



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

MARCOS EDSON ALVES DE SOUSA

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO
DOS CONCEITOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UMA ATIVIDADE DE
GEOMETRIA**

Campina Grande

2014

MARCOS EDSON ALVES DE SOUSA

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO
DOS CONCEITOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UMA ATIVIDADE DE
GEOMETRIA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

Campina Grande
2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S725m Sousa, Marcos Edson Alves de.

A modelagem matemática no ensino fundamental [manuscrito] : um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria / Marcos Edson Alves de Sousa. - 2014.

235 p. : il. color.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo, Departamento de Matemática".

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Ensino Básico. 4. Geometria. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

MARCOS EDSON ALVES DE SOUSA

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO
DOS CONCEITOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UMA ATIVIDADE DE
GEOMETRIA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como requisito para obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Aprovado em 31 de 03 de 2014.

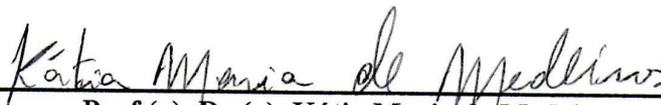
Banca Examinadora



Prof. Dr. Rômulo Maranhão do Rêgo

Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

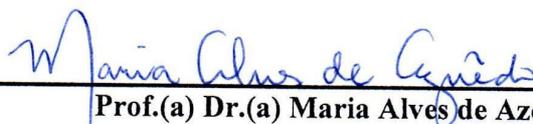
Orientador



Prof.(a). Dr.(a). Kátia Maria de Medeiros

Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

Examinadora Interna



Prof.(a) Dr.(a) Maria Alves de Azerêdo

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Examinador Externo

Dedico este trabalho a minha esposa Luciana Estevam da S Sousa, a meus pais Marconi Edson Alves de Sousa e Maria José de Sousa Alves, bem como aos demais familiares, amigos e colegas de estudo e trabalho, que sempre me serviram de inspiração e me apoiaram nesta jornada. Vocês são o meu maior incentivo pra continuar na busca por aprimorar minha atividade profissional.

AGRADECIMENTOS

Deixo aqui meus agradecimentos a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para que eu pudesse realizar este trabalho.

A Deus por me dar o dom da vida e me abençoar com saúde, sabedoria e perseverança para que eu possa seguir adiante com meu trabalho.

A minha esposa Luciana e meu pequeno filho Michelangelo razões primeiras pelas quais vivo sempre me apoiando nos momentos difíceis e me estimulando a seguir em frente vencendo os obstáculos.

A meus pais Marconi e Maria, que sempre fizeram todos os esforços para me possibilitar a luta por um futuro melhor.

A Universidade Estadual da Paraíba e ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática na pessoa de seus coordenadores Professor Dr. Silvanio de Andrade e Professora Dra. Ana Paula Bispo.

Ao Professor Dr. Jaime Alves Barbosa Sobrinho, ao Professor Dr. Ademir Donizeti Caldeira, pelas importantes contribuições que deram ao trabalho.

A Professora Dra. Kátia Maria de Medeiros e a Professora Dra. Maria Alves de Azerêdo, enquanto examinadoras (interna e externa) por suas contribuições a este trabalho.

Ao Professor Dr. Rômulo Marinho do Rêgo orientador deste trabalho, por suas contribuições e ensinamentos. Agradeço pela grata oportunidade de ter convivido este período com vossa pessoa, pelas orientações que foram muito além do campo teórico e me serviram como conselhos para a vida.

Aos demais professores, graduados, mestres ou doutores que tive ao longo de minha vida estudantil e acadêmica até este momento e que contribuíram para minha formação como cidadão e como profissional, em especial aos mestres com os quais pude conviver nestes anos no programa de mestrado.

Aos amigos de outrora e aqueles com os quais pude ter a grata surpresa de rever durante o mestrado ou conhecer pela primeira vez, em especial, Débora, Ronny, Jefferson, Isaias, Marconi, Erika, Praxedes e Mauricio, pessoas especiais cujo convívio ficará para sempre guardado em minha memória, obrigado pelas discussões, alegrias e ansiedades que dividimos e que nos ajudaram a superar as barreiras e conquistar esta vitória.

Aos amigos Charles, Erick e Alexandre com os quais formamos o grupo de estudos GPECOM e estivemos mais de perto durante o mestrado, na formulação e aplicação do curso

de formação para os professores. Obrigado pelas importantes contribuições que vocês puderam trazer a este trabalho.

A Secretaria de Educação do município de Pocinhos – PB e a direção do Colégio Municipal Padre Galvão, em especial a diretora Cleomeres Alcântara.

Aos colegas professores Ronaldo, Junior, Elielma, Marcos, Edivan, Alexandre, Willame e Leonardo pela disposição em participar do curso, contribuindo para este trabalho e ofertando uma enriquecedora troca de experiências.

Aos demais familiares e amigos (as) com os quais sempre pude contar nos momentos difíceis e compartilhar os momentos de felicidade.

“Ninguém educa ninguém,
ninguém educa a si mesmo, os homens se
educam entre si, mediatizados pelo
mundo.”

PAULO FREIRE

RESUMO

SOUSA, M. E. A. **A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: Um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de geometria.** 2014. Xf. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2014.

Esta pesquisa tem por objetivo analisar a contribuição do processo formativo realizado em um curso sobre Modelagem Matemática, a partir de um material didático desenvolvido pelo grupo de pesquisa GPECOM voltado para a formação de professores quanto a utilização da Modelagem Matemática. Analisamos especificamente como as fases da Modelagem foram mobilizados em sala após a realização do curso. Trata-se de uma observação participante feita com um professor de uma escola pública do município de Pocinhos, abordando conteúdos de Geometria. As atividades de elaboração do curso, encontros com os professores e utilização dos seus conhecimentos em sala de aula do Ensino Fundamental foram realizadas de forma colaborativa envolvendo pesquisadores, professores e alunos do fundamental utilizando o *design* experimental de Lesh e do aporte teórico de Bassanezi, Biembegut e Barbosa, de forma presencial e a distância, abordando questões de Modelagem, envolvendo contextos locais. Especificamente, observamos as fases da Modelagem Matemática utilizadas na intervenção desde o planejamento até a fase de execução das atividades de modelagem, analisando a atuação do professor e a maneira como ele e os alunos trabalharam. Concluímos que das dez fases sugeridas no curso, seis foram desenvolvidas por completo, duas parcialmente e as duas últimas não foram abordadas, indicando a predominância do ensino voltado para a obtenção de uma solução, não trabalhando a adequação e o refinamento da solução obtida.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino Básico. Geometria.

ABSTRACT

SOUSA, M. E. A. **The Mathematical Modeling in Elementary Education: A study of the concepts mobilized by teachers in a geometry activity.** 2014. Xf. Dissertation (Master) – State University of Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2014.

This research aims to analyze the contribution of the training process conducted in a course on mathematical modeling, from an educational material developed by the research group GPECOM facing teacher education as the use of Mathematical Modeling. Analyzed specifically as the phases of modeling were mobilized in room after travel. It is a participant observation with a teacher in a public school in the city of Pocinhos, addressing topics of Geometry. The elaboration of the course activities, meetings with teachers and use their knowledge in the classroom of elementary school room were done collaboratively involving researchers, teachers and students using the basic experimental design Lesh and theoretical contribution of Bassanezi, Biembegut and Barbosa, in person and remotely addressing issues of modeling, involving local contexts. Specifically, we observed the phases of Mathematical Modeling used in intervention from the planning to the implementation phase of modeling activities, analyzing teacher performance and the way he and the students worked. We conclude that the ten stages suggested in the course, six were developed completely, partially two and the last two were not addressed, indicating the predominance of teaching for obtaining a solution, not working the adequacy and the refinement of the solution obtained.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Basic Education. Geometry.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Resolução Tradicional de Problemas X Resolução com Modelagem Matemática	32
FIGURA 2: Modelo Crescimento.....	34
FIGURA 3: Triângulo Didático.....	41
FIGURA 4: Relação entre o "mundo real" e a Modelagem Matemática.....	43
FIGURA 5: Registro da atividade sendo desenvolvida nas arquibancadas.....	91
FIGURA 6: Grupos concluindo a atividade em sala de aula.....	94
FIGURA 7: Cálculos do grupo 1.....	95
FIGURA 8: Cálculos do grupo 1.....	96
FIGURA 9: Cálculos do grupo 2.....	97
FIGURA 10: Cálculos do grupo 3.....	98
FIGURA 11: Cálculos do grupo 4.....	99

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: Idade dos docentes participantes	63
GRÁFICO 2: Quantidade de escolas em que os docentes trabalham	64
GRÁFICO 3: Instituições onde os docentes cursaram ou estão cursando a licenciatura	65
GRÁFICO 4: Relação entre idade, tempo de conclusão do curso e tempo de atuação docente.....	66
GRÁFICO 5: Anos do ensino fundamental e a quantidade de docentes que atuam nestas	65
GRÁFICO 6: Relação entre o nº de turmas e a quantidade de alunos de cada docente	67
GRÁFICO 7: Quantidade de horas semanais dedicadas a atividade docente	68
GRÁFICO 8: Uso do computador nas atividades docentes	69
GRÁFICO 9: Acesso a internet.....	69
GRÁFICO 10: Existência de computadores nas escolas em que atua	71
GRÁFICO 11: Existência de acesso a internet nas escolas em que atua	72
GRÁFICO 12: Existência de laboratórios de informática nas escolas em que atua ...	72
GRÁFICO 13: Oferta de cursos de capacitação nas escolas em atua	73
GRÁFICO 14: Existência de contato com serviços de orientação/coordenação educacional na escola	73
GRÁFICO 15: Frequência de reuniões de orientação/planejamento educacional	74
GRÁFICO 16: Existência de algum tipo de bonificação por parte da escola ofertada ao docente que desenvolve projetos diferenciados.....	74
GRÁFICO 17: Procedência da maior parte do alunado das turmas.....	75
GRÁFICO 18: Recursos usados ou que já tenham sido usados em sala de aula	76
GRÁFICO 19: Dentro da carga horária semanal existe tempo reservado para as atividades extraclasse	77

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: Resolução de problemas tradicional versus Resolução de problemas sobre a ótica da Modelagem	33
TABELA 2: Cronograma do curso abordando Modelagem Matemática.....	58
TABELA 3: Distribuição da carga horária do curso.....	58
TABELA 4: Planejamento para a atividade de Modelagem.....	61
TABELA 5: Motivos alegados para o não uso do laboratório de informática	70
TABELA 6: Motivos alegados para o não uso dos laboratórios de informática para atividades que envolvam conteúdos matemáticos	76
TABELA 7: Materiais outros utilizados em sala de aula.....	77
TABELA 8: Respostas dos docentes a questão 1	82
TABELA 9: Respostas dos docentes a questão 2	84
TABELA 10: Respostas dos docentes a questão 3	86
TABELA 11: Respostas dos docentes a questão 4	87
TABELA 12: Como se deu as fases da Modelagem Matemática na atividade em sala	101

LISTA DE SIGLAS

CCT – Centro de Ciências e Tecnologia

EJA – Educação de Jovens e Adultos

GPECOM – Grupo de Pesquisas em Ensino Contextualizado de Matemática.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IDH - Índice de Desenvolvimento Humano

MECM – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PIB – Produto Interno Bruto.

PISA – Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes)

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

PNUD – Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento.

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 MINHA VIVENCIA COMO PROFESSOR.....	17
1.2 SITUANDO NOSSA PESQUISA.....	19
1.3 O QUE QUEREMOS RESPONDER EM NOSSA PESQUISA.....	21
2 O CURSO ELABORADO PELO GPECOM	25
3 A PROPOSTA DA MODELAGEM E OS PROBLEMAS EDUCACIONAIS DO ENSINO BÁSICO	28
3.1 POSSÍVEIS CAMINHOS PARA O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM POCINHOS.....	33
4 TÓPICOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA	35
4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS.....	35
4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEITOS QUE FUNDAMENTAM NOSSA PROPOSTA PARA SEU USO NO ENSINO BÁSICO.....	38
4.3 A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO.....	44
4.4 A IDÉIA DE MODELO DENTRO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	47
4.5 FASES PERCEBIDAS EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	48
4.5.1 Escolha do tema	50
4.5.2 Reconhecimento da situação/problema	50
4.5.3 Familiarização com o tema a ser modelado	51
4.5.4 Formulação do problema	51
4.5.5 Formulação das hipóteses	52

4.5.6	Formulação de um modelo matemático.....	52
4.5.7	Resolução do problema a partir do modelo	52
4.5.8	Interpretação e validação da solução	53
4.5.9	Validação do modelo	53
4.5.10	Avaliação do modelo obtido	54
4.6	RECOMENDAÇÕES PARA O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	54
4.6.1	Como propor uma atividade de Modelagem Matemática	55
4.6.2	Como e porque usar Modelagem Matemática no Ensino Básico	57
5	COMO DESENVOLVEMOS NOSSO TRABALHO DE PESQUISA.....	60
6	ANALISE DOS DADOS	66
6.1	LEVANTAMENTO DE DADOS A RESPEITO DOS DOCENTES PARTICIPANTES DO CURSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA	66
6.2	A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA ACOMPANHADA EM SALA	92
6.2.1	Seqüência da atividade	93
6.2.2	Cópia dos cálculos feitos pelos grupos durante a execução da atividade	97
6.3	DISCUSSÕES ACERCA DA OCORRENCIA DAS FASES E OS CONSEQUENTES IMPACTOS NA ATIVIDADE	103
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	112
REFERÊNCIAS	116
APÊNDICES	119
APÊNDICE A:	PLANO DO CURSO DE MODELAGEM OFERTADO AOS DOCENTES	120

APENDICE B: FICHA DE INSCRIÇÃO PARA OS PROFESSORES CURSISTAS	128
APENDICE C: FICHA DE ASSINATURA PARA OS ENCONTROS PRESENCIAIS	130
APENDICE D: QUESTIONÁRIO APLICADO JUNTO AOS PROFESSORES	131
APENDICE E: MODULO DO CURSO SOBRE MODELAGEM TRABALHADO COM OS PROFESSORES	136
ANEXOS	222
ANEXO A: TRABALHO SOBRE MODELAGEM DISCUTIDO COM OS PROFESSORES	223

1 INTRODUÇÃO

1.1 MINHA VIVENCIA COMO PROFESSOR

Professor do ensino básico desde 1998, a prática docente despertou em mim uma contínua vontade de aprimorar, qualificar e inovar profissionalmente. Por vezes, era angustiante perceber as dificuldades de aprendizagem dos meus alunos e a falta de subsídios na minha formação inicial que me auxiliassem em mudanças mais significativas em minha prática. Comecei a perceber a necessidade de investir em uma pós-graduação com o intuito de desenvolver novos conhecimentos por meio de pesquisas, não somente para melhor me qualificar, como também para responder dúvidas, discutir minhas angústias e apreender com as experiências de outros profissionais.

Talvez, como docente, meu maior medo seja o de repetir na minha prática a forma de ensino que tive enquanto aluno. Parece que há uma tendência natural de repetirmos enquanto professor, aquilo que vivenciamos como alunos, mesmo que a realidade seja outra, com comportamentos, anseios, possibilidades de acesso ao conhecimento e à informação bem diferente. Daí, minha escolha por um Mestrado Profissional em Educação Matemática, entendendo que antes de tudo, somos professores e, assim, nossa preocupação principal enquanto pesquisador deve se voltar para o ensino em todas as suas dimensões. Reduzir uma formação de pós-graduação aos conteúdos matemáticos, ou aos saberes didáticos pedagógicos e profissionais, a torna insuficiente para alguém que pretende ser professor de Matemática. Este “saber” no que se refere aos conteúdos matemáticos precisa estar atrelado com a preocupação com o como ensinar.

Como reforço a este nosso intuito se somaram as boas informações que tínhamos a respeito do mestrado da UEPB, do seu corpo docente e discente, ambos imbuídos no estudo e desenvolvimento de pesquisas que possam contribuir para aperfeiçoar nossas práticas enquanto professor do ensino básico. Isto me fez ter a certeza de que, em ingressando neste curso, passaria a estar em contato com as principais pesquisas desenvolvidas ou em fase de desenvolvimento no que tange ao processo de ensino-aprendizagem em nível nacional e internacional, devido ao contínuo empenho por parte do seu quadro docente em se qualificar e buscar desenvolver com os discentes do mestrado da UEPB, estes estudos.

Foi minha vivência de professor do ensino básico que busquei trazer quando ingressei no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MECM) do Centro de

Ciências e Tecnologia (CCT) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e devido as minhas inquietações enquanto professor que me interessei pela Modelagem Matemática quando a cursei em uma das disciplinas do mestrado. Confesso que de início, meu projeto visava trabalhar com geometrias não euclidianas, mas ao ter contato com a Modelagem Matemática comecei a percebê-la como uma interessante metodologia a ser usada em sala de aula. Desta forma, mudei meu projeto inicial e elenquei como principal objetivo desenvolver a Modelagem Matemática como uma metodologia para professores que atuem no ensino básico, mas especificamente aqueles que trabalham no ensino de 6º a 9º ano do fundamental.

Na disciplina Modelagem Matemática, comecei a desenvolver um trabalho conjunto sobre as principais idéias da Modelagem e seu uso em sala de aula e, daí, surgiu necessidade de montar um grupo de pesquisa envolvendo discentes e docentes do MECM/UEPB, cujo objetivo fosse traçar e fomentar estratégias de ensino que contribuíssem para levar não só a Modelagem Matemática, mas também outras metodologias, aos professores do ensino básico e alunos da graduação e pós-graduação da própria universidade e outras instituições de ensino básico e superior.

As pesquisas deste grupo visam o desenvolvimento de produtos e processos, bem como o avanço de conhecimentos teóricos na perspectiva da Educação Matemática para responder demandas formativas e funcionais da sociedade contemporânea em diferentes contextos (espaços formais e informais de ensino, escolas urbanas e rurais, EJA, entre outros), em nível de Educação Básica e de formação de professores de Matemática.

Desta forma, montamos um grupo de pesquisa formado por seis mestrados e três docentes¹ vinculados ao MECM/UEPB para desenvolver em conjunto seus trabalhos finais de mestrado, cada um focando em um objetivo específico. A primeira atividade conjunta desenvolvida pelo GPECOM (Grupo de Pesquisas em Ensino Contextualizado de Matemática) foi à elaboração de um curso de extensão sobre a introdução de Modelagem Matemática no ensino básico em escolas da rede pública das cidades de Campina Grande, Alagoa Nova, Alcantil e Pocinhos, localidades onde os mestrados do GPECOM atuam.

¹ Docentes coordenadores do GPECOM: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo; Prof(a). Dr(a). Filomena Maria G.C. Moita e Prof. Dr. Cidoval Moraes de Sousa

Discentes do MECM/UEPB integrantes do GPECOM: Alexandre José da Silva; Charles Max Sudério C. dos Santos; Erick Macêdo Carvalho; Erika Carla Alves Canuto; José Praxedes de Oliveira Neto e Marcos Edson Alves de Sousa

1.2 SITUANDO NOSSA PESQUISA

Nossa pesquisa começou com a elaboração conjunta do curso de Modelagem Matemática, que foi aplicado pelos mestrandos do GPECOM, no qual sou um dos ministrantes. Especificamente, voltamos nosso trabalho para a cidade de Poço das Antas, Estado da Paraíba. Este município localiza-se no Planalto da Borborema, na mesorregião do agreste paraibano, microrregião do Curimataú Ocidental, distando 30 km de Campina Grande, segunda cidade em importância socioeconômica do estado, da qual foi distrito até 1953, quando de sua emancipação política. A cidade mantém intenso relacionamento econômico e social com sua antiga sede Campina Grande, fazendo fronteiras com os municípios de Barra de Santa Rosa, Algodão de Jandaíra, Boa Vista, Esperança, Areal, Montadas, Puxinanã, Olivedos e Soledade, servindo de elo entre regiões com características geográficas e econômicas distintas, por ser seu tamanho geográfico relativamente grande, apresenta características tanto de regiões de brejo, de cariri e de sertão, sendo globalmente inserida como uma região de agreste.

Segundo dados do Censo do IBGE de 2010 a população pocinhense é de 17032 habitantes. Por ter um solo fértil, a produção agrícola proporciona uma razoável geração de renda e de emprego em anos bons de chuvas, destacando-se a do sisal, conforme dados do IBGE/PB – 2008. Outra atividade econômica importante no município é a avicultura, sendo a segunda cidade maior produtora de frango de corte do estado da Paraíba, produzindo mais de 1,15 milhão de frangos por ciclo, nas suas 80 granjas. O PIB do município é de 68.767 mil reais, segundo dados do IBGE/2010, ocupando a 41ª posição entre os 223 municípios do Estado da Paraíba, o seu PIB *per capita* de R\$ 4.158,12 que o coloca na 32ª entre os demais municípios paraibanos². Segundo dados do PNUD/2000 o IDH do município é 0,592 ocupando a 99ª posição neste quesito entre os 223 municípios paraibanos, o IDH específico para a educação no município é 0,687³.

O fato de o município ter na avicultura uma de suas atividades mais importante economicamente, nos fez pensar em propor um trabalho com Modelagem Matemática envolvendo a avicultura, mas posteriormente, durante a condução do curso, preferimos optar por deixar a cargo do professor participante a escolha das atividades a serem desenvolvidas. Isto porque percebemos durante o convívio em nossos encontros presenciais que mesmo indiretamente a propositura de alguma atividade, além de direcionar a tomada de decisão

² Dados obtidos no site <http://www.ibge.gov.br> Acesso em: 25 mar. 2013

³ Dados obtidos no site <http://www.pnud.org.br> Acesso em: 25 mar. 2013

tanto por parte do professor quanto dos alunos, seria um fator a mais para ser usado como obstáculo pelos professores que, a priori, apresentavam certo receio em trabalhar com Modelagem Matemática devido a ser algo novo e instigador para os mesmos. Outro motivo alegado pelos professores foi o de que preferiam adaptar as possíveis atividades a serem desenvolvidas em sala de acordo com o conteúdo programático previsto para o período letivo, e o trabalho com avicultura não necessariamente poderia ser encaixado de acordo com o conteúdo matemático do período. Além disso, citaram também o fato de que estavam dispostos a deixar a cargo dos alunos a escolha do tema, algo que achei muito positivo. Por estes motivos deixei que a escolha ficasse a cargo do professor com sua turma.

Quanto aos dados educacionais, o município conta com 43 estabelecimentos de ensino, com disponibilidade de 117 salas de aulas, 87% são de responsabilidade do município, 8,5% da rede particular e 4,5% do estado. Na quantidade de alunos matriculados, 81,4% estão na rede pública municipal, o número de docentes é 217, dos quais 59 têm apenas o nível médio, e 76 realizaram algum tipo de pós-graduação⁴. O curso de Modelagem foi realizado na escola municipal, o Colégio Municipal Padre Galvão, ocorrendo os encontros presenciais em uma sala cedida pela direção da escola, nas sextas feiras pela manhã.

Para desenvolver o curso de Modelagem Matemática, verificamos inicialmente se os professores do ensino básico que participariam da abordagem didática inicial já haviam tido contato com algum conceito de Modelagem Matemática e sua aplicação em sala de aula. Nosso levantamento inicial, feito através de um questionário, permitiu-nos saber que a grande parte destes não tinha tido nenhum tipo de contato com Modelagem Matemática. A análise dos resultados deste questionário, a qual iremos detalhar mais adiante, nos permitiu aprimorar a proposta inicial para o curso. Nesta direção, de forma aleatória, fizemos a escolha de um dos participantes para ser acompanhado na sua prática de sala de aula durante a execução de uma atividade envolvendo Modelagem Matemática. Durante a observação da atividade, buscamos focar no professor e nos conteúdos conceituais que este mobilizou em sala de aula, relacionados a Modelagem Matemática e que foram discutidos e elencados durante o curso.

⁴ Dados obtidos junto a Secretaria Municipal de Educação de Pocinhos/PB

1.3 O QUE QUEREMOS RESPONDER EM NOSSA PESQUISA

Nosso trabalho busca responder a seguinte questão: *Quais conceitos sobre Modelagem Matemática um professor participante de um curso de extensão mobiliza na sua prática em sala de aula?*

Nosso principal objetivo nesta pesquisa é o de analisar a contribuição do processo formativo realizado em um curso sobre Modelagem Matemática. Para alcançar este objetivo geral, traçamos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Desenvolver a Modelagem Matemática como uma metodologia para professores que atuem no ensino básico, mas especificamente que trabalham no ensino de 6º a 9º ano do fundamental;
- ✓ Levantar um perfil do grupo de professores;
- ✓ Analisar a compreensão dos professores acerca da Modelagem Matemática;
- ✓ Acompanhar o trabalho de um professor em sala de aula ao desenvolver com seus alunos uma atividade envolvendo Modelagem Matemática.
- ✓ Investigar os conhecimentos de Modelagem Matemática mobilizados por um professor do ensino básico, em sala de aula, após tomar ciência dos seus principais conceitos por meio de um curso de extensão ministrado dentro de uma perspectiva de formação continuada de professores.

Este professor foi escolhido de forma aleatória entre os que participaram do curso de Modelagem ministrado por mim, juntamente com os demais membros do GPECOM no Colégio Municipal Padre Galvão e a escolha da atividade a ser desenvolvida, bem como do assunto a ser abordado na mesma foi feita pelo professor selecionado, junto aos seus alunos.

Esta investigação fundamenta-se nos níveis de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática citados por Lesh & English (2005). Estes níveis elencam o que é necessário pesquisar para termos “sucesso fora da escola”, segundo a perspectiva do autor. Nos reportamos, especificamente, ao terceiro nível: “os pesquisadores desenvolvem atividades para criar (ou atribuir sentido) aos ambientes de aprendizagem”, desta forma nos colocamos como pesquisadores do MECM e propusemos dentro do curso de extensão estas possíveis atividades com o uso da Modelagem Matemática, capazes de criar dentro do ambiente de aprendizagem um espaço motivador para que professor e aluno pudessem

interagir da melhor forma sobre o tema abordado. Para Skovsmose (2000), as circunstâncias que levam os alunos a desenvolverem as atividades que lhe são propostas constituem o ambiente de aprendizagem.

Esta nossa preocupação justifica-se pelo fato de a grande maioria dos professores participantes do curso não ter nenhum tipo de conhecimento sobre o que vem a ser Modelagem Matemática ou ter sobre este campo da Educação Matemática, uma idéia muito superficial. Isto foi averiguado por nós em questionário aplicado junto a estes professores, o qual será detalhado mais adiante. Indagaremos aqui, o quanto um curso de extensão no qual o professor se disponibiliza em seu tempo livre a participar, provoca mudanças em sua forma de conduzir o conteúdo ministrado no curso em sala de aula.

Como professor, tive a oportunidade de participar de cursos de extensão e outros afins, mas sempre percebi que não havia o acompanhamento *a posteriori*, ou seja, terminado o curso não se acompanhava o professor para averiguar se este estava pondo em prática os conhecimentos desenvolvidos no curso. Assim, o fato de não se perceber mudanças significativas na aprendizagem dos alunos ficava sempre como uma “caixa preta” lacrada, já que não se tinha a certeza de que as propostas advindas com o curso foram postas em prática na sala de aula.

A opção pela escolha de acompanhar um só professor entre os participantes do curso deve-se ao fato de não termos tempo hábil para acompanhar a condução das atividades por parte de mais de um professor ao mesmo tempo, já que devido aos prazos que nos são impostos, o intervalo para aplicação da atividade ficou sendo o mesmo para todos os participantes e isto implica em choque de horário entre as aulas dos professores no colégio. Além do fato de que, estando em um mestrado profissional não pude, devido à ausência de bolsas de estudo, deixar totalmente minhas atividades docentes e isso também contribuiu para o choque de horário tanto entre os professores participantes do curso, como também entre meu horário e o horário deles.

Investigamos a atividade prática em sala de aula promovida pelo professor após sua participação do curso de extensão sobre Modelagem que iremos conduzir *analisando quais conhecimentos sobre Modelagem este mobilizou na realização da atividade, desde o planejamento da mesma por parte do professor, de sua interação com os alunos, da condução da atividade em sala de aula ou em outro local caso seja essa a escolha do professor junto com os alunos, até a conclusão e apresentação dos resultados, estarei anotando quais os conceitos de Modelagem Matemática foram utilizados.*

Especificamente em nossa observação, buscamos investigar e analisar alguns pontos:

- ✓ O planejamento da atividade de Modelagem por parte do professor;
- ✓ A forma como esta atividade foi apresentada aos alunos;
- ✓ A maneira como foi conduzida a escolha do tema por parte dos alunos;
- ✓ A delimitação da questão a ser respondida;
- ✓ A condução dos trabalhos visando responder a questão;
- ✓ A apresentação das soluções por parte dos alunos;
- ✓ A ação pedagógica do professor, quando da apresentação da solução pelos alunos;
- ✓ A maneira como o modelo de resposta a priori tido como definitivo foi apresentado e sintetizado pela turma;
- ✓ O debate sobre as possíveis falhas e/ou aprimoramentos que o modelo obtido possa apresentar, bem como se houve alguma discussão em nível crítico social ou econômico desta resposta.

Em linhas gerais procuramos fazer isso da seguinte forma:

- A partir do curso de extensão com professores do estabelecimento de ensino, procuramos interagir com os mesmos quanto a alguns conceitos sobre Modelagem Matemática, conceitos estes elencados por nosso grupo de pesquisa, após estudo de obras de especialistas na área;

- Elaboramos junto aos professores propostas de possíveis intervenções com o uso da Modelagem Matemática em suas salas de aula, de acordo com o que estes tenham levantando sobre possíveis temas geradores em suas turmas;

- Acompanhamos *in loco* um dos participantes do curso quando do desenvolvimento da atividade em sala de aula por parte deste;

- Acompanhamos de forma não participativa, ou seja, nosso papel foi o de apenas observar e anotar o desenrolar da atividade, verificando quais dos conceitos por nós compartilhados no curso foram mobilizados pelo professor.

Lembremos que embora a observação em si de toda a pesquisa seja do tipo “participante” estamos nos referindo ao fato de que durante a condução dos trabalhos no curso sobre Modelagem Matemática observarmos e participarmos das atividades ministradas e desenvolvidas como os professores, durante as discussões e nas análises e planejamentos de atividades, contudo no tocante específico da atividade a ser feita em sala de aula pelo professor, optamos por deixar a condução totalmente a cargo do professor titular para que

nossa presença tivesse influencia mínima, tanto na atitudes do professor quanto nas atitudes dos alunos.

De acordo com Fiorentini & Lorenzato (2009), o termo participante pode ser usado neste tipo de pesquisa devido ao fato estarmos presentes no ambiente onde se desenvolve os trabalhos, fazendo os devidos registros, contudo procurando sempre interferir o mínimo possível no ambiente, buscando sempre reduzir a zero esta interferência.

Desta forma, esperamos contribuir para que a prática usual do professor passe a ser encarada como a prática usual de um educador matemático, ou seja, sempre que possível envolver o domínio do conteúdo específico a ser ministrado em aula com o domínio dos processos pedagógicos relativos a transmissão/assimilação e/ou a apropriação/construção do saber matemático escolar (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.5).

2 O CURSO ELABORADO PELO GPECOM

Em conjunto foi elaborado o curso intitulado “Ensino Contextualizado de Matemática Utilizando Modelagem e Recursos Computacionais na Educação Básica” direcionado a professores do ensino básico das cidades anteriormente citadas. Visamos com este curso compartilhar e refletir sobre o uso da Modelagem como uma alternativa que transcende ao ensino convencional de Matemática, usualmente aplicado em escolas da Educação Básica, inter-relacionando-a com as diretrizes previstas nas políticas públicas de educação. Está, voltado preferencialmente aos docentes das escolas públicas que desejam ter acesso a novas opções e alternativas ao ensino de Matemática que comumente é praticado nas escolas do ensino básico.

Além da Modelagem Matemática em si, também buscamos trabalhar a parte de contextualização, as políticas públicas para a educação e o uso do software GeoGebra em sala de aula, tanto para atividades que utilizem Modelagem quanto para atividades outras, nas quais o geogebra possa ser uma ferramenta usual tanto para os professores quanto para os alunos, no tocante ao desenvolvimento e aprimoramento de conceitos matemáticos.

A versão inicial da proposta didática foi elaborada e aplicada como um curso de extensão da UEPB, com 82 horas de aula, o que estimulou um maior número de participantes. Para permitir que um maior número participasse, elaboramos o curso em dois momentos, sendo um deles um encontro semanal presencial em dia combinado com os participantes e o restante das atividades a ser feita de forma *on line* através da interação com a plataforma virtual *moodle*, onde os participantes teriam atividades semanais e poderiam discutir e aprofundar questões surgidas nos encontros semanais.

Nosso intuito em trabalhar com professores do Ensino Fundamental, inicialmente, partiu das idéias de Bassanezi (2006). Segundo este autor, a maioria dos professores que procuram cursos de aperfeiçoamento quanto ao ensino da Matemática, o fazem na ânsia por encontrar novas formas de ensinar regras e algoritmos presentes na Matemática de uma maneira que seja mais fácil ao entendimento do aluno, ou seja, querem melhorar a forma clássica de transmissão do conteúdo. No entanto, o que é preciso para incentivarmos o interesse do aluno e melhorarmos sua aprendizagem é ofertarmos a estes uma maneira diferente quando da apresentação dos conteúdos.

Posteriormente a estas considerações iniciais feitas a partir de Bassanezi (2006), fizemos acréscimos com as contribuições das pesquisas em Educação Matemática, em especial utilizando os resultados das investigações relativas a Modelagem Matemática como

um ambiente de aprendizagem, dentro de uma abordagem de ensino sócio-crítica, de acordo com o traz Mizukami (1986).

Devido aos horários já estabelecidos nas escolas onde os professores participantes do curso atuam, não foi possível formar uma única turma. Assim, dividimos os participantes em duas turmas, uma funcionando as sextas no município de Pocinhos e a outra funcionando aos sábados, no município de Campina Grande. Na turma de Pocinhos se inscreveram 9 professores da rede pública municipal e estadual da localidade. Já na turma de Campina Grande se inscreveram 11 professores da rede pública municipal e estadual e da rede particular dos municípios de Alcantil, Alagoa Nova, Queimadas e Campina Grande. Nosso estudo específico teve como foco a turma de Pocinhos, onde escolhemos o professor que será acompanhado na nossa pesquisa de mestrado.

O detalhamento do curso no tocante a sua fundamentação teórica, metodologia, cronograma e outros estão disponíveis na forma de apêndice neste trabalho, bem como disponibilizamos também uma cópia do módulo que trabalhamos com os professores cursistas e das atividades feitas com estes, tanto as presenciais quanto as não presenciais, usando o moodle.

Dentro de seu chamado *design experimental em múltiplos níveis*, Lesh (2002), define como pesquisar o que é necessário para termos sucesso fora da escola. Segundo este autor temos três níveis de pesquisa:

- 1) “Os estudantes desenvolvem modelos para criar ou atribuir sentido as situações de resolução de problemas matemáticos”. De acordo com este primeiro nível na qualidade de estudantes do mestrado, buscamos dentro de nosso grupo de pesquisa e a partir de nossas experiências pessoais, enquanto docentes do ensino básico, construir possíveis modelos que poderiam ser desenvolvidos pelos alunos quando os professores participantes do curso desenvolvessem atividades envolvendo Modelagem em sala de aula.
- 2) “professores desenvolvem atividades para criar (e atribuir sentido a) atividades de Modelagem dos estudantes”. Enquanto professores ministrantes do curso, tivemos a preocupação em sugerir possíveis atividades a partir da realidade que nos foi trazida pelos docentes, com o intuito de mostrar como estes poderiam atribuir sentido aos questionamentos surgidos por parte de seus alunos.
- 3) “pesquisadores desenvolvem atividades para criar (ou atribuir sentido a) aos ambientes de aprendizagem”. Enquanto pesquisadores do MECM, atentamos para preocupação de conduzir o curso de Modelagem priorizando a propositura de atividades que

contribuíssem quando do momento em que estes professores estivessem buscando atribuir sentido aos ambientes de aprendizagem de suas respectivas salas de aula.(LESH, 2002, pp.27-50)

A nosso ver estes níveis de Lesh podem interagir com as propostas de Barbosa (2004) para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula. Mais adiante neste texto, descrevemos quais são estas propostas. A consonância que percebemos entre ambas está no fato de que as propostas de Barbosa dizem respeito a diferentes formas de se trabalhar com Modelagem em sala de aula, e quando da opção por uma destas formas o professor está, automaticamente, se enquadrando com um pesquisador e, desta forma, se encaixa em um dos níveis de pesquisa citados por Lesh.

3 A PROPOSTA DA MODELAGEM E OS PROBLEMAS EDUCACIONAIS DO ENSINO BÁSICO

Visto sob a ótica de um ensino sócio-cultural a Matemática, assim como as demais disciplinas, deve estar inserida dentro da realidade social que permeia o aluno, tornando-se ferramenta útil a ser usada por este na transformação de sua condição social, econômica e cultural.

É preciso que a educação esteja em seu conteúdo, em seus programas e em seus métodos, adaptada ao fim que se persegue: permitir ao homem chegar a ser sujeito, construir-se como pessoa, transformar o mundo e estabelecer com os outros homens relações de reciprocidade, fazer a cultura e a história... (FREIRE, 1974a, p.42. Apud MIZUKAMI, 1986, p.94)

Acreditamos que a utilização da Modelagem Matemática no ensino básico contribuirá para a formação dos nossos alunos nesta direção proposta por Freire (1974a). Não se trata aqui de reinventar a roda, ou algo revolucionário que irá mudar totalmente as noções sobre o ensino da Matemática, seus conteúdos e suas metodologias, mas sim um instrumental que poderá ser utilizado para desenvolver idéias, procedimentos e atitudes voltadas para a realização das potencialidades dos aprendizes, bem como do grupo social a que pertencem como elemento estimulador ao interesse dos alunos pela Matemática como uma disciplina para sua educação. Estamos certos de que ao optar por mergulhar no ensino de Matemática fazendo uso da Modelagem, o ato de ensinar tornar-se-á mais prazeroso assim como o ato de aprender será mais interessante ao aluno, pois este disporá de um maior espaço para intervir e se inserir de forma mais ativa neste processo.

Em seu trabalho, Biembengut (2004) traz um breve histórico sobre a Modelagem Matemática. Vemos que desde épocas remotas, na cultura de povos como os egípcios, babilônios e gregos encontram-se estudos que reportam as raízes do que viria a ser denominado de Modelagem Matemática. Podemos dizer que a essência do processo de Modelagem está nos estudos dos gregos, entre os quais Tales de Mileto, Platão, Eudóxio, Euclides, Arquimedes, Erastóstenes, entre outros. A época renascentista trouxe um novo fôlego ao desenvolvimento da Modelagem Matemática, após um bom período de penumbra quanto ao desenvolvimento desta, destacando-se vários estudiosos que fizeram uso da Modelagem nesta época, entre os quais Leonardo da Vinci, Nicolau Copérnico, Galileu Galilei. No período pós-renascimento, a Modelagem continuou a ser fazer presentes nos trabalhos dos estudiosos, a exemplo de René Descartes e Isaac Newton.

Desde então, a Modelagem Matemática passou a ser de uso contínuo no desenvolvimento de modelos necessários a explicação e uso de variados conteúdos dentro da Matemática e também fora dela. Contudo, somente na segunda metade do século passado veio a constituir-se numa área de estudo específica dentro do campo de conhecimento denominado Educação Matemática. Até então, o termo Modelagem Matemática confundia-se com a Resolução de Problemas.

No Brasil, a Modelagem Matemática no ensino começou a ganhar força principalmente, a partir dos estudos de professores como Ubiratan D'Ambrósio, Rodney C. Bassanezi e João Frederico Meyer na década de 80. Atualmente, há um grande número de pesquisadores nacionais nesta área entre os quais Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Flávia Dias Ribeiro, Jonei Cerqueira Barbosa, Lourdes Maria Werle de Almeida e Ademir Donizete Caldeira, entre outros, trabalhando na perspectiva de melhorar a aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes, utilizando o desenvolvimento de modelos para resolver problemas surgidos no dia a dia e melhor compreender uma série de fenômenos, de forma diferente e motivadora quanto à apresentação dos conteúdos.

Assim, a Modelagem Matemática tem sido usada como uma alternativa em programas de cursos regulares, visando despertar o interesse dos alunos quanto à aplicabilidade dos conteúdos trabalhados, enfatizando as aplicações Matemáticas, desenvolvendo o espírito crítico do educando, preparando-o para o uso da Matemática como uma ferramenta na resolução de problemas, em variadas situações, adotando um enfoque também epistemológico, ou seja, quanto ao estudo do grau de certeza de caráter científico da própria Matemática e apreciação de seu valor para o espírito humano. Trabalhando a Matemática não apenas como ciência abstrata de uso futuro, mas como ferramenta para a vida, instrumentalizando o trabalho, parte integrante das raízes culturais e auxiliando no pensamento claro e raciocínio lógico, nos modelos, enfocando a beleza estética da Matemática (BASSANEZI, 2006).

A partir dos resultados das avaliações sobre o ensino de Matemática efetuadas pelo SAEB, Prova Brasil e PISA, observa-se que a escola brasileira não tem conseguido desenvolver os conhecimentos matemáticos necessários para atender às demandas da sociedade contemporânea. A partir destes dados podemos ver que no Brasil, em que pese as pesquisas que vem sendo realizadas na área da Educação Matemática, os índices relativos à aprendizagem desta disciplina estão muito aquém dos obtidos por outros países, bem como dos recomendados pelos educadores. Deste modo, a maioria dos nossos jovens não desenvolve conhecimentos matemáticos adequados, seja no que se refere à capacidade de

pensar matematicamente, seja no que se refere à capacidade de aplicar Matemática no seu processo de agir sobre a realidade externa.

Para uma sociedade baseada na informação e na introdução de novas tecnologias a deficiência na capacidade de pensar matematicamente e de utilizar os conhecimentos desta disciplina compromete seriamente qualquer projeto de desenvolvimento. A maioria das profissões requer formas de pensar e de agir com base Matemática; a tecnologia envolvida na maioria dos processos de inovação é de base científica que se utiliza da linguagem Matemática e dos conhecimentos desta disciplina como forma de comunicação e de pensamento; os processos de inovação e de gestão são impregnados de saberes oriundos desta disciplina; os processos de abordagem de situações problemas contextualizados às realidades locais utilizam cada vez mais abordagens interdisciplinares que requerem pontos em comuns – geralmente de base Matemática.

Enquanto professor do ensino básico há doze anos, tenho observado que na maioria das salas de aula do Ensino Fundamental, em especial do 6º ao 9º ano, via de regra, faz-se um ensino de Matemática que não consegue despertar interesse no aluno, o que resulta em graves problemas nos educandos, tais como: baixo nível de desenvolvimento cognitivo no que se refere ao domínio dos conteúdos básicos da Matemática; falta de interesse e de motivação pelo estudo da disciplina que quase sempre é transmitida de forma autoritária; pouco desenvolvimento da capacidade de desenvolver argumentos e de construir significados.

Outro fator que reforça essa nossa constatação é a nota do Índice de Desenvolvimento do Ensino Básico, IDEB – 2011, obtido pela escola em que pretendemos desenvolver a nossa pesquisa - o Colégio Municipal Padre Galvão da rede municipal de ensino de Pocinhos. Esta escola obteve o índice de 2,7 tendo apresentado uma redução em relação ao IDEB – 2009 que foi de 3,0, mas ainda estando abaixo da média municipal que foi de 2,8 (IDEB – 2011) e estadual que foi de 2,9 (IDEB – 2011), notas estas obtida para o 9º ano, onde estão os alunos em fase de aprendizagem dos aspectos relacionais envolvendo grandezas, da construção dos números reais, central para as medidas e de desenvolvimento de argumentação lógica Matemática para aplicação da Matemática as situações problemas oriundas da realidade. Outro fator que nos chamou a atenção foi o de que na composição desta nota do IDEB, fazem parte valores relativos ao fluxo de alunos durante os anos e a aprendizagem, especificamente aprendizagem referente à Matemática e ao Português. Pois bem no que se refere à aprendizagem, a escola vinha apresentando valores crescentes desde 2007, contudo o valor referente a 2011 apresentou queda em relação ao valor de 2009 e ainda não conseguiu sequer repetir o mesmo valor obtido em 2005, maior conseguido até hoje. Especificamente quanto a

este aprendizado, na parte da nota relativa aos conhecimentos matemáticos, o alunado praticamente manteve-se estável quanto a evolução da nota saindo de um 232,03 em 2009 para um 232,27 em 2011, quando a meta esperada para esta nota seria de 300 pontos⁵.

Esta situação além de provocar um grande número de reprovações, não assegura àqueles que têm sucesso a capacidade de utilizar os conhecimentos para interagir com a realidade, pois o uso de instrumentos avaliativos baseados quase que exclusivamente em provas repetitivas que priorizam o algoritmo do cálculo dissociado de sua aplicação, faz com que mesmo aqueles que conseguem “boas notas” não estejam necessariamente aptos a fazer uso destes algoritmos quando os mesmos estiverem inseridos em situações que podemos considerar “práticas” sob o ponto de vista de sua aplicabilidade socioeconômica local.

Tenho como exemplo desta realidade minha própria sala de aula, onde trabalho com Ensino Fundamental e Médio em escolas públicas e posso constatar a ocorrência destes problemas. Entre os motivos que levam não só minha pessoa com também outros colegas a se acomodarem a esta prática de ensino e atuarem de acordo com a mesma em sala de aula posso citar as nossas condições de trabalho. A nossa carga horária torna difícil dedicar tempo para nos aperfeiçoar, fazendo com que, entre outras limitações, recorramos aos livros didáticos como a nossa principal fonte de acesso às inovações didático-pedagógicas, já que estes são praticamente nossa única fonte de pesquisa.

O fato de arcarmos com uma carga horária elevada, dividindo nosso tempo semanal entre duas ou três escolas para ter um salário digno de manter um padrão de vida decente, a grande quantidade de alunos sob a nossa responsabilidade, a perda de tempo com deslocamentos e as condições materiais limitantes das nossas escolas reforçam a utilização do livro didático de uma forma que consideramos inadequada. Inclusive para o aluno oriundo de famílias com baixo acesso aos meios culturais, onde não existe ou é mínima a disponibilidade de livros, revistas, recursos midiáticos de qualidade, bem como o acesso aos espaços para discussões e trocas de experiências mais ricas, dando desta forma, ao livro didático de Matemática o status de principal, senão o único, meio de acesso a esta disciplina.

Os livros didáticos são em sua maioria direcionados a um público urbano e com forte influência da realidade do centro sul do país, apresentando problemas que quase nunca envolvem objetos ou práticas locais, que tem como solução muitas vezes valores que aos nossos alunos parecem absurdos. Além de desenvolverem uma apresentação de conteúdo de forma seqüencial, enfatizando determinados conteúdos como pré-requisitos necessários de

⁵ Dados obtidos no site <http://www.portalideb.com.br>. Acesso em: 25 mar. 2013

serem entendidos para que o aluno possa estar apto a entender outros, em sua grande parte são apresentados seguindo a sequência definição – exemplos – exercícios. No qual a resolução de exercícios padrões, às vezes, se identificam como resolução de problemas, sem considerar que aqueles requerem apenas a memorização e aplicação do algoritmo que se acredita possam ser assimilado pela constante reutilização.

Os próprios órgãos governamentais responsáveis pelo ensino no Brasil recomendam em seus documentos oficiais cautela com o uso do livro didático. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN) de 1997 já encontramos esta preocupação, elencando o livro didático como uma ferramenta de uso freqüente por parte do professores, contudo alerta para o fato de que os docentes estejam atentos à qualidade, coerência e restrições no tocante aos objetivos educacionais propostos, evitar tomar o livro didático como único material a ser utilizado, já que quanto maior e mais variado for o leque de fontes de informação, as quais professores e alunos tenham acesso, maior será a probabilidade de termos uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.67).

Esta preocupação é reforçada no Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008. Este guia elaborado pelo Ministério da Educação reforça as idéias apresentadas em 1998. Este documento diz que o livro didático é um dos recursos pedagógicos a ser utilizado pelo professor e não o único, devendo desta forma ser complementado, no sentido de agregar ou suprimir informações, visando adequá-lo às especificidades da realidade local com suas peculiaridades sociais e culturais próprias, somente desta forma seu papel na formação integral do aluno se torna mais efetivo. (BRASIL, 2007, p.12).

Alves (2005) traz uma abordagem histórica a respeito do livro didático de Matemática entre as décadas de 40 e 90, analisando três diferentes coleções deste período. O autor verificou que em relação aos conteúdos houve pouquíssimas supressões, o que predominou foi a oscilação da apresentação dos conteúdos quanto às séries/anos em que os mesmos eram apresentados. (ALVES, 2005, p.154). Segundo o autor, este a “preocupação e valorização dos conteúdos foi fato comum em todos os movimentos de renovação”, isto reflete nos professores de Matemática que em geral apresentam forte resistência às reformas que pretendam suprimir algum conteúdo, nas palavras do autor “a tradição de ensino mantém-se mais forte que qualquer nova tendência” (ALVES, 2005, p. 155).

3.1 POSSÍVEIS CAMINHOS PARA O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM POCINHOS

Por ser oriundo do município de Pocinhos, vivenciei o momento quando este município era um dos principais produtores de agave e a cultura sisaleira influenciava profundamente o comércio e a prestação de serviços locais, proporcionando o crescimento da região. Entretanto, a partir da década de 70, esta cultura entrou em decadência devido à concorrência das fibras sintéticas, ocorrendo o seu ressurgimento de forma tímida nos últimos anos, por conta do apelo ecológico referente ao uso de matérias primas renováveis. Hoje, a mais importante atividade agrícola local é a avicultura, principalmente de corte, embora também esteja se desenvolvendo a de postura. Vemos nessa realidade um campo rico de exploração de questões que possam abordar modelos, tanto da produção econômica atual, como das condições que levaram culturas outras ao fracasso, ou a produção pouco significativa.

Boa parte do alunado, advindo das zonas rurais e distritos do município, têm direta ou indiretamente contato com a atividade avícola, sendo que também se desenvolve em menor proporção outras atividades pecuárias a exemplo do caprino-ovinocultura. Mesmo que a turma na qual o professor fizer opção por desenvolver seu trabalho apresente um maior número de alunos oriundos da zona urbana, esta temática pode ser abordada já que é familiar ao contexto da cidade, uma vez que boa parte das famílias trabalha no abate das aves para comercialização local. Sob esta ótica nos parece que será interessante ao aluno o estudo de situações problemas que envolvam conteúdos matemáticos dentro das temáticas econômicas em que está direta ou indiretamente inserido como membro de uma família e sociedade que tem seu desenvolvimento econômico intimamente ligado a produtividade e à lucratividade da avicultura local.

Contudo, ressaltamos mais uma vez que se trata de algo que levaremos como sugestão, já que cabe ao professor participante do curso em conjunto com a turma na qual ele pretenda desenvolver a atividade, a escolha do tema. Isto posto, reafirmamos nosso compromisso de dar total liberdade a escolha deste tema pelo professor, já que será ele a conduzir as discussões com a turma, será ele quem buscará adequar à atividade de Modelagem Matemática com o conteúdo programático do ano da turma em questão, de modo a trazer uma contribuição enriquecedora a sua prática. Desta forma, aquilo que a nosso ver pareça ser algo interessante do ponto de vista da realidade sócio-econômica-cultural destes alunos pode não sê-lo no momento do desenvolvimento da atividade, ou mesmo que o seja influenciar

demasiadamente no planejamento anual feito pelo professor, podendo trazer-lhe algum tipo de desconforto quando de suas reuniões com a coordenação pedagógica da escola.

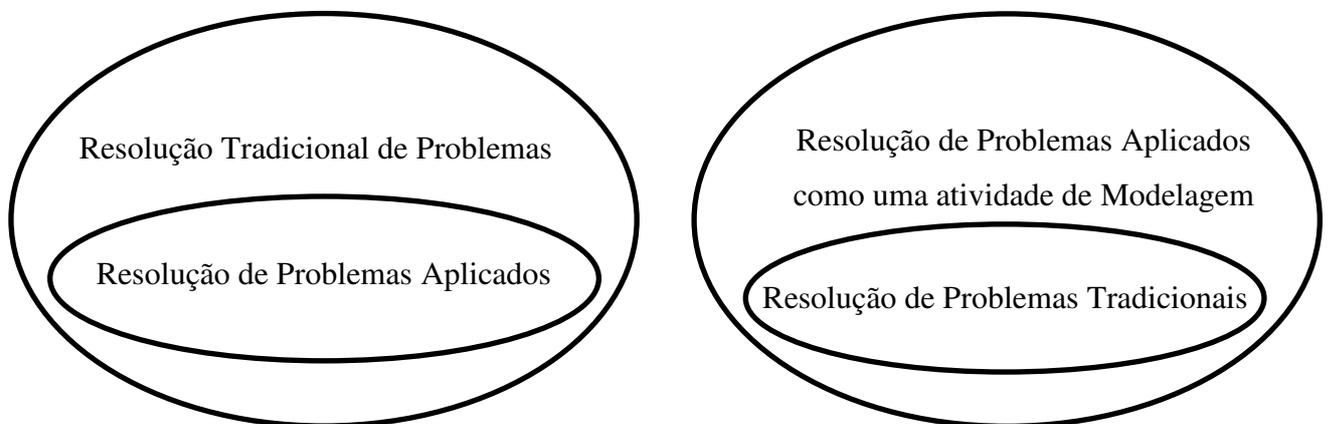
Oliveira Neto (2013) afirma que “a contextualização do ensino remete a elaboração de toda e qualquer situação capaz de impulsionar a construção de significados no educando, por meio dos sentidos por ele adquiridos”. Sendo assim percebemos no uso de Modelagem Matemática um importante instrumento com vistas a contextualizar o ensino da Matemática, pois estimula que o professor busque considerar não somente motivações individuais suas ou de determinados alunos, mas procure atribuir sentido ao conteúdo da forma mais ampla possível, desta forma o conhecimento passa a ser compartilhado por todos do grupo e não apenas por alguns indivíduos. Em seu trabalho, Oliveira Neto (2013) reforça ainda que ao se optar pela contextualização, a apresentação dos conteúdos deve fazer uso de recursos associados aos contextos vivenciados pelo aluno, isto facilita o desenvolvimento dos conceitos, procedimentos e atitudes que o aluno deve usar como ponto de partida, motivando-o a sentir-se sujeito participante do processo de mudança. Isso também faz parte das idéias defendidas pela Modelagem Matemática e reforça nossa posição de deixar a cargo do docente e de sua turma a escolha do tema a ser trabalhado.

4 TÓPICOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS

A resolução convencional de problemas pode ser entendida como um processo que parte de situações problemas cujo enunciado é apresentado pronto para o aluno, objetivando que este ao tentar encontrar soluções, mobilize e desenvolva conhecimentos matemáticos. Neste processo, o professor cria um ambiente de trabalho que possibilita ao aluno desenvolver os conhecimentos matemáticos a partir das necessidades presentes na situação problema, cabendo ao docente intermediar os conhecimentos novos e os já possuídos pelos alunos, ao mesmo tempo em que desenvolve processos interativos que permitam aos alunos superarem as dificuldades surgidas durante o processo. Na resolução convencional de problemas, geralmente a situação problema é apresentada pronta, já redigida, com todas as suas condições preestabelecidas, podendo ou não ser inserida na realidade vivenciada pelo aluno.

Podemos esquematizar esta situação da seguinte forma:



Livre tradução feita do trabalho de Lesh & Doerr, 2003b. Apud Lesh & Zawojewski, 2007, p. 783.

Figura 1: Resolução Tradicional de Problemas X Resolução com Modelagem Matemática

Na Modelagem Matemática são enfatizadas situações práticas a partir das quais se espera que o aluno possa refinar, adaptar e/ou interpretar os conteúdos matemáticos de acordo com o problema enfrentado, estando em contínuo processo de mobilização de habilidades e atitudes que possam levá-lo a aplicar o conteúdo mais adequado da melhor forma possível

com vistas a obter o modelo. O modelo matemático constitui uma forma de expressar matematicamente uma possível explicação ou solução ao problema, podendo ser uma fórmula, uma equação, um gráfico ou um esquema, por exemplo.

A tabela a seguir traz as principais características que a nosso ver distinguem resolução de problemas numa perspectiva tradicional, daquela adotada quando do uso da Modelagem.

<i>Perspectiva tradicional sobre resolução de problemas</i>	<i>Perspectiva de modelos e Modelagem sobre a resolução de problemas</i>
Os problemas aplicados são abordados como um subconjunto da resolução de problemas tradicionais.	Os problemas tradicionais são abordados como subconjunto da resolução de problemas aplicados (ou seja, como uma atividade de obtenção de modelo)
Aprender a resolver problemas envolve quatro passos:	Resolver problemas aplicados envolve atribuir sentido matemático ao problema (usando-se diagramas, esquemas, desenhos, gráficos, equações e assim por diante) em consonância com o desenvolvimento de uma solução sensata.
1) Desenvolver os pré-requisitos, idéias e habilidades em situações descontextualizadas.	A compreensão não é uma solução do tipo tudo ou nada, as idéias Matemáticas e as capacidades de resolução de problemas são desenvolvidas lado a lado dentro do processo.
2) Praticar novas idéias e habilidades em problemas, na linguagem desenvolvida para serem usados em procedimentos de aprendizagem	Os constructos, processos e habilidades necessários para resolver problemas do “mundo real” (ou seja, problemas aplicados) são assumidos em estágios intermediários do desenvolvimento, ao invés de ser preciso “dominá-las” antes do engajamento na resolução de problemas.
3) Aprender processos e heurísticas sobre resolução de problemas independentes dos conteúdos.	
4) Finalmente, aprender as idéias precedentes, ou as habilidades e heurísticas em situações da “vida real” (ou seja, em problemas aplicados) onde também podem ser necessárias informações adicionais.	

Tabela 1: Resolução de problemas tradicional versus Resolução de problemas sobre a ótica da Modelagem (livre tradução adaptado de LESH & DOERR, 2003b. Apud LESH & ZAWOJEWSKI, 2007, p. 783).

Aqui utilizamos a palavra heurística para definir um método educacional que consiste em fazer com que o próprio aluno, de forma autônoma descubra aquilo que pretendemos lhe ensinar. Já o termo constructo é usado para representar toda construção mental que pode ser usada para exemplificar ou descrever uma teoria. Esta palavra é utilizada em uma das definições de modelos que veremos mais adiante. Inserido dentro desta definição podemos apresentar o seguinte modelo de constructo matemático:

Modelo Crescimento ⁶

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

onde :

P é a população em um determinado tempo
 t é o tempo
 k é a taxa de crescimento
 P_0 é a população inicial

Figura 2: Modelo Crescimento

⁶ Camargo, Vera Lúcia V. Projeto Glossário: Tema – Modelo Matemático < [www. \[PDF\] Glossário Modelo Matemático - Portifólio Vera](http://www. [PDF] Glossário Modelo Matemático - Portifólio Vera)> Acesso em: 07 abr.2013

4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEITOS QUE FUNDAMENTAM NOSSA PROPOSTA PARA SEU USO NO ENSINO BÁSICO

Entre as principais referências teóricas para este estudo podemos citar as obras de Bassanezi (2006); Biembegut (2004); Ribeiro (2008); Almouloud (2007); Meyer et al (2011), acrescidas a outras obras que dissertam sobre Modelagem Matemática e nos contribuíram para nossos estudos. Consultamos também artigo de Bean (2001) buscando delinear nossa proposta seguindo uma abordagem sócio-cultural de ensino, principalmente, baseada em Mizukami, 1986. Sob esta ótica, o ensino de Matemática, assim como das demais disciplinas, deve estar inserido dentro da realidade social vivenciada pelo aluno, tornando-se ferramenta útil a ser usada por este na transformação de sua condição social, econômica e cultural. De acordo com a abordagem sócio-cultural a educação não se restringe às situações formais de ensino-aprendizagem (MIZUKAMI, 1986, p.102), o homem desenvolve sua consciência crítica conforme explora suas temáticas. A procura pelo “tema gerador objetiva explicitar o pensamento do homem sobre a realidade e sua ação sobre a ela” (MIZUKAMI, 1986, p.100).

Dentro da abordagem sociocultural de ensino, cito Mizukami (1986) para reforçar o que a proposta de Modelagem pode oferecer ao processo de ensino da Matemática, enquanto disciplina inserida em um contexto social do aluno:

(...) a nossa atividade desenvolve-se ou para a libertação dos homens – a sua humanização – ou para a sua domesticação – o domínio sobre eles (...). Se a minha escolha é a de libertação, a da humanização é-me absolutamente necessário ser esclarecido de seus métodos, técnicas e processos que tenho de usar quando estou diante dos educandos. Geralmente, pensamos que estamos a trabalhar para os homens, isto é, com os homens, para a sua libertação, para a sua humanização, contudo, estamos a utilizar os mesmos métodos com os quais impedimos os homens de se tornarem livres. (...) (FREIRE, 1975b, p.24, apud MIZUKAMI, 1986, p.94-95).

Lesh e Zawojewski (2007) afirmam que os conteúdos tradicionalmente ministrados em sala de aula de Matemática contribuem para desenvolver habilidades e idéias nos alunos intimamente ligadas ao campo da abstração de um determinado conteúdo específico, e que esta formação não é suficiente para os cenários delineados para o futuro. Na maioria destes cenários a sociedade exigirá do aluno atual, futuro profissional, a capacidade de integrar conteúdos específicos com experiências desenvolvidas, seja em sua prática profissional, seja interagindo em grupo com outros profissionais ou com outros conteúdos. Desta forma, estas aptidões requerem não apenas a capacidade de utilizar algoritmos e o domínio de conceitos

matemáticos, mas também a capacidade de adaptá-los a situações específicas ou de descartá-los de acordo com as nuances do problema proposto.

A Matemática atende às características que devem ser desenvolvidas em um indivíduo para que o mesmo tenha uma formação adequada ao convívio em sociedade de forma autônoma, apto a desenvolver-se e competir em condições de igualdade com seus pares. Ter o domínio de princípios básicos da Matemática possibilita que o aluno possa utilizá-la como ferramenta para a vida, pois desenvolve capacidades de análise e interpretações que são úteis na resolução de problemas, e estes estarão sempre presentes quer em contextos sociais, econômicos ou políticos. O aluno que tem contato com instrumentos tecnológicos, a exemplo do computador, dispõe na Matemática de um instrumental bastante útil ao uso destes recursos para fazer testes, desenvolver modelos, trabalhar dados estatísticos, etc., que além de poupar-lhe tempo, habitua-o ao manuseio de importantes ferramentas com as quais, certamente, irá se deparar no mercado de trabalho.

Trabalhada dentro de estruturas curriculares quase sempre postas em prática a partir das realidades vivenciadas pelos docentes e limitadas pelas condições locais, a forma como a Matemática é ensinada, pouco ajuda o aluno a pensar com clareza e a raciocinar melhor, negando os recursos ilimitados que podem ser desenvolvidos e utilizados quando da resolução de uma situação problema, inclusive negando uma maior participação do aluno. Segundo Bassanezi (2006, p.207): “A Modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador”

Nosso trabalho com os professores seguirá algumas diretrizes básicas defendidas por Bassanezi (2006) quais sejam:

- ✓ Ofertar condições para que os professores possam mudar sua práxis usual;
- ✓ Despertar suas criatividade, propondo ações inovadoras;
- ✓ Explorar e desenvolver as contribuições individuais;
- ✓ Estimular a parceria destes colegas com outros de disciplinas diferentes que possam contribuir na Modelagem dos problemas;
- ✓ Levar em conta a realidade específica da região e os interesses dos estudantes.

Não devemos confundir uma proposta de uso da Modelagem Matemática como apenas ofertar exercícios e problemas a serem resolvidos, pois o objetivo deve ser o de desenvolver habilidades de raciocínio importantes e distintas das mobilizadas nas resoluções de problemas típicos, conforme Bean (2010, p. 49-57), que utiliza esse fato como um dos motivos pelos

quais a Modelagem deva ser incorporada no ensino e na aprendizagem de Matemática. Segundo este autor, um modelo deve ser verificado pelo modelador quanto a sua coerência e validade tanto do ponto de vista matemático quanto da solução para o problema real que o gerou, e desta forma passível de ser modificado com vistas a se ajustar como uma solução adequada do mesmo. A proposta da Modelagem se distingue da resolução de problemas tradicional e dos exercícios rotineiros, uma vez que a criação do modelo exige hipóteses e aproximações simplificadoras, que venham acompanhadas de justificativas, fazendo-se opção sobre que características do problema serão consideradas.

Segundo Meyer et al (2011), seu uso pressupõe a existência de um problema real que possa ser significativo aos alunos e a comunidade na qual estes estão inseridos. A partir daí, a Modelagem Matemática exige que busquemos conhecer o problema com o objetivo de simplificá-lo, adequando-o a uma ferramenta Matemática cujo uso esteja ao alcance dos alunos, transformando-o de um problema do mundo real para um problema na linguagem Matemática. Segundo estes autores o processo de Modelagem Matemática apresenta cinco momentos:

- 1) Determinar a situação;
- 2) Simplificar as hipóteses dessa situação;
- 3) Resolver o problema matemático decorrente;
- 4) Validar as soluções Matemáticas de acordo com a questão real;
- 5) Definir a tomada de decisão com base nos resultados. (MEYER et al, 2011, p.28)

Segundo Barbosa et al. (2007), o uso da Modelagem Matemática em sala de aula requer que criemos os vínculos entre a realidade de mundo que nos cerca e os conhecimentos que são trabalhados no ensino convencional. Tais conhecimentos, muitas vezes isolados, quando trabalhados desta forma tendem a instigar o aluno, despertando sua curiosidade. Para Biembengut e Hein (2000), a Modelagem Matemática atualmente apresenta-se em diversas áreas das ciências onde a identificação de um problema dentro do cotidiano é o ponto de partida para instigar nossa criatividade, intuição e nossa capacidade de uso dos conhecimentos matemáticos, contribuindo desta forma para a evolução do conhecimento humano, não podendo neste sentido, desconsiderá-la no ambiente escolar.

Barbosa et al. (2007) apresenta um exemplo de uma situação com uso da Modelagem Matemática na qual o problema de analisar a relação entre a quantidade de veículos que trafegam em uma determinada cidade e a quantidade de habitantes da mesma, permite que possamos transitar em questões relativas às áreas de conhecimento da Geografia, Saúde, Meio Ambiente, Estatística, entre outras, para que possamos montar um arcabouço de informações

que nos sirvam de base com vistas a uma possível tomada de decisão para manter ou elevar a qualidade de vida da população. (BARBOSA et al, 2007, p.57/58).

Vemos que a Modelagem Matemática caminha dentro dessa dinâmica da interdisciplinaridade, fazendo conexões entre diversas áreas do conhecimento. Os conceitos iniciais construídos pela criança são predominantemente embasados no concreto, desta forma a ação de modelar possibilita ao aluno elaborar conceitos onde prevaleça a abstração, pois transitando entre os domínios do espontâneo e do científico, esta ação possibilita ir da dimensão concreta que domina certos modelos ao conceito abstrato que expande para uma idéia mais geral da situação. (BARBOSA et al, 2007, p.58/59)

A Modelagem Matemática se encaixa bem a idéia do trabalho com projeto, já que o mesmo deve prioritariamente partir de problemas do cotidiano que sejam do interesse dos envolvidos no processo. Para Meyer et al. (2011) um projeto pressupõe a existência de uma meta, de uma atividade que seja desejada, intencional, de interesse daqueles que vão desenvolvê-lo, além da possibilidade de descobrir-se algo novo. Trabalhando com projetos estamos valorizando e estimulando a participação ativa dos alunos. Daí o interesse dos alunos deve ser o foco principal em um trabalho com projetos, cabendo ao professor conduzir a negociação pedagógica da melhor maneira, buscando orientar e abrindo um leque de possibilidades que trarão questões pertinentes a solução do problema, trazidas de diferentes áreas de conhecimento.

Em nossa proposta de trabalho buscamos desenvolver um projeto de Modelagem nos moldes que Ribeiro (2008), traz para obtenção do processo de Modelagem, quais sejam:

- ✓ Selecionar os conteúdos a serem trabalhados junto aos professores e dentro da programação curricular que os mesmos já tenham apresentado em seus planos de curso;
- ✓ Escolher um tema gerador, que esperamos seja aquele melhor aceito pela maioria da turma;
- ✓ Definir uma questão matriz, ou seja, especificar dentro deste tema gerador algum aspecto que iremos focar mais incisivamente;
- ✓ Problematizar e resolver problemas que possam surgir a partir desta questão matriz, para isso é preciso que professores e alunos trabalhem e desenvolvam os conhecimentos matemáticos necessários;
- ✓ Construir conceitos matemáticos concomitantemente a problematização e durante a resolução dos problemas é importante que o aluno construa o conceito que está sendo trabalhado;

- ✓ Solucionar a questão problematizadora, momento ideal para discutir, avaliar e analisar a partir dos modelos surgidos;
- ✓ Apresentar os resultados fazendo uso de algum tipo de mídia (cartaz, gráfico, relatos, etc.);
- ✓ Fazer um retrospecto é sempre importante para exercitarmos o hábito de pensar sobre a prática e os resultados obtidos.

Biembegut (2004) também faz menção quanto às vantagens que advêm com a opção pelo uso da Modelagem. Cita que o aluno passa a ter melhor compreensão dos conteúdos matemáticos utilizados no processo, a observar com maior interesse suas interações com áreas afins, se torna mais atuante no processo de aprendizagem, pois necessita buscar, pesquisar, testar possibilidades e não apenas as receber de forma pronta com todos os pontos já definidos, muitos dos quais para ele sem sentido. Meyer et al (2011, p.33) defende “a idéia de que a Modelagem se enquadra em uma concepção de “educar matematicamente”.

Além disso, desenvolve no aluno o hábito da cooperação no trabalho em grupo, desenvolvendo hábitos de considerar o que outros grupos estão produzindo e como. Cria o hábito de expor seus resultados e de estar preparado para as possíveis interpretações e críticas que outros possam fazer. No que tange ao professor, este pode organizar melhor suas aulas, pois tem maiores possibilidades quanto à organização do tempo necessário para o desenvolvimento das atividades, bem como para planejar possíveis intervenções quando da fase de resolução e avaliação da atividade, percebendo durante este processo dificuldades dos alunos quanto ao conteúdo e ofertando possíveis mudanças quanto aos critérios e instrumentais que os mesmos estejam utilizando.

No entanto, a formação ofertada na maioria das licenciaturas somente recentemente passou a disponibilizar ao professor atividades envolvendo a prática de Modelagem. Este fato, aliado ao pouco contato que os alunos têm com este tipo de trabalho em sala, são fatores que dificultam o uso da Modelagem Matemática.

A meu ver, a Modelagem Matemática se enquadra na visão da Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau. Segundo este autor, um situação didática constitui-se em conjunto de relações estabelecidas entre um aluno ou um grupo de alunos e o sistema educacional (o professor) no qual, explícita ou implicitamente está o interesse de que ocorra aprendizagem. Esta relação se dá em um meio onde os instrumentos e objetos a serem usados visam possibilitar que o aluno tenha um saber constituído ou em vias de constituição, para que desta forma esteja apto para refletir em seu trabalho, ao menos em parte, as

características de um trabalho científico, assegurando-se, desta forma, uma construção efetiva dos conhecimentos presentes na situação (BROUSSEAU, 1996).

Segundo Brousseau (1996) as situações didáticas apresentam-se em etapas, quais sejam: devolução, ação, formulação, validação e institucionalização. Estas etapas visam categorizar as relações que podem ser percebidas entre as atividades de ensino e as possibilidades diversas do uso do saber matemático. A seguir temos uma descrição sucinta de cada uma destas etapas.

Na etapa de devolução o professor tem que colocar o aluno como responsável ao menos parcialmente por sua própria aprendizagem, estando o professor ciente dos riscos que esta atitude possa acarretar. Na etapa seguinte ocorre a ação onde o aluno passa a utilizar o que estiver disponível no meio (*milieu*) para interagir com o problema, refletir e propor soluções mais imediatas, resultando em um conhecimento de natureza mais operacional. Na etapa de formulação, a troca de informação entre o meio e o aluno já permite que o mesmo elabore uma linguagem mais adequada, substituindo sua linguagem habitual por uma adequada às informações que tem de comunicar, para isso já começa a fazer uso de esquemas teóricos elaborados que possam permiti-lo usar esta linguagem mais apropriada. Na etapa de validação, o aluno utiliza-se de uma linguagem matemática propriamente dita com demonstrações e provas, visando convencer acerca da veracidade dos resultados que obteve. Por fim, na etapa de institucionalização busca-se estabelecer o caráter objetivo e universal do conhecimento até então trabalhado, nesta etapa, o objeto é oficialmente aprendido pelo aluno e o professor reconhece tal aprendizagem (BROUSSEAU, 1996a,b. Apud POMMER, 2008, p. 7,8).

Almouloud (2007, p.112) cita que “os conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos e apreendidos por meio de atividades e problemas que podem ser resolvidos pela mobilização desses conhecimentos”. Brousseau (1996) propõe um modelo para a teoria das situações didáticas, chamado de triângulo didático, no qual apresenta sistematicamente os elementos constitutivos – o aluno, o professor e o saber – de uma relação didática dinâmica e complexa formada pelas interações entre professor e alunos mediadas pelo saber.



Figura 3: Triângulo Didático (BROSSEAU, 1996. Apud POMMER, 2008, p.2)

A idéia principal dessa teoria é a de que o aluno deva tornar-se um pesquisador, no sentido de que tem de passar a conjecturar, formulando hipóteses, buscando provas, construindo modelos, conceitos e teorias que sejam socializadas e tendo o professor como elemento mediador e promovedor de situações onde o aluno possa realizar esta ação sobre o saber, transformando-o em conhecimento. (BROSSEAU, 1996a. Apud POMMER, 2008, p. 4). Sendo assim, entendo a Modelagem como uma atividade em que sob a supervisão e intervenção oportuna do professor, o aluno possa agir sobre o problema, formular idéias e validá-las para, posteriormente, mostrar uma solução. Nesse processo, o aluno tem de estar sempre procurando fazer uso dos conhecimentos que possui e buscar desenvolver outros com vista a obter uma solução adequada ao problema.

O que diferencia as perspectivas de Modelagem Matemática segundo Meyer et al. (2011) é a ênfase na escolha do problema a ser investigado. Este pode partir do professor, de um acordo entre professor e alunos, ou dos próprios alunos. Contudo, ao nosso ver, os princípios fundamentais que abordamos nas fases do desenvolvimento de um trabalho com Modelagem, citadas mais adiante, se aplicam com pequenas adequações a qualquer um destes casos.

4.3 A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Na antiguidade, povos tais como egípcios, babilônios e gregos desenvolveram estudos que acabaram por tornarem-se modelos (matemáticos ou não) de situações que usamos até

hoje, tais como: os quatro pontos cardeais; coleção de regras geométricas para medição de terra; modelos de Matemática de utilização prática.

O uso da Modelagem Matemática no ensino justifica-se pelo fato de poder ser usada como uma ferramenta para o estudo de um instrumental útil quando da prática de algum trabalho. Constitui-se na verdade em uma parte integrante de nossas raízes culturais, já que temos o hábito de estabelecer modelos para solucionar e/ou explicar situações corriqueiras, não percebendo por vezes o ato de estarmos fazendo isso, talvez porque esta terminologia nunca nos foi apresentada, ou porque não sigamos certo rigor que denota o caráter de um trabalho enquanto científico ou mesmo acadêmico.

Compreendemos a Modelagem Matemática como uma forma de resolver problemas e assim, desenvolver os conhecimentos matemáticos. A resolução de problemas na perspectiva da Modelagem é uma atividade realizada sob a supervisão e intervenção oportuna do professor, na qual o aluno agindo sobre o problema, formula idéias e as valida para posteriormente encontrar uma solução. Esta solução pode ser adequada ou não para a situação, o que a diferencia das soluções encontradas na resolução convencional de problemas. Quando nos referirmos ao fato da solução ser adequada ou não, estamos falando do aspecto da aplicabilidade dentro da situação problema enfrentada, ou seja, quanto ao cálculo o aluno pode estar correto, mas o valor obtido não condiz ou é inadequado para a situação em discussão, cabendo assim um novo arranjo das variáveis consideradas quanto tal ocorrência é contatada. Nesse processo, o aluno tem de estar sempre procurando fazer uso dos conhecimentos que tem e buscar desenvolver aqueles que ainda não possui, com vistas a obter uma solução adequada ao problema.

Os professores do ensino básico podem instigar seus alunos fazendo uso de problemas relacionados aos aspectos da realidade por eles vivenciada. A Modelagem Matemática apresenta-se ao educador como um instrumento educacional de aplicação que permite a este identificar e selecionar informações e conteúdos que sejam essenciais em uma dada situação, a nosso ver, isto lhe fornece as condições para uma abordagem mais criativa e motivadora quando do desenvolvimento do trabalho com o conteúdo matemático. Estamos modelando quando usamos a Matemática para formalizar um pensamento abstrato a respeito de uma situação problema que surgiu de maneira natural ou foi proposta pelo homem, buscando-se uma linguagem abstrata que simplifique ao máximo este problema. Logicamente nem todos os fenômenos naturais são passíveis de modelação, a natureza existe e funciona independentemente de teorias científicas. Contudo, o homem deve sempre buscar o uso de tais

teorias para quantificá-la, explicá-la e validá-la, já que boa parte destes fenômenos é susceptível ao uso da modelação.

Mesmo que o trabalho com grandezas, medidas, formas, números e operações esteja nas nossas raízes culturais, o problema é que quase sempre optamos pela formalização precoce no processo de ensinar Matemática, ignorando ou rejeitando os raciocínios desenvolvidos pelos alunos quase sempre com base em experiências fora da escola, como úteis para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e para suas posteriores aplicações. Frequentemente, procura-se favorecer uma formalização “rigorosa” de conteúdos que não favorece o seu entendimento seja no interior da Matemática, seja nas suas nuances e interligações com outros conteúdos escolares e com a realidade onde o aluno atua ou irá atuar. Trabalhada dentro da estrutura curricular que temos e da forma como é ensinada a Matemática pouco ajuda o aluno a pensar com clareza e a raciocinar melhor, isto nega a ampla gama de recursos ilimitados que podem ser desenvolvidos e utilizados quando da resolução de uma situação problema.

Biembengut (2004) nos apresenta um trabalho sobre Modelagem Matemática, propondo seu uso no ensino básico. Nesta obra a autora traz aquilo que entendemos ser uma definição clara sobre o que vem a ser Modelagem Matemática: “Um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento” (BIEMBENGUT, 2004, p.17).

Com base nos textos sobre Modelagem Matemática que consultamos, em especial Bassanezi (2006), Biembengut (2004) e Barbosa (2004), montamos uma representação simplificada com a qual visamos representar a relação entre o “mundo real” onde estão às questões problematizadoras e a Modelagem Matemática. Colocamos a seguir esta representação:

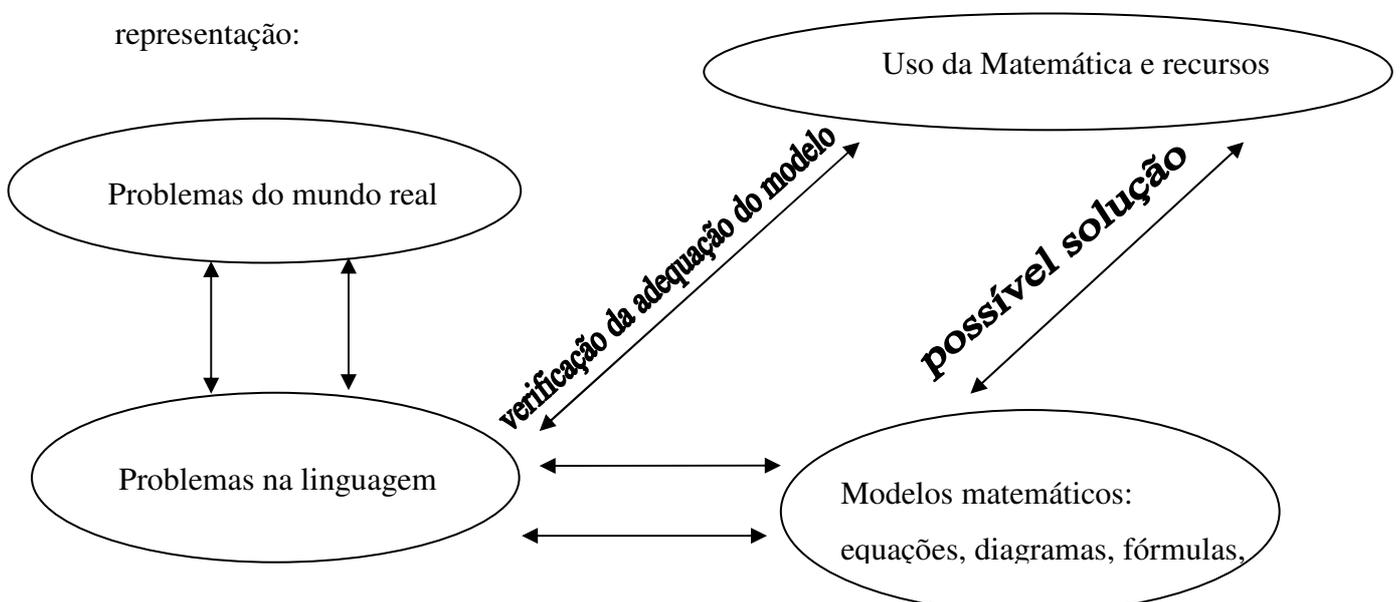


Figura 4: Relação entre o "mundo real" e a Modelagem Matemática

4.4 A IDÉIA DE MODELO DENTRO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Assim como os conceitos sobre o que é Modelagem Matemática, a idéia sobre o que vem a ser o modelo matemático também varia conforme a adequação ao trabalho que se está querendo desenvolver. Usaremos aqui o conceito de modelo matemático como sendo um conjunto de símbolos e relações que traduzem ou representam alguma coisa ou fenômeno em questão. Desta forma, aquele que se dispõe em tornar-se um modelador necessita ter primeiramente conhecimento matemático.

Bassanezi (2006, p.20) traz a seguinte definição para modelo matemático: “É um construto matemático abstrato simplificado, que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular”.

Em trabalhos sobre Modelagem também encontramos a seguinte definição: “Modelo matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão” (SWETZ, 1992, p. 65)⁷.

Citemos aqui, o trabalho de pesquisa intitulado: Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: O custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º ano)⁸, o qual se encontra nos anexos deste trabalho. Nele podemos perceber esta idéia de modelo matemático, trata-se do uso de conteúdos matemáticos específicos de um determinado ano do Ensino Fundamental para demonstrar o custo de construção de uma quadra esportiva na escola. Foi necessário que o professor tivesse domínio do conteúdo para perceber quais aqueles que poderiam ser mobilizados, estando sempre atento ao foco do produto final de seu trabalho, ou seja, a construção de uma expressão Matemática que representaria um modelo para o cálculo do custo da construção da quadra.

Ao fazermos uso da Modelagem estamos trabalhando as seguintes atividades intelectuais: experimentação; abstração (quando da seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação); resolução; validação e modificação. Neste processo podemos obter tanto modelos ditos objetos, quanto aqueles chamados de teóricos. A seguir, baseado no trabalho de Bassanezi (2006, p.19-20), descrevemos e exemplificamos cada uma destes tipos de modelos.

⁷ Citado por Camargo, Vera Lúcia V. Projeto Glossário: Tema – Modelo Matemático < [www.\[PDF\] Glossário Modelo Matemático - Portifólio Vera](#)> Acesso em: 07 abr.2013 as 22:36 h

⁸ Este curso tem como autores Emerson Tortola, Veridiana Rezende e Talita Secorun dos Santos e foi elaborado dentro do NUPEM (Núcleo de Pesquisa Multidisciplinar) e apresentado no IV EPCT (Encontro de Produção Científica e Tecnológica) realizado entre 20 e 23 de outubro de 2009

Podemos entender um modelo objeto como aquele apresentado de uma forma concreta, com variáveis estáveis e homogêneas, palpável de uso digamos prático e manuseável, sendo sua representação sempre parcial em relação ao modelo a ser estudado. Por exemplo, em uma estudo sobre produção de mel, poderia ser um desenho ou uma maquete que representa-se o formato dos alvéolos da colméia.

Já o modelo teórico distingue-se por seu caráter mais abstrato, embora possa de ter igual importância quanto ao uso, ele deve representar as mesmas variáveis essenciais do fenômeno e suas relações são obtidas por meio das hipóteses (abstratas) ou de experimentos. Podemos citar como exemplo a equação que representa um modelo de crescimento populacional já mostrada anteriormente neste texto (ver p.34).

Verificamos a mobilização desses conceitos em nível de 6º ano no exemplo do cálculo do custo da construção da quadra. A experimentação é observada quando do levantamento dos materiais que são necessários a uma construção, quando o alunado experimenta o contato com os tipos de materiais, as quantidades necessárias, preços, segue-se após isto o momento da abstração quando se converte os valores em variáveis a serem consideradas, quando do cálculo, bem como, a ordem em que devem ser postos na equação. Daí procede-se à resolução da equação estabelecida com o intuito de obter o custo da construção, resultado este passível de validação, ou seja, verificar se está coerente com aquilo que se espera, ou seja, o custo de uma obra deste porte, pois é necessário observar se não há grandes discrepâncias que gerem a necessidade de modificação no modelo obtido.

4.5 FASES PERCEBIDAS EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática exige do modelador o domínio e desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, pois só assim poderá se utilizar dos conceitos e procedimentos a serem explorados na criação do modelo matemático para representar uma situação problema. Biembengut (2004; p.17/18) afirma que durante o procedimento de Modelagem pode-se perceber três etapas:

1. *Interação*: é aqui que nos inteiramos do problema, fazendo seu reconhecimento, buscando delimitá-lo e procurando nos familiarizar com tudo que lhe seja correlato inclusive buscando bibliografia especializada;

2. *Matematização*: agora formulado o problema, começamos a estabelecer hipóteses para sua solução, estas levarão ao desenvolvimento de modelos capazes de resolver o problema e que possam ser aplicados posteriormente em situações similares.
3. *Modelo matemático*: agora se busca interpretar o modelo sugerido, quanto a sua validação. Desta forma, estamos sujeitando-o a uma avaliação, onde o mesmo está passível até de ser rejeitado ou considerado insuficiente, bem como pode ser tomado com aceitável e eficaz. Quando o modelo é validado fazemos aplicações deste a outros fenômenos afins, caso seja refutado voltamos a segunda etapa.

A partir destas etapas, de acordo com as idéias de Biembengut (2004, p.17/26) elencamos as fases pelas quais o processo do uso da Modelagem Matemática pode passar durante o transcurso do trabalho. Em nosso curso com os professores trabalhamos cada uma destas fases, buscando através da interação com os mesmos perceber em quais momentos da atividade de Modelagem cada uma delas pode ser verificada, são elas:

1. Escolha do tema
2. Reconhecimento da situação/problema
3. Familiarização com o tema a ser modelado
4. Formulação do problema
5. Formulação das hipóteses
6. Formulação de um modelo matemático
7. Resolução do problema a partir do modelo
8. Interpretação e validação da solução
9. Validação do modelo
10. Avaliação do modelo obtido.

Algumas destas fases podem, dependendo do desenvolvimento do processo de Modelagem, se fundir, ocorrer de forma imperceptível ou concomitantemente. Em nossa pesquisa, buscamos durante o curso trabalhar estas fases com os professores participantes, no sentido de tê-las como um elemento norteador para o desenvolvimento da atividade de Modelagem em sala de aula, daí priorizamos a obtenção do que podemos chamar um modelo que “eduque matematicamente” o aluno, ou seja, que durante o processo para obtê-lo seja priorizado a interação com os conteúdos matemáticos, de forma a contribuir com o domínio do conteúdo em si, agregado a um caráter significativo e crítico do mesmo.

Como citado anteriormente no capítulo 4, é sobre estas fases que iremos debruçar a maior parte das análises desta pesquisa. Buscamos aqui descrever, de forma sucinta a compreensão do que seja cada destas fases e suas ligações com os momentos para o processo

de Modelagem citados por Meyer et al (2011). O que queremos pesquisar neste trabalho é de que forma se deu a relação entre as fases da Modelagem Matemática, elencadas neste trabalho e durante o curso, e o trabalho docente. Pesquisamos se de fato ocorreram, se ocorreram de acordo com a forma mobilizada durante o curso, se foram aprimoradas, otimizadas, suprimidas, quais os prováveis motivos para que alguma(s) delas não tenha ocorrido, ou tenha ocorrido de forma insatisfatório e até que ponto estes fatores prejudicaram ou aprimoraram o processo de Modelagem em sala de aula.

Dentro do primeiro momento citado por Meyer et al (2011) “determinar a situação”, podemos perceber as seguintes fases:

4.5.1 Escolha do tema

O professor em conjunto com sua turma pode ouvir ou indagar destes, assuntos de seu cotidiano, onde haja a possibilidade de inserção de conteúdos matemáticos necessários a resolução de alguma situação problema surgida durante a discussão ou percebida por algum dos participantes. Se o professor tiver certo conhecimento sobre a realidade do alunado, ou seja, com que atividades suas famílias trabalham, qual tipo de atividade é mais desenvolvida na vizinhança ou no município onde vivem, pode ele mesmo sugerir situações onde seja possível o uso da Modelagem e observar qual destas tem maior receptividade por parte do alunado.

Nesta fase podem surgir vários temas, o ideal segundo Meyer et al. (2011) é que o professor busque o consenso com seus alunos, evitando que a escolha seja feita com o uso de métodos outros que possam levar parte do alunado que teve seu tema rejeitado a sentir-se menosprezado e até mesmo perder o interesse pela participação na atividade. A escolha do tema é o início para se determinar uma situação problema em sala de aula.

4.5.2 Reconhecimento da situação/problema

A partir do tema estabelecido que constitui o estado mais amplo da realidade local, onde estão inseridos os alunos e por vezes também o professor, delimita-se uma situação problema, ou seja, algo dentro deste cotidiano discutido que apresenta algum tipo de problema, não que este problema tenha necessariamente sido percebido pelos alunos, o professor também pode instigá-los a isso. Através de questionamentos tais como: de que

forma poderíamos aumentar o lucro em tal atividade? Quanto gastaríamos se tal atividade fosse desenvolvida em nossa comunidade? Onde está o gasto excessivo de tal atividade que está fazendo com que muitos deixem de praticá-la? Etc. Ainda nesta fase continuamos o processo de determinar com qual situação problema iremos conduzir nossa atividade de Modelagem.

4.5.3 Familiarização com o tema a ser modelado

Nem sempre será do cotidiano do professor o tema escolhido pela maioria da turma, embora o professor possa, fazendo uso de um guia adequado durante suas intervenções, “conduzir” os estudantes a determinado tema, principalmente quando tratar-se de estudantes do Ensino Fundamental. Por vezes esta “manobra” não surte o efeito desejado, daí melhor que optar pelo não desenvolvimento da Modelagem, em nossa opinião, o professor deve procurar familiarizar-se com o tema a ser trabalhado, se necessário for até entrando em contato com pessoas que tenham um convívio mais próximo com aquela situação. Esta fase é a última dentro do primeiro momento, aqui se culmina com a determinação do problema a ser atacado.

Dentro do segundo momento citado por Meyer et al (2011) “simplificar as hipóteses dessa situação”, podemos perceber as seguintes fases:

4.5.4 Formulação do problema

A partir da familiarização com o tema, pode-se partir para formular o problema dentro deste tema, ou seja, elencar qual situação se apresenta como possível fonte de formulação de um problema que esteja acontecendo dentro deste cotidiano, não necessariamente tem de ser um problema sinônimo de dificuldade vivida ou prejuízo ocorrido, mas mesmo dentro de algo que aparentemente possa estar “dando certo” pode-se indagar algum tipo de desperdício que esteja ocorrendo ou como aperfeiçoar ainda mais a prática que já esta sendo realizada. Nesta fase começamos a observar o segundo momento, pois as hipóteses começam a surgir a partir do problema formulado, da situação delimitada.

4.5.5 Formulação das hipóteses

Tendo estabelecido o problema dentro da situação apresentada, parte-se para as possíveis hipóteses que podem “solucioná-lo”, entendendo-se como hipóteses tudo que possa não somente levar diretamente a solução do problema, mas também explicitar causas pelas quais o problema está ocorrendo e quais possíveis soluções estas teriam. Aqui se concretiza o momento das hipóteses sobre problema.

4.5.6 Formulação de um modelo matemático

A partir das hipóteses estabelecidas, elencamos a mais adequada a solução de nosso problema e procedemos a formulação de um modelo matemático para esta. A construção deste modelo é um dos momentos mais ricos no processo de Modelagem Matemática, pois é nele onde o aluno tem de mobilizar os conteúdos matemáticos necessários a formulação do modelo. A observação e atuação do professor pode ser no sentido de verificar se os alunos fazem a correta mobilização dos conteúdos, bem como seu uso correto dentro da formulação e identificar possíveis deficiências de conteúdo dos alunos, cabendo nesta hora, sua intervenção com vistas a solucionar ou minimizar estas deficiências.

Esta fase consolida o momento de simplificação das hipóteses para a situação e nela observamos exatamente um dos momentos mais ricos no processo de Modelagem. É nesta hora que o aluno começa a mobilizar os conceitos matemáticos, a interagir sobre estes conceitos com seus pares com vistas a decidir qual o melhor a ser usado.

Dentro do terceiro momento citado por Meyer et al (2011) “resolver o problema matemático decorrente”, podemos perceber a seguinte fase:

4.5.7 Resolução do problema a partir do modelo

Uma vez estabelecido o modelo matemático mais adequado à solução da situação, procede-se ao cálculo propriamente dito, ou seja, a solução do algoritmo estabelecido dentro deste modelo. Esta fase constitui-se no terceiro momento, onde o aluno na busca de solucionar as possíveis equações, formatar os gráficos, interpretar as figuras, ou qualquer

outro resultado a que seu modelo possa levar, começa a resolvê-lo para posteriormente perceber o que desta resolução serve como resposta ao problema em questão.

Dentro do quarto momento citado por Meyer et al (2011) “validar as soluções Matemáticas de acordo com a questão real”, podemos perceber as seguintes fases:

4.5.8 Interpretação e validação da solução

Uma vez resolvido o algoritmo estabelecido dentro do processo de resolução anteriormente citado, parte-se para a observação do resultado obtido, verificando se o mesmo apresenta uma lógica para a situação vivenciada. Por exemplo, quando estamos trabalhando com temperaturas em uma determinada plantação na região nordeste, se por necessidade cairmos em uma equação do 2º grau e desta obtermos duas raízes, sendo uma delas um n° negativo este não pode ser tomado como solução para o problema, já que é sabido até o momento, ser impossível uma temperatura negativa ser registrada no nordeste brasileiro, a validação se dá, portanto nesta verificação se o resultado assim obtido foi fruto de algum erro de cálculo ou acabou por surgir devido a circunstâncias do problema.

Nesta fase inicial do quarto momento a preocupação está voltada para a solução Matemática obtida na resolução do modelo proposto, ou seja, aqui observamos se o aluno consegue ver que nem sempre o valor obtido pode ser tomado como solução para o problema, pois por algum fator o mesmo pode se tornar incoerente com a situação real em estudo.

4.5.9 Validação do modelo

Uma vez validada a solução do algoritmo parte-se para validar o modelo como um todo, entendendo-se que esta etapa pode até confundir-se ou fundir-se com a anterior, mas é preciso destacar que um modelo matemático é quase sempre mais que o algoritmo, este é em geral a essência no modelo, mas não constitui o todo deste modelo. Por isso uma vez validado o algoritmo, parte-se para a validação do modelo que constitui o campo mais amplo onde o algoritmo está inserido.

Aqui se encerra o quarto momento, e após analisado o resultado obtido no cálculo em si, observamos os questionamentos dos alunos, quanto à validade ou não do modelo. Ou seja, o aluno após não perceber falhas na parte do cálculo em si, irá voltar suas atenções para

possíveis falhas no modelo em si, na forma como ele arquitetou esta proposta de solução ao problema trabalhado na questão.

Dentro do quinto momento citado por Meyer et al (2011) “definir a tomada de decisão com base nos resultados”, podemos perceber a seguinte fase:

4.5.10 Avaliação do modelo obtido

Esta etapa que também por vezes pode se confundir com as anteriores, principalmente com a validação do modelo, tem sua distinção aqui, devido ao fato de avaliar um modelo não ser compreendido por nós como sinônimo de validá-lo, um modelo pode ter sido validado na etapa anterior tendo apresentado um algoritmo compatível, mas durante sua fase da avaliação percebe-se ter sido esta uma escolha ruim, possa ser pelo fato do modelo ser muito extenso, de difícil compreensão, podendo desta forma durante sua avaliação ser refutado, não por não ter conseguido solucionar o problema, mas porque ter surgido a idéia de uma forma talvez mais simplificada para se obter esta solução.

Depois de cumpridas as fases anteriores é nesta que se abre espaço a discussão crítica da situação em questão. Esta crítica tanto pode se dar ao modelo apresentado, seja pela sua complexidade ou simplicidade excessiva, quanto a comparação entre os resultados obtidos e resultados apresentados por órgãos de gestão e controle que trabalham com a situação abordada.

4.6 RECOMENDAÇÕES PARA O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Muitas vezes, o modelo que obtemos pode não ser tão eficiente no tocante a explicação do fenômeno analisado, isso de maneira alguma corresponde a dizer que o trabalho com Modelagem Matemática deixou a desejar. Não devemos dar uma valorização excessiva aos fins a serem atingidos, a riqueza do trabalho com Modelagem esta na interação que o estudante é convidado a ter com diferentes conteúdos matemáticos e até mesmo com diferentes áreas do conhecimento presentes em assuntos do cotidiano.

4.6.1 Como propor uma atividade de Modelagem Matemática

Durante o processo de Modelagem Matemática o professor que se dispõe a fazê-lo, geralmente, passa por estas fases anteriormente citadas (p. 47-51) e no decorrer do processo, necessário faz-se que este esteja sempre aberto à interação com os alunos, sendo preciso ter domínio das técnicas básicas e da teoria que envolve a situação apresentada, passível de ser modelada, não a teoria como um todo, mas sim a teoria Matemática que pode ser mobilizada. O professor modelador pode vir a fazer uso de outros modelos, já anteriormente obtidos, em situações semelhantes que podem ser pesquisadas com facilidade via tecnologias digitais ou bibliografia adequada, tanto para testar estes modelos como para ter uma melhor noção destas fases. Desta forma, ele pode vir a fazer uso de uma ou mais técnicas de resolução já conhecidas dentro de uma nova situação apresentada. Isto pode levá-lo a tecer críticas sobre possíveis falhas em modelos já existentes e improvisar novas técnicas que se adéquam a situação vigente.

Barbosa (2004, p.4-5) sugere que quando ocorre uma atividade em sala de aula com o uso da Modelagem Matemática, o professor pode ofertar esta atividade através de um dos casos a seguir:

CASO 1: O professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação;

CASO 2: Os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados;

CASO 3: Trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos.

Conforme Barbosa (2004) a atividade de Modelagem pode ser desenvolvida partindo do professor já com os dados sobre o problema, partindo dos alunos que tem de buscar os dados necessários, ou através de um projeto mais abrangente, envolvendo professor e alunos que pode até mesmo fugir aos conteúdos ditos “matemáticos” mesmo que em sua resolução faça uso destes conteúdos.

É possível até, dependendo da evolução do trabalho com a turma, propor modelos que além da solução do problema sirvam como fonte de abstração para situações afins, isto desenvolve fortemente a capacidade de abstração do alunado, tão carente nesta habilidade de transpor para a linguagem Matemática problemas do mundo real. Além disso, a Modelagem Matemática possibilita o desenvolvimento de um conhecimento sistematizado em quem está

envolvido no processo e estimula a troca de conhecimento entre áreas diferentes, quando requer que estejamos em contato com especialistas de outras áreas para tomarmos ciência de detalhes que não cabem a nós sabermos, devido a nossa formação, quanto às questões apresentadas no problema.

É fato que em algum momento de sua vida profissional futura, este aluno de hoje, deparar-se-á com situações-problema passíveis de acontecer em variadas esferas da sociedade, que exigirão deste, agora como profissional, criatividade para modelar ou no mínimo habilidade em modificar modelos matemáticos de acordo com o problema apresentado. Um método ao qual poderíamos estar aderindo quando do ensino por meio de Modelagem Matemática seria o denominado PBL (sigla em inglês cuja tradução seria Aprendizagem baseada em problemas). Por este método a Modelagem constitui-se em uma metodologia de problematização, dentro do contexto sociocultural e a atividade de modelação baseia-se em problemas, mas que priorizem ao máximo os conteúdos.

Praticar Modelagem Matemática contribui para desenvolver nosso raciocínio lógico, nos ajudando a ter mais clareza em nossos pensamentos. Isto possibilita darmos ao ensino de Matemática uma melhor qualidade também no tocante a forma de apresentar e escrever esta tanto para nós mesmos quanto para outro que leia o que estamos escrevendo.

O professor pode tomar conhecimento de possíveis problematizações surgidas por parte de seus alunos em sala de aula que sejam passíveis do uso da Modelagem Matemática, bem como levantar situações didáticas que envolvam seu uso como estratégia de ensino. Assim, estabelecendo essa parceria com os alunos e com outros professores do educandário, pode-se investigar, analisar e propor estratégias didáticas com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, visando a partir de problematizações advindas da realidade dos alunos, tornar a Matemática um conhecimento útil tanto do ponto de vista acadêmico como também numa visão didática e prática para fomentar a solução de problemas, fazendo-a desta forma, importante instrumento a ser usado pelo aluno na mudança de sua realidade social.

Em nossa concepção o homem é um ser essencialmente social e necessita estar interagindo com seus pares e com o objeto que se quer aprender para que esta aprendizagem seja significativa e possa realmente desenvolver e melhorar sua práxis (diária) tanto profissional quanto socialmente. A educação só traz resultados positivos quando leva em consideração tanto o sujeito que aprende quanto o meio que este vive, não apenas objetivando sua inserção dentro de um determinado paradigma social, mas promovendo um sujeito liberto e pensante.

4.6.2 Como e porque usar Modelagem Matemática no Ensino Básico

Para inserirmos o ensino com uso de Modelagem Matemática necessitamos estar cientes que iremos enfrentar alguns obstáculos. Dentre estes podemos citar os que advêm com a própria ementa do curso de Matemática que devemos desenvolver enquanto professores em determinado ano, isto porque existem os conteúdos que seguem geralmente uma distribuição linear ao longo do ano e tem prazos para serem trabalhados com os alunos.

Quando estamos utilizando Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino, visando dinamizar e melhorar a aprendizagem de conteúdos de Matemática básica é recomendável à opção por um currículo em espiral no qual ao apontarmos para determinado conteúdo a ser trabalhado na atividade, estejamos cientes de que, por vezes, é necessário fazer uso de determinado conteúdo que inicialmente talvez não estivéssemos pensando em abordar naquele momento. Isto naturalmente pode gerar receio de nossa parte em utilizar este tipo de abordagem de ensino, mas estejamos certos que embora possamos, por vezes, achar que estamos “pulando” etapas, na verdade estamos possibilitando a apreensão de uma Matemática mais significativa e concisa e não estaremos desprezando nenhum tipo de conteúdo. Na realidade, estaremos abordando o conteúdo de forma diferenciada em um momento que talvez nunca antes possamos ter percebido que cabia seu uso.

Quanto ao aluno, é comum que este tenha receio em inserir-se em um tipo de abordagem na qual é imprescindível sua atuação participativa, se expondo, dando soluções, pois não é em geral a este tipo de ensino que o mesmo está habituado. Daí a necessidade do professor incentivá-lo a vencer uma possível apatia inicial, indiferença ou até mesmo medo em contribuir com suas idéias. Não recomendamos que o professor busque uma mudança total e imediata nesta relação ensino-aprendizagem – esta possível barreira pode ir sendo vencida aos poucos com pequenas inserções de atividades de Modelagem durante o transcorrer do ano letivo.

A prática de Modelagem Matemática capacita e aperfeiçoa o educador quanto ao desenvolvimento de sua prática pedagógica, contribuindo para sua participação efetiva no meio em que está inserido e para uma mudança de postura quando isto se faz necessário. Já que muitas vezes o professor até percebe que existe a necessidade de mudança na forma de abordar determinado assunto, mas se vê repetindo velhos hábitos não porque necessariamente

goste de agir desta forma, longe disso, a questão é que existe uma carência na oferta de maneiras alternativas que possam servir como novas abordagens para este professor.

Meyer et al. (2011) faz referencia a um trabalho feito por um dos autores do livro, Caldeira (1998), onde o mesmo constatou que quando professores atuaram como alunos em um curso de capacitação sobre Modelagem Matemática conseguiram em sua maioria resultados mais satisfatórios do que quando estes mesmos professores passaram a atuar como docentes de suas respectivas turmas do ensino básico, ou seja tiveram que aplicar com seus alunos aquilo que tinham desenvolvido ao longo do curso de formação. Em suas reflexões Caldeira apontou o programa a ser seguido e a estrutura que a escola impõe com alguns dos entraves que contribuem para este resultado quando da aplicação das atividades propostas no curso em sala de aula. Portanto, creio que devemos cada vez mais insistir em novas tentativas, propor e mostrar o resultado de novas experiências, para que a estrutura atual que as escolas e os currículos nos oferecem não se constitua num bloqueio ao uso de práticas inovadoras como a Modelagem Matemática.

Caldeira (2009) traz a Modelagem Matemática como algo que possa educar matematicamente, ou seja, não apenas como um método de ensino, mas como uma concepção de ensino e aprendizagem que pode, ao longo do seu processo, gerar um programa onde sejam incorporados não só a “Matemática universal”, mas outras que possam surgir devido as situações vivenciadas ao longo de seu desenvolvimento, daí a necessidade de uma programação que seja flexível e em espiral em contraposição ao planejamento rígido e linear comumente usado nas aulas de Matemática.

Freire (1970) já se preocupava com aquilo que chamou de educação “bancária” e que vejo ainda presente nos dias de hoje em muitas ocasiões, tanto na minha realidade profissional quanto na de outros colegas da mesma e de outras áreas de ensino. O autor cita a preocupação com a forma como esta concepção de educação trata a “realidade”:

Falar da realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado, quando não falar ou dissertar sobre algo completamente alheio a experiência existencial dos educandos vem sendo, realmente, a suprema inquietação desta educação. (FREIRE, 1970, p.33)

Esta prática leva a um ensino onde o papel do professor (educador) é de narrar o conteúdo que o aluno (educando) ouvinte passivo deve se encarregar de tomar pra si, assimilar, memorizar e repetir mecanicamente quando argüido sobre o tema. A educação constitui-se na ação de depositar, sendo o educador o depositário e o educando o depositante. (FREIRE, 1970, p.33).

Vejo no trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula uma importante ferramenta no sentido de valorizar o pensamento e o modo de agir do aluno, rompendo com a idéia da educação “bancária”, ainda presentes em várias ocasiões do cotidiano escolar onde “o educador é sempre o que sabe e os educandos são sempre os que nada sabem” (FREIRE, 1970, p.34). O trabalho com a Modelagem Matemática com professores incentivando-os a fazê-lo com seus alunos nas aulas contribui para o desenvolvimento de um ensino libertador que não apenas adestre o sujeito/aluno ao que a sociedade vai lhe exigir, mas que este adquira uma gama de conhecimentos que o torne autônomo, liberto para pensar, agir e decidir dentro do que o convívio social lhe impor, sabendo fazer uso dos conhecimentos matemáticos necessários quando for preciso, aproveitando-os da melhor forma dentro de seu contexto.

5 COMO DESENVOLVEMOS NOSSO TRABALHO DE PESQUISA

Entendemos que a utilização da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino pode servir como um instrumento metodológico importante a fim de romper com a visão excessivamente abstrata do conteúdo matemático e de sua dissociação com o meio social onde está inserido nosso aluno, daí nossa proposta de promover um trabalho junto aos professores de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, levantamos suas respectivas formações e cursos de aperfeiçoamento, bem como as suas práticas mais usuais em sala de aula, com o auxílio de questionários. Em seguida, através de encontros presenciais semanais com os professores e também de forma não presencial através da plataforma moodle nos propusemos em realizar um trabalho em grupo levando algumas concepções sobre a Modelagem Matemática aos mesmos, formulando conjuntamente, possíveis intervenções em suas salas de aula, embasados em seus princípios. Visando atingir estes objetivos, montamos um cronograma com as datas das reuniões semanais, para a formação presencial, e agendamos com os professores, a coordenação e a direção da escola o local para realização dos encontros. As tabelas a seguir trazem o cronograma do curso realizado entre os meses de agosto e dezembro de 2012 e a carga horária do mesmo.

Semana	Atividade presencial/em sala	Atividade on-line
20/08/12 a 26/08/12	Apresentação da ementa do curso e da plataforma moodle	Ambientação dos participantes
27/08/12 a 02/09/12	Apresentação e discussão a cerca dos aspectos teóricos da modelagem matemática	PDE (definição, metas e avaliações)
03/09/12 a 09/09/12	Feriado	PDE (descritores)
10/09/12 a 16/09/12	Apresentação e discussão de exemplos envolvendo modelagem	Contextualização nos documentos oficiais
17/09/12 a 23/09/12	Modelagem e descritores/ Modelagem e TIC	Contextualização (conceito)
24/09/12 a 30/09/12	Construção de exemplos com o uso da modelagem por parte dos professores	Geogebra (download, interface e comandos)
01/10/12 a 07/10/12	Semana da eleição	Geogebra (atividades lúdicas)

08/10/12 a 14/10/12	Feriado	Geogebra (teoremas da geometria)
15/10/12 a 21/10/12	Construção da intervenção com o uso da modelagem a ser aplicada em sala de aula	Geogebra (teoremas da geometria)
22/10/12 a 28/10/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (funções)
29/10/12 a 04/11/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (funções)
05/11/12 a 11/11/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (situações problemas)
12/11/12 a 18/11/12	Avaliação do curso e das intervenções em sala de aula	Geogebra (situações problemas)

Tabela 2: Cronograma do curso abordando Modelagem Matemática

Distribuição da carga horária	Subtotal	Total
4 h/aula nos encontros presenciais	$7 \times 4 = 28$ h	82 horas
5 h/aula nas intervenções semanais	$3 \times 5 = 15$ h	
3 h/aula nas atividades on-line	$13 \times 3 = 39$ h	

Tabela 3: distribuição da carga horária do curso

Nestas reuniões, buscamos tomar conhecimento de possíveis problematizações surgidas por parte dos alunos em sala de aula passíveis do uso da Modelagem Matemática, bem como a partir de levantamentos feitos por parte dos professores junto aos seus alunos, visamos levantar situações didáticas que envolvessem o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Assim sendo, estabelecemos uma parceria com os professores do educandário e de outra escola da rede pública da cidade, num total de 9 (nove) docentes, a fim de que juntos pudessemos investigar, analisar e propor estratégias didáticas com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, visando a partir de problematizações advindas da realidade socioeconômica dos alunos, tornar a Matemática um conhecimento útil tanto do ponto de vista acadêmico como também numa visão didático prática para fomentar a solução de problemas, fazendo-a desta forma importante instrumento a ser usado pelo aluno na mudança de sua realidade social.

Segundo Meyer et al. (2011) a prática com Modelagem Matemática requer algumas mudanças no modo como alunos e professores devem encarar a Matemática. Devemos romper com a concepção do professor que ensina e do aluno que aprende, e passar a entender o

processo como uma interação. É na interação professor – objeto - aluno que se dá o aprendizado, o aluno deve manipular, observar e interagir com o objeto matemático e não apenas esperar por parte do professor o ensino do que seja este objeto e sua função. Nas palavras dos autores “passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o aluno aprende”. (MEYER et al, 2011, p.24).

Segundo Bassanezi (2006 p.205/206)

“[...] O importante é fornecer aos educadores o instrumental de aplicação de uma estratégia educacional que lhes permita identificar e selecionar informações e conteúdos relevantes a cada situação e os capacite a desenvolver a Educação Matemática motivadora e criativa em qualquer nível em que atuem, [...], portanto, optamos por desenvolver um programa onde a Matemática está associada aos valores cultural, utilitário, formativo, sociológico e estético.”

Sob esta ótica sentimos a necessidade de fazer este trabalho junto aos docentes que não tiveram ou tem pouco contato com a Modelagem Matemática a fim de promover maior ganho a quem mais nos interessa: o aluno. De início, os professores elencaram a partir da realidade de suas salas de aula, as angústias e carências dos alunos quanto à aprendizagem da Matemática. Posteriormente estabelecemos um grupo de estudo com vista a levantar temáticas que envolvam informações advindas da realidade social, econômica e cultural do município, passíveis da aplicação das técnicas de Modelagem para tornar o aprendizado algo mais motivador, dentro de uma perspectiva crítica e criativa.

Segundo Barros (2000), quando estamos dando um curso visando formar professores de Matemática, numa perspectiva de Modelagem, é preciso atentar para o fato de que nossas ações direcionam-se quase sempre no sentido de questionar e até mesmo negar o que por vezes, constitui-se numa práxis presente nas aulas de Matemática, qual seja o hábito de universalizar o particular, de igualar as diferenças e buscar abranger a totalidade.

A partir das discussões nos encontros presenciais com os professores, buscaremos formular propostas de intervenções com o uso da Modelagem Matemática, já que devido ao convívio diário com a turma, os professores têm condições de fazer um levantamento a respeito do contexto social, cultural e econômico, no qual seus alunos estão inseridos e desta forma, começar a tecer possíveis conteúdos onde estas situações possam ser abordadas e enriquecidas com o uso da Modelagem Matemática em suas turmas do Colégio Municipal Padre Galvão, em diferentes anos do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º ano). Esses professores buscarão desenvolver o trabalho de Modelagem em suas turmas. No entanto, nosso campo de observação se constituiu de um único professor escolhido de forma aleatória,

a cargo do qual, ficará a escolha da turma onde irá desenvolver sua atividade com o nosso acompanhamento agindo como um observador não participante.

Colocamos nossa observação aqui como não participante no sentido de que não iremos interferir durante as aulas, porém é nosso objetivo trocar idéias com o professor no interstício entre dois encontros, quando o trabalho esteja sendo desenvolvido, agindo de uma forma colaborativa não durante a condução das aulas, mas no planejamento das atividades e na análise e interpretação quanto à avaliação que possa ser feita de cada um dos encontros com os professores.

Diante disto nossa pesquisa se enquadra dentro do que Fiorentini & Lorenzato (2009) apontam como sendo uma observação participante. Segundo estes autores neste tipo de observação “a coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando estas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo...” (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p. 107). Uma vantagem deste tipo de observação é a de estar *in loco* o que segundo os autores ajuda na compreensão do significado que os observados dão a realidade. Nas anotações iremos procurar descrever o que de mais importante aconteceu durante as observações, organizando em um tipo de grade de registros para que possamos fazer uma observação estruturada e aproveitarmos, desta forma, o que de mais rico houve nos diálogos e ações promovidas pelo professor e pelos alunos.

Fizemos inicialmente, um levantamento via questionário junto aos professores com os quais trabalhamos a respeito de sua compreensão e disponibilidade em desenvolver, aplicar e analisar uma abordagem didática utilizando técnicas de Modelagem Matemática em sala. A preparação e o acompanhamento desta intervenção didática foi feita em encontros semanais. Inicialmente, levantamos questões norteadoras para estudo por meio de um trabalho conjunto entre professores e alunos para explicitar os problemas que estes vivenciam e que desejam abordar. Tendo em conta que uma boa parte dos alunos atendida neste estabelecimento, provém ou tem algum tipo de ligação com o meio rural, priorizamos questões oriundas ligadas a estas atividades. No entanto, ficou a cargo do professor titular da turma o uso ou não de questões vinculadas ao meio rural, caso fosse de sua preferência, poderia fazer uso de questões outras desde que perceba o interesse e engajamento da maioria da turma e busque utilizar a Modelagem Matemática que trabalhamos como o mesmo durante o curso.

A tabela seguir nos traz o planejamento para a atividade de Modelagem Matemática que o professor titular desenvolveu em um de suas turmas, sobre a seqüência e os resultados desta atividade iremos discorrer na análise dos dados.

PLANEJAMENTO PARA A ATIVIDADE DE MODELAGEM
<p>IDENTIFICAÇÃO:</p> <p>Colégio Municipal Padre Galvão</p> <p>Professor: xxxxxxxxxxxxxxxx</p> <p>Disciplina: Matemática</p> <p>Ano: 9º ano do ensino fundamental</p> <p>Turma: D</p> <p>Turno: Diurno vespertino</p> <p>Período: De 22/10/12 a 29/10/12</p>
<p>TEMA:</p> <p>Capacidade máxima de pessoas sentadas e em pé das arquibancadas do complexo esportivo de Pocinhos e o perímetro do campo</p>
<p>OBJETIVOS:</p> <p>GERAL: Desenvolver uma atividade com uso da Modelagem Matemática</p> <p>ESPECIFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Trabalhar a noção de área ➤ Trabalhar a noção de perímetro ➤ Discutir sobre a idéia de área e perímetro com os alunos usando as noções da Modelagem Matemática ➤ Estimular o debate destes conceitos entre os alunos ➤ Apresentar um problema envolvendo estes conceitos e buscar sua solução dentro do que preconiza as fases da Modelagem Matemática.
<p>CONTEÚDO: Tópicos de Geometria: Noções de área e perímetro</p>
<p>METODOLOGIA: A condução dos trabalhos se dará de acordo com as fases da Modelagem Matemática com as quais trabalhamos durante o curso de extensão</p>
<p>RECURSOS DIDÁTICOS: Quadro, giz, papel ofício, régua, fita métrica, calculadora e lápis</p>
<p>AVALIAÇÃO: Discursiva a partir da realização dos trabalhos por parte dos alunos e sua respectiva apresentação em sala.</p>
<p>BIBLIOGRAFIA: Módulo do Curso Ensino Contextualizado de Matemática utilizando Modelagem e Recursos Computacionais na Educação Básica e livro didático.</p>

Tabela 4: Planejamento para a atividade de Modelagem

Embora a base inicial desta pesquisa seja o trabalho colaborativo que fizemos no GPECOM, não podemos encará-la como uma pesquisa colaborativa devido ao fato de nem todas as fases da investigação ter a participação dos membros do grupo trabalhando colaborativamente. O trabalho do grupo se deu apenas na fase inicial de elaborar e ministrar o curso de Modelagem Matemática para os professores, mas a partir daí todas as demais fases de desenvolvimento, coleta e análise dos dados estão sendo feitas de forma individual.

Visando responder a nossa pergunta norteadora: ***Quais conceitos sobre Modelagem Matemática um professor participante de um curso de extensão mobiliza na sua prática em sala de aula?*** Quando do acompanhamento da atividade desenvolvida pelo professor em sua sala de aula, fizemos anotações de campo, elencando a partir do processo de Modelagem Matemática mobilizado por este professor, quais momentos ou fases ocorreram dentro da atividade desenvolvida. Nosso intuito com isso foi pesquisar de que forma ocorreu o processo de Modelagem Matemática nas aulas do professor observado, bem como, até que ponto estes momentos aconteceram em consonância com aquilo que mobilizamos e discutimos sobre Modelagem durante o curso, elencando quais os possíveis fatores que podem ter influenciado na condução da atividade, assim como, na minimização, maximização ou supressão de algum dos momentos.

Estas fases que observamos encontram-se descritas nas páginas 47 a 51 deste trabalho. Para cada um dos objetivos citados no capítulo 1 (subtítulo 1.3, pág.18) nossas anotações visaram propiciar um arcabouço necessário a posterior análise detalhada de quais fases ou momentos citados capítulo 4 (pág. 47 a 51) ocorreram, em quais circunstâncias se deu o processo e quais os possíveis fatores que podem ter influenciado na condução dos trabalhos. Fatores estes capazes de influenciar positiva ou negativamente o resultado esperado para a atividade. Estaremos em nossa análise discutindo aquilo que foi trabalhado durante o curso com os professores, para termos um norte a respeito do que esperávamos com a atividade de Modelagem feita com os alunos.

6 ANALISE DOS DADOS

6.1 LEVANTAMENTO DE DADOS A RESPEITO DOS DOCENTES PARTICIPANTES DO CURSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Quando da elaboração de nosso projeto de pesquisa a ser trabalhado nesta dissertação, fizemos anteriormente um levantamento no qual tínhamos por objetivo tomar ciência a acerca das condições de trabalho dos professores que constituiriam o público alvo de nosso trabalho, bem como se os mesmos já tinham algum tipo de conhecimento sobre Modelagem Matemática. Este levantamento foi feito através de um questionário que pode ser encontrado no material como apêndice D neste trabalho. Discorremos aqui sobre os resultados obtidos por meio deste questionário preenchido pelos nove docentes que participaram do curso de Ensino Contextualizado de Matemática utilizando Modelagem e recursos computacionais na Educação Básica. Ressalvamos que um dos professores por motivos de problemas de saúde teve que se licenciar e não pode concluir o curso.

Lembremos que com este levantamento do perfil dos professores atingimos um dos nossos objetivos específicos, elencados na página 18 deste trabalho. Os dados foram tabulados e iremos apresentá-los ao leitor na forma de gráficos a partir deste ponto.

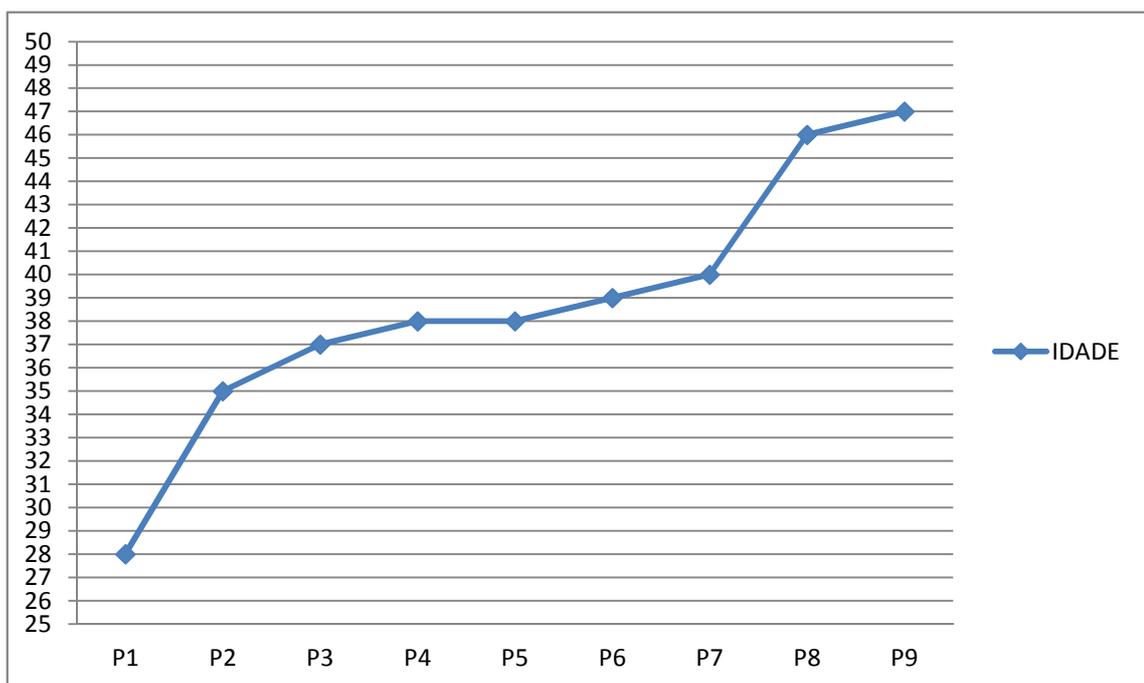


Gráfico 1: Idade dos docentes participante

Nosso público alvo para o curso constituiu-se em nove docentes do ensino básico das redes pública municipal e estadual do município de Pocinhos no curimataú paraibano, sendo oito professores e uma professora. Para manter o sigilo a respeito da identidade dos participantes, doravante iremos nominá-los da seguinte forma P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9.

Os dados demonstram que tivemos um público bem heterogêneo quanto à idade, isso se reflete também quanto ao tempo de atuação de cada um destes docentes em sala de aula.

Do total de docentes pesquisados 2/3(6) trabalhavam em mais de uma escola, sendo que um destes trabalhava em três escolas.

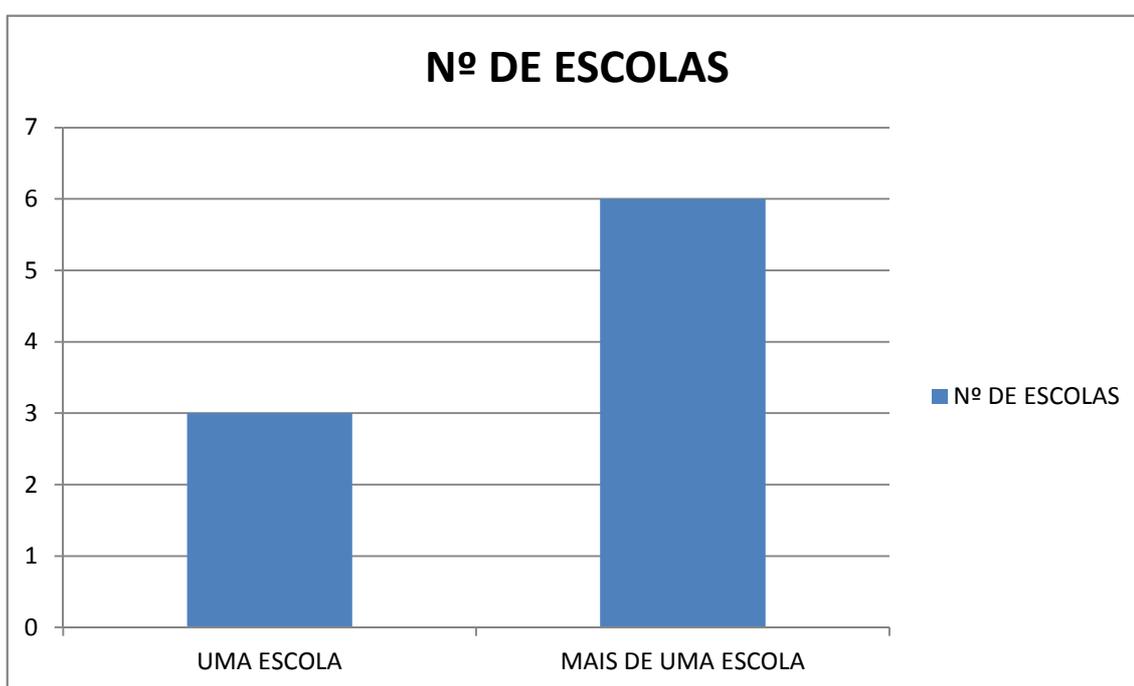


Gráfico 2: Quantidade de escolas em que os docentes trabalham

Este fato já era esperado por nós, já que é comum devido principalmente a questão de renda salarial, o professor dividir-se entre 2 ou mais escolas. Esse “sacrifício” lhe garante uma remuneração um pouco mais digna, no entanto, infelizmente, em boa parte dos casos contribui para uma perda considerável na qualidade do ensino, visto que é muito difícil conseguir realizar um trabalho de qualidade, tendo que dedicar 40 horas ou até 60 horas semanais em sala de aula. O excesso de horas-aulas semanais também é um dos principais motivos que afastam os docentes dos cursos de extensão/formação. Neste caso, felizmente, mesmo boa parte estando com excessiva carga horária semanal, de pronto se comprometeram a fazer parte de nosso curso sobre Modelagem.

Oito professores possuem licenciatura plena em Matemática, habilitados por conseguinte, ao ensino de Matemática na educação básica e um ainda está cursando Matemática, concomitantemente a um curso de Pedagogia. Todos atuam no ensino público, sendo que sete atuam na rede municipal e dois na rede estadual, apenas dois dos docentes atuam na rede privada de ensino.

O gráfico a seguir aborda as instituições onde os docentes concluíram ou estão cursando suas licenciaturas. O docente P3 ainda está em fase de conclusão da licenciatura e está cursando Matemática em uma instituição e Pedagogia em outra, concomitantemente.

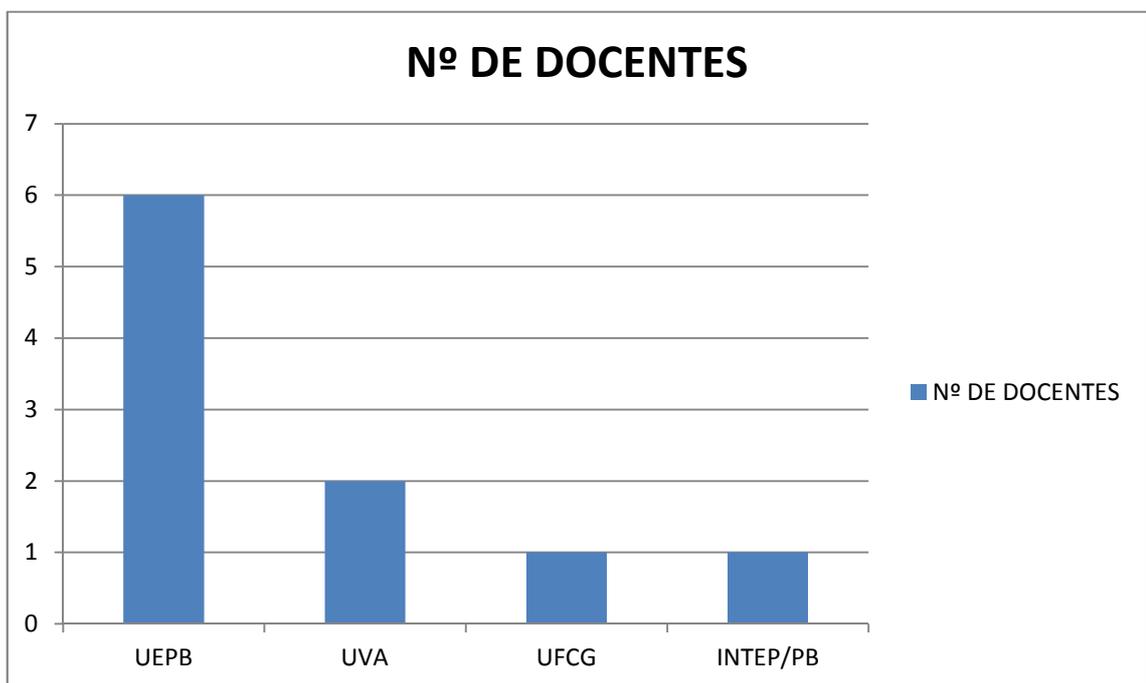


Gráfico 3: Instituições onde os docentes cursaram ou estão cursando a licenciatura⁹

Os 8(oito) docentes que concluíram a licenciatura o fizeram entre os anos de 1999 e 2012. Os docentes tem entre 5(cinco) e 23(vinte e três) anos de exercício da profissão.

No gráfico a seguir temos a relação entre as idades, o tempo de conclusão do curso e o tempo de exercício da docência. Lembramos que o docente P3 não consta, pois ainda não concluiu a licenciatura, embora já esteja atuando no exercício da profissão há 15 anos. Assim como ele, percebemos que é comum o fato de ter iniciado no exercício da docência, antes da conclusão do curso. Apenas 1 (um) participante iniciou a atividade docente alguns anos após ter concluído o curso. Isso é comum em nossa região, primeiro devido a carência de profissionais nesta área específica de ensino, segundo porque a alguns anos atrás não havia

⁹ UEPB – Universidade Estadual da Paraíba; UVA - Universidade Vale do Acaraú; UFCG – Universidade Federal de Campina Grande; INTEP/PB – Instituto Teológico Pedagógico da Paraíba

tanto rigor e a exigência da titulação para que o profissional pudesse atuar na atividade docente. Estes são os principais fatores que levaram profissionais como estes a buscarem a formação acadêmica, somente após já estarem exercendo a atividade docente.

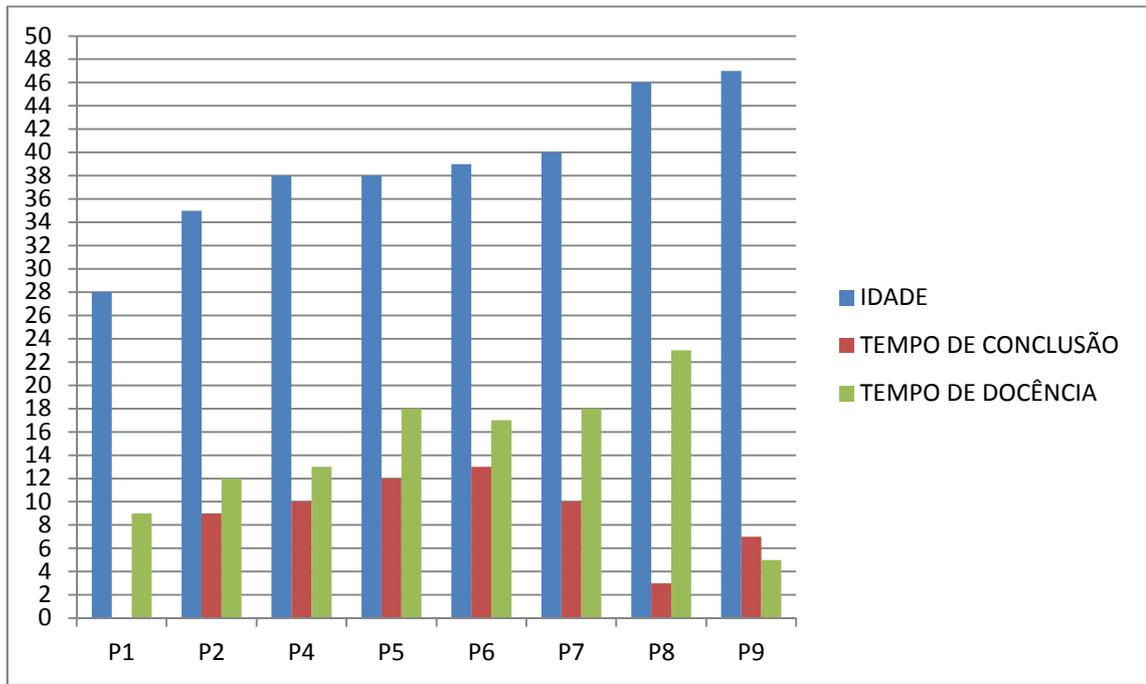


Gráfico 4: Relação entre idade, tempo de conclusão do curso e tempo de atuação docente¹⁰

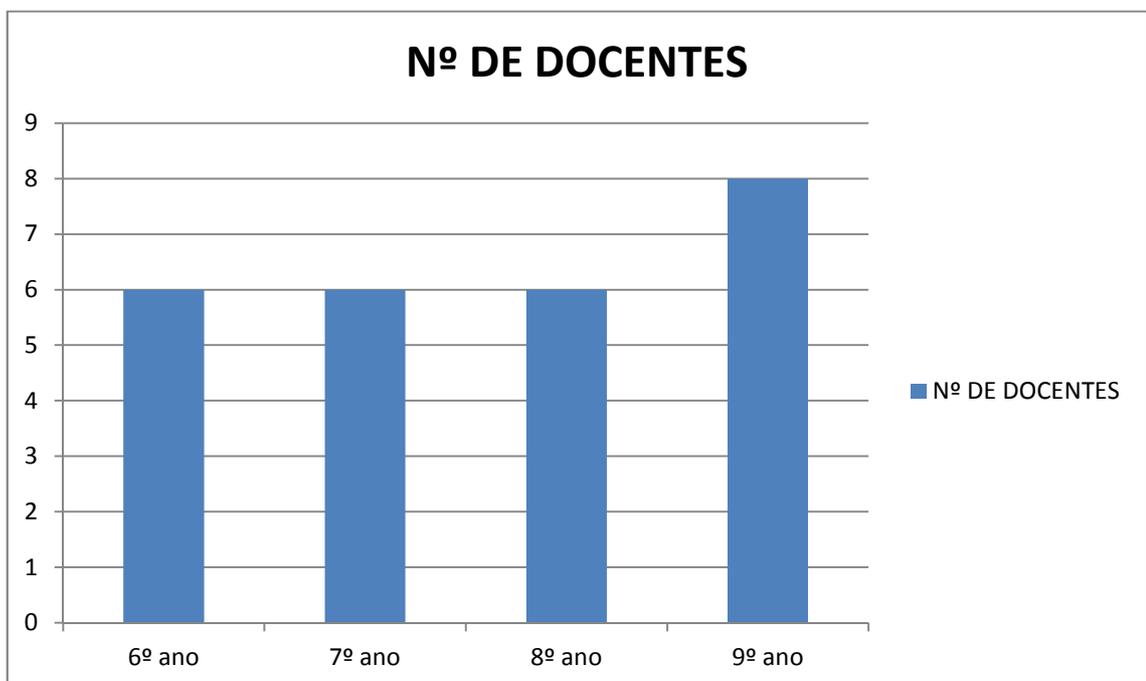


Gráfico 5: Anos do ensino fundamental e a quantidade de docentes que atuam nestes

¹⁰ Os valores estão sendo tomados em anos, tendo como referência o ano de 2012 no qual aplicamos o curso. O docente P1 concluiu seu curso neste ano, daí o motivo de ser 0 o valor referente a seu tempo de conclusão.

O gráfico 5 trata sobre o ano em que atuam, vemos que todos os docentes trabalham em mais de um ano do ensino fundamental e a maioria deles atuam no 9º ano, onde pretendemos que seja desenvolvida a atividade com Modelagem Matemática.

Quanto à quantidade de turmas e de alunos temos os seguintes dados:

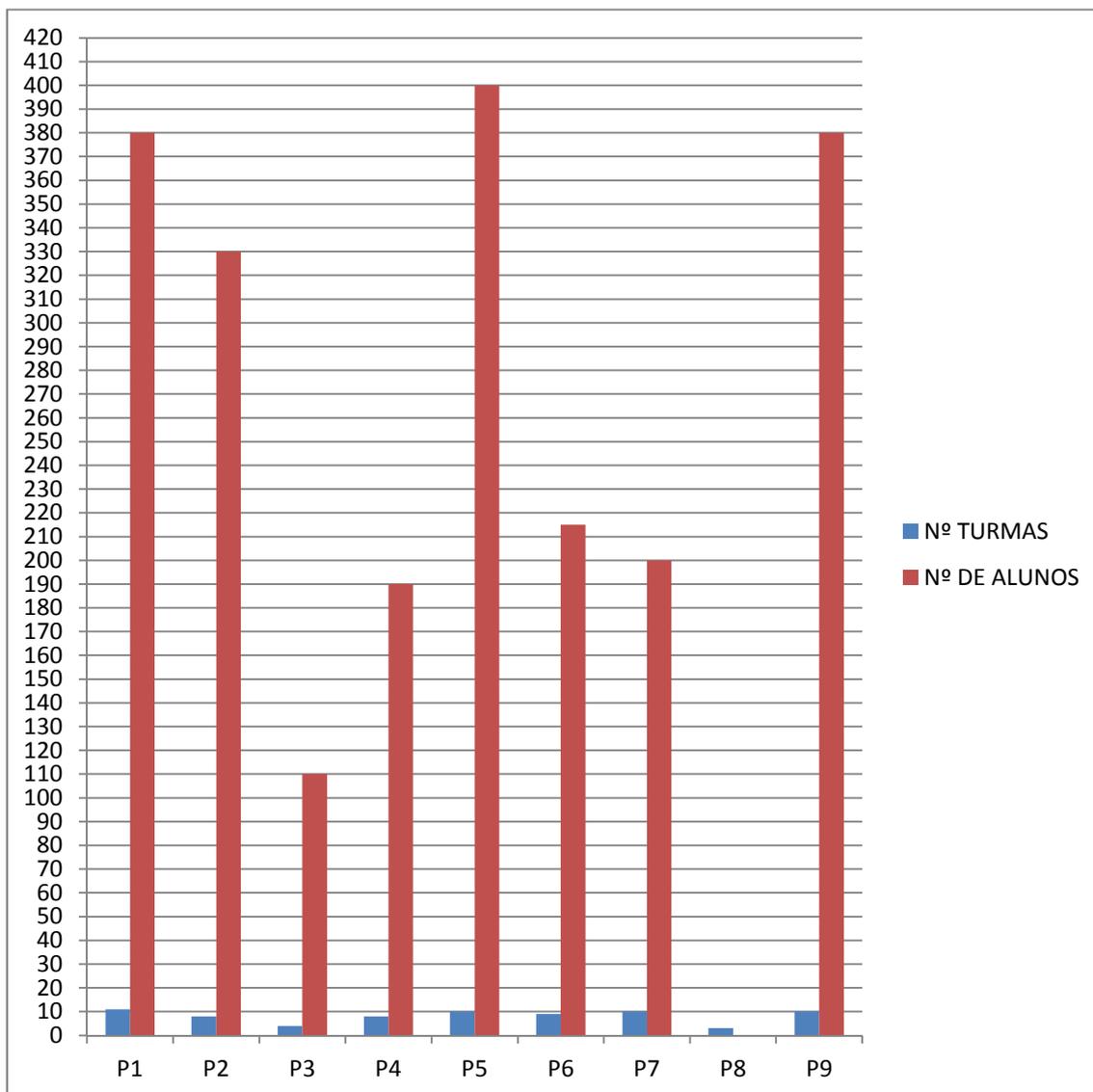


Gráfico 6: Relação entre o nº de turmas e a quantidade de alunos de cada docente¹¹

Ao todo, 6 (seis) docentes possuem pós-graduação, sendo que 5(cinco) possuem especialização e 1(um) possui mestrado. Os 3 (três) restantes afirmaram ter pretensão de cursar alguma pós-graduação, 2(dois) manifestaram intenção de fazer especialização, 1(um)

¹¹ O professor P8 não informou a quantidade de alunos para os quais leciona.

deles disse que queria cursar só o mestrado. Entre os 2 (dois) que manifestaram intenção em fazer especialização 1(um) disse que queria cursar especialização, mestrado e doutorado.

Quanto à carga horária de trabalho semanal, temos a seguinte distribuição:

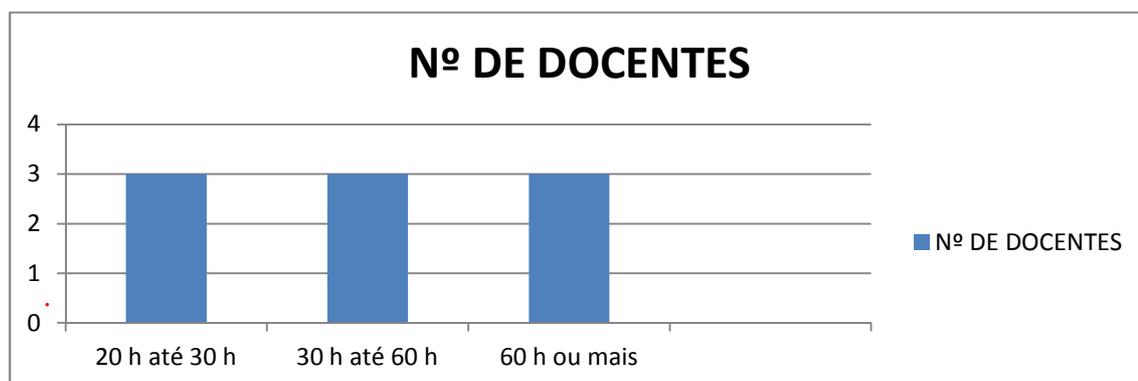


Gráfico 7: Quantidade de horas semanais dedicadas a atividade docente

Podemos perceber que existe docentes com a mesma quantidade de turmas e números de alunos diferentes, isto se deve ao fato da quantidade de alunos por sala não ter um padrão exato definido, embora na maioria dos casos este total fique entre 35 e 40 alunos por sala.

Entre os docentes pesquisados, 3 (três) atuavam também no ensino médio, sendo dos 6(seis) restantes; 5(cinco) já atuaram no ensino médio em algum momento na carreira, embora estivessem trabalhando apenas no ensino fundamental quando da época da pesquisa. Quanto ao ensino superior apenas 1(um) docente afirmou estar atuando também no ensino superior, dos 8(oito) restantes, 1(um) disse já ter atuado no ensino superior em outro, época e 1(um) não opinou, os demais nunca atuaram no ensino superior.

Fizemos alguns questionamentos quanto ao conhecimento e uso de recursos computacionais, já que nosso curso previa a utilização da plataforma eletrônica Moodle, bem como a sugestão a respeito de algumas atividades envolvendo Modelagem Matemática que poderiam ser feitas como o uso de computadores. Por meio destas questões levantamos que todos os participantes afirmaram ter conhecimento em informática, a maioria (6 professores) afirmou ter adquirido tais conhecimentos por conta própria, 2(dois) afirmaram ter feito curso específico de informática e 1(um) não opinou sobre como adquiriu os conhecimentos na área. Todos possuem computador em casa, e ao serem questionados sobre o uso do mesmo em suas atividades docentes, obtivemos as seguintes respostas:

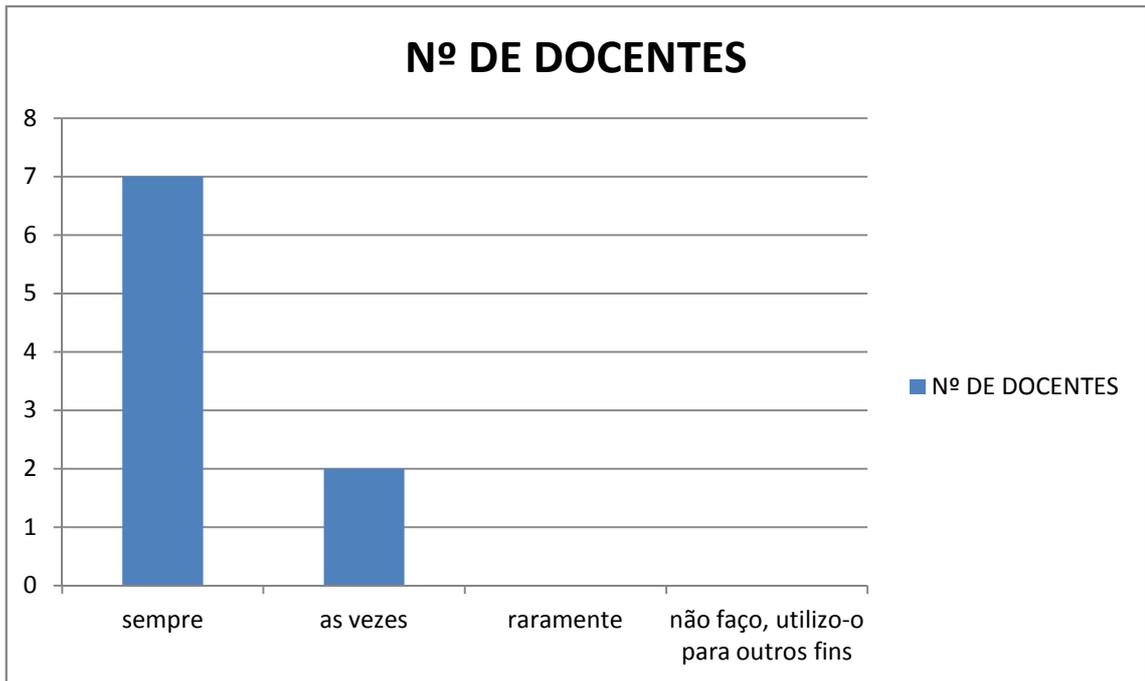


Gráfico 8: Uso do computador nas atividades docentes

Todos os professores disseram possuir conta de correio eletrônico. Quanto ao acesso a internet, obtivemos as seguintes respostas:

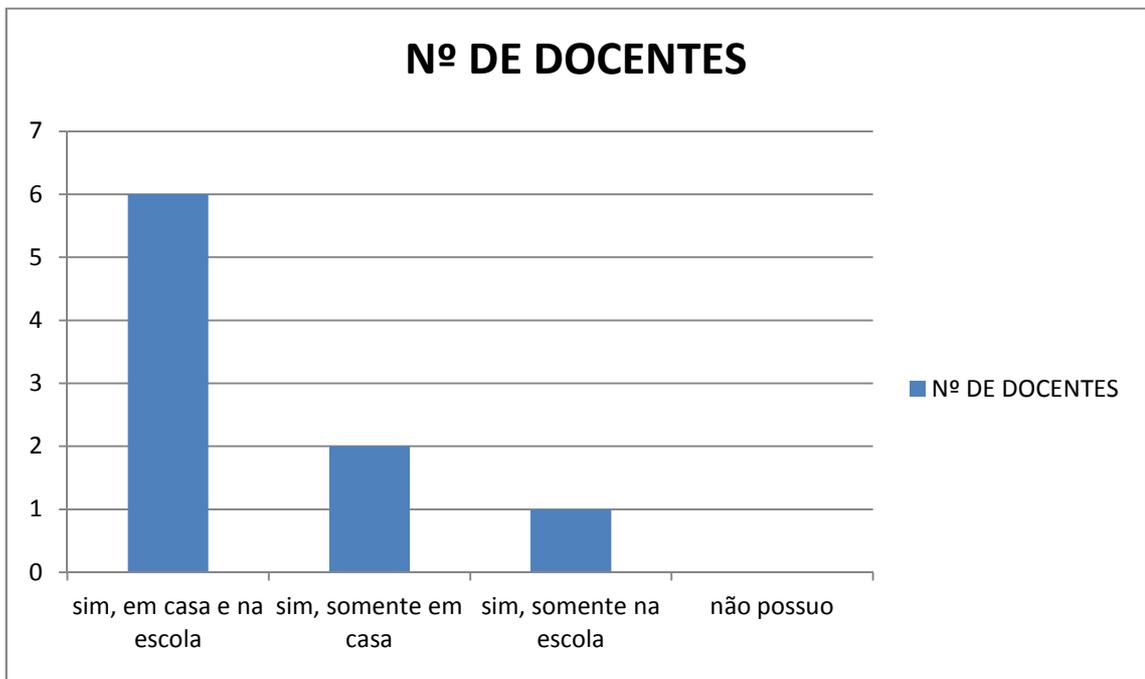


Gráfico 9: Acesso a internet

Fizemos questionamentos quanto às ações docentes dos participantes, para as quais compilamos os dados das respostas a seguir. Questionados sobre o fato de já terem participado de cursos na modalidade educação a distância com uso de computador, apenas 1(um) docente disse que sim e não nos falou qual foi o curso. Sobre se já haviam utilizado o laboratório de informática com seus alunos para trabalhar conteúdos de Matemática, apenas 1(um) docente disse que sim, trabalhando com o tangram usando-o no cálculo de perímetros e áreas de figuras planas. Quanto aos demais, alegaram os seguintes motivos para ainda não terem feito uso do laboratório de informática para os fins que questionamos:

DOCENTE	MOTIVO ALEGADO
P1	“Falta de softwares adequados”
P2	“Poucos computadores. E, por várias vezes quebrados ou ocupados.”
P3	NÃO OPINOU
P4	“Na escola municipal não tem laboratório de informática. E na privada só para ver jogos e as operações fundamentais.”
P5	“O laboratório da escola está desativado e quando funcionava era com poucos computadores.”
P6	“Não, pois a quantidade de alunos por sala é muito grande em relação à quantidade de computadores disponível no laboratório. E na maioria das vezes estão quebrados.”
P7	“A grande quantidade de alunos e o número muito pequeno de computadores.”
P8	“Por não dispor de condições didáticas e pela falta do laboratório de informática.”

Tabela 5: Motivos alegados para o não uso do laboratório de informática

Percebemos que embora na maioria das escolas em que os docentes atuam, haja computadores, os motivos alegados na tabela 5 fazem com que seu uso inexista ou deixe a desejar. Seja pelo desequilíbrio entre a quantidade de alunos por sala e a quantidade de computadores disponíveis na sala de informática ou por motivos de problemas técnicos nas mesmas. O fato é que os docentes demonstram que estes aparelhos ficam boa parte do tempo ociosos na escola. Esperamos que nosso curso possa contribuir para modificar este quadro, servindo de estímulo para que os docentes passem a fazer uso com mais frequência dos recursos computacionais disponíveis.

Questionando sobre a existência de computadores, acesso a internet, laboratórios de informática, cursos de capacitação nas escolas, trabalhos diferenciados e encontros de orientação, obtivemos os dados compilamos nos gráficos seguintes:

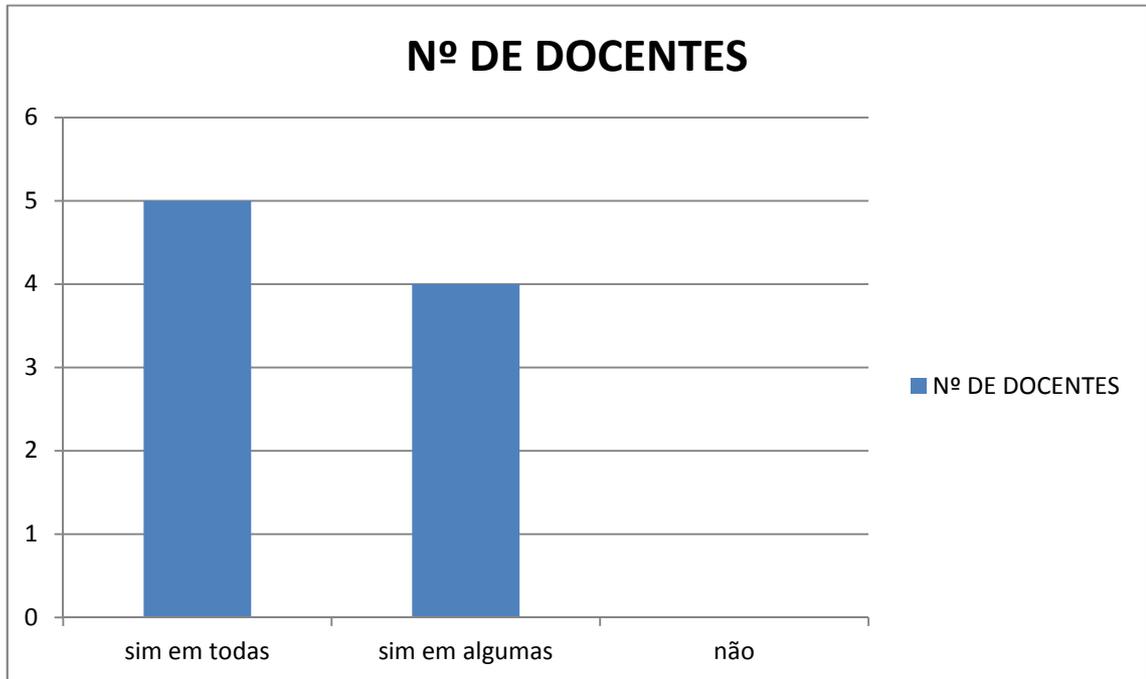


Gráfico 10: Existência de computadores nas escolas em que atua

Entre os docentes, 3(três) afirmaram ter conhecimento sobre algum software matemático, os programas citados foram Geogebra, Cabri, Winplot e SóMatemática. Sobre conhecer o termo Modelagem Matemática, 6(seis) professores afirmaram já ter ouvido falar ou lido algo sobre o tema, no entanto, apenas 1(um), o docente P5 afirmou já ter desenvolvido uma atividade envolvendo o que em sua ótica seria Modelagem Matemática, avaliando-a como “proveitosa”. Contudo, ressaltou a dificuldade em fazê-la devido a “quantidade de alunos”. Todos os docentes foram unânimes em afirmar que estariam dispostos a desenvolver, de forma colaborativa, atividades diferenciadas com o uso da Modelagem Matemática.

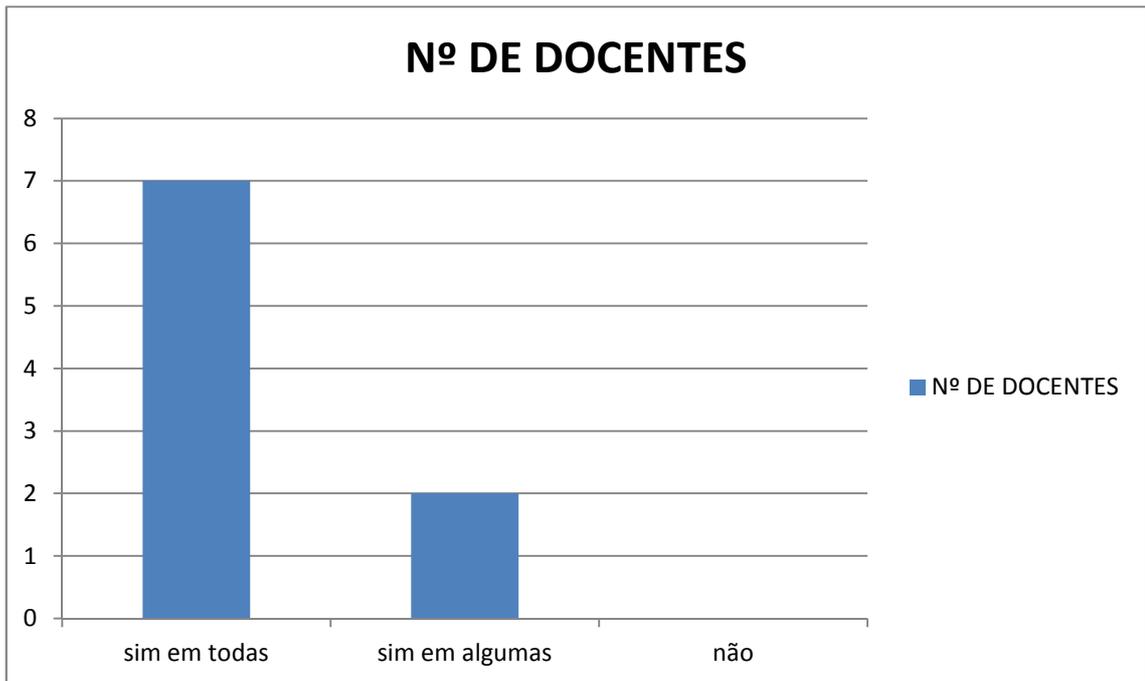


Gráfico 11: Existência de acesso a internet nas escolas em que atua

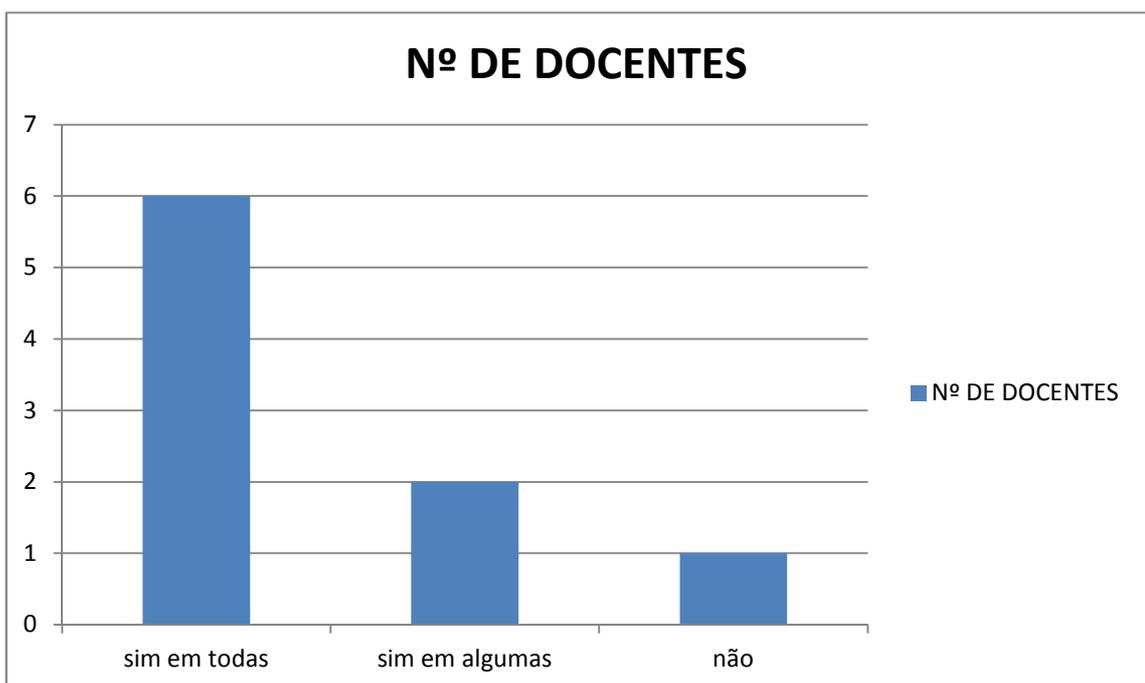


Gráfico 12: Existência de laboratório de informática nas escolas em que atua

Percebemos que na grande maioria das escolas o laboratório de informática possui acesso a internet, no entanto, os docentes chamaram a atenção para o fato de que este acesso em boa parte do tempo encontra-se inoperante por problemas técnicos. Segundo o relato dos professores, parece que não se dá a importância necessária ao uso e a manutenção dos laboratórios. Dois são os principais entraves ao seu uso: O mau dimensionamento do espaço

físico onde o mesmo é implantado, o que prejudica o manuseio por parte dos alunos, já que as turmas são geral em número bem maior do que a quantidade de aparelhos implicando em ser necessário que mais de um aluno fique em um mesmo aparelho e o espaço físico limitado compromete; outro fator é a falta de manutenção que diminui ainda mais o número de máquinas disponíveis para uso.

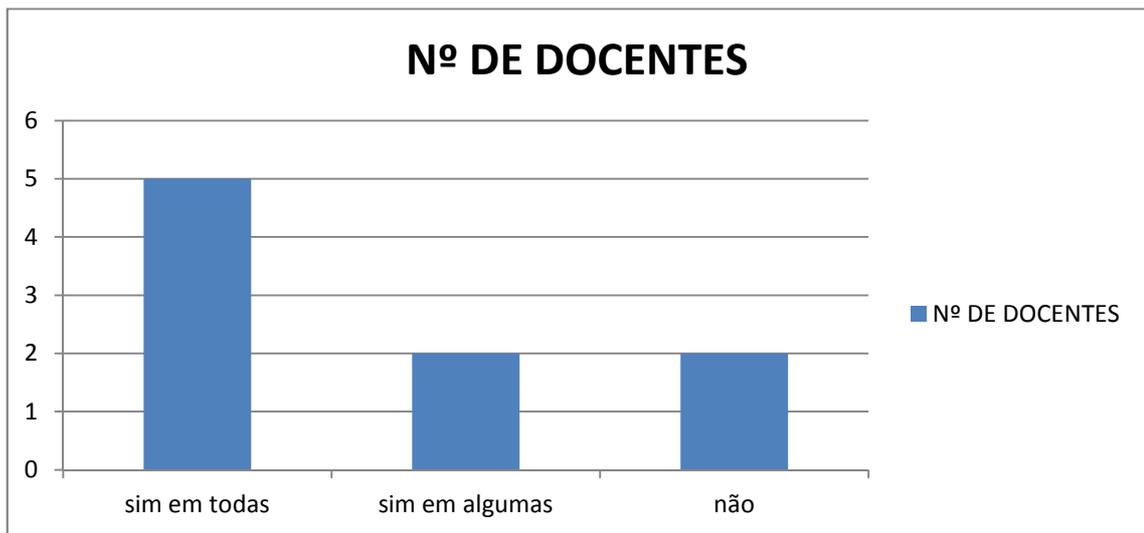


Gráfico 13: Oferta de cursos de capacitação nas escolas em que atua

Vimos com alegria o fato de que a maioria das escolas e/ou secretaria de ensino as quais os docentes estão ligados se preocupam em promover cursos de capacitação para seus quadros. Talvez esse tenha sido um dos fatores que contribuiu para que a quase unanimidade dos professores tenha se interessado em participar de nosso curso.

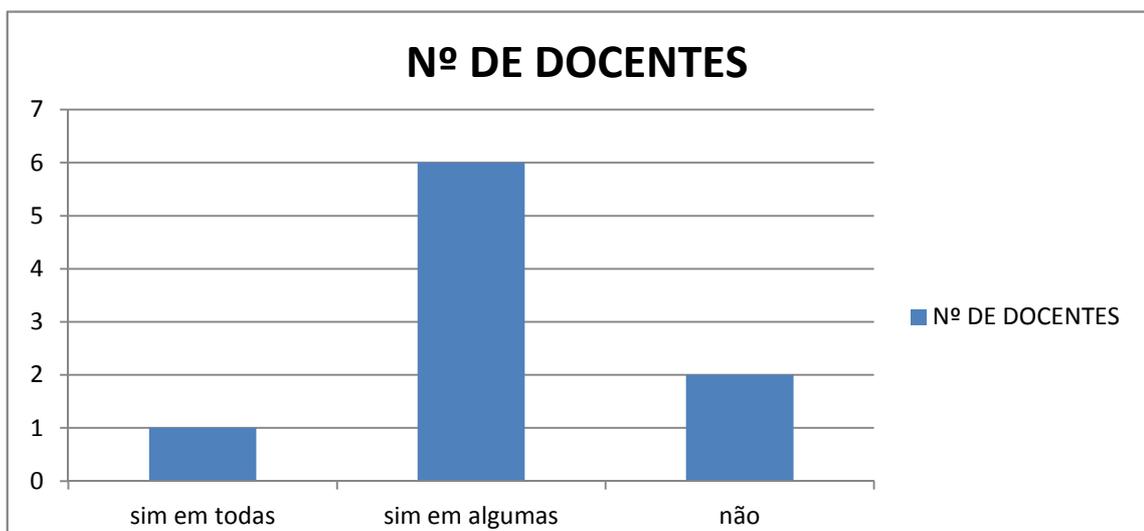


Gráfico 14: Existência de contato com serviços de orientação/coordenação educacional na escola

Dentre os 7(sete) docentes que afirmaram haver contato com orientação/coordenação educacional na escola, perguntamos em qual intervalo de tempo se dava estas reuniões:

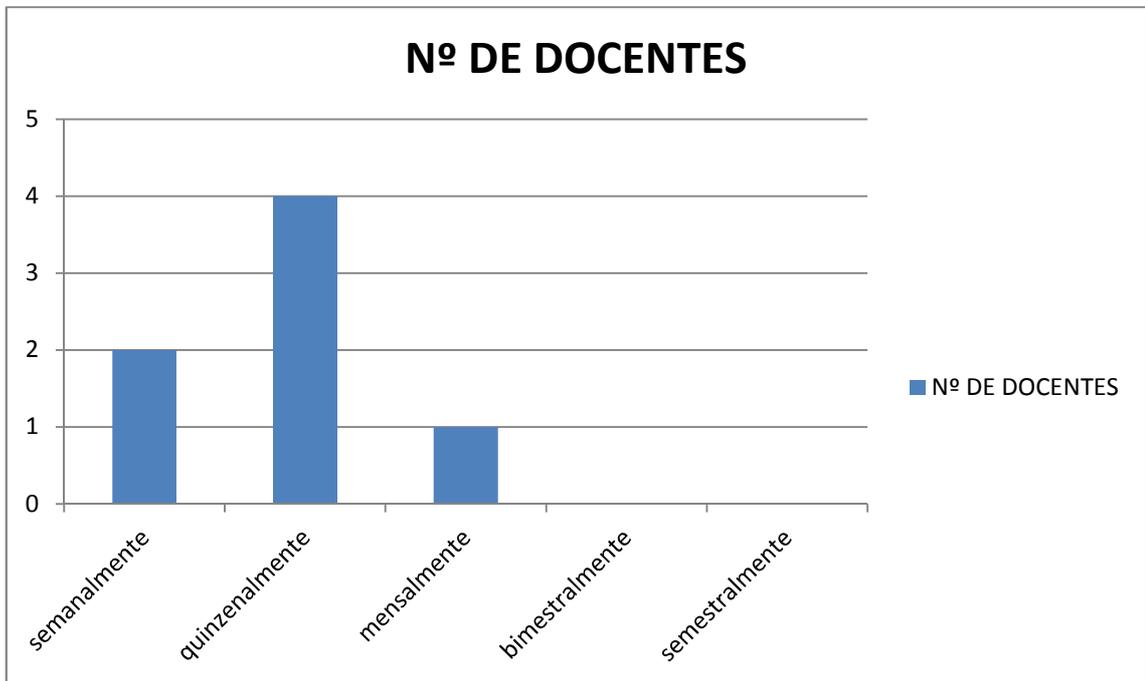


Gráfico 15: Frequência de reuniões de orientação/planejamento educacional

Indagamos sobre se a escola oferecia algum tipo de bonificação ao docente por desenvolver projetos diferenciados. Os resultados mostram que ainda não é costume nas escolas do ensino básico, em especial no ensino fundamental, oferecer este tipo de estímulo financeiro aos seus docentes.

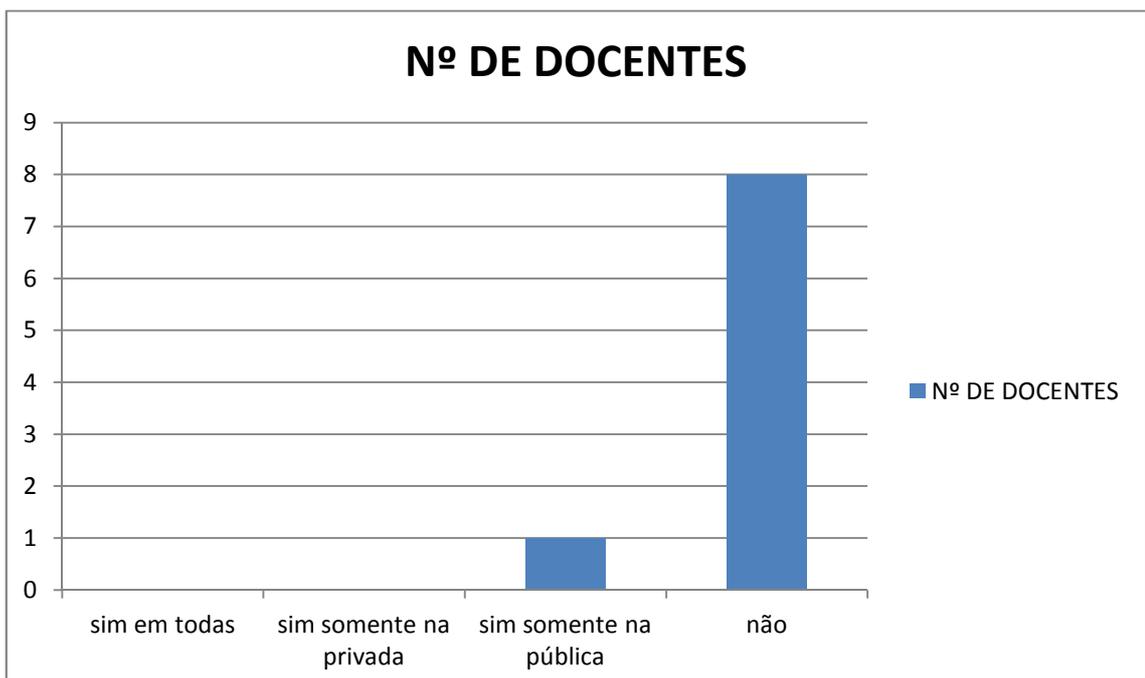


Gráfico 16: Existência de algum tipo de bonificação por parte da escola ofertada ao docente que desenvolve projetos diferenciados

Quanto à procedência da maior parte dos alunos tivemos as seguintes respostas por parte dos docentes, lembrando que o gráfico representa a resposta de acordo com a afirmação dos docentes sobre a maioria dos seus alunos:

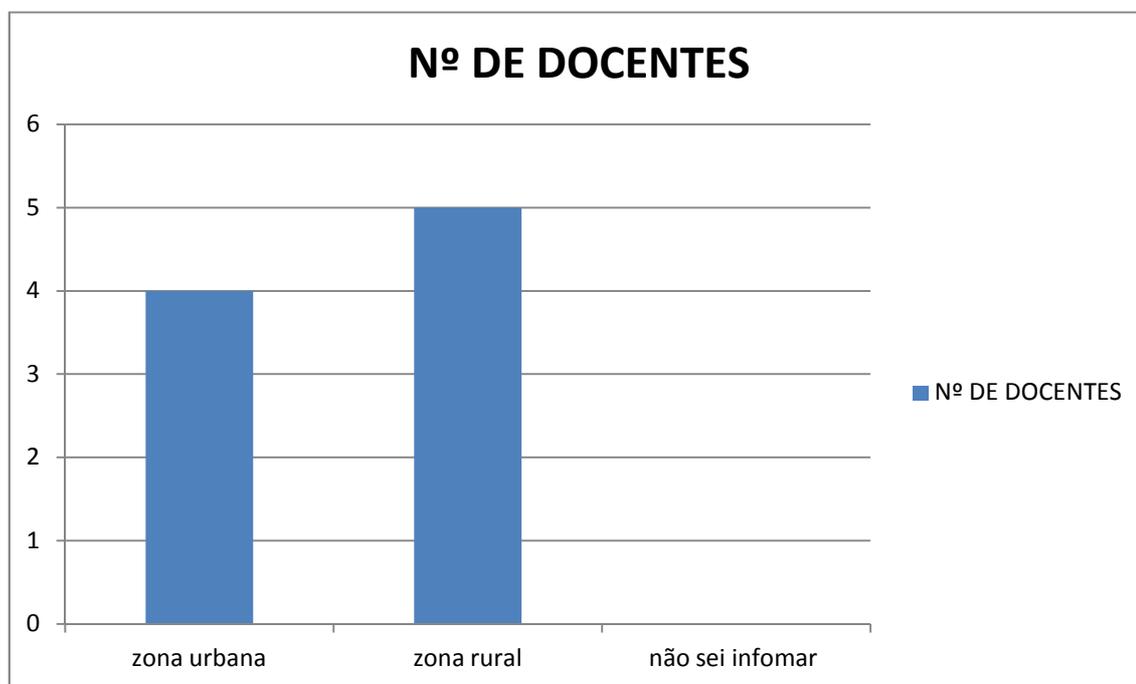


Gráfico 17: Procedência da maior parte do alunado das turmas

É comum no município os alunos oriundos da zona urbana prioritariamente estudarem no período da manhã e os que moram na zona rural, no período da tarde em que há transporte. Isto se reflete nesta divisão praticamente meio a meio entre os docentes devido ao fato de que estes também se distribuem entre os turnos manhã e tarde.

A última parte de nosso questionário versou sobre questões relativas à prática docente dos professores, no tocante ao desenvolvimento de atividades no laboratório de informática, recursos utilizados em sala de aula, preparação das aulas e carga horária semanal de trabalho. Indagamos sobre se costumavam desenvolver atividades com os alunos no laboratório de informática, apenas 1(um) professor disse que sim, citando que o utiliza para atividades lúdicas. Os demais responderam não e alegaram os seguintes motivos para o não uso do laboratório para atividades que envolvam conteúdos específicos de Matemática:

DOCENTE	MOTIVO ALEGADO
P1	“Falta de software adequados”
P2	“Poucos computadores, muitas vezes com defeito ou ocupados. Além do pouco tempo, que é nos dado para desenvolvermos uma aula nesses

	laboratórios.”
P4	“Não tem computadores na escola pública municipal só na particular e assim mesmo é pouco.”
P5	“O laboratório está desativado e quando ativo o número de computadores é mínimo.”
P6	“Não, pois a quantidade de alunos por sala é muito grande em relação à quantidade de computadores disponível no laboratório. E na maioria das vezes estão quebrados.”
P7	“Número insuficiente de computadores.”
P8	“Por trabalhar com ensino EJA e pela dificuldade de trabalhar com o laboratório de informática desativado.”
P9	“Não está funcionando ainda, mas pretendo utilizá-lo breve.”

Tabela 6: Motivos alegados para o não uso dos laboratórios de informática para atividades que envolvam conteúdos matemáticos

Lembremos que a Tabela 5 versou sobre o uso do laboratório de informática para atividades que não necessariamente estivessem ligadas a conteúdos matemáticos, o que difere da Tabela 6, na qual direcionamos os questionamentos para atividades específicas com conteúdos matemáticos. Portanto, devido ao fato ambas as tabelas versarem sobre o uso do laboratório, o leitor pode encontrar respostas semelhantes por parte dos docentes.

Nossa indagação sobre os recursos didáticos usados com maior frequência mostrou que o livro texto continua sendo o mais usado, em alguns casos o único a ser usado. Os docentes alegam motivos como precariedade dos demais recursos, por vezes disponíveis na escola, quantidade insuficiente, bem como falta de tempo para o planejamento de seu uso que é reduzido devido a carga horária que a maioria tem.

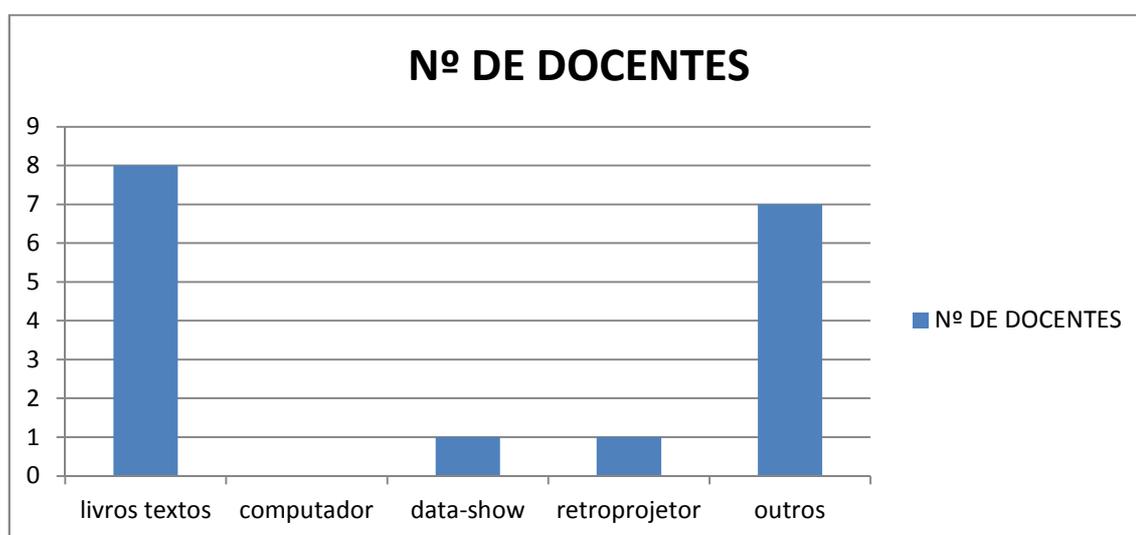


Gráfico 18: Recursos usados ou que já tenham sido usados em sala de aula

Os professores que marcaram a opção outros materiais didático-pedagógicos citaram os seguintes:

DOCENTE	OUTRO MATERIAL CITADO
P1	NÃO COMENTOU
P2	NÃO COMENTOU
P3	“Livros didáticos afins e jogos”
P4	“Livros do projeto GESTAR II – Matemática”
P5	“Jogos e materiais manipuláveis”
P6	“Jogos”
P7	“Jogos matemáticos”

Tabela 7: Materiais outros utilizados em sala de aula

Indagamos sobre como os docentes preparavam suas aulas e todos foram unânimes em marcar a opção que se referia ao fato de fazer uso de mais de uma das maneiras citadas, sendo que as maneiras citadas foram: 1) com o livro adotado na escola; 2) com o livro de outros autores; 3) com materiais de internet; 4) com conhecimentos adquiridos com a experiência docente. Mesclar estes materiais, a nosso ver, constitui uma atitude positiva dos professores, que dessa forma ampliam o horizonte de idéias e não ficam bitolados apenas ao que o livro texto pode oferecer. Nossa última questão versou sobre o tempo dedicado a atividades extraclasse dentro da carga horária semanal dos docentes, obtivemos os seguintes dados:

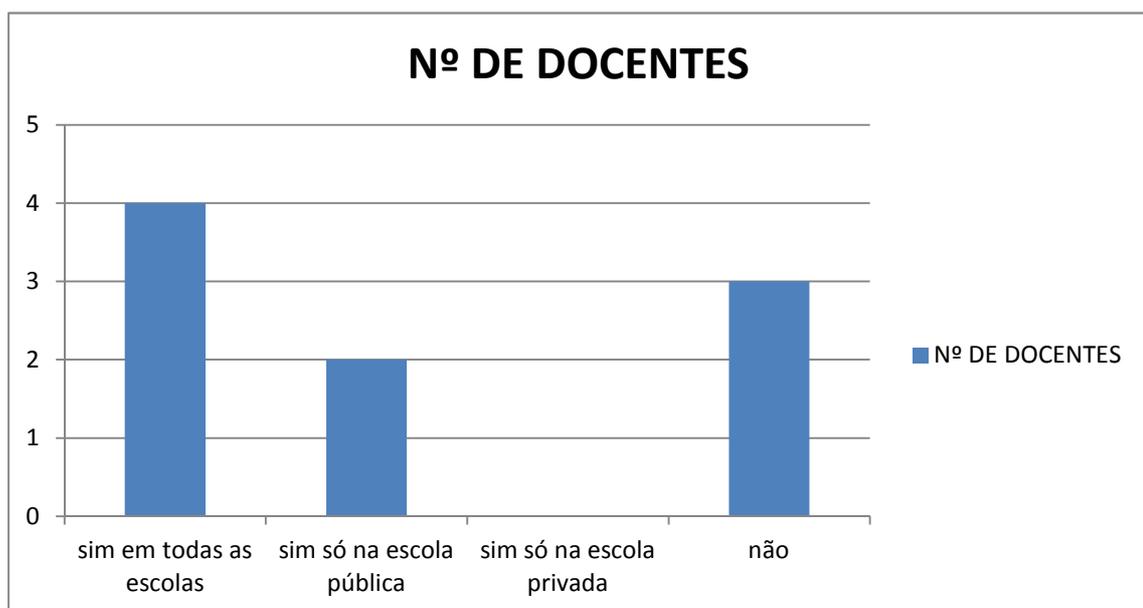


Gráfico 19: Dentro da carga horária semanal existe tempo reservado para as atividades extraclasse

Após traçarmos este perfil inicial dos docentes que seriam nosso público alvo durante a aplicação do curso, procedemos com o cronograma, iniciando os encontros semanais que ocorreram entre os meses de agosto e dezembro de 2012, em todas as sextas feiras em espaço gentilmente cedido pela direção do Colégio Municipal Padre Galvão, que sempre esteve prestativa em todas as nossas necessidades. Os 9(nove) professores que iniciaram o curso eram, em sua maioria (6), docentes da escola anteriormente citada, embora também atuassem em outras escolas públicas da região; 1(um) professor dentre estes 6(seis) também leciona em uma outra escola da rede municipal de ensino localizada em outro bairro de Pocinhos; entre os 3(três) restantes, 1(um) leciona pela rede municipal de Pocinhos em uma escola localizada em um distrito do município e os outros 2(dois) lecionavam em uma escola pertencente a rede estadual de ensino localizada na cidade, estes últimos atuando exclusivamente no ensino médio.

Durante nossos encontros presenciais, além do material que consta no módulo do apêndice E, lançamos aos professores alguns questionamentos visando argüir dos mesmos se os conceitos sobre Modelagem Matemática que trabalhamos já eram de conhecimento dos mesmos. Nosso objetivo era de que tais conceitos ficassem o mais enraizado possível nos docentes, antes de irmos para a observação em sala de aula da atividade a ser desenvolvida. Visamos assim atender ao nosso objetivo, citado na página 18, de analisar a compreensão dos professores acerca da Modelagem Matemática Após os primeiros encontros onde trabalhamos os aspectos teóricos, lançamos aos docentes o seguinte questionamento:

Relate, em linhas gerais, a partir dos conhecimentos que compartilhamos sobre Modelagem Matemática, nestes encontros, sua compreensão sobre o tema, acompanhado de uma breve descrição de alguma atividade que você possa ter desenvolvido em sala, seguindo alguns dos passos de Modelagem descritos. A seguir, transcrevemos a resposta que cada um dos docentes deu a esta questão.

Docente P1:

“Modelagem é um conjunto de ações onde é possível apresentar certo conteúdo matemático de modo que o processo ensino-aprendizagem seja mais prazeroso e com melhores resultados.

Na realidade, acredito que de forma indireta estamos sempre apresentando Modelagem em nossas aulas, no entanto, ainda é difícil identificar em que momento ocorre pela falta de maior conhecimento ou esclarecimento do tema.

Vale salientar que quando se apresenta uma aula muito tradicional fica quase impossível que se verifique Modelagem Matemática.”

Docente P2:

“A Modelagem Matemática é um processo utilizado na resolução de problemas. No qual, o aluno, põe em prática seus conhecimentos e habilidades, desde o contato inicial com o problema até a proposição de uma (ou mais) solução (ões) que podem ser condensadas em um modelo matemático.

Já realizei uma atividade de campo com alunos do 9º ano, sobre cálculo de alturas inacessíveis usando o teorema de Tales nas retas paralelas, mas que não envolveu Modelagem Matemática, como um todo. No entanto, vejo hoje, que os alunos fizeram uso de alguns modelos como, por exemplo: Como eles não tinham um prumo de pedreiro para colocar uma barra/vara na vertical, para depois calcular a altura e o comprimento da sombra da mesma, eles utilizam um colega que ficava em pé e os outros mediam a altura e a sombra (formada do mesmo no solo).”

Docente P3:

“Entendi que a Modelagem Matemática é um conjunto de meios ou procedimentos com estratégias que vão auxiliar nas ações dos indivíduos para resolver ou concluir determinado trabalho ou situações-problemas do nosso dia a dia. Para os professores vai ser mais um método para ministrar suas aulas e melhorar sua prática pedagógica e planejando para seus alunos aulas bastante motivadoras, despertando nos alunos a vontade de aprender.”

Docente P4:

“Em 2009 e 2010 eu fiz atividades diferentes, mas não sabia que estava usando Modelagem Matemática na sala de aula com os alunos.

É bom trabalhar com Modelagem é só um pouco trabalhoso e tem alguns conteúdos que eu não sei como trabalhar Modelagem Matemática como, por exemplo, logaritmos. Fiz atividade em sala de aula com os alunos seguindo alguns passos descritos nesse assunto, um exemplo foi colocando os alunos para medir a área do corpo humano, outro eles

pesquisaram e recortaram figuras em revistas para calcular a área demográfica naquela figura e mostrarem os resultados e explicarem aos demais colegas. Outro foi análise combinatória, o princípio fundamental da contagem, os alunos fizeram com sorvete e cobertura (sabores e coberturas), eles fizeram um cartaz explicando tudo como eles fizeram e os desenhos e como usaram para fazer as possibilidades.”

Docente P5:

“A Modelagem Matemática é uma forma de repensar a forma tradicional de ensinar Matemática, que muitas vezes não faz sentido prático na vida do aluno. A Modelagem Matemática é sem dúvida uma forma motivadora, dinâmica e de melhor compreensão para o ensino da Matemática, onde o aluno vê sentido no que está estudando.

Uma atividade simples que já apliquei no conteúdo de área, foi propor aos alunos o cálculo de quantas lajotas de 50 cm X 50 cm seriam necessárias para revestir o piso de uma sala de 7 m X 7 m.”

Docente P7:

“Vejo a Modelagem Matemática como a estratégia de ensino que busca relacionar determinados fenômenos sociais ou não “reais” como um modelo que possa ser manipulado por meio da Matemática. Esse modelo, vale ressaltar, não é a própria realidade do fenômeno estudado, porém se aproxima da realidade.

A atividade desenvolvida em sala de aula que lembro, se aproxima da Modelagem foi o cálculo de área de uma quadra de futebol por meio da equação do 2º grau, porém não os passos seguidos não foram exatamente os estudados aqui.”

Docente P8:

“Ao iniciar os estudos dos números racionais com turmas de 5ª série (6º ano), era distribuído entre os alunos uma série de tiras de papel, de modo a serem indagados pela metade de uma das tiras de papel, eles começavam dividindo em partes iguais e cortando as tiras de papéis, e assim por diante, dividindo em três, quatro, cinco, etc, em seguida que considerassem, de forma aleatória, o número de partes que fossem divididas. A partir desse momento começava a conceituar o que é fração.”

Docente P9:

“Segundo o que foi visto hoje, a Modelagem Matemática não é muito fácil de trabalhar, pois a mesma requer muito tempo. Ela pode trazer muitos benefícios e facilidades para aplicarmos em sala de aula ou mesmo no nosso cotidiano. Estamos diante de um modelo matemático que para dar certo, temos que seguir algumas fases.

Acredito que em sala de aula já trabalhei algumas fases, mas não sabendo que estava relacionado a Modelagem Matemática.”

A partir destas respostas percebemos que os professores trouxeram diferentes concepções acerca do que é Modelagem Matemática. Alguns a perceberam com um procedimento (P1, P3), talvez por termos dado enfoque excessivo durante o curso a questão das frases do processo. Houve também aqueles que não perceberam as nuances entre Modelagem Matemática e Resolução de Problemas (P4, P5, P7, P9) confundido-as em seus depoimentos. Um depoimento chegou a dar um exemplo bem próximo do que venha a ser uma atividade de Modelagem Matemática (P2) e outro (P8) ficou um tanto quanto confuso em seu relato.

Percebemos que nosso objetivo com o curso no tocante a esta parte teórica da Modelagem Matemática foi parcialmente alcançado, talvez tenhamos dado ênfase em demasia a Modelagem Matemática enquanto procedimento e isso pode ter contribuído para confundi-la com Resolução de Problemas. Contudo entre os docentes que citaram suas compreensões foi praticamente unânime a idéia de que o ensino com uso da Modelagem propicia um conjunto de ações que além de nos fazer repensar sobre a forma tradicional de levar os conteúdos aos alunos, procura fazê-lo com a preocupação em identificar as possíveis relações entre os problemas advindos do “mundo real” e os conhecimentos matemáticos. Isto contribui para que o aluno desenvolva suas habilidades e que os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, possam formular novas estratégias motivadas pelo dinamismo que é inerente ao uso da Modelagem Matemática.

Dentre os objetivos citados na página 18 deste trabalho, está o de desenvolver a Modelagem Matemática como uma metodologia. Para alcançar deste objetivo focamos nas fases do processo. Averiguamos a compreensão dos docentes acerca desta metodologia que traz o processo de Modelagem distribuído em fases. Observamos que dentre os docentes que perceberam já ter feito algum tipo de atividade em sala que se assemelha aquilo que preconiza

a Modelagem, a citação acerca da presença ou não de algumas das fases que abordamos no curso foi sempre direta ou indiretamente citada.

Para reforçar a idéia das fases dentro do processo de Modelagem Matemática trouxemos aos docentes um exemplo de uma atividade de Modelagem Matemática feita em uma turma de ensino fundamental, esta atividade encontra-se no anexo A deste trabalho. Com o objetivo de discutir acerca do que trabalhamos em nosso curso sobre Modelagem Matemática, pedimos aos docentes que discorressem sobre o trabalho em análise de acordo com os conhecimentos que estávamos discutindo no curso. Lançamos o seguinte questionamento:

A partir da leitura feita do trabalho com Modelagem proposto pelo professor a esta turma de 6º ano, discorra de acordo com o seu entendimento a respeito do que foi visto neste curso, sobre os seguintes aspectos:

- 1) *É possível perceber se houve dentro do processo de Modelagem proposto o convite para que os alunos reconhecessem e delimitassem um problema, formulassem o problema e as hipóteses para solucioná-lo e por fim elaborassem um modelo, interpretando o problema, solucionando-o e validando este modelo?*
- 2) *Foi possível perceber quais fases do processo de Modelagem estão presentes neste trabalho?*
- 3) *Em sua opinião a possível ausência de uma ou mais destas fases trouxe algum tipo de prejuízo ao resultado final? Se você opta-se por desenvolver um trabalho semelhante quais adequações a este trabalho você faria, de modo a elucidar algumas fases que possam não estar presentes ou que tenham sido de difícil percepção?*
- 4) *Dentro da perspectiva do trabalho com Modelagem por meio de projetos, quais das etapas sugeridas por Ribeiro (2008) você consegue perceber neste trabalho?*

Passamos a descrever a seguir as respostas dos docentes para estes questionamentos¹².

Tabela 8: Respostas dos docentes a questão 1

DOCENTES	RESPOSTAS A QUESTÃO 1	
P1	“É possível observar que os alunos reconheceram e delimitaram o	Q1

¹² Lembramos que por motivos de problemas de saúde o docente P6 abandonou o curso, desta forma não nos entregou nenhuma das atividades propostas e deixou de participar da maioria dos encontros.

	<p>problema ao verificarem que estando a quadra apenas coberta seria insuficiente a sua utilização. Ainda observa-se que o problema foi formulado que hipóteses para solucioná-lo foram feitas no momento que calcularam o que precisava e quanto gastaria para finalizar a obra assim, eles formularam um modelo matemático que possibilitaria resolver o problema, no entanto, o problema não foi validado."</p>	
P2	<p>"Sim, em parte, houve esse convite. No entanto, pelo que li, notei que houve muita interferência do professor no desenrolar do projeto."</p>	
P3	<p>"É, porque o tipo de atividade sugerida pelo professor envolve uma situação-problema de um local que faz parte do cotidiano dos alunos, a quadra da própria escola deles."</p>	
P4	<p>"Sim, pois os mesmos quando o professor sugeriu o problema eles tiveram interesse em fazer e pesquisar os preços dos objetos que necessitam para a conclusão da quadra, só que a solução do problema não estava ao alcance deles e nem da escola, e sim do governo do Estado, mas eles fizeram sua parte, o projeto o custo da mão de obra ao todo. Se vai ser concluído ou não o projeto, isso, depende do governo."</p>	
P5	<p>"Sim. Pois, foi feito um levantamento, pelos alunos, de todos os dados necessários para a obra e em seguida todas os cálculos para que fosse feita tal obra."</p>	
P7	<p>"O reconhecimento e delimitação do problema foram realizados quando os alunos percebem que o fato de a quadra ser apenas coberta, causa a sua inutilização quando chove que ela fica molhada. Pelo que foi descrito o professor propôs a situação do cálculo do custo da construção da quadra, bem como ele mesmo fez a problematização quando propôs a questão central, acrescentando outras questões "secundárias" que ajuda a responder a questão central. Por outro lado, percebe-se no decorrer do desenvolvimento a formulação de hipóteses, bem como a formulação do modelo matemático que permite resolver o problema, mas não chega a</p>	

	validar este modelo.”	
P8	“Sim, quando o professor propôs aos alunos que calculassem a quantia provável da ultimação da quadra esportiva de sua escola, aonde os alunos começaram a questionar as possíveis situações para está concretização, mobilizando-os para esta realização de informações e ajustar as próprias informações obtidas, sintetizando de maneira própria os valores obtidos na resolução final.”	
P9	“Os alunos sempre participaram desde o momento de reconhecer a situação/problema até a formulação de um modelo matemático. O professor apresenta um problema, cabendo aos alunos a investigação, tendo que sair de sala de aula para coletar dados.”	

O trabalho lido pelos docentes para responder este questionamento baseia-se, dentre outros autores, em Barbosa (2004). Este autor traz três casos em que pode ocorrer o processo de Modelagem Matemática (ver página 52). Desta forma, visto sob a ótica de Barbosa (2004) percebemos que a unanimidade dos docentes em afirmar “Sim” para esta primeira indagação tem embasamento na leitura feita a partir do trabalho, pois embora como alguns citaram que o professor tenha sugerido o tema, isto por si só não faz com que a atividade deixe de ser Modelagem Matemática, esta situação é prevista nos casos trazidos por Barbosa (2004). Outro fato interessante foi que um dos docentes (P2) achou que o professor estava intervindo muito durante a realização dos trabalhos, mas isso é comum que ocorra, principalmente quando não se tem o habito de trabalhar com Modelagem, se não houver exageros não há prejuízo ao desenrolar da atividade.

Tabela 9: Respostas dos docentes a questão 2

DOCENTES	RESPOSTAS A QUESTÃO 2	
P1	“Escolha do tema; Reconhecimento da situação problema; Familiarização do tema; Formulação de hipóteses; Formulação do modelo matemático.”	Q2
P2	“1ª Escolha do tema, 2ª Reconhecimento da situação problema, 3ª Familiarização com o tema a ser modelado (a quadra era a da escola deles), 4ª Formulação do problema, 5ª Formulação das hipóteses, 6ª	

	Formulação de um modelo matemático (a expressão Matemática obtida $C_T = P_L + P_F + P_A + P_P + P_C + M$, com um erro: faltou representar o preço do cimento. A expressão deveria ser: $C_T = P_L + P_F + P_A + P_P + P_C + P_{CI} + M$ e 10ª avaliação do modelo obtido.”	
P3	“Foi, para os alunos e o professor encontrarem a solução deste problema tiveram que por em prática todas as fases da Modelagem.”	
P4	“Sim, as fases percebidas são: fase 1, fase 2, fase 3, fase 4, fase 5, fase 6, fase 7, fase 8.”	
P5	“Sim. Primeiro a análise do problema, depois a coleta de dados, em seguida a realidade dos cálculos e o resultado final do custo da obra.”	
P7	“Escolha do tema; Reconhecimento da situação problema; Familiarização do tema; Formulação de hipóteses e formulação do modelo matemático.”	
P8	“1ª F – Escolha do tema; 2ª F – Reconhecimento da situação problema; 3ª F – Familiarização com o tema; 4ª F – Formulação do problema; 5ª F – Formulação das hipóteses; 6ª F – Formulação de um modelo matemático; 7ª F – Resolução do problema a partir do modelo.”	
P9	“Fases de 1 a 7.”	

Nesta questão procuramos ligar o trabalho às fases que abordamos ao longo do curso e que é o objeto principal das análises de nossa pesquisa. Percebemos que o relato do docente P5 ficou um pouco confuso e faltou familiaridade com as fases trabalhadas durante o curso. Entre os demais observamos que praticamente todos perceberam no trabalho a ocorrência das fases de 1 a 8 (alguns só perceberam da 1 até a 7). Observando a descrição das fases em detalhes, que se encontra nas páginas 47 a 51 deste trabalho, vemos que isto é comum ocorrer em trabalhos com Modelagem Matemática no ensino fundamental, porque as últimas fases versam especificamente sobre a confiabilidade do modelo e a avaliação deste quanto a sua potencialidade em representar a situação real abordada no problema, servindo também como ponto de referência para as possíveis críticas aos responsáveis por aquela situação. Isso já

aborda questões sociais, políticas e econômicas que os professores geralmente optam por não se ater.

Tabela 10: Respostas dos docentes a questão 3

DOCENTES	RESPOSTAS A QUESTÃO 3	
P1	<p>“Acredito que para cada problema apresentado ou estudado as fases podem variar, pois, nesse caso especificamente, o problema era perceptível e os alunos facilmente identificaram, em outros casos o professor deve deixar transparecer o que se pretende desenvolver ou estudar. O problema foi identificado pelos alunos e possíveis soluções foram observadas, no entanto, a validação não foi concluída, mesmo assim não causou prejuízos no resultado final.”</p>	Q3
P2	<p>“Sim. Pôr os alunos para testarem o modelo, seria a primeira coisa a ser feita. Não interferir tanto no desenrolar do projeto visto que a Modelagem Matemática possibilita a confecção de um modelo que não soluciona o problema ou não serve para ele. Por exemplo, o professor fez um desafio; realizar medidas em canudos. De certo modo, os alunos não tiveram liberdade de escolha.”</p>	
P3	<p>“Eu faria o mesmo trabalho, mas tendo o cuidado de cronometrar o tempo adequado para a conclusão do trabalho, que foi um dos fatores que faltou no trabalho do professor.”</p>	
P4	<p>“Na minha opinião não, pois as demais fases cobriram a ausência dessas fases não trouxe prejuízo ao resultado final, no qual o mesmo sem essas fases o resultado final foi obtido.”</p>	
P5	<p>“A ausência de alguma das fases, pode prejudicar o trabalho, trazendo a falta de informações para a resolução de etapas futuras. Na realização desse trabalho, achei suficiente as fases envolvidas de forma que não prejudicou o resultado final.”</p>	
P7	<p>“Na minha opinião faltou a formulação do problema por parte dos alunos, mas isso não gerou prejuízo ao resultado final. Acredito que os alunos deveriam ser levados a escolha do tema a ser estudado, bem como a formulação do problema. Resolvido o problema por meio do modelo elaborado, parte-se para a validação do próprio</p>	

	modelo, que neste caso não foi feito.”	
P8	“Sim, na validação do modulo proposto no questionamento do processo de informações e conseqüentemente na interpretação final e validação da solução problema. Apresentação da tomada de preço de todos os produtos utilizados na ultimação da obra, bem como mão-de-obra (pedreiro e ajudante de pedreiro).”	
P9	“Na minha opinião a ausência da fase 8,9 e 10 não sabemos se o modelo matemático seria utilizado em outros cálculos do mesmo problema.”	

Com este terceiro questionamento nosso intuito era de que os docentes percebessem que um trabalho de Modelagem Matemática, não necessariamente, tem de seguir a risca as dez fases que trabalhamos no curso. A possível ausência de uma ou mais destas fases não pode ser tomada como justificativa para afirmar que o trabalho não é de Modelagem, bem como aferir uma qualidade inferior ao mesmo. As justificativas apresentadas por 2(dois) docentes que responderam “sim” mostrou um excesso de zelo pelo cumprimento das 10(dez) fases, já que as fases que não ocorreram alegadas por estes mesmo docentes não provocaram um impacto considerável no resultado final, contudo as críticas tanto deles quanto dos demais foram bastante construtivas e interessantes para serem consideradas quando eles mesmo estiveram planejando suas próprias atividade com Modelagem.

Tabela 11: Respostas dos docentes a questão 4

DOCENTES	RESPOSTAS A QUESTÃO 4	
P1	“Escolha do conteúdo; Escolha do tema gerador; Identificar o problema a ser estudado; Problematizar; Resolução de problemas; Desenvolver conceitos matemáticos; Apresentar solução.”	
P2	“Consegui perceber, neste trabalho, as seguintes etapas: - seleção dos conteúdos a serem trabalhados dentro da programação curricular que os mesmos já tenham apresentado em seus planos de curso; - escolha de um tema gerador; - definição de uma questão matriz, ou seja, especificar dentro deste tema gerador algum aspecto que irá enfocar mais incisivamente;	Q4

	<ul style="list-style-type: none"> - problematização e resolução dos problemas que possam surgir a partir desta questão matriz, para isso é preciso que professores e alunos trabalhem e desenvolvam os conhecimentos matemáticos necessários; - apresentação de uma solução para a questão problematizadora, o momento ideal para discutir, avaliar e analisar; - fazer um retrospecto é sempre importante para exercitar-se o hábito de pensar sobre a prática e os resultados obtidos.” 	
P3	“Seleção dos conteúdos, escolha de um tema gerador, definição de uma questão matriz (o custo), problematização e resolução dos problemas, a construção dos conceitos matemáticos e apresentação de uma solução para a questão problematizadora.”	
P4	“Seleção de conteúdos; escolha de um tema gerador; construção dos conceitos matemáticos; apresentação de uma solução para questão problematizada; apresentação do resultado final; fazer um retrospecto; problematização e resolução dos problemas.”	
P5	“Formulação do problema; Coleta de dados; Realização dos cálculos.”	
P7	“A seleção dos conteúdos; Escolha do tema gerador; Definição da questão matriz; Problematização e resolução do problema; Construção dos conteúdos matemáticos; Apresentação de uma solução para a questão problematizadora.”	
P8	“- Seleção dos conteúdos a serem trabalhados dentro da programação curricular que os mesmos já tinham apresentado em seu plano de curso; - Apresentação de uma solução para questão problematizadora, o momento ideal para discutir, avaliar e analisar; - Apresentação do resultado final através de tabelas.”	
P9	“Apresentação de uma questão problematizadora e o momento ideal para discutir; Apresentação do resultado final em tabelas.”	

Como em geral, nas escolas é incentivado o trabalho com projetos, como forma até de estimular os docentes a desenvolver uma atividade de Modelagem, buscamos com esta última questão que eles pudessem perceber a partir de um trabalho concreto feito com uma turma de

ensino fundamental que é possível trabalhar Modelagem Matemática na forma de projetos, semelhante ao que preconiza Ribeiro (2008). Sendo nosso intuito o de mostrar mais de uma visão acerca do que vem a ser e de como trabalhar com a turma conteúdos de Matemática dentro da perspectiva da Modelagem. As respostas dadas pelos docentes nesta questão mostraram que eles perceberam ser possível trabalhar Modelagem na forma de projetos, caso essa fosse a opção por eles escolhida.

6.2 A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA ACOMPANHADA EM SALA

Dentre os 9(nove) professores participantes do curso sobre Modelagem Matemática, aleatoriamente escolhemos 1(um) para acompanharmos o desenvolvimento de uma atividade em sala. Dentro do cronograma do curso foi previsto um período de 3(três) semanas, ou seja, 15(quinze) aulas para que cada professor desenvolve-se em suas turmas atividades que envolvessem Modelagem Matemática. Posteriormente, no último encontro, cada docente apresentou e viu a apresentação dos demais colegas acerca das atividades, comentando sobre o que acharam, quais dificuldades sentiram e o que perceberam de positivo durante a realização da atividade.

Como não acompanhamos “in loco” sua realização, optamos por não tecer sobre as mesmas os comentários que faremos sobre a atividade que constitui o foco central de nossa pesquisa, mas todas as atividades desenvolvidas e/ou planejadas por todos os docentes participantes do curso renderam, segundo os mesmos, resultados positivos. No nosso último encontro, dedicado a discussão acerca destas atividades, todos foram unânimes em relatar que gostaram da experiência em trabalhar com Modelagem Matemática, que as dificuldades foram muitas, mas que ficaram bastante entusiasmados em sempre que possível fazer atividades semelhantes em outras turmas e anos do ensino fundamental e médio.

Com nossa observação atingimos um dos objetivos específicos citados na página 18, acompanhar o trabalho do professor em sala de aula, identificando quais das fases que trabalhamos durante o curso com os docentes podem ser percebidas durante a execução de uma atividade concreta, conduzida por um professor titular da turma que esteve participando do curso. Ressalvamos que ficou a critério de cada professor definir quantas aulas neste intervalo de 3(três) semanas iria utilizar para desenvolver sua atividade. Este intervalo também dificultava o acompanhamento de mais de 1(um) docente devido ao choque corriqueiro de horário, pelo fato de nesta escola todos os professores de uma mesma disciplina

terem folga em um mesmo dia. Com esta ação chegamos ao nosso último objetivo específico citado na página 18, investigar os conhecimentos de Modelagem Matemática mobilizados pelo professor.

6.2.1 Seqüência da atividade

A seguir descrevemos como se deu a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida no 9º ano D. Nosso objetivo é trazer um resumo do passo a passo, das idéias dos alunos durante a atividade, das atitudes do professor, objeto de nossa observação. A descrição esta acompanhada das respostas dadas pelos alunos que foram escaneadas, bem como de fotos que mostram o momento da realização do trabalho de campo e em sala.

De inicio o professor disse que a partir daquela aula e nas demais, não definindo para a turma quantas aulas seria a priori, faria junto com eles uma atividade diferente das que comumente eram feitas na turma, abordando conteúdos matemáticos. Com o tema em aberto começou as discussões entre a turma, no entanto neste momento o professor interveio e procurou direcionar o tema, de modo a obter o que já previamente havia estabelecido em seu planejamento particular que seria trabalhar com o conteúdo área. A partir do momento em que alguns alunos da turma sugeriram fazer a medição das arquibancadas de um complexo esportivo recentemente construído na cidade, o professor fez uso dessa idéia e procurou induzir a turma a “aceitar” trabalhar com este tema, elencando aspectos interessantes do mesmo.

Percebendo a aceitação do tema pela maioria da turma, o professor perguntou aos alunos se gostariam de fazer uma visita ao complexo esportivo da cidade. A seguir com a concordância da maioria indagou sobre quais atividades poderiam ser feitas e quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados. Todos concordaram em calcular a capacidade máxima de torcedores das arquibancadas do complexo esportivo e o perímetro do campo. Perguntou, então, como calcular esse número de torcedores?

A partir daí, todos responderam que teriam de medir um metro quadrado nas arquibancadas. Feito isso fariam uma simulação usando seus próprios corpos para saber quantos caberiam em 1 (um) m^2 , em pé e sentados. O trabalho foi realizado em 4 (quatro) grupos, cada um teve sua tarefa para realizar. Os grupos que se encarregaram de fazer a medição da área das arquibancadas e calcular a capacidade do complexo ao iniciar os trabalhos de campo constataram que cabiam 6 pessoas em pé por m^2 e 3 pessoas sentados por

m². Feito isso prosseguiram com o cálculo da área de cada arquibancada. A seguir temos um registro do momento em que os alunos estavam fazendo as medições nas arquibancadas.

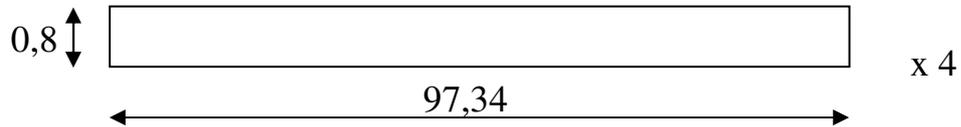


Figura 5: Registro da atividade sendo desenvolvida nas arquibancadas

Quando da divisão da turma em quatro grupos, foi estabelecido em sala quais seriam as tarefas a serem cumpridas por cada grupo. A seguir temos um breve relato de como cada grupo desenvolveu sua atividade.

GRUPO 1: Ficou encarregado de medir a parte leste das arquibancadas. Nesta parte as arquibancadas eram formadas por faixas verdes e amarelas, isso despertou uma idéia nos alunos. Eles optaram por medir uma faixa verde e uma amarela e perceberam que tinham a mesma medida. A partir desta constatação fizeram uma extrapolação e assumiram o fato de que todas as demais faixas verdes e uma amarelas teriam o mesmo tamanho. Desta forma multiplicaram o valor obtido na medição pela quantidade de faixas de cada cor, encontrando com isso o valor da área da parte leste, da seguinte maneira:

- Mediram 0,80 m de largura por 97,34 m de comprimento e multiplicaram por quatro, por ser esta a quantidade de faixas presentes na arquibancada. Como mostra o esquema abaixo.



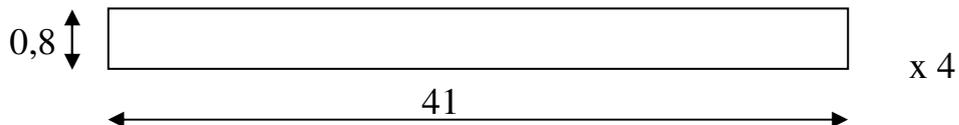
$(AL) \rightarrow \text{Área Leste}$

$$AL = 97,34 \cdot 0,80 \Rightarrow AL = 77,87m^2$$

$$AL \cdot 4 = 311,48m^2$$

- Feito isso encontraram a área total da parte leste, com o valor de 311,48 m².
- Supondo que para cada metro quadrado (m²) caberiam 3(três) pessoas sentadas e 6(seis) pessoas em pé¹³, os alunos concluíram que caberiam 1868 pessoas em pé e 934 sentadas.

GRUPO 2: Ficou encarregado de medir o lado oeste esquerdo¹⁴. Para isto utilizaram os mesmos procedimentos do GRUPO 1. Constataram que cada parte das arquibancadas tinha 0,80 m de largura por 41 m de comprimento e multiplicaram por quatro. No esquema a seguir temos os cálculos realizados pelo grupo:



$(AOe) \rightarrow \text{Área Oeste Esquerdo}$

$$AOe = 41 \cdot 0,80 \Rightarrow AL = 32,8m^2$$

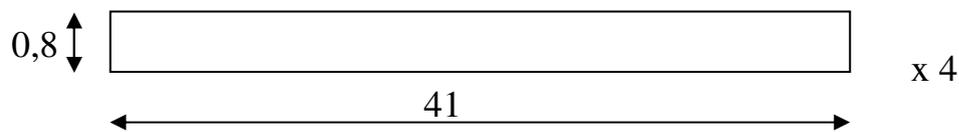
$$AL \cdot 4 = 131,20m^2$$

¹³ No tópico 6.3 referente às discussões acerca da atividade trazemos o porquê destas suposições das quantidades de pessoas para cada m²

¹⁴ O fato do lado oeste diferentemente do lado leste ter sido dividido em duas partes (esquerda e direita) deve-se a construção do estádio. Esta apresenta no meio do lado oeste um setor para vestiários e cabines de imprensa, dividindo o lance de arquibancadas em dois setores.

Com esta área de $131,2 \text{ m}^2$, chegaram à conclusão que caberiam 393 pessoas sentadas e 787 pessoas em pé na parte oeste esquerda.

GRUPO 3: Este grupo ficou encarregado de medir a parte oeste direita. O interessante foi que fazendo uso dos mesmos procedimentos dos GRUPOS 1 e 2, constataram a simetria da obra neste aspecto, já que encontraram para a parte direita a mesma área que o GRUPO 2 encontrou para a parte esquerda. O esquema a seguir traz as medições e cálculos do GRUPO 3:



$(AOd) \rightarrow \text{ÁreaOesteDireito}$

$$AOe = 41 \cdot 0,80 \Rightarrow AL = 32,8m^2$$

$$AL \cdot 4 = 131,20m^2$$

A exemplo do GRUPO 2, as conclusões do GRUPO 3 apontaram que caberiam 393 pessoas sentadas e 787 pessoas em pé na parte oeste direita das arquibancadas.

GRUPO 4: Este grupo foi formado em sua maioria pelos alunos(as) que não apresentaram interesse na realização da atividade, quando a mesma foi proposta e definida em sala. Contudo aceitaram fazê-lo em acordo com o professor. Ficaram encarregados de medir o perímetro da cerca no entorno do campo. Durante o trabalho de campo, perceberam tratar-se de um retângulo. A partir daí concluíram que bastaria medir 2(dois) dos 4(quatro) lados, escolheram medir a parte oeste e a sul. O lado oeste mediu $115,40 \text{ m}$ e o lado sul mediu $78,23 \text{ m}$, daí concluíram que o perímetro do complexo esportivo de Pocinhos mede $387,26 \text{ m}$.

Estas medições e cálculos foram iniciados pelos grupos na atividade no campo e concluídos em sala, onde o professor deu continuidade a atividade indagando dos grupos sobre as medições feitas e os cálculos obtidos. Os grupos apresentaram seus trabalhos e concluíram que no complexo esportivo de Pocinhos caberiam 3443 pessoas em pé e 1720 pessoas sentadas. A seguir temos o registro de um dos momentos de discussão feitos em sala, acerca da atividade.



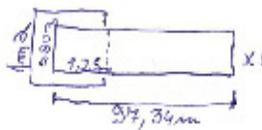
Figura 6: Grupos concluindo a atividade em sala de aula

Todos os alunos gostaram bastante da experiência, pois fizeram uma atividade em conjunto e um trabalho prático. O professor nos relatou que os alunos passaram cobrar mais atividades desse tipo e nos revelou seu desejo de que a escola desse mais oportunidades para esse tipo de trabalho. Em sua opinião trata-se “de um trabalho diferente, que exige a participação coletiva de todos os envolvidos alunos e professores”.

6.2.2 Cópia dos cálculos feitos pelos grupos durante a execução da atividade

As conclusões para a atividade acompanhada por nós foram escritas pelos alunos. A seguir temos uma cópia de cada atividade, onde constam os cálculos e representações geométricas feitas pelos grupos, visando obter a lotação máxima que o estádio suportaria. Os alunos procuraram desenvolver um modelo de representação para as arquibancadas, em seguida completaram esse modelo com os cálculos.

Nós medimos a área deste do complexo esportivo. Nós fomos medir a largura de arquibancada, ela era pintada de verde e amarelo e que as cores tinham o mesmo tamanho, menos uma. Foi contamos as cores e depois multiplicamos por 5, pois as cores tinham 5 metros. A menor foi medida separada. Para saber quantas pessoas cabiam em pé, ficamos em um metro quadrado, cabiam 6. Para saber quantas pessoas cabiam sentadas, ficamos sentados em um metro quadrado. Cabiam 3.



$A = 97,34 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m}$
 $A = 77,87 \text{ m}^2$
 $\times 4$
 $311,48 \text{ m}^2$

personas em pé	personas sentadas
$\begin{array}{r} 311,48 \\ \times 6 \\ \hline 1868,88 \end{array}$	$\begin{array}{r} 311,48 \\ \times 3 \\ \hline 934,44 \end{array}$

obs: as pessoas que mediram o perímetro do campo tiveram como resultado 387,26 m. e quando juntar todas as medidas das arquibancadas, deu:

pessoas em pé = 3463 pessoas
 pessoas sentadas = 1720 pessoas

obs: esse resultado é geral.


 31/10/12

Figura 7: Cálculos do grupo 1

O deves era medi uma arquiteboncoda
 com quatro degeaus, mas primeiro juremos
 que descobri quanto era 1 metro^2 que era
 $4,25 \cdot 0,80 = 4 \text{ m}^2$, o primeiro degeau media
 $41,16$ arredondamos para 41 m , multiplicamos
 $41 \cdot 0,80 = 3280$ multiplicamos $3280 \cdot 4 = 131,20 \text{ m}^2$,
 Agora devemos saber quantos peixes cabem
 em 4 m^2 e cabem 3 centos e 6 em pe, multiplicamos
 $131,20 \cdot 3 = 393,60$ peixes centos, depois multiplicamos
 $131,20 \cdot 6 = 787,20$ peixes em pe.

Figura 8: Cálculos do grupo 1

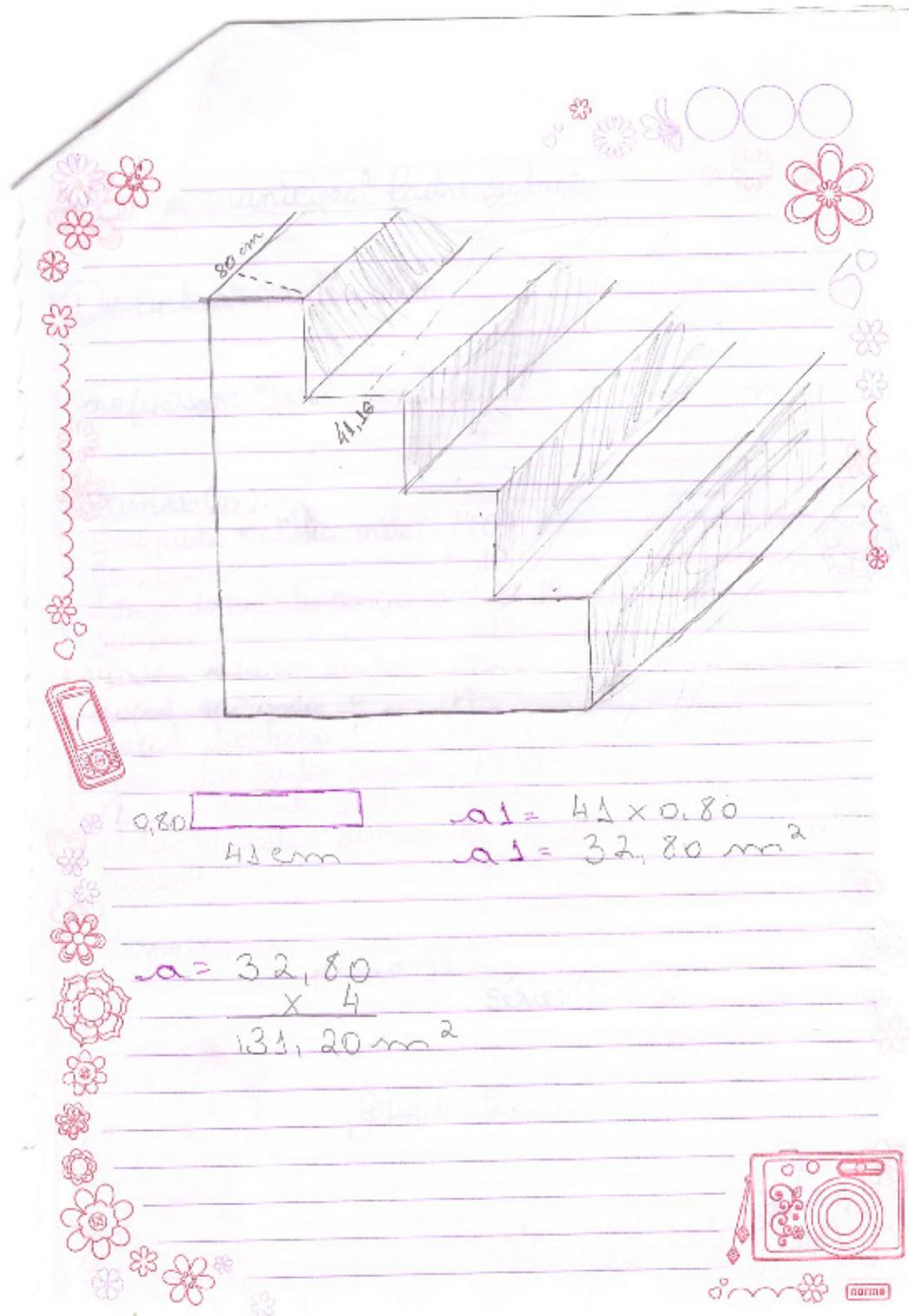


Figura 9: Cálculos do grupo 2

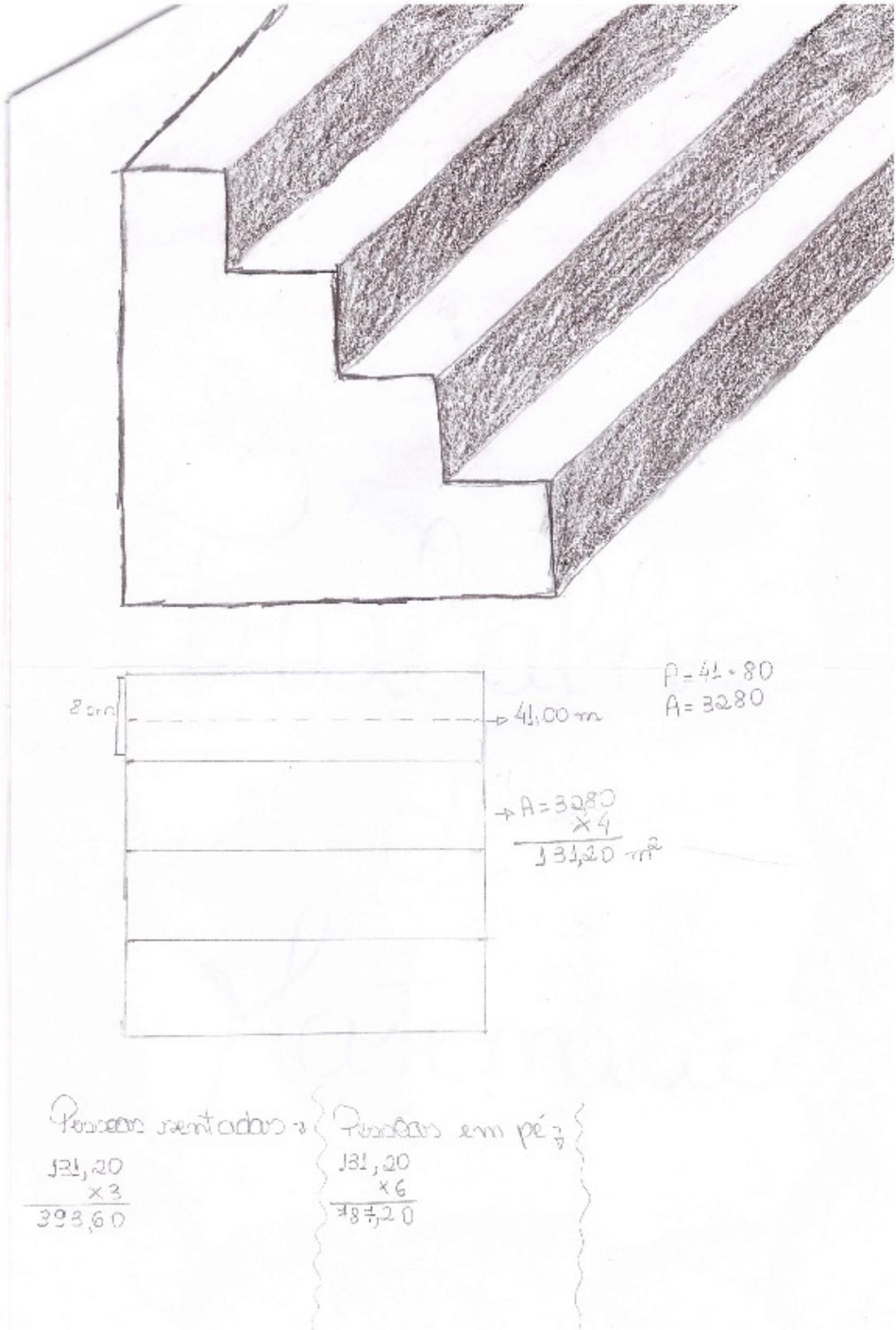
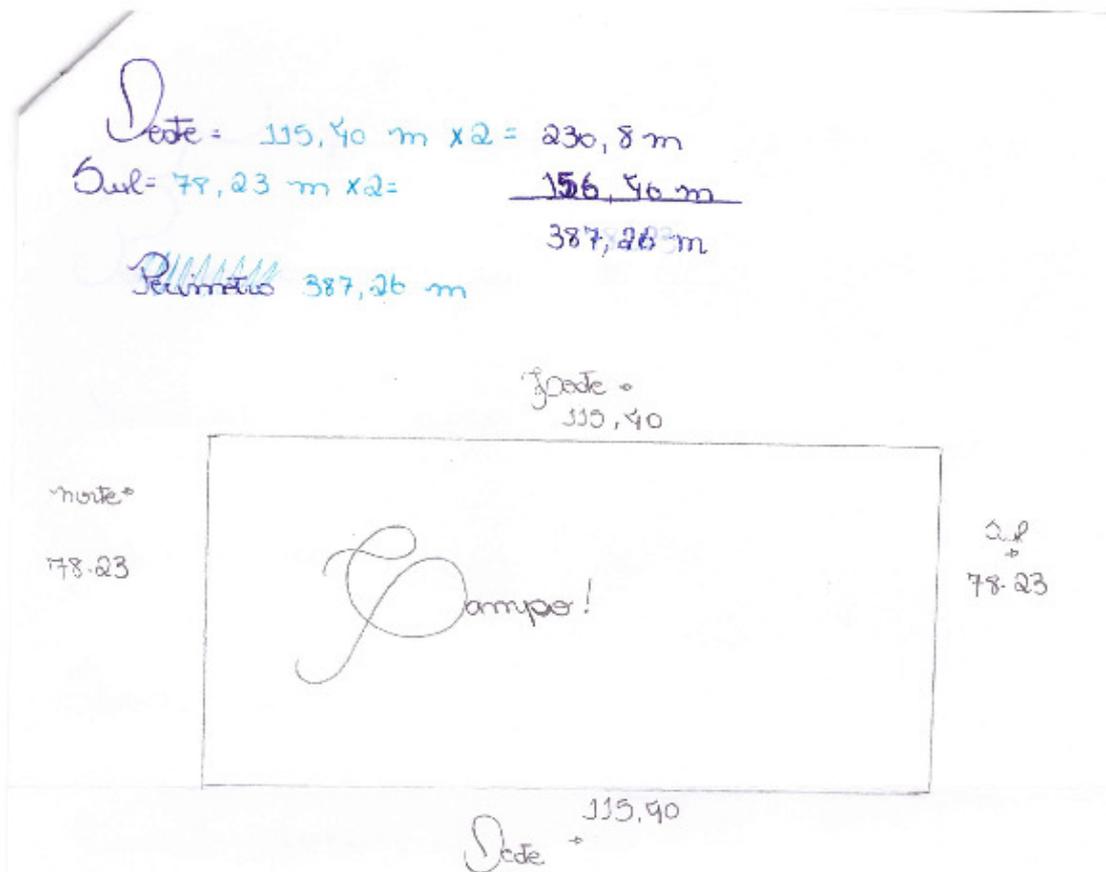


Figura 10: Cálculos do grupo 3



Nós fizemos a medição com duas fitas e gente se dividiu em 2 grupos de 4 e 5 pessoas, enquanto *Millione* (eu), *Camila*, *Raquel*, *Isaísa* fomos medindo a parte Sul e norte *João* e *Rayla*, *Luiz*, *Denally* e *Jasione* fomos medindo as partes Este e Oeste. Nós da parte sul e norte medimos com uma fita e marcando o chão com um giz. Depois nós contamos quantos passos tinham e somamos pra depois multiplicarmos por 2 e a equação media as partes Este e Oeste fizeram o mesmo.

Assim conseguimos trabalhar em equipe e facilitar nosso trabalho escolar.

Figura 11: Cálculos do grupo 4

6.3 DISCUSSÕES ACERCA DA OCORRENCIA DAS FASES E OS CONSEQUENTES IMPACTOS NA ATIVIDADE

Passaremos doravante a discorrer sobre a atividade cujo tema foi: *Capacidade máxima de pessoas sentadas e em pé das arquibancadas do complexo esportivo de Pocinhos e o perímetro do campo*. É sobre esta atividade que focamos nossa questão de pesquisa: ***Quais conceitos sobre Modelagem Matemática um professor participante de um curso de extensão mobiliza na sua prática em sala de aula?*** Lembrando que os conceitos com os quais tratamos aqui sobre Modelagem Matemática foram aqueles com os quais trabalhamos durante o curso ministrado aos professores. Especificamente focamos nos nove aspectos já descritos as páginas 19 e 20 deste trabalho.

Elencamos estes aspectos com base nas fases do processo de Modelagem Matemática, que são:

- 1ª fase: Escolha do tema
- 2ª fase: Reconhecimento da situação/problema
- 3ª fase: Familiarização com o tema a ser modelado
- 4ª fase: Formulação do problema
- 5ª fase: Formulação das hipóteses
- 6ª fase: Formulação de um modelo matemático
- 7ª fase: Resolução do problema a partir do modelo
- 8ª fase: Interpretação e validação da solução
- 9ª fase: Validação do modelo
- 10ª fase: Avaliação do modelo obtido.

Nosso objetivo foi analisar como se deu cada uma destas fases dentro do desenvolvimento da atividade, vendo se a mesma ocorreu por completo, parcialmente ou não ocorreu e ao final discutimos com base no resultado obtido da atividade até que ponto as ocorrências parciais ou a não ocorrência de alguma destas fases pode ter influenciado neste resultado. Desta forma apresentamos uma crítica construtiva a respeito das fases que não ocorreram ou que se deram parcialmente, para que assim possamos discutir sobre o que poderia ter ocorrido se estas fases tivessem acontecido. Contudo, também a não ocorrência pode não ter tido nenhum tipo de efeito no andamento da atividade.

Durante o planejamento da atividade de Modelagem, o professor já pode elencar possíveis temas e pensar sobre as possíveis formas de apresentar esta atividade aos alunos, dentre estes temas se dará em sala a fase 1: escolha do tema. Uma vez apresentada a atividade

aos alunos e feita a escolha do tema, parte-se para a fase 2: reconhecimento da situação/problema. Durante a fase 3: familiarização com o tema a ser modelado, ocorre a delimitação da questão a ser respondida. Segue-se a condução dos trabalhos visando responder as questões, neste momento estamos nas fases 4, 5 e 6, onde se dá a formulação do problema, das hipóteses e do modelo matemático. Na fase 7, os alunos resolvem o problema com o uso do modelo por eles estabelecido e o professor irá acompanhar a apresentação da solução por parte destes alunos. Observaremos sua ação pedagógica durante a condução da apresentação destes trabalhos na discussão sobre a maneira como o modelo de resposta *a priori*, tido como definitivo, foi apresentado e sintetizado pela turma. Neste momento, os alunos já estão na fase 8, ou seja interpretando a solução obtida e averiguando se os conceitos matemáticos foram corretamente mobilizados para em seguida ingressarmos na fase 9, na qual uma vez constatado que os “cálculos” estão corretos, parte-se a validação do modelo. Iniciando-se o debate sobre as possíveis falhas e/ou aprimoramentos que o modelo obtido possa apresentar, bem como se houve alguma discussão em nível crítico, social ou econômico desta resposta. Após a discussão chega-se a fase 10, onde discutimos sobre o modelo obtido e seu grau de confiabilidade e/ou de adaptabilidade.

Nossa próxima tabela trata sobre cada uma destas fases e sua ocorrência.

OCORRENCIA \ FASES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
OC	X	X	X		X	X	X			
OP				X				X		
NO									X	X

Tabela 12: Como se deu as fases da Modelagem Matemática na atividade em sala¹⁵

No cronograma sugerido aos docentes, quando ministramos o curso sobre Modelagem Matemática, entre os meses de agosto e dezembro de 2012, deixamos um espaço de 3 (três) semanas para que cada um, em optando por desenvolver a atividade em sala, o fizesse nesse período. Este espaço de tempo corresponde, de acordo com a grade de aulas vigente na escola, a um total de 15 (quinze) aulas de Matemática, sendo que usar todas estas aulas ou uma fração das mesmas ficaria a cargo de cada docente decidir. O docente que observamos optou por

¹⁵ OC: A fase ocorreu por completo; OP: A fase ocorreu parcialmente; NO: A fase não ocorreu durante a atividade.

desenvolver a atividade em 5(cinco) aulas, distribuídas entre 2(semanas) letivas, sendo 4(quatro) aulas em uma semana e 1(uma) aula na outra.

No tocante a fase 1, percebemos que a mesma ocorreu por completo, já que no planejamento da atividade¹⁶ o professor já elencou que pretendia trabalhar algo que envolvesse a noção de área, já que era este conteúdo que o mesmo estava iniciando durante aquele período letivo. Assim, ele elencou possíveis temas ligados a locais tanto da zona urbana quanto da zona rural do município que poderiam levar os alunos a trabalhar com a noção de área, e foi com esse foco que se deu a “escolha do tema” em sala.

Durante a apresentação da atividade para a turma, o professor teve a preocupação em não mostrar de imediato com qual assunto desejava trabalhar, disse a turma que estava pensando em realizar algo diferente e que se fosse necessário sairia da sala de aula e iria realizar alguma atividade de campo com eles, desde que a problemática a ser trabalhada envolvesse algum conteúdo matemático. Dito isto, procurou instigar dos alunos algum tipo de problema que os mesmos estivessem vivenciando em seu cotidiano, ou mesmo alguma curiosidade acerca de temas ou situação por eles vivida. Nisto iniciou-se a fase 2, podemos dizer que o “reconhecimento da situação/problema” ocorreu por completo. Os alunos citaram variadas situações, tais como o problema de superlotação no cemitério público da cidade preocupados com a questão da área que o mesmo ocupa e de sua necessária ampliação, problemas com abastecimento de água e o zoneamento por área que é feito no município que está sob racionamento, entre outros. Por se tratar de uma turma mista com alunos provindos da zona urbana e da zona rural, embora a predominância seja de alunos da zona rural, o professor acreditava que surgiria algum problema relacionado a avicultura, atividade predominante na região, mas pra surpresa deste o assunto que começou a despertar interesse na maior parte da turma foi o estádio municipal.

O professor conduziu a escolha do tema, procurando sempre instigar dos alunos o que seria trabalhado, isto lhes estimularia mais a utilizar o conteúdo matemático para responder aos questionamentos que eles mesmos estão levantando e desta forma contribuindo para que os mesmos pudessem atribuir sentido a estes conteúdos. Durante a discussão, um grupo de alunos sugeriu ir ao campo para trabalhar a idéia de área e distribuição da quantidade de torcedores por metro quadrado, a turma então começou a fixar suas discussões no tema estádio, o mesmo fora recentemente construído e poucas informações se têm acerca da capacidade do mesmo. Chegava-se desta forma ao problema, definido pela questão:

¹⁶ Ver subitem 6.2.1 da página 90.

“Quantos torcedores cabem no estádio?”

Lembremos que em uma aula anterior, o professor já havia iniciado com o assunto área nesta turma, contudo, tendo falado sobre isso em poucos minutos, os alunos tinham apenas uma vaga idéia do que se tratava. Estamos já na fase 3, a “familiarização com o tema a ser modelado”; inicia-se ainda em sala com o levantamento feito pelo professor acerca do que os alunos já conhecem sobre o estádio e de quais materiais seriam necessários para realizar a atividade de campo. A grande maioria da turma concordou que a questão só poderia ser respondida mediante uma visita ao estádio, no local os mesmos teriam acesso às medidas que necessitavam para o cálculo da área, isto porque neste ponto da discussão, já era unanimidade de que o conteúdo área era necessário para se obter uma resposta satisfatória à pergunta levantada. Procurando delimitar o tema a ser trabalhado, referente ao estádio, o professor instigou dos alunos quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados a partir das medições, os mais citados foram área e perímetro. Por ser a turma numerosa, com cerca de 40 estudantes freqüentando habitualmente, o professor optou por dividi-la em grupos e deixou os dois temas para serem trabalhados, sendo que 3(três) grupos ficaram responsáveis por trabalhar com o tema área e 1(um) grupo ficou com o tema perímetro.

Iniciando-se a fase 4, a “formulação do problema” gerou duas questões que poderiam até ser tratadas como uma só, mas a condução dos trabalhos levou-as a ficarem separadas, uma delas foi encontrar a capacidade do estádio e a outra foi encontrar o perímetro da tela que fora posta ao redor do campo gramado. Portanto, a partir do que trabalhamos no curso com o professor sobre Modelagem Matemática e suas fases, podemos dizer que esta fase ocorreu parcialmente, já que o fato de ter dividido o problema em duas frentes e não ter buscado um elo de ligação entre ambas, criou na turma uma sensação de trabalhos diferentes e não de um mesmo problema a ser focado. Sabemos que não é necessário que toda uma turma trabalhe Modelagem Matemática com o mesmo tema, mas a partir do momento em que a turma optou por fazê-lo assim, é preciso que na condução dos trabalhos não se perca o foco de que o tema é único e todas as questões têm de ser entrelaçadas.

De acordo com Brandt et al. (2010), durante o levantamento dos problemas, os estudantes de posse dos dados coletados ou observados tem de ser “incentivados a levantar questões pertinentes ao tema”. Estas questões referentes ao tema devem apresentar elos para que possam confluir para a formulação de um problema, no caso poderia ser o de encontrar a capacidade do estádio, isto porque o tema geral foi o estádio, mas dentro deste o problema a ser atacado poderia ter sido um só. O que deixou a desejar nesta fase não foi o fato de terem

surgido dois questionamentos, afinal ambos foram sobre o mesmo tema, foi à forma como o professor dividiu a turma, criando a sensação de dois trabalhos paralelos sobre o mesmo tema.

A condução dos trabalhos visando responder a questão ocorreu de uma forma um pouco conturbada. Na minha visão, isso ocorreu por conta do número de alunos em sala ser elevado (cerca de quarenta estudantes) e a forma como os grupos foram divididos deixou uma quantidade excessiva de membros para cada grupo, isso dificultava a comunicação dentro do próprio grupo e entre os grupos. No entanto, mesmo assim, a fase 5 de formulação de hipóteses ocorreu por completo, tendo iniciado-se com algumas idéias ainda em sala e ampliado-se durante a visita de campo, onde pode-se ver a riqueza de idéias surgirem por parte dos grupos. O professor dividiu a turma em quatro grupos e as tarefas ficaram assim distribuídas:

Grupo 1: Medir o lado leste das arquibancadas do estádio;

Grupo 2: Medir o lado oeste esquerdo das arquibancadas do estádio;

Grupo 3: Medir o lado oeste direito das arquibancadas do estádio;

Grupo 4: Medir o perímetro da tela colocada no entorno do campo gramado no estádio.

O lado oeste foi dividido entre dois grupos, porque neste lado, ao contrário do esquerdo, os lances de arquibancadas não são contínuos, eles apresentam uma construção separando-os, onde ficam localizadas as cabines de imprensa e as entradas para os vestiários. No trabalho de campo, conduzido pelo professor, tivemos um dos momentos mais ricos da pesquisa, as hipóteses iniciais citadas ainda em sala de aula pelos alunos sobre o trabalho com área, foram ampliadas e enriquecidas pelas idéias que foram surgindo durante as medições. O professor usou bastante da interatividade deixando que as idéias surgissem livremente em cada grupo e instigando os alunos a pensar sobre o problema enfrentado.

Uma das situações vividas pelos grupos foi quando da constatação pelos mesmos de que o lance de arquibancada tinha 0,80 m (oitenta centímetros) de largura, daí como fazer para encontrar o m^2 (metro quadrado)? Como resposta surgiu à hipótese de verificar de quanto deveria ser o comprimento para que o produto deste comprimento com o valor da largura (0,80 m) resultasse em $1 m^2$ (um metro quadrado). Para encontrar este valor os alunos fizeram uso da calculadora e foram estipulando valores. A intervenção do professor se deu no sentido de que os mesmos observassem o primeiro resultado obtido para a partir daí caso não fosse o correto, estipulassem o próximo valor de acordo com a primeira resposta, aumentando ou diminuindo conforme fosse necessário.

A partir daí, seguiu-se a fase 6. Esta ocorreu por completo, os alunos após terem feito as medições, buscaram formular um modelo matemático capaz de lhes fornecer a capacidade

do estádio. Este modelo envolveu cálculos através dos quais os alunos conseguiram delimitar a região do lance de arquibancada correspondente a 1 m^2 , bem como representações geométricas planas dos lances de arquibancadas. Para encontrar a quantidade de pessoas que 1 m^2 de arquibancada comporta, os alunos utilizaram seus próprios corpos como referência, calculando quantos deles caberiam no espaço delimitado. Seguiu-se a discussão sobre os modelos obtidos feita em sala de aula em um encontro posterior.

Durante a apresentação das soluções por parte dos alunos, o professor novamente dividiu a turma de acordo com os grupos anteriormente formados e começou a argüir dos mesmos como os cálculos tinham sido feitos e como eles procederam com a resolução do problema a partir do modelo que formularam, assim a fase 7 que ocorreu por completo. Embora esta fase da Modelagem Matemática tenha ocorrido de forma satisfatória, de acordo com o que trabalhamos com o docente durante o curso, a ação pedagógica do professor, a nosso ver deixou a desejar, isto porque se trata de um dos momentos mais ricos de um trabalho com Modelagem. É nesta fase que o professor pode estimular a discussão entre os grupos, o embate de idéias fazendo com que um grupo não apenas demonstre sua solução, mas acompanhe a solução dos demais grupos e teça, quando achar necessário, as devidas críticas. A riqueza está na possibilidade de os próprios alunos poderem perceber a partir das idéias dos demais colegas, as falhas e/ou contradições que sua solução apresenta. Houve estas discussões, mas de forma tímida e poderiam ter sido mais ampliadas. Mais adiante na próxima página trazemos um exemplo de uma destas discussões que surgiu entre os grupos e fez os alunos refletirem sobre suas respostas.

A esta fase segue-se a fase 8, onde os alunos interpretam e validam a solução obtida, momento em que pode-se diagnosticar como está o domínio dos mesmos acerca do conteúdo matemático trabalhado na atividade. Esta fase, no entanto, ocorreu parcialmente, devido principalmente, ao pouco tempo reservado pelo professor em seu planejamento, o que dificultou a ocorrência de uma discussão mais ampla entre os grupos, bem como o acompanhamento pelo docente da atividade em cada grupo, verificando se por acaso possa ter havido algum erro de cálculo. Talvez, por tratar-se de um “simples” cálculo envolvendo multiplicação, o espaço reservado à discussão de possíveis discrepâncias entre os resultados de cada grupo e as causas disso, foi diminuto e as diferentes formas que cada grupo usou para obter a capacidade do estádio, foram pouco discutidas.

A maneira como o professor conduziu a apresentação do modelo de resposta e a síntese destes pela turma deixou a desejar pelo fato de ele apenas ter pedido aos alunos que dissessem os resultados que haviam obtido e foi colocando estes resultados na lousa, ou seja,

fez apenas uma conferência, anotando quais valores tinham sido obtidos sem se aprofundar nas maneiras pelas quais os grupos haviam obtido estes resultados. Esta atitude, de certa forma, inibiu maiores discussões por parte do alunado, já que as mesmas não foram estimuladas pelo docente, aparentemente preocupado em finalizar o quanto antes os trabalhos. No entanto, compreendemos a atitude do professor, já que se tratava de um período próximo as provas e ao fim do ano letivo e ainda havia outros conteúdos a serem trabalhados de acordo com a ementa o que concorreu para essa “pressa” do docente em concluir estes trabalhos. Contudo, mesmo em havendo um pouco de “atropelo” na condução destas fases, percebemos intervenções bastante interessantes por parte dos alunos que ficaram em nível de citação e foram pouco ou nem sequer chegaram a ser discutidas, isso impactou negativamente nas fases 9 e 10, já que como a discussão acerca dos modelos obtidos foi diminuta, não houve validação do modelo e avaliação do modelo obtido.

Mesmo desta forma um tanto quanto atropelada, os alunos dentro de seus grupos elencaram representantes para falar e expor os cálculos quando da aula que o professor reservou para isto. Neste momento, na ânsia de dizer a resposta, alguns grupos entraram em discordância sobre os modelos que obtiveram. Como o professor não conduziu estes debates, tudo ficou em aberto, contudo foi interessante perceber o quanto este tipo de atividade instiga a participação do alunado não só em nível de mobilizar conhecimentos matemáticos para solucionar o problema, mas também em se expressarem uns com os outros e para toda a turma, expondo as idéias que tiveram ao longo do processo. Por exemplo, um grupo que obteve resultado diferente quanto a capacidade do estádio alegou que no espaço de 1 m^2 , caberiam 6(seis) pessoas em pé. No entanto, esta possibilidade foi refutada por outros grupos pelo fato de que não poderiam num mesmo espaço ficar 6(seis) pessoas em pé, já que nesta situação as pessoas que ficassem atrás teriam sua visibilidade coberta pelas pessoas da frente. Neste momento, o grupo que defendia a idéia de 6(seis) pessoas em pé alegou que para solucionar o problema da falta de visibilidade poderiam ficar 3(três) pessoas em pé e 3(três) sentadas, mas esta idéia foi logo refutada pelos demais grupos devido ao fato de que as 3(três) pessoas sentadas, obrigatoriamente, colocariam os pés no lance de arquibancada diretamente abaixo do seu e isso tomaria o lugar onde ficariam as 3(três) pessoas em pé.

Os grupos, durante a exposição, comentaram acerca das estratégias que utilizaram para medir a capacidade das arquibancadas do estádio. Um dos grupos percebeu que a arquibancada estava pintada em faixas alternadas de amarelo e verde, que visualmente pareciam ter o mesmo tamanho, tiveram então a idéia de calcular tamanho de um faixa verde e de uma faixa amarela e assumiram que as demais faixas verdes e amarelas teriam esta

mesma medida. Fazendo isso, após ter o tamanho unitário de cada uma das faixas, multiplicaram pela quantidade de faixas para chegar ao tamanho total da arquibancada. Este resultado foi praticamente o mesmo obtido por outro grupo que não fez esta “extrapolação” e resolveu medir a arquibancada por completo. As diferenças quanto aos valores obtidos ocorreram porque um grupo optou por fazer arredondamentos já nas medidas de cada lance de arquibancada calculado, enquanto os demais só fizeram o arredondamento no valor na área final com toda a arquibancada medida.

Portanto, mesmo com o fato de o professor não ter esperado que cada grupo construísse seu modelo e apresentasse aos demais colegas da sala, o momento reservado para a discussão possibilitou mesmo indiretamente, que houvesse essa troca de experiências entre os grupos, quando do momento em que o professor ficou indagando as respostas destes e levando-as a lousa.

Quanto a atividade realizada pelo grupo 4 a respeito da medição do perímetro do campo, não fizemos aqui comentários mais aprofundados sobre a mesma, porque ela acabou ficando isolada do contexto. Como apenas um grupo ficou encarregado desta medição, o professor apenas anotou os valores obtidos para o perímetro pelo grupo. Ressalvamos contudo que houve hipóteses por parte dos alunos, como por exemplo, o fato de medirem apenas um dos lados maiores e um dos lados menores, extrapolando este valor para os demais outros dois lados, assumindo desta forma que a tela cercando o campo formaria um retângulo. Contudo preferimos não tecer comentários acerca das fases da Modelagem para esta atividade, por entender que a forma isolada do tema “capacidade do estádio” como ela foi feita, impossibilitou a análise acerca da ocorrência ou não de cada uma das fases.

Uma sugestão que deixamos aqui é de que em trabalhos semelhantes, o professor poderia, em seu planejamento, deixar claro como se daria o fechamento da atividade com os alunos, permitindo-se que com respeito a questão houvesse um momento em que os alunos mostrassem suas opiniões, seus avanços, suas dúvidas e as soluções que encontraram. Mesmo com o não planejamento deste momento, a troca de idéias entre os alunos foi rica e possibilitou que surgissem até questões outras sobre o tema que poderiam ser discutidas numa continuação deste ou em outro trabalho. Elencamos aqui dois questionamentos interessantes surgidos nos grupos acerca da capacidade do estádio:

1)” *Em um estádio quanto caberia de pessoas antes de se colocar cadeiras e depois de colocá-las?”*

2)” *Porque a largura dos batentes da arquibancada é esta?”*

Percebe-se desta forma que a riqueza do trabalho com Modelagem está não só na atividade em si, mas também nas possibilidades de trabalhos futuros que são criados a partir da atividade. Lembremos o debate sobre as possíveis falhas e/ou aprimoramentos que o modelo obtido possa apresentar, incluindo-se discussões críticas sobre os impactos econômicos e/ou sociais dos resultados obtidos. Tal atividade é feita justamente a partir da fase 8 onde encerra-se o cálculo em nível puramente matemático e inicia-se a discussão a nível amplo sobre o modelo e sua aplicabilidade em termos do cotidiano.

As fases 9 e 10 não ocorreram porque em tendo encerrado a discussão sobre os cálculos em si, o professor não havia feito uma pesquisa sobre os dados oficiais acerca da capacidade do estádio, desta forma não teve como informar à turma se os dados oficiais oriundos da prefeitura municipal, responsável pela construção e manutenção da edificação, estavam em acordo com os valores obtidos pelos cálculos que os grupos fizeram.

Até a fase 8, o trabalho com Modelagem Matemática tem um foco essencialmente matemático, as intervenções, adequações e discussões acerca do problema são feitas a nível do conteúdo matemático envolvido, da manipulação das equações, diagramas, cálculos, gráficos, representações geométricas, etc, procurando aferir o grau de exatidão quanto aos conteúdos utilizados e as respostas obtidas com estes.

No entanto, a partir da fase 9 o debate extrapola as questões “puramente Matemáticas” pois a validação e a avaliação do modelo não podem ser feitas somente a nível da confiabilidade na exatidão dos cálculos. A validação do modelo se dá a partir dos conhecimentos prévios obtidos que envolvam o “objeto” em estudo no problema, enquanto até a fase 8 verificamos se estamos fazendo as “contas” certas, na fase 9, após constatado que os cálculos estão corretos do ponto de vista matemático, vamos ver a proximidade destes dos valores reais, ou seja, dos valores que os órgãos oficiais divulgam sobre o objeto tema do estudo.

Por exemplo, se seu trabalho envolve calcular o preço de uma cesta básica, é preciso saber qual o preço médio que os órgãos de defesa do consumidor divulgam para a mesma, se envolve o valor de produção de uma determinada cultura agrícola em determinado período do ano, é preciso ter uma idéia a partir dos órgãos de pesquisa sobre quais valores em média são atribuídos para esta cultura, e assim por diante. Dito isto no nosso caso, seria necessário que o professor tivesse procurado junto aos órgãos públicos, qual a capacidade oficial do estádio para que o modelo pudesse ter sua validação em discussão, ou seja, em tendo sido verificado a exatidão dos cálculos, parte-se para a comparação dos valores obtidos frente aos valores oficiais e discutem-se as possíveis discrepâncias ocorridas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante os trabalhos que conduzimos na realização do curso com os docentes podemos observar que estes perceberam a Modelagem Matemática como uma importante abordagem quando se trata de inovar a maneira tradicional de se conduzir as aulas de Matemática. Os docentes afirmaram que a Modelagem Matemática é uma excelente opção para tornar o ensino mais prazeroso para o aluno, inter-relacionar fenômenos do “mundo real” com os conteúdos matemáticos de uma forma onde o aluno possa por em prática suas habilidades e conhecimentos, desenvolvendo não só o domínio teórico do assunto, mas concomitantemente o senso crítico, a capacidade de trabalhar em grupo, expondo suas idéias e discutindo com seus pares acerca da confiabilidade dos resultados alcançados. Isso contribui para sua autoconfiança, já que a partir de argumentos concisos e embasados em dados confiáveis o aluno pode agir em seu papel como cidadão e propor possíveis soluções para os problemas que tenham encontrado no início, durante ou ao término do trabalho que realizou.

Em nossas leituras, encontramos diferentes abordagens para o uso da Modelagem Matemática no Ensino Básico. Vimos que ela pode constituir-se como um ambiente de aprendizagem com grande potencialidade metodológica, sendo desta forma um recurso adequado para promover melhorias no ensino e aprendizagem de Matemática para alunos inseridos em contextos ligados a atividades variadas do cotidiano, podendo contribuir para aprender de forma significativa e desenvolver conhecimentos e atitudes que levem a desenvolver uma cultura Matemática útil tanto para a sua ação profissional como nos outros aspectos sociais.

Nossa compreensão sobre os variados aspectos da Modelagem Matemática permitiu-nos vê-la não só como uma potente ferramenta para aprender conteúdos matemáticos, ampliamos suas potencialidades visto que podemos associá-la dentro de uma abordagem sócio-crítica de ensino. Assim, vejo no trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula uma importante ferramenta no sentido de valorizar o pensamento e o modo de agir do aluno na busca de sua autonomia, livre para pensar, agir e decidir dentro do que o convívio social lhe impor, sabendo fazer uso dos conhecimentos matemáticos necessários para agir com cidadão crítico.

Em nosso percurso de estudo nos deparamos com abordagens da Modelagem Matemática que vão desde compreendê-la como um procedimento que visa obter um modelo, dentro daquilo que aborda Bassanezi (2006), até a abordagem de Caldeira (2009) que traz a Modelagem Matemática não apenas como um método de ensino, mas como uma concepção

de ensino e aprendizagem que pode ao longo do seu processo gerar um programa onde sejam incorporados não só a “Matemática universal”, mas outras que possam surgir devido as situações vivenciadas ao longo de seu desenvolvimento, processo este onde o mais importante não é a obtenção do modelo, mas sim o caminho que se esta trilhando para obter o modelo.

Ao procurarmos fazer uma confluência entre estas variadas idéias sobre Modelagem não estamos querendo afirmar que todas abordam a mesma idéia com diferentes fases ou momentos, pelo contrário o objetivo final que cada uma busca atingir é diferente. Enquanto alguns só afirmam ter existido Modelagem se o modelo for obtido e validado, para outros a Modelagem em si já ocorre desde o momento em que o processo é desencadeado, e está, no desenrolar deste processo o momento mais rico, tanto a nível de trocas de experiências entre professor e aluno e entre os alunos, como a nível de uso, domínio e compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos.

Nosso intuito em elencar as dez fases para o processo de Modelagem foi o de levar aos docentes do curso uma apresentação desta teoria na forma de procedimento, isto porque percebemos ser esta uma boa maneira para introduzir estas idéias novas junto aos docentes. Também pelo fato de que observando em nível de ensino em sala de aula, o que abordagens sobre Modelagem Matemática com características tão diferentes como as que trabalhamos neste texto tem em comum é o fato de que em todas, cada uma a seu modo próprio, a maior preocupação seja de forma direta ou indireta, é levar o aluno um visão de Matemática diferente da que o ensino tradicional traz, uma Matemática que seja para este aluno instrumento útil na resolução de situações de seu cotidiano que estejam apresentando ou que possam vir a apresentar problemas, que o aluno adquira não só o domínio teórico do algoritmo, mas possa interligar o domínio desta teoria com a capacidade de usá-la de acordo com a situação problema enfrentada.

Especificamente quanto à atividade que acompanhamos percebemos que foi muito proveitosa para os alunos, pelos fatos que já citamos no capítulo referente a análise dos dados. Quanto a não ter havido a ocorrência por completo de 4(quatro) das 10(dez) fases que elencamos para o processo de Modelagem Matemática, sendo que 2(duas) destas 4(quatro) nem chegaram a ocorrer, isso não prejudicou o processo em si, houve a escolha do tema, a formulação do problema, a mobilização dos conteúdos matemáticos para solucionar o problema. O que ficou a desejar foram justamente momentos em que mais se necessitava de um planejamento prévio por parte do docente, mas isto é perfeitamente compreensível diante do fato de ser algo nunca antes usado por ele e pelo fato de que em geral os professores são muito vinculados ao cumprimento das ementas que estabelecem para o ano letivo.

Lembremos que a validação do modelo se dá a partir dos conhecimentos prévios obtidos que envolvam o “objeto” em estudo no problema, enquanto até a fase 8 verificamos se estamos fazendo as “contas” certas, na fase 9 após constatada que os cálculos estão corretos do ponto de vista matemático, vamos ver a proximidade destes dos valores reais, ou seja, dos valores que os órgãos oficiais divulgam sobre o objeto tema do estudo. Justamente as fases 9 e 10 que precisam destes levantamentos prévios não poderão ser realizados por que o docente não procurou estes dados e nem incentivou a turma a fazê-lo, sendo assim essas fases onde o trabalho com Modelagem se expande para fora da sala de aula levando o aluno a questionar, opinar, criticar e elogiar, se for o caso, os órgãos competentes, não pode ser feita. Isso ceifou a possibilidade do uso crítico social da Modelagem Matemática por parte dos alunos, mas esperamos que esta primeira experiência tenha sido um protótipo e que o docente possa em momentos futuros realizar também estas fases em seu trabalho.

Portanto, concluí-se que das dez fases sugeridas no curso, seis foram desenvolvidas por completo, duas parcialmente e as duas últimas não foram abordadas. A ausência destas indica que houve influência do ensino tradicional na prática do docente, pois este direcionou seus objetivos para a obtenção de uma solução, e conseguido isto se deu por satisfeito, mesmo ciente de haver outras fases onde a riqueza do trabalho poderia ampliar-se, saindo da seara puramente matemática e indo para a discussão da realidade como um “todo”, das prováveis mudanças e questionamentos que o resultado poderia gerar, optou por não trabalhar a adequação e o refinamento da solução obtida e desta forma não trabalhar o problema de um ponto de vista macro do sistema.

Além do trabalho do docente que foi nosso objeto de estudo, outros quatro cursistas desenvolveram atividades com Modelagem Matemática para suas turmas, sendo que um destes quatro não tinha feito, pelo menos até a época de conclusão de nossos trabalhos, a atividade em sala, ficando apenas com planejamento da mesma. Destes outros trabalhos desenvolvidos em sala pelos demais docentes e que infelizmente não podemos acompanhar, pelos motivos já citados neste trabalho, destacaremos em especial um deles. Isto porque o trabalho intitulado: “A Modelagem Matemática contribuindo para uma melhor aprendizagem: porcentagem e estatística”, realizado por um dos cursistas em turmas do 1º ano do Ensino Médio no período entre julho e novembro de 2012 foi contemplado com o prêmio “Mestres da Educação” ofertado pela Secretaria de Educação do Governo Do Estado da Paraíba. Desta forma podemos ver que o trabalho com Modelagem deixou bons frutos e perspectivas positivas para o futuro.

Esperamos para que este trabalho possa fazer parte de um livro que pretendemos elaborar junto aos demais membros do GPECOM. Neste livro, além de constar o módulo de ensino que elaboramos para o curso de Modelagem Matemática aplicado junto aos professores, abordaremos todos os dados que conseguimos em nossa pesquisa quando do acompanhamento de uma situação real em que o professor levou a concepção de Modelagem para o universo de sua aula, bem como os trabalhos que os demais professores desenvolveram usando Modelagem em suas respectivas turmas.

Nosso intuito com isso é ofertar esta leitura a pesquisadores e professores do ensino básico para que possa contribuir com a divulgação de experiências com Modelagem feitas no ensino básico, servindo como um tipo de guia pedagógico contendo a proposta didática que servirá para nortear o trabalho com os professores e alunos, a sequência de situações trabalhadas, a metodologia utilizada em sala de aula, o sistema de avaliação e os resultados. Desta forma esperamos retornar a comunidade de prática de educadores matemáticos os resultados da nossa experiência.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALVES, Antônio Mauricio Medeiros. **Livro Didático de Matemática: uma abordagem histórica**. Dissertação de Mestrado, UFPEL – RS, 2005.

BARBOSA, J. C. **As relações dos professores com a Modelagem Matemática**. In: Encontro de Educação Matemática, 8., 2004, Recife. Anais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CDROM

BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D; ARAÚJO, J. L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BARROS, M. E. B. de. **Procurando outros paradigmas para a educação**. Educação & Sociedade, Campinas, v.21, n.72, 2000.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BEAN, D. **O que é Modelagem Matemática?**. Educação Matemática em Revista, n.9, ano 8, p.49-57, 2001.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2. Ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; Hein, Nelson. **A Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2000

BRANDT, C. F; BURAK, D.; KLUBER, T. E (org.). **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Ed: UEPG, 2010.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática. Brasília: MEC, 2007

_____. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, Guy. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.

_____. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996^a. Cap. 1. P. 35 – 113.

_____. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4.p. 48 – 72.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem Matemática: Um outro olhar**. Alexandria (UFSC), v.2, p. 33-54, 2009

CAMARGO, Vera Lúcia V. **Projeto Glossário: Tema – Modelo Matemático** <[www. \[PDF\] Glossário Modelo Matemático – Portifólio Vera](#)> Acesso em: 07 abr.2013

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009 – (Coleção formação de professores)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17^a. Ed. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra, 1987

LESH, R. Research Design in Mathematics Education: Focusing on Design Experiments. In L. English (Ed.) **International Handbook of Research Design in Mathematics Education** (pp. 27-50). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2002.

LESH, R; ENGLISH, L. D. **Perspectivas na resolução de Modelos & Modelagem relacionadas a aprendizagem Matemática e resolução de problemas**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM, v.37, n.6, 2005.

LESH, R; ZAWOJEWSKI, J. Problem solving and Modeling. In: **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, NCTM, p. 763-804, 2007.

MEYER, J. F. C. A; CALDEIRA, A.D; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011 – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MIZUKAMI, M^a G. N. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

OLIVEIRA NETO, José Praxedes de. **Contextualização no Ensino de Ciências e Matemática: uma proposta de análise de produtos educacionais**. Dissertação de Mestrado, UEPB – PB, 2013

POMMER, W. M. Brousseau e a idéia de Situação Didática. In: SEMINÁRIOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA/FEUSP, 2008, São Paulo. Disponível em: [HTTP://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf](http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf) Acesso em: 27 fev 2014

RIBEIRO, F. D. **Metodologia do Ensino de Matemática e Física: Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: Ibpx, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro – SP, n.14, p.66-91, 2000.

SWETZ, F. **Quando e como podemos usar Modelação?** Lisboa: Educação e Matemática, n. 23, 3º trimestre, 1992.

APENDICES

/

APENDICE A: PLANO DO CURSO DE MODELAGEM OFERTADO AOS
DOCENTES



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
GRUPO DE PESQUISA EM ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA
– GPECOM

PLANO DE CURSO

ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA UTILIZANDO
MODELAGEM E RECURSOS COMPUTACIONAIS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

COORDENADORES:

Dr. RÔMULO MARINHO DO RÊGO – DM/CCT/UEPB – Professor do Quadro Permanente do Programa de Ensino de Ciências e Matemática/UEPB.

Dra. FILOMENA MARIA GONÇALVES CORDEIRO MOITA – DH/CCHS/UEPB – Professora do Quadro Permanente do Programa de Ensino de Ciências e Matemática/UEPB

Dr. CIDOVAL MORAIS DE SOUSA – DCM/UEPB – Professor do Quadro Permanente do Programa de Ensino de Ciências e Matemática/UEPB

PROFESSORES PESQUISADORES MINISTRANTES

Alexandre José da Silva – matrícula no mestrado: 2011032301

Charles Max Sudério Cavalcanti dos Santos – matrícula no mestrado: 2011032302

Érick Macedo Carvalho – matrícula no mestrado: 2012032303

Erika Carla Alves Canuto – matricula no mestrado – 2011032204

Marcos Edson Alves de Sousa – matricula no mestrado: 201121307

José Praxedes de Oliveira Neto – matricula 2010031108

EMENTA:

- ✓ Modelagem Matemática
- ✓ Políticas públicas de avaliação da Educação Básica
- ✓ Contextualização do Ensino de Matemática
- ✓ Software geogebra
- ✓ Recursos computacionais direcionados ao ensino

OBJETIVO GERAL:

Compartilhar e refletir sobre o uso da Modelagem como uma alternativa que transcende ao ensino convencional de Matemática usualmente aplicado em escolas da educação básica, inter-relacionando-a com as diretrizes previstas nas políticas públicas de educação.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- ✓ Apresentar o conceito de modelagem matemática a partir das definições trazidas por autores desta área;
- ✓ Elencar as etapas a serem desenvolvidas na implementação de um projeto de modelagem em sala de aula;
- ✓ Discutir exemplos de modelos matemáticos já desenvolvidos e construir propostas de novos modelos passíveis de aplicação na sala de aula;
- ✓ Refletir sobre o papel do professor frente às políticas públicas de avaliação da educação básica;

- ✓ Discutir propostas de ensino voltadas a problemas inseridos dentro da realidade do aluno;
- ✓ Fazer uso do software geogebra como um recurso computacional para dinamizar o ensino de matemática
- ✓ Desenvolver uma forma de trabalho que estimule o professor a agir de colaborativamente.
- ✓ Vivenciar e avaliar experiências de modelagem matemática desenvolvidas em sala de aula

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS:

- ✓ Concepções de modelagem matemática: como uma metodologia, como um ambiente de aprendizagem;
- ✓ Etapas de desenvolvimento de um projeto de modelagem matemática;
- ✓ Exemplos do uso de modelagem matemática em sala de aula
- ✓ Construção de atividades que envolvam modelagem matemática
- ✓ Uso do software geogebra no desenvolvimento de atividades com modelagem matemática
- ✓ Políticas públicas de avaliação

METODOLOGIA

Nossa proposta é desenvolver este curso de forma colaborativa entre os professores participantes e entre estes e os mestrandos ministrantes do curso. Esta interação será desenvolvida de forma presencial em sete encontros e mediante um ambiente on-line onde serão disponibilizados previamente os textos para discussão. Recursos computacionais serão desenvolvidos como forma de facilitar a apresentação dos textos e como auxiliar do desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Iremos trabalhar os conceitos de modelagem matemática, discutir exemplos de modelagem desenvolvidos na bibliografia disponibilizada sobre modelagem, propor a elaboração conjunta por parte dos professores participantes do curso de uma ou mais atividades de modelagem adaptadas à realidade de suas salas de aula. Estas deverão ser desenvolvidas em sala de aula como parte do curso, fazendo parte de sua carga horária, incluindo não somente a aplicação como também análise sobre estas atividades. Cada participante receberá um modulo com os assuntos a serem desenvolvidos durante o

curso, o qual também terá um espaço destinado à anotação das observações e observações próprias que cada um possa achar por bem fazer, além deste módulo faremos uso de textos e vídeos complementares disponibilizados on-line e slides para expor as idéias principais durante os encontros presenciais.

As atividades a serem trabalhadas com o uso da modelagem incluem-se dentro do contexto próprio dos assuntos comumente abordados em matemática nos anos finais do ensino fundamental. Quanto à abordagem das políticas públicas inicialmente faremos um resumo histórico destas dentro da Educação Básica no Brasil para nos situarmos dentro de um contexto político macro envolvendo todo o sistema educacional brasileiro, também tentamos compreender como funcionam as políticas de avaliação num contexto micro – por exemplo, envolvendo a comunidade local (escola, sala de aula, alunos e professores, entre outros). Apresentaremos alguns conceitos e questionamentos relacionados a estas políticas e, abriremos espaços para as discussões do grupo.

Por fim, será realizada uma avaliação dos debates e das reflexões advindas dos encontros, com o objetivo de verificarmos os aspectos positivos e negativos percebidos pelo professor quando do uso de modelagem matemática em sua sala de aula, bem como o que ficou de importante deste curso para a formação e o crescimento profissional dos professores participantes.

Todas as atividades desenvolvidas pelo GPECOM no grupo de estudo seguiram estrategicamente uma proposta baseada na observação participante; elaboração de diário de campo destinada à anotação dos pontos importantes discutidos, visando o aperfeiçoamento da prática docente; inserção do material gráfico e de mídia desenvolvido ao longo do trabalho; discussão em grupo focal ou nominal instigando ao surgimento de concepções divergentes (ou não) a respeito da modelagem matemática e suas relações com os conteúdos programáticos e as políticas públicas. Os encontros serão registrados em vídeo e servirão de dados para as análises dos mestrandos participantes da pesquisa. Estes dados deverão fazer parte de um conjunto de elementos coletados e apresentados em seus trabalhos dissertativos.

CRONOGRAMA

Os participantes do curso serão distribuídos em dois grupos, cujos encontros realizar-se-ão em locais distintos. Um grupo terá seus encontros presenciais realizados na cidade de Pocinhos - PB, no Colégio Municipal Padre Galvão, enquanto o outro realizará seus encontros na cidade de Campina Grande – PB, na Universidade Estadual da Paraíba. Esta opção decorre

devido a incompatibilidade de horários para reunir todos os professores interessados em um mesmo local e horário, desta forma foram formados dois grupos com praticamente o mesmo número de participantes. Nas semanas de atividades presenciais, um dia será destinado ao encontro para avaliação e discussão dos temas, isto será feito na sexta-feira de cada semana para o grupo de Pocinhos e no sábado de cada semana para o grupo de Campina Grande, ambos os encontros iniciar-se-ão as 8:00 da manhã e terão seu término as 12:00 da manhã. Nas semanas de intervenções em sala de aula, o professor participante terá a opção de fazê-lo em suas próprias aulas conforme horário vigente na escola e não haverá encontro presencial nestas semanas. A carga horária do curso está distribuída da seguinte forma:

DISTRIBUIÇÃO DA CARGA/HORARIA	SUBTOTAL	TOTAL
4 h/aula nos encontros presenciais	$7 \times 4 = 28 \text{ h}$	82 horas
5 h/aula nas intervenções semanais	$3 \times 5 = 15 \text{ h}$	
3 h/aula nas atividades on-line	$13 \times 3 = 39 \text{ h}$	

SEMANA	ATIVIDADE PRESENCIAL/EM SALA	ATIVIDADE ON-LINE
20/08/12 a 26/08/12	Apresentação da ementa do curso e da plataforma moodle	Ambientação dos participantes
27/08/12 a 02/09/12	Apresentação e discussão a cerca dos aspectos teóricos da modelagem matemática	PDE (definição, metas e avaliações)
03/09/12 a 09/09/12	Feriado	PDE (descritores)
10/09/12 a 16/09/12	Apresentação e discussão de exemplo envolvendo modelagem	Contextualização nos documentos oficiais
17/09/12 a 23/09/12	Modelagem e descritores/ Modelagem e TIC	Contextualização (conceito)
24/09/12 a 30/09/12	Construção de exemplos com o uso da modelagem por parte dos professores	Geogebra (download, interface e comandos)
01/10/12 a 07/10/12	Semana de eleição	Geogebra (atividades lúdicas)
08/10/12 a 14/10/12	Feriado	Geogebra (teoremas da geometria)
15/10/12 a 21/10/12	Construção da intervenção com o uso da modelagem a ser aplicada em sala	Geogebra (teoremas da geometria)

	de aula	
22/10/12 a 28/10/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (funções)
29/10/12 a 04/11/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (funções)
05/11/12 a 11/11/12	Intervenção em sala de aula	Geogebra (situações problemas)
12/11/12 a 18/11/12	Avaliação do curso e das intervenções em sala de aula	Geogebra (situações problemas)

A distribuição dos conteúdos a serem trabalhados no curso entre os professores ministrantes deu-se da seguinte forma:

Alexandre	Políticas Públicas de avaliação da educação
Charles	Aplicações de modelagem matemática
Erick	Monitor do curso
Erika	Moodle e geogebra
Marcos	Teorização da modelagem matemática
Praxedes	Contextualização

AVALIAÇÃO

Será feita por meio das discussões em cada um dos encontros presenciais, dos conteúdos ofertados de forma on-line, onde haverá uma atividade e/ou fórum de discussão sobre o mesmo. Também ocorrerá mediante discussão e análise apresentadas sobre as atividades com modelagem desenvolvidas em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. ; BRITO, D. S. **Modelagem Matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da Matemática.** *In: CONFERÊNCIA*

INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. 2003, Blumenau. **Anais**. Blumenau: FURB, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, JONEI C. **O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática?** Zetetiké, Campinas, v.7, n.11, 1999.

_____. Uma perspectiva para a Modelagem Matemática. In: Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática. Rio Claro: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2000.

_____. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferencia nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2003, Piracicaba. Anais... UNIMEP

_____. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, Erechim (RS), v.27, n.98, Junho/ 2003b.

_____. **“Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico”**. Reunião Anual da ANPED, 24., 2001.

_____. **Modelagem Matemática e os futuros professores**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino–aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL, PNLD 2006. PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO, Brasília, MEC.

BUENO, B.O. Pesquisa em colaboração na colaboração contínua de professores. In: BUENO, B.O.; CATANI, D.B.; SOUSA, C.P. (Orgs) **A vida e o ofício dos professores: formação contínua, autobiografia e pesquisa em colaboração**. São Paulo: Escrituras, 1998. p. 07-20.

COOL, César. **O construtivismo na sala de aula**. 6ª Ed. Editora: Ática, São Paulo, 2006.

DENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. e col. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M.C.; ARAUJO, J.L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

RAMALHO, B.L. ; NUÑEZ, I.B.; GAUTHIER, C. *Quando o desafio é mobilizar o pensamento pedagógico do professor: uma experiência centrada na formação continuada*. 2000. <http://www.anped.org.br>

SCHEFFER, N.F. **Modelagem Matemática: Uma Abordagem para o Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Educação Matemática em Revista, SBEM-RS, n.01, p.11-16, janeiro/junho 1999.

SILVEIRA, J.C.; RIBAS, J.L.D. **Discussões sobre Modelagem Matemática e o Ensino-Aprendizagem**. Disponível em <<http://www.somatematica.com.br/artigos>> Acesso em: 16 de maio de 2008.

TARDIF, M. **Saberes docentes & formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

APENDICE B: FICHA DE INSCRIÇÃO PARA OS PROFESSORES CURSISTAS



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
 PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
 CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
 PROGRAMA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
 GRUPO DE PESQUISA EM ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA
 – GPECOM

CURSO: ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA UTILIZANDO
 MODELAGEM E RECURSOS COMPUTACIONAIS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

FICHA DE INSCRIÇÃO

Nome	
Endereço	
RG	CPF

Cidade	Estado	Nacionalidade	Telefone
Instituição de trabalho			
Graduação: curso/instituição			
e-mail: (em letra de forma)			

 Assinatura do participante

 Assinatura do responsável

.....

CURSO: ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA UTILIZANDO
MODELAGEM E RECURSOS COMPUTACIONAIS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nome
Endereço

Assinatura do participante

Assinatura do responsável

APENDICE D: QUESTIONÁRIO APLICADO JUNTO AOS PROFESSORES

1. Dados gerais

1.1 Sexo: M () F ()

1.2 Idade:

1.3 Quantidade de escolas em que trabalha:

1.4 Formação:

1.5 Habilitação:

1.6 Vínculo Empregatício:

Público Municipal ()

Público Estadual ()

Privado ()

Público Municipal e Estadual ()

Publico Municipal e Privado ()

Público Estadual e Privado ()

Público Municipal, Público Estadual e Privado ()

1.7 Em que instituição você cursou a graduação?

1.8 Em que ano terminou o curso de graduação?

1.9 Tempo de docência:

1.10 Você tem algum curso de pós-graduação? S () N ()

Em caso afirmativo cite qual?

() Especialização

() Mestrado

() Outro:

Em caso negativo pretende fazer algum curso de pós-graduação?

S () N ()

Em caso afirmativo cite qual?

() Especialização

() Mestrado

() Doutorado.

() Todos citados anteriormente

1.11 Qual(ais) o(s) anos do Ensino Fundamental que ano você leciona?

6° ()

7° ()

8° ()

9° ()

1.12 Qual a sua carga horária como professor semanalmente:

1.13 Qual a quantidade de turmas em que leciona:

1.14 Quantos alunos(as) ao todo você ensina:

1.15 Você atua também no ensino médio? S () N ()

Se não já atuou alguma vez? S () N ()

1.16 Você atua também no ensino superior? S () N ()

Se não já atuou alguma vez? S () N ()

2. Recursos computacionais

2.1 Possui conhecimento de informática: () S () N

Se sim, adquiriu este conhecimento via algum curso específico ou por conta própria usando em casa e/ou na escola?

2.2 Possui computador em casa? () S () N

Se sim faz uso do mesmo para suas atividades docentes?

() Sempre

() As vezes

() Raramente

() Não faço, utilizo-o para outros fins

2.3 Você possui alguma conta de correio eletrônico (e-mail)? () S () N

2.4 Você possui acesso a internet?

() Sim, em casa e na escola

() Sim, somente em casa

() Sim, somente na escola

() Não possuo

3 - Ações educacionais

3.1 Já participou de cursos na modalidade educação a distância utilizando o computador como ferramenta? () S () N

Em caso de resposta positiva, diga qual.

3.2 Já utilizou o laboratório de informática com seus alunos para trabalhar conteúdos de Matemática? () S () N

Se sim. Cite algum conteúdo e como foi trabalhado?

Se não. Qual o motivo?

3.3 Conhece algum software matemático? () S () N

Se sim. Qual (ais)?

3.4 Conhece o termo Modelagem Matemática? () S () N

3.5 Já desenvolveu alguma atividade envolvendo Modelagem Matemática com alguma de suas turmas? () S () N

Se sim, como avalia essa atividade?

3.6 Estaria disposto(a) a desenvolver, de forma colaborativa, atividades diferenciadas com o uso de Modelagem Matemática? () S () N

3.7 Em alguma escola em que você atua existe computador?

() Sim em todas () Sim em algumas () Não

3.8 Se existe, é possível conectar-se à Internet?

() Sim em todas () Sim em algumas () Não

3.9 Em alguma escola em que você atua existe laboratório de informática?

() Sim em todas () Sim em algumas () Não

3.10 Em alguma escola em que você atua são ofertados cursos de capacitação?

() Sim em todas () Sim em algumas () Não

3.11 Em alguma escola em que você atua existe bonificação, ofertada pela escola ou pelo órgão empregador (prefeitura ou estado) para os professores que desenvolvem projetos diferenciados?

() Sim em todas

() Sim somente na privada

() Sim somente na pública

() Não

3.12 Em alguma escola em que você atua existe contato com o serviço de orientação/coordenação educacional?

() Sim em todas () Sim em algumas () Não

Em caso afirmativo, com que frequência?

- semanalmente
- quinzenalmente
- mensalmente
- bimestralmente
- semestralmente

3.13 A maioria dos alunos das suas turmas moram:

- na zona urbana na zona rural não sei informar

4. Prática docente

4.1 Você costuma desenvolver atividades com os alunos no laboratório de informática?

- S N

Se sim, de que tipo?

- Complementares
- Lúdicas
- Interdisciplinares
- Transdisciplinares

Se não, qual o motivo?

4.2 Quais destes recursos você utiliza ou já utilizou em sala de aula?

- livros textos
- computador
- data-show
- retroprojeter
- outros materiais didático-pedagógicos. Cite alguns?

4.3 Como você prepara suas aulas?

- com o livro adotado na escola
- com o livro de outros autores
- com materiais da internet

- com conhecimentos adquiridos com a experiência docente
- faço uso de mais de uma das maneiras citadas anteriormente ao mesmo tempo

4.4 Em sua carga horária semanal de trabalho existe a previsão de tempo para se dedicar as atividades docentes fora da sala de aula?

- Sim em todas as escolas
- Sim só na escola pública
- Sim só na escola privada
- Não

APENDICE E: MÓDULO DO CURSO SOBRE MODELAGEM TRABALHADO
COM OS PROFESSORES



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
GRUPO DE PESQUISA EM ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA
- GPECOM

**ENSINO CONTEXTUALIZADO DE MATEMÁTICA UTILIZANDO
MODELAGEM E RECURSOS COMPUTACIONAIS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

CAMPINA GRANDE – PB

2012

Curso de formação continuada em Matemática para professores de Educação Básica dos municípios de Alagoa Nova, Alcantil, Campina Grande e Pocinhos utilizando Modelagem Matemática e recursos computacionais.

COORDENADORES:

Rômulo Marinho do Rêgo

Filomena Maria G. C. Moita

Cidoval Moraes de Sousa

PROFESSORES/PESQUISADORES:

Alexandre José da Silva

Charles Max Sudério C. dos Santos

Erick Macêdo Carvalho

Erika Carla Alves Canuto

José Praxedes de Oliveira Neto

Marcos Edson Alves de Sousa

CAPITULO 1: Tópicos de Modelagem Matemática

Autor: Marcos Edson Alves de Sousa

CAPITULO 2: Atividades envolvendo Modelagem Matemática

Autor: Charles Max Sudério C. dos Santos

CAPITULO 3: Geogebra e Modelagem Matemática

Autores: Erick Macêdo Carvalho e Erika Carla Alves Canuto

CAPITULO 4: Contextualização e Modelagem Matemática

Autor: José Praxedes de Oliveira Neto

CAPITULO 5: Políticas Públicas de Avaliação da Educação Básica

Autor: Alexandre José da Silva

CAPITULO 6: Modelagem Matemática e os descritores do IDEB

Autores: Alexandre José da Silva e Erick Macêdo de Carvalho

SUMÁRIO

1. Tópicos de Modelagem Matemática.....	141
1.1 Fundamentos teóricos e MetodológicoS	141
1.1.1 Introdução	141
1.2 Breve histórico sobre a Modelagem Matemática.....	142
1.3 Em que a Modelagem Matemática difere da Resolução Convencional de Problemas	143
1.4 A Modelagem Matemática e sua inserção como metodologia de ensino ..	145
1.5 Procedimentos a serem seguidos quando do uso da Modelagem Matemática	149
1.6 A Modelagem Matemática em forma de projetos.....	155
1.7 Vantagens e desvantagens quando do uso da Modelagem Matemática. ...	156
2. Atividades envolvendo a Modelagem Matemática	161
2.1 Embalagens: Atividade (baseada) no livro: Jogos e Modelagem na Educação Matemática. Flávia Dias Ribeiro	161
2.2 PLANTA DA CASA: atividade baseada no livro: Modelagem Matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática. Maria Salett Biembengut	164
2.2.1 Esboço da planta e conceitos elementares de geometria plana...	165
2.2.2 Tamanho da Casa e Sistemas de Medidas Lineares.....	171
2.2.3 Planta baixa e sistema de medida de superfície	173
2.2.4 Reservatório d'água e Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa.....	177
2.3 Avaliando a atividade de Modelagem Matemática.....	183
2.3.1 Rubrica para apresentação do projeto "embalagens"	183
3. Geogebra e Modelagem Matemática	184

3.1 O uso do software geogebra dentro da Modelagem Matemática.....	184
3.1.1 Download	184
3.1.2 Interface.....	185
3.1.3 Tabela.....	187
3.2 Atividades lúdicas e algumas aplicações	189
3.2.1 Construção da bandeira do Brasil	189
3.2.2 Teoremas da geometria plana.....	190
3.2.3 Função	191
3.2.3.1 Exploração de funções polinomiais	191
4. Contextualização e Modelagem Matemática.....	196
4.1 A CONTEXTUALIZAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS	196
4.1.1 O conceito de Contexto e Contextualização	198
4.2 Modelagem e Contextualização.....	201
5. Políticas Públicas de Avaliação da Educação Básica.....	202
5.1 História das políticas públicas de avaliação da educação básica.....	202
5.1.1 Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)....	202
5.2 Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE.....	204
5.3 Avaliações da Educação Básica.....	208
5.3.1 Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa)	208
5.3.2 Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).....	209
5.3.3 Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja).....	209
5.3.4 Provinha Brasil.....	209
5.3.5 O Saeb – Aneb e Anresc (Prova Brasil).....	209
5.4 MATRIZES DE REFERÊNCIA DO SAEB.....	211

5.4.1 Competências e Habilidades	211
5.4.2 Os descritores:	212
5.4.3 O que se avalia em Matemática e por que se avalia.....	212
5.4.4 Tema I. Espaço e Forma.....	213
5.4.5 Tema II. Grandezas e Medidas.....	214
5.4.6 Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções	214
5.4.7 Tema IV – Tratamento da Informação.....	215
6. Modelagem Matemática e os descritores do IDEB.....	216
7. Referências bibliográficas	218

Ensino Contextualizado de Matemática utilizando Modelagem Matemática e Recursos Computacionais na Educação Básica

1. TÓPICOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Autor: Marcos Edson Alves de Sousa

1.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Este curso é destinado a você docente do ensino básico de escolas públicas, que deseja ter acesso a novas opções e alternativas ao ensino convencional de Matemática que comumente é praticado nas escolas do ensino básico.

1.1.1 Introdução

Visto sob a ótica de um ensino sócio crítico a Matemática assim como as demais disciplinas deve estar inserida dentro da realidade social que permeia o aluno, tornando-se ferramenta útil a ser usada por este na transformação de sua condição social, econômica e cultural.

É preciso que a educação esteja em seu conteúdo, em seus programas e em seus métodos, adaptada ao fim que se persegue: permitir ao homem chegar a ser sujeito, construir-se como pessoa, transformar o mundo e estabelecer com os outros homens relações de reciprocidade, fazer a cultura e a história... (Mizukami, 1986, p.94. Apud Freire, 1974a, p.42)

Não se trata aqui de reinventar a roda, ou algo revolucionário que irá mudar totalmente suas noções sobre Matemática, seus conteúdos e suas metodologias, mas sim um instrumental que poderá ser utilizado para desenvolver idéias, procedimentos e atitudes positivas, bem como elemento estimulador ao interesse de seus alunos pela Matemática. Estamos certos de que ao optar por mergulhar no ensino de Matemática fazendo uso da Modelagem, o ato de ensinar tornar-se-á mais prazeroso assim como o ato de aprender será mais interessante ao aluno, pois este disporá de um maior espaço para intervir e se inserir de forma mais ativa neste processo.

1.2 BREVE HISTÓRICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde épocas remotas, na cultura de povos como os egípcios, babilônios e gregos encontram-se estudos que reportam as raízes do que viria a ser denominado de Modelagem Matemática. Podemos dizer que a essência do processo de Modelagem está nos estudos dos gregos, entre os quais Tales de Mileto, Platão, Eudóxio, Euclides, Arquimedes, Erastóstenes, entre outros. A época renascentista trouxe um novo fôlego ao desenvolvimento da Modelagem Matemática, após um bom período de penumbra quanto ao desenvolvimento desta, destacando-se vários estudiosos que fizeram uso da Modelagem nesta época entre os quais Leonardo da Vinci, Nicolau Copérnico, Galileu Galilei, René Descartes e Isaac Newton.

Desde então a Modelagem Matemática passou a ser de uso contínuo no desenvolvimento de modelos necessários a explicação e uso de variados conteúdos dentro da Matemática e também fora dela, contudo somente na segunda metade do século passado veio a constituir-se numa área de estudo específica dentro do campo de conhecimento denominado de educação Matemática. Até então o termo Modelagem Matemática confundia-se com a resolução de problemas.

No Brasil a Modelagem Matemática no ensino começou a ganhar força principalmente a partir dos estudos de professores como Ubiratan D'Ambrósio, Rodney C. Bassanezi e João Frederico Meyer na década de 80. Atualmente há um grande número de pesquisadores nacionais nesta área entre os quais Maria Salett Biembengut, Dionisio Burak, Flávia Dias Ribeiro, Jonei Cerqueira Barbosa e Lourdes Maria Werle de Almeida, todos na perspectiva de melhorar a aprendizagem de conceitos, conteúdos e procedimentos, bem como desenvolver a habilidade de utilizar a Matemática para resolver problemas surgidos no dia a dia, de forma diferente e motivadora quanto a apresentação dos conteúdos.

Assim, a Modelagem Matemática tem sido usada como uma alternativa em programas de cursos regulares visando despertar o interesse dos alunos quanto à aplicabilidade dos conteúdos trabalhados, enfatizando as aplicações Matemáticas, desenvolvendo o espírito crítico do educando, preparando-o para o uso da Matemática como uma ferramenta na resolução de problemas em variadas situações, adotando um enfoque também epistemológico, ou seja, quanto ao estudo do grau de certeza de caráter científico da própria Matemática e apreciação de seu valor para o espírito humano. Trabalhando a Matemática não apenas como ciência abstrata de uso futuro, mas como ferramenta para a vida, instrumentalizando o

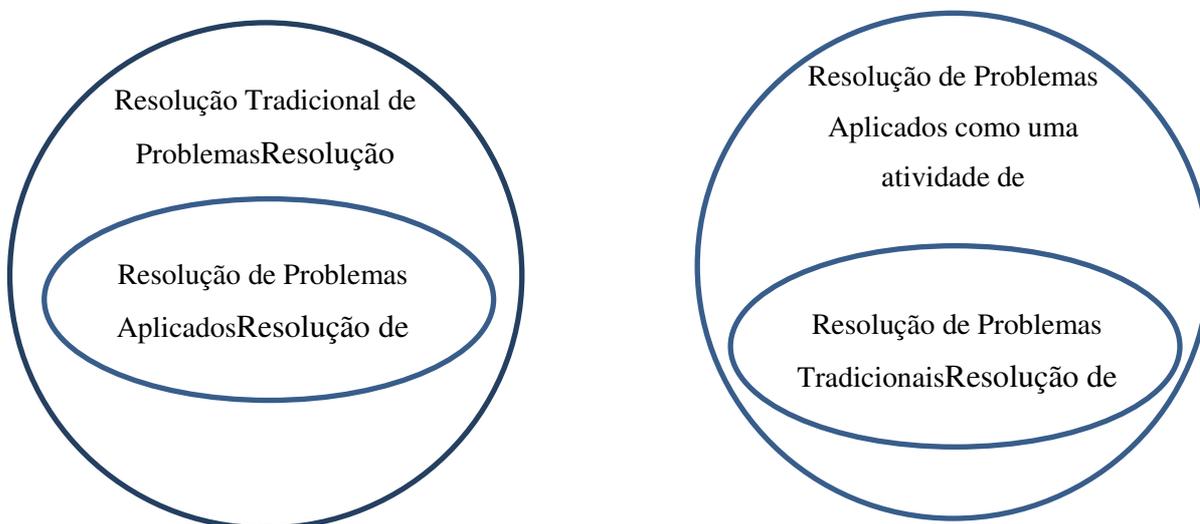
trabalho, parte integrante das raízes culturais e auxiliando no pensamento claro e raciocínio lógico, nos modelos, enfocando a beleza estética da Matemática.

1.3 EM QUE A MODELAGEM MATEMÁTICA DIFERE DA RESOLUÇÃO CONVENCIONAL DE PROBLEMAS

A resolução convencional de problemas pode ser entendida como um processo que parte de situações problemas cujo enunciado é apresentado pronto para o aluno, objetivando que este ao tentar encontrar soluções mobilize e desenvolva conhecimentos matemáticos. Neste processo o professor cria um ambiente de trabalho que possibilita ao aluno desenvolver os conhecimentos matemáticos a partir das necessidades presentes na situação problema, cabendo o docente intermediar os conhecimentos novos e os já possuídos pelos alunos, ao mesmo tempo em que desenvolve processos interativos que permitam aos alunos superarem as dificuldades surgidas durante o processo. Na resolução convencional de problema geralmente a situação problema é apresentada pronta, já redigida, com todas as suas condições preestabelecidas, podendo ou não ser inserida na realidade vivenciada pelo aluno.

Na Modelagem Matemática são enfatizadas situações práticas a partir das quais se espera que o aluno possa refinar adaptar e/ou interpretar os conteúdos matemáticos de acordo com o problema enfrentado, estando em continuo processo de mobilização de habilidades e atitudes que possam levá-lo a aplicar o conteúdo mais adequado da melhor forma possível com vistas a obter o modelo. O modelo matemático constitui uma forma de expressar matematicamente uma possível explicação ou solução ao problema, podendo ser uma fórmula, uma equação, um gráfico ou um esquema, por exemplo.

Temos de forma esquematizada:



A tabela a seguir trás as principais características que a nosso ver distinguem resolução de problemas numa perspectiva tradicional, daquela adotada quando do uso da Modelagem.

Tabela 13: Resolução de problemas tradicional versus Resolução de problemas sobre a ótica da Modelagem (livre tradução adaptado de Lesh & Doerr, 2003b).

Perspectiva tradicional sobre resolução de problemas	Perspectiva de modelos e Modelagem sobre a resolução de problemas
Os problemas aplicados são abordados como um subconjunto da resolução de problemas tradicionais	Os problemas tradicionais são abordados como subconjunto da resolução de problemas aplicados (ou seja, como uma atividade de obtenção de modelo)
Aprender a resolver problemas envolve quatro passos:	<p>Resolver problemas aplicados envolve atribuir sentido matemático ao problema (usando-se diagramas, esquemas, desenhos, gráficos, equações e assim por diante) em consonância com o desenvolvimento de uma solução sensata.</p> <p>A compreensão não é uma solução do tipo tudo ou nada, as ideias Matemáticas e as capacidades de resolução de problemas são desenvolvidas lado a lado dentro do processo.</p> <p>Os constructos**, processos e habilidades necessários para resolver problemas do “mundo real” (ou seja, problemas aplicados) são assumidos em estágios intermediários do desenvolvimento, ao invés de ser preciso “dominá-las” antes do engajamento na resolução de problemas.</p>
1) Desenvolver os pré-requisitos, ideias e habilidades em situações descontextualizadas.	
2) Praticar novas ideias e habilidades em problemas, na linguagem desenvolvida para serem usados em procedimentos de aprendizagem	
3) Aprender processos e heurísticas* sobre resolução de problemas independentes dos conteúdos.	
4) Finalmente, aprender as ideias precedentes, ou as habilidades e heurísticas em situações da “vida real” (ou seja, em problemas aplicados) onde também podem ser necessárias informações adicionais.	

* Heurística pode ser entendido como um método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se quer lhe ensinar.

** Constructos são construções mentais que podem ser usadas para exemplificar ou descrever uma teoria. Esta palavra é utilizada em uma das definições de modelos que veremos mais adiante. Inserido dentro desta definição podemos apresentar o seguinte modelo de constructo matemático:

Modelo Crescimento

onde :

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

P é a população em um determinado tempo
 t é o tempo
 k é a taxa de crescimento
 P_0 é a população inicial

1.4 A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Na antiguidade povos tais como egípcios, babilônios e gregos desenvolveram estudos que acabaram por tornarem-se modelos (matemáticos ou não) de situações que usamos até hoje, tais como: os quatro pontos cardeais; coleção de regras geométricas para medição de terra; modelos de Matemática de utilização prática.

O uso da Modelagem Matemática no ensino justifica-se pelo fato de poder ser usada como uma ferramenta para o estudo de um instrumental útil quando da prática de algum trabalho. Constitui-se na verdade em uma parte integrante de nossas raízes culturais, já que temos o hábito de estabelecer modelos para solucionar e/ou explicar situações corriqueiras, não percebemos por vezes o ato de estarmos fazendo isso, talvez porque esta terminologia nunca nos foi apresentada, ou porque não sigamos certo rigor que denota o caráter de um trabalho enquanto científico ou mesmo acadêmico.

A Matemática possibilita aos indivíduos desenvolverem saberes exerçam sua cidadania de forma crítica e autônoma adequada ao convívio em sociedade, habilitando-o com ferramentas culturais voltadas para a sobrevivência e transcendência da comunidade onde está inserido, contribuindo para o seu desenvolvimento. Ter o domínio de princípios básicos da Matemática faz com que o aluno possa utilizá-la como ferramenta para a vida, pois desenvolve capacidades de análise e interpretações que são úteis na resolução de problemas, e estes estarão sempre presentes quer em contextos sociais, econômicos ou políticos. O aluno

que tem contato com instrumentos tecnológicos, a exemplo do computador, dispõe na Matemática de um instrumental bastante útil ao uso destes recursos para fazer testes, desenvolver modelos, trabalhar dados estatísticos, etc., isso além de poupar-lhe tempo, habitua-o ao manuseio de importantes ferramentas com as quais certamente ira se deparar no mercado de trabalho futuro.

Compreendemos a Modelagem Matemática como uma forma de resolver problemas e assim, desenvolver os conhecimentos matemáticos. A resolução de problemas na perspectiva da Modelagem é uma atividade realizada sob a supervisão e intervenção oportuna do professor na qual o aluno agindo sobre o problema, formule ideias e as valide para posteriormente encontrar uma solução. Esta solução pode ser adequada ou não para a situação, o que a diferencia das soluções encontradas na resolução convencional de problemas. Nesse processo, o aluno tem de estar sempre procurando fazer uso dos conhecimentos que tem e buscar desenvolver aqueles que ainda não possui com vistas a obter uma solução adequada ao problema.

Os professores do ensino básico podem instigar seus alunos fazendo uso de problemas relacionados a aspectos da realidade por eles vivenciada. A partir dos resultados das avaliações sobre o ensino de Matemática efetuada pelo SAEB, Prova Brasil e PISA, observa-se que a escola brasileira não tem conseguido desenvolver os conhecimentos matemáticos necessários para atender as demandas da sociedade contemporânea. Atingimos um excelente padrão internacional na pesquisa Matemática, mas os índices relativos à aprendizagem desta disciplina estão muito aquém dos atingidos por outros países, bem como dos recomendados pelos educadores. Deste modo a maioria dos nossos jovens não desenvolve conhecimentos matemáticos adequados, seja no que se refere à capacidade de pensar matematicamente, seja no que se refere à capacidade de aplicar Matemática no seu processo de agir sobre a realidade externa.

A Modelagem Matemática apresenta-se ao educador como um instrumento educacional de aplicação que permite a este identificar e selecionar informações e conteúdos que sejam essenciais em uma dada situação, a nosso ver isto lhe fornece as condições para uma abordagem mais criativa e motivadora quando do desenvolvimento do trabalho com o conteúdo matemático. Estamos modelando quando usamos a Matemática para formalizar um pensamento abstrato a respeito de uma situação problema que surgiu de maneira natural ou foi proposta pelo homem, buscando-se uma linguagem abstrata que simplifique ao máximo este problema. Logicamente nem todos os fenômenos naturais são passíveis de modelação, a natureza existe e funciona independentemente de teorias científicas. Contudo o homem deve

sempre buscar o uso de tais teorias para quantificá-la, explicá-la e validá-la, já que boa parte destes fenômenos é susceptível ao uso da modelação.

O manejo de grandezas, medidas, formas e operações estão nas nossas raízes culturais, o problema é que quase sempre optamos pela formalização precoce do processo de ensinar Matemática, ignorando ou rejeitando as formas de raciocinar desenvolvidas pelo aluno como base para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, sempre em favorecimento a uma formalização “rigorosa” de conteúdos que quase sempre não leva ao seu entendimento (do conteúdo), muitos menos de suas nuances e interligações deste com outros conteúdos. Trabalhada dentro da estrutura curricular que temos e da forma como é ensinada a Matemática pouco ajuda o aluno a pensar com clareza e a raciocinar melhor, isto nega a ampla gama de recursos ilimitados que podem ser desenvolvidos e utilizados quando da resolução de uma situação problema.

Biembengut (2004) nos apresenta um trabalho sobre Modelagem Matemática, propondo seu uso no ensino básico. Nesta obra a autora traz aquilo que entendemos ser uma definição clara sobre o que vem a ser Modelagem Matemática:

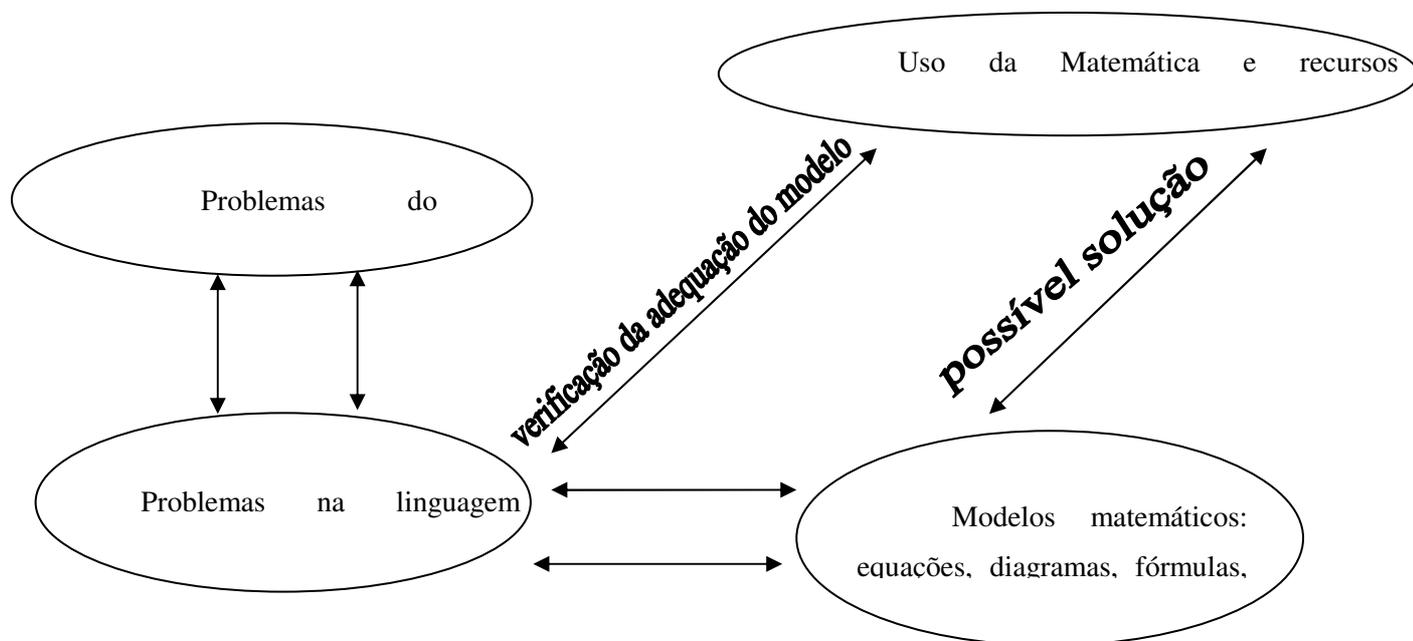
“Um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento”

Neste sentido entende-se por modelo (matemático) um conjunto de símbolos e relações que traduzem ou representam alguma coisa ou fenômeno em questão. Desta forma aquele que se dispõe em tornar-se um modelador necessita ter primeiramente conhecimento matemático. Bassanezi (2002, p.20) define modelo matemático da seguinte forma: “É um construto matemático abstrato simplificado, que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular”. Em trabalhos sobre Modelagem também encontramos a seguinte definição: “Modelo matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão”. (SWETZ, 1992, p. 65, GERTNER).

Em um trabalho de pesquisa intitulado: Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: O custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º ano), o qual está disponível na plataforma moodle deste curso, podemos perceber esta definição, trata-se do uso de conteúdos matemáticos específicos de um determinado ano do ensino fundamental para demonstrar-se o custo de construção de uma quadra esportiva na escola. Foi necessário que o professor tivesse domínio do conteúdo para perceber quais aqueles que poderiam ser mobilizados e estar sempre atento ao foco do produto final de seu

trabalho, ou seja, a construção de uma expressão Matemática que representaria um modelo para o cálculo do custo da construção da quadra.

A relação entre o “mundo real” onde estão às questões problematizadoras e a Modelagem Matemática pode ser representada com o pelo seguinte esquema:



Segundo Bassanezi (2006, p.207): “A Modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador”.

Não devemos confundir uma proposta de uso da Modelagem Matemática como apenas ofertar exercícios e problemas a serem resolvidos, pois o objetivo deve ser o de desenvolver habilidades de raciocínio importantes e distintas das mobilizadas nas resoluções de problemas típicos, isto é defendido por Bean (2001, p. 49-57), que utiliza esse fato como um dos motivos pelos quais a Modelagem deva ser incorporada no ensino e na aprendizagem de Matemática. Segundo este autor um modelo deve ser verificado pelo modelador quanto a sua coerência e validade tanto do ponto de vista matemático como enquanto solução para o problema, e desta forma passível de ser modificado com vistas a se ajustar como solução adequada ao problema sugerido. A proposta da Modelagem se distingue de outras aplicações Matemáticas, já que a criação do modelo exige hipóteses e aproximações simplificadoras, que venham acompanhadas de justificativas, pois no desenvolvimento de um modelo faz-se a opção sobre que características do problema serão consideradas.

Ao fazermos uso da Modelagem estamos trabalhando as seguintes atividades intelectuais: experimentação; abstração (quando da seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação); resolução; validação e modificação. Neste processo podemos obter tanto modelos ditos objeto quanto aqueles chamados de teóricos. A seguir, baseado no trabalho de Bassanezzi (2002, p.19-20), descrevemos e exemplificamos cada uma destes tipos de modelos.

Podemos entender um modelo objeto com aquele apresentado de uma forma concreta, com variáveis estáveis e homogêneas, palpável de uso digamos prático e manuseável, sendo sua representação sempre parcial em relação ao modelo a ser estudado. Por exemplo, em um estudo sobre produção de mel, poderia ser um desenho ou uma maquete que representa-se o formato dos alvéolos da colmeia.

Já o modelo teórico distingue-se por seu caráter mais abstrato, embora possa de ter igual importância quanto ao uso, ele deve representar as mesmas variáveis essenciais do fenômeno e suas relações são obtidas por meio das hipóteses (abstratas) ou de experimentos. Podemos citar como exemplo a equação que representa um modelo de crescimento populacional já mostrada anteriormente neste texto.

Verificamos a mobilização desses conceitos em nível de 6º ano no exemplo do cálculo do custo da construção da quadra. A experimentação é observada quando do levantamento dos materiais que são necessários a uma construção, quando o alunado experimenta o contato com os tipos de matérias, as quantidades necessárias, preços, segue-se após isto o momento da abstração quando se converte os valores em variáveis a serem consideradas quando do cálculo, bem como a ordem em que devem ser postos na equação, daí procede-se a resolução da equação estabelecida com o intuito de obter o custo da construção, resultado este passível de validação, ou seja, verificar se esta coerente com aquilo que se espera seja o custo de uma obra deste porte, pois é necessário observar se não há grandes discrepâncias que gerem a necessidade de modificação no modelo obtido.

1.5 PROCEDIMENTOS A SEREM SEGUIDOS QUANDO DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para fazer Modelagem Matemática é preciso que o modelador tenha conhecimento matemático, pois só assim poderá observar quais conceitos matemáticos podem surgir e ser

explorados na criação do modelo para solucionar a questão. Além disso, Biembegut (2004: p.17/18) afirma que durante o procedimento de Modelagem pode-se perceber três etapas:

Interação: é aqui que nos inteiramos do problema, fazendo seu reconhecimento, buscando delimitá-lo e procurando nos familiarizar com todo que lhe seja correlato inclusive buscando bibliografia especializada;

Matematização: agora formulado o problema, começamos a estabelecer hipóteses para sua solução, estas levarão ao desenvolvimento de modelos capazes de resolver o problema e que possam ser aplicados posteriormente em situações similares.

Modelo matemático: agora se busca interpretar o modelo sugerido, quanto a sua validação. Desta forma estamos sujeitando-o a uma avaliação, onde o mesmo está passível até de ser rejeitado ou considerado insuficiente, bem como pode ser tomado com aceitável e eficaz. Quando o modelo é validado fazemos aplicações deste a outros fenômenos afins, caso seja refutado voltamos a segunda etapa.

A partir do que alguns autores descrevem sobre trabalhos com Modelagem, em linhas gerais, podemos dizer que o processo do uso da Modelagem Matemática segue as seguintes fases:

- Escolha do tema
- Reconhecimento da situação/problema
- Familiarização com o tema a ser modelado
- Formulação do problema
- Formulação das hipóteses
- Formulação de um modelo matemático
- Resolução do problema a partir do modelo
- Interpretação e validação da solução
- Validação do modelo
- Avaliação do modelo obtido.

Algumas destas fases podem dependendo do desenvolvimento do processo de Modelagem se fundir, ocorrer de forma imperceptível ou concomitantemente. A seguir de forma suscita trazemos a compreensão do que seja cada destas fases:

Escolha do tema

O professor em conjunto com sua turma pode ouvir ou indagar destes assuntos de seu cotidiano, onde haja a possibilidade de inserção de conteúdos matemáticos necessários a resolução de alguma situação problema surgida durante a discussão ou percebida por algum dos participantes. Se o professor tiver certo conhecimento sobre a realidade do alunado, ou seja, com que atividades suas famílias trabalham, qual tipo de atividade é mais desenvolvida na vizinhança ou no município onde vivem, pode ele mesmo sugerir situações onde seja possível o uso da Modelagem e observar qual destas tem maior receptividade por parte do alunado.

Reconhecimento da situação/problema

A partir do tema estabelecido que constitui o estado mais amplo da realidade local, onde estão inseridos os alunos e por vezes também o professor, delimita-se uma situação problema, ou seja, algo dentro deste cotidiano discutido que apresenta algum tipo de problema, não que este problema tenha necessariamente sido percebido pelos alunos, o professor também pode instigá-los a isso. Através de questionamentos tais como: de que forma poderíamos aumentar o lucro em tal atividade? Quanto gastaríamos se tal atividade fosse desenvolvida em nossa comunidade? Onde está o gasto excessivo de tal atividade que está fazendo com que muitos deixem de praticá-la? etc.

Familiarização com o tema a ser modelado

Nem sempre será do cotidiano do professor o tema escolhido pela maioria da turma, embora o professor possa, fazendo uso de um guia adequado durante suas intervenções, “conduzir” os estudantes a determinado tema, principalmente quando tratar-se de estudantes do ensino fundamental, por vezes esta “manobra” não surti o efeito desejado, daí melhor que optar pelo não desenvolvimento da Modelagem, em nossa opinião, o professor deve procurar familiarizar-se com o tema a ser trabalhado, se necessário for até entrando em contato com pessoas que tenham um convívio mais próximo com aquela situação.

Formulação do problema

A partir da familiarização com o tema, pode-se partir para formular o problema dentro deste tema, ou seja, elencar qual situação se apresenta como possível fonte de formulação de

um problema que esteja acontecendo dentro deste cotidiano, não necessariamente tem de ser um problema sinônimo de dificuldade vivida ou prejuízo ocorrido, mas mesmo dentro de algo que aparentemente possa estar “dando certo” pode-se indagar algum tipo de desperdício que esteja ocorrendo ou como aperfeiçoar ainda mais a prática que já esta sendo realizada.

Formulação das hipóteses

Tendo estabelecido o problema dentro da situação apresentada, parte-se para as possíveis hipóteses que podem “solucioná-lo”, entendendo-se como hipóteses tudo que possa não somente levar diretamente a solução do problema, mas também explicitar causas pelas quais o problema está ocorrendo e quais possíveis soluções estas teriam.

Formulação de um modelo matemático

A partir das hipóteses estabelecidas, elencamos a mais adequada a solução de nosso problema e procedemos a formulação de um modelo matemático para esta. A construção deste modelo é um dos momentos mais ricos no processo de Modelagem Matemática, pois é nele onde o aluno tem de mobilizar os conteúdos matemáticos necessários a formulação do modelo. A observação e atuação do professor pode ser no sentido de verificar se os alunos fazem a correta mobilização dos conteúdos, bem como seu uso correto dentro da formulação e identificar possíveis deficiências de conteúdo dos alunos, cabendo nesta hora sua intervenção com vistas a solucionar ou minimizar estas deficiências.

Resolução do problema a partir do modelo

Uma vez estabelecido o modelo matemático mais adequado a solução da situação, procede-se ao cálculo propriamente dito, ou seja, a solução do algoritmo estabelecido dentro deste modelo.

Interpretação e validação da solução

Uma vez resolvido o algoritmo estabelecido dentro do processo de resolução anteriormente citado, parte-se para a observação do resultado obtido, verificando se o mesmo apresenta uma lógica para a situação vivenciada. Por exemplo, quando estamos trabalhando

com temperaturas em uma determinada plantação na região nordeste, se por necessidade cairmos em uma equação do 2º grau e desta obtermos duas raízes, sendo uma delas um nº negativo este não pode ser tomado como solução para o problema, já que é sabido até o momento ser impossível uma temperatura negativa ser registrada no nordeste brasileiro, a validação se dá, portanto nesta verificação se o resultado assim obtido foi fruto de algum erro de cálculo ou acabou por surgir devido a circunstâncias do problema.

Validação do modelo

Uma vez validada a solução do algoritmo parte-se para validar o modelo como um todo, entendendo-se que esta etapa pode até confundir-se ou fundir-se com a anterior, mas é preciso destacar que um modelo matemático é quase sempre mais que o algoritmo, este é em geral grande parte e essencial no modelo, mas não constitui o todo deste modelo. Por isso uma vez validado o algoritmo, parte-se para a validação do modelo que constitui o campo mais amplo onde o algoritmo está inserido.

Avaliação do modelo obtido

Esta etapa que também por vezes pode se confundir com as anteriores, principalmente com a validação do modelo, tem sua distinção aqui, devido ao fato de avaliar um modelo não ser compreendido por nós como sinônimo de validá-lo, um modelo pode ter sido validado na etapa anterior tendo apresentado um algoritmo compatível, mas durante sua fase da avaliação percebe-se ter sido esta uma escolha ruim, possa ser pelo fato do modelo ser muito extenso, de difícil compreensão, podendo desta forma durante sua avaliação ser refutado não por não ter conseguido solucionar o problema, mas porque ter surgido a ideia de uma forma talvez mais simplificada para se obter esta solução.

Durante o processo de Modelagem Matemática o professor que se dispõe a fazê-lo geralmente passa por estas fases e no decorrer do processo, necessário faz-se que este esteja sempre aberto a interação com os alunos, é preciso ter domínio das técnicas básicas e da teoria que envolve a situação apresentada, passível de ser modelada, não a teoria como um todo, mas sim a teoria Matemática que pode ser mobilizada. O professor modelador pode vir a fazer uso de outros modelos já anteriormente obtidos em situações semelhantes que podem ser obtidos com facilidade via internet ou bibliografia adequada, tanto para testar estes modelos

como para ter uma melhor noção destas fases, desta forma ele pode vir a fazer uso de uma ou mais técnicas de resolução já conhecidas dentro de uma nova situação apresentada. Isto pode levá-lo a tecer críticas sobre possíveis falhas em modelos já existentes e improvisar novas técnicas que se adéquem a situação vigente.

Barbosa (2004) sugere três casos para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula:

CASO 1: O professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação (p. 4);

CASO 2: Os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados;

CASO 3(...): Trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (p. 4-5).

É possível até, dependendo da evolução do trabalho com a turma propor modelos que além da solução do problema sirvam como fonte de abstração para situações afins, isto desenvolve fortemente a capacidade de abstração do alunado, tão carente nesta habilidade de transpor para a linguagem Matemática problemas do mundo real. Além disso, a Modelagem Matemática possibilita o desenvolvimento de um conhecimento sistematizado em quem está envolvido no processo e estimula a troca de conhecimento entre áreas diferentes, quando requer que estejamos em contato com especialistas de outras áreas para tomarmos ciência de detalhes que não cabe a nos sabermos, devido a nossa formação, quanto às questões apresentadas no problema.

É fato que em algum momento de sua vida profissional futura este aluno de hoje deparar-se-á com situações-problema passíveis de acontecer em variadas esferas da sociedade, que exigirão deste agora como profissional criatividade para modelar ou no mínimo habilidade em modificar modelos matemáticos de acordo com o problema apresentado. Um método ao qual poderíamos estar aderindo quando do ensino por meio de Modelagem Matemática seria o denominado PBL (sigla em inglês cuja tradução seria Aprendizagem baseada em problemas), por este método a Modelagem constitui-se em uma metodologia de problematização, dentro do contexto sociocultural e a atividade de modelação baseia-se em problemas, mas que priorizem ao máximo os conteúdos.

Praticar Modelagem Matemática contribui para desenvolver nosso raciocínio lógico, nos ajudando a ter mais clareza em nossos pensamentos. Isto possibilita darmos ao ensino de

Matemática uma melhor qualidade também no tocante a forma de apresentar e escrever esta tanto para nos mesmos quanto para outro que vá ver o que estamos escrevendo.

1.6 A MODELAGEM MATEMÁTICA EM FORMA DE PROJETOS

Sugerimos que quando da proposta de trabalho como o uso da Modelagem o professor faça-o na forma de projeto. Este projeto segundo nos Ribeiro (2008) pode desenvolver-se nas seguintes etapas:

- Seleção dos conteúdos a serem trabalhados dentro da programação curricular que os mesmos já tenham apresentado em seus planos de curso;
- Escolha um tema gerador;
- Definição de uma questão matriz, ou seja, especificar dentro deste tema gerador algum aspecto que irá focar mais incisivamente;
- Problematização e resolução dos problemas que possam surgir a partir desta questão matriz, para isso é preciso que professores e alunos trabalhem e desenvolvam os conhecimentos matemáticos necessários;
- Construção dos conceitos matemáticos concomitantemente a problematização e durante a resolução dos problemas é importante que o aluno construa o conceito que esta sendo trabalhado;
- Apresentação de uma solução para questão problematizadora, o momento ideal para discutir, avaliar e analisar;
- Apresentação do resultado final, momento em que fazendo uso de algum tipo de mídia (cartaz, gráfico, relatos, etc.) expõem-se os resultados;

Fazer um retrospecto é sempre importante para exercitar-se o hábito de pensar sobre a prática e os resultados obtidos.

Para uma sociedade baseada na informação e na introdução de tecnologias a deficiência na capacidade de pensar matematicamente e de utilizar os conhecimentos desta disciplina compromete seriamente qualquer projeto de desenvolvimento. A maioria das profissões requer formas de pensar e de agir com base Matemática; a tecnologia envolvida na maioria dos processos de inovação é de base científica que se utiliza da linguagem Matemática e dos conhecimentos desta disciplina como forma de comunicação e de pensamento; os processos de inovação e de gestão são impregnados de saberes oriundos desta

disciplina; os processos de abordagem de situações problemas contextualizados a realidades locais utilizam cada vez mais abordagens interdisciplinares que requerem pontos em comuns – geralmente de base Matemática.

Muitas vezes a forma com o ensino de Matemática é ofertado na escola além de provocar um grande número de reprovações, não assegura àqueles que têm sucesso a capacidade de utilizar os conhecimentos para interagir com a realidade, pois o uso de instrumentos avaliativos baseados quase que exclusivamente em provas repetitivas que priorizam o algoritmo do cálculo dissociado de sua aplicação, faz com que mesmo aqueles que conseguem “boas notas” não estejam necessariamente aptos a fazer uso destes algoritmos quando os mesmos estiverem inseridos em situações que podemos considerar “práticas” sob o ponto de vista de sua aplicabilidade socioeconômica local.

O professor pode tomar conhecimento de possíveis problematizações surgidas por parte de seus alunos em sala de aula que sejam passíveis do uso da Modelagem Matemática, bem como levantar situações didáticas que envolvam seu uso como estratégia de ensino. Assim estabelecendo essa parceria com os alunos e com outros professores do educandário, pode-se investigar, analisar e propor estratégias didáticas com o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, visando a partir de problematizações advindas da realidade dos alunos, tornar a Matemática um conhecimento útil tanto do ponto de vista acadêmico como também numa visão didático prática para fomentar a solução de problemas, fazendo-a desta forma importante instrumento a ser usado pelo aluno na mudança de sua realidade social.

Em nossa concepção o homem é um ser essencialmente social e necessita estar interagindo com seus pares e com o objeto que se quer aprender para que esta aprendizagem seja significativa e possa realmente desenvolver e melhorar sua práxis (diária) tanto profissional quanto socialmente. A educação só traz resultados positivos quando leva em consideração tanto o sujeito que aprende quanto o meio que este vive, não apenas objetivando sua inserção dentro de um determinado paradigma social, mas promovendo um sujeito liberto e pensante.

1.7 VANTAGENS E DESVANTAGENS QUANDO DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para inserirmos o ensino com uso de Modelagem Matemática necessitamos estar cientes que iremos enfrentar alguns obstáculos. Dentre estes podemos citar os que advêm com

a própria ementa do curso de Matemática que devemos desenvolver enquanto professores em determinada ano, isto porque existem os conteúdos que seguem geralmente uma distribuição linear ao longo do ano e tem prazos para serem trabalhados com os alunos.

Quando estamos utilizando Modelagem é recomendável à opção por um currículo em espiral onde ao apontarmos para determinado conteúdo a ser trabalhado na atividade, estejamos cientes de que por vezes necessário fazer uso de determinado conteúdo que inicialmente talvez não estivéssemos pensando em abordar naquele momento. Isto naturalmente gerar receio de nossa parte em utilizar este tipo de abordagem de ensino, mas estejamos certos que embora possamos por vezes achar que estamos “pulando” etapas, na verdade possibilitando a apreensão de uma Matemática mais significativa e concisa e não estaremos desprezando nenhum tipo de conteúdo. Na realidade, estaremos abordando o conteúdo de forma diferenciada em um momento que talvez nunca antes possamos ter percebido que cabia seu uso.

Quanto ao aluno é comum que este tenha receio em inserir-se em um tipo de abordagem onde é imprescindível sua atuação participativa, onde se exponha dando soluções, pois não é em geral a este tipo de ensino que o mesmo está habituado. Daí a necessidade do professor incentivá-lo a vencer uma possível apatia inicial, indiferença ou até mesmo medo em contribuir com suas ideias. Não recomendamos que o professor busque uma mudança total e imediata nesta relação ensino-aprendizagem – esta possível barreira pode ir sendo vencida aos poucos com pequenas inserções de atividades de Modelagem durante o transcorrer do ano letivo.

A prática de Modelagem Matemática capacita e aperfeiçoa o educador quanto ao desenvolvimento de sua prática pedagógica, contribuindo para sua participação efetiva no meio em que está inserido e para uma mudança de postura quando isto se faz necessário. Já que muitas vezes o professor até percebe que existe a necessidade de mudança na forma de abordar determinado assunto, mas se vê repetindo velhos hábitos não porque necessariamente goste de agir desta forma, longe disso a questão é que existe uma carência na oferta de maneiras alternativas que possam servir como novas abordagens para este professor.

O fato de nós professores arcarmos com uma carga horária elevada, dividindo nosso tempo semanal entre duas ou três escolas para ter um salário digno de manter um padrão de vida descente, a grande quantidade de alunos sob a nossa responsabilidade, a perda de tempo com deslocamentos e as condições materiais limitantes das nossas escolas reforçam a utilização do livro didático de uma forma que consideramos inadequada, pois além de não utilizar este instrumento em toda a sua potencialidade, não o adequamos a questões que levem

em conta a realidade do aluno. Isto é péssimo, principalmente para o aluno oriundo de famílias com baixo acesso aos meios culturais, onde a disponibilidade de livros, revistas, recursos midiáticos de qualidade, espaços para discussões e trocas de experiências mais ricas – o livro didático de Matemática representa o principal, senão o único, meio de acesso a esta disciplina.

Os livros didáticos são em sua maioria direcionados ao público dos grande centros urbanos e com forte influência da realidade do centro sul do país, apresentando problemas que quase nunca envolvem objetos ou práticas locais, que tem como solução muitas vezes valores que aos nossos alunos parecem absurdos. Além de desenvolverem uma apresentação de conteúdo de forma sequencial, enfatizando determinados conteúdos como pré-requisitos necessários de serem entendidos para que o aluno possa estar apto a entender outros, em sua grande parte são apresentados seguindo a sequencia: definição – exemplos – exercícios. Onde os exercícios que por vezes se identificam como resolução de problemas requer apenas a memorização e aplicação do algoritmo que se acredita possam ser assimilados pela constante reutilização.

Entendemos que a utilização da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino pode servir como um instrumento metodológico importante a fim de romper com a visão excessivamente abstrata do conteúdo matemático e de sua dissociação com o meio social onde está inserido o nosso aluno. Para isto, é preciso levantar junto aos docentes suas respectivas formações e cursos de aperfeiçoamento bem como as suas práticas mais usuais em sala de aula, em seguida é possível por meio de um trabalho comum partindo de suas concepções sobre a Modelagem Matemática, levantadas com o auxílio de questionários, propormos as atividades envolvendo a Modelagem

Biembegut (2004) também faz menção quanto às vantagens e desvantagens que advêm com a opção pelo uso da Modelagem. Como vantagens podemos citar que o aluno passa a ter melhor compreensão dos conteúdos matemáticos utilizados no processo, a observação de suas interações com áreas afins lhe desperta o interesse, o aluno também se torna mais atuante no processo de aprendizagem, pois tem que buscar, pesquisar, testar possibilidades e não apenas as receber de forma pronta com todos os pontos já definidos muitos dos quais sem lhe fazer nenhum sentido aparente.

Além disso, como a Modelagem requer trabalho em grupo e uma constante troca de ideias, desenvolve no aluno o hábito do dialogo com seus pares e da cooperação no trabalho em grupo, inclusive o espírito critico de comparar o trabalho do seu grupo com os demais ao observar o que outros grupos estão produzindo. Cria no aluno o hábito de expor seus

resultados e de estar preparado para as possíveis interpretações e críticas que outros possam fazer.

No que tange ao professor este pode organizar melhor suas aulas, pois tem maiores possibilidades quanto à organização do tempo necessário para o desenvolvimento das atividades, bem como para planejar possíveis intervenções quando da fase de resolução e avaliação da atividade, percebendo durante este processo dificuldades dos alunos quanto ao conteúdo e ofertando possíveis mudanças quanto aos critérios e instrumentais que os mesmos estejam utilizando. No entanto a formação ofertada na maioria das licenciaturas somente recentemente passou a disponibilizar ao professor atividades envolvendo a prática de Modelagem, este fato, aliado ao pouco contato que os alunos têm com este tipo de trabalho em sala, são fatores que dificultam o uso da Modelagem Matemática.

Em artigo Lesh e Zawojewski (2007) afirmam que a maioria dos conteúdos ministrados desenvolve habilidades e ideias nos alunos intimamente ligadas ao campo da abstração de um determinado conteúdo específico, mas o que nossa sociedade exigirá deste aluno, futuro profissional será sua capacidade de integrar conteúdos específicos com experiências desenvolvidas seja em sua prática profissional, seja enquanto interação em grupo com outros profissionais ou outros conteúdos, que requerem para isso domínio de conceitos matemáticos, mas não só o domínio de seu algoritmo e sim a capacidade de adaptá-los ou descartá-los de acordo com as nuances do problema proposto.

Dentro da abordagem sociocultural de ensino, cito Mizukami (1986) para reforçar o que a proposta de Modelagem pode oferecer ao processo de ensino da Matemática, enquanto disciplina inserida em um contexto social do aluno:

“(…) a nossa atividade desenvolve-se ou para a libertação dos homens – a sua humanização – ou para a sua domesticação – o domínio sobre eles (...). Se a minha escolha é a de libertação, a da humanização, é-me absolutamente necessário ser esclarecido de seus métodos, técnicas e processos que tenho de usar quando estou diante dos educandos. Geralmente, pensamos que estamos a trabalhar para os homens, isto é, com os homens, para a sua libertação, para a sua humanização, contudo, estamos a utilizar os mesmos métodos com os quais impedimos os homens de se tornarem livres. (...) (Mizukami, 1986, p.94,95. Apud Freire, 1975b, p.24)

Assim vejo no trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula uma importante ferramenta no sentido de valorizar o pensamento e o modo de agir do aluno, trabalhando isto com professores e estes com seus alunos em classe podemos contribuir para o

desenvolvimento de um ensino libertador que não apenas adestre o sujeito/aluno ao que a sociedade vai lhe exigir, mas que este adquira uma gama de conhecimentos que o torne autônomo, liberto para pensar, agir e decidir dentro do que o convívio social lhe impor, sabendo fazer uso dos conhecimentos matemáticos necessários quando for preciso, aproveitando-os da melhor forma dentro de seu contexto.

2. ATIVIDADES ENVOLVENDO A MODELAGEM MATEMÁTICA

Autor: Charles Max Sudério C. dos Santos

Após várias discussões realizadas pelo GPECOM sobre exemplos de atividades aplicadas por diferentes autores, com ampla leitura realizada, concluiu-se que os exemplos apresentados adiante seriam de fácil compreensão para professores que buscam ampliar seus conhecimentos para iniciarem a prática de atividades fazendo uso da Modelagem Matemática.

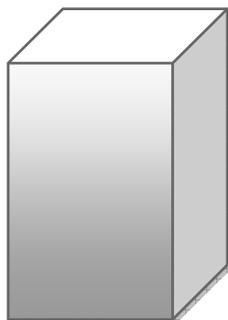
Estes exemplos foram aplicados por diferentes autores que utilizaram perspectivas semelhantes à adotada por Lesh (2004). Para ele, a resolução de problemas matemáticos diz respeito ao estudo envolvendo interpretação, descrição e explanação de situações de forma Matemática, e não simplesmente sobre o desenvolvimento da capacidade de execução de regras, procedimentos, ou de habilidades.

Durante a realização de um projeto de Modelagem Matemática, a organização das etapas é importante, pois é nestas onde garantimos que as fases do processo de Modelagem ocorram. A etapa inicial se dá com a escolha do tema gerador e a definição dos conteúdos matemáticos que estarão inseridos no estudo do tema. Nesse sentido, é importante destacar que a definição dos conteúdos matemáticos refere-se aos anteriormente previstos pelo professor. É natural que, ao longo do processo de Modelagem, outros conteúdos possam vir a emergir, decorrentes do próprio processo de formulação e resolução de problemas. (RIBEIRO, 2008)

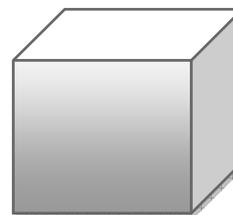
2.1 EMBALAGENS: ATIVIDADE (BASEADA) NO LIVRO: JOGOS E MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. FLÁVIA DIAS RIBEIRO.

Neste exemplo que inicialmente vamos abordar, temos uma atividade de Modelagem realizada em sala de aula partir do tema gerador "embalagens" (FASE 1). Diante dos questionamentos surgidos, optou-se pela seguinte questão matriz: considerando as duas embalagens apresentadas na sequência, ambas com capacidade de 1 litro, qual delas utiliza menos papel para ser confeccionada? Ou ainda: qual das duas embalagens é a mais econômica em relação ao custo de papel para sua confecção? (FASE 2). A partir destes questionamentos os alunos tiveram acesso aos modelos de embalagens, confeccionados previamente, os quais puderam ser observados, manuseados e desta forma permitiu-se uma maior familiarização com os formatos de embalagens (FASE 3).

Figura 1 – Modelos de embalagens



Embalagem convencional em forma de "paralelepípedo" (tipo caixa de leite) TIPO 1



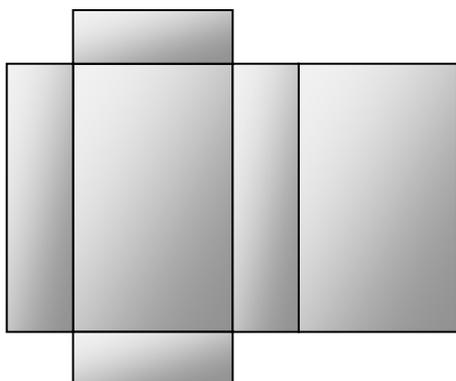
Embalagem em forma "cúbica" com aresta de 10 cm TIPO 2

Estabelecida a questão matriz, desencadeou-se a etapa de problematização e resolução de problemas associada à construção de conceitos matemáticos. Nesta etapa podemos observar a ocorrência das FASES 4, 5 e 6, onde os alunos são convidados a fazer uso dos questionamentos levantados, formular possíveis soluções e elaborar modelos com vistas a obter a melhor solução. Trabalharam-se os seguintes conteúdos matemáticos: figuras planas, sólidos geométricos, medidas de comprimento, área, volume e capacidade, além dos números decimais. Primeiramente, os alunos foram convidados a comprovar a capacidade de 1 litro das duas embalagens, realizando a experiência de encher uma delas com algum líquido ou mesmo com areia e, depois, despejar o conteúdo na outra, de modo a verificar que as capacidades realmente coincidem. Alguns alunos observaram uma pequena diferença de volume entre as duas embalagens.

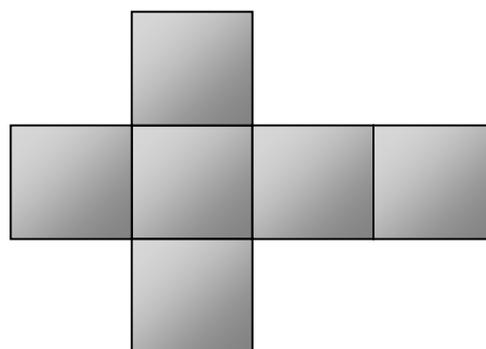
Um caminho encontrado para solucionar a questão sobre a quantidade de papel necessário para produzir cada caixa foi associado à ideia de conhecer a área (superfície) que compõe a caixa. Num processo de problematização, os alunos, juntamente com o professor, perceberam a necessidade de conhecer a área (superfície) das áreas laterais e das bases de cada caixa, de modo a constatar se, assim como as capacidades, se as áreas totais também coincidem.

Para conhecer a área das faces de cada embalagem, alguns estudantes optaram por abri-las ou desmontá-las, encontrando sua forma planificada. Outros preferiram aferir as medidas das caixas e fazer um esboço (modelo) das caixas abertas. Alguns levantaram a possibilidade de fazer a representação com o uso de computador, e por sugestão do professor, utilizaram o Software Microsoft Word, com bons resultados, como na representação a seguir:

EMBALAGEM TIPO 1



EMBALAGEM TIPO 2



Considerando as medidas das caixas foi possível determinar a área total de cada uma das embalagens, composta pela área das faces laterais e pela área das bases. Daí emergiu a construção dos conhecimentos matemáticos sobre cálculo de área, necessários à resolução do problema proposto (FASE 7).

Embalagem tipo 1: seis faces retangulares, sendo duas faces laterais com dimensões aproximadas de 6,2 cm por 16,5 cm; duas faces laterais com dimensões aproximadas de 16,5 cm por 9,7 cm; duas bases (superior e inferior) com dimensões aproximadas de 6,2 cm por 9,7 cm.

Área total da embalagem tipo 1 = área das quatro faces laterais + área das duas bases

$$\text{Área total} = 2 \cdot (6,2 \cdot 16,5) + 2 \cdot (16,5 \cdot 9,7) + 2 \cdot (6,2 \cdot 9,7)$$

$$\text{Área total da embalagem tipo 1} = 644,98 \text{ cm}^2$$

Embalagem tipo 2: seis faces quadrangulares com dimensões de 10 cm por 10 cm. Com base nas medidas, podemos calcular a área total de cada embalagem da seguinte maneira:

Área total da embalagem tipo 2 = área das quatro faces laterais + área das duas bases (nesse caso, todas as faces têm as mesmas medidas)

$$\text{Área total} = 6 \cdot (10 \cdot 10)$$

$$\text{Área total da embalagem tipo 2} = 600 \text{ cm}^2$$

Uma observação feita durante esta fase da atividade é que alguns alunos tiveram dificuldade em realizar cálculos com números decimais, mesmo sendo um conhecimento prévio.

Efetuada os cálculos para determinar a área de cada uma das embalagens, os alunos concluem que a embalagem de forma cúbica utiliza menor quantidade de papel para confecção (FASE 8). A princípio, a diferença de área de cada uma das embalagens e a

conseqüente diferença de quantidade de papel para produção de cada caixa pareceu pequena. No entanto, eles foram indagados sobre a possibilidade de produzir milhares de embalagens a um custo específico e perceberam que a quantidade de papel a mais destinada para a confecção da embalagem tipo 1 (forma de paralelepípedo) gera gasto relevante comparada a embalagem de forma cúbica.

Depois de concluída a etapa de solução da situação problematizada que compreende a discussão da solução obtida, dos caminhos utilizados e da validade da própria solução, passa-se às etapas finais do processo de Modelagem, que são a apresentação e o retrospecto.

Para apresentar a solução da situação problematizada surgiram diferentes estratégias (FASE 9). Alguns optaram pela apresentação dos resultados por meio de exposição oral do cálculo das áreas das embalagens, outros, por meio de cartazes mostrando e explicando a sobreposição de uma das embalagens planejadas sobre a outra. Houve ainda quem preferisse utilizar a impressão das planificações representadas no computador.

Na etapa de retrospecto, foi discutida a eficiência dos métodos utilizados (FASE 10), retomando aspectos nos quais algumas dificuldades foram evidenciadas, como os cálculos dos volumes e áreas sem uso de tecnologias. Coube, ainda, um processo de autoavaliação dos alunos, tanto com relação ao seu trabalho quanto com relação à própria aprendizagem Matemática.

2.2 PLANTA DA CASA: ATIVIDADE BASEADA NO LIVRO: MODELAGEM MATEMÁTICA & IMPLICAÇÕES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA. MARIA SALETT BIEMBENGUT.

A construção de uma casa pode ser um tema um interessante tema gerador (FASE 1) Para construir uma casa, são necessárias muitas coisas: terreno, mão de obra (engenheiro, pedreiro, eletricista, encanador), material (tijolos, cimento, brita), desenho - planta da casa entre outras.

A planta da casa é fundamental, pois, além de permitir estimar o custo da obra, é o guia do construtor. Assim, quando se vai construir uma casa, preliminarmente, faz-se o esboço dela, levando-se em consideração a necessidade, os desejos frente às condições financeiras e, posteriormente, contrata-se profissional da construção civil que fará o projeto e acompanhará a obra, de acordo com as determinações regulamentares. Perguntas do tipo O que é preciso para construir uma casa? Como o pedreiro sabe o tamanho e o modelo? Onde

construir? Em que terreno? Qual a forma do terreno? Podem surgir e servir como tema gerador para trabalho de Modelagem.

O desenho - planta baixa - é o que guiará o conteúdo programático neste capítulo. Assim, inicia-se esta atividade propondo aos alunos que façam a planta baixa de uma casa (FASE 2). Sugiro que a atividade seja livre e sem qualquer orientação ou modelo. Além de estimular a criatividade, pode valer como meio de avaliar quais conceitos geométricos os alunos conhecem. Baseados no primeiro esboço de planta que realizarem passa-se a desenvolver os demais conteúdos programáticos necessários para atender a esta proposta.

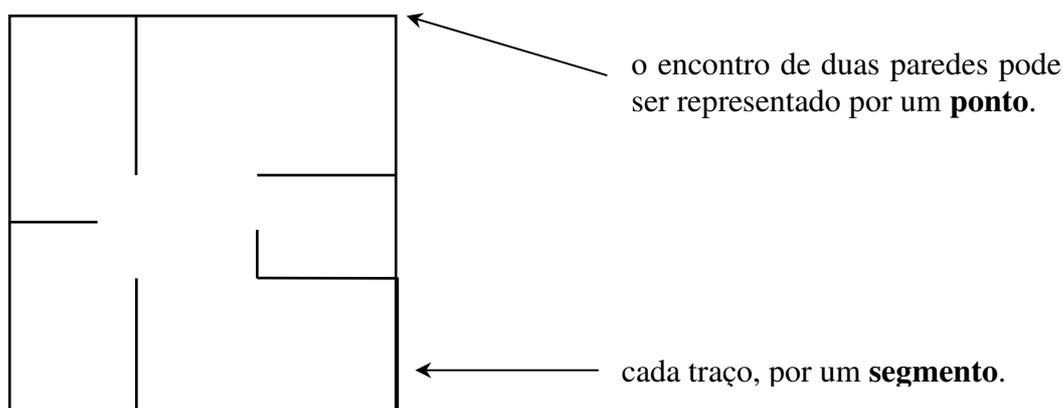
Para elaborar a planta baixa, são necessários vários conceitos matemáticos. Aqui iremos tratar alguns deles, assim denominados (FASE 3):

- ✓ Esboço da Planta & Conceitos Elementares de Geometria Plana;
- ✓ Tamanho da Casa & Sistemas de Medidas Lineares;
- ✓ Planta Baixa e Sistema de Medida de Superfície;
- ✓ Reservatório d'água e Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa.

Os materiais de desenho geométrico, como lápis, régua, papel, transferidor, são essenciais para estas atividades.

2.2.1 Esboço da planta e conceitos elementares de geometria plana

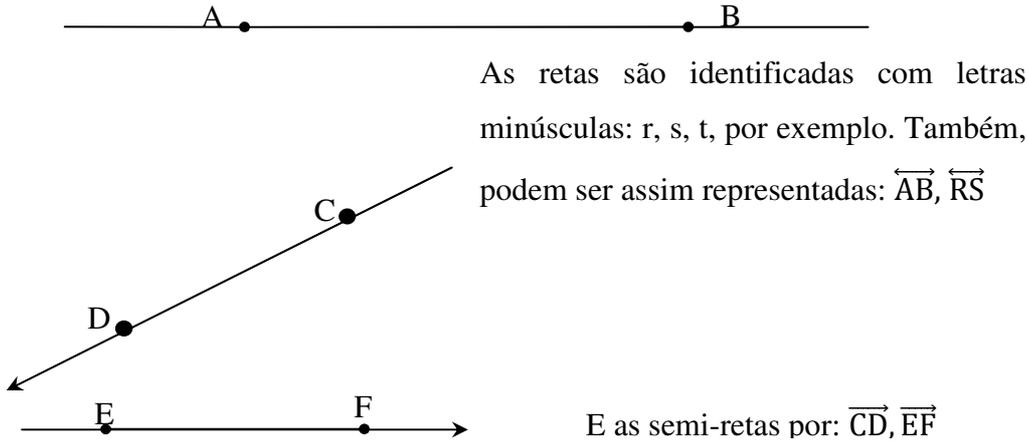
Os conceitos básicos de geometria plana, como: reta, plano, retas paralelas e concorrentes, ângulo, circunferência e polígonos, estão presentes nos desenhos e formas mais simples. Para esboçar a planta baixa, é necessário, no mínimo, dispor desses conceitos básicos. Aqui podemos perceber as fases 4, 5 e 6, a seguir tem-se um esboço a respeito do conteúdos mobilizados com vistas a formulação do modelo. Como representar na planta baixa, as paredes da casa? Observar no primeiro esboço de planta realizado:



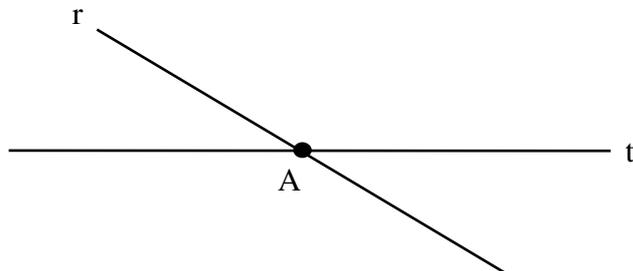
Costuma-se identificar os pontos por letras maiúsculas: A, B,..., Z, e o segmento, por duas letras que correspondem aos pontos de sua extremidade: AB



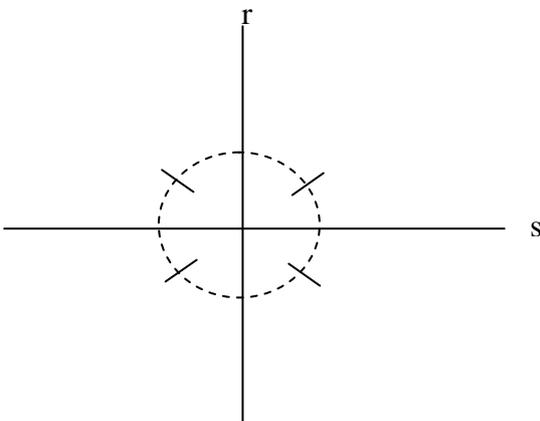
Se estender o segmento nos dois sentidos, sem mudar a direção, tem-se a idéia de **reta**. E, se o segmento for estendido apenas em um sentido, surge à idéia de **semi-reta**.



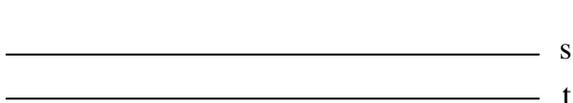
Neste desenho, as retas r e t têm um ponto comum (ponto A). As retas r e t são chamadas **concorrentes** em A.



Se duas retas concorrentes determinarem uma mesma abertura nos quatro lados, elas também são chamadas de **perpendiculares**.



Retas concorrentes determinam um **plano**. A folha de papel é uma idéia de plano de **plano**. Os planos são representados com letras gregas: α, β

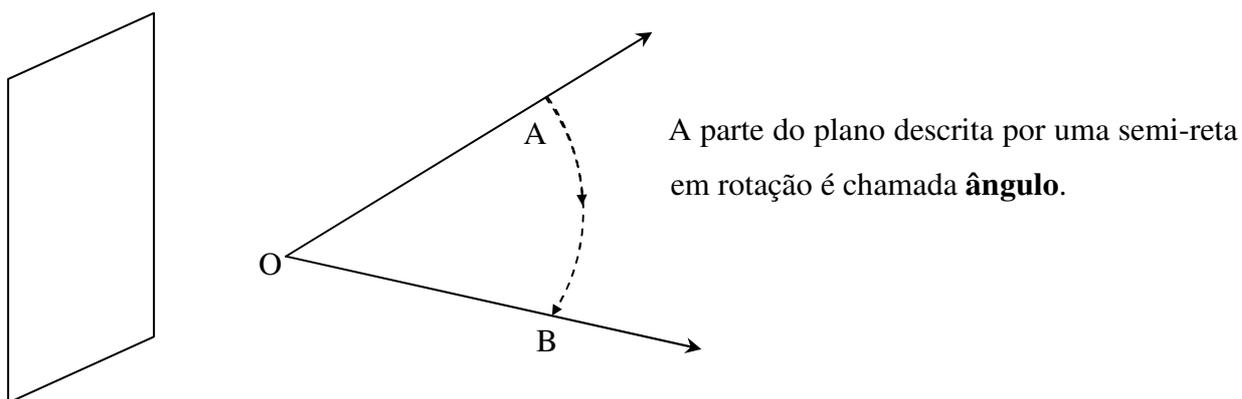


As retas t e s traçadas, acima, são chamadas de **paralelas**. Duas retas **paralelas** distintas, também determinam **um plano**.

Assim, para se fazer a planta baixa, o primeiro passo é garantir que os segmentos que representam paredes estejam paralelos e/ou perpendiculares, caso a forma dos interiores seja quadrilátera (quatro lados).

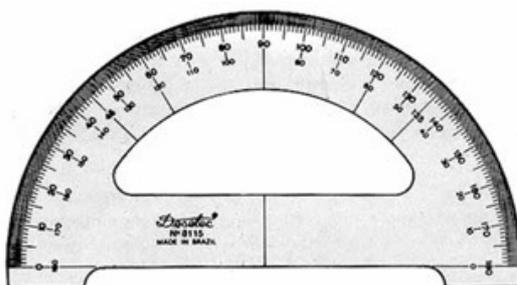
Qual a melhor disposição para as portas?]

Na planta, também devem ser indicadas as portas e as janelas (aberturas). A abertura descrita pela porta nos sugere a idéia de semi-reta girando em torno do ponto O, sem sair do plano folha do papel. Este movimento chama-se rotação.

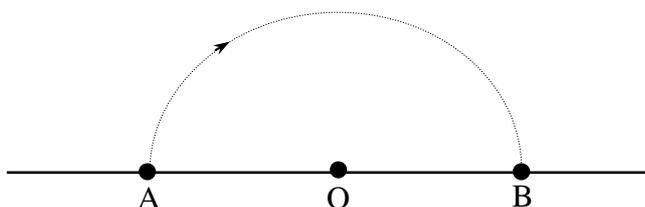


Ângulo é a região compreendida entre duas semi-retas (\overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB}) de mesma origem. O ângulo da figura, acima, é denotado por $\hat{A}OB$. O ponto O é o vértice do ângulo, e as semi-retas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .

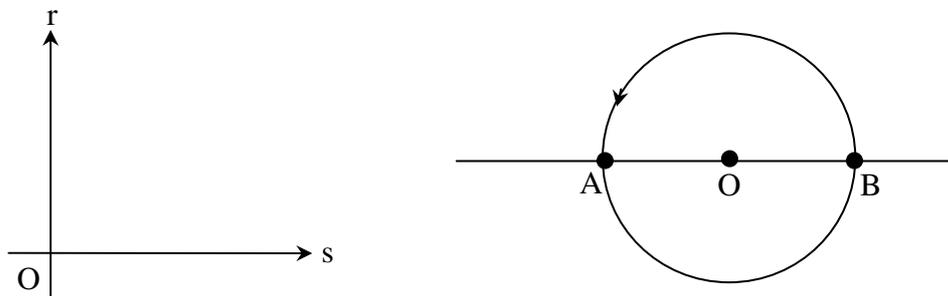
O instrumento usado para medir ângulo é chamado transferidor. O transferidor é dividido em 180 partes iguais, sendo que cada uma das partes é denominada **grau**.



Se considerar a base do transferidor como duas semi-retas opostas de mesma origem, tem-se um ângulo que mede 180 graus $\rightarrow 180^\circ$. Este ângulo é denominado ângulo **raso**.



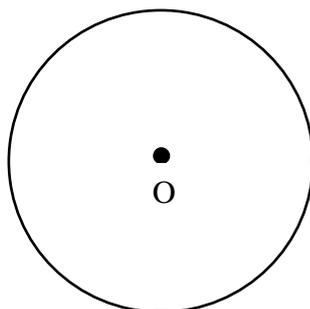
A metade do ângulo raso (90°), é denominado **reto**. Nas retas perpendiculares, cada um dos ângulos mede 90° e, portanto, são ângulos retos. O dobro de um ângulo raso, ou seja, 360° é denominado **giro**.



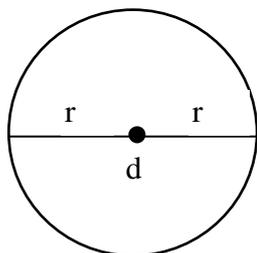
As portas ocupam espaço significativo! Uma alternativa para ocupar menor espaço é deixá-las nos cantos, ou seja, que sua abertura determine um ângulo de 90° .

Como pode ser representado no plano, o desenho descrito por uma porta giratória?

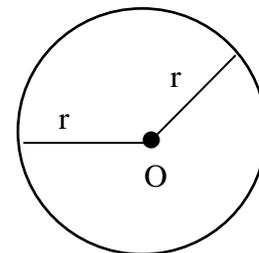
Com compasso, efetua-se o contorno que se denomina circunferência.



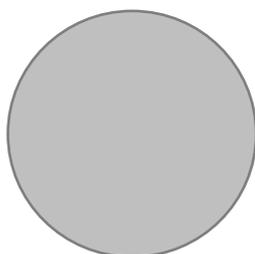
Circunferência é a figura do plano que contém todos os pontos equidistantes (mesma distância) de um ponto fixo O (centro).



A distância de O a qualquer ponto da circunferência é chamado **raio**



O segmento que passa por O, dividindo a circunferência ao meio é chamado **diâmetro**.



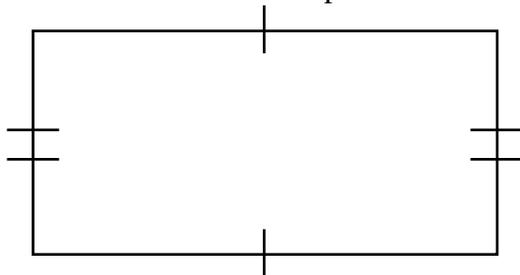
Círculo é a região limitada pela circunferência.

Porta giratória pode ser representada na planta baixa por uma circunferência ou um círculo. Como são as formas dos interiores e dos objetos de uma casa representados na planta baixa?

As figuras geométricas, como o retângulo, o losango, o paralelogramo e o trapézio são apresentadas desde as séries iniciais. No retângulo, pode-se observar:

- Número de segmentos e de ângulos;
- Tamanho dos segmentos;
- A medida dos ângulos;
- Quais são os segmentos paralelos e os perpendiculares.

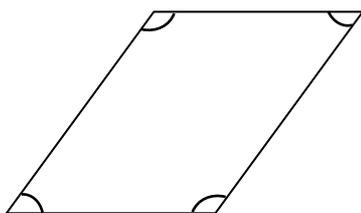
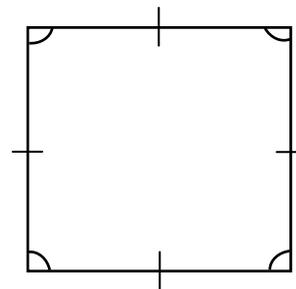
Esse levantamento permite verificar:



No retângulo os quatro ângulos são congruentes (90°) e os lados, paralelos dois a dois.

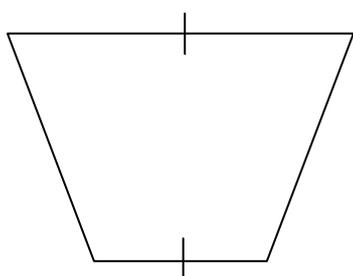
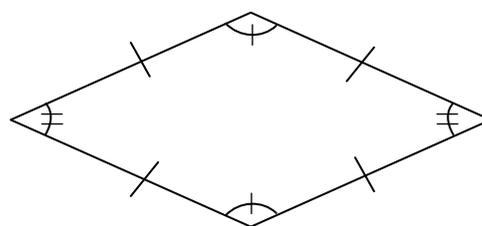
Como o retângulo possui quatro lados, é denominado quadrilátero. O quadrado, o paralelogramo, o losango e o trapézio, também são considerados quadriláteros, pois possuem quatro lados. Ao fazer as mesmas observações nas demais figuras citadas, obtêm-se as propriedades de cada uma.

No **quadrado**, os quatro lados e os quatro ângulos são congruentes.



No **paralelogramo**, os lados são paralelos dois a dois e os ângulos, congruentes dois a dois.

No **losango**, os quatro lados são congruentes e os ângulos opostos, congruentes.



No **trapézio** apenas dois lados são paralelos.

As figuras apresentadas acima são ditas **quadriláteros notáveis** por terem propriedades especiais.

As formas de interiores de uma planta baixa de uma casa, em geral, são quadriláteros.

CONSIDERAÇÕES	<p>Procure fazer com que cada conceito flua a partir do diálogo entre você e seus alunos sobre o desenho que estão realizando ou já realizaram.</p> <p>Ao final dessa etapa, proponha aos alunos a elaboração de outra planta baixa. É uma maneira de avaliar se aprenderam os conceitos propostos, retomando o que for necessário.</p> <p>Os conceitos apresentados são suficientes para fazer o esboço de planta baixa e atendem parte do programa do 6^a ano do Ensino Fundamental. Se os alunos forem das Séries Iniciais, deixa-se de apresentar alguns conceitos, o que, não prejudica a proposta. Se forem de um período ou ciclo onde a geometria plana faça parte do programa, insira definições e propriedades, completando, assim, o programa. Exercícios de todos os tipos são bem-vindos.</p> <p>O importante é não se afastar da questão que gerou o conteúdo. Um ir e vir entre a questão geradora, os exemplos análogos e conteúdo programático é a essência do processo.</p> <p>Dicas para tornar a atividade mais abrangente</p> <p>Fazer levantamento de objetos circundantes (tacos, ladrilhos, batentes da classe) e identificar conceitos geométricos propostos.</p> <p>Procurar por fotos (em revistas ou livros) de casas, núcleos habitacionais e verificar formas utilizadas, estilos, material empregado, entre outros.</p> <p>Se houver possibilidade, visitar uma construção de casa, a fim de observar os trabalhos dos pedreiros e conversar com eles sobre como se constrói uma casa. Esses dados podem ser úteis nas etapas posteriores deste trabalho.</p> <p>Fazer outra planta: pode ser de uma sala, de um campo de futebol.</p> <p>Identificar ângulos nos mais diversos objetos: trave de futebol, ângulo das linhas que representam paredes, brinquedos, parque infantil, troncos de árvores, etc.</p>
---------------	---

2.2.2 Tamanho da Casa e Sistemas de Medidas Lineares

A casa que se quer construir é representada em tamanho reduzido em um desenho (planta baixa) constando informações sobre as medidas internas e externas, as quais permitem ao construtor interpretar e colocar em prática a obra. Nestas etapas podemos perceber que ocorrem as fases 7, 8, 9 e 10, pois é aqui onde o aluno busca efetuar os cálculos a partir dos modelos prévios de planta baixa anteriormente elaborados, bem como interpretar a solução obtida, verificar se esta solução está condizente com aquilo que previamente se espera para assim validar o modelo e proceder com a avaliação deste, confirmando-o ou elencando possíveis adequações a este.

Na seção anterior, por comodidade, ao elaborar as primeiras plantas, não se considerou o espaço ocupado pelas paredes. Isso porque a intenção estava voltada em como esboçar a planta baixa.

Agora que se dispõe de conceitos geométricos que permitem esboçar uma planta, procura-se melhorá-la, para que se aproxime do trabalho feito pelo profissional da área da construção civil. Para isso, será necessário conhecer, inicialmente, o sistema de medidas lineares.

Como o pedreiro sabe o tamanho de cada cômodo da casa por meio de desenho?

Quando se fala em tamanho, grosso modo, estabelece-se relação com uma medida. Existem diversas unidades de medidas conhecidas, como:

- ✓ Jarda: no futebol, a marca do pênalti vale 10 jardas até o gol;
- ✓ Polegada: na medida de comprimento de parafusos, diâmetro de porcas;
- ✓ Palmo: no jogo de bolinha de gude;
- ✓ Milha: no velocímetro em veículos automotores norte-americanos;
- ✓ Nó: na medida da velocidade de navios, barcos;
- ✓ Metro: unidade padrão utilizada no Brasil.

Há diversos instrumentos utilizados para medidas: fita métrica, trena, entre outros. A régua, usada como material escolar é um instrumento que representa parte do **metro**.



A régua, a fita métrica, a trena possuem subdivisões ou submúltiplos. Pode-se verificar que:

Dividindo-se um metro em 10 partes iguais, cada parte equivale a um decímetro;

1 metro equivale a 10 decímetros

$$1\text{m} = 10\text{ dm}$$

Dividindo-se um metro em 100 partes iguais, cada parte equivale um centímetro;

1 metro equivale a 100 centímetros

$$1\text{m} = 100\text{ cm}$$

Dividindo-se um metro em 1000 partes iguais, cada parte equivale a um milímetro

1 metro equivale a 1000 milímetros

$$1\text{m} = 1000\text{ mm}$$

Para medir, por exemplo, a distância entre cidades, o tamanho dos quarteirões, a largura das ruas, ou a distância entre dois postes são utilizados Múltiplos do metro.

1 quilometro equivale a 1000 metros

$$1\text{ km} = 1000\text{ m}$$

1 hectômetro equivale a 100 metros

$$1\text{ hm} = 100\text{ m}$$

1 decâmetro equivale a 10 metros

$$1\text{ dam} = 10\text{ m}$$

O múltiplo mais utilizado é o quilômetro (km) e os submúltiplos, são o centímetro (cm) e o milímetro (mm).

Para que o pedreiro saiba, por meio do desenho, o tamanho de cada cômodo, os valores precisam constar na planta ou projeto.

CONSIDERAÇÕES	<p>Antes de apresentar a unidade padrão – metro – você pode solicitar aos alunos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Façam uma tabela contendo os mais diversos objetos ao redor e, depois; ✓ Meçam esses objetos, fazendo uso de partes do corpo como: pé, palmo da mão, braço, dedo polegar, passo; ✓ Preenchida a tabela, comparem os resultados entre os colegas. <p>Fale da importância em escolher uma unidade de medida conveniente, antes de efetuar as medidas. Por exemplo: que parte do corpo pode ser utilizada para medir a sala de: aula? passo? palmo? Medir a sala com o polegar é possível, mas não é conveniente!</p> <p>Leve-os a verificar que as partes do corpo diferem no tamanho de pessoa para pessoa. Que medir um objeto qualquer com partes do corpo é uma boa estratégia quando não há instrumento de medida disponível mas somente para obter uma estimativa. Esse momento, na sala de aula, sem dúvida, será de grande euforia!</p> <p>Dicas para tornar a atividade mais abrangente</p> <p>Estimar a medida de um objeto qualquer, como sala, parafuso, carteira.</p> <p>Sugestão:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Tomar a medida do palmo, pé, passo, polegar com trena e depois, ✓ Verificar a medida dos mais diversos objetos, utilizando as partes do corpo como unidade de medida (terá valor aproximado). ✓ Fazer uma fita métrica com cartolina. ✓ Medir a quadra de esportes da escola.
---------------	---

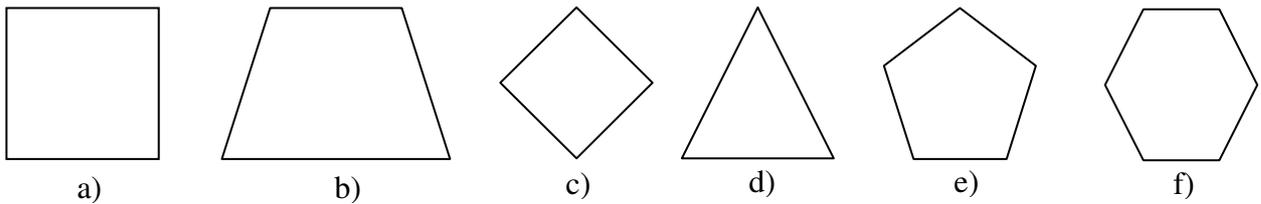
2.2.3 Planta baixa e sistema de medida de superfície

Quando se deseja comprar um terreno, procura-se saber sua área e o preço do metro quadrado. Da mesma forma, quando se constrói uma casa, o orçamento (levantamento prévio da quantidade do material a ser utilizado) é preparado em vista do número de metros quadrados de construção. Esse orçamento pode ser feito baseado na planta baixa.

Os conceitos de superfície e área são fundamentais na construção civil. Não somente na fase inicial de elaboração da planta, mas durante todo o processo. Nesta seção apresenta-se Medidas de Superfície.

Qual a medida da superfície da planta baixa?

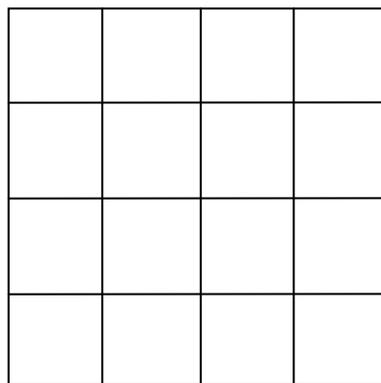
Inicialmente, observam-se algumas figuras planas, como:



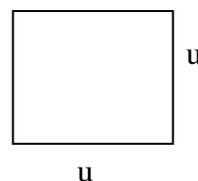
As figuras (a), (b) e (c), vistas anteriormente, são denominadas **quadriláteros**. A figura com 3 lados (d) chama-se **triângulo**; com 5 lados (e), **pentágono**; com 6 lados, **hexágono** (f); com 7, **heptágono**; com 8, **octógono**. O nome da figura depende do número de lados.

Toda figura plana, fechada e formada por segmentos consecutivos é denominada **polígono**. As figuras apresentadas acima (quadriláteros, pentágonos...), são exemplos de polígonos.

Denomina-se superfície plana a região interna e o contorno de um polígono. A figura reticulada, na página seguinte, possui 16 quadradinhos de 1 unidade de lado, ou seja, 16 unidades quadradas.



Uma unidade quadrada é representada por u^2 .

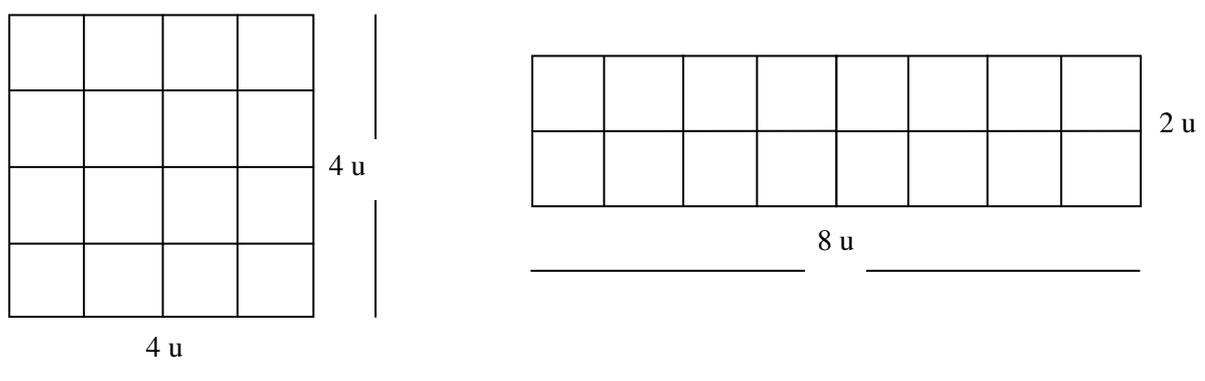


No exemplo da figura reticulada, a superfície mede 16 unidades quadradas ou $16 u^2$.

A medida da superfície é denominada área. A área de uma figura plana é o número que expressa a medida da superfície dessa figura numa certa unidade.

Como calcular a área do terreno? E da planta baixa?

(Re)arranjando os 16 quadradinhos, por exemplo, o retângulo.



Observa-se que a área das figuras permanece inalterada, isto é, o número de unidades quadradas continua o mesmo. Verifica-se, também, que tanto para o quadrado quanto para o retângulo, a Área (A) corresponde ao produto entre as medidas de dois lados consecutivos. Esses lados consecutivos também são definidos como base (b) e altura (a).

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = b \times a$$

Como os lados do quadrado têm a mesma medida, $l_1 = l_2$ logo $A = l_1 \times l_2 = l^2$

A unidade padrão é o metro quadrado (m^2). Um metro quadrado é a medida de um quadrado de 1 m de lado. O metro quadrado também possui múltiplos e submúltiplos.

→ Múltiplos

$$1 \text{ quilômetro quadrado: } km^2 = km \times km = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} = (1000m)^2$$

$$1 \text{ hectômetro quadrado: } hm^2 = hm \times hm = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = (100m)^2$$

$$1 \text{ decâmetro quadrado: } dam^2 = dam \times dam = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = (10 \text{ m})^2$$

→ Submúltiplos

$$1 \text{ decímetro quadrado: } dm^2 = dm \times dm = 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = (0,1m)^2$$

$$1 \text{ centímetro quadrado: } cm^2 = cm \times cm = 0,01 \text{ m} \times 0,01 \text{ m} = (0,01 \text{ m})^2$$

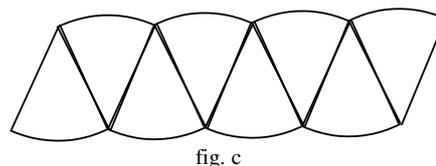
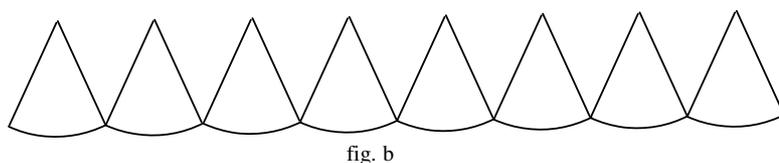
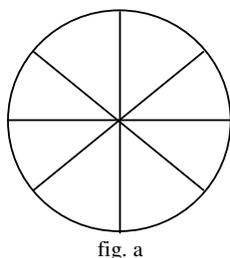
$$1 \text{ milímetro quadrado: } mm^2 = mm \times mm = 0,001 \text{ m} \times 0,001 \text{ m} = (0,001 \text{ m})^2$$

Assim, se o terreno e/ou a planta baixa da casa tem formas retangulares, a área pode ser encontrada efetuando-se o produto entre dois lados consecutivos. Pode-se dizer que a planta baixa de uma casa é uma superfície e sua medida é a área.

CONSIDERAÇÕES

Você pode aproveitar o momento para demonstrar como se calcula a área de outras figuras, como: hexágono, pentágono, círculo, entre outros. Sugestão para mostrar a área do círculo. Solicitar aos alunos para:

- ✓ Desenhar um círculo em uma folha de papel; em seguida, dividir o círculo em várias partes (fig. a). Cada parte é denominada setor circular.
- ✓ Com tesoura recortar cada setor (lembrando que a medida da circunferência é $c = 2\pi r$).
- ✓ Depois, encaixar uma metade nas outras figuras (b) e (c), respectivamente.



A figura (c) obtida assemelha-se a um paralelogramo. Isso significa que quanto maior o número de setores obtidos da divisão do círculo, maior semelhança se terá com um paralelogramo. Assim, a área do círculo pode ser escrita como:

$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = \frac{\text{Contorno } (C)}{2} \times \text{raio } (r) \text{ onde } \begin{cases} \frac{C}{2} = \text{base} \\ r = \text{altura} \end{cases}$$

$$\text{como } C = 2\pi r \text{ logo, } A = \frac{(2\pi r)}{2} \times r = \pi r^2$$

CONSIDERAÇÕES	<p>Dependendo do grau de escolaridade, essas demonstrações podem ser feitas por meio de desenho ou, recorte e colagem de papel. Caso o assunto potenciação faça parte do programa, esse momento pode valer para apresentá-lo. A partir da questão: por que a área de u uma superfície, a unidade quadrada, é representada com um número (2), como: u^2, m^2? Por exemplo, as transformações das unidades km^2 para m^2; m^2 para cm^2; valem como pontos de partida para apresentar as propriedades. Esse é um bom momento, também, para apresentar produto entre j números decimais.</p> <p>Dicas para tornar a atividade mais abrangente</p> <p>Calcular a área:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Interna da casa projetada; ✓ Da quadra de esporte da escola; ✓ Da sala de aula. <p>Calcular a área de uma folha de árvore — área foliar. Sugestão:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Tome uma folha seca de uma árvore; ✓ Contorná-la sobre folha de papel quadriculado; ✓ Calcular a área, aproximada, da folha da árvore. <p>Calcular a área do paralelogramo. Sugestões:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Traçar segmento perpendicular a um dos lados (base) do paralelogramo, ligando-o ao vértice oposto a este lado. Esse segmento é a altura do paralelogramo. ✓ Transladar o triângulo determinado pela altura para o outro lado do paralelogramo, obtendo-se: um retângulo. <i>O que você verifica em relação à área do paralelogramo com a área do retângulo?</i>
---------------	--

2.2.4 Reservatório d'água e Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa

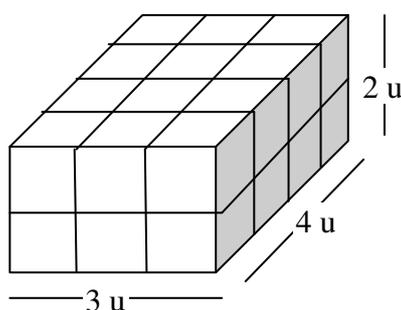
É conveniente que a casa tenha reservatório d'água, principalmente se ela estiver localizada onde o abastecimento, devido a fatores ambientais, possa ser restringido.

O reservatório, em geral na forma de prisma ou de cilindro, é feito de material leve e resistente. Isso permite que seja colocado sobre a laje da casa, sem causar nenhum dano. Quanto mais alto for colocado, maior será a pressão d'água nas torneiras e chuveiros. Em uma casa que não dispõe de laje, o reservatório pode ser posto sobre suporte cuja altura mínima seja correspondente à altura da casa.

Apresentam-se, nesta seção, os Sistemas de Medidas de Volume, Capacidade e Massa.

Qual a dimensão ideal de um reservatório d'água para uma casa?

Fazer inicialmente o desenho de reticulado, de tal forma que pareça estar formado por uma coleção de cubos de uma unidade de lado.



A medida que o sólido geométrico ocupa no espaço denomina-se **volume**. A unidade de medida é o **cubo**, assim, representada $\rightarrow u^3$

Altura (a) = 1 u

Largura (f) = 1 u

Comprimento (c) = 1 u



Isso quer dizer que o volume do prisma do exemplo acima é 24 cubos.

Mas, 24 cubos = $3u \times 4u \times 2u = 24u^3$

Volume = largura x comprimento x altura.

$$V = l \times c \times a$$

Como largura x comprimento = área, logo

Volume = área da base x altura = $V = Ab \times a$

A medida padrão de volume é o metro cúbico m^3 . O metro cúbico possui múltiplos e submúltiplos.

→ **Múltiplos:**

quilômetro cúbico → km x km x km = km³

hectômetro cúbico → hm x hm x hm = hm³

decâmetro cúbico → dam x dam x dam = dam³

→ **Submúltiplos**

decímetro cúbico → dm x dm x dm = dm³

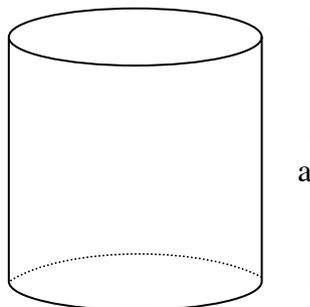
centímetro cúbico → cm x cm x cm = cm³

milímetro cúbico → mm x mm x mm = mm³

Como: 1m = 10 dm e 1 dm = 10 cm

Logo: 1m³ = 1m x 1m x 1m = 10 dm x 10 dm x 10 dm = 1000 dm³ ou 1 dm³ = 1 dm x 1 dm x 1 dm = 10 cm x 10 cm x 10 cm = 1000 cm³

Ao fazer a mesma identificação com as demais unidades, pode-se verificar que cada unidade de volume é 1000 vezes maior que a imediatamente inferior. Para reservatórios d'água que têm a forma cilíndrica, o volume é obtido pelo produto entre área da base (Ab) x altura (a).



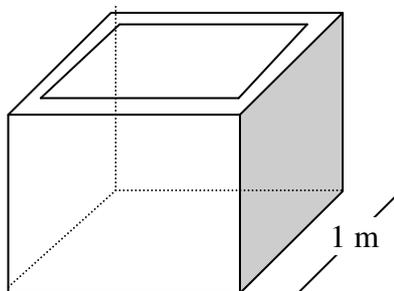
Como a base é um círculo cuja área é: $\frac{\text{Contorno}}{2} \times \text{raio} = \pi r^2$, então,

$$\text{Volume do Cilindro} = \left(\frac{C}{2} \times r\right) \times r = \pi r^2 a$$

A dimensão ideal de um reservatório d'água depende do número de pessoas da casa e, também, das condições de distribuição de água das comunidades.

Qual a capacidade de uma caixa d'água?

Supor que o reservatório d'água, na forma de cubo, seja feito de material com espessura de 1 cm. Isso quer dizer que o volume interno do reservatório é menor que o volume externo.



Se cada aresta externa medir 1 m, logo:

$$\text{Volume externo} = 1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^3, \text{ ou } 1\text{ m}^3 = (10\text{ dm})^3 = 1000\text{ dm}^3 \text{ e}$$

$$\text{Volume interno} = 99\text{ cm} \times 99\text{ cm} \times 99\text{ cm} = (99\text{ cm})^3 = 970,299\text{ cm}^3$$

$$\text{Como: } 1\text{ dm} = 10\text{ cm}, \text{ logo: } 970299\text{ cm}^3 = 970,299\text{ dm}^3$$

Neste caso, 1000 dm^3 é o volume do reservatório — a medida que ocupa no espaço, e $970,299\text{ dm}^3$ é a **capacidade**.

A medida de capacidade é o volume interior de um corpo vazio. A unidade usual de capacidade é o **litro**, que pode ser expressa em unidades cúbicas. O litro também possui múltiplos e submúltiplos:

→ Múltiplos

$$\text{quilolitro} \quad - \quad \text{k l} \rightarrow \quad 1000\text{ l}$$

$$\text{hectolitro} \quad - \quad \text{h l} \rightarrow \quad 100\text{ l}$$

$$\text{decalitro} \quad - \quad \text{da l} \rightarrow \quad 10\text{ l}$$

→ Submúltiplos

$$\text{decilitro} \quad - \quad \text{d l} \quad - \quad 0,1\text{ l} \quad \rightarrow \quad 1/10\text{ l}$$

$$\text{centilitro} \quad - \quad \text{c l} \quad - \quad 0,01\text{ l} \quad \rightarrow \quad 1/100\text{ l}$$

$$\text{mililitro} \quad - \quad \text{m l} \quad - \quad 0,001\text{ l} \quad \rightarrow \quad 1/1000$$

O litro corresponde, aproximadamente, a 1 dm^3 ou 1000 cm^3 : $1 \text{ l} \Leftrightarrow 1 \text{ dm}^3 \Leftrightarrow 1000 \text{ cm}^3$

Em uma caixa de 1 m^3 de volume ou $(9,9)^3 \text{ dm}^3$ de capacidade, cabem cerca de 970,299 litros. Se o reservatório tiver 1 m^3 de capacidade, caberão 1000 litros de água.

Qual o local ideal para se colocar um reservatório d'água?

No dia-a-dia usa-se peso como sinônimo de massa. Há uma diferença, porém, entre os conceitos.

Massa é toda matéria que compõe um corpo. Por ser a unidade fundamental – **grama** – muito pequena, o Sistema Internacional de Medidas adotou o **quilograma** (quilo) como unidade de medida-padrão de massa. Um quilograma equivale a 1000 gramas. Os múltiplos e submúltiplos do grama são:

→ **Múltiplos**

Quilograma – $1 \text{ kg} \rightarrow 1000 \text{ g}$

Hectograma – $1 \text{ hg} \rightarrow 100 \text{ g}$

Decagrama – $1 \text{ dag} \rightarrow 10 \text{ g}$

→ **Submúltiplos**

Decigrama – $1 \text{ dg} \rightarrow 0,1 \text{ g}$

Centigrama – $1 \text{ cg} \rightarrow 0,01 \text{ g}$

Miligrama – $1 \text{ mg} \rightarrow 0,001 \text{ g}$

O instrumento usual de medida é a balança. Existem balanças de diversos tipos, desde aquelas que medem grandes cargas (de caminhão, navio, etc.) até as que medem pequeníssimas quantidades. Exemplo: Tonelada (t) = 1000 kg; Megaton = 1000 t; Quilate = 0,2 g.

- 1 m^3 de água tem, aproximadamente, 1 tonelada de massa.
- 1 dm^3 de água tem, aproximadamente, 1 quilograma.

Peso é a força de atração que a Terra exerce no corpo. O peso (p) pode ser determinado pelo produto entre a massa (m) e a aceleração da gravidade (a): $\mathbf{p} = \mathbf{m} \times \mathbf{a}$. A unidade de medida adotada pelo Sistema Internacional é o Newton (N). O instrumento de medida é chamado dinamômetro. A caixa d'água quando colocada sobre a laje da casa, exerce

peso significativo sobre ela. Por isso, ela deve ser instalada em lugar estratégico, para que não cause problemas à estrutura.

CONSIDERAÇÕES	<p>O assunto 'peso', em geral, não pertence ao programa de Matemática, e sim, ao programa de Física. Nesse caso, fica a seu critério se abordará ou não. Se for conveniente, proponha aos alunos que confeccionem uma caixa de isopor com 10 cm x 10 cm x 10 cm (medidas interiores), lacrando bem todas as arestas. Depois, encha-a d'água. Desta forma, eles poderão verificar que a capacidade dessa "caixinha" é de 1 litro, ou seja:</p> <p>O volume interno: $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 1000\text{ cm}^3$. Como cada $10\text{ cm} = 1\text{ dm}$, logo $1\text{ dm} \times 1\text{ dm} \times 1\text{ dm} = 1\text{ dm}^3 = 1000\text{ cm}^3$</p> <p>As propostas tratadas nessa seção podem valer como geradoras de outros conteúdos matemáticos nas demais séries do Ensino Fundamental ou Médio. Por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Analisar as contas d'água, luz, telefone, etc., por um certo período de tempo, permite: fazer tabelas, e gráficos, conceituar relação e função. ✓ Colocar coisas diferentes em recipientes de mesmo volume, sugere conceituar densidade. <p>Dicas para tornar a atividade mais abrangente</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Registrar em tabela as medidas de comprimento, largura, altura e de diversos objetos e, em seguida, calcular os volumes e massas dos respectivos objetos. ✓ Fazer uma caixa d'água para a casinha e calcular os respectivos volumes e capacidades. ✓ Pesquisar, nas lojas de materiais para construção, quais são as formas e tamanhos padrões de caixas d'água, para poder decidir qual delas a casa projetada pode comportar. ✓ Fazer tabela da qual constem os dados de contas d'água: o valor dos 06 últimos meses (mês; consumo em m^3 e em litros; a diferença de consumo entre um mês e outro). ✓ Pesquisar como são medidas as cargas de caminhão e os produtos de joalheria (ouro, diamante, etc.)
---------------	---

2.3 AVALIANDO A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Uma boa possibilidade para avaliar o trabalho de Modelagem são as rubricas, apontadas por Ludke (2003) como um instrumento de avaliação bastante significativo e eficiente no trabalho com projetos.

Na sua estrutura, uma rubrica deve conter o que o professor espera de seus alunos na atividade proposta (estabelecimento de critérios) e os diferentes níveis de qualidade da tarefa realizada pelos alunos. Por tratarem-se de critérios esperados dos alunos na realização de uma atividade proposta, é importante que eles tenham conhecimento prévio desses critérios, de modo a estarem preparados para a realização das atividades e, conseqüentemente, serem bem-sucedidos.

A rubrica utilizada para a atividade com "embalagens" foi à seguinte:

2.3.1 Rubrica para apresentação do projeto "embalagens"

Critérios	Qualidades		
	Sim	Não	
Apresentou o caminho percorrido até a solução com clareza	Sim	Não	Não ficou totalmente claro
Utilizou recursos de apresentação que facilitam a compreensão, tais como cartazes ou esboços	Sim	Não	Os recursos utilizados não foram suficientes
Indicou conhecer alternativas para chegar à solução da situação	Sim	Não	Comentou superficialmente
Demonstrou compreensão da solução por meio de operações Matemáticas	Sim	Não	As operações apresentadas não foram suficientes para solucionar o problema
Evidenciou domínio dos conhecimentos matemáticos envolvidos	Sim	Não	Somente de alguns dos conhecimentos

3. GEOGEBRA E MODELAGEM MATEMÁTICA

Autores: Erick Macêdo Carvalho e Erika Carla Alves Canuto

3.1 O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA DENTRO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Procuramos evidenciar as potencialidades da utilização do Geogebra no ensino de Matemática, realçando o papel que a utilização desse programa pode assumir na aprendizagem da mesma, estabelecendo conexões com a Matemática e discutindo aspectos fundamentais da dinâmica do programa. Ressaltamos que o uso do geogebra é de caráter optativo, não necessitando que para desenvolver um trabalho em Modelagem Matemática seja imprescindível seu uso. No entanto recomendamos fazê-lo como ferramenta adicional que além de oferecer um aspecto inovador a apresentação e manuseio dos conteúdos matemáticos, pode ser inserido dentro da Modelagem nas fases de formulação do problema, formulação do modelo matemático, resolução do problema e possível adequação deste modelo, quando isto se fizer necessário.

O Geogebra é um software de Matemática que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo Diferencial e Integral. Ele foi desenvolvido por Markus Horhenwarter da Universidade de Salzburg para educação Matemática nas escolas. Por um lado, o Geogebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções que podem modificar-se dinamicamente depois. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do Geogebra. Assim, apresenta uma característica voltada para relacionar variáveis com números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas visões são características do Geogebra: uma expressão em álgebra corresponde a representação de um objeto da geometria e vice-versa.

3.1.1 Download

O Geogebra pode ser utilizado para qualquer propósito e pode ser distribuído livremente de acordo com a GNU (General Public License). Poderá ainda efetuar o download a partir da Internet de forma a obter as versões mais recentes da aplicação. Em

www.geogebra.at você encontra o código fonte Java do Geogebra e informações sobre sua tradução. Qualquer usuário pode fazer a instalação individual do programa, é fácil e rápido.

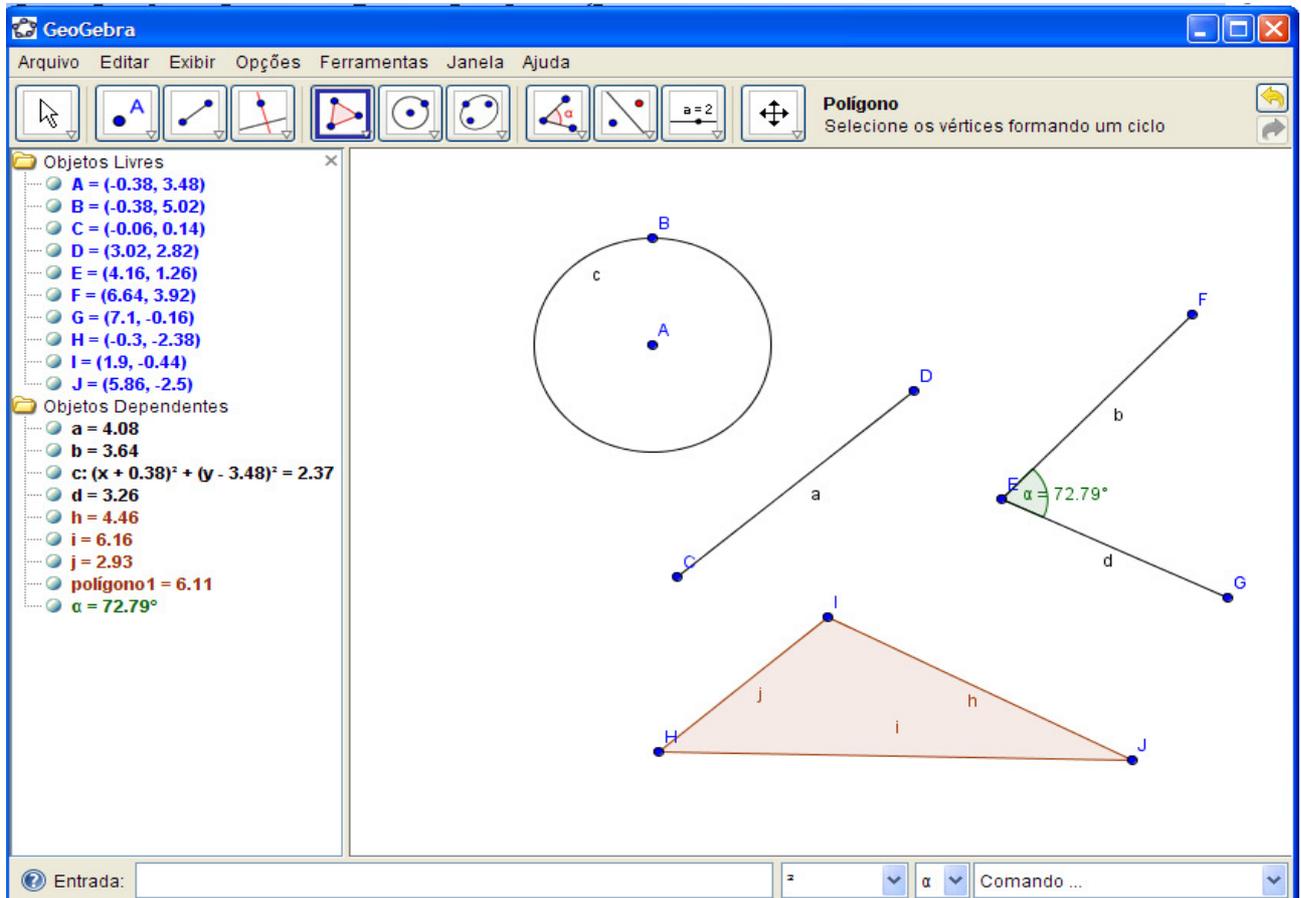
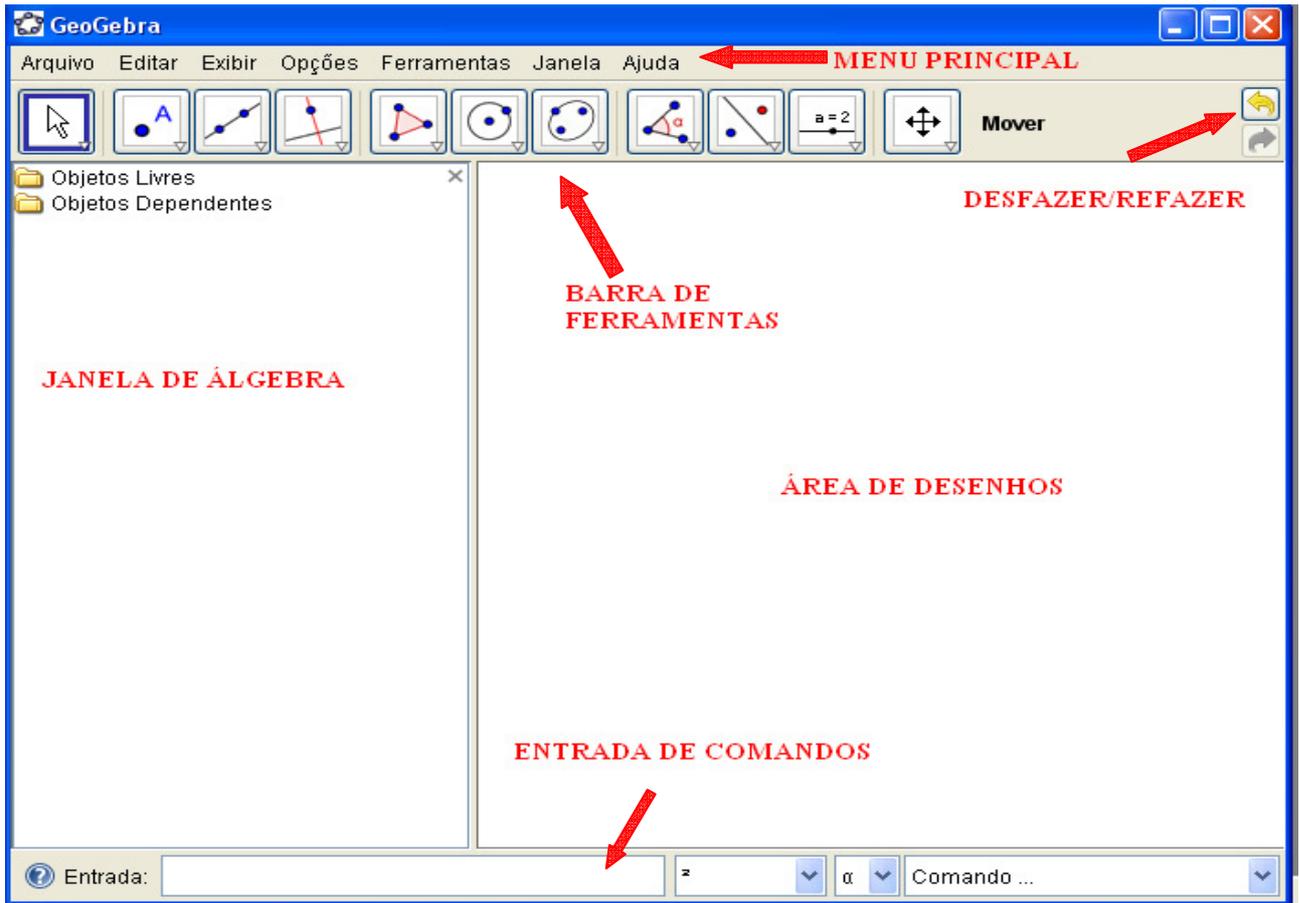
Na página principal do software (www.geogebra.at) você encontra o link para download. É recomendado usar GeoGebra Webstart garantindo a constante atualização da versão mais atual do GeoGebra, eliminando instalações complicadas ou procedimentos de atualizações.

Se os computadores que compõem sua rede já possuem Java 1.4.2 ou a versão mais atual instalada, simplesmente use [GeoGebra Web](#). Seu administrador da rede pode ajudar com o [Java installation](#).

3.1.2 Interface

A Interface do software é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma área de trabalho, uma janela algébrica e um campo de entrada de texto. A área de trabalho possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra.

O campo de entrada de texto é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente e estes são mostrados na área de trabalho imediatamente após pressionar a tecla Enter.



3.1.3 Tabela

COMANDOS	FIGURAS	PROCEDIMENTOS
Mover		Clique sobre o objeto construído e o movimento na área de trabalho
Novo Ponto		Clique na área de trabalho e o ponto fica determinado
Ponto médio ou centro		Clique sobre dois pontos e o ponto médio fica determinado
Reta definida por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e a reta é traçada
Segmento definido por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e o segmento é traçado
Segmento com comprimento conhecido		Clique em um ponto da área de trabalho e dê a medida do segmento
Vetor definido por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e o vetor fica determinado
Vetor a partir de um ponto		
Polígono		Clique em três ou mais pontos fazendo do primeiro também o último ponto. Fica determinado o polígono
Retas perpendiculares		Selecione uma reta e um ponto e a reta perpendicular fica determinada
Retas paralelas		Selecione uma reta e um ponto e a reta paralela fica determinada
Mediatriz		Selecione um segmento ou dois pontos e a mediatriz fica determinada

Bissetriz		Clique em três pontos, o segundo ponto determina a bissetriz
Tangentes		Selecione ou construa uma cônica e um ponto, as tangentes ficam determinadas
Círculo definido pelo centro e um de seus pontos		Clique em um ponto e arraste para determinar o raio e o círculo
Círculo dados centro e raio		Clique em um ponto e informe a medida do raio, o círculo fica determinado
Círculo definido por três pontos		Clique em três pontos, o círculo fica determinado
Ângulo		Clique em três pontos e o ângulo fica determinado
Ângulo com amplitude fixa		Clique em dois pontos e informe a abertura do ângulo
Distância		Clique em cada objeto que se queira determinar a distância
Reflexão com relação a um ponto		Clique no ponto a ser refletido e no outro que servirá de base para reflexão
Reflexão com relação a uma reta		Clique no ponto a ser refletido e na reta que servirá de base para reflexão
Homotetia de um ponto por um fator		Selecione o objeto, marque o ponto central da homotetia e informe o fator
Inserir texto		Clique na área de trabalho e insira o texto
Relação entre dois objetos		Clique em dois objetos e verifique a igualdade, ou não, desses objetos

Deslocar eixos		Arraste a área de trabalho com o mouse
Ampliar		Clique sobre o objeto que se deseja ampliar
Reduzir		Clique sobre o objeto que se deseja reduzir
Exibir/esconder objeto		Clique sobre o objeto que se deseja esconder/exibir
Exibir/esconder rótulo		Clique no rótulo do objeto para exibí-lo ou escondê-lo
Apagar objetos		Clique sobre o objeto que se deseja apagar

3.2 ATIVIDADES LÚDICAS E ALGUMAS APLICAÇÕES

O Geogebra é interessante não só pela sua gratuidade, mas também pelo fácil manuseio em diversas tarefas. Além disso, por ser um software inovador capaz de fazer não só gráficos e formas geométricas, mas uma infinidade de animações que estimula a imaginação dos alunos. Eis algumas animações e aplicações construtivas construídas com o Geogebra.

3.2.1 Construção da bandeira do Brasil

 <p>Bandeira do Brasil</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Trace um retângulo; ➤ Marque os pontos médios de seus lados e os una por segmentos de reta; ➤ Trace um círculo com centro na interseção dos segmentos dos pontos médios; ➤ Trace um segmento de reta paralelo ao segmento que passa pelo centro do círculo; ➤ Marque os pontos de interseção das retas com o
---	--

	<p>círculo e trace o polígono;</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Insira o texto “Ordem e Progresso”; ➤ Pinte a figura; ➤ Insira o texto.
--	--

3.2.2 Teoremas da geometria plana

A utilização do GeoGebra na Geometria tem como objetivo verificar de maneira mais simples a validade de Teoremas da Geometria Euclidiana, uma vez que, em sua maioria, possuem demonstrações bem elaboradas.

PROPOSIÇÃO 1: “Três pontos não colineares determinam um círculo.”

PROPOSIÇÃO 2: “Todo ângulo inscrito em um círculo tem a metade da medida do arco correspondente.”

COROLÁRIO 1: “Todos os ângulos inscritos que subtendem um mesmo arco têm a mesma medida. Em particular, todos os ângulos que subtendem um semicírculo são retos.”

PROPOSIÇÃO 3: “Todo polígono regular está inscrito em um círculo.”

PROPOSIÇÃO 4: “Todo triângulo está inscrito em um círculo.”

PROPOSIÇÃO 5: “Todo triângulo possui um círculo inscrito também chamado de incírculo.”

TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO: “Todo ângulo externo de um triângulo mede mais do que qualquer dos ângulos internos a ele não adjacentes.”

TEOREMA FUNDAMENTAL DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO: “Se uma reta paralela a um lado de um triângulo intercepta os outros dois lados em pontos distintos, então ela determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.”

TEOREMA DA DESIGUALDADE TRIANGULAR: “Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é maior do que o comprimento do terceiro lado.”

PONTOS PRINCIPAIS DE UM TRIÂNGULO

- ✓ Baricentro: ponto de encontro das medianas;
- ✓ Ortocentro: ponto de encontro das alturas;
- ✓ Circuncentro: ponto de encontro das mediatrizes;

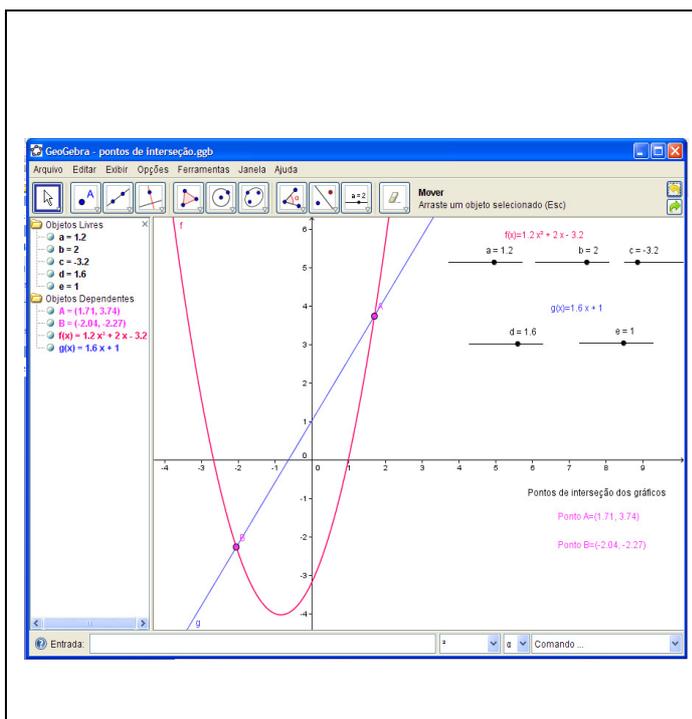
- ✓ Incentro: ponto de encontro das bissetrizes.

3.2.3 Função

A utilização do Geogebra no estudo de Função tem o objetivo de auxiliar o aluno na análise e entendimento de diversos conceitos e situações-problema, visto que o software dispõe de ferramentas necessárias para que o aluno possa construir e observar o comportamento de cada função.

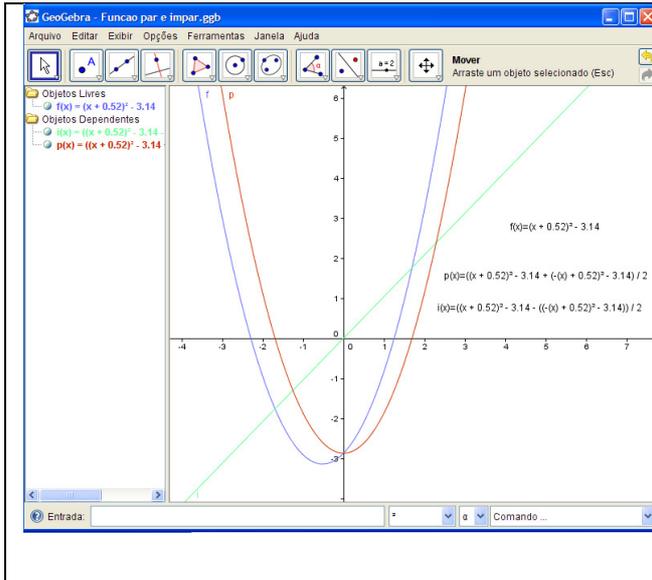
3.2.3.1 Exploração de funções polinomiais

1. Pontos de interseção



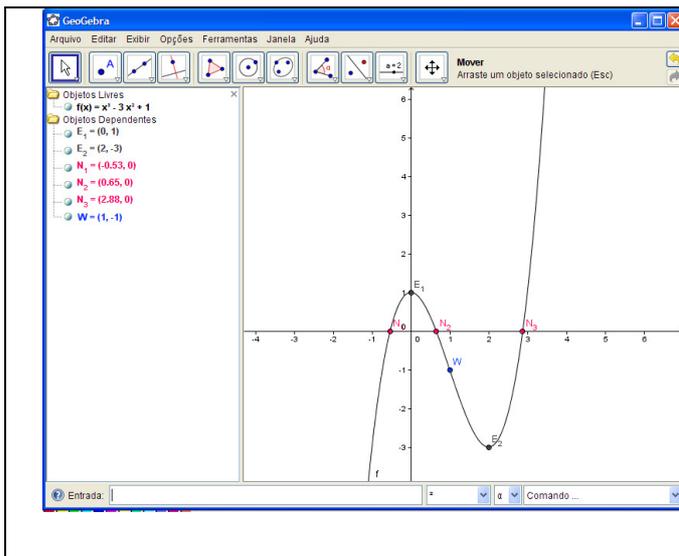
- ✓ Crie o seletor e chame de a
- ✓ Crie outro seletor e chame de b
- ✓ Crie outro seletor e chame de c
- ✓ Coloque a função $F(X) = a x^2 + b x + c$
- ✓ Crie outro seletor e chame de d
- ✓ Crie outro seletor e chame de e
- ✓ Função $g(x) = d x + e$
- ✓ Marque os pontos de interseção usando o seguinte comando: $S = [f(x), g(x)]$
- ✓ Coloque em formato de texto os pontos A e B
- ✓ Para melhor visualização coloque as funções junto com os seus seletores

2. Função par e ímpar



- ✓ $f(x) = x^2$
- ✓ função impar $i(x) = (f(x) - f(-x)) / 2$
- ✓ função par $p(x) = (f(x) + f(-x)) / 2$
- ✓ texto 1: “f(x)=” + f
- ✓ texto 2: “g(x)=” + g
- ✓ texto 3: “p(x)=” + p

3. Raízes, extremos e pontos de inflexão de funções polinomiais.



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

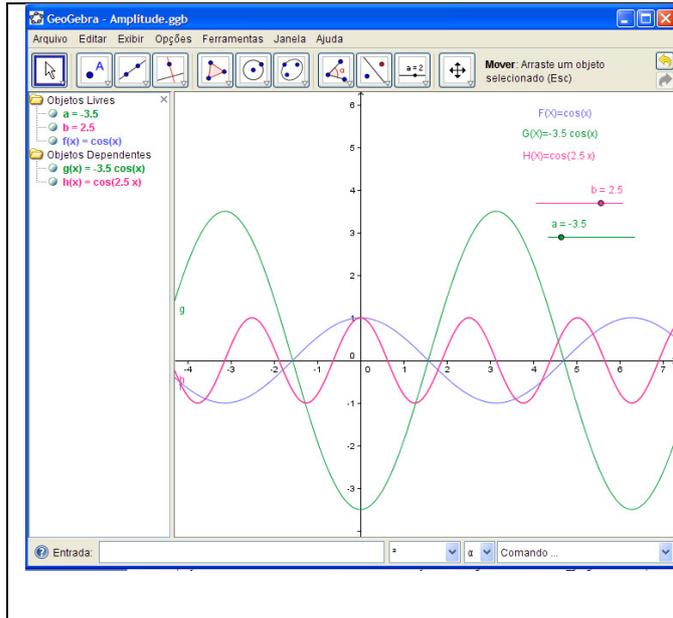
N=raiz [f]

E=extremo [f]

W=ponto de inflexão [f]

4. Funções trigonométricas

Amplitude



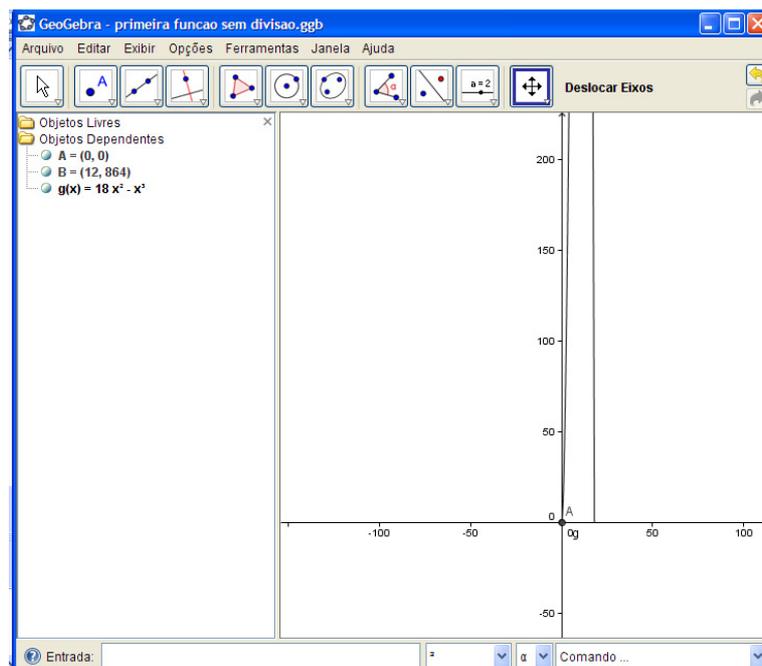
- ✓ Crie a função $f(x) = \cos(x)$
- ✓ Crie um seletor e chame-o de a
- ✓ Crie outro seletor e chame-o de b
- ✓ Crie a função $g(x) = a \cos(x)$
- ✓ Crie a função $h(x) = \cos(bx)$
- ✓ Coloque as funções em forma de texto e pinte os gráficos.

5. Situações-problema sobre funções utilizando o geogebra

PROBLEMA 1: Diogo quer construir um jardim retangular de 36m de perímetro, mas impôs a seguinte condição: o produto de uma das dimensões pelo quadrado da outra tem que ser máximo.

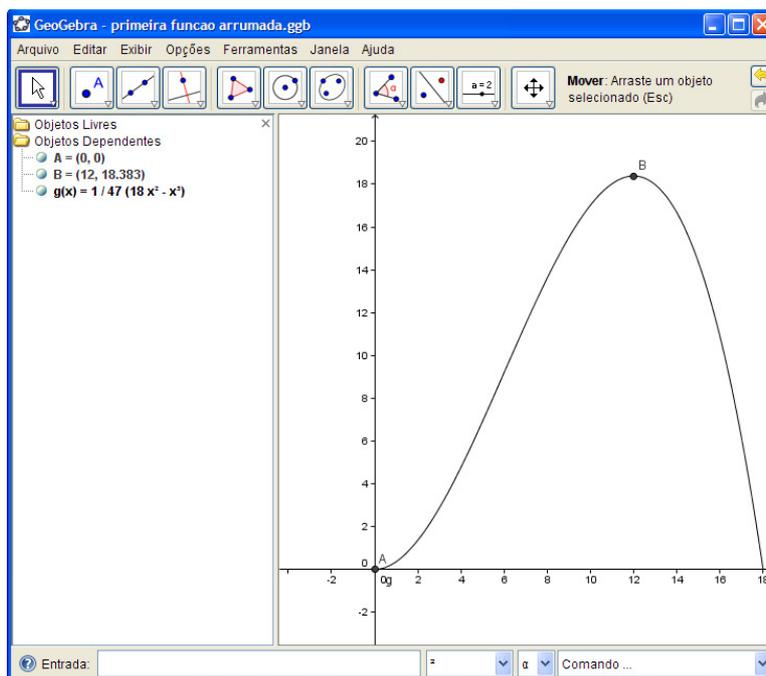
Solução:

A função que se obtém é: $f(x) = x^2(18 - x) = 18x^2 - x^3$



A função f se torna máxima para $x = 12$, obtém-se $f(12) = 864$.

Para melhor visualização iremos alterar a função para: $f(x) = 1/72(18x^2 - x^3)$

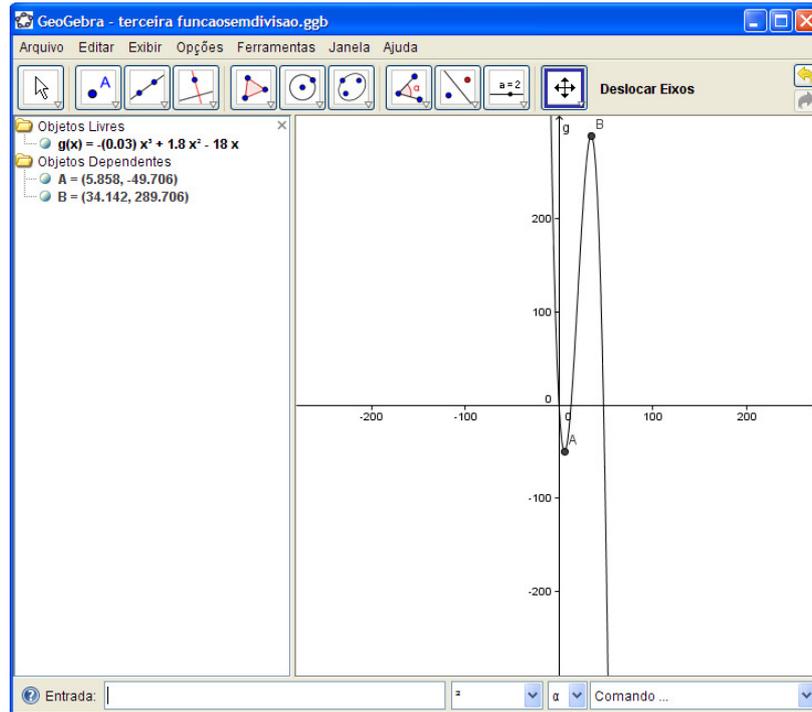


PROBLEMA 2: Supor que o custo total $C(x)$ de produção x toneladas de um produto, em milhares de reais, é dado por $C(x) = 0,03x^3 - 1,8x^2 + 39x$. Supondo que a empresa possa vender tudo o que produz, determinar o lucro máximo que pode ser obtido, se cada tonelada do produto é vendida a um preço de 21 milhares de reais.

Solução:

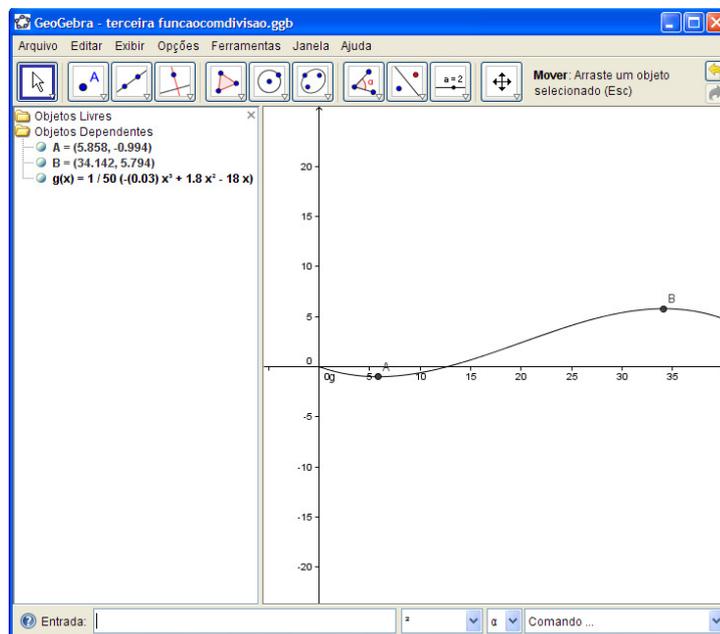
A função receita total: $R(x) = 21x$

O lucro obtido é dado por: $R(x) = 21x - 0,03x^3 + 1,8x^2 - 39x = -0,03x^3 + 1,8x^2 - 18x$



Logo, $x = 34,14$ é o ponto de máximo.

O lucro máximo que pode ser obtido é $L(34,14) = 289,71$ milhares de reais.



Para melhor visualização dividimos a equação por 50

4. CONTEXTUALIZAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA

Autor: José Praxedes de Oliveira Neto

4.1 A CONTEXTUALIZAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

A manutenção e a expansão do processo de desenvolvimento do Brasil como um todo e da nossa região em especial – sinalizado, dentre outros fatores, pelo crescimento de sua economia – encontra-se vinculada aos avanços da educação, pois o país requer profissionais especializados de níveis básico e superior. Atualmente não formamos profissionais qualificados em número suficiente para suprir as demandas surgidas com o crescimento da economia e para responder as mudanças socioculturais acontecidas na sociedade.

Diante disso, a administração pública procura investir mais em políticas educacionais, sobretudo na Educação Básica, desenvolvendo programas, normas regulatórias e formas de financiamento com a criação de um fundo próprio, o FUNDEB (Fundo de Desenvolvimento da Educação Básica) (BRASIL, 2012, p. 1), que mobiliza recursos ainda considerados insuficientes diante dos problemas existentes.

Um dos temas presentes na educação brasileira atual é o da necessidade de desenvolver processos e materiais educativos que permitam ao aluno associar os conhecimentos neles desenvolvidos a sua realidade. É comum ouvirmos afirmações sobre a necessidade de contextualizar os conhecimentos de forma a permitir ao aprendiz uma maior motivação, por sentir de alguma forma que aquele conteúdo estudado diz respeito aos problemas por ele vivenciado, apresentando algo em comum com os conhecimentos por ele desenvolvido no cotidiano, na escola, ou em outros ambientes, bem como porque vão de encontro à realização de seus interesses, perspectivas e sonhos.

Nesta direção, os documentos oficiais recomendam o desenvolvimento dos conteúdos escolares de forma contextualizada. Os principais documentos oficiais – PCN¹⁷, PCN+¹⁸ e OCN¹⁹ na última década, ao explicitarem o que entendem por contextualização no Ensino de Ciências e Matemática associam esta idéia à apresentação dos conteúdos ligados a situações do cotidiano do aluno ou a interdisciplinaridade (LOPES, 2002, p. 390-393; RODRIGUES, 2009, p. 20-25).

¹⁷ Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000).

¹⁸ Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2002).

¹⁹ Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006).

Esta visão foi estendida nos documentos oficiais mais recentes, a exemplo das Novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para o Ensino Médio²⁰ que distinguem contextualização de interdisciplinaridade em vários momentos:

O currículo deve contemplar as quatro áreas do conhecimento, com tratamento metodológico que evidencie a contextualização e a interdisciplinaridade ou outras formas de interação e articulação entre diferentes campos de saberes específicos.

[...] a interdisciplinaridade e a contextualização devem assegurar a transversalidade do conhecimento de diferentes componentes curriculares, propiciando a interlocução entre os saberes e os diferentes campos do conhecimento (BRASIL, 2012, p. 2).

[...] integração de conhecimentos gerais e, quando for o caso, técnico-profissionais, realizada na perspectiva da interdisciplinaridade e da contextualização (Ibid., p. 3).

Além disso, estas Novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) consideram o caráter social e histórico do saber científico ao entender a ciência como um “[...] conjunto de conhecimentos sistematizados, produzidos socialmente ao longo da história, na busca da compreensão e transformação da natureza e da sociedade” (Ibid., p. 2). Este conceito de ciência estende a necessidade de abordar o conhecimento científico considerando o seu desenvolvimento histórico e associado aos processos sociais.

Entretanto o DCN segue os documentos oficiais anteriores ao não explicitar o que entende por contextualização e assim levar o leitor a considerar contextualização reduzida aos aspectos de apresentação dos conteúdos associados a situações do cotidiano do aluno ou as aplicações em outras disciplinas. Com base no exposto, buscaremos propor uma definição sobre a ação de contextualizar fundamentada principalmente nas ideias apresentadas pela Professora Guiomar Namó de Mello (MELLO, 2012) enriquecidas com as contribuições trazidas pela teoria sociocultural.

²⁰ Resolução publicada no Diário Oficial da União em 31 de janeiro de 2012.

4.1.1 O conceito de Contexto e Contextualização

As concepções socioculturais da aprendizagem defendem que aprender consiste em introduzir o aluno em determinadas culturas por meio da construção de significados (interpretações pessoais), significados estes desenvolvidos e compartilhados por diferentes grupos sociais. Esta concepção modifica a visão da contextualização, como limitada a inserir contextos em problemas e a conteúdos, bem como utilizar materiais de apoios familiares aos alunos, estendendo-a para processos coletivos onde não se considera a motivação do indivíduo apenas como algo seu, específico, mas como algo inserido em processos socioculturais. Estes são passíveis de serem partilhados e vivenciados em comum, em que o sentido pessoal é negociado, dando a sua participação pessoal e se modificando pela influência dos demais.

Sob esta ótica, adquirem uma maior importância os contextos que favoreçam os alunos a vivenciarem experiências interativas realizadas em grupos, influenciando e sendo influenciados. Com isso, torna-se necessário considerar nos processos de contextualização não somente as motivações e os conhecimentos individuais, mas também processos interativos que sejam eficientes para que haja a sociabilização do conhecimento dominado por parte de seus membros, promovendo o seu compartilhamento.

O contexto de uma atividade é definido como sendo “as circunstâncias que estão presentes ou influenciam no processo de realização da atividade”, enquanto a ideia de contextualizar para Mello (2012) é desenvolvida a partir do seu significado etimológico. A autora afirma que

“se pensarmos a informação ou o conhecimento como uma referência ou parte de um texto maior, podemos entender o sentido da **contextualização**: (re)enraizar o conhecimento ao ‘texto’ original do qual foi extraído ou a qualquer outro contexto que lhe empreste significado” (MELLO, 2012, p. 8).

Esta visão de contextualização reúne aspectos também presentes na perspectiva da aprendizagem como construção de significado, sendo este significado referendado por um grupo sociocultural. A inserção do indivíduo na forma de pensar, de agir de um determinado grupo será mais eficiente se houver associação entre os conhecimentos trazidos pelo indivíduo e os sancionados pela cultura almejada, sendo estes mais acessíveis por meio de atividades

realizadas em um contexto (circunstâncias segundo as quais a atividade é realizada) e por processos (procedimentos segundo os quais se realiza a atividade) relacionados às vivências do aprendiz, bem como a sua história.

Entretanto, deve-se alertar para a necessidade de superar o processo de contextualização como consistindo em trazer para as salas de aula situações problemas vivenciadas pelos alunos no seu cotidiano e resolvê-los dentro da perspectiva dos conceitos científicos, pois estas soluções não levam em conta outros aspectos, aspectos estes que estão além da conjuntura mental desenvolvida a partir do cotidiano. Dessa forma se apela para o conhecimento do cotidiano trazido pelo aluno como um elemento motivador, mas, ao mesmo tempo, se promove a sua negação pelos conhecimentos científico.

Diante disso, consideramos como atividades contextualizadas aquelas que levam em consideração conhecimentos sobre:

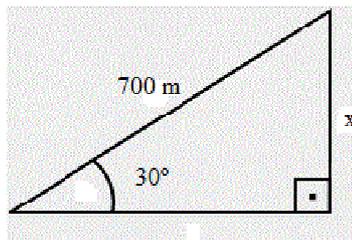
- i. A realidade cotidiana vivenciada pelo aluno;
- ii. A sociedade onde o aluno está inserido;
- iii. As circunstâncias de produção/desenvolvimento do conhecimento;
- iv. As circunstâncias socioculturais a partir das quais se processam as atividades de mediação visando à construção de significado.

Para um melhor entendimento do exposto, a seguir, apresentamos um exemplo de contextualização na resolução de problemas convencionais envolvendo trigonometria de três maneiras distintas, com o objetivo de mostrar na Forma 1, um enunciado reduzido a uma descrição escrita Matemática; na Forma 2 um enunciado com uma descrição escrita acompanhada de uma figura que serve de apoio e finalmente na Forma 3, a descrição escrita do mesmo problema matemático dentro de um contexto do mundo real passível de ter sido vivenciado pessoalmente pelo aluno, simulado ou transmitido por um colega mais experiente.

Forma 01: Considere um triângulo retângulo cuja hipotenusa vale 700 m. Admitindo que um dos ângulos do triângulo seja de 30° , determine o comprimento do cateto oposto a este lado. Dado: $\text{sen } 30^\circ = 1/2$.

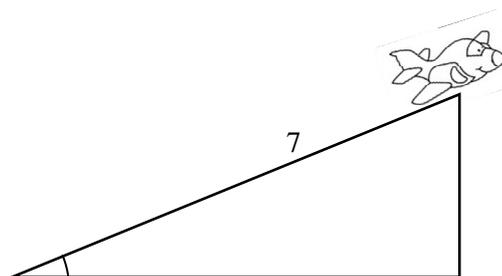
Nesta situação, percebemos que a resolução do exercício será efetuada apenas pelos aprendizes que possuem um grau elevado de entendimento sobre as relações trigonométricas (neste caso, o seno). Além disso, esta conjuntura dificulta o entendimento de outros alunos – menos familiarizados com o assunto – uma vez que não oferece meios para a mobilização dos conhecimentos prévios presentes em suas mentes.

Forma 02: Considerando o triângulo retângulo ao lado, determine o valor de x . Dado: $\text{sen } 30^\circ = 1/2$.



Neste caso, a inserção do contexto figurativo aumenta o público capaz de solucionar o problema. Este contingente compreende os alunos que possuem a facilidade em lidar com a representação geométrica e, assim, serem capazes de resolver a atividade – através da interação com colegas mais experientes ou com o professor –, além daqueles que já detêm o conhecimento sobre o seno.

Forma 03: Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de 30° . Após percorrer 700 metros, qual a altura que ele se encontra do solo? Observe o esquema.



Este último modelo supera o anterior, por conseguir remeter o contexto figurativo a uma situação do (ou pelo menos próxima ao) cotidiano do educando. Desse modo, um maior grupo de alunos pode atribuir significado ao problema, imaginar a situação proposta e assim ter maiores possibilidades de resolver o problema.

Observe que se os educandos interagirem entre si, dada uma determinada situação esta pode se tornar significativa para aqueles que não têm familiaridade com a mesma, desde que colegas mais experientes que tenham conhecimentos anteriores sobre a questão em pauta, possam por meio de processos interativos servir de mediadores. Assim, nos processos de contextualização deve se levar em conta situações interativas que permitam a circulação de conhecimentos, estendendo a todos os conhecimentos dominados por membros do grupo.

4.2 MODELAGEM E CONTEXTUALIZAÇÃO

A Modelagem Matemática ao abordar temas ligados à realidade do aluno oportuniza que este, trabalhando em grupo com os colegas para levantar dados e informações, interagindo nos processos de discussões para montagem do modelo e de verificação se o mesmo é adequado para resolver problemas, enseja situações didáticas onde pode ocorrer processos de contextualização seja por 1. Trabalhar problemas ligados a realidade cotidiana vivenciada pelo aluno; 2. Considerar problemas da sociedade onde o aluno está inserido e 3. Propiciar momentos de interações a partir das quais se processam as atividades de mediação visando à construção de significado.

Nesta direção, os processos de Modelagem Matemática constituem um ambiente de aprendizagem ideal para se aplicar as cinco estratégias recomendadas por Wiliam (2007) e utilizadas por Michelly (2002) no seu trabalho de mestrado que põem em prática o recomendado no item 3, anterior: 1. Clarificar e compartilhar intenções de aprendizagem e criterios para o sucesso; 2. desenvolver processos efetivos de discussões em sala de aula, questões, e tarefas de aprendizagem que explicitem evidencias de aprendizagem; 3. fornecer feedback que mova os alunos para a frente; 4. levar os estudantes a se transformarem em fontes de recursos instrucionais para os demais; e 5. ativar estudantes como conhecedores de seus próprios conhecimentos.

Assim, a medida que o professor vai desenvolvendo os processos de Modelagem, vai também analisando a aprendizagem do aluno e a sua capacidade de utilizar os conhecimentos matemáticos para endender e agir sobre a realidade.

5. POLÍTICAS PÚBLICAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Autor: Alexandre José da Silva

O sistema educacional é regido por uma série de normas e sofrem as consequências de políticas públicas entre as quais estão envolvidos fatores históricos, culturais e econômicos da sociedade contemporânea.

Para melhor compreendermos o funcionamento desse sistema, frente às influências políticas, propomos realizar colaborativamente um estudo sobre os programas educacionais, os instrumentos legais e regulamentos sobre as políticas públicas de avaliação vigentes no País. Dentre estes, destacamos o Plano de Desenvolvimento da Educação, o Plano de Metas Compromisso Todos Pela Educação e as Matrizes de Referência da Educação Básica.

Com isso, esperamos contribuir para desenvolver conhecimentos condizentes com as necessidades formativas dos professores, com os objetivos e as metas previstos na legislação educacional e as demandas da sociedade atual.

Portanto, com o interesse de atender e colaborar com estes imperativos legais, o Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática da UEPB (GPECOM/UEPB) procurou desenvolver nesta parte do curso uma abordagem sobre as políticas públicas de avaliação vigentes no País, para refletirmos sobre o papel do professor frente a estas políticas. Nesta direção, realizaremos este estudo de forma colaborativa com você professor da educação básica para discutir sobre os mecanismos propostos pelo sistema de avaliação básica da educação brasileira e assim provocar reflexões sobre o compromisso de todos diante deste processo e de seus alcances e limites quanto a sua influencia na qualidade da educação básica.

5.1 HISTÓRIA DAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

5.1.1 Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)²¹

As discussões iniciais sobre a importância de se implantar um sistema de avaliação em larga escala, no Brasil, aconteceram no período entre 1985 e 1986. Na época, estava em curso

²¹ O texto, elaborado pelo MEC baseou-se em HORTA NETO, J.L. Um olhar retrospectivo sobre a avaliação externa no Brasil: das primeiras medições em educação até o SAEB de 2005.

o Projeto Edurural, um programa financiado com recursos do Banco Mundial e voltado para as escolas da área rural do nordeste brasileiro. Com o objetivo de se ter um instrumento que pudesse medir a eficácia das medidas adotadas durante a sua execução, estudou-se a elaboração de uma pesquisa que avaliasse o desempenho dos alunos que estavam frequentando as escolas beneficiadas pelo Projeto e compará-lo com o dos alunos não beneficiados. A partir dessa experiência, em 1988, o MEC instituiu o Saep, Sistema de Avaliação da Educação Primária que, com as alterações da Constituição de 1988, passa a chamar-se Saeb, Sistema de Avaliação da Educação Básica. O objetivo do MEC era oferecer subsídios para a formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas, contribuindo, dessa maneira, para a melhoria da qualidade do ensino brasileiro. A primeira avaliação ocorreu em 1990.

A partir de 1992, decidiu-se que a aplicação da avaliação ficaria por conta do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Inep.

O segundo ciclo da avaliação ocorreu em 1993 e, desde então, ininterruptamente, a cada dois anos, um novo ciclo acontece.

Ao longo dos anos, a avaliação vem sendo aprimorada, sendo que importantes inovações aconteceram no período entre 1995 e 2001.

Em 1995, foi incorporada uma nova metodologia estatística conhecida como Teoria de Resposta ao Item, TRI, que tem permitido, entre outras coisas, a comparabilidade dos diversos ciclos de avaliação. Nesse ano e nos subseqüentes, foi avaliada uma amostra representativa dos alunos matriculados nas 4^a e 8^a séries do ensino fundamental e na 3^a série do ensino médio. Como os resultados referiam-se a uma amostra do total de alunos, estes, desde então, estão sendo divulgados por rede de ensino com agregação nacional, regional e estadual, não permitindo levantar resultados nem por escolas nem por municípios.

Em 1997, foram desenvolvidas as Matrizes de Referência com a descrição das competências e habilidades que os alunos deveriam dominar em cada série avaliada, permitindo uma maior precisão técnica tanto na construção dos itens do teste, como na análise dos resultados da avaliação. A construção dessas matrizes, como não poderia deixar de ser, não foi feita de maneira arbitrária. Foi realizada uma consulta nacional sobre os conteúdos praticados nas escolas de ensino fundamental e médio, incorporando a análise de professores, pesquisadores e especialistas sobre a produção científica em cada área que seria objeto de avaliação escolar e utilizando como referência as secretarias de educação estaduais e das capitais que apresentaram ao Inep os currículos que estavam sendo praticados em suas escolas.

Em 2001, em seu sexto ciclo, as Matrizes de Referência foram atualizadas em razão da ampla disseminação, pelo MEC, dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Para essa atualização, foi feita uma ampla consulta, repetindo-se o procedimento usado em 1997. Foram consultados cerca de 500 professores de 12 estados da Federação, com representação de todas as regiões do país, com o objetivo de comparar as Matrizes de Referência existentes e o currículo utilizado pelos sistemas estaduais com os PCN’s.

Em 2005, paralelamente à avaliação do Saeb, foi realizada uma outra avaliação, essa de natureza quase censitária, o que permitiria a divulgação dos resultados por municípios e por escolas, ampliando as possibilidades de análise dos resultados da avaliação. Nasce assim, a Prova Brasil, que utiliza os mesmos procedimentos utilizados pelo Saeb.

5.2 PLANO DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO – PDE²²

O Plano de Desenvolvimento da Educação foi lançado em abril de 2007 simultaneamente a promulgação do decreto 6.094 que dispõe do Plano de Metas Compromisso Todos Pela Educação. Este é, com efeito, o carro-chefe do plano. Além deste, o PDE agrega mais 29 ações do MEC. Na verdade o PDE é um conjunto de programas de desenvolvimento criados pelo MEC que incidem sobre os mais variados aspectos da educação em níveis e modalidades, buscando uma educação equitativa e de boa qualidade. O plano é organizado em torno de quatro eixos: educação básica; educação superior; educação profissional e alfabetização.

O Quadro – 1 abaixo apresenta as ações do Plano de Desenvolvimento da Educação em suas diferentes modalidades:

Quadro – 1: Ações do Plano de Desenvolvimento da Educação

Modalidades	Ações
	FUNDEB
	Planos de Metas
	Piso do Magistério
	Formação

²² Texto montado a partir da “Matriz de Referência” do INEP (2011) e do artigo “O Plano de Desenvolvimento da Educação: Análise do Projeto do MEC” de Dermeval Saviani (2007).

Níveis escolares de caráter global	Transporte Escolar
	Luz para Todos
	Saúde nas Escolas
	Guia de Tecnologias
	Censo pela Internet
	Mais Educação
	Coleção Educadores
	Inclusão Digital
	Pós-Doutorado
	Fuga de Cérebros
	Professor Equivalente
	Educação Superior
	FIES – PROUNI
Níveis escolares de caráter específicos	Proinfância
	Provinha Brasil
	Programa Dinheiro na Escola
	Gosto de Ler
	Biblioteca na Escola
Jovens e Adultos	Brasil Alfabetizado
Educação Especial	Sala de Recursos Multifuncionais
	Olhar Brasil
	Programa de Acompanhamento das Pessoas com Deficiências
Educação e Tecnologia e Formação Profissional	Educação Profissional
	Novos Recursos públicos
	Cidades-Pólo
	Estágio

O Plano de Metas estabelece um conjunto de diretrizes para que a União, estados e municípios, em regime de colaboração, conjuguem esforços para superar a extrema desigualdade de oportunidades existentes no país. O Plano tem por objetivo criar condições para que cada brasileiro tenha acesso a uma educação de qualidade e seja capaz de atuar

crítica e reflexivamente no contexto em que se insere, como cidadão consciente de seu papel num mundo cada vez mais globalizado.

No que tange à educação básica, as metas do PDE contribuem para que as escolas e secretarias de educação possam viabilizar o atendimento de qualidade aos alunos. Isso, porque para conseguirmos atingir as metas traçadas para a educação brasileira é necessário, em primeiro lugar, que as iniciativas do MEC possam beneficiar as crianças na sala de aula.

De um ponto de vista técnico, o PDE se apoia em dados estatísticos referentes ao funcionamento das redes escolares de educação básica e em instrumentos de avaliação construídos a partir de indicadores do aproveitamento dos alunos e expressos nas provas aplicadas regularmente sob a coordenação do INEP, a partir dos quais foi elaborado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). IDEB pretende ser o termômetro da qualidade da educação básica em todos os estados, municípios e escolas no Brasil, combinando dois indicadores: fluxo escola (passagem dos alunos pelas séries sem repetir, avaliado pelo Programa Educacenso) e desempenho dos estudantes (avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática).

É esse índice que se constitui no recurso técnico por excelência para monitorar a implementação do PDE, definir e redefinir as metas, orientar e reorientar as ações programadas e avaliar os resultados, etapa por etapa, em todo o período de operação do plano, que se estenderá até o ano de 2022. É por meio do IDEB que são identificadas quais as redes de ensino e as escolas que apresentam maiores fragilidades no desempenho escolar e que, por isso mesmo, necessitam de maior atenção e apoio financeiro e de gestão.

O IDEB é um dos eixos do PDE que permite realizar uma transparente prestação de contas para a sociedade de como está a educação em nossas escolas. Assim, a avaliação passa a ser a primeira ação concreta para se aderir às metas do Compromisso e receber o apoio técnico/financeiro do MEC, para que a educação brasileira dê um salto de qualidade.

No que se refere ao aspecto técnico, deve-se reconhecer que o IDEB representa um avanço importante, ao combinar os dados relativos ao rendimento dos alunos com os dados da evasão e repetência e ao possibilitar aferir, por um padrão comum em âmbito nacional, os resultados da aprendizagem de cada aluno, em cada escola. É acertada, também, a iniciativa de construir um processo sistemático e continuado de assistência técnica aos municípios como apoio e condição para incentivos financeiros adicionais. No que diz respeito ao aspecto financeiro, é forçoso reconhecer que o FUNDEB representa considerável avanço em relação ao seu antecessor, o FUNDEF, ao promover a ampliação do raio de ação abrangendo toda a

educação básica, não apenas no que se refere aos níveis, mas também quanto às modalidades de ensino. Para Saviani (2007) o apoio técnico e o financeiro são os pilares do PDE.

Contudo, para ter êxito, o PDE não depende apenas da base infra estrutural. Para ser posto em operação ele vai depender, fundamentalmente, dos recursos humanos, entre os quais avulta a questão dos professores. Pode-se, pois, considerar que o terceiro pilar de sustentação do PDE é o magistério. Quanto a esse aspecto, é consenso o reconhecimento de que há dois requisitos fundamentais que devem ser preenchidos: as condições de trabalho e de salário e a formação. E se não tivermos professores bem formados, as metas da educação básica não poderão ser atingidas. Portanto, sem uma forte ampliação do financiamento público ao ensino superior, a busca de melhoria da qualidade da educação básica terá dificuldades de chegar a resultados significativos.

Em relação à avaliação da educação básica brasileira, evidenciou-se a necessidade de se apreender e analisar toda a diversidade e especificidades das escolas brasileiras. Em razão disso foi criada a avaliação denominada Prova Brasil que possibilita retratar a realidade de cada escola, em cada município. Tal como acontece com os testes do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), os da Prova Brasil avaliam competências construídas e habilidades desenvolvidas e detectam dificuldades da aprendizagem. No caso da Prova Brasil, o resultado, quase censitário, amplia a gama de informações que subsidiarão a adoção de medidas que superem as deficiências detectadas em cada escola avaliada.

Os resultados do Saeb e da Prova Brasil (2005/2007) mostraram, com mais clareza e objetividade, o desempenho dos alunos da educação básica, o que permite uma análise com vistas a possíveis mudanças das políticas públicas sobre educação e de paradigmas utilizados nas escolas brasileiras de ensino fundamental e médio.

Estima-se envolver docentes gestores e demais profissionais da educação nessa campanha de valorização e conhecimento do que são Saeb e Prova Brasil, de constituição desse instrumento cognitivo de avaliação, de sua aplicação e de sua importância para o alcance das metas propostas pelo IDEB. Espera-se, assim, contribuir para que o professor, os demais profissionais da área de educação e a sociedade, como um todo, possam conhecer os pressupostos teóricos que embasam essas avaliações, exemplos de itens que constituem seus testes, associados a uma análise pedagógica de itens baseada no resultado do desempenho dos alunos.

Para isso, a matriz de referência da educação básica apresenta-se como um importante subsídio teórico para possibilitar ao professor conhecer e fazer uma reflexão sobre a prática do ensino da leitura (Língua Portuguesa) e da resolução de problemas significativos

(Matemática) em sala de aula, cujos resultados refletem na aprendizagem de todas as áreas do conhecimento trabalhadas na escola.

Os resultados do Saeb e da Prova Brasil são importantes, pois contribuem para dimensionar os problemas da educação básica brasileira e orientar a formulação, a implementação e a avaliação de políticas públicas educacionais que conduzam à formação de uma escola de qualidade.

Acreditamos, pois, que o professor, possa fazer desses instrumentos de avaliação, meios para refletir, sobre sua prática escolar e sobre o processo de construção do conhecimento dos alunos frente às políticas públicas educacionais, considerando-se a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das habilidades necessárias para o alcance das competências exigidas na educação básica.

5.3 AVALIAÇÕES DA EDUCAÇÃO BÁSICA²³

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio Teixeira” (Inep) é uma autarquia federal vinculada ao MEC responsável para promover avaliações e realizar levantamentos estatísticos em algumas etapas da educação básica. Como parte integrante da estrutura organizacional do Inep, a Diretoria de Avaliação da Educação Básica (Daeb) tem sob sua responsabilidade as seguintes avaliações:

5.3.1 Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa)

O Pisa é um programa de avaliação internacional padronizada, desenvolvido conjuntamente pelos países participantes da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), aplicada a alunos de 15 anos. Além dos países da OCDE, alguns outros são convidados a participar da avaliação, como é o caso do Brasil. O Pisa, cujas avaliações são realizadas a cada três anos, abrange as áreas de Linguagem, Matemática e Ciências.

²³ Texto é retirado do PDE/PROVA BRASIL - Matriz de Referência do Ensino Fundamental, 2011.

5.3.2 Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)

O Enem é um exame individual, de caráter voluntário, oferecido anualmente aos estudantes que estão concluindo ou que já concluíram o ensino médio em Anos anteriores. Seu objetivo principal é possibilitar uma referência para auto avaliação do(a) participante, a partir das competências e habilidades que o estruturam, com vistas à continuidade de sua formação e à sua inserção no mundo do trabalho.

5.3.3 Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja)

Constitui-se em uma avaliação para aferição de competências, habilidades e saberes adquiridos em processo escolar ou extra-escolar de jovens e adultos que não tiveram acesso aos estudos ou não puderam continuá-los na idade própria.

5.3.4 Provinha Brasil

A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica do nível de alfabetização das crianças matriculadas no 2º ano de escolarização das escolas públicas brasileiras. Essa avaliação acontece em duas etapas, uma no início e a outra ao término do ano letivo. Tem como objetivos: avaliar o nível de alfabetização dos educandos; oferecer às redes de ensino um diagnóstico da qualidade da alfabetização e colaborar para a melhoria da qualidade de ensino e redução das desigualdades educacionais em consonância com as metas e políticas estabelecidas pelas diretrizes da educação nacional.

5.3.5 O Saeb – Aneb e Anresc (Prova Brasil)

O sistema de avaliação da educação básica (Saeb) é composto por duas avaliações complementares a Aneb e a Anresc (Prova Brasil). A avaliação denominada Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb - abrange de maneira amostral os estudantes das redes públicas e privadas do país, matriculados no 5º e 9º ano do ensino fundamental, e também do 3º ano do ensino médio, a segunda é denominada de Avaliação Nacional do Rendimento

Escolar-Anresc (Prova Brasil)- é aplicada censitariamente, ou seja, a todos os alunos de 5º e 9º ano do ensino fundamental público realizado a cada dois anos, avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas. Tem como os objetivos: contribuir para a melhoria da qualidade do ensino, redução de desigualdades e democratização da gestão do ensino público; buscar o desenvolvimento de uma cultura avaliativa que estimule o controle social sobre os processos e resultados do ensino. Dessas avaliações e com a realização do senso escolar constitui-se o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

De acordo com (MALLMAN & EYNG, 2008), desde a divulgação desse índice, em 2007, pelo MEC, as políticas de avaliação começaram a ter maior evidência nas escolas públicas.

Para identificar quais são as redes de ensino público e as escolas que apresentam maiores fragilidades no desempenho escolar e que, por isso mesmo, necessitam de maior atenção e apoio financeiro e de gestão, o PDE utiliza o IDEB, o qual funciona como termômetro para aferir sobre a qualidade da educação básica em todos os estados, municípios e escolas do Brasil, combinando dois indicadores: fluxo escolar (passagem dos alunos pelas séries sem repetir, avaliado pelo Programa Educacenso) e desempenho dos estudantes (avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática).

O IDEB é expresso em valores de 0 a 10, sendo calculado a partir da seguinte fórmula (FERNANDES, 2007):

$$IDEB_{ji} = N_{ji} P_{ji}$$

em que,

i = ano do exame (SAEB e Prova Brasil) e do Censo Escolar;

N_{ji} = média da proficiência em Língua Portuguesa e Matemática, padronizada para um indicador entre 0 e 10, dos alunos da idade j , obtida em determinada edição do exame realizado ao final da etapa de ensino;

P_{ji} = indicador de rendimento baseado na taxa de aprovação da etapa de ensino dos alunos da unidade $j.i$

É importante que se possa considerar o IDEB não apenas como resultado de produto, infundindo dessa forma que os processos educativos não são importantes. Sendo assim, os indicadores de resultados representam apenas uma das dimensões da qualidade da educação que devemos buscar, e o IDEB representa uma contribuição nesse particular (OLIVEIRA & ARAUJO, 2005; OLIVEIRA, 2006). Uma discussão conceitual acerca das propriedades do indicador sugere que ele incentiva as unidades escolares a operarem com baixas taxas de

reprovação, a não ser que repetências tenham um forte impacto positivo no aprendizado dos alunos.

5.4 MATRIZES DE REFERÊNCIA DO SAEB²⁴

De acordo com os pressupostos teóricos que norteiam os instrumentos de avaliação, a Matriz de Referência é o referencial curricular do que será avaliado em cada disciplina e série, informando as competências e habilidades esperadas dos alunos.

É importante ressaltar que as matrizes de referência não engloba todo o currículo escolar. É feito um recorte com base no que é possível aferir por meio do tipo de instrumento de medida utilizado na Prova Brasil. Essas matrizes têm por referência os PCN e foram construídas a partir de consultas realizadas aos currículos propostos pelas Secretarias Estaduais e por algumas redes municipais.

As Matrizes são, portanto, a referência para elaboração dos itens da Prova Brasil. Item é a denominação adotada para as questões que compõe a prova.

5.4.1 Competências e Habilidades

Competências

Para a elaboração dos itens do Saeb e da Prova Brasil, buscou-se uma associação entre os conteúdos da aprendizagem e as competências utilizadas no processo de construção do conhecimento.

No documento “Saeb 2001: Novas Perspectivas” (2002), define-se competência, na perspectiva de Perrenoud, como sendo a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles”.

Para enfrentar uma situação, geralmente, colocam-se em ação vários recursos cognitivos. Para Perrenoud, “quase toda ação mobiliza alguns conhecimentos, algumas vezes elementares e esparsos, outras vezes complexos e organizados em rede”.

Assim, as competências cognitivas podem ser entendidas com as diferentes modalidades estruturais da inteligência que compreendem determinadas operações que o

²⁴ Texto retirado do PDE/PROVA BRASIL - Matriz de referência para o ensino fundamental, 2011.

sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos físicos, conceitos, situações, fenômenos e pessoas.

Habilidades

Ainda no mesmo documento, é mencionado que habilidades referem-se, especificamente, ao plano objetivo e prático do saber fazer e decorrem, diretamente, das competências já adquiridas e que se transformam em habilidades.

Cada matriz de referência apresenta tópicos ou temas com descritores que indicam as habilidades de Língua Portuguesa e Matemática a serem avaliadas.

O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades.

5.4.2 Os descritores:

- Indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos;
- Constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação.

5.4.3 O que se avalia em Matemática e por que se avalia

A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o foco Resolução de Problemas. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

A Matriz de Referência de Matemática, diferentemente do que se espera de um currículo, não traz orientações ou sugestões de como trabalhar em sala de aula. Além disso, não menciona certas habilidades e competências que, embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Em outras palavras, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb e da Prova Brasil não avalia todos os conteúdos que devem ser trabalhados pela escola no decorrer dos períodos avaliados. Sob esse aspecto, parece também ser evidente que o desempenho dos alunos em uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as habilidades e competências desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Desse modo, a Matriz não envolve habilidades relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Um exemplo: o conteúdo “utilizar procedimentos de cálculo mental”, que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apesar de indicar uma importante capacidade que deve ser desenvolvida ao longo de todo o Ensino Fundamental, não tem, nessa Matriz, um descritor correspondente.

Assim, a partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos.

As matrizes de Matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ter sido desenvolvida nessa fase de ensino. Esses descritores são agrupados por temas que relacionam um conjunto de objetivos educacionais. Os quais estão indicados abaixo:

5.4.4 Tema I. Espaço e Forma

Descritores	9º Ano
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	D1
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.	D2
Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.	D3
Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.	D4
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	D5
Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.	D6
Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades	D7

e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.	
Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).	D8
Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas	D9
Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.	D10
Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	D11

5.4.5 Tema II. Grandezas e Medidas

Descritores	9º Ano
Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	D12
Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	D13
Resolver problema envolvendo noções de volume.	D14
Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	D15

5.4.6 Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções

Descritores	9º Ano
Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.	D16
Identificar a localização de números racionais na reta numérica.	D17
Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D18
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D19
Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)	D20
Reconhecer as diferentes representações de um número racional	D21
Identifica fração como representação que pode estar associada a	D22

diferentes significados.	
Identificar frações equivalentes.	D23
Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos.	D24
Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)	D25
Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D26
Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.	D27
Resolver problema que envolva porcentagem.	D28
Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.	D29
Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.	D30
Resolver problema que envolva equação do 2.º grau.	D31
Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).	D32
Identificar uma equação ou inequação do 1.º grau que expressa um problema.	D33
Identificar um sistema de equações do 1.º grau que expressa um problema.	D34
Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1.º grau.	D35

5.4.7 Tema IV – Tratamento da Informação

Descritores	9º Ano
Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	D36
Associa informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.	D37

6. MODELAGEM MATEMÁTICA E OS DESCRITORES DO IDEB

Autor: Alexandre José da Silva

Neste tópico procuraremos estabelecer uma relação entre a Modelagem e os descritores do IDEB. Certamente, você professor, já deve ter realizado os estudos sobre Modelagem e sobre as políticas públicas de avaliação nacional, como também, feito às atividades propostas no ambiente on-line, referentes a esses dois temas do curso.

No entanto, considerando os pressupostos teóricos e os exemplos práticos do uso da Modelagem, como também, o estudo aos instrumentos legais sobre políticas públicas, abordados presencialmente e/ou no ambiente Moodle até o presente, procuramos apresentar uma ligação entre esses temas, sobre a perspectiva de que há entre eles pontos especiais de convergência, que justificam os nossos interesses em debruçar-se sobre tais questões.

Como vimos, ao longo de nossos estudos, a Modelagem Matemática no ensino corresponde a uma metodologia que pode trazer significativas contribuições à aprendizagem de Matemática, tanto na construção de conceitos, de procedimentos e de atitudes, bem como no desenvolvimento da habilidade de desenvolver modelos. Com efeito, acreditamos que essa metodologia favorece ao aluno o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias a construção do conhecimento matemático. Entretanto, vimos também que, tais competências e habilidades são indicadas pelos descritores educacionais como objetivos que os alunos precisam atingir sobre determinados conteúdos até o final de cada nível de escolar.

Sendo assim, elaboramos um quadro que procura mostrar situações ocorridas durante uma intervenção sobre a ótica da Modelagem (tomamos como base os exemplos apresentados anteriormente), como condições favoráveis para atingir um determinado descritor. Deve-se destacar que o uso da Modelagem Matemática ao abordar a resolução de problemas práticos em sala de aula vai além das habilidades e competências desenvolvidas pela resolução de problemas. O quadro abaixo delinea algumas dessas situações com uma possível relação com os descritores do IDEB (9º ano), observadas nos exemplos apresentados anteriormente sobre diferentes temas, no decorrer deste curso.

Embalagens	
Situação didático-metodológica verificada no ambiente de Modelagem.	Favorece ao aluno alcançar o descritor
Os alunos abrem e desmontam as caixas, encontrando sua forma planejada ou, ainda, de posse das medidas das caixas, fazem um esboço (modelo) das caixas abertas, como uma representação bidimensional.	D2 e D12

Solucionar a questão sobre a quantidade de papel necessário para produzir cada caixa pode estar associado à idéia de conhecer a área (superfície) que compõe a caixa.	D13
Os alunos poderão comprovar a capacidade de 1 litro das duas embalagens, realizando a experiência de encher uma delas com algum líquido ou mesmo com areia e, depois, despejar o conteúdo na outra, de modo a verificar que as capacidades realmente coincidem.	D14

Planta baixa de uma casa	
Situação didático-metodológica verificada no ambiente de Modelagem.	Favorece ao aluno alcançar o descritor
Na planta baixa, devem ser indicadas as portas e as janelas (aberturas). A abertura descrita pela porta nos sugere a ideia de semirreta girando em torno do ponto O, sem sair do plano - folha do papel. Este movimento chama-se rotação. A parte do plano descrita por uma semirreta em rotação é chamada ângulo.	D6
Como pode ser representado no plano, o desenho descrito por uma porta giratória? Porta giratória pode ser representada na planta baixa por uma circunferência ou um círculo.	D11
Como são as formas dos interiores e dos objetos de uma casa representados na planta baixa? As formas de interiores de uma planta baixa de uma casa, em geral, são quadriláteros.	D4

Reservatório d'água e Sistema de Medidas de Volume, Capacidade e Massa	
Situação didático-metodológica verificada no ambiente de Modelagem.	Favorece ao aluno alcançar o descritor
Fazer inicialmente o desenho de reticulado, de tal forma que pareça estar formado por uma coleção de cubos de uma unidade de lado.	D14
Ao fazer a mesma identificação com as demais unidades, pode-se verificar que cada unidade de volume é 1000 vezes maior que a imediatamente inferior.	D15
Registrar em tabela as medidas de comprimento, largura, altura e de diversos objetos e, em seguida, calcular os volumes e massas dos respectivos objetos.	D14 e D36

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Brazilian research on modeling in mathematics education.** In: *ZDM Mathematics Education*. Março, 2010. p. 337 – 348;

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM;

BARBOSA, João Lucas Marques - **Geometria Euclidiana Plana: 8ª edição**, 2005. Editora SBM;

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino- aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.* 3ª ed. São Paulo: Editora Contexto, 2006;

BEAN, Dale. *O que é Modelagem Matemática?* Educação Matemática em Revista, nº 9, ano 8. p.49 – 57, 2010;

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática.** 2ª Ed. Blumenau: Edfurb, 2004;

BRASIL. MEC. **Plano Nacional de Educação – PNE.** Disponível em: <http://www.mec.gov.br>. Acessado em 07/06/2012;

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. Resolução nº 2, de 30 de Janeiro de 2012. Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. **Diário Oficial [da] União**, Brasília, DF, 31 jan. 2012. Seção 1, p. 20;

CAPISTRANO, prof. Roberto. EPEM- V Encontro Paraibano de Educação Matemática - UEPB, 2008;

Decreto nº 6.094, de 24 de abril de 2007. Disponível em: http://planalto.gov.br/ccivil_03/ Ato2007-2010/2007/decreto/D6094.htm. Acessado em [10/02/2012](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ Ato2007-2010/2007/decreto/D6094.htm);

FLEMMING, Diva Marília- Cálculo A: Funções, Limite, Derivação, Integração/ - São Paulo: 6ª ed.- Pearson Prentice Hall, 2006;

GAERTNER, Rosinete. **Modelação Matemática no 3º Grau – uma estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática no curso de administração de empresa**. Blumenau, 1994. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional de Blumenau;

GIOVANNI, José Ruy- Matemática Completa- 2ª ed. Renovada- São Paulo: FTD, 2005;

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/>

<http://sites.google.com/site/oficinageogebra/home>

<http://sites.google.com/sites/cursocie>

INEP/MEC. Disponível em: <http://portaldeb.inep.gov.br> Acessado em 20/06/2011;

Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República;

LESH, R. e ZAWOJEWS, k. **PROBLEM SOLVING AND MODELING. SECOND HANDBOOK OF RESEARCH ON MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING**, NCTM, 2007 Editado por Frank K. Lester Jr – pg. 763-804;

LOPES, A. C. Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. In: **Educação e Sociedade**. vol. 23, n. 80, Campinas: set. 2002, p. 386-400;

MARQUES, M. C. A. **Avaliação como processo de comunicação e regulação da aprendizagem de equações do 1º grau**: contribuições da produção escrita. 2012. 116 f.

Dissertação (mestrado) em andamento – Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012;

MEC. **Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE**. Disponível em: <Http://www.mec.gov.br>. Acessado em 10/06/2012;

MELLO, G. N. de. **Transposição Didática, Interdisciplinaridade e Contextualização**. Disponível em < <http://www.namodemello.com.br/outros.html>>. Acesso em: 30 jul. 2012;

Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Curriculares Educacionais para o Ensino Médio**. Brasília, DF, 2006;

Ministério da Educação e Cultura. **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF, 2002;

Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília, DF, 2000;

Ministério da Educação. **Matrizes de Referência do Ensino Fundamental**. MEC. SEB. Inep. Brasília, 2011;

Parecer ao projeto de lei 8.035/2010. Disponível em: www.cedes.unicamp.br/Parecer-PL.pdf. Acessado em 03/08/2012;

PROGRAMA DE VERÃO- Departamento de Matemática-UFPR, 2009;

RIBEIRO, Flávia Dias. Metodologia do Ensino de Matemática e Física: Jogos e Modelagem na Educação Matemática, Ipex, 2008;

RODRIGUES, A. M. **Redimensionando a noção de aprendizagem nas relações entre perfil conceitual e contexto: uma abordagem sócio-histórica-cultural**. 2009. 141 f.

Dissertação (mestrado) – Instituto de Física, Faculdade de Educação, Instituto de Química e Instituto de Biociências. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009;

SAVIANI, Dermeval. **O plano de desenvolvimento da educação: análise do projeto do MEC**. Campinas, vol. 28, n. 100 - Especial, out. 2007. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br> . Acessado em: 15/05/2012;

SWETZ, F. **Quando e como podemos usar Modelação?** Lisboa: Educação e Matemática, n. 23, 3º trimestre, 1992;

SWOKOWSKI, Earl William, 1926- Cálculo com Geometria Analítica- 2ª ed.- São Paulo: Makron Books, 1994;

Todos Pela Educação divulga análise da versão aprovada do PNE. Disponível em: <http://www.todospelaeducacao.org.br/>. Acessado em 03/07/2012;

WILIAM, D. Keeping learning on track. Classroom Assessment and the regulation of learning. Second Handbook of research on mathematics teaching and learning, 2007;

www.geogebra.at - Ajuda do Geogebra, Markus Hohenwarter, Tradução: Jorge Geraldes

ANEXOS

ANEXO A: TRABALHO SOBRE MODELAGEM DISCUTIDO COM OS PROFESSORES



Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: Custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos da 5ª série (6º ano)

Emerson Tortola, IC – Fecilcam, Matemática, Fecilcam, emersontortola@hotmail.com

Me. Veridiana Rezende (OR), Fecilcam, rezendeveridiana@gmail.com

Me. Talita Secorum dos Santos (CO – OR), Fecilcam, tsecorum@hotmail.com

1. Introdução

Muitas vezes os alunos nos perguntam o porquê de estudar determinado conteúdo, se algum dia este conteúdo lhe servirá de algum modo ou se terá alguma utilidade em sua vida. Talvez isto aconteça porque muitas de nossas escolas ainda apresentam um ensino de Matemática focado num conjunto de regras e técnicas que se importa somente em reproduzir o “como fazer”, sem se importar com o “por que fazer” e o “para que fazer” (SOISTAK; BURAK, 2004, p.2).

O professor utiliza muitas vezes como exemplo em sala de aula situações fictícias, sem significado para os alunos, e que dificilmente fará com que o aluno testemunhe alguma ação, servindo apenas para justificar o conteúdo em estudo (CALDEIRA, 2007). Este autor salienta sobre o foco de atenção das escolas que “está fortemente centrado nos conteúdos a serem trabalhados, de forma descontextualizada, fragmentada e muito pouco centrado nos estudantes” (p.73). Cada conteúdo é trabalhado isoladamente como se não tivesse relação com os demais.

Lima (2001) afirma que “a falta de aplicações para os temas estudados em classe é o defeito mais gritante do ensino da Matemática em todas as séries escolares” (p.6). Além disso, Caldeira (2007) aborda as dificuldades dos professores em conseguirem criar nos alunos motivação e entusiasmo, não só pela Matemática, mas pela escola de um modo geral, quando

não são os professores que se sentem desmotivados diante da falta de infra-estrutura, das condições político-pedagógicas e dos baixos salários.

Um dos modos do professor e equipe pedagógica contribuírem para o ensino é repensar numa perspectiva democrática, crítica e reflexiva sobre a função da escola, em que o estudante seja o foco principal da aprendizagem (CALDEIRA, 2007). De modo particular,

(...) se estamos interessados em educar matematicamente os nossos alunos para agir na sociedade e exercer a cidadania – e esse é o objetivo da educação básica -, podemos tomar as atividades de Modelagem como uma forma de desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da Matemática (BARBOSA, 2003, p. 68).

Neste sentido é que optamos pela utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino ao abordar o conteúdo números decimais aos alunos de uma turma de quinta série (sexto ano) do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Terra Boa – PR. Para isto, propomos aos alunos o cálculo do custo do término da construção da quadra esportiva da escola, uma vez que esta se encontra apenas coberta e que em dias de chuva fica molhada, tornando o seu uso inadequado devido ao risco para a prática das atividades desportivas.

Apresentamos assim, a Modelagem Matemática como estratégia para a contribuição do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, motivando e estimulando a construção do conhecimento matemático.

2. Modelagem Matemática como alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática

Diversas concepções de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática²⁵ são encontradas na literatura brasileira. Apresentamos aqui algumas destas concepções bem como as possibilidades e vantagens da opção pela Modelagem Matemática como estratégia de ensino.

Almeida e Dias (2004) concebem a Modelagem Matemática como uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática, que permite o desenvolvimento de um

²⁵ Este é o nosso interesse – Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, uma vez que existem as concepções de Modelagem Matemática para Matemática Aplicada

conhecimento mais crítico e reflexivo, por meio de situações problemas que envolvam a realidade dos estudantes, despertando maior interesse e gosto pelo estudo da Matemática.

A Modelagem Matemática pode ser concebida como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62).

Para Barbosa (2001) a Modelagem propicia “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (p.31). Um ambiente favorável à discussão, que vai além das práticas da sala de aula, dinamizando o ensino e aprendizagem e ofertando aos alunos condições de uma formação Matemática mais crítica.

Mais do que uma alternativa ou metodologia de ensino, a Modelagem Matemática deve ser vista como um sistema de aprendizagem, sendo uma forma de questionar os conteúdos, dinamizar sua compreensão e possibilitar um currículo mais dinâmico e crítico, de acordo com as necessidades da época e da sociedade (CALDEIRA, 2004). As interações sociais, os aspectos da cultura Matemática não escolar, preparando o aluno para enfrentar sua realidade, por meio de uma participação ativa na sala de aula também são fatores que podem ser explorados com o auxílio da Modelagem, permitindo o aluno “(...) problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões” (CALDEIRA, 2009, p.38).

(...) o ensino e aprendizagem da Matemática na escola básica, partindo da realidade do (a) estudante contextualizado (a) sócio e culturalmente, proporcionará múltiplas alternativas que o (a) levará a desenvolver o pensamento lógico, a criatividade a aprender os conteúdos e a construir estruturas Matemáticas, não só enfatizando os algoritmos e os conceitos matemáticos, mas usando-os na compreensão da dinâmica da realidade social, histórica e cultural, em um processo contínuo de elaborar e sistematizar (CALDEIRA, 2007, p.74).

Barbosa (2003) acredita na potencialidade da Modelagem de intervir no debate e tomada de decisões sociais que envolvem aplicações da Matemática, contribuindo para a construção e consolidação de sociedades mais democráticas. Ele apresenta cinco argumentos a favor da Modelagem Matemática: a motivação, facilitação da aprendizagem, preparação

para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática. Para este autor, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação, de modo que

(...) o primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (2004, p.3).

Três casos para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula são sugeridos por Barbosa (2004):

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação (p. 4); (...) no caso 2 os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados; (...) no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (p. 4-5).

Na tabela 1 está apresentada a sugestão de Barbosa para cada um dos casos:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Tabela 1: Três casos para atividades de Modelagem Matemática (BARBOSA, 2004, p.5)

Podemos observar que em nenhum momento Barbosa trata de Modelos Matemáticos, que para alguns autores é considerado como uma “etapa” essencial numa atividade de Modelagem Matemática. Por exemplo, para Biembengut e Hein (2003) a Modelagem Matemática consiste no “(...) processo que envolve a obtenção de um modelo”. (p.12).

Entendemos que para Barbosa uma atividade de Modelagem Matemática resume-se em escolher um tema e formular um problema a partir deste tema, de modo que a busca pela solução deste problema levará o aluno a levantar hipóteses, simplificá-las e coletar dados para resolver matematicamente o problema. É claro que em muitos casos, a resolução do problema acarretará em um Modelo Matemático, mas este é apenas uma consequência da Atividade de Modelagem Matemática desenvolvida

Outro fato referente a Modelos Matemáticos que gostaríamos de ressaltar está baseado em Almeida e Brito (2005) onde deixam claro que os Modelos Matemáticos são modos de representar a realidade, e, portanto tabelas, relações funcionais, gráficos, figuras geométricas são apenas alguns exemplos de Modelos Matemáticos. Ou seja, não são apenas funções ou equações que podem ser considerados como modelos, ainda mais quando a atividade é realizada com crianças de Ensino Fundamental.

Queremos deixar claro que assim como Barbosa (2004) e Caldeira (2007) que nosso objetivo na Atividade desenvolvida/realizada não foi chegar a um modelo no final, pois acreditamos que mais importante que o modelo, o que importa “é o processo que o professor e estudante percorrem para alcançar uma situação de tomada de decisão ou compreensão do objeto estudado, claro, fazendo uso da Matemática” (CALDEIRA, 2007, p.83).

Nossa intenção com a Modelagem Matemática foi valorizar o contexto social dos alunos levando em consideração suas relações com a sociedade, sua realidade política, histórica e cultural, possibilitando um ambiente de ensino e aprendizagem mais atrativo e motivador, resultando num conhecimento matemático mais significativo para os alunos.

Relatamos a seguir a atividade de Modelagem Matemática que realizamos com os alunos da quinta série (sexto ano) de uma Escola Pública do município de Terra Boa – PR.

3. Calculando o custo da construção da quadra esportiva

Este trabalho consiste de uma atividade realizada com estudantes da 5ª série (6º ano) do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual no município de Terra Boa – PR, sendo o professor regente da turma o primeiro autor deste trabalho. Foram no total nove horas/aula, sendo realizadas 2 horas/aula por semana, respeitando os conteúdos e prazos programados para esta série.

A atividade tratou-se de calcular o orçamento aproximado para o término da construção da quadra esportiva da escola que se encontra apenas coberta e em dias de muita chuva fica impossibilitada para o uso (veja a figura 1). Esta construção já foi requerida pela

Escola ao Governo do Estado e segundo o diretor foi aprovada recentemente. Para a realização da atividade com os alunos tivemos apoio da direção da escola que se disponibilizou para o que fosse preciso, no que se refere a materiais e incentivo aos alunos reconhecendo a importância desse tipo de atividade para os alunos e para a escola.



Figura 1: foto da quadra esportiva da escola

Aos alunos propomos uma questão²⁶ central que motivou a realização da atividade: Qual o custo aproximado para o término da construção da quadra de nossa escola? E para respondê-la, junto com os alunos percebemos a necessidade de responder outras questões como: Quais os materiais necessários para a construção da quadra? Qual a quantidade necessária de cada material? Quais os preços e os custos desses materiais? Quanto é cobrado de mão-de-obra para uma obra como esta? E por fim, é possível calcular o custo total da construção da quadra de nossa escola?

Percebemos que os alunos ficaram empolgados com a possibilidade de estudar Matemática fora da sala de aula, ainda mais envolvendo a quadra esportiva da escola. Alguns alunos ainda duvidaram se conseguiriam mesmo calcular esses custos, mas incentivados pelo professor toparam o desenvolvimento da atividade.

Este trabalho foi realizado com a finalidade de introduzir o conteúdo de números racionais²⁷, optando por uma diferente maneira de ensinar, mostrando aos alunos que muitas vezes eles irão se deparar com situações em que não farão uso apenas dos números naturais ou inteiros, aos quais já estão familiarizados, mas também com outros tipos de números, em

²⁶ Ou problema conforme sugere Barbosa (2004)

²⁷ No decorrer da atividade surgiram cálculos com números irracionais, porém, não entremos em detalhes, apenas os ensinamentos a trabalhar com aproximações destes números.

especial aqueles que envolvem vírgulas, (racionais e irracionais). Porém, além da apresentação dos números racionais, esta atividade possibilitou o estudo de diversos conteúdos como o cálculo com números decimais, com o sistema monetário, utilização das quatro operações elementares da Matemática, conversões de comprimento e suas respectivas unidades de medidas (milímetros – centímetros – metros), proporção, cálculo de áreas, perímetros, dentre outros. O uso da calculadora também foi possibilitado pela atividade, uma ferramenta tecnológica que muitos alunos ainda não sabiam como utilizá-la. Outro fato que merece destaque foi o (re) conhecimento do trabalho realizado pelos pedreiros em uma obra, bem como a utilização da Matemática nesta profissão.

Para solucionar nossa questão central, logo de início foi necessário que os alunos soubessem as medidas (comprimento, largura e altura) da quadra. E para isto, pedimos que se dividissem em cinco grupos, com seis ou sete alunos cada, para facilitar as medições, uma vez que não seriam realizados com trena ou fita métrica, foi proposto a eles um desafio: as medidas deveriam ser realizadas todas em canudos – canudinhos de refrigerante, sendo necessário realizar algumas conversões de medidas, conteúdo que segundo os PCN também devem ser abordados nesta série.

A reação dos alunos em geral foi à mesma: “Com canudinhos?”, entretanto mostraram-se muito interessados com a atividade. Levamos os alunos até a quadra e depois de obtidas as medidas com os canudinhos, e considerando que cada canudo mede aproximadamente 24,6 centímetros (cm), ou seja, 246 milímetros²⁸ (mm) estabelecemos junto com os alunos a seguinte relação para convertermos as medidas em canudos para milímetros: $MM = C \times 246$, onde MM representa a medida em milímetros, C a quantidade de canudos e 246 a medida em milímetros de cada canudo. Ou seja, como cada canudo mede 246 mm, basta multiplicarmos 246 pela quantidade de canudos para saber a medida em milímetros.

Depois de convertermos em milímetros, convertemos a medida em centímetros e por fim em metros, por meio das relações utilizadas usualmente²⁹. Na tabela 2 apresentamos os resultados obtidos pelos alunos:

²⁸ Unidade escolhida pelos alunos para fazerem a conversão (canudos – milímetros)

²⁹ Para convertermos a medida em milímetros para centímetros, basta dividirmos esta medida por 10. E para convertermos uma medida em centímetros para metros dividimos esta medida por 100.

	Comprimento da quadra	Largura da quadra	Altura da quadra
Canudo (c)	224	94	13
Milímetros (mm)	55104	23124	3198
Centímetros (cm)	5510,4	2312,4	319,8
Metros (m)	55,104	23,124	3,198

Tabela 2 – Conversões das medidas da Quadra

Um fato interessante foi à percepção dos alunos da regularidade existente na conversão de milímetros para centímetros e deste para metros: “Nossa! olha que legal professor... só a vírgula que muda de lugar” (Aluno 6), ou seja, os alunos perceberam a regularidade da divisão por 10 e por 100, que permanecem os mesmos Algarismos, mas em posições diferentes. Após convertidas às medidas em metros, fizemos o cálculo das áreas de cada “futura” parede, explicando a diferença entre metros (m) e metros quadrados (m²), obtendo como áreas: Comprimento x Altura = 176,32 m², Largura x Altura = 73,92 m², e por fim, a que mais nos interessou em nosso trabalho, para realizarmos os cálculos como os pedreiros: Comprimento x Largura = 1.272,81 m².

Calculamos a partir destas áreas a quantidade aproximada de lajotas necessárias para esta construção, dividindo a área total das paredes da quadra pela área da superfície de uma lajota, encontrando que serão necessárias cerca de 20.375 lajotas.

Para esta atividade fizemos o uso da calculadora, tecnologia que poucas vezes é utilizada em sala de aula, por receio dos alunos ficarem dependentes a ela. No entanto, ela nos serviu como uma ferramenta didático-pedagógica, com a finalidade de auxiliar os alunos no desenvolvimento das atividades. Utilizamos também o conceito de aproximação, deixando apenas uma casa na mantissa, explicando a importância, a utilidade e o porquê de ser possível essa aproximação, introduzindo ainda a idéia de erros. Nosso objetivo foi facilitar esses cálculos para que os alunos também pudessem resolver manualmente, uma vez que eles ainda estavam aprendendo a efetuarem contas com números decimais.

Pedimos aos alunos que realizassem uma pesquisa referente à quais materiais provavelmente seriam utilizados na construção da quadra e seus respectivos preços, podendo ser realizada nos depósitos de construção da cidade ou com pedreiros conhecidos, já que muitos alunos se manifestaram afirmando que tinham pais ou parentes que ocupavam essa profissão.

Infelizmente não foi possível a visita de um pedreiro à sala de aula para falar pessoalmente como eles efetuam estes cálculos, mas pedimos para os alunos que conversassem com os pedreiros conhecidos, para obterem mais informações. O professor da disciplina também entrevistou um pedreiro, e segundo o pedreiro entrevistado para o cálculo

das quantidades eles seguem um padrão, como por exemplo, 25 lajotas por metros quadrados, assim eles não precisam realizar a conta de todas as áreas, apenas a do chão.

Como não houve tempo suficiente em sala de aula para calcularmos as quantidades de todos os produtos, pois o professor deve cumprir o currículo e seguir o planejamento da escola, apresentamos as medidas ao pedreiro para que nos ajudasse nos cálculos, pelo menos com a quantidade de material necessário, ele imediatamente se prontificou e realizou as contas. As quantidades de cada material sugeridas pelo pedreiro para a construção foi:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Lajotas: 25 por m ² | <input type="checkbox"/> Pedra: 250 m |
| <input type="checkbox"/> Ferragem: 800 kg | <input type="checkbox"/> Cimento: 600 pacotes (50 kg) |
| <input type="checkbox"/> Areia: 300 m | <input type="checkbox"/> Cal: 800 pacotes (20 kg) |

Quanto à mão-de-obra para esta construção, seriam necessários 5 (cinco) pedreiros, cada um cobrando R\$1.200,00 (Um mil e duzentos reais), ou mais, dependendo do pedreiro. Como a estimativa para esta obra é de três meses, o total de mão-de-obra seria de R\$18.000,00 (Dezoito mil reais).

Apresentamos as quantidades de materiais e mão-de-obra aos alunos, que ficaram impressionados pelas quantidades necessárias e principalmente pelo custo da mão-de-obra que não achavam que chegaria a esse preço. Alguns alunos questionaram até mesmo a quantidade de pedreiros, se não teria como ser feita com um ou dois a menos.

Como já havíamos calculado a quantidade de lajotas por meio da área das paredes, fizemos um novo cálculo assim como indicou o pedreiro. A área do chão da quadra (Comprimento x Largura) é de 1.272,81 m², como serão utilizadas em torno de 25 lajotas por metro quadrado, no total serão necessárias realmente em torno de 31.820 lajotas.

Discutimos com os alunos o porquê desta diferença entre as duas quantidades de lajotas³⁰ e concordamos que em nosso primeiro cálculo, pelas áreas o resultado será influenciado pelas dimensões das lajotas. Além disso, os pedreiros já incluem nestas 25 lajotas por m², possíveis quebras e uma boa base, que devem ser feitas com pelo menos duas carreiras de lajotas deitadas, aumentando ainda mais a quantidade necessária.

O professor também pesquisou os preços dos materiais e os expôs no quadro, instigando os alunos a compararem com os preços que haviam encontrado principalmente quando fossem mais altos do que encontraram. Calculamos paralelamente o quanto seriam gastos a mais se não fosse feita uma pesquisa de preço a procura pelo preço mais barato. Os preços mais baratos entre os pesquisados pelo professor e pelos grupos foram:

³⁰ 20.375 lajotas de acordo com o cálculo realizado a partir das áreas e 31.280 lajotas a partir dos cálculos indicados pelos pedreiros.

MATERIAL	PREÇO DO MATERIAL
Lajota	R\$ 320,00 (milheiro)
Ferragem	R\$ 26,00 (barra)
Areia	R\$ 60,00 (metro)
Pedra	R\$ 55,00 (metro)
Cimento	R\$ 20,00 (pacote 50 kg)
Cal	R\$ 7,00 (pacote 20 kg)

Tabela 3 – Preço dos materiais necessários na construção da quadra

Para o cálculo dos preços de cada material foi necessário ainda algumas conversões, como as lajotas e as ferragens. Como as lajotas apresentam o preço por milheiro, dividimos o preço por mil para sabermos o preço de uma única lajota, que custa R\$0,32 (trinta e dois centavos). Já com os ferros tivemos que dividir os 800 kg por 4,74 kg, peso de uma única barra, concluindo que serão necessárias 170 barras de ferro. Os preços obtidos e as quantidades necessárias de cada material são apresentados na tabela a seguir:

MATERIAL	QUANTIDADE	PREÇO TOTAL DO MATERIAL
Lajotas	31.820 unidades	R\$ 10.182,40
Ferragem	800 quilos	R\$ 4.420,00
Areia	300 metros	R\$ 19.500,00
Pedra	250 metros	R\$ 15.000,00
Cimento	600 pacotes	R\$ 12.600,00
Cal	800 pacotes	R\$ 5.600,00

Tabela 4 – Preço dos materiais de acordo com as quantidades necessárias na construção

Comparando os preços dos materiais pesquisados pelos grupos encontramos uma economia de R\$3.350,00 (Três mil trezentos e cinquenta reais) no preço da areia, pedra e cimento, que representa uma economia considerável durante uma obra.

Agora que já tínhamos o preço que seria gasto em cada material, inclusive da mão - de- obra, perguntamos aos alunos como calcular o preço de custo total para a construção da quadra. Todos concordaram que bastava somar os preços de cada material com a mão-de-obra e responderíamos a nossa pergunta. Assim chegamos à seguinte expressão Matemática, que pode ser considerada o modelo matemático para a situação em questão:

$$C_T = P_L + P_F + P_A + P_P + P_C + M,$$

onde, C_T representa o Custo Total que seria gasto na construção, P_L o preço das lajotas, P_F o preço das barras de ferro, P_A o preço da areia, P_P o preço das pedras, P_C o preço da cal e M o preço da mão-de-obra. Com este modelo pudemos concluir que o custo da construção dessa quadra ficaria em torno de R\$ 81.952,40 (oitenta e um mil novecentos e cinquenta e dois reais e quarenta centavos), preço que os alunos concordaram que a Escola sozinha não teria condições de bancar, por isso é preciso da ajuda do Governo do Estado.

Os alunos ficaram admirados com o resultado e satisfeitos por terem solucionado o problema proposto. Pedimos para que alguns alunos comentassem sobre as atividades, respondendo a um questionário, composto por três perguntas e que apresentamos a seguir:

1- O que você aprendeu calculando o custo de construção da quadra em sua escola? O que você mais gostou nesta atividade?
“Eu aprendi mais sobre área e perímetro e também aprendi a importância da Matemática no trabalho dos pedreiros. O que eu mais gostei nessa atividade foi medir a quadra com canudinhos e depois passar a medida em metros e centímetros” (Aluno 1) ³¹
“E gostei mais foi de calcular o preço e em trabalhar em equipe e aprendi muitas formas de contas.” (Aluno 27)
“Aprendemos muitas coisas oque eu mais gostei foi os preços das construções.” (Aluno 9)
2- Como a Matemática pode contribuir para o trabalho dos pedreiros?
“Para ajudá-los a saber o preço dos materiais” (Aluno 9)
“Ela pode contribuir e saber quanto vai gastar em materiais fazendo a área, a calcular os metros da construção e muito mais” (Aluno 1)
“A Matemática é tudo na obra para os pedreiros” (Aluno 10)
3- Você já havia participado de alguma atividade como esta? Gostou? Qual a importância desse tipo de atividades na escola?
“Não. Sim. A importância desse tipo de atividade na escola é que já tem a medida da quadra nova.” (Aluno 10)
“Não lembro e a importância dessa atividade na escola é de aumento o raciocínio.” (Aluno 26)
“Não. Gostei. A gente vai desenvolvendo mais a nossa mente e vai conhecendo mais várias coisas sobre a vida dos pedreiros.” (Aluno 7)
Sim. Gostei. Pode nos ajudar a entender melhor o trabalho dos pedreiros, como calcular quanto vai usar de material e quastar na construção. (Aluno 1)

Tabela 4 – Resposta dos alunos sobre o que aprenderam e mais gostaram no desenvolvimento deste trabalho

Percebemos que apesar das diferentes realidades dos estudantes em uma única sala de aula, trabalhos como este pode estimulá-los a questionar e a participar das aulas. Os alunos sentem-se mais motivados e mais interados com os colegas e professor, possibilitando um bom rendimento dos conteúdos.

³¹ Para preservar a identidade dos alunos vamos enumerá-los de 1 a 35, de acordo com a chamada escolar.

Um trabalho como este possibilita o estudo de vários conceitos matemáticos abordados pelos PCN como requisitos para esta série, como conversões, unidades de medidas, áreas, perímetros, operações elementares com números decimais, construção de tabelas, uso de tecnologias (calculadora), inclusive o uso de softwares como, por exemplo, o uso do Excel para o auxílio dos cálculos e construção das tabelas, porém este não foi possível a realização devido à falta de tempo. O (re)conhecimento e valorização do trabalho realizado pelos pedreiros, inclusive a quantidade de conceitos matemáticos que eles utilizam consideramos ser pontos favoráveis na realização de atividades como esta em sala de aula.

4. Considerações Finais

Acreditamos que esta atividade contribuiu positivamente para a formação dos alunos envolvidos. Aprenderam de forma dinâmica e crítica os conceitos propostos participando do processo de construção do conhecimento matemático, podendo estabelecer conexões entre os conceitos matemáticos da sala de aula com situações do cotidiano deles (neste caso o cálculo do custo para o término da quadra esportiva da escola deles).

Atividades como esta motivam não só os alunos, mas também o professor envolvido neste ambiente de aprendizagem proporcionado pela Modelagem Matemática, oportunizando um olhar diferenciado, mais crítico e com perspectivas de novas estratégias para o ensino da Matemática, contribuindo para sua formação acadêmica e profissional.

5. Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** In: BOLEMA, Rio Claro – SP, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. In: *Perspectiva*, Erechim (RS), v.27, n.98, p.65-74, junho/2003

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, Dirceu dos Santos; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. **O conceito de função em situações de Modelagem Matemática:** Zetetiké – FE – Unicamp – v.13 – n. 23- 80 – jan./jun. 2005.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem.** Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Faculdade de Educação, UNICAMP. Campinas, 1992.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **EtnoModelagem e suas relações com a Educação Matemática na infância.** In: Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

CALDEIRA, Ademir. Donizeti. **Modelagem Matemática e formação de professores: o que isto tem a ver com as licenciaturas?** In: V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. Anais. Ouro Preto: UFOP, 2007.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática: produção e dissolução da realidade.** In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: UFPE, 2004.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática: um outro olhar.** In: Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. Santa Catarina, v. 2, n. 2, p.33-54, jul 2009. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/ademir.pdf>. Acesso em: 18 Ago 2009. 14:05.

LIMA, Elon. Lages. **Matemática e Ensino. Coleção do Professor de Matemática.** Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro. 2001.

SOISTAK, Alzenir Virginia Ferreira; BURAK, Dionísio. **O futebol – proporcionando o ensino aprendizagem da Matemática.** In: Anais do I EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, Londrina, 2004.