

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA MESTRADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA AMBIENTAL (MCTA)

VARIAÇÕES NAS MARÉS ATMOSFÉRICAS E NOS VENTOS METEÓRICOS OBSERVADOS EM SÃO JOÃO DO CARIRI-PB E EM CACHOEIRA PAULISTA-SP

Campina Grande, Paraíba 2010

FABRÍCIO BATISTA BORGES

VARIAÇÕES NAS MARÉS ATMOSFÉRICAS E NOS VENTOS METEÓRICOS OBSERVADOS EM SÃO JOÃO DO CARIRI-PB E EM CACHOEIRA PAULISTA-SP

Dissertação apresentada ao Mestrado de Ciência e Tecnologia Ambiental da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Lourivaldo Mota Lima

Campina Grande, Paraíba. 2010 É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na sua forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

B732v	Borges, Fabrício Batista. Variações nas marés atmosféricas e nos ventos meteóricos observados em São João do Cariri-PB e em Cachoeira Paulista- SP [manuscrito] / Fabrício Batista Borges. – 2010. 79 f. : il. color.
	Digitado Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia Ambiental), Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, 2010.
	"Orientação: Prof. Dr. Lourivaldo Mota Lima, Departamento de Física".
	1 Geofísica. 2. Marés Atmosféricas. 3. Ventos. 4. Radar Meteórico. I. Título.
	22. ed. CDD 550

FABRÍCIO BATISTA BORGES

VARIAÇÕES NAS MARÉS ATMOSFÉRICAS NOS VENTOS METEÓRICOS OBSERVADOS EM SÃO JOÃO DO CARIRI-PB E EM CACHOEIRA PAULISTA-SP

Dissertação apresentada ao Mestrado em Ciência e Tecnologia Ambiental da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Lourivaldo Mota Lima

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Lourivaldo Mota Lima Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

Orientador

Prof.: Dr. Valderi Duarte Leite Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

Examinador

Aller

Prof.: Dr. Amauri Fragoso de Medeiros Universidade Federal de Campina Grande - UFCG Examinador

Campina Grande, Paraíba, 27 de abril de 2010

DEDICATÓRIA

A todas as pessoas que, tornaram mais especial a realização deste sonho, colaborando para que cada dia um pouco mais desse objetivo fosse alcançado. Quero deixar meu reconhecimento a todos que não pouparam esforços. A DEUS, que me estendeu sua mão nos momentos em que tudo parecia não ter solução e esteve ao meu lado sempre. A minha esposa Tamara pelo companheirismo e carinho encontrado dia-a-dia demonstrando todo seu amor. Ao meu filho Gabriel, o anjo colocado em minha vida para que pudesse superar todos os obstáculos. À minha mãe Marleide que sempre esteve ao meu lado para que eu não abandonasse a busca do meu ideal, fazendo do meu sonho também parte do seu. Aos meus irmãos Wagner e Fabiana pelo carinho e presença em todos os momentos. Ao professor orientador e amigo Lourivaldo pela compreensão e apoio. Ao professor Edvaldo pelo grande incentivo e apoio, aos professores Jean, Ricardo Camello e Elialdo, a professora Morgana pelo apoio nas horas que mais precisei. Aos meus amigos do grupo física da atmosfera que demonstraram em pequenos gestos o valor da verdadeira amizade.

AGRADECIMENTOS

Meus mais sinceros agradecimentos aos professores Dr. Lourivaldo Mota Lima e ao Ms. Edvaldo de Oliveira Alves (Mará) pelo encorajamento, orientação, supervisão e ensinamentos durante essa jornada científica e suas opiniões construtivas.
À Universidade Estadual da Paraíba que, através do programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologia Ambiental, permitiu a realização deste mestrado. Ao Prof. Dr. Jean Spinelly, pela agradável convivência e constante incentivo.
A minha amável esposa Tamara Borges pela paciência e compreensão neste trabalho de pesquisa.
Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram e tornaram possível a

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuiram e tornaram possível a elaboração deste trabalho.

EPÍGRAFE

"Há pessoas que desejam saber só por saber, e isso é curiosidade; outras, para alcançarem fama, e isso é vaidade; outras, para enriquecerem com a sua ciência, e isso é um negócio torpe; outras, para serem edificadas, e isso é prudência; outras, para edificarem os outros, e isso é caridade."

RESUMO

Medidas de vento meteóricos obtidos em São João do Cariri-PB e Cachoeira Paulista-SP Brasil, realizadas durante o período compreendido entre agosto de 2004 a julho de 2006, foram usadas para investigar as variações nas marés atmosféricas e nos ventos meteóricos na região da mesopausa equatorial e de baixas latitudes do hemisfério sul. Os resultados obtidos para os ventos médios foram comparados com os modelos HWM-93 e HWM-07 (Horizontal Neutral Wind Model) e os resultados das marés atmosféricas com GSWM-02 (Global Scale Wave Model). A partir da análise destes dados, foi possível observar que os ventos médios, assim como as oscilações diurnas, apresentaram variação temporal e em função da altura, tanto para a componente zonal como para a meridional para ambas as localidades investigadas. Os ventos médios na direção zonal para região de S. J. do Cariri mostram uma estrutura que é caracterizada por uma oscilação semi-anual, apresentando um escoamento para oeste na maior parte do tempo, semelhante com o modelo HWM-07. Já o vento médio zonal verificado na região de C. Paulista é predominante para leste com variação semi-anual entre 80 e 90 km e anual nas altitudes acima, semelhante em alguns aspectos com os modelos HWM-93 e -07. O escoamento médio na direção meridional apresenta amplitudes menores do que as do zonal e oscilação anual para ambas as localidades, a qual é semelhante com o modelo HWM-93, porém o modelo HWM-07 não reproduz o comportamento observado. As amplitudes da maré diurna para a componente meridional mostraram variação semi-anual com máximos de até 65 m/s em fevereiro-abril e agosto-setembro. Comprimentos de onda vertical para a componente meridional foram estimados entre 21,2 e 27,5 km para S. J. do Cariri, menores do que as observadas pelo modelo GSWM-02, enquanto que para C. Paulista os comprimentos de onda assumiram valores entre 24 e 31,9 km, próximos aos previstos, porém maiores do que os de Cariri.

Palavras-chave: Marés atmosféricas; Ventos; Radar Meteórico; Mesosfera Superior, Dinâmica da Alta Atmosfera.

ABSTRACT

Meteor wind measurements obtained from São João do Cariri-PB and Cachoeira Paulista SP, Brazil, obtained during the period from August 2004 to July 2006 were used to examine variations in atmospheric tides and winds in the mesopause region of the equatorial and low latitudes in the southern hemisphere. The results for the mean wind were compared with the HWM-93 and HWM-07 models (Horizontal neutral wind model) and the results of atmospheric tides with GSWM-02 model (Global Scale Wave Model). From the analysis of these data it was observed that the mean wind, as well as diurnal fluctuations, showed temporal and in altitude variations for both the zonal and to the south for both the localities investigated. Mean zonal winds for the region of the S. J. do Cariri show a structure that is characterized by a semi-annual oscillation, with a flow westward most of the time, in accordance with HWM-07 model. The mean zonal wind at C. Paulista is eastward in the most time and presents a semi-annual variation in the 80-90 km altitude range and an annual variation in the altitudes above, in which some aspects are in accordance with HWM-93 and -07 models. The amplitudes of the mean meridional winds were weaker than zonal and present an annual variation for both sites, which are in accordance with HWM-93 model, however the HWM-07 do not reproduce the observed behavior. The meridional diurnal tide amplitudes showed semi-annual variation with maximum of the up to 65 m/s during February-April and August-September. The vertical wavelength estimated reached values between 21.2 and 27.5 km at S. J. do Cariri, smaller than the GSWM-02, whereas to C. Paulista the vertical wavelength were determined between 24 and 31.9 km, near of the GSWM-02 model, but more than the diurnal tide meridional wavelength for Cariri.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	12
INTRODUÇÃO	16
CAPÍTULO 1	16
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
Estrutura Básica da Atmosfera	16
1.1 - Propagações de Ondas na Atmosfera	19
1.2 - Ventos Médios	20
1.3 - Ondas Planetárias	21
1.4 - Ondas de Gravidade	21
1.5 - Ondas Equatoriais	23
1.6 – Marés Atmosféricas	24
CAPÍTULO 2	25
Marés Atmosféricas	25
2.1 - Aspectos Históricos	25
2.2 – Teoria clássica das marés atmosféricas	27
2.3 – A função excitação	
2.4 – Solução para as marés migrantes	40
2.5 – Maré solar migrante diurna	42
2.6 – Geração das Marés	44
2.7 - Características da Maré Diurna	44
2.8 – Observações de marés atmosféricas	45
2.9 – Relações entre as variações das marés e as mudanças climáticas	48
CAPÍTULO 3	50
DESCRIÇÃO DOS MODELOS	50
3.1 - O modelo HWM	50
3.2 - O Modelo GSWM	51
3.3 – O modelo de Forbes (1982)	53
CAPÍTULO 4	55
MATERIAL E MÉTODOS	55
4.1 – Radar Meteórico	55

4.2 - Trilha Meteórica como Traçador de Ventos	56
4.3 – Radar Interferométrico SKiYMET	56
4.4 – Software e Hardware do Sistema SKiYMET	57
4.5 – Funcionamento do Radar SKiYMET	60
4.6 – Procedimentos metodológicos	61
4.6.1 – Determinação do comprimento de onda vertical da maré diurna	62
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	64
5.1 - Ventos médios: componente zonal	64
5.1.2 - Ventos médios: componente meridional	68
5.2 – Amplitude e fase da maré diurna	72
5.2.1 - Amplitudes e fases da maré diurna mensal para as componentes zonal	l e meridional
observada em São João do Cariri-PB	73
5.2.2 - Amplitudes e fases da maré diurna mensal para a componente zonal	e meridional
observada em São João do Cariri-PB e comparada com o modelo GSWM-02	76
5.2.3 - Amplitudes e fases da maré diurna mensal para as componentes zonal	l e meridional
observadas em Cachoeira Paulista-SP	78
5.2.4 - Amplitudes e fases da maré diurna mensal para a componente zonal	e meridional
observada em Cachoeira Paulista-SP e comparada com o modelo GSWM-02	80
5.2.3 - Comparação entre amplitudes e fases da maré diurna zonal e meridiona	l em São João
do Cariri-PB e Cachoeira Paulista-SP	82
5.2.4 – Comprimentos de onda verticais da maré diurna	84
CONCLUSÕES	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92

Lista de Figuras

FIGURA 1.1 – PERFIL VERTICAL ANUAL MÉDIO DA TEMPERATURA E DA PRESSÃO EM 5 °S, E
NOMENCLATURA DAS CAMADAS ATMOSFÉRICAS. OS VALORES FORAM TOMADOS DO
MODELO CIRA-86 (THE COSPAR INTERNATIONAL REFERENCE ATMOSPHERE)
FIGURA 2.1 – $\mathcal{E}_n^{\sigma,s} = \beta_n^{\sigma,s}$ VERSUS <i>F</i> PARA DIVERSOS <i>N</i> : (A) S = 1, (B) <i>S</i> =233
FIGURA 2.2 - COMPRIMENTO DE ONDA VERTICAL PARA CADA MODO (S,N). (A) MARÉ
DIURNA, (B) MARÉ SEMIDIURNA
FIGURA 2.3 - (A) DISTRIBUIÇÃO VERTICAL DA EXCITAÇÃO TÉRMICA DEVIDO AO VAPOR
D'ÁGUA (V1) E OZÔNIO (V2); (B) DISTRIBUIÇÃO LATITUDINAL DO VAPOR D'ÁGUA (H1) E
OZÔNIO (H2)
FIGURA 2.4 - FUNÇÕES NORMALIZADAS PARA A MARÉ SOLAR DIURNA. (A): FUNÇÕES DE
HOUGH; (B) FUNÇÃO DE EXPANSÃO DO VENTO ZONAL; (C) FUNÇÃO DE EXPANSÃO DO
VENTO MERIDIONAL
FIGURA 2.5 - FUNÇÕES NORMALIZADAS PARA A MARÉ SOLAR SEMIDIURNA. (A): FUNÇÕES
DE HOUGH; (B) FUNÇÃO DE EXPANSÃO DO VENTO ZONAL; (C) FUNÇÃO DE EXPANSÃO DO
VENTO MERIDIONAL
FIGURA 2.6 – AMPLITUDE E FASE DA MARÉ SOLAR DIURNA PARA A COMPONENTE V EM
VÁRIAS LATITUDES
FIGURA 4.1 – LOCALIZAÇÃO DOS INSTRUMENTOS CUJAS OBSERVAÇÕES FORAM
UTILIZADAS NESSA PESQUISA. SÃO JOÃO DO CARIRI-PB (7,4°S, 36,5°O) E CACHOEIRA
PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)55
PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)
PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)
 PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)
PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)
PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)55FIGURA 4.2 -TRAÇO IONIZADO DEIXADO PELA PENETRAÇÃO DE UM METEORÓIDE NA ATMOSFERA TERRESTRE.56FIGURA 4.3 -DETECÇÃO EM TEMPO REAL DE METEOROS, NA TELA DO COMPUTADOR.58FIGURA 4.4 -DIAGRAMA MOSTRANDO A INTERAÇÃO ENTRE E DENTRO DOS VÁRIOS COMPONENTES DE HARDWARE E SOFTWARE DO SISTEMA.59FIGURA 4.5 -ARRANJO DAS CINCO ANTENAS RECEPTORAS DO RADAR SKIYMET.AS ANTENAS EM FORMA DE CRUZ ASSIMÉTRICA ESTÃO SEPARADAS POR 2,0 λ E 2,5 λ AO LONGO DOS EIXOS HORIZONTAL E VERTICAL, ONDE A É COMPRIMENTO DE ONDA DO RADAR (~8,5M).60FIGURA 4.6 -VENTOS MERIDIONAIS HORÁRIOS OBTIDOS ATRAVÉS DO RADAR
 PAULISTA-SP (22,7 S, 45,0 O)

FIGURA 5.2 – SEÇÃO TRANSVERSAL EM ALTURA E TEMPO DA COMPONENTE ZONAL DOS VENTOS PARA (A) SÃO JOÃO DO CARIRI OBSERVADOS ENTRE AGOSTO DE 2004 ATÉ

Lista de Tabelas

Tabela (2.1) – Nomenclatura dos modos de propagação de máres	39
Tabela (4.1) – Especificações do radar meteórico do INPE/OLAP	59
Tabela (5.1) - Comprimentos de onda verticais da maré diurna para região de São Joã	o do
Cariri-PB	88
Tabela (5.2) - Comprimentos de onda verticais da maré diurna para região de Cacho	seira
Paulista-SP	89

INTRODUÇÃO

O ciclo diurno de isolação solar se constitui na principal forçante para variação no sistema do clima terrestre, o qual responde a esta forçante de várias formas. A região da mesopausa (em torno de 80-100 km) dá lugar a vários fenômenos peculiares (como é o caso das baixas temperaturas, camada metálica, turbulência devido à quebra de ondas atmosféricas, etc.), fato este que tem conduzido aos investigadores focalizarem seus interesses na estrutura transiente e nas perturbações, características desta região, ao estudarem a dinâmica da atmosfera média e superior.

As perturbações de marés atmosféricas (oscilações cujos períodos são harmônicos do dia solar) se constituem no principal movimento de larga escala na região da mesopausa.

Nas altitudes entre 80 e 100 km, as marés atmosféricas atingem grandes amplitudes e ocorre quase ininterruptamente ao longo do tempo, de modo que desempenham um papel importante na dinâmica desta região. Portanto, para o entendimento das características básicas da estrutura dos campos de vento na mesopausa, merece atenção os estudos das marés e suas variações.

A região próxima da mesopausa é caracterizada por comportar uma variedade de oscilações periódicas de diferentes escalas de tempo, que estão sendo superpostas nos ventos médios. Os ventos médios são oscilações de períodos longos, quase estacionários, e que compõem a atmosfera de fundo (vento básico), portanto, o vento médio é a média mensal do vento horário.

O comportamento das marés migrantes, cuja propagação acompanha o movimento do sol, tem sido investigado sob o ponto de vista teórico através do emprego da teoria clássica das marés (CHAPMAN & LINDZEN, 1970) e de modelos mecanicistas (FORBES & VIAL, 1989; HAGAN et al., 1999a, 2001). As marés atmosféricas também têm sido estudas a partir de observações dos ventos da região mesosférica medidos com radares. Observações obtidas a partir de instrumentos a bordo de satélites científicos têm confirmado as estruturas global geral e sazonais das marés que foram observadas via radares (BURRAGE et al., 1995; HAGAN et al., 1999b).

Estudos para comparar as diferenças no comportamento das marés atmosféricas entre diferentes localidades têm sido realizados (VINCENT et al., 1988; TSUDA et al., 1999; LIMA et al., 2006) e mostram diferenças entre os parâmetros observados em hemisférios distintos, bem como aqueles observados em latitudes diferentes no mesmo hemisfério.

As variações sazonais e interanuais referentes às marés atmosféricas têm sido estudadas tanto para baixas latitudes como na região equatorial (VINCENT et al., 1998; TSUDA et al., 1999; BATISTA et al., 2004). No entanto, várias questões permanecem em aberto, os quais merecem atenção melhorar a compreensão dos processos dinâmicos da alta atmosfera.

Com o objetivo de estudar o comportamento da dinâmica dos ventos médios e das marés atmosféricas da região entre 79 e 101 km de altitude, em duas latitudes do território brasileiro, foram utilizadas no presente trabalho medidas obtidas através dos radares meteóricos VHF (Very High Frequency) em São João do Cariri-PB (7,4°S, 36,5°O) e em Cachoeira Paulista (22,7°S, 45°O), no período compreendido entre agosto de 2004 a julho de 2006. Os ventos observados foram comparados com os previstos pelo modelo HWM (Horizontal Wind Model), versões -93 e -07, e os parâmetros das marés atmosféricas diurna obtidos dos ventos foram comparados com os fornecidos pelo modelo GSWM-02 (Global Scale Wave Model). Aspectos dinâmicos dos ventos médios de da maré diurna para as duas latitudes também foram comparados.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Estrutura Básica da Atmosfera

A atmosfera pode ser compreendida como sendo uma camada de gases e partículas suspensas retidos pela ação da gravidade. É principalmente constituída de Nitrogênio (78%), Oxigênio (21%) e Argônio (1%). O vapor d'água é abundante na baixa atmosfera e sua concentração é bastante variável e é controlada pela evaporação e precipitação. Os demais constituintes gasosos compreendem menos do que 1% da atmosfera, entretanto, estes gases desempenham um papel importante no balanço radiativo e nas propriedades químicas da atmosfera terrestre. Através da ação da gravidade, a atmosfera é mantida em torno da Terra, proporcionando a existência de vida em nosso planeta ao desempenhar uma função protetora, e constituir-se num meio com o qual são estabelecidas várias interações por estar em constante movimento tanto em relação à rotação do planeta quanto às mudanças de temperatura e pressão. Quando bruscas, as mudanças atmosféricas têm influência direta sobre o tempo.

Sua estrutura vertical é complexa e de difícil estudo, deste modo, para facilitar a compreensão de suas diversas características à mesma é dividida, de acordo com o comportamento vertical do gradiente de temperatura, as quais são separadas por regiões de transição referidas como pausas. Segundo o perfil de temperatura, as camadas atmosféricas podem ser definidas quando o gradiente vertical de temperatura muda de sinal. A Figura 1 representa a distribuição vertical anual média da temperatura e da pressão atmosférica obtida do modelo **"The COSPAR" International Reference Atmosphere (CIRA-86),** e a identificação das camadas atmosféricas.



FIGURA 1.1 – Perfil vertical anual médio da temperatura e da pressão em 5 °S, e nomenclatura das camadas atmosféricas. Os valores foram tomados do modelo CIRA-86 (The COSPAR International Reference Atmosphere).

Dessa forma, a atmosfera é dividida em: <u>Troposfera, Estratosfera, Mesosfera,</u> <u>Termosfera e Exosfera.</u>

A Camada atmosférica mais próxima da Terra é denominada <u>troposfera</u>, estende-se da superfície até aproximadamente 16 km de altura. Nesta camada a temperatura decresce com a altitude a partir de aproximadamente 290 K à superfície, numa taxa quase constante em torno de 6,5 K/km, até atingir cerca de 220 K em torno de 11 km nas regiões polares, e de 16 km na região equatorial, dependendo da estação do ano. Esta queda de temperatura é resultado da radiação solar que atinge a Terra, que por sua vez aquece o ar acima dela. A absorção da radiação solar direta pela superfície terrestre é o principal processo de aquecimento na troposfera. É nessa camada que ocorrem os fenômenos de interesse meteorológico. Cerca de 80 por cento da massa de toda a atmosfera está contida na troposfera. Numa camada

intermediária entre a troposfera e a estratosfera, fica situada a tropopausa, com uma altura média em torno de 17 km no Equador. A distância da tropopausa em relação ao solo varia conforme as condições climáticas da troposfera, da temperatura do ar, da latitude entre outros fatores. Esta camada tem uma característica isotérmica.

Acima da tropopausa, encontra-se <u>estratosfera</u>, estendendo-se de 18 km a aproximadamente 50 km de altitude exibindo um aumento de temperatura com a altitude, atingindo um máximo em torno de 270 K no nível da estratopausa localizada próxima a 49 km. Nela se encontra a camada de ozônio responsável por absorver grande parcela da radiação ultravioleta solar. Essa absorção de energia faz com que a temperatura, nesta camada, aumente com a altura. A estratosfera tem como limite superior a estratopausa onde está o ponto de inflexão da temperatura, sua temperatura se mantém em torno de 0 °C. Os movimentos de ar nesta região são quase em sua totalidade horizontais, obedecendo aos ventos da estratosfera.

A partir dessa altura, encontra-se a camada da mesosfera, onde a temperatura volta a decrescer até atingir um mínimo em torno de 90 km. O decréscimo da temperatura nesta camada deve-se principalmente a processos radiativos e processos dinâmicos decorrentes dos movimentos ondulatórios e de transferência de momentum. Na mesosfera, as principais fontes de energia são: a absorção da radiação ultravioleta solar pelo ozônio nas bandas de Hartley, entre 242 e 310 nm; a desativação colisional (quenching) do oxigênio atômico no nível 1D, geradas por fotólise do O3 e O2; quantidades significativas de energia são devidas à liberação de energia potencial química da recombinação de três corpos do oxigênio atômico e da reação exotérmica que envolve o hidrogênio (H), e o O3; as interações dinâmicas nas quais ondas de gravidade, marés atmosféricas e ondas planetárias são dissipadas; e o aquecimento e resfriamento devido a movimentos verticais, dentre os quais aqueles relacionados às marés atmosféricas. Já o resfriamento mesosférico decorre dos processos radiativos que envolvem óxido nitroso (NO), O, O3 e do CO2, sendo que este último desempenha um papel dominante. A região de interesse ao nosso estudo compreende a parte mais alta da Mesosfera, acima de 80 km e parte da próxima camada a ser citada, a Termosfera. É conhecida como mesopausa, é nesta região que determina o limite entre uma atmosfera com massa molecular constante de outra onde predomina uma difusão molecular. Situa-se a aproximadamente em 90 km de altitude, é uma região onde existe a temperatura mais baixa na atmosfera, cerca de 80 °C negativos. Devido à quebra das ondas de gravidade, esta região apresenta forte turbulência no vento médio de fundo.

Logo em seguida vem a <u>termosfera.</u> Localizada entre 100 e aproximadamente 400 km de altura. Nesta camada a temperatura aumenta consideravelmente com a altitude. A alta temperatura desta região é decorrente da absorção da radiação solar direta no ultravioleta e no extremo ultravioleta pelo oxigênio atômico. A densidade de moléculas neutras é baixa, o que reduz a freqüência de colisões entre moléculas neutras com íons.

Dentre a grande variedade de processos físicos que ocorrem na atmosfera terrestre, observa-se a mistura quase que constante de gases até cerca de 110 km de altura, nesta faixa predomina a chamada <u>difusão turbulenta</u>. Esta região da atmosfera é chamada <u>homosfera</u>, nela os constituintes predominantes são o oxigênio molecular, nitrogênio molecular e argônio.

Na <u>Heterosfera</u>, camada entre 100 a aproximadamente 400 km, predomina a difusão molecular. Os gases, nesta região, se distribuem de acordo com as suas próprias escalas de altitude, e não há mais a mistura proporcional.

A <u>exosfera</u> é uma camada situada acima de ~400 km até cerca de 1000 km de altura, é a região mais externa da atmosfera, na qual, a densidade é extremamente baixa e a temperatura tende a aumentar até um valor assintoticamente constante, conhecido por temperatura exosférica. As partículas nesta região estão em órbita balísticas e as colisões entre elas são raras.

Apesar de todos estes fatores, existe um aquecimento diferencial em altura, onde a atmosfera está sujeita ao movimento de rotação terrestre, que provoca recebimento diferencial de energia em diferentes pontos da atmosfera. Isto gera perturbações complexas. As principais perturbações de grande escala encontradas na atmosfera são os ventos médios, as ondas planetárias e as marés atmosféricas. As ondas de gravidade, apesar de possuírem menor escala, também são importantes.

1.1 - Propagações de Ondas na Atmosfera

As ondas atmosféricas são oscilações que se propagam com movimentos que podem transferir energia e momento para a atmosfera sem que haja o transporte de matéria, e normalmente ocorrem por desestabilidades encontradas no ar atmosférico a partir de um estado básico, mas esses eventos geralmente só acontecem graças às forças restauradoras, as quais por oposição a esses movimentos comportam oscilações locais e globais nas propriedades dos campos atmosféricos. Matematicamente, numa primeira aproximação, as equações que governam os movimentos ondulatórios podem ser linearizadas com relação às quantidades perturbadas e têm coeficientes que são independentes da posição e do tempo, uma vez que as atividades de ondas que se propagam a partir de uma perturbação inicial podem assumir uma forma complexa.

Na atmosfera da terra, as oscilações são governadas por forças de compressibilidade do ar atmosférico; as quais têm origem devido à diferença entre a força gravitacional e o gradiente de pressão; são as denominadas ondas de gravidade; e aquelas que se originam devido a forças rotacionais são as ondas de escala planetária Rossby. A circulação zonal média é controlada principalmente por ondas atmosféricas que são geradas na baixa atmosfera e se propagam horizontal e verticalmente, sob condições favoráveis, alcançando regiões da alta atmosfera (BEER, 1975; HOLTON, 1992).

1.2 - Ventos Médios

São oscilações de períodos longos, quase estacionários que ocorrem na atmosfera. Estas oscilações são governadas pelo balanço entre a energia solar absorvida na forma de radiação ultravioleta e a energia emitida ao espaço sob a forma de radiação infravermelha. A ultravioleta é dependente da latitude, tendo nas partes mais altas da atmosfera um máximo próximo ao hemisfério de verão e um mínimo próximo ao hemisfério de inverno. Enquanto que a radiação infravermelha, quase não apresenta dependência com relação à latitude. Isto implica em um acúmulo de energia no hemisfério de verão e uma diminuição no hemisfério de inverno. As observações feitas através de radar dos ventos médios na mesosfera superior da região equatorial (VINCENT & LESICAR, 1991; PALO & AVERY, 1993) e de baixas latitudes (FRITTS & ISLER, 1994), verifica-se que o vento zonal médio dirigido para oeste predomina ao longo do ano, exibindo amplitudes maiores de ventos nesta direção, nos meses de março e setembro e na direção para leste nos meses de junho e dezembro. Em geral, os ventos meridionais médios na mesosfera superior exibem amplitudes bem menos acentuadas do que os ventos zonais médios, com um ciclo anual que descreve um escoamento com direção do pólo de verão para o de inverno. A dinâmica na média atmosfera é verificada por meio de observações feitas por meio de radares, sendo confirmada pela configuração da

estrutura global dos ventos inferidos a partir de dados de satélite (LIEBERMAN & RIGGIN, 1997; 1998; McLANDRESS, 1998). Através deste conjunto de observações verifica-se que em médias e altas latitudes, a baixa mesosfera é caracterizada por ventos dirigidos para oeste no hemisfério de verão e ventos dirigidos para leste no hemisfério de inverno.

1.3 - Ondas Planetárias

As ondas de escala planetárias são oscilações de escala global com grande estrutura horizontal, da ordem do diâmetro terrestre, com períodos maiores do que um dia. Embora as origens das ondas planetárias não estejam bem esclarecidas, processos convectivos, instabilidades baroclínicas e barotrópicas, interações não lineares entre marés atmosféricas e ondas de gravidade ou entre modos diferentes de ondas de marés, variações isoladas na topografía, e aquecimento diferencial entre continentes e oceanos têm sido apontadas como principais fontes de ondas planetárias (BEER, 1974). As ondas equatoriais de escala planetária são geradas principalmente por mecanismos que envolvem sistemas convectivos de nuvens na troposfera tropical (HOLTON, 1972). O comportamento dinâmico na média atmosfera, verificado por meio de observações de radares, é confirmado pela configuração da estrutura global dos ventos inferidos a partir de dados de satélites (LIEBERMAM E RIGGIN, 1997, LIEBERMAN et al., 1998).

1.4 - Ondas de Gravidade

As ondas de gravidade são movimentos transversos que se propagam horizontalmente e verticalmente na atmosfera, tendo períodos que vão desde minutos até horas e confina-se em áreas que possuem escala desde quilômetros até milhares de quilômetros, exerce maior influência em larga escala na circulação e na estrutura da atmosfera. Elas também são consideradas, as responsáveis por muitas das variações espaciais em diversas variáveis atmosféricas acima da tropopausa. As fontes de geração das ondas de gravidade incluem fenômenos meteorológicos como as frentes frias, os sistemas convectivos, vento soprando sobre montanhas entre outros. Muitas destas fontes de geração encontram-se na troposfera (MEDEIROS, 2001).

A estratificação da atmosfera é observada, quando uma parcela de ar, é deslocada verticalmente de sua posição natural, há uma atuação de uma força restauradora devido ao balanço entre a força gravitacional e a do gradiente de pressão. As oscilações produtos nos campos atmosféricos são denominadas de flutuabilidade ou ondas de gravidade (HOLTON, 1992), cujas velocidades de propagação são normalmente inferiores as das ondas sonoras. Uma vez que qualquer perturbação que introduza mudança na atmosfera, dentro de uma escala de tempo desde minutos até horas, pode gerar ondas de gravidade.

Na década de 50 as ondas de gravidade passaram a ser investigada por inúmeros pesquisadores através de perfis irregulares dos ventos da alta atmosfera. De acordo com Wrasse (2005), Hines (1960) explicou que tais irregularidades estavam associadas aos modos de propagação de ondas de gravidade internas na atmosfera, cuja origem era o resultado entre a força de gravidade e o gradiente de pressão.

Segundo Wrasse (2005), Hines (1960) apresenta duas teorias para a geração de ondas de gravidade uma delas é que as ondas produzidas na mesosfera terrestre eram provocadas através das parcelas de energia que eram originadas de oscilações de marés atmosféricas, sua outra teoria previa principalmente a geração de ondas de gravidade através do sistema de ventos com origem na região da troposfera ou da estratosfera.

As ondas de gravidade podem ser classificadas de acordo com suas características, como propagantes ou evanescentes. As propagantes se caracterizam por se propagarem tanto na horizontal como na vertical, já as ondas denominadas de evanescentes propagam-se apenas na horizontal.

Quanto à forma de propagação das ondas de gravidade, normalmente se propagam na vertical e de baixo para cima, com amplitude de oscilação crescendo enquanto a densidade atmosférica diminui, caso não haja dissipação da onda. Porém, quando a amplitude se torna muito grande, ocorre quebra da onda e sua energia é transferida para a atmosfera, interferindo nos campos de vento, ocasionando aceleração e turbulência, provocando mudanças nos campos de pressão e temperatura. Estas ondas são reconhecidas como elementos essenciais na compreensão da dinâmica e estrutura da média atmosfera e isto se tornaram evidente na década de 80.

Na alta mesosfera e baixa termosfera, entre 80 e 110 km de altura, estas ondas saturam, transferindo energia e momentum para a atmosfera (MEDEIROS, 2001). Nesta região os processos físico-químicos são particularmente interessantes, pois ocorrem extremos de temperatura, pressão e absorção da radiação solar.

Os estudos da alta mesosfera e baixa termosfera são restringidos pela dificuldade de acesso para medidas "*in-situ*", sendo nesta faixa de altura aonde ocorre à transição entre uma atmosfera praticamente uniforme em termos de composição química e uma atmosfera estratificada conforme o peso molecular de seus constituintes. Quando uma onda passa por uma camada de emissão, ela deixa um registro na intensidade emitida, a qual pode ser, por exemplo, fotografada (MEDEIROS, 2001). A propagação vertical de ondas de gravidade é um tema de interesse, uma vez que tais ondas transportam energia e momento para os níveis baixos da atmosfera, dessa forma produzem flutuações nos campos de ventos e na temperatura das camadas menos densas, cujas magnitudes são várias ordens de grandeza maiores do que aquelas produzidas nas camadas mais densas onde as mesmas são geradas (McLANDRES, 1998).

As fontes de geração das ondas de gravidade na troposfera podem está associadas aos fluxos de ar sobre montanhas, as tempestades convectivas e as atividades frontais. Forbes et al. (1997) utilizaram técnica de sensoriamento remoto para coletar dados através de satélite. Esta técnica permite relacionar a atividade de ondas de gravidade às fortes convecções em regiões tropicais. Medeiros et al. (2004) relacionou fontes de ondas de gravidade observadas em Cachoeira Paulista com as convecções troposférica que ocorrem a oeste da localidade no verão e a sudoeste da localidade durante o inverno.

1.5 - Ondas Equatoriais

Ondas Equatoriais constituem-se numa importante classe de ondas que se propagam para leste e para oeste e que estão aprisionadas em torno do equador, isto é, elas decaem ao afastarem-se meridionalmente da região equatorial. Aquecimento diabático por convecção tropical organizada pode excitar movimentos ondulatórios equatoriais (ALVES, 2007).

As ondas equatoriais possuem extensão que engloba toda a terra, são geradas devidas

principalmente a mecanismos que envolvem sistemas convectivos de nuvens na troposfera tropical (HOLTON, 1972).

A dinâmica da atmosfera equatorial se distingue das demais regiões e os movimentos ondulatórios de larga escala assumem características diferentes daqueles observados em médias e altas latitudes. Na região equatorial existem ondas que combinam algumas características de ondas de gravidade e de ondas de Rossby, sendo a onda de Kelvin e a onda mista de Rossby-gravidade dois importantes exemplos de ondas equatoriais. Uma das características das ondas equatoriais é o fato delas serem confinadas em latitude, ou seja, a propagação destas ondas ocorre ao longo do equador e suas amplitudes decrescem com a latitude. A onda de Kelvin propaga-se para leste e possui estrutura vertical similar a apresentada por uma onda de gravidade que se propaga para leste (LIMA, 2004).

1.6 – Marés Atmosféricas

As marés atmosféricas são variações harmônicas de escola global com períodos de um dia solar ou lunar, podendo ser migrantes, acompanhando o movimento aparente do Sol em torno da Terra ou não migrante, ou seja, não acompanha o movimento do Sol. As marés lunares são aquelas produzidas pela ação gravitacional do Sol ou da Lua, enquanto que as marés solares são produzidas pela ação térmica, ou seja, pela absorção da radiação solar infravermelha através do vapor de água na troposfera e pela absorção da radiação solar ultravioleta através do ozônio na estratosfera. O estudo das marés atmosféricas será tratado com mais detalhes no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

Marés Atmosféricas

Das diversas perturbações periódicas que se encontram presentes na atmosfera terrestre, as Marés Atmosféricas são oscilações de escala global, as quais são produzidas por combinações entre ações gravitacionais da lua sobre a terra e principalmente do sol pela ação térmica, cujos períodos são harmônicos de um dia solar ou lunar, e ainda podem ser migrantes e não migrantes.

Diariamente o sol emana para terra uma enorme quantidade de energia, a qual é responsável pela vida em nosso planeta e assa energia liberada pelo sol também é responsável pelo aquecimento da atmosfera. O aquecimento da atmosfera devido a radiações solares produz um efeito de maré na atmosfera da terra, o qual é muito mais intenso (cerca de 100 vezes) do que o causado pela ação da força gravitacional. As marés solares migrantes acompanham o movimento aparente do sol, e constituem-se no fenômeno dinâmico mais regular e distinto observado na alta mesosfera e baixa termosfera, as quais contribuem para a dinâmica desta região (TSUDA et al., 1999).

2.1 - Aspectos Históricos

O movimento da atmosfera terrestre é decorrente do persistente aquecimento solar (cuja distribuição espacial não é uniforme) e em menor extensão pela atração gravitacional da Lua e do Sol e da atividade solar. Marés são oscilações devidas tanto a forças gravitacionais da Lua ou do Sol como a ação térmica do Sol.

O movimento diário de subidas e descidas do oceano foi associado a influencia da Lua remonta tempos imemoriais. A atração gravitacional do Sol e da Lua causa variações complexas de maré. Devido a sua proximidade, o efeito de maré produzido pela Lua no oceano é cerca de duas vezes maior do que o efeito produzido pela maré solar.

Aristóteles (350 a.C.) foi um dos primeiros a tentar explicar as marés oceânicas ao associar as subidas e descidas do oceano com a posição da Lua. Ao mesmo tempo o navegador grego Pytheas (320 a.C.), em suas viagens pelo oceano Atlântico, observou um

regime semidiurno de subidas e descidas do nível da água do mar, sendo que uma das subidas coincidia com a passagem da Lua. Baseado na concepção Ptolomaica do universo, em 1250 d.C., o frei franciscano Roger Bacon de Oxford, tentou uma solução para ocorrência da segunda maré, quando a Lua encontra-se na face oposta. Ele adotou a concepção de universo em que o Sol, a Lua e os planetas se moviam num espaço entre a esfera de cristal (onde as estrelas se encontravam - *primum mobile*) e a Terra. Ele sugeriu que a Lua emitia raios de atração: aqueles que atingissem a face da Terra, voltada para a Lua, puxava a água provocando a maré alta, enquanto que aqueles que não atingissem a Terra alcançariam à esfera de cristal, das quais algumas eram refletidas atingindo a face oposta da Terra, assim, em relação ao centro da Terra, uma face está sendo puxado em direção da Lua, e o outro lado está sendo puxado na direção contrária.

Isaac Newton deu uma contribuição significativa para o entendimento teórico das marés oceânicas, quando apresentou em *Principia Mathematica* sua noção universal da gravitação e explicou o papel do Sol e da Lua na produção das marés. Ele foi capaz de aplicar sua formulação da lei da atração gravitacional para mostrar porque ocorriam duas marés para cada dia lunar. Newton também fez referência sobre a possibilidade da existência das marés atmosféricas que, segundo ele, seriam muito fracas para serem detectadas experimentalmente. O estudo das marés oceânicas foi retomado no final do séc. XVIII quando Pierre Laplace introduziu a hidrodinâmica de Daniel Bernoulli na teoria de marés em 1774, no seu Tratado sobre a Mecânica Celeste de 1799. Neste livro, Laplace elaborou uma formulação matemática para explicar as marés oceânicas, onde a existência das subidas e descidas do nível da água dependia da presença do corpo forçante que geraria a atração gravitacional (Sol ou Lua) e da profundidade do mar no local. Esta teoria mostrou-se, posteriormente, mais apropriada para explicar as marés na atmosfera do que no oceano, devido às limitações das condições de contornos do mar (CHAPMAN & LINDZEN, 1970).

As primeiras verificações da existência de marés na atmosfera ocorreram no século IXX através de medidas barométricas realizadas nos trópicos, onde o barômetro mostrou uma variação semidiurna marcante, porém com período de meio dia solar, não lunar. A partir de 1825, um estudo mais sistemático foi efetuado, quando Laplace estudou medidas de pressão de várias estações, concluindo que a origem destas marés era térmica, uma vez que o seu período era de meio dia solar. Para tanto, considerou-se que a influência da atração gravitacional do Sol era menor que a influência térmica. Entretanto, a maré atmosférica,

apresentada na forma de uma variação barométrica, possui um ciclo semidiurno, enquanto o seu forçante, o aquecimento solar, possui um ciclo diurno, com um máximo no meio dia. A primeira explicação para este problema foi em 1882. Neste ano, Lord Kelvin, concordando com Laplace sobre a origem térmica das marés atmosféricas, elaboraram a Teoria da Ressonância, na qual propõe que deveriam existir modos livres de oscilação com períodos próximos a 12 horas, visto que os períodos de ressonância são dependentes da estrutura térmica da atmosfera, sendo esta baseada em perfis pouco precisos na época, que permitia a existência de modos de ressonância próximos de 12 horas.

2.2 - Teoria clássica das marés atmosféricas

O estudo dos movimentos ondulatórios numa esfera em rotação tem como base a <u>Teoria de Maré de Laplace</u>. É aplicada considerando-se uma atmosfera esférica estratificada horizontalmente, em equilíbrio hidrostático, e isotérmico, movendo-se com velocidade constante, a qual se estende indefinidamente na vertical. Como as equações do movimento são definidas num referencial esférico em rotação, elas contêm termos que descrevem a aceleração de Coriolis. Como as amplitudes das perturbações das variáveis são pequenas em relação ao estado básico, os termos das equações primitivas que envolvem produtos perturbados podem ser desprezados, ou seja, as equações são então linearizadas conduzindo ao acoplamento de equações que descrevem o estado zonal médio e as perturbações nesta atmosfera básica.

A Teoria Clássica das marés usa as equações básicas da hidrodinâmica, na qual os campos atmosféricos são considerados perturbações linearizadas $f=f_0 + f'$, em que, f_0 são os estados básicos, estacionários, e f' a contribuição das marés. Sendo o fluxo básico $\vec{V_0}$ considerado zero, de modo que T_0 , p_0 , e ρ_0 são independentes da latitude e longitude, dependendo apenas da altitude (z). Os campos básicos p_0 e ρ_0 obedecem à lei da hidrostática: $p_0(z) = p_0 e^{-x}$, $\rho_0 = p_0/gH$, onde T_0 é a distribuição da temperatura básica, $H = RT_0/g$ é a escala de altura e $x = \int_0^z \frac{dz}{H}$ é a altura reduzida. Fazendo $p = p_0 + p_1$, $\rho = \rho_0 + \rho_1$, $T = T_0 + T_1$, $u_0 = v$, $u_\lambda = u$ e $u_z = w$, em que u, v e w é o vento zonal, meridional e vertical, respectivamente. Após as simplificações, obtemos uma série de equações que descrevem os movimentos ondulatórios numa esfera em rotação as quais o sistema de equações básicas linearizadas torna-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - 2\Omega u \cos \theta = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{p_1}{\rho_0} \right)$$
 (momento zonal) (2.1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2\Omega v \cos \theta = -\frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{p_1}{\rho_0} \right)$$
 (momento meridional) (2.2)

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = -g\rho_1 \qquad (\text{equilibrio hidrostático}) \qquad (2.3)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho_1}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} = -\rho_0 \chi \qquad (\text{continuidade}) \qquad (2.4)$$

$$\chi = \nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(v \sin \theta \right) + \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \text{(divergente da velocidade)} \tag{2.5}$$

$$\frac{R}{\gamma - 1}\frac{DT}{Dt} \equiv \frac{R}{\gamma - 1}\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + w\frac{dT_0}{dz}\right) = \frac{gH}{\rho_0}\frac{D\rho}{Dt} + J \qquad (\text{energia})$$
(2.6)

A equação de estado na sua forma linearizada fica:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} + \frac{\rho_1}{\rho_0} \qquad (\text{gases perfeitos}) \qquad (2.7)$$

Combinando as equações (2.6) e (2.7) para eliminar T_1 , tem-se:

$$\frac{Dp}{Dt} = \gamma g H \frac{D\rho}{Dt} + (\gamma - 1)\rho_0 J$$
(2.8)

Em que θ colatitude, p_1 perturbação na pressão, ρ_1 perturbação na densidade, T_1 perturbação na temperatura, c_v calor específico do gás a volume constante, $(\gamma = c_p / c_v = 1, 4)$.

Em meteorologia Dp/Dt é usado como a principal variável dependente (usualmente é denotada por ω); na teoria de marés, é comum usar a quantidade G como uma das variáveis, em vez de p,

$$G = \chi - \frac{\kappa J}{gH} = -\frac{1}{\gamma p_0} \frac{Dp}{Dt}$$
(2.9)

As soluções das oscilações de marés procuradas são periódicas no tempo e longitude, ou seja, podem ser expressas na forma:

$$\{u, v, w, p_1, \rho_1\} = \{u^{\sigma, s}, v^{\sigma, s}, w^{\sigma, s}, p_1^{\sigma, s}, \rho_1^{\sigma, s}\}e^{i(\sigma t + s\phi)}$$
(2.10)

Em que $\sigma = \frac{2\pi}{24}, \frac{2\pi}{12}, \frac{2\pi}{8}, ...$ é a velocidade angular das marés, diurna, semidiurna e terdiurna, respectivamente. $s = \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$ É o número de onda. Valores negativos correspondem à propagação para leste e positivos para oeste.

As derivadas podem ser substituídas por $\partial/\partial t \rightarrow i\sigma$, $\partial/\partial \lambda \rightarrow is$, que substituídas nas equações (2.1) e (2.2), *u* e *v* podem ser resolvidos em termos de p_1 :

$$v^{\sigma,s} = \frac{i\sigma}{4a\Omega^2 \left(f^2 - \cos^2\theta\right)} \left(\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{s\cot\theta}{f}\right) \frac{p_1^{\sigma,s}}{\rho_0}$$
(2.11)

$$u^{\sigma,s} = \frac{-\sigma}{4a\Omega^2 \left(f^2 - \cos^2\theta\right)} \left(\frac{\cos\theta}{f}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{s}{\sin\theta}\right) \frac{p_1^{\sigma,s}}{\rho_0}$$
(2.12)

Em que $f \equiv \sigma/2\Omega$. Os sobrescritos σ , *s* lembram que diferentes soluções são obtidas para cada par σ , *s*. Apesar do fator -i, *u* e *v* não estão obrigatoriamente em quadratura, pois $p_1^{\sigma,s}$ também é complexo e os operadores em θ são diferentes. Aparentemente *u*, $v \rightarrow \infty$ em $f = \pm \cos \theta$, mas pode ser mostrado que isto não ocorre para a solução completa.

Substituindo-se (2.11) e(2.12) em (2.5), obtemos:

$$\chi - \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{i\sigma}{4a^2\Omega^2} F\left(\frac{p_1}{\rho_0}\right)$$
(2.13)

Em que F é o operador em θ

$$F = \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\sin\theta}{f^2 - \cos^2\theta} - \frac{\partial}{\partial\theta} \right) - \frac{1}{f^2 - \cos^2\theta} \left(\frac{s}{f} \frac{f^2 + \cos^2\theta}{f^2 - \cos^2\theta} + \frac{s^2}{\sin^2\theta} \right)$$
(2.14)

As equações (2.13), (2.9), (2.8), (2.4) e (2.3) forma um sistema completo de 5 equações nas variáveis, G, χ , p_1 , $\rho_1 e w$.

Este sistema pode (após desenvolvimento algébrico) ser reduzido a apenas uma equação em G.

$$H\frac{\partial^2 G^{\sigma,s}}{\partial z^2} + \left(\frac{dH}{dz} - 1\right)\frac{\partial G^{\sigma,s}}{\partial z} = \frac{g}{4a^2\Omega^2}F\left\{\left(\frac{dH}{dz} + \kappa\right)G^{\sigma,s} - \frac{\kappa J^{\sigma,s}}{\gamma gH}\right\}$$
(2.15)

A qual pode ser solucionada pelo método de separação de variáveis. Assumindo que $G^{\sigma,s}$ possa ser expandido como

$$G^{\sigma,s} = \sum_{n} L_n^{\sigma,s}(z) \Theta_n^{\sigma,s}(\theta)$$
(2.16)

e que $\left\{\Theta_n^{\sigma,s}(\theta)\right\}_{\forall n}$ seja complexo em $0 \le \theta \le \pi$. Então *J* pode assim ser expandido

$$J^{\sigma,s} = \sum_{n} J_{n}^{\sigma,s}(z) \Theta_{n}^{\sigma,s}(\theta)$$
(2.17)

Substituindo as equações. (2.17) e (2.16) na equação (2.15) temos as equações separadas para $L_n^{\sigma,s}(z) \in \Theta_n^{\sigma,s}(\theta)$:

$$F\left(\Theta_{n}^{\sigma,s}\right) = -\frac{4a^{2}\Omega^{2}}{gh_{n}^{\sigma,s}}\Theta_{n}^{\sigma,s}$$
(2.18)

$$H\frac{d^{2}L_{n}^{\sigma,s}}{dz^{2}} + \left(\frac{dH}{dz} - 1\right)\frac{dL_{n}^{\sigma,s}}{dz} + \frac{1}{L_{n}^{\sigma,s}}\left(\frac{dH}{dz} + \kappa\right)L_{n}^{\sigma,s} = \frac{\kappa}{\gamma gHh_{n}^{\sigma,s}}J_{n}^{\sigma,s}$$
(2.19)

Em que $h_n^{\sigma,s}$ é a constante de separação.

As condições de contorno em $\{\Theta_n\}$ são tais que elas são limitadas nos pólos, ou seja, $\Theta = 0 \text{ em } \theta = 0, \pi \text{ e } \Theta = 0 \text{ ou } d\Theta/d\theta = 0 \text{ em } \theta = \pi/2$. Com estas condições, o operador (2.18) é auto adjunto, ou hermitiano, definindo assim um problema de autofunções e autovalores onde $h_n^{\sigma,s}$ são autovalores e $\Theta_n^{\sigma,s}$ as autofunções.

A equação (2.18) é a mesma equação estudada por Laplace em seu Mécanique Céleste (1799), só que para o estudo dos modos livres de oscilações de um fluido incompressível de profundidade *h* sobre uma esfera. No caso de Laplace *h* é conhecido e os autovalores são as freqüências. Em analogia, os h_n são chamados de "profundidade equivalentes". Já as autofunções Θ são chamadas funções de Hough, em homenagem ao pioneiro a encontrar a solução de (2.18) para alguns casos específicos.

A equação (2.19) é chamada "equação da estrutura vertical". Para cada modo de Hough, isto é, para cada estrutura horizontal e h_n determinados pela equação (2.18), (2.19) terá uma solução única, sujeita às condições de contorno superior e inferior. (2.19) é geralmente expressa na forma canônica, pela mudança de variável

$$x = -\ln\left(\frac{p_0}{p_0(0)}\right)$$
(2.20)

Onde:

$$L_n = e^{x/2} y_n \tag{2.21}$$

Logo (2.19) temos:

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} - \frac{1}{4} \left[1 - \frac{4}{h_n} \left(kH + \frac{dH}{dx} \right) \right] y_n = \frac{\kappa J_n}{\gamma g h_n} e^{-x/2}$$
(2.22)

Os campos de marés podem ser determinados (\vec{V}, ρ, p, T) , seguem-se as seguintes etapas:

Busca dos autovalores de (2.18).

Para $\Theta_n^{\sigma,s}$ finita e regular no intervalo de $0 \le \theta \le \pi$, $\Theta_n^{\sigma,s}$ pode ser expandida em polinômios associados de Legendre:

$$\Theta_n^{\sigma,s} = \sum_{j=s}^{\infty} \Gamma_{j,n}^{\sigma,s} P_{j,s}(\theta)$$
(2.23)

Em 1898, Hough usou esta expansão que evita uma relação de recorrência de 5^{a} ordem, levando a uma de 3^{a} ordem. Hough também definiu duas funções auxiliares:

$$\Theta_{n,1}^{\sigma,s} = \sum_{j=s} \alpha_{j,n}^{\sigma,s} P_{j,s}(\theta)$$
(2.24)

$$\Theta_{n,2}^{\sigma,s} = \sum_{j=s} \beta_{j,n}^{\sigma,s} P_{j,s}(\theta)$$
(2.25)

Onde $\alpha^{'s} \in \beta^{'s}$, tais como Γ , são constantes independentes de *z*, θ , λ mas dependem de *h*. Para evitar singularidades no denominador devido a $(f^2 - \cos^2 \theta)$, $\Theta_n^{\sigma,s}$ é escrita como:

$$\Theta_n^{\sigma,s} = \left(D + \frac{s}{f}\mu\right)\Theta_{n,1}^{\sigma,s} + \frac{s^2}{f^2}\left(f^2 - \mu^2\right)\Theta_{n,2}^{\sigma,s}$$
(2.26)

Onde $\mu = \cos \theta$ e $D = (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu}$.

 $\Theta_{n,1}^{\sigma,s}$ e $\Theta_{n,2}^{\sigma,s}$ podem ser relacionados por:

$$\left(L + \frac{s}{f}\right)\Theta_{n,1}^{\sigma,s} = 2\left(\frac{s}{f}\right)^2 \mu\Theta_{n,2}^{\sigma,s}(\theta)$$
(2.27)

Onde $L = \frac{dD}{d\mu} - \frac{s^2}{1 - \mu^2} = \frac{D^2 - s^2}{1 - \mu^2}$.

A substituição das expansões de $\Theta_{n,1}^{\sigma,s}$ e $\Theta_{n,2}^{\sigma,s}$ em (2.27) fornece:

$$\left\{j\left(j+i\right)-\frac{s}{f}\right\}\alpha_{j,n}^{\sigma,s} = -2\frac{s^2}{f^2}\left\{\frac{j-s}{2j-1}\beta_{j-1,n}^{\sigma,s} + \frac{j+s+1}{j+3}\beta_{j+1,n}^{\sigma,s}\right\}$$
(2.28)

Para s=1, f=1/2 e j=1, têm-se $\beta_{2,n}^{\sigma,1}=0$.

(2.23), (2.26), (2.27) fornecem a relação de recorrência

$$\Gamma_{j,n}^{\sigma,s} = s^2 \beta_{j,n}^{\sigma,s} + \frac{1}{2} \frac{(j-s)\{(j-1)(j-2) + s/f\}}{(2j-1)} \alpha_{j-1,n}^{\sigma,s} + \frac{1}{2} \frac{(j+m+1)\{(j+2)(j+3) + s/f\}}{(2j+3)} \alpha_{j+1,n}^{\sigma,s} (2.29)$$

Substituindo-se (2.26) em F(Θ) de (2.18) e (2.23) em $\frac{4a^2\Omega^2}{gh}\theta$ vem que

$$\frac{s^2}{f^2} \frac{4a^2 \Omega^2}{gh} \Gamma^{\sigma,s}_{j,n} = \left\{ j(j+1) + \frac{m}{f} \right\} \beta^{\sigma,s}_{j,n}$$
(2.30)

Por $\beta_{2,n}^{\sigma,1} = 0$ tem-se $\Gamma_{2,n}^{1,1} = 0$ para h $\neq \infty$.

As equações (2.28), (2.29) e (2.30) formam um sistema homogêneo de equações lineares em $\alpha_{j,n}^{\sigma,s}, \beta_{j,n}^{\sigma,s}, \Gamma_{j,n}^{\sigma,s}$ para cada par de σ , s, para j=s, s+1+...A imposição do det=0 fornece os valores de h_n .

Na prática *j* deve ser finito. *j* é truncado quando os *h*'s não diferem muito para *j* e *j*+1. A relação de dispersão pode ser também colocada em forma de frações continuadas:

$$M_{j=s,s}^{\sigma} - \frac{a_{s,s}}{N_{s+1,s}^{\sigma} - \frac{a_{s+1,s}}{M_{s+2,s}^{\sigma} - \frac{a_{s+2,s}}{N_{s+3,s}^{\sigma} + \dots}}$$
(2.31)

Onde: $M_{j,s}^{\sigma} = f^2 \{ j(j+1) - s/f \} - \frac{ghj^2(j+1)^2}{4a^2\Omega^2}$ $N_{j,s}^{\sigma} = j(j+1) - s/f$ $a_{j,s}^{\sigma} = \frac{j^2(j+2)^2(j-m+1)(j+m+1)}{(2j+1)(2j+3)}; \quad j \ge s$ Na Figura 2.1 são representados os modos de onda em função de $f \in \beta_n^{\sigma,s} = \varepsilon_n^{\sigma,s}$, para os números de onda zonal s = 1 e s = 2, respectivamente, os valores negativos de f correspondem às ondas propagando-se para leste e os positivos, para oeste.



FIGURA 2.1 – $\varepsilon_n^{\sigma,s} = \beta_n^{\sigma,s}$ versus *f* para diversos *n*: (a) s = 1, (b) s=2. FONTE: adaptada de Kato (1980, p.64)

Autofunções.

Os Γ'^{s} podem ser encontrados de (2.28) e (2.30)

$$\frac{\Gamma_{j+2,n}^{\sigma}}{\Gamma_{j,n}^{\sigma}} = \frac{(2j+3)(2j+5)}{j^2(j+1)^2(j+m+1)(j+m+2)} \varepsilon_{j+2,s}^{\sigma} F_{j+1,s}^{\sigma,n}$$
(2.32)

$$\varepsilon_{j,m}^{\sigma,n} = \frac{a_{j-1,s}}{M_{j,s}^{\sigma} - \frac{a_{j,s}}{N_{j+1,s}^{\sigma} - \frac{a_{j+1,s}}{M_{j+2,s}^{\sigma} - \dots}}}$$

$$F_{j,m}^{\sigma,n} = \frac{a_{j-1,s}}{N_{j,s}^{\sigma} - \frac{a_{j,s}}{M_{j+1,s}^{\sigma} - \frac{a_{j+1,s}}{N_{j+2,s}^{\sigma} - \dots}}}$$

Onde tem-se também as relações

$$\varepsilon_{j,s}^{\sigma,n} = \frac{a_{j-1,s}}{M_{j,s}^{\sigma} - F_{j+1,s}^{\sigma}} \quad e \quad F_{j,s}^{\sigma,n} = \frac{a_{j-1,s}}{N_{j,s}^{\sigma} - \varepsilon_{j+1,s}^{\sigma}}$$

Obtidos os Θ_n e h_n pode-se expandir a função de excitação em Θ e então resolver y_n . Para expressar os outros campos das equações (2.13) e (2.19) tem-se que

$$p_1 = \sum_n p_{1,n}(x)\Theta_n(\theta)$$

Onde:

$$p_{1,n} = \frac{p_0(0)}{H(x)} \left[\frac{\gamma h_n}{i\sigma} e^{-x/2} \left(\frac{dy_n}{dx} - \frac{1}{2} y_n \right) \right]$$
(2.33)

Analogamente os outros campos ρ_l , T_l e w

$$\rho_1 = \sum_n \rho_{1,n}(x)\Theta_n(\theta) \qquad T_1 = \sum_n T_{1,n}(x)\Theta_n(\theta) \qquad w_1 = \sum_n w_{1,n}(x)\Theta_n(\theta)$$

Onde:

$$\rho_{1,n} = \frac{p_o(0)}{\left(gH\right)^2} \left\{ \frac{\gamma gh_n}{i\sigma} e^{-x/2} \left[\left(1 + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx}\right) \left(\frac{dy_n}{dx} - \frac{y_n}{2}\right) + \frac{H}{h_n} \left(\kappa + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx}\right) y_n \right] - \frac{\kappa J_n e^{-x}}{i\sigma} \right\} (2.34)$$

$$T_{1,n} = \frac{1}{R} \left\{ -\frac{\gamma g h_n}{i\sigma} e^{-x/2} \left[\left(\frac{\kappa H}{h_n} + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \right) \left(\frac{d}{dx} - \frac{H}{h_n} - \frac{1}{2} \right) \right] y_n - \frac{\kappa J_n}{i\sigma} \right\}$$
(2.35)

$$w_n = \gamma h_n e^{x/2} \left[\frac{dy_n}{dx} + \left(\frac{H}{h_n} - \frac{1}{2} \right) y_n \right]$$
(2.36)

De (2.11), (2.12) e (2.33) segue que

$$v = \sum_{n} v_n(x) V_n(\theta)$$
(2.37)

$$u = \sum_{n} u_n(x) U_n(\theta)$$
(2.38)

Onde $V_n(\theta)$ e $U_n(\theta)$ são funções de θ envolvendo $\frac{d}{d\theta}\Theta_n$.

$$V_n = \frac{1}{f^2 - \cos^2\theta} \left(\frac{d}{d\theta} + \frac{s\cot\theta}{f} \right) \Theta_n$$
(2.39)

$$U_{n} = \frac{1}{f^{2} - \cos^{2}\theta} \left(\frac{\cos\theta}{d} \frac{d}{d\theta} + \frac{s}{sen\theta} \right) \Theta_{n}$$
(2.40)

$$v_n = \frac{\gamma g h_n e^{x/2}}{4a\Omega^2} \left(\frac{dy_n}{dx} - \frac{1}{2} y_n \right)$$
(2.41)

$$u_n = \frac{i\gamma gh_n e^{x/2}}{4a\Omega^2} \left(\frac{dy_n}{dx} - \frac{1}{2}y_n\right)$$
(2.42)

Retornemos à solução de y_n . A equação de segunda ordem exige duas condições de contorno: em x = z = 0 e no topo.

Em x=0 requer-se que w=0, ou em termos de (2.36):

$$\left[\frac{dy_n}{dx} + \left(\frac{H}{h_n} - \frac{1}{2}\right)y_n\right] = 0, \quad x = 0$$
(2.43)

Para a condição superior uma escolha razoável é que a densidade de energia cinética $\frac{1}{2}\rho_0 \vec{V} \cdot \vec{V}$ seja limitada para $z \to \infty$, o que requer que $y_n(x)$ seja limitada para $x \to \infty$. Esta condição, porém, às vezes não é adequada. Por exemplo, por facilidade fazendo-se T(z) = cteem (2.22) tem-se

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4\kappa H}{h_n} \right) y_n = 0$$
 (2.44)

Onde: para z ou x grande está-se longe da fonte $\therefore J_n = 0$.

Se $h_n > 4\kappa H$ então a condição anterior é adequada e equivale a tomar solução da forma e^{-Nx} , onde $N = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\kappa H}{h_n}}$ (taxa de decaimento).

Porém, se $h_n < 4\kappa H$ a solução gerada será

$$y = Ae^{i\lambda x} + Be^{-i\lambda x}, \text{ com } \lambda = \left(\frac{\kappa H}{h_n} - \frac{1}{4}\right)^{1/2}$$
 (2.45)

E a condição anterior não pode ser preenchida. Utiliza-se então a chamada "condição de radiação", que equivale a dizer que a onda está se propagando para longe da fonte. Deve-se

então tomar o termo $e^{i\lambda x}$ que está associado à propagação de energia para cima (fase para baixo).

A Equação (2.45) indica que o comprimento de onda vertical depende da profundidade equivalente, característica de cada modo de propagação, e da escala de altura H. Este comprimento de onda vertical também é variável com a altitude, uma vez que H depende da temperatura T_0 , e esta varia com a altitude. Uma ilustração do que ocorre na Equação (2.45) é mostrada na Figura 2.2, onde os comprimentos de onda verticais de alguns modos de maré diurna e semidiurna, respectivamente, são representados em função da altura.



FIGURA 2.2 - Comprimento de onda vertical para cada modo (s,n). (a) maré diurna, (b) maré semidiurna. FONTE: adaptada de Kato (1980, p.94)

Os comprimentos de onda dos modos positivos da maré diurna e para os modos da maré semidiurna, em geral, são relativamente pequenos, à exceção do modo (2,2) que é excepcionalmente grande, entre 50 e 100 km de altura.

<u>Algumas observações sobre</u> $h_n \in \Theta_n$

A Figura 2.1 mostra que para f < 1 h_n pode ser negativo (como no caso para marés diurnas). A figura também mostra que há duas classes de modos soluções. Alguns desses modos permanecem na ausência de rotação e outros não. Os modos situados à direita são ondas de gravidade (oscilações de 1^a espécie) e os a esquerda são oscilações que desaparecem se $\Omega \rightarrow 0$, ou modos rotacionais (oscilações de 2^a espécie).

Marés são casos especiais da solução geral da Figura 2.1. Para a diurna (s=1 e f=1/2), ver-se que há h_n positivos e negativos, indicando que seus modos podem ser tanto de ondas de