gravidade ( $a$ ):  $p = m \times a$ . A unidade de medida adotada pelo Sistema Internacional é o Newton (N). O instrumento de medida é chamado dinamômetro. A caixa d'água quando colocada sobre a laje da casa, exerce peso significativo sobre ela. Por isso, ela deve ser instalada em lugar estratégico, para que não cause problemas à estrutura.

**CONSIDERAÇÕES**

O assunto 'peso', em geral, não pertence ao programa de Matemática, e sim, ao programa de Física. Nesse caso, fica a seu critério se abordará ou não. Se for conveniente, proponha aos alunos que confeccionem uma caixa de isopor com 10 cm x 10 cm x 10 cm (medidas interiores), lacrando bem todas as arestas. Depois, encha-a d'água. Desta forma, eles poderão verificar que a capacidade dessa "caixinha" é de 1 litro, ou seja:

O volume interno:  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$ . Como cada  $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$ , logo  $1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

As propostas tratadas nessa seção podem valer como geradoras de outros conteúdos matemáticos nas demais séries do Ensino Fundamental ou Médio. Por exemplo:

- ✓ Analisar as contas d'água, luz, telefone, etc., por um certo período de tempo, permite: fazer tabelas, e gráficos, conceituar relação e função.
- ✓ Colocar coisas diferentes em recipientes de mesmo volume, sugere conceituar densidade.

**Dicas para tornar a atividade mais abrangente**

- ✓ Registrar em tabela as medidas de comprimento, largura, altura e de diversos objetos e, em seguida, calcular os volumes e massas dos respectivos objetos.
- ✓ Fazer uma caixa d'água para a casinha e calcular os respectivos volumes e capacidades.
- ✓ Pesquisar, nas lojas de materiais para construção, quais são as formas e tamanhos padrões de caixas d'água, para poder decidir qual delas a casa projetada pode comportar.
- ✓ Fazer tabela da qual constem os dados de contas d'água: o valor dos 06 últimos meses (mês; consumo em  $\text{m}^3$  e em litros; a diferença de consumo entre um mês e outro).
- ✓ Pesquisar como são medidas as cargas de caminhão e os produtos de joalheria (ouro, diamante, etc.)

### 3.3 O GASTO DE ENERGIA NA CAMINHADA

Baseado em: Modelagem Matemática: uma alternativa de ensino na perspectiva da educação matemática MOURA, CEOLIM (2011).

Essa atividade aborda o gasto de energia (queima de calorias) durante a caminhada. A situação problema compreende em determinar o “melhor tempo” e em consequência a melhor velocidade, para otimizar o gasto de calorias durante uma caminhada. No quadro 1, temos a energia gasta por uma pessoa normal ao realizar uma caminhada de 3.000 metros.

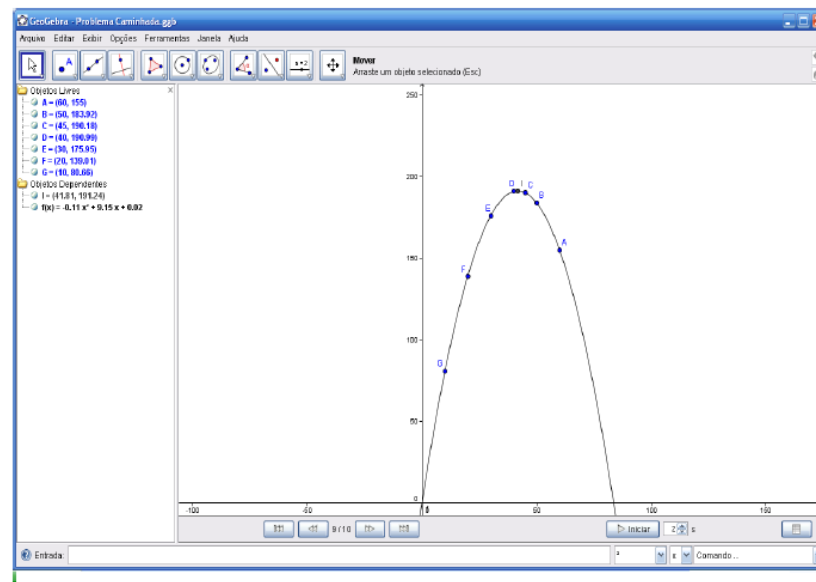
TEMPO		VELOCIDADE (Km/h)	ENERGIA CONSUMIDA
MIN	HORAS		
60	1	3	155
50	0.833	3.6	183.92
45	0.75	4	190.18
40	0.667	4.5	190.99
30	0.5	6	175.95
20	0.334	9	139.01
10	0.167	18	80.66

**Quadro 1:** Gasto de energia.

**Fonte:** Organização Mundial da Saúde (OMS)

Utilizando o software Geogebra e a planilha do Excel, definem-se as variáveis, usando  $t$  (tempo) para independente,  $e$  (energia consumida) para variável dependente.

Em seguida, com o auxílio no software Geogebra, obtém-se o gráfico abaixo (Figura 1):



No Ge

**Figura 1:** Representação gráfica da regressão polinomial

ível realizar

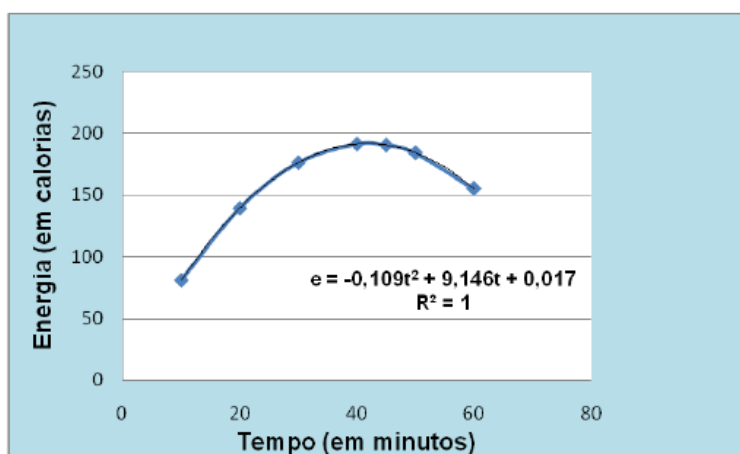
também a regressão polinomial, que se trata de encontrar uma linha que melhor ajusta os pontos, no nosso caso, a linha é representada pela função quadrática definida como:  $E(t) = -0,11t^2 + 9,15t + 0,02$  e considerada pelos professores como *Modelo 1*. Ao utilizarem o comando extremo da função no software Geogebra, obtiveram então, as coordenadas do ponto  $I = (41.81;191.24)$ , ou seja, o ponto de máximo da parábola, onde, por meio desse ponto



tiveram condições de visualizar o melhor tempo e em consequência disso, a melhor velocidade para otimizar o gasto de calorias durante uma caminhada. Sendo assim, concluíram ser o consumo máximo de energia de 191,24 calorias caminhando num tempo de 41,81 minutos.

Partindo das coordenadas do ponto I e da função, calcularam a velocidade máxima alcançada, lembrando que a abscissa do ponto I, representa o tempo máximo e que velocidade é igual ao espaço dividido pelo tempo, assim, baseado nesse tempo e no espaço de 3000m apresentado no problema, concluíram que a melhor velocidade será de 73 m/min.

O mesmo processo foi desenvolvido com o auxílio das planilhas eletrônicas do Excel, conforme está apresentado na figura 2. A função obtida foi,  $E(t) = -0,109t^2 + 9,146t + 0,017$ , e denominada *Modelo 2*.



**Figura 2**

Fonte: Elaboração do Grupo de Professores.

### 3.4 QUANTOS TORCEDORES CABEM NO ESTÁDIO?

Baseado em: A modelagem matemática no ensino fundamental: um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria, Sousa (2014).

Essa atividade aborda conteúdos presentes no bloco Números e Operações e Espaço e Forma. A situação problema é investigar quantos torcedores cabem no estádio de futebol, para isso o professor pode dividir a turma em quatro grupos e as tarefas ficaram assim distribuídas:

Grupo 1: Medir o lado leste das arquibancadas do estádio;

Grupo 2: Medir o lado oeste esquerdo das arquibancadas do estádio;

Grupo 3: Medir o lado oeste direito das arquibancadas do estádio;

Grupo 4: Medir o perímetro da tela colocada no entorno do campo gramado no estádio.

E com o uso de fita métrica, calculadora, lápis e papel, os alunos podem investigar quantas pessoas cabem nas arquibancadas. Posteriormente, em sala de aula serão expostas todas as informações coletadas, com o objetivo de construir um modelo e validar as possíveis soluções para a situação-problema inicial.

### 3.5 O ABASTECIMENTO E O CONSUMO DE ÁGUA

Baseado em: A Modelagem Matemática na prática docente do Ensino Fundamental, Silva (2014).

No desenvolvimento desta atividade é possível trabalhar conteúdos do bloco Tratamento da Informação, como a organização de dados, a interpretação de tabelas e gráficos.

O objetivo dessa atividade é levantar as demandas de água da população de Alcantil - PB e as condições de abastecimento e de consumo de água atuais desse município.

Para o desenvolvimento dessa atividade, segundo Silva (2014), as etapas executadas foram as seguintes:

- Exposição dialogada: apresentação, discussão e problematização da atividade;
- Formação de grupos: dividir a turma em grupos – contendo uma média de 3 alunos por grupo – explicitar e delimitar a população e o local da coleta de dados;
- Pesquisa de campo – exposição do mapa, definição de ruas onde cada grupo realizará a pesquisa, elaboração, entrega e recolhimento dos questionários para coleta de dados;

E ao final dos trabalhos, os alunos são convidados a expor em sala de aula todo o material coletado, onde cada grupo deverá realizar a contagem dos dados coletados, fazer os somatórios e organizá-los em tabela, interpretando as soluções encontradas.



### 3.6 AVALIANDO A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Uma boa possibilidade para avaliar o trabalho de Modelagem são as rubricas, apontadas por Ludke (2003) como um instrumento de avaliação bastante significativo e eficiente no trabalho com projetos.

Na sua estrutura, uma rubrica deve conter o que o professor espera de seus alunos na atividade proposta (estabelecimento de critérios) e os diferentes níveis de qualidade da tarefa realizada pelos alunos. Por tratar de critérios esperados dos alunos na realização de uma atividade proposta, é importante que eles tenham conhecimento prévio desses critérios, de modo a estarem preparados para a realização das atividades e, conseqüentemente, serem bem-sucedidos.

A rubrica utilizada para a atividade com "embalagens" foi à seguinte:

#### 3.4.1 Rubrica para apresentação do Projeto "Embalagens"

Critérios	Qualidades		
	Sim	Não	
Apresentou o caminho percorrido até a solução com clareza	Sim	Não	Não ficou totalmente claro
Utilizou recursos de apresentação que facilitam a compreensão, tais como cartazes ou esboços	Sim	Não	Os recursos utilizados não foram suficientes
Indicou conhecer alternativas para chegar à solução da situação	Sim	Não	Comentou superficialmente
Demonstrou compreensão da solução por meio de operações Matemáticas	Sim	Não	As operações apresentadas não foram suficientes para solucionar o problema
Evidenciou domínio dos conhecimentos matemáticos envolvidos	Sim	Não	Somente de alguns dos conhecimentos

## CAPITULO 4

### O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA DENTRO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Erika Carla Alves Canuto

Erick Macêdo Carvalho

#### INTRODUÇÃO

Procuramos evidenciar as potencialidades da utilização do Geogebra no ensino de Matemática, realçando o papel que a utilização desse programa pode assumir na aprendizagem da mesma, estabelecendo conexões com a Matemática e discutindo aspectos fundamentais da dinâmica do programa. Ressaltamos que o uso do geogebra é de caráter optativo, não necessitando que para desenvolver um trabalho em Modelagem Matemática seja imprescindível seu uso. No entanto recomendamos fazê-lo como ferramenta adicional que além de oferecer um aspecto inovador a apresentação e manuseio dos conteúdos matemáticos, pode ser inserido dentro da Modelagem nas fases de formulação do problema, formulação do modelo matemático, resolução do problema e possível adequação deste modelo, quando isto se fizer necessário.

O Geogebra é um software de Matemática que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo Diferencial e Integral. Ele foi desenvolvido por Markus Horhenwarter da Universidade de Salzburg para educação Matemática nas escolas. Por um lado, o Geogebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções que podem modificar-se dinamicamente depois. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser interligadas diretamente através do Geogebra. Assim, apresenta uma característica voltada para relacionar variáveis com números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas visões são características do Geogebra: uma expressão em álgebra corresponde a representação de um objeto da geometria e vice-versa.

## 4.1 DOWNLOAD

O Geogebra pode ser utilizado para qualquer propósito e pode ser distribuído livremente de acordo com a GNU (General Public License). Poderá ainda efetuar o download a partir da Internet de forma a obter as versões mais recentes da aplicação. Em [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at) você encontra o código fonte Java do Geogebra e informações sobre sua tradução. Qualquer usuário pode fazer a instalação individual do programa, é fácil e rápido.

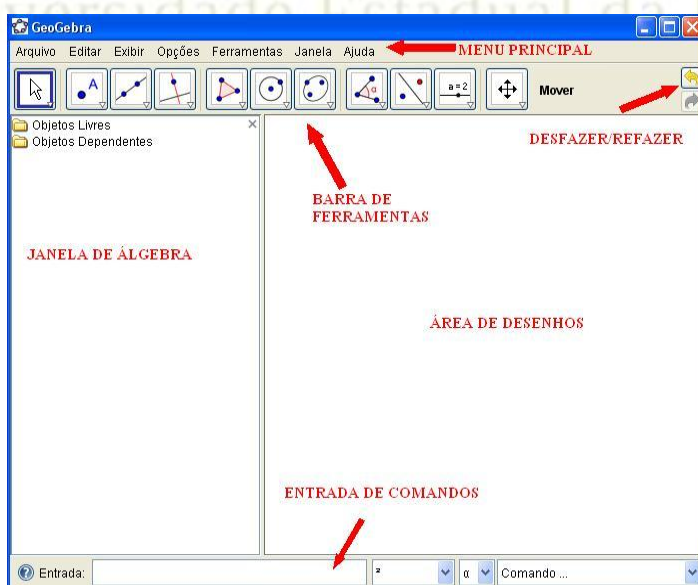
Na página principal do software ([www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)) você encontra o link para download. É recomendado usar GeoGebra Webstart garantindo a constante atualização da versão mais atual do GeoGebra, eliminando instalações complicadas ou procedimentos de atualizações.

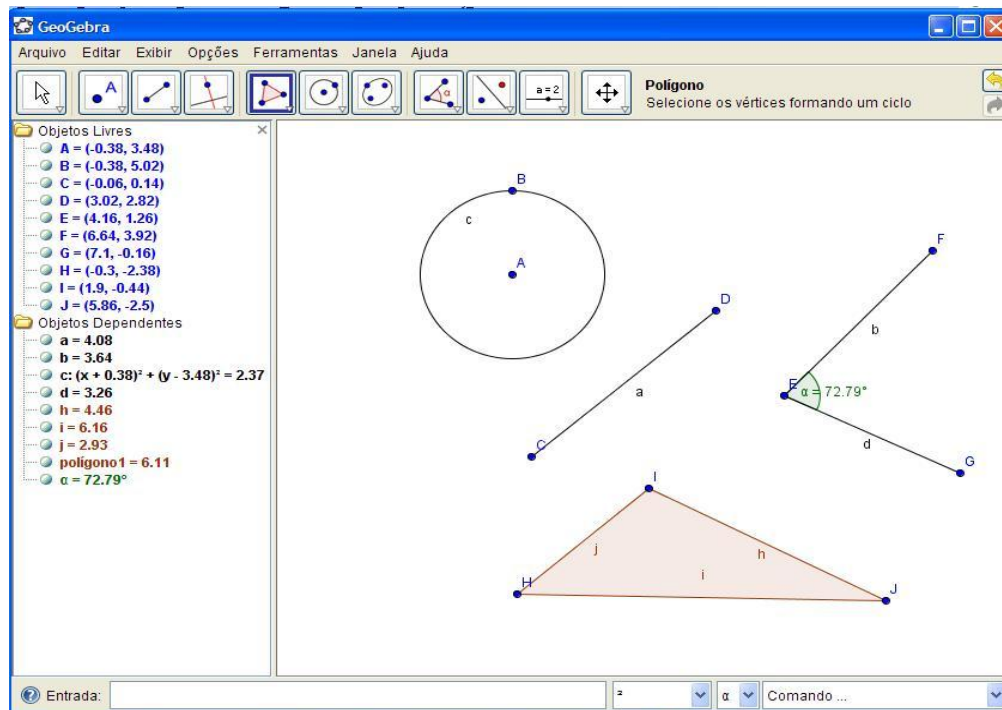
Se os computadores que compõem sua rede já possuem Java 1.4.2 ou a versão mais atual instalada, simplesmente use GeoGebra Web. Seu administrador da rede pode ajudar com o Java installation.

## 4.2 INTERFACE

A Interface do software é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma área de trabalho, uma janela algébrica e um campo de entrada de texto. A área de trabalho possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra.

O campo de entrada de texto é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente e estes são mostrados na área de trabalho imediatamente após pressionar a tecla Enter.














## 4.3 TABELA

COMANDOS	FIGURAS	PROCEDIMENTOS
Mover		Clique sobre o objeto construído e o movimento na área de trabalho
Novo Ponto		Clique na área de trabalho e o ponto fica determinado
Ponto médio ou centro		Clique sobre dois pontos e o ponto médio fica determinado
Reta definida por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e a reta é traçada
Segmento definido por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e o segmento é traçado
Segmento com comprimento conhecido		Clique em um ponto da área de trabalho e dê a medida do segmento
Vetor definido por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e o vetor fica determinado

Vetor a partir de um ponto		
Polígono		Clique em três ou mais pontos fazendo do primeiro também o último ponto. Fica determinado o polígono
Retas perpendiculares		Selecione uma reta e um ponto e a reta perpendicular fica determinada
Retas paralelas		Selecione uma reta e um ponto e a reta paralela fica determinada
Mediatriz		Selecione um segmento ou dois pontos e a mediatriz fica determinada
Bissetriz		Clique em três pontos, o segundo ponto determina a bissetriz
Tangentes		Selecione ou construa uma cônica e um ponto, as tangentes ficam determinadas
Círculo definido pelo centro e um de seus pontos		Clique em um ponto e arraste para determinar o raio e o círculo
Círculo dados centro e raio		Clique em um ponto e informe a medida do raio, o círculo fica determinado
Círculo definido por três pontos		Clique em três pontos, o círculo fica determinado
Ângulo		Clique em três pontos e o ângulo fica determinado
Ângulo com amplitude fixa		Clique em dois pontos e informe a abertura do ângulo
Distância		Clique em cada objeto que se queira determinar a distância
Reflexão com relação a um ponto		Clique no ponto a ser refletido e no outro que servirá de base para reflexão
Reflexão com relação a uma reta		Clique no ponto a ser refletido e na reta que servirá de base para reflexão
Homotetia de um ponto por um fator		Selecione o objeto, marque o ponto central da homotetia e informe o fator




Inserir texto		Clique na área de trabalho e insira o texto
Relação entre dois objetos		Clique em dois objetos e verifique a igualdade, ou não, desses objetos
Deslocar eixos		Arraste a área de trabalho com o mouse
Ampliar	 	Clique sobre o objeto que se deseja ampliar
Reduzir		Clique sobre o objeto que se deseja reduzir
Exibir/esconder objeto		Clique sobre o objeto que se deseja esconder/exibir
Exibir/esconder rótulo		Clique no rótulo do objeto para exibí-lo ou escondê-lo
Apagar objetos		Clique sobre o objeto que se deseja apagar

#### 4.4 ATIVIDADES LÚDICAS E ALGUMAS APLICAÇÕES

O Geogebra é interessante não só pela sua gratuidade, mas também pelo fácil manuseio em diversas tarefas. Além disso, por ser um software inovador capaz de fazer não só gráficos e formas geométricas, mas uma infinidade de animações que estimula a imaginação dos alunos. Eis algumas animações e aplicações construtivas construídas com o Geogebra.

Universidade Estadual da Paraíba

#### 4.4.1 Construção da bandeira do Brasil

 <p>Bandeira do Brasil</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trace um retângulo;</li> <li>- Marque os pontos médios de seus lados e os una por segmentos de reta;</li> <li>- Trace um círculo com centro na interseção dos segmentos dos pontos médios;</li> <li>- Trace um segmento de reta paralelo ao segmento que passa pelo centro do círculo;</li> <li>- Marque os pontos de interseção das retas com o círculo e trace o polígono;</li> <li>- Insira o texto “Ordem e Progresso”;</li> <li>- Pinte a figura;</li> <li>- Insira o texto.</li> </ul>
---	---

#### 4.4.2 Teoremas da geometria plana

A utilização do GeoGebra na Geometria tem como objetivo verificar de maneira mais simples a validade de Teoremas da Geometria Euclidiana, uma vez que, em sua maioria, possuem demonstrações bem elaboradas.

**PROPOSIÇÃO 1:** “Três pontos não colineares determinam um círculo.”

**PROPOSIÇÃO 2:** “Todo ângulo inscrito em um círculo tem a metade da medida do arco correspondente.”

**COROLÁRIO 1:** “Todos os ângulos inscritos que subtendem um mesmo arco têm a mesma medida. Em particular, todos os ângulos que subtendem um semicírculo são retos.”

**PROPOSIÇÃO 3:** “Todo polígono regular está inscrito em um círculo.”

**PROPOSIÇÃO 4:** “Todo triângulo está inscrito em um círculo.”

**PROPOSIÇÃO 5:** “Todo triângulo possui um círculo inscrito também chamado de incírculo.”

**TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO:** “Todo ângulo externo de um triângulo mede mais do que qualquer dos ângulos internos a ele não adjacentes.”

**TEOREMA FUNDAMENTAL DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO:**  
“Se uma reta paralela a um lado de um triângulo intercepta os outros dois lados em pontos distintos, então ela determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.”

**TEOREMA DA DESIGUALDADE TRIANGULAR:** “Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é maior do que o comprimento do terceiro lado.”

#### **PONTOS PRINCIPAIS DE UM TRIÂNGULO**

- ✓ Baricentro: ponto de encontro das medianas;
- ✓ Ortocentro: ponto de encontro das alturas;
- ✓ Circuncentro: ponto de encontro das mediatrizes;
- ✓ Incentro: ponto de encontro das bissetrizes.

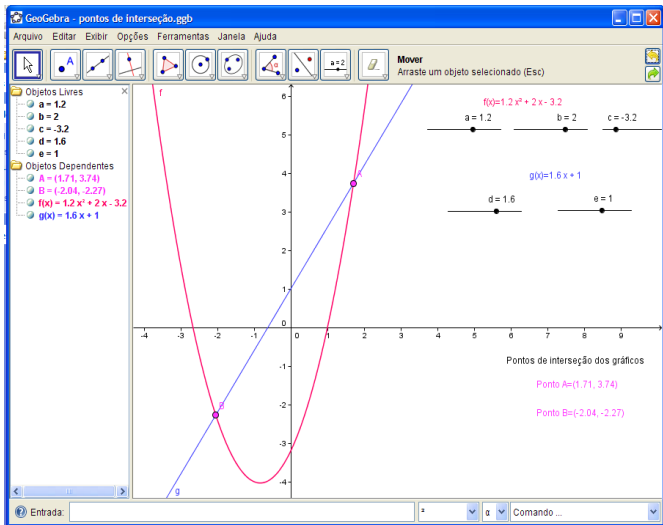
#### **4.4.2 Função**

A utilização do Geogebra no estudo de Função tem o objetivo de auxiliar o aluno na análise e entendimento de diversos conceitos e situações-problema, visto que o software dispõe de ferramentas necessárias para que o aluno possa construir e observar o comportamento de cada função.



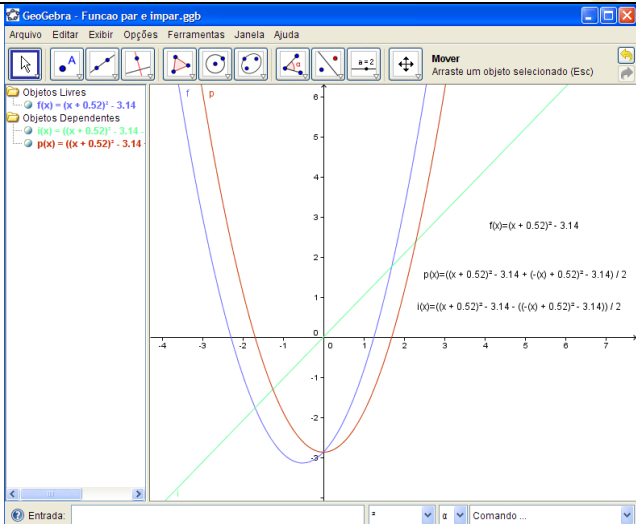
### 4.4.2.1 Exploração de funções polinomiais

#### Pontos de interseção



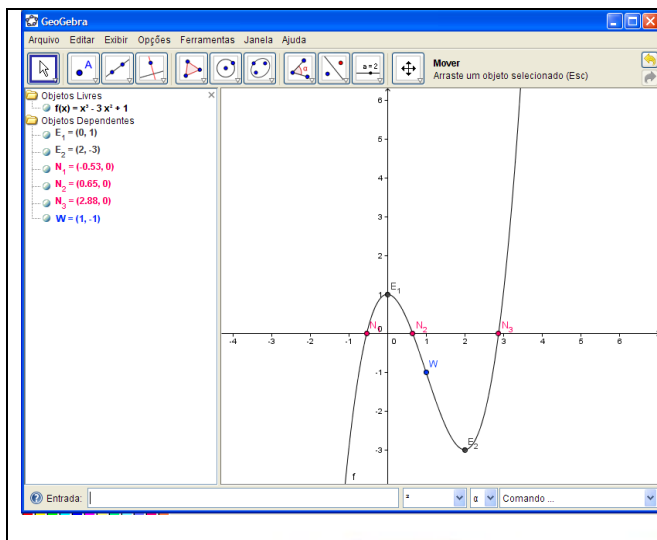
- Crie o seletor e chame de a
- Crie outro seletor e chame de b
- Crie outro seletor e chame de c
- Coloque a função  $F(X) = ax^2 + bx + c$
- Crie outro seletor e chame de d
- Crie outro seletor e chame de e
- Função  $g(x) = dx + e$
- Marque os pontos de interseção usando o seguinte comando:  $S = [f(x), g(x)]$
- Coloque em formato de texto os pontos A e B
- Para melhor visualização coloque as funções junto com os seus seletores

#### Função par e ímpar



- $f(x) = x^2$
- função ímpar  $i(x) = (f(x) - f(-x)) / 2$
- função par  $p(x) = (f(x) + f(-x)) / 2$
- texto 1: “f(x)=” +f
- texto 2: “g(x)=” +g
- texto 3: “p(x)=” +p

## Raízes, extremos e pontos de inflexão de funções polinomiais



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

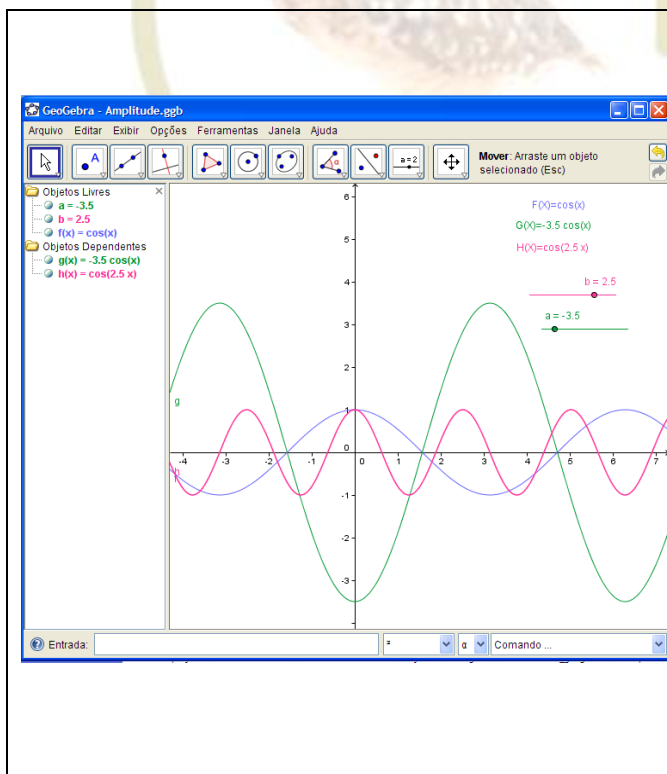
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$N = \text{raiz}[f]$$

$$E = \text{extremo}[f]$$

$$W = \text{pontodeinflexão}[f]$$

## Funções trigonométricas



- Crie a função

$$f(x) = \cos(x)$$

- Crie um seletor e chame-o de  $a$

- Crie outro seletor e chame-o de  $b$

- Crie a função  $g(x) = a \cos(x)$

- Crie a função  $h(x) = \cos(bx)$

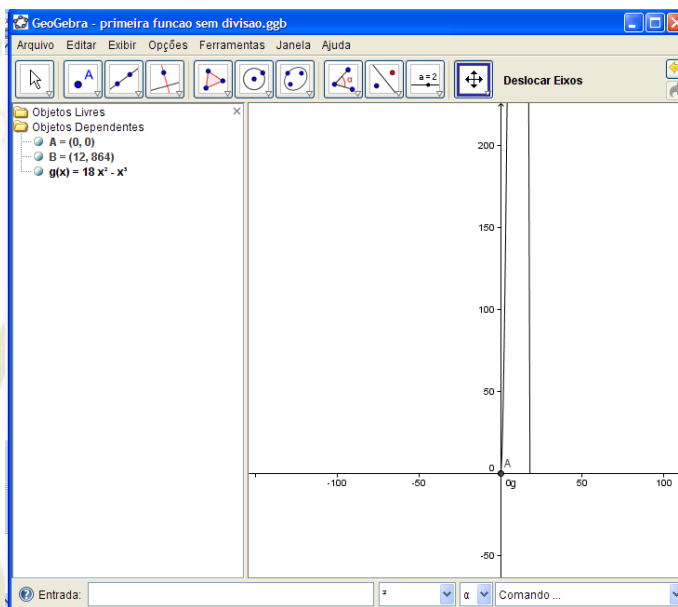
- Coloque as funções em forma de texto e pinte os gráficos.

### Situações-problema sobre funções utilizando o geogebra

PROBLEMA 1: Diogo quer construir um jardim retangular de 36m de perímetro, mas impôs a seguinte condição: o produto de uma das dimensões pelo quadrado da outra tem que ser máximo.

Solução:

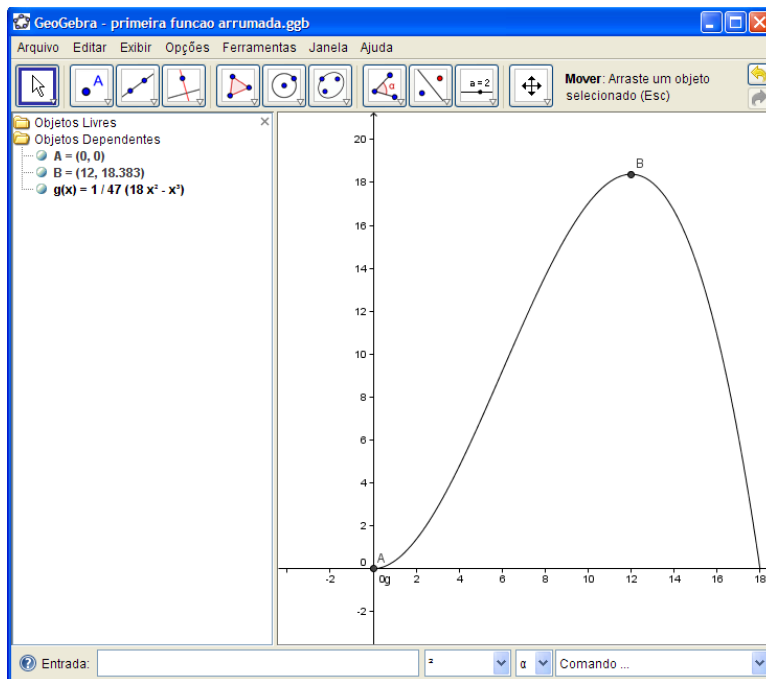
A função que se obtém é:  $f(x) = x^2(18 - x) = 18x^2 - x^3$



A função  $f$  se torna máxima para  $x = 12$ , obtém-se  $f(12) = 864$ .

Para melhor visualização iremos alterar a função para:  $f(x) = 1/72(18x^2 - x^3)$

Universidade Estadual da Paraíba



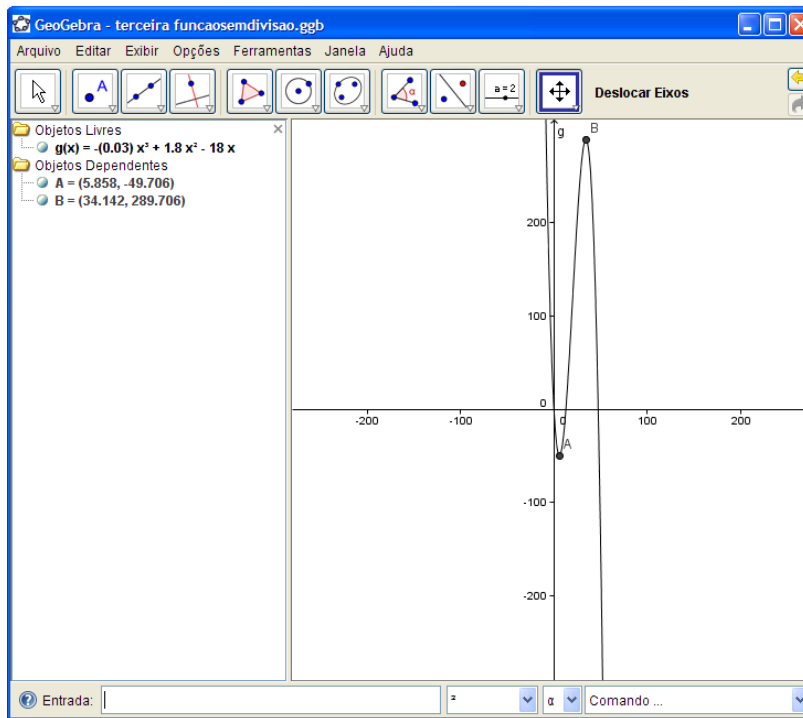
B. Supor que o custo total  $C(x)$  de produção  $x$  toneladas de um produto, em milhares de reais, é dado por  $C(x) = 0,03x^3 - 1,8x^2 + 39x$ . Supondo que a empresa possa vender tudo o que produz, determinar o lucro máximo que pode ser obtido, se cada tonelada do produto é vendida a um preço de 21 milhares de reais.

Solução:

A função receita total:  $R(x) = 21x$

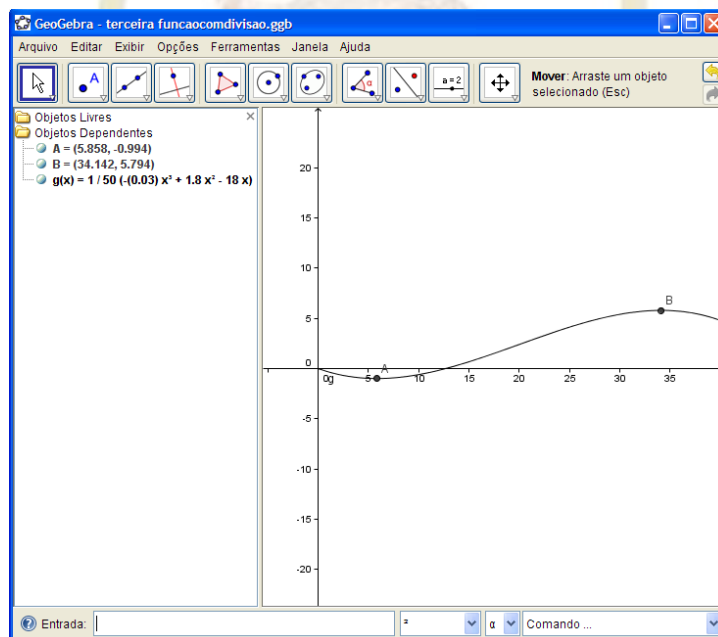
O lucro obtido é dado por :  $R(x) = 21x - 0,03x^3 + 18x^2 - 39x = -0,03x^3 + 1,8x^2 - 18x$

Universidade Estadual da Paraíba



Logo,  $x = 34,14$  é o ponto de máximo.

O lucro máximo que pode ser obtido é  $L(34,14) = 289,71$  milhares de reais.



Para melhor visualização dividimos a equação por 50

## CAPITULO 5

### A CONTEXTUALIZAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

José Praxedes de Oliveira Neto

#### INTRODUÇÃO

A manutenção e a expansão do processo de desenvolvimento do Brasil como um todo e da nossa região em especial – sinalizado, dentre outros fatores, pelo crescimento de sua economia – encontra-se vinculada aos avanços da educação, pois o país requer profissionais especializados de níveis básico e superior. Atualmente não formamos profissionais qualificados em número suficiente para suprir as demandas surgidas com o crescimento da economia e para responder as mudanças socioculturais acontecidas na sociedade.

Diante disso, a administração pública procura investir mais em políticas educacionais, sobretudo na Educação Básica, desenvolvendo programas, normas regulatórias e formas de financiamento com a criação de um fundo próprio, o FUNDEB (Fundo de Desenvolvimento da Educação Básica) (BRASIL, 2012, p. 1), que mobiliza recursos ainda considerados insuficientes diante dos problemas existentes.

Um dos temas presentes na educação brasileira atual é o da necessidade de desenvolver processos e materiais educativos que permitam ao aluno associar os conhecimentos neles desenvolvidos a sua realidade. É comum ouvirmos afirmações sobre a necessidade de contextualizar os conhecimentos de forma a permitir ao aprendiz uma maior motivação, por sentir de alguma forma que aquele conteúdo estudado diz respeito aos problemas por ele vivenciado, apresentando algo em comum com os conhecimentos por ele desenvolvido no cotidiano, na escola, ou em outros ambientes, bem como porque vão de encontro à realização de seus interesses, perspectivas e sonhos.

Nesta direção, os documentos oficiais recomendam o desenvolvimento dos conteúdos escolares de forma contextualizada. Os principais documentos oficiais – PCN<sup>16</sup>, PCN+<sup>17</sup> e OCN<sup>18</sup> na última década, ao explicitarem o que entendem por

---

<sup>16</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000).

contextualização no Ensino de Ciências e Matemática associam esta ideia à apresentação dos conteúdos ligados a situações do cotidiano do aluno ou a interdisciplinaridade (LOPES, 2002; RODRIGUES, 2009).

Esta visão foi estendida nos documentos oficiais mais recentes, a exemplo das Novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para o Ensino Médio<sup>19</sup> que distinguem contextualização de interdisciplinaridade em vários momentos:

O currículo deve contemplar as quatro áreas do conhecimento, com tratamento metodológico que evidencie a contextualização e a interdisciplinaridade ou outras formas de interação e articulação entre diferentes campos de saberes específicos.

[...] a interdisciplinaridade e a contextualização devem assegurar a transversalidade do conhecimento de diferentes componentes curriculares, propiciando a interlocução entre os saberes e os diferentes campos do conhecimento (BRASIL, 2012, p. 2).

[...] integração de conhecimentos gerais e, quando for o caso, técnico-profissionais, realizada na perspectiva da interdisciplinaridade e da contextualização (Ibid., p. 3).

Além disso, estas Novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) consideram o caráter social e histórico do saber científico ao entender a ciência como um “[...] conjunto de conhecimentos sistematizados, produzidos socialmente ao longo da história, na busca da compreensão e transformação da natureza e da sociedade” (Ibid., p. 2). Este conceito de ciência estende a necessidade de abordar o conhecimento científico considerando o seu desenvolvimento histórico e associado aos processos sociais.

Entretanto o DCN segue os documentos oficiais anteriores ao não explicitar o que entende por contextualização e assim levar o leitor a considerar contextualização reduzida aos aspectos de apresentação dos conteúdos associados a situações do cotidiano do aluno ou as aplicações em outras disciplinas. Com base no exposto, buscaremos propor uma definição sobre a ação de contextualizar fundamentada principalmente nas ideias apresentadas pela Professora Guiomar Namó de Mello (MELLO, 2012), enriquecidas com as contribuições trazidas pela teoria sociocultural.

---

<sup>17</sup> Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2002).

<sup>18</sup> Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006)

<sup>19</sup> Resolução publicada no Diário Oficial da União em 31 de janeiro de 2012.



## 5.1 O CONCEITO DE CONTEXTO E CONTEXTUALIZAÇÃO

As concepções socioculturais da aprendizagem defendem que aprender consiste em introduzir o aluno em determinadas culturas por meio da construção de significados (interpretações pessoais), significados estes desenvolvidos e compartilhados por diferentes grupos sociais. Esta concepção modifica a visão da contextualização, como limitada a inserir contextos em problemas e a conteúdos, bem como utilizar materiais de apoios familiares aos alunos, estendendo-a para processos coletivos onde não se considera a motivação do indivíduo apenas como algo seu, específico, mas como algo inserido em processos socioculturais. Estes são passíveis de serem partilhados e vivenciados em comum, em que o sentido pessoal é negociado, dando a sua participação pessoal e se modificando pela influência dos demais.

Sob esta ótica, adquirem uma maior importância os contextos que favoreçam os alunos a vivenciarem experiências interativas realizadas em grupos, influenciando e sendo influenciados. Com isso, torna-se necessário considerar nos processos de contextualização não somente as motivações e os conhecimentos individuais, mas também processos interativos que sejam eficientes para que haja a sociabilização do conhecimento dominado por parte de seus membros, promovendo o seu compartilhamento.

O contexto de uma atividade é definido como sendo “as circunstâncias que estão presentes ou influenciam no processo de realização da atividade”, enquanto a ideia de contextualizar para Mello (2012) é desenvolvida a partir do seu significado etimológico. A autora afirma que:

“se pensarmos a informação ou o conhecimento como uma referência ou parte de um texto maior, podemos entender o sentido da **contextualização**: (re)enraizar o conhecimento ao ‘texto’ original do qual foi extraído ou a qualquer outro contexto que lhe empreste significado” (MELLO, 2012, p. 8).

Esta visão de contextualização reúne aspectos também presentes na perspectiva da aprendizagem como construção de significado, sendo este significado referendado por um grupo sociocultural. A inserção do indivíduo na forma de pensar, de agir de um determinado grupo será mais eficiente se houver associação entre os conhecimentos trazidos pelo indivíduo e os sancionados pela cultura almejada, sendo estes mais acessíveis por meio de atividades realizadas em um contexto (circunstâncias segundo as



quais a atividade é realizada) e por processos (procedimentos segundo os quais se realiza a atividade) relacionados às vivências do aprendiz, bem como a sua história.

Entretanto, deve-se alertar para a necessidade de superar o processo de contextualização como consistindo em trazer para as salas de aula situações-problema vivenciados pelos alunos no seu cotidiano e resolvê-los dentro da perspectiva dos conceitos científicos, pois estas soluções não levam em conta outros aspectos, aspectos estes que estão além da conjuntura mental desenvolvida a partir do cotidiano. Dessa forma, se apela para o conhecimento do cotidiano trazido pelo aluno como um elemento motivador, mas, ao mesmo tempo, se promove a sua negação pelos conhecimentos científicos.

Diante disso, consideramos como atividades contextualizadas aquelas que levam em consideração conhecimentos sobre:

- i. A realidade cotidiana vivenciada pelo aluno;
- ii. A sociedade onde o aluno está inserido;
- iii. As circunstâncias de produção/desenvolvimento do conhecimento;
- iv. As circunstâncias socioculturais a partir das quais se processam as atividades de mediação visando à construção de significado.

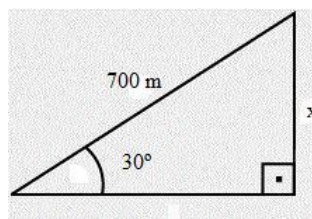
Para um melhor entendimento do exposto, a seguir, apresentamos um exemplo de contextualização na resolução de problemas convencionais envolvendo trigonometria de três maneiras distintas, com o objetivo de mostrar na Forma 1, um enunciado reduzido a uma descrição escrita Matemática; na Forma 2 um enunciado com uma descrição escrita acompanhada de uma figura que serve de apoio e finalmente na Forma 3, a descrição escrita do mesmo problema matemático dentro de um contexto do mundo real passível de ter sido vivenciado pessoalmente pelo aluno, simulado ou transmitido por um colega mais experiente.

**Forma 01:** Considere um triângulo retângulo cuja hipotenusa vale **700 m**. Admitindo que um dos ângulos do triângulo seja de **30°**, determine o comprimento do cateto oposto a este lado. Dado:  $\text{sen } 30^\circ = 1/2$ .

Nesta situação, percebemos que a resolução do exercício será efetuada apenas pelos aprendizes que possuem um grau elevado de entendimento sobre as relações trigonométricas (neste caso, o seno). Além disso, esta conjuntura dificulta o entendimento de outros alunos – menos familiarizados com o assunto – uma vez que

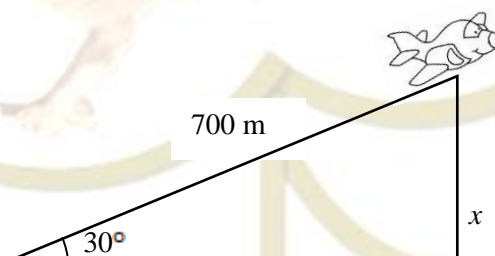
não oferece meios para a mobilização dos conhecimentos prévios presentes em suas mentes.

**Forma 02:** Considerando o triângulo retângulo ao lado, determine o valor de  $x$ . Dado:



Neste caso, a inserção do contexto figurativo aumenta o público capaz de solucionar o problema. Este contingente compreende os alunos que possuem a facilidade em lidar com a representação geométrica e, assim, serem capazes de resolver a atividade – através da interação com colegas mais experientes ou com o professor –, além daqueles que já detêm o conhecimento sobre o seno.

**Forma 03:** Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de  $30^\circ$ . Após percorrer  $700$  metros, qual a altura que ele se encontra do solo? Observe o esquema.



Este último modelo supera o anterior, por conseguir remeter o contexto figurativo a uma situação do (ou pelo menos próxima ao) cotidiano do educando. Desse modo, um maior grupo de alunos pode atribuir significado ao problema, imaginar a situação proposta e assim ter maiores possibilidades de resolver o problema.

Observe que se os educandos interagirem entre si, dada uma determinada situação, esta pode se tornar significativa para aqueles que não têm familiaridade com a mesma, desde que colegas mais experientes que tenham conhecimentos anteriores sobre a questão em pauta, possam por meio de processos interativos servir de mediadores. Assim, nos processos de contextualização deve se levar em conta situações interativas que permitam a circulação de conhecimentos, estendendo a todos os conhecimentos

dominados por membros do grupo.

## 5.2 MODELAGEM E CONTEXTUALIZAÇÃO

A Modelagem Matemática ao abordar temas ligados à realidade do aluno oportuniza que este, trabalhando em grupo com os colegas para levantar dados e informações, interagindo nos processos de discussões para montagem do modelo e de verificação se o mesmo é adequado para resolver problemas, enseja situações didáticas onde pode ocorrer processos de contextualização seja por 1) Trabalhar problemas ligados a realidade cotidiana vivenciada pelo aluno; 2) Considerar problemas da sociedade onde o aluno está inserido e 3) Propiciar momentos de interações a partir das quais se processam as atividades de mediação visando à construção de significado.

Nesta direção, os processos de Modelagem Matemática constituem um ambiente de aprendizagem ideal para se aplicar as cinco estratégias recomendadas por Wiliam (2007) e utilizadas por Michelly (2002) no seu trabalho de mestrado que põem em prática o recomendado no item 3, anterior: 1) clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; 2) desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidências de aprendizagem; 3) fornecer feedback que mova os alunos para a frente; 4) levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais; e 5) ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos.

Assim, a medida que o professor vai desenvolvendo os processos de Modelagem, vai também analisando a aprendizagem do aluno e a sua capacidade de utilizar os conhecimentos matemáticos para entender e agir sobre a realidade.

## CAPITULO 6

### POLÍTICAS PÚBLICAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Alexandre José da Silva

#### INTRODUÇÃO

O sistema educacional é regido por uma série de normas e sofrem as consequências de políticas públicas entre as quais estão envolvidos fatores históricos, culturais e econômicos da sociedade contemporânea.

Para melhor compreendermos o funcionamento desse sistema, frente às influências políticas, propomos realizar colaborativamente um estudo sobre os programas educacionais, os instrumentos legais e regulamentos sobre as políticas públicas de avaliação vigentes no País. Dentre estes, destacamos o Plano de Desenvolvimento da Educação, o Plano de Metas Compromisso Todos Pela Educação e as Matrizes de Referência da Educação Básica.

Com isso, esperamos contribuir para desenvolver conhecimentos condizentes com as necessidades formativas dos professores, com os objetivos e as metas previstos na legislação educacional e as demandas da sociedade atual.

Portanto, com o interesse de atender e colaborar com estes imperativos legais, o Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática da UEPB (GPECOM/UEPB) procurou desenvolver nesta parte do curso uma abordagem sobre as políticas públicas de avaliação vigentes no País, para refletirmos sobre o papel do professor frente a estas políticas. Nesta direção, realizaremos este estudo de forma colaborativa com você professor da educação básica para discutir sobre os mecanismos propostos pelo sistema de avaliação básica da educação brasileira e assim provocar reflexões sobre o compromisso de todos diante deste processo e de seus alcances e limites quanto a sua influencia na qualidade da educação básica.

## 6.1 HISTÓRIA DAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

### 6.1.1 Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)

As discussões iniciais sobre a importância de se implantar um sistema de avaliação em larga escala, no Brasil, aconteceram no período entre 1985 e 1986. Na época, estava em curso o Projeto Edurural, um programa financiado com recursos do Banco Mundial e voltado para as escolas da área rural do nordeste brasileiro. Com o objetivo de se ter um instrumento que pudesse medir a eficácia das medidas adotadas durante a sua execução, estudou-se a elaboração de uma pesquisa que avaliasse o desempenho dos alunos que estavam frequentando as escolas beneficiadas pelo Projeto e compará-lo com o dos alunos não beneficiados. A partir dessa experiência, em 1988, o MEC instituiu o Saep, Sistema de Avaliação da Educação Primária que, com as alterações da Constituição de 1988, passa a chamar-se Saeb, Sistema de Avaliação da Educação Básica. O objetivo do MEC era oferecer subsídios para a formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas, contribuindo, dessa maneira, para a melhoria da qualidade do ensino brasileiro. A primeira avaliação ocorreu em 1990.

A partir de 1992, decidiu-se que a aplicação da avaliação ficaria por conta do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Inep.

O segundo ciclo da avaliação ocorreu em 1993 e, desde então, ininterruptamente, a cada dois anos, um novo ciclo acontece.

Ao longo dos anos, a avaliação vem sendo aprimorada, sendo que importantes inovações aconteceram no período entre 1995 e 2001.

Em 1995, foi incorporada uma nova metodologia estatística conhecida como Teoria de Resposta ao Item, TRI, que tem permitido, entre outras coisas, a comparabilidade dos diversos ciclos de avaliação. Nesse ano e nos subsequentes, foi avaliada uma amostra representativa dos alunos matriculados nas 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do ensino fundamental e na 3<sup>a</sup> série do ensino médio. Como os resultados referiam-se a uma amostra do total de alunos, estes, desde então, estão sendo divulgados por rede de ensino com agregação nacional, regional e estadual, não permitindo levantar resultados nem por escolas nem por municípios.

Em 1997, foram desenvolvidas as Matrizes de Referência com a descrição das



competências e habilidades que os alunos deveriam dominar em cada série avaliada, permitindo uma maior precisão técnica tanto na construção dos itens do teste, como na análise dos resultados da avaliação. A construção dessas matrizes, como não poderia deixar de ser, não foi feita de maneira arbitrária. Foi realizada uma consulta nacional sobre os conteúdos praticados nas escolas de ensino fundamental e médio, incorporando a análise de professores, pesquisadores e especialistas sobre a produção científica em cada área que seria objeto de avaliação escolar e utilizando como referência as secretarias de educação estaduais e das capitais que apresentaram ao Inep os currículos que estavam sendo praticados em suas escolas.

Em 2001, em seu sexto ciclo, as Matrizes de Referência foram atualizadas em razão da ampla disseminação, pelo MEC, dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Para essa atualização, foi feita uma ampla consulta, repetindo-se o procedimento usado em 1997. Foram consultados cerca de 500 professores de 12 estados da Federação, com representação de todas as regiões do país, com o objetivo de comparar as Matrizes de Referência existentes e o currículo utilizado pelos sistemas estaduais com os PCN's.

Em 2005, paralelamente à avaliação do Saeb, foi realizada outra avaliação, essa de natureza quase censitária, o que permitiria a divulgação dos resultados por municípios e por escolas, ampliando as possibilidades de análise dos resultados da avaliação. Nasce assim, a Prova Brasil, que utiliza os mesmos procedimentos utilizados pelo Saeb.

## 6.2 PLANO DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO – PDE<sup>20</sup>

O Plano de Desenvolvimento da Educação foi lançado em abril de 2007 simultaneamente a promulgação do decreto 6.094 que dispõe do Plano de Metas Compromisso Todos Pela Educação. Este é, com efeito, o carro-chefe do plano. Além deste, o PDE agrega mais 29 ações do MEC. Na verdade o PDE é um conjunto de programas de desenvolvimento criados pelo MEC que incidem sobre os mais variados

---

<sup>20</sup> Texto montado a partir da “Matriz de Referência” do INEP (2011) e do artigo “O Plano de Desenvolvimento da Educação: Análise do Projeto do MEC” de Dermeval Saviani (2007).

aspectos da educação em níveis e modalidades, buscando uma educação equitativa e de boa qualidade. O plano é organizado em torno de quatro eixos: educação básica; educação superior; educação profissional e alfabetização.

O Quadro 1 apresenta as ações do Plano de Desenvolvimento da Educação em suas diferentes modalidades:

**Quadro 1** – Ações do Plano de Desenvolvimento da Educação

Modalidades	Ações
Níveis escolares de caráter global	FUNDEB
	Planos de Metas
	Piso do Magistério
	Formação
	Transporte Escolar
	Luz para Todos
	Saúde nas Escolas
	Guia de Tecnologias
	Censo pela Internet
	Mais Educação
	Coleção Educadores
	Inclusão Digital
	Pós-Doutorado
	Fuga de Cérebros
	Professor Equivalente
Educação Superior	

	FIES – PROUNI
Níveis escolares de caráter específicos	Proinfância
	Provinha Brasil
	Programa Dinheiro na Escola
	Gosto de Ler
	Biblioteca na Escola
Jovens e Adultos	Brasil Alfabetizado
Educação Especial	Sala de Recursos Multifuncionais
	Olhar Brasil
	Programa de Acompanhamento das Pessoas com Deficiências
Educação e Tecnologia e Formação Profissional	Educação Profissional
	Novos Recursos públicos
	Cidades-Pólo
	Estágio

O Plano de Metas estabelece um conjunto de diretrizes para que a União, estados e municípios, em regime de colaboração, conjuguem esforços para superar a extrema desigualdade de oportunidades existentes no país. O Plano tem por objetivo criar condições para que cada brasileiro tenha acesso a uma educação de qualidade e seja capaz de atuar crítica e reflexivamente no contexto em que se insere, como cidadão consciente de seu papel num mundo cada vez mais globalizado.

No que tange à educação básica, as metas do PDE contribuem para que as escolas e Secretarias de Educação possam viabilizar o atendimento de qualidade aos



alunos. Isso, porque, para conseguirmos atingir as metas traçadas para a educação brasileira, é necessário, em primeiro lugar, que as iniciativas do MEC possam beneficiar as crianças na sala de aula.

De um ponto de vista técnico, o PDE se apoia em dados estatísticos referentes ao funcionamento das redes escolares de educação básica e em instrumentos de avaliação construídos a partir de indicadores do aproveitamento dos alunos e expressos nas provas aplicadas regularmente sob a coordenação do INEP, a partir dos quais foi elaborado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). IDEB pretende ser o termômetro da qualidade da educação básica em todos os estados, municípios e escolas no Brasil, combinando dois indicadores: fluxo escola (passagem dos alunos pelas séries sem repetir, avaliado pelo Programa Educacenso) e desempenho dos estudantes (avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática).

É esse índice que se constitui no recurso técnico por excelência para monitorar a implementação do PDE, definir e redefinir as metas, orientar e reorientar as ações programadas e avaliar os resultados, etapa por etapa, em todo o período de operação do plano, que se estenderá até o ano de 2022. É por meio do IDEB que são identificadas quais as redes de ensino e as escolas que apresentam maiores fragilidades no desempenho escolar e que, por isso mesmo, necessitam de maior atenção e apoio financeiro e de gestão.

O IDEB é um dos eixos do PDE que permite realizar uma transparente prestação de contas para a sociedade de como está a educação em nossas escolas. Assim, a avaliação passa a ser a primeira ação concreta para se aderir às metas do Compromisso e receber o apoio técnico/financeiro do MEC, para que a educação brasileira dê um salto de qualidade.

No que se refere ao aspecto técnico, deve-se reconhecer que o IDEB representa um avanço importante, ao combinar os dados relativos ao rendimento dos alunos com os dados da evasão e repetência e ao possibilitar aferir, por um padrão comum em âmbito nacional, os resultados da aprendizagem de cada aluno, em cada escola. É acertada, também, a iniciativa

de construir um processo sistemático e continuado de assistência técnica aos municípios como apoio e condição para incentivos financeiros adicionais. No que diz respeito ao aspecto financeiro, é forçoso reconhecer que o FUNDEB representa considerável avanço em relação ao seu antecessor, o FUNDEF, ao promover a ampliação do raio de ação abrangendo toda a educação básica, não apenas no que se refere aos níveis, mas

também quanto às modalidades de ensino. Para Saviani (2007) o apoio técnico e o financeiro são os pilares do PDE.

Contudo, para ter êxito, o PDE não depende apenas da base infraestrutural. Para ser posto em operação ele vai depender, fundamentalmente, dos recursos humanos, entre os quais avulta a questão dos professores. Pode-se, pois, considerar que o terceiro pilar de sustentação do PDE é o magistério. Quanto a esse aspecto, é consenso o reconhecimento de que há dois requisitos fundamentais que devem ser preenchidos: as condições de trabalho e de salário e a formação. E se não tivermos professores bem formados, as metas da educação básica não poderão ser atingidas. Portanto, sem uma forte ampliação do financiamento público ao ensino superior, a busca de melhoria da qualidade da educação básica terá dificuldades de chegar a resultados significativos.

Em relação à avaliação da educação básica brasileira, evidenciou-se a necessidade de se apreender e analisar toda a diversidade e especificidades das escolas brasileiras. Em razão disso foi criada a avaliação denominada Prova Brasil que possibilita retratar a realidade de cada escola, em cada município. Tal como acontece com os testes do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), os da Prova Brasil avaliam competências construídas e habilidades desenvolvidas e detectam dificuldades da aprendizagem. No caso da Prova Brasil, o resultado, quase censitário, amplia a gama de informações que subsidiarão a adoção de medidas que superem as deficiências detectadas em cada escola avaliada.

Os resultados do Saeb e da Prova Brasil (2005/2007) mostraram, com mais clareza e objetividade, o desempenho dos alunos da educação básica, o que permite uma análise com vistas a possíveis mudanças das políticas públicas sobre educação e de paradigmas utilizados nas escolas brasileiras de ensino fundamental e médio.

Estima-se envolver docentes gestores e demais profissionais da educação nessa campanha de valorização e conhecimento do que são Saeb e Prova Brasil, de constituição desse instrumento cognitivo de avaliação, de sua aplicação e de sua importância para o alcance das metas propostas pelo IDEB. Espera-se, assim, contribuir para que o professor, os demais profissionais da área de educação e a sociedade, como um todo, possam conhecer os pressupostos teóricos que embasam essas avaliações, exemplos de itens que constituem seus testes, associados a uma análise pedagógica de itens baseada no resultado do desempenho dos alunos.

Para isso, a matriz de referência da educação básica apresenta-se como um

importante subsídio teórico para possibilitar ao professor conhecer e fazer uma reflexão sobre a prática do ensino da leitura (Língua Portuguesa) e da resolução de problemas significativos (Matemática) em sala de aula, cujos resultados refletem na aprendizagem de todas as áreas do conhecimento trabalhadas na escola.

Os resultados do Saeb e da Prova Brasil são importantes, pois contribuem para dimensionar os problemas da educação básica brasileira e orientar a formulação, a implementação e a avaliação de políticas públicas educacionais que conduzam à formação de uma escola de qualidade.

Acreditamos, pois, que o professor, possa fazer desses instrumentos de avaliação, meios para refletir, sobre sua prática escolar e sobre o processo de construção do conhecimento dos alunos frente às políticas públicas educacionais, considerando-se a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das habilidades necessárias para o alcance das competências exigidas na educação básica.

### 6.3 AVALIAÇÕES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio Teixeira” (Inep) é uma autarquia federal vinculada ao MEC responsável para promover avaliações e realizar levantamentos estatísticos em algumas etapas da educação básica. Como parte integrante da estrutura organizacional do Inep, a Diretoria de Avaliação da Educação Básica (Daeb) tem sob sua responsabilidade as seguintes avaliações:

#### 6.3.1 Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)

O Pisa é um programa de avaliação internacional padronizada, desenvolvido conjuntamente pelos países participantes da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), aplicada a alunos de 15 anos. Além dos países da OCDE, alguns outros são convidados a participar da avaliação, como é o caso do Brasil. O Pisa, cujas avaliações são realizadas a cada três anos, abrange as áreas de Linguagem, Matemática e Ciências.

### **6.3.2 Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)**

O Enem é um exame individual, de caráter voluntário, oferecido anualmente aos estudantes que estão concluindo ou que já concluíram o ensino médio em Anos anteriores. Seu objetivo principal é possibilitar uma referência para auto avaliação do(a) participante, a partir das competências e habilidades que o estruturam, com vistas à continuidade de sua formação e à sua inserção no mundo do trabalho.

### **6.3.3 Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA)**

Constitui-se em uma avaliação para aferição de competências, habilidades e saberes adquiridos em processo escolar ou extra-escolar de jovens e adultos que não tiveram acesso aos estudos ou não puderam continuá-los na idade própria.

### **6.3.4 Provinha Brasil**

A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica do nível de alfabetização das crianças matriculadas no 2º ano de escolarização das escolas públicas brasileiras. Essa avaliação acontece em duas etapas, uma no início e a outra ao término do ano letivo. Tem como objetivos: avaliar o nível de alfabetização dos educandos; oferecer às redes de ensino um diagnóstico da qualidade da alfabetização e colaborar para a melhoria da qualidade de ensino e redução das desigualdades educacionais em consonância com as metas e políticas estabelecidas pelas diretrizes da educação nacional.

### **6.3.5 O Saeb – Aneb e Anresc (Prova Brasil)**

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é composto por duas

avaliações complementares a Aneb e a Anresc (Prova Brasil). A avaliação denominada Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb - abrange de maneira amostral os estudantes das redes públicas e privadas do país, matriculados no 5º e 9º ano do ensino fundamental, e também do 3º ano do ensino médio, a segunda é denominada de Avaliação Nacional do Rendimento Escolar-Anresc (Prova Brasil)- é aplicada censitariamente, ou seja, a todos os alunos de 5º e 9º ano do ensino fundamental público realizado a cada dois anos, avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas. Tem como os objetivos: contribuir para a melhoria da qualidade do ensino, redução de desigualdades e democratização da gestão do ensino público; buscar o desenvolvimento de uma cultura avaliativa que estimule o controle social sobre os processos e resultados do ensino. Dessas avaliações e com a realização do senso escolar constitui-se o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

De acordo com (MALLMAN & EYNG, 2008), desde a divulgação desse índice, em 2007, pelo MEC, as políticas de avaliação começaram a ter maior evidência nas escolas públicas.

Para identificar quais são as redes de ensino público e as escolas que apresentam maiores fragilidades no desempenho escolar e que, por isso mesmo, necessitam de maior atenção e apoio financeiro e de gestão, o PDE utiliza o IDEB, o qual funciona como termômetro para aferir sobre a qualidade da educação básica em todos os estados, municípios e escolas do Brasil, combinando dois indicadores: fluxo escolar (passagem dos alunos pelas séries sem repetir, avaliado pelo Programa Educacenso) e desempenho dos estudantes (avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática).

O IDEB é expresso em valores de 0 a 10, sendo calculado a partir da seguinte fórmula (FERNANDES, 2007):

$$IDEB_{ji} = N_{ji} P_{ji}$$

Em que,

i= ano do exame (SAEB e Prova Brasil) e do Censo Escolar;

$N_{ji}$  = média da proficiência em Língua Portuguesa e Matemática, padronizada para um indicador entre 0 e 10, dos alunos da idade j, obtida em determinada edição do



exame realizado ao final da etapa de ensino;

$P_{ji}$  = indicador de rendimento baseado na taxa de aprovação da etapa de ensino dos alunos da unidade  $j.i$

É importante que se possa considerar o IDEB não apenas como resultado de produto, infundindo dessa forma que os processos educativos não são importantes. Sendo assim, os indicadores de resultados representam apenas uma das dimensões da qualidade da educação que devemos buscar, e o IDEB representa uma contribuição nesse particular (OLIVEIRA & ARAUJO, 2005; OLIVEIRA, 2006). Uma discussão conceitual acerca das propriedades do indicador sugere que ele incentiva as unidades escolares a operarem com baixas taxas de reprovação, a não ser que repetências tenham um forte impacto positivo no aprendizado dos alunos.

#### 6.4 MATRIZES DE REFERÊNCIA DO SAEB

De acordo com os pressupostos teóricos que norteiam os instrumentos de avaliação, a Matriz de Referência é o referencial curricular do que será avaliado em cada disciplina e série, informando as competências e habilidades esperadas dos alunos.

É importante ressaltar que as matrizes de referência não engloba todo o currículo escolar. É feito um recorte com base no que é possível aferir por meio do tipo de instrumento de medida utilizado na Prova Brasil. Essas matrizes têm por referência os PCN e foram construídas a partir de consultas realizadas aos currículos propostos pelas Secretarias Estaduais e por algumas redes municipais.

As Matrizes são, portanto, a referência para elaboração dos itens da Prova Brasil. Item é a denominação adotada para as questões que compõe a prova.

##### 6.4.1 Competências e Habilidades

###### Competências

Para a elaboração dos itens do Saeb e da Prova Brasil, buscou-se uma associação entre os conteúdos da aprendizagem e as competências utilizadas no processo de construção do conhecimento.

No documento “Saeb 2001: Novas Perspectivas” (2002) define-se competência, na perspectiva de Perrenoud, como sendo a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles”.

Para enfrentar uma situação, geralmente, colocam-se em ação vários recursos cognitivos. Para Perrenoud, “quase toda ação mobiliza alguns conhecimentos, algumas vezes elementares e esparsos, outras vezes complexos e organizados em rede”.

Assim, as competências cognitivas podem ser entendidas com as diferentes modalidades estruturais da inteligência que compreendem determinadas operações que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos físicos, conceitos, situações, fenômenos e pessoas.

### Habilidades

Ainda no mesmo documento, é mencionado que habilidades referem-se, especificamente, ao plano objetivo e prático do saber fazer e decorrem, diretamente, das competências já adquiridas e que se transformam em habilidades.

Cada matriz de referência apresenta tópicos ou temas com descritores que indicam as habilidades de Língua Portuguesa e Matemática a serem avaliadas.

O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades.

#### **6.4.2 Os descritores:**

- Indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos;
- Constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação.

#### **6.4.3 O que se avalia em Matemática e por que se avalia**

A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o foco Resolução de Problemas. Essa opção traz implícita a

convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

A Matriz de Referência de Matemática, diferentemente do que se espera de um currículo, não traz orientações ou sugestões de como trabalhar em sala de aula. Além disso, não menciona certas habilidades e competências que, embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Em outras palavras, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb e da Prova Brasil não avalia todos os conteúdos que devem ser trabalhados pela escola no decorrer dos períodos avaliados. Sob esse aspecto, parece também ser evidente que o desempenho dos alunos em uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as habilidades e competências desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Desse modo, a Matriz não envolve habilidades relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Um exemplo: o conteúdo “utilizar procedimentos de cálculo mental”, que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apesar de indicar uma importante capacidade que deve ser desenvolvida ao longo de todo o Ensino Fundamental, não tem, nessa Matriz, um descritor correspondente.

Assim, a partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos.

As matrizes de Matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ter sido desenvolvida nessa fase de ensino. Esses descritores são agrupados por temas que relacionam um conjunto de objetivos educacionais. Os quais estão indicados abaixo:



#### 6.4.4 Tema I: Espaço e Forma

Descritores	9º Ano
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	<b>D1</b>
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.	<b>D2</b>
Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.	<b>D3</b>
Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.	<b>D4</b>
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	<b>D5</b>
Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.	<b>D6</b>
Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.	<b>D7</b>
Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).	<b>D8</b>
Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas	<b>D9</b>
Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.	<b>D10</b>
Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	<b>D11</b>

#### 6.4.5 Tema II: Grandezas e Medidas

Descritores	9º Ano
Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	<b>D12</b>
Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	<b>D13</b>
Resolver problema envolvendo noções de volume.	<b>D14</b>

Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	<b>D15</b>
--	------------

#### 6.4.6 Tema III: Números e Operações/Álgebra e Funções

<b>Descritores</b>	<b>9º Ano</b>
Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.	<b>D16</b>
Identificar a localização de números racionais na reta numérica.	<b>D17</b>
Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	<b>D18</b>
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	<b>D19</b>
Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)	<b>D20</b>
Reconhecer as diferentes representações de um número racional	<b>D21</b>
Identifica fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	<b>D22</b>
Identificar frações equivalentes.	<b>D23</b>
Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos.	<b>D24</b>
Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)	<b>D25</b>
Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	<b>D26</b>
Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.	<b>D27</b>
Resolver problema que envolva porcentagem.	<b>D28</b>
Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.	<b>D29</b>
Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.	<b>D30</b>

Resolver problema que envolva equação do 2.º grau.	<b>D31</b>
Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).	<b>D32</b>
Identificar uma equação ou inequação do 1.º grau que expressa um problema.	<b>D33</b>
Identificar um sistema de equações do 1.º grau que expressa um problema.	<b>D34</b>
Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1.º grau.	<b>D35</b>

Grupo de Pesquisa em Ensino  
Contextualizado de Matemática

#### 6.4.7 Tema IV: Tratamento da Informação

<b>Descritores</b>	<b>9º Ano</b>
Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	<b>D36</b>
Associa informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.	<b>D37</b>

Universidade Estadual da Paraíba

## CAPITULO 7

### MODELAGEM E OS DESCRITORES DO IDEB

Alexandre José da Silva

Erick Macêdo de Carvalho

#### INTRODUÇÃO

Neste tópico procuraremos estabelecer uma relação entre a Modelagem e os descritores do IDEB. Certamente, você professor, já deve ter realizado os estudos sobre Modelagem e sobre as políticas públicas de avaliação nacional, como também, feito às atividades propostas no ambiente on-line, referentes a esses dois temas do curso.

No entanto, considerando os pressupostos teóricos e os exemplos práticos do uso da Modelagem, como também, o estudo aos instrumentos legais sobre políticas públicas, abordados presencialmente e/ou no ambiente Moodle até o presente, procuramos apresentar uma ligação entre esses temas, sobre a perspectiva de que há entre eles pontos especiais de convergência, que justificam os nossos interesses em debruçar-se sobre tais questões.

Como vimos, ao longo de nossos estudos, a Modelagem Matemática no ensino corresponde a uma metodologia que pode trazer significativas contribuições à aprendizagem de Matemática, tanto na construção de conceitos, de procedimentos e de atitudes, bem como no desenvolvimento da habilidade de desenvolver modelos. Com efeito, acreditamos que essa metodologia favorece ao aluno o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias a construção do conhecimento matemático. Entretanto, vimos também que, tais competências e habilidades são indicadas pelos descritores educacionais como objetivos que os alunos precisam atingir sobre determinados conteúdos até o final de cada nível de escolar.

Sendo assim, elaboramos um quadro que procura mostrar situações ocorridas durante uma intervenção sobre a ótica da Modelagem (tomamos como base os exemplos apresentados anteriormente), como condições favoráveis para atingir um determinado descritor. Deve-se destacar que o uso da Modelagem Matemática ao abordar a resolução de problemas práticos em sala de aula vai além das habilidades e competências

desenvolvidas pela resolução de problemas. O quadro abaixo delinea algumas dessas situações com uma possível relação com os descritores do IDEB (9º Ano), observadas nos exemplos apresentados anteriormente sobre diferentes temas, no decorrer deste curso.

<b>EMBALAGENS</b>	
<b>Situação didático-metodológica verificada no ambiente de modelagem.</b>	<b>Favorece ao aluno alcançar o descritor</b>
Os alunos abrem e desmontam as caixas, encontrando sua forma planificada ou, ainda, de posse das medidas das caixas, fazem um esboço (modelo) das caixas abertas, como uma representação bidimensional.	D2 e D12
Solucionar a questão sobre a quantidade de papel necessário para produzir cada caixa pode estar associado à idéia de conhecer a área (superfície) que compõe a caixa.	D13
Os alunos poderão comprovar a capacidade de 1 litro das duas embalagens, realizando a experiência de encher uma delas com algum líquido ou mesmo com areia e, depois, despejar o conteúdo na outra, de modo a verificar que as capacidades realmente coincidem.	D14

<b>PLANTA BAIXA DE UMA CASA</b>	
<b>Situação didático-metodológica verificada no ambiente de modelagem.</b>	<b>Favorece ao aluno alcançar o descritor</b>
Na planta baixa, devem ser indicadas as portas e as janelas (aberturas). A abertura descrita pela porta nos sugere a ideia de semirreta girando em torno do ponto O, sem sair do plano - folha do papel. Este movimento chama-se rotação. A parte do plano descrita por uma semirreta em rotação é chamada ângulo.	D6
Como pode ser representado no plano, o desenho descrito por uma porta giratória? Porta giratória pode ser representada na planta baixa por uma circunferência ou um círculo.	D11
Como são as formas dos interiores e dos objetos de uma casa representados na planta baixa? As formas de interiores de uma planta	

baixa de uma casa, em geral, são quadriláteros.	D4
---	----

<b>RESERVATÓRIO D'ÁGUA E SISTEMA DE MEDIDAS DE VOLUME, CAPACIDADE E MASSA</b>	
<b>Situação didático-metodológica verificada no ambiente de modelagem.</b>	<b>Favorece ao aluno alcançar o descritor</b>
Fazer inicialmente o desenho de reticulado, de tal forma que pareça estar formado por uma coleção de cubos de uma unidade de lado.	D14
Ao fazer a mesma identificação com as demais unidades, pode-se verificar que cada unidade de volume é 1000 vezes maior que a imediatamente inferior.	D15
Registrar em tabela as medidas de comprimento, largura, altura e de diversos objetos e, em seguida, calcular os volumes e massas dos respectivos objetos.	D14 e D36



## CAPITULO 8

### BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Érick Macêdo Carvalho

#### INTRODUÇÃO

Na literatura da Educação Matemática encontramos diversos pesquisadores que estão publicando artigos, revistas e periódicos, de forma a expandir para professores e alunos experiências e ideias no campo da Modelagem Matemática. A seguir são descritas algumas destas publicações e de sites que contém uma gama de material na área.

#### 8.1 LIVROS

**Autores:** ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina

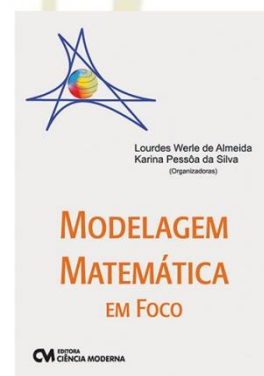
Alessandra Pessoa

**Título:** Modelagem Matemática em Foco

**Editora:** Ciência Moderna

**Ano:** 2014

**ISBN:** 9788539905331



**Autores:** BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A.D.;

ARAÚJO, J. L.

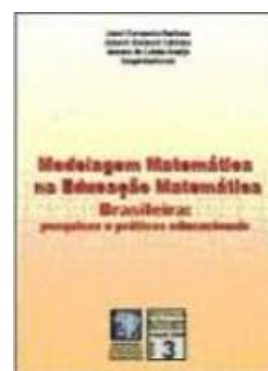
**Título:** Modelagem Matemática na Educação Matemática

Brasileira: pesquisa e práticas educacionais

**Editora:** SBEM

**Local:** Recife

**Ano:** 2007

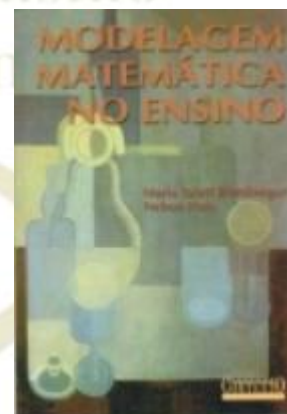




**Autores:** BASSANEZI, Rodney Carlos  
**Título:** Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia  
**Editora:** Contexto  
**Local:** São Paulo  
**Ano:** 2002  
**ISBN:** 8572442073



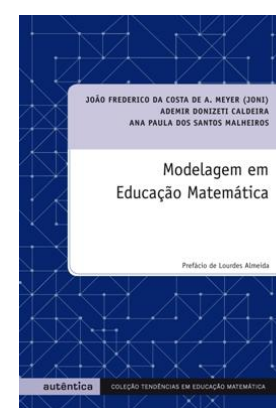
**Autores:** BIEMBENGUT, Maria Salett e HEIN, Nelson  
**Título:** Modelagem Matemática no ensino  
**Editora:** Contexto  
**Local:** São Paulo  
**Ano:** 2005  
**ISBN:** 8572441360



**Autores:** ALMEIDA, Lourdes Werle, VERTUAN, Rodolfo Eduardo e SILVA, Karina Pessoa.  
**Título:** Modelagem Matemática na Educação Básica  
**Editora:** Contexto  
**Local:** São Paulo  
**Ano:** 2012  
**ISBN:** 9788572446976



**Autores:** MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo  
 CALDEIRA, Ademir Donizeti e MALHEIROS, Ana Paula dos Santos.  
**Título:** Modelagem em Educação Matemática  
**Editora:** Autêntica  
**Local:** Belo Horizonte



**Ano:** 2011

**ISBN:** 9788575265901

**Autores:** BIEMBENGUT, Maria Salett  
**Título:** Modelagem Matemática & Implicações  
 no Ensino-Aprendizagem de Matemática

**Editora:** Edifurb

**Local:** Blumenau

**Ano:** 2004

**ISBN:** 8571141533



**Autores:** BLUM, Werner; GALBRAITH, Peter L.;  
 HENN, Hans-wolfgang; NISS, Mogens

**Título:** Modelling and Applications in Mathematics  
 Education: The 14th ICMI Study

**Editora:** Springer

**Ano:** 2007

**ISBN:** 0387298207



## 8.2 SITES

- Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino  
<http://www.furb.br/cremm/portugues/index.php>
- Grupo de Pesquisa sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática  
<http://www.uel.br/grupo-pesquisa/grupemat/integrantes.html>
- Sociedade Brasileira de Educação Matemática  
<http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/>

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Brazilian research on modeling in mathematics education**. In: *ZDM Mathematics Education*. Março, 2010. p. 337 – 348.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**: 8. ed. 2005. Editora SBM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino- aprendizagem com Modelagem Matemática**: Uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BEAN, Dale. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, n. 9, ano 8. p.49 – 57, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edfurb, 2004.

BRASIL. MEC. **Plano Nacional de Educação – PNE**. Disponível em: <http://www.mec.gov.br>. Acessado em 07/06/2012.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. Resolução nº 2, de 30 de Janeiro de 2012. Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. **Diário Oficial [da] União**, Brasília, DF, 31 jan. 2012. Seção 1, p. 20.

CAPISTRANO, prof. Roberto. EPDM – V Encontro Paraibano de Educação Matemática – UEPB, 2008. 214

**Decreto nº 6.094**, de 24 de abril de 2007. Disponível em: [http://planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2007-2010/2007/decreto/D6094.htm](http://planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/decreto/D6094.htm). Acessado em 10/02/2012.

FLEMMING, D. M. **Cálculo A**: Funções, limite, derivação, integração. São Paulo: 6. ed. Pearson Prentice Hall, 2006.

GAERTNER, R. **Modelação Matemática no 3º Grau – uma estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática no curso de administração de empresa**. Blumenau, 1994. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional de Blumenau.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Completa**. 2. ed. renovada. São Paulo: FTD, 2005.

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/>

<http://sites.google.com/site/oficinageogebra/home>

<http://sites.google.com/sites/cursocie>

**INEP/MEC.** Disponível em: <http://portalideb.inep.gov.br> Acessado em 20/06/2011.  
**Lei 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República.

LESH, R. e ZAWOJEWS, k. **Problem solving and modeling.** Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, NCTM, 2007 Editado por Frank K. Lester Jr – p. 763-804.

LOPES, A. C. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e a submissão ao mundo produtivo: O caso do conceito de contextualização. In: **Educação e Sociedade.** v. 23, n. 80, Campinas: set. 2002, p. 386-400.

MARQUES, M. C. A. **Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1º grau:** Contribuições da produção escrita. 2012. 116 f. Dissertação (mestrado) em andamento – Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

MELLO, G. N. de. **Transposição didática, interdisciplinaridade e contextualização.** Disponível em < <http://www.namodemello.com.br/outros.html>>. Acesso em: 30 jul. 2012.

MEC. **Matrizes de Referência do Ensino Fundamental.** MEC. SEB. Inep. Brasília, 2011.

MEC. **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF, 2002.

\_\_\_\_\_. **Orientações curriculares educacionais para o Ensino Médio.** Brasília, DF, 2006.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.** Brasília, DF, 2000.

MOURA, C. A. S. e CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática: uma alternativa de ensino na perspectiva da educação matemática.** In: Encontro de Produção Científica e Tecnológica, Campo Mourão, Paraná, (2011).

**Parecer ao projeto de lei 8.035/2010.** Disponível em: [www.cedes.unicamp.br/Parecer-PL.pdf](http://www.cedes.unicamp.br/Parecer-PL.pdf). Acessado em 03/08/2012.

PROGRAMA DE VERÃO. Departamento de Matemática – UFPR, 2009.

RIBEIRO, F. D. **Metodologia do Ensino de Matemática e Física:** Jogos e modelagem na educação Matemática. São Paulo: Ipex, 2008.

RODRIGUES, A. M. **Redimensionando a noção de aprendizagem nas relações entre perfil conceitual e contexto:** Uma abordagem sócio-histórica-cultural. 2009. 141 f.



Dissertação (mestrado) – Instituto de Física, Faculdade de Educação, Instituto de Química e Instituto de Biociências. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

SAVIANI, D. **O plano de desenvolvimento da educação**: Análise do projeto do MEC. Campinas, vol. 28, n. 100 - Especial, out. 2007. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>. Acessado em: 15/05/2012.

SWETZ, F. Quando e como podemos usar Modelação? **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 23, 3º trimestre, 1992.

SWOKOWSKI, E. W. 1926. **Cálculo com Geometria Analítica**. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

**Todos Pela Educação divulga análise da versão aprovada do PNE**. Disponível em: <http://www.todospelaeducacao.org.br/>. Acessado em 03/07/2012.

TORTOLA, E.; REZENDE, V.; SANTOS, T. S. Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: O custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º Ano). In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA. Campo Mourão: FECILCAM/NUPEM, 2009.

WILIAM, D. Keeping learning on track. Classroom Assessment and the regulation of learning. Second Handbook of research on mathematics teaching and learning, 2007.