



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

HÉLDER ALVES DE OLIVEIRA

**PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL E A MATEMÁTICA
DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA O ENSINO DE MATRIZES**

**Campina Grande, PB
2011**

Hélder Alves de Oliveira

**PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL E A MATEMÁTICA
DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA O ENSINO DE MATRIZES**

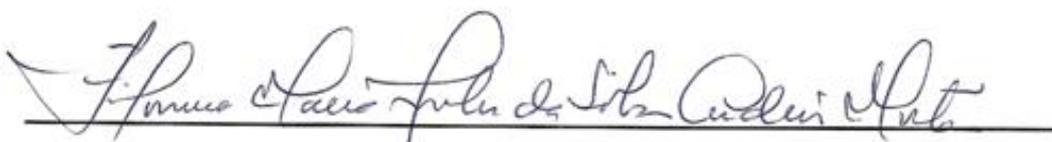
Dissertação apresentada ao Programa de Pós – Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – Linha de pesquisa “Metodologia e Didática no Ensino das Ciências e na Educação Matemática” – como requisito para obter o título de Mestre em educação matemática.

Orientador(a): Prof^a. Dr^a. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita

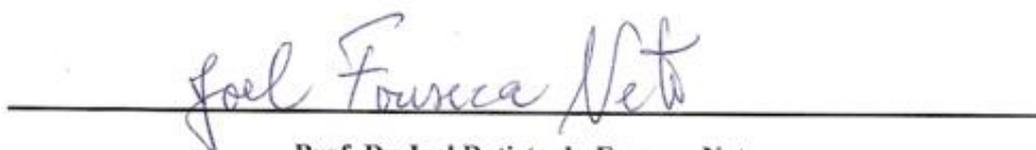
Campina Grande 2011

PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL E A MATEMÁTICA
DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA O ENSINO DE MATRIZES

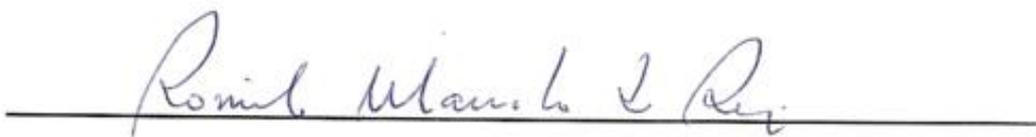
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr^a. Filomena Ma. G. da S. Cordeiro Moita
Orientadora



Prof. Dr Joel Batista da Fonseca Neto
Membro da Banca Examinadora



Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rego
Membro da Banca Examinadora

Campina Grande - 2011

AGRADECIMENTO

A Deus, pela sua infinita sabedoria, fortaleza e misericórdia, que me encorajou nos dias difíceis, mostrando-me que a aurora de uma nova manhã traria uma sol irradiante e com ele a certeza da vitória pelas mãos do seu filho amado Jesus.

A toda a minha família, pelo apoio e por estar sempre presente em minha vida.

Aos meus companheiros do mestrado pelo espírito de união e pelas contribuições e colaborações durante todo o período do curso.

Aos meus mestres Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rego e Prof^a Dr^a. Maria G. da S. Cordeiro Moita, por compartilharem comigo seus ensinamentos, e em especial minha orientadora pelos incentivos e por sua paciência nas orientações.

Ao meu fiel amigo e companheiro Joseildo por compartilhar tantos momentos difíceis ajudando-me a superá-los.

Aos meus amigos Carlos Henrique e José Neto por me acolher em seus lares, sempre prontos a me ajudar nas horas em que mais precisei.

Aos irmãos em cristo da igreja Cristão Maranata de Campina Grande por tantas assistências que me deram durante o curso.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, a minha esposa Tereza Cristina e a minha Filha Ana Vitória, que são as pessoas em que eu sempre me apoiei e que estiveram ao meu lado, lutando contra as adversidades da vida e festejando as vitórias conquistadas.

O desafio que os educadores enfrentam está relacionado à aplicação prática do computador, como elemento integrador no processo de ensino-aprendizagem, e não, como uma simples ferramenta que facilita ou automatiza cálculos.

STIELLER E FERREIRA

FICHA CATALOGRAFICA

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na sua forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

O48p

Oliveira, Hélder Alves de.

Planilha eletrônica Excel e a matemática [manuscrito]:
Desenvolvimento de aplicativo para o ensino de matriz / Hélder Alves
de Oliveira. – 2011.
119 f.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e
Matemática), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual
da Paraíba, 2011.

“Orientação: Profa. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva
Cordeiro Moita, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de matemática. 2. Álgebra. 3. Excel. 4. Aprendizagem.
I. Título.

21. ed. CDD 510

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa qualitativa, voltada para a modalidade estudo de caso, na qual foram utilizadas as TICs, seguindo pressupostos da Teoria Construcionista criada por Seymour Papert, com a finalidade de introduzir os conceitos básicos da álgebra de matrizes por meio da utilização do software Planilha Eletrônica Excel desenvolvido pela Microsoft Corporation. Para a realização da pesquisa utilizamos o OA (Objeto de Aprendizagem) e um minicurso, procurando introduzir os conceitos de soma, multiplicação e cálculo da matriz inversa de uma matriz dada, para que os discentes pudessem observar suas aplicações na resolução de problemas contextualizados e lançar mão desse recurso para resolver sistemas de equações lineares. *A posteriori*, fizemos uma análise através de um questionário, o mesmo revelou que a maioria dos discentes, cerca de setenta por cento, considerou atraente a proposta metodológica, demonstrando um interesse satisfatório pelos conteúdos apresentados por meio da tecnologia. Neste trabalho, inferimos uma proposta metodológica para utilizar o Software Excel no ensino da álgebra de matrizes.

Palavras-chave: Estudo de caso. TICs. Teoria Construcionista. Álgebra de matrizes. Planilha Eletrônica Excel. OA.

ABSTRACT

This paper aims to present the results of a qualitative research focused on the case study method, in which TICs have been used, following the assumptions of constructivist theory created by Seymour Papert, in order to introduce the basic concepts of matrix algebra by using the Excel Spreadsheet software developed by Microsoft Corporation. To conduct the survey used the OA (Learning Objects) and a short course, and to introduce the concepts of addition, multiplication, and calculating the inverse of a given matrix, so that students could observe their applications in solving problems in context and launch hand this feature to solve systems of linear equations. Subsequently, we analyzed through a questionnaire, it showed that the majority of students, about seventy percent, considered attractive methodological proposal, demonstrating an interest in satisfying the content presented through technology. In this work, we infer a methodology for using Excel software in the teaching of matrix algebra.

Keywords: Case study. TICs. Constructivist theory. Matrix algebra. Excel Spreadsheet. OA.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 PANORAMA GERAL DA PESQUISA	13
1.1 Pontos de partida	13
1.2 A experiência que deu origem ao trabalho	18
1.3 A Matemática no ensino médio: uma abordagem tradicional.....	19
1.4 Problemática.....	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	26
2.1 Pesquisa: outros olhares	26
2.2 O caminhar pela teoria.....	29
2.3 Seymour Papert: a aprendizagem em um pressuposto construcionista	32
2.4 Intrucionismo versus Construcionismo	34
2.5 As tecnologias na Educação	35
2.6 Matrizes: um passeio pela história	38
2.7 Álgebra das matrizes	45
3 UTILIZANDO A PLANILHA EXCEL PARA ENSINAR MATRIZES	46
3.1 Nossa percepção	46
3.2 Abordagem dos livros didáticos para o cálculo da matriz inversa.....	54
3.3 Função MATRIZ.INVERSO: cálculo da matriz inversa no Excel	58
3.4 Problemas contextualizados: multiplicação de matrizes.....	60
3.5 Aplicação do cálculo da matriz inversa	64
4 METODOLOGIA.....	69
5 OBJETOS DE APRENDIZAGEM.....	72
5.1 Elaboração do OA.....	73
5.2 Universo da pesquisa	76
5.3 Sujeitos da pesquisa	76
5.4 Instrumentos da pesquisa.....	76
6 ANÁLISE DOS DADOS	78
6.1 Etapas desenvolvidas	78
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
APÊNDICE	89

INTRODUÇÃO

Meu interesse em realizar uma pesquisa em educação matemática surgiu a partir do momento em que percebi, em minha prática profissional, o desgaste de uma metodologia tradicional de ensino que utilizei durante anos e que, a cada dia, ia se tornando mais cansativa. Talvez por ser muito cômoda e fácil de realizar, as aulas que ministrava não causavam nenhum impacto nos aprendizes, e aquela postura passiva que eles assumiam me deixava saturado daquela rotina de trabalho.

Em alguns momentos, percebi que era em vão repetir uma série de exercícios que seguiam a mesma linha de raciocínio, que fazia numa tentativa frustrada, para eles entenderem algo que existia apenas dentro da minha cabeça. Algumas vezes, chegava a desistir de ministrar aulas empregando aquela metodologia, pensando que o tempo pudesse sanar o problema que, depois de muitas reflexões, entendia que não era dos alunos, mas meu, por cair num tradicionalismo que, como professor, recebera como herança de outras gerações. Por causa disso, decidi mudar minha postura pedagógica. No entanto, promover essa mudança na minha prática de ensino não foi fácil, devido a um conjunto de fatores externos que eram verdadeiros obstáculos, tais como: o tempo que tinha para pesquisar e elaborar aulas mais criativas e atraentes não era suficiente, uma vez que lecionava em três escolas diferentes, cada uma em um turno.

Outro fator de suma relevância foi identificar meus erros e procurar um caminho novo para seguir, de forma que pudesse superá-los; buscar em mim humildade suficiente para aceitar críticas e sugestões vindas de discentes. Dessa forma, senti que estava na hora de parar e investir mais na minha capacitação profissional. Tal aprimoramento na minha prática de ensino começou com este trabalho de pesquisa, cujo foco principal é utilizar a tecnologia para lecionar o conteúdo de matrizes por meio do software Excel.

Iniciamos com esse conteúdo e utilizando o referido programa de computador por dois motivos singulares: atualmente, o computador faz parte da rotina de trabalho em diversos setores da sociedade; o software, Planilha Eletrônica Excel, além de ser similar a outras planilhas de cálculo, tem uma série de funções matemáticas que fazem parte do currículo do ensino médio, tais como: o cálculo do determinante de uma matriz; o cálculo da matriz inversa; o produto de matrizes etc. Assim, buscamos, com

este trabalho, promover sugestões que tragam melhorias para o ensino. Nesse trabalho, ainda, segue em anexo um tutorial do Excel para o professor.

1 PANORAMA GERAL DA PESQUISA

1.1 Pontos de partida

A premissa que deu origem a este trabalho de pesquisa surgiu quando, em certa ocasião, levamos para a sala de aula um notebook e um data-show, para uma aula de matemática que ministrariamos sobre geometria analítica, numa turma de 3º ano do ensino médio, em uma Escola da Rede Estadual de Ensino da cidade de João Pessoa. O objetivo era de mostrar aos discentes uma planilha eletrônica com a qual podíamos calcular a distância entre dois pontos quaisquer, no plano cartesiano, e expor sua condição de alinhamento. Foi quando percebemos o entusiasmo e o interesse dos alunos em descobrir como desenvolvemos tal modelo matemático a partir do aplicativo, uma planilha eletrônica Excel. Depois da exposição, começaram a surgir muitos questionamentos vindos dos discentes. A partir de então, começou a nascer um desejo maior pelas aulas, e a frequência e a participação dos discentes aumentaram consideravelmente. A cada aula que ministrávamos, surgia um elemento novo, um olhar diferente, uma atenção mais rigorosa, e, assim apresentamos outros aplicativos com conteúdos que já haviam sido ministrados, só que, dessa vez, com a planilha eletrônica Excel.

Percebemos que a utilização do recurso tecnológico poderia nos auxiliar no processo de ensino. Iniciamos a investigação procurando respaldo teórico-metodológico em artigos, periódicos ou bibliografias que nos apoiassem na idéia que estava amadurecendo – utilizar o computador como ferramenta para ensinar conteúdos matemáticos.

Ao analisar os PCN para o Ensino Médio, encontramos várias propostas pedagógicas, quanto ao uso da tecnologia em sala de aula, para facilitar o ensino de matemática e desenvolver competências e habilidades a fim de preparar o cidadão e inseri-lo na sociedade moderna.

O Ensino Médio no Brasil está mudando. A consolidação do Estado democrático, as novas tecnologias e as mudanças na produção de bens, serviços e conhecimentos exigem que a escola possibilite aos alunos integrarem-se ao mundo

contemporâneo nas dimensões fundamentais da cidadania e do trabalho. (PCNEM, 2000, p. 4)¹

Nessa afirmação extraída dos PCN² para o Ensino Médio, vemos que a escola precisa adotar novas metodologias de ensino, que sejam capazes de integrar os aprendizes com a nova realidade social que estamos vivendo e capacitá-los para essa nova realidade, uma vez que a sociedade, a ciência e a tecnologia têm passado por muitas transformações, principalmente no campo da tecnologia.

Segundo Monteiro (1995, sp),

[...] é preciso ir muito além do que se faz hoje, utilizando-se o computador como estratégia de apoio aos conteúdos curriculares e como instrumento de estimulação à colaboração e a motivação do aprendiz. É preciso que trabalhemos muito para formar pessoas mais sensíveis e capazes de estabelecer novas éticas, à altura dos desafios que nos coloca a nova comunicação.

Como a escola desempenha um papel de grande importância na formação do cidadão, a possibilidade de lançar mão de um recurso tecnológico para expor um determinado conteúdo, adaptando-o à realidade cotidiana do aluno, seria muito importante, em se tratando da disciplina Matemática, por ser considerada pelos alunos como uma matéria cujos conteúdos não são úteis para sua rotina diária ou a vida prática.

Stieller e Ferreira (Apud BORGES NETO, 1998) afirmam que, apesar de o papel do computador, no ensino de Matemática, ser o de apresentar uma nova lógica para problemas antigos, por meio da manipulação e da simulação que a máquina produz, ele não termina aí. Assim, o desafio que os educadores enfrentam está relacionado à aplicação prática do computador, como elemento integrador do processo de ensino-aprendizagem, e não, como uma simples ferramenta que facilita ou automatiza cálculos (STIELLER E FERREIRA Apud LÉVY, 1993).

Ainda segundo os PCN do Ensino Médio, a nova sociedade que surge após a revolução tecnológica, assim como seus desdobramentos na produção e na área da informação,

[...] apresentam características possíveis de assegurar à educação uma autonomia ainda não alcançada. Isto ocorre na medida em que o desenvolvimento das competências cognitivas e culturais

¹PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

² PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio.

exigidas para o pleno desenvolvimento humano passa a coincidir com o que se espera na esfera da produção. (2000, PCN, p. 11)

O texto citado, implicitamente, quer dizer que o desenvolvimento da sociedade atual está atrelado aos avanços da tecnologia ocorrido nos últimos anos, e que a escola deve dar sua contribuição para o pleno desenvolvimento cognitivo do indivíduo, para que ele possa interferir na formação dessa sociedade e contribuir com ela.

Ponte e Canavarro (1997, p. 24) assim se expressam sobre a necessidade de mudanças na educação:

A escola corre o sério risco de ser cada vez mais rejeitada pelos jovens, surgindo lhes como representante de uma cultura de outra época, como uma instituição defasada do seu tempo. Para a maioria dos alunos, os assuntos tratados nas aulas não despertam grande interesse. Muitas vezes isso não resulta propriamente dos assuntos em si, mas da forma como são apresentados, de maneira formal, rígida, como matérias a aceitar e não como problemas a investigar. Os próprios professores estão presos a uma concepção do saber estático, cristalizada, que vê o currículo como uma simples sequência de tópicos e subtópicos. Uma escola que não proporcione aos seus alunos e professores a oportunidade de se poderem envolver numa forma ativa no estudo de novos problemas, no prosseguimento de novos interesses, na criação de novas atividades e formas de trabalho, em suma, no desenvolvimento de novas aprendizagens falha necessariamente nos seus objetivos.

Além das mudanças na forma de ensinar o texto, os autores apontam a importância de se usar o computador como ferramenta para obter tais transformações no contexto educacional e na formação ideológica, visando preparar o discente para o exercício da atividade profissional. Deparamo-nos, assim, com questões intrigantes, tais como: Qual seria a melhor forma de utilizarmos aquele recurso tecnológico para que ele promova a formação do conhecimento no discente? Como poderíamos criar um ambiente de ensino que nos fosse favorável?

Foi a partir dessas indagações que nasceu dentro de mim um sentimento de empolgação para iniciar um trabalho de pesquisa mais substancial, pois a escola onde leciono dispunha de alguns recursos tecnológicos que me auxiliariam na implantação da nova forma de ensinar conteúdos matemáticos. Nela temos um laboratório de informática com 16 computadores e um data-show, que não são utilizados pelos docentes e, por esse motivo, já estavam ficando sucateados.

Isso nos levou a novas reflexões quanto a nossa prática docente. Limitados ao âmbito escolar, especificamente em sala de aula, não conseguiríamos atingir a nossa meta. Seria preciso aprofundar os estudos relativos à utilização daquele recurso didático, para saber manipulá-lo de forma adequada e alcançar os objetivos que almejávamos.

Quando enveredamos por esse caminho, tínhamos a plena consciência de que não bastava utilizar o computador para reproduzir aquilo que já fazíamos, pois utilizar os computadores para auxiliar os aprendizes a realizarem tarefas sem compreender o que estão fazendo é uma mera informatização do atual processo de ensino e aprendizagem (VALENTE, 1999).

Ressaltamos que utilizar o computador como suporte para o ensino, a fim de promover uma metodologia mais atraente, é um caminho novo que se inicia para a construção de uma escola atual. E como a sociedade tem acompanhado os avanços tecnológicos, inserindo o computador na rotina cotidiano de vários profissionais, a escola não pode deixar de lançar mão desse recurso para retratar a realidade moderna. Sobre isso, Ponte (1997, p. 30) afirma que

o computador pode ainda ser utilizado como uma ferramenta e trabalho, aberta e flexível para o armazenamento e processamento de informação, em numerosas profissões, tanto de natureza técnica, como administrativa, como de investigação científica. Diversos programas utilitários são de aprendizagem relativamente simples e permitem a execução de uma variedade de tarefas. Podem indicar-se em especial, programas de processamento de texto, desenho livre base de dados, edição eletrônica, folha de calculo, gráfico e tratamento estatístico de dados... Nessa perspectiva, as novas tecnologias surgem como instrumentos para serem usados livre e criativamente por professores e alunos.

Conhecendo os benefícios que as tecnologias podem trazer para a área educacional, é importante que o professor procure obter as vantagens que o uso adequado do computador, bem como o de qualquer outro recurso tecnológico, pode oferecer aos discentes na sala de aula. Em relação a isso, Ponte e Canavarro (1997) ressaltam a influência das tecnologias no processo de ensino, destacando o sucesso de experiências realizadas com o computador e a calculadora. Essas ferramentas facilitam a compreensão de cálculos e ajudam na manipulação simbólica de operações algébricas matemáticas, uma vez que as máquinas são mais eficientes na realização dessas tarefas. Elas incentivam o investimento no desenvolvimento de competências intelectuais mais

avançadas, como o raciocínio lógico dedutivo, a agilidade na resolução de problemas e a capacidade crítica, que estão além da simples compreensão das operações matemáticas fundamentais. Também valorizam o significado da representação gráfica e de novas formas de notações, permitindo outras abordagens às situações matemáticas, que podem substituir os processos formais de cunho puramente algébrico ou analítico. Ainda dão margem à criação e à elaboração de projetos e atividades de modelagem e de investigação, que os discentes podem explorar para compor sua experiência matemática. Por fim, possibilitam o engajamento dos discentes em atividades mais profundas e significativas, porquanto contribuem para o desenvolvimento de atitudes positivas, em detrimento da disciplina, criam uma visão mais adjacente, no tocante a sua natureza real, e oferecem oportunidades para que os discentes possam ser mais bem sucedidos na aprendizagem da matemática.

Os recursos tecnológicos surgem como uma ferramenta capaz de superar obstáculos e quebrar paradigmas que estão arraigados na cultura da prática docente há anos, em muitas sociedades, em especial, na brasileira, onde, ainda hoje, predomina o modelo tradicional de ensino, apoiado em um conjunto de técnicas metódicas seguidas de uma sequência de exercícios repetitivos, com a finalidade de que os discentes memorizem determinados conceitos para reproduzi-los em contextos puramente abstratos, quase sempre, sem qualquer vínculo com sua realidade.

Diante dessas afirmações, acreditamos que as tecnologias podem trazer vantagens que auxiliem no ensino e promovam um processo de aprendizagem mais atraente para os discentes. Esse é o nosso ponto de vista. No entanto, a eficácia de tal recurso para o ensino de matemática será verificada e evidenciada no decorrer deste trabalho de pesquisa que realizamos. Não queremos comprovar tampouco demonstrar uma teoria, sua eficiência e veracidade. Apenas nos propomos a investigar um modelo que possa ser utilizado com fins educacionais, visando contribuir para a melhoria da educação, diante de uma realidade próxima a nós.

1.2 A experiência que deu origem ao trabalho

Neste item, descreveremos a experiência feita em sala de aula com alunos do terceiro ano do ensino médio de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa.

Após termos ensinado os conteúdos de *distância entre dois pontos no plano cartesiano e condição de alinhamento entre três pontos*, ainda no modelo tradicional, utilizando apenas o quadro e o giz, procuramos mostrar como seria possível criar uma planilha de cálculo no software Microsoft Excel que nos fornecesse tal informação. Para isso, desenvolvemos então a seguinte planilha:

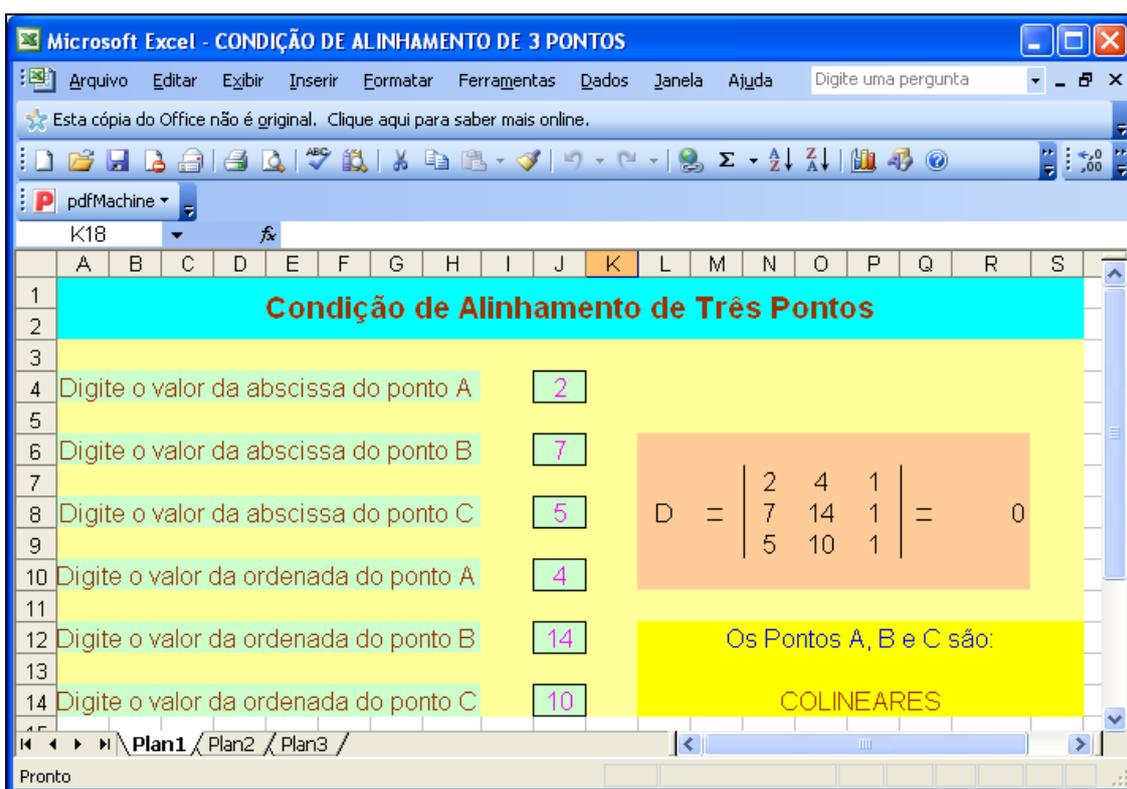


Figura 1 – Condição de alinhamento de três pontos

Fonte: Desenvolvida pelo autor (Hélder Alves de Oliveira)

A planilha exibida na Figura 1, que criamos, é capaz de verificar se três pontos no plano cartesiano são colineares ou se são os vértices de um triângulo. Essas condições são verificadas quando digitamos, nas células J4, J6, J8, J10, J12 e J14, as coordenadas dos três pontos, conforme indicado ao lado, considerando os pontos como sendo A, B e C.

Ao digitar os valores das coordenadas dos pontos para a função REP, que é disponibilizada no Excel, construímos o determinante D, indicado ao lado direito da

tela. Imediatamente, quando fazemos isso, a célula R8, que está programada com a função `MATRIZ.DETERM`, calcula automaticamente o valor de D. Em seguida, a célula M14, que está formatada com a função lógica `SE`, apresenta o valor `COLINEARES` se $D=0$ e `SÃO VÉRTICES DE UM TRIÂNGULO`, caso contrário.

Quando criamos essa planilha de cálculo na sala de aula, utilizando um notebook e um data-show, a nossa intenção era apenas de mostrar aos alunos que o conhecimento de Matemática que detínhamos, aliado a um pouco do de informática, poderia concretizar aquilo que era abstrato e que só existia no nosso pensamento.

Aquela aula causou-nos um impacto inesperado, e o olhar opaco e distante que, em tantas aulas, víamos nos discentes, transformou-se e surgiu um brilho que outrora jamais tínhamos visto. A atenção e a curiosidade ficavam cada vez mais intensas, e à medida que íamos elaborando cada etapa do experimento, as perguntas a respeito do software e suas aplicações perduraram por muitas aulas naquela turma depois daquele dia. Foi assim que nos sentimos na obrigação de criar um projeto que resgatasse o brilho nos olhos dos nossos aprendizes e o interesse deles pela Matemática, tendo como nosso aliado, o recurso tecnológico.

1.3 A Matemática no ensino médio: uma abordagem tradicional

Quase todas as aulas de Matemática, no Ensino Médio, ainda são ministradas no modelo tradicional. Isso porque a maioria dos professores segue livros-texto que não são atrativos e, portanto, não despertam interesse nos alunos, as aulas resumem-se à aplicação de problemas e suas soluções, o que as torna cansativas, desagradáveis e até difíceis de entender. O nível de abstração com que apresentam os conteúdos matemáticos, em alguns deles, é muito elevado, sem contar com o formalismo e o rigor da linguagem científica. Isso faz com que os alunos tenham antipatia pela disciplina e, conseqüentemente, adquirem uma aprendizagem deficitária.

Geralmente, os professores costumam expor as definições de determinados conteúdos matemáticos e, em seguida, resolver uma série de exercícios utilizando essas definições. No entanto, quando os alunos se deparam com problemas vividos em seu cotidiano, não sabem como empregá-las para resolvê-los e terminam não fazendo o problema, ou, quando o fazem, não chegam à resposta correta.

Convivemos com isso durante muito tempo, em nossa prática docente, e resolvemos mudar, ao perceber que estamos vivendo uma nova era, a era da informação rápida ou a era da informática.

Nos dias atuais, a informação chega até as pessoas de forma muito veloz. Hoje não enviamos mais uma correspondência para relatar um fato da nossa vida ou nos comunicarmos com alguém que conhecemos ou com algum parente distante, porque fazemos isso através de e-mails.

Diante desse quadro, mudar o procedimento metodológico passou a ser uma meta a alcançar e resolvemos fazer isso iniciando com o conteúdo de matrizes com os alunos do segundo ano do ensino médio. Escolhemos esse conteúdo por ser considerado um assunto novo no campo da álgebra, com pouco mais de 150 anos, e por estar associado a outros conteúdos, como sistemas lineares e determinantes. Some-se a isso o fato de ter uma importância considerável no ramo da álgebra. Doravante faremos um comentário acerca da escolha do conteúdo.

Segundo Messias, Franco e Fonseca (2006), o ensino de matrizes encontra-se deficitário, devido ao uso exacerbado de símbolos algébricos e de regras que são utilizados pelos professores em suas aulas expositivas. Eles afirmam que os livros didáticos são inadequados por apresentarem conceitos confusos e linguagem inadequada, com raras contextualizações nos exercícios e nas definições feitas, onde os conteúdos expostos seguem uma sequência formal arcaica e ultrapassada. Nosso olhar crítico em relação às afirmações dos autores é no sentido de que sua intenção é mostrar que os conceitos e as definições relativos ao tema estudado devem estar associados à vivência dos discentes e se ligarem o outro, formando uma sequência lógica para que seja possível se verificar sua coerência.

Na visão de Sanches (2002), o ensino de matrizes apresenta-se em um verdadeiro descompasso em relação aos avanços tecnológicos. Ela afirma que o ensino de matrizes está resumido numa mera transmissão de regras, descontextualizado da realidade dos discentes e da própria matemática, e que os conteúdos de matrizes e determinantes ministrados no ensino médio servem apenas como ferramentas auxiliaadoras na resolução de sistemas de equações lineares. Dessa forma, é desconsiderada a evolução de seu conceito no tempo, e seu verdadeiro significado se perde.

Neste trabalho de pesquisa, a escolha pelo estudo de matrizes deu-se pelo fato de que, atualmente, além de a matriz ser uma ferramenta poderosa, no contexto matemático, e estar sendo utilizada em várias áreas do conhecimento, se for associada ao recurso tecnológico, por analogia, pode produzir resultados satisfatórios no tocante à formação de conceitos. Além disso, quando tratamos uma matriz segundo as definições propostas por autores de livros didáticos do ensino médio, abrimos mais um caminho para estudar mais detalhadamente a interpretação e a compreensão de tabelas, o que favorece na tomada de decisões e dá margem ao desenvolvimento do pensamento crítico. Sobre esse aspecto, Sanches (2002, p. 7) refere:

A álgebra das matrizes tem importância significativa para várias ciências e encontra, cada vez mais, aplicações em diversos setores como a Economia, a Engenharia e Tecnologia, etc. Se não ocorrer uma aprendizagem significativa e relevante dos conceitos de matrizes, os estudantes poderão apresentar dificuldades, em níveis mais avançados, para compreender e aplicar outros conceitos relacionados, tais como conceitos de programação, computação gráfica, custos de produção, teoria dos grafos, circuitos elétricos, modelos econômicos lineares, entre centenas de outros.

Ressalte-se, também, que a formação de tais conceitos, em especial, o de matrizes, ora aqui mencionados, na concepção de Miguel (2007, p. 190-194), deve considerar, como teses centrais da ação na situação de ensino e aprendizagem, as perspectivas de contextualização, historicização e enredamento, o que corrobora o pensamento de Sanches. Tal contextualização, à qual o autor faz alusão, está relacionada com o aspecto sociocultural do qual o aprendiz faz parte: a historicização é o processo que se coloca em evidência como as idéias matemáticas evoluem, formando um todo orgânico, ou seja, é um processo de construção. O enredamento, por sua vez, é a organização das idéias matemáticas em articulação com as diversas áreas do conhecimento, posto que elas não surgem do nada.

No campo da Informática, o estudo de matrizes é um recurso importante na criação de software em diversos setores, como, por exemplo, na indústria, e, em especial, na teoria dos grafos³. Por isso consideramos importante o conteúdo de matrizes como ponto de partida para o nosso trabalho de pesquisa, utilizando a planilha eletrônica Excel, a fim de alcançarmos os pontos de vista colocados pelos autores.

³ Teoria dos Grafos: Tem suas origens em jogos e recreações matemáticas. Sua criação atribui-se ao matemático Leonhard Paul Euler. Tem sido aplicada em muitas áreas, como: Informática, Investigação Operacional, Economia, Sociologia, Genética etc.

1.4 Problemática

Preocupados com a desmotivação dos alunos, no que diz respeito aos conteúdos estudados na disciplina de Matemática, e por estar acompanhando os avanços da tecnologia, no seio da sociedade moderna, sobretudo no que concerne à educação, e por exercer a função de docente em escolas públicas, senti-me motivado a refletir sobre o uso da tecnologia da informática e de recursos metodológicos que promovessem um ambiente de estudo mais atrativo para o ensino dessa disciplina. Gravina e Santarosa (1998) afirmam que ambientes informatizados são ferramentas que dão suporte ao processo de ensino e aprendizagem, embora tais ambientes tenham sido implantados de forma acanhada, devido à questão da adaptação ao contexto educacional e que, portanto, incorporá-los na prática docente é um grande desafio.

Os novos modelos de educação devem apontar para um profissional com perfil diferente, preparado para conviver numa sociedade que sofre mudanças violentas, tanto no campo da tecnologia quanto no da indústria, e em quase todos os setores. Dessa forma, eles precisam ser capazes de construir seu conhecimento e tornam-se sujeitos ativos do processo em que a intuição e a descoberta são elementos privilegiados e primordiais no processo dessa construção.

Diante desse cenário criado pelas transformações sociais, o professor deve deixar de ser um mero transmissor do conhecimento que, às vezes, é arcaico e ultrapassado devido à maneira como é transmitido, e passar a atuar como elo de transmissão entre aprendiz e conhecimento, para auxiliar na construção da sua formação ideológica e em seu desenvolvimento cognitivo. Nessa nova perspectiva de ensino, o aprendiz não deve ser visto como um ser vazio, simplesmente um espectador. Devemos levar em consideração o conhecimento prévio que detém, dando-lhe condições de desenvolver suas potencialidades a partir de suas habilidades pessoais. No contexto atual, devido às inovações por que a sociedade vem passando, o professor, que é parte integrante e sujeito ativo, colaborador desse novo paradigma social, ao qual a educação está intrinsecamente ligada, deve procurar atualizar-se constantemente, a fim de dar sua parcela de contribuição, para que o aprendiz alcance o perfil que é exigido nos níveis sociais.

A tecnologia da informática reúne características importantes que, se forem exploradas de forma consciente e com objetividade, podem dar uma contribuição eficaz no ensino e na construção do conhecimento. Ela pode despertar a motivação e o interesse do aprendiz, por estar presente no seu dia a dia em, praticamente, todos os ramos da sociedade. A priori, sua criação e seu desenvolvimento não previam fins educacionais, mas, por estar atrelada às mudanças e aos avanços que temos acompanhado nos últimos anos, temos que lançar mão dela como recurso auxiliador na formação cidadã no âmbito escolar. Inserir o computador no convívio escolar, tornando-o parte da prática docente, embora seja um grande desafio, é uma realidade que não podemos marginalizar.

Papert (2001) faz um comentário que é de suma importância e que nos instiga a refletir sobre a nossa prática docente. Ele afirma, numa parábola que criou, que a educação não acompanha as mudanças que ocorrem na sociedade. Assim, para que a educação e o ensino resistam ao tempo e às mudanças sociais oriundas do avanço tecnológico e científico, e ainda mais, para que os sistemas educacionais tenham credibilidade e eficácia, precisamos abraçar uma proposta pedagógica pautada na realidade cotidiana. Nesse sentido, o papel do professor sobe mais um degrau no processo de construção do conhecimento e no ato de ensinar. A relação professor-aluno que, há muitos anos, distanciou um do outro, devido à postura tradicional assumida por muitos, deve ser deixada de lado e dar lugar a uma relação interativa, por meio da qual ambos busquem a motivação no processo educacional de ensino e na convivência mútua. Trilhar nesse novo caminho de interação e participação culmina numa educação de qualidade, que é o que todos almejam.

Com os projetos de informatização nas escolas públicas, criados pelos governos em vários estados, muitas escolas públicas já dispõem de laboratórios de informática, no entanto, usar esse recurso adequadamente, fazendo com que ele possa proporcionar mudanças nas modalidades de ensino, é a nossa maior preocupação. A respeito disso, Almeida (1999, p. 19) afirma:

Estamos em um momento em que a disseminação do computador na educação atingiu larga escala. Mas o impacto das mudanças que poderia provocar ainda não ocorreu, embora existam modalidades de uso cujos ambientes de aprendizagem informatizados possam contribuir para transformações.

Diante dessa perspectiva, o professor assume um papel fundamental o de fazer com que esse recurso não entre em desuso, não se torne um simples amontoado de equipamentos eletrônicos que, com a ação do tempo, venham deteriorar-se. Alguns docentes ainda resistem em não empregar recursos tecnológicos que possibilitem um ensino mais atraente, talvez, pela falta de planejamento ou de capacitação ou por preconceito. Assim, compactuamos com o que afirma D’ambrosio (1990, p. 17), quando ele explicita a importância da utilização de computadores no contexto educacional, como mostra este seu discurso:

Creio que um dos maiores males que a escola pratica é tomar a atitude de que computadores, calculadoras e coisas do gênero não são para as escolas dos pobres. Ao contrário: uma escola de classe pobre necessita expor seus alunos a esses equipamentos que estarão presentes em todo o mercado de futuro imediato. Se uma criança de classe pobre não vê na escola um computador, como jamais terá oportunidade de manejá-lo em sua casa, estará condenada a aceitar os piores empregos que se lhe ofereçam. Nem mesmo estará capacitada para trabalhar como um caixa num grande magazine ou num banco. É inacreditável que a Educação Matemática ignore isso. Ignorar a presença de computadores e calculadoras é condenar os estudantes a uma subordinação total a subempregos.

Uma simples calculadora, ainda que tenha poucas funções, quando utilizada de forma coerente pelo professor pode trazer resultados inesperados. Além disso, devemos levar em consideração que o computador pessoal, no contexto atual, tem se tornado tão popular quanto muitos equipamentos eletrônicos. A maioria dos discentes tem acesso a ele de várias formas: em *lan houses*, em casas de parentes ou no próprio lar. Em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs),

[...] a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. A atividade matemática não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. O ensino da Matemática deve relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras) e também relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, deve favorecer conexões com outras disciplinas, com o cotidiano do aluno e também conexões com os diferentes temas matemáticos. O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem (BRASIL - b, 1997, p. 19).

Portanto, tendo em vista os aspectos que aqui expusemos o fato de que nossa visão educacional está focada nas transformações que a tecnologia da informação tem promovido na sociedade, neste trabalho de pesquisa, **buscamos analisar o impacto que o uso da planilha eletrônica Excel pode causar no ensino de matrizes aos discentes, com base em pressupostos construcionistas.**

Além disso, o presente trabalho tem como objetivo geral investigar as contribuições do software supracitado para o ensino de matrizes, segundo a Teoria Construcionista criada por Seymour Papert.

A fim de alcançar essa meta e desenvolver a pesquisa com alunos do ensino médio, elaboramos algumas etapas que se constituíram em: compreender a linguagem algébrica abstrata da definição de matrizes por analogia à planilha eletrônica Excel; efetuar as operações de adição e multiplicação de matrizes, por meio da criação de modelos de aplicativos desenvolvidos na referida planilha; determinar a inversa de uma matriz “A” dada, utilizando como recurso as potencialidades oferecidas pela planilha eletrônica Excel; determinar a incógnita de uma equação matricial, criando modelos de aplicativos na planilha eletrônica Excel; determinar a solução de sistemas de equações lineares, construídos de acordo com problemas cotidianos sugeridos, a partir de equações matriciais com modelos de aplicativos desenvolvidos na planilha eletrônica Excel.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica que dá respaldo a este trabalho de pesquisa está estruturada em dois momentos que se complementam. No primeiro, buscamos, na literatura, pesquisas que já haviam sido realizadas em Educação Matemática, utilizando o recurso da tecnologia, em especial, o *software*⁴ Excel, para auxiliar no processo de ensino de algum conteúdo de Matemática, expondo alguns objetivos dos autores e os resultados alcançados em suas pesquisas, bem como suas percepções acerca do uso da tecnologia.

Em seguida, selecionamos o autor que fosse capaz de traduzir aquilo que pretendia realizar e descobrimos as ideias de Seymour Papert, que convergiram para o que tinha em mente, no sentido de fundamentar este trabalho de investigação.

2.1 Pesquisa: outros olhares

O uso da tecnologia no ambiente escolar tem sido, nos últimos anos, objeto de estudo de muitos pesquisadores. Em relação à planilha eletrônica Excel, desenvolvida pela *Microsoft Corporation*, há vários trabalhos de pesquisa publicados, em que se utiliza esse *software* para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Isso devido à grande versatilidade e interação do usuário com o software, bem como a enorme variedade de funções disponíveis, das quais o aprendiz pode lançar mão para criar seus próprios modelos a fim de resolver problemas específicos. Vejamos, agora, autores que desenvolveram ou escreveram trabalhos de pesquisa utilizando a Planilha eletrônica Excel.

Merchede (2001), autor do livro “Matemática financeira para usuários do Excel e da calculadora HP-12c”, mostra soluções práticas de problemas relacionados a conteúdos básicos do ensino fundamental, como: porcentagem, juros simples, descontos simples, equivalência de capitais e juros compostos, obtidas com o uso do Excel. Nos livros de Matemática voltados para esse nível do ensino, tais conteúdos, embora estejam presentes no cotidiano da sociedade moderna e façam parte do dia a dia do aluno, mesmo de forma implícita e imperceptível por ele, não são tratados da mesma forma pelos autores, com o uso da tecnologia.

⁴ Software: Programa ou aplicativo de computador desenvolvido para realizar tarefas específicas.

É lamentável o fato de os professores do Ensino Fundamental e Médio adotarem bibliografias que assumem essa postura, uma vez que a escola tem como papel primordial preparar o cidadão para inseri-lo no convívio social, e a maioria das empresas faz uso da tecnologia, tanto no setor produtivo quanto no de serviços. Não obstante o objetivo de cada seguimento da sociedade seja diferente, sempre há um viés em comum. Em relação a isso, Leme (2007, p. 31) afirma:

Considera-se importante destacar que o emprego das tecnologias no ambiente de trabalho dos setores produtivos e de serviços apresentam objetivos diferentes do uso nos ambientes de aprendizagem dos sistemas de ensino. Enquanto no ambiente de trabalho, os objetivos do uso das tecnologias são proporcionar produtividade, agilidade e resultados no curto prazo; no ambiente de aprendizagem, a tecnologia é usada como ferramenta de ensino que auxilia o aluno em cada etapa da construção de seu conhecimento e, portanto, nesse processo o fator tempo não é o mais importante e, sim, a aprendizagem.

O trabalho realizado por Leme (2007) lhe conferiu o título de mestre em Educação Matemática pela PUC-SP⁵ e teve como objetivo explorar as potencialidades da planilha eletrônica Excel, utilizando juros e montante da matemática financeira com um grupo de alunos. A pretensão do pesquisador era fazer com que os aprendizes criassem seus próprios modelos, a fim de resolver problemas específicos do conteúdo escolhido.

Azevedo (2008) realizou um trabalho de pesquisa utilizando a TI⁶ para desenvolver conceitos matemáticos através de projetos de construção civil. O referencial teórico seguido pelo autor teve embasamento nas concepções de Papert. Ele buscou relacionar conteúdos de Geometria com Matemática Financeira utilizando os seguintes softwares: Arcon e a Planilha eletrônica Excel. A priori a ideia ou objetivo principal de Azevedo (2008) era criar um ambiente de aprendizagem construcionista através dos softwares. O Arcom, com a finalidade de explorar os conceitos de geometria plana e espacial, e o Excel, para efetuar cálculos da matemática financeira nos projetos elaborados.

⁵ PUC-SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

⁶ TI: Tecnologias da informática

Stieler (2007), valendo-se da metodologia da engenharia didática, desenvolveu um trabalho de pesquisa na UNIFRA⁷ com alunos do oitavo semestre do Curso de Matemática, utilizando a planilha eletrônica Excel para desenvolverem conceitos de capitalização simples e composta e desconto simples. Tais conceitos foram introduzidos através de situações-problema em que foi empregado o software. Segundo o autor (2007), o resultado obtido foi muito satisfatório.

Stieler (2007, p. 20) afirma:

É imprescindível que o professor perceba e saiba a importância dos recursos computacionais para o bom desempenho e eficácia do trabalho escolar. A tecnologia, além de renovar o processo de ensino-aprendizagem, pode propiciar o desenvolvimento integral do aluno, valorizando o seu lado social, emocional, crítico e ainda deixar margens para a exploração de novas possibilidades de criação.

A afirmação feita pelo autor é de suma importância porque ainda há muita resistência por parte dos professores nas escolas públicas em querer utilizarem as tecnologias para auxiliar em suas aulas. Segundo Tajra (2001), os argumentos que eles utilizam para justificar sua postura pedagógica são a falta de investimento por parte dos diretores, a formação acadêmica, em que não abordaram sobre o uso das tecnologias, a falta de recursos tecnológicos nas escolas e os salários muito baixos. Acreditamos relevante colocar essas afirmações porque o trabalho desenvolvido por Stieler (2007) foi, justamente, com estudantes do Curso de Matemática. Isso mostra que, nas universidades, já estão sendo realizados programas de Mestrado em que se destaca a preocupação com a formação acadêmica dos profissionais da área de Educação.

Neste item, pretendíamos mostrar que, apesar de estarmos propondo o uso da planilha eletrônica Excel para construir a formação de conceitos nos aprendizes com o conteúdo de matriz, não somos os pioneiros a fazer isso. A diferença entre o nosso trabalho e os outros estudos está na escolha do conteúdo e na elaboração do OA⁸, que fizemos no decorrer do Curso de Mestrado em ensino de Ciências e Matemática da UEPB⁹.

⁷ UNIFRA: Centro Universitário Franciscano - RS

⁸ AO: Objeto de Aprendizagem. No item 3.1, iremos detalhar a respeito dessa mídia.

⁹ UEPB: Universidade Estadual da Paraíba.

2.2 O caminhar pela teoria

Nossa pesquisa, baseada no uso do computador como ferramenta para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, em especial, o de matrizes, tem como principal apoio teórico as concepções de Seymour Papert. Em seu célebre livro, “A máquina das crianças”, escrito e publicado na década de 1980, o autor deixa implícito, numa parábola proferida no início do livro, que a escola precisa acompanhar o desenvolvimento da sociedade moderna, no que diz respeito ao uso do computador. Eis o conteúdo da parábola:

Imaginemos viajantes do tempo de um século atrás – um grupo de cirurgiões e outro de professores do ensino fundamental – cada qual mais ansioso para ver o quanto as coisas mudariam nas respectivas profissões em 100 anos ou mais no futuro. Imagine o espanto dos cirurgiões entrando em uma sala de cirurgia de um hospital moderno. Embora pudessem perceber que algum tipo de operação estava ocorrendo e até mesmo adivinhar qual o órgão operado, na maioria dos casos seriam incapazes de imaginar o que o atual cirurgião estaria tentando fazer ou qual a finalidade dos muitos instrumentos estranhos que ele e sua equipe cirúrgica estavam utilizando. Os rituais de antissepsia e anestesia, os sons de alarmes dos aparelhos eletrônicos e até mesmo as luzes intensas, tão familiares às platéias de televisão, seriam completamente estranhos para os visitantes. Os professores viajantes do tempo reagiriam de forma bem diferente a uma sala de aula do ensino fundamental. Eles poderiam sentir-se intrigados com alguns objetos estranhos. Iriam constatar que algumas técnicas convencionais mudaram – e provavelmente discordariam entre si se as mudanças foram para melhor ou para pior -, mas perceberiam plenamente a finalidade da maior parte do que se estava tentando fazer e facilmente poderiam assumir a classe (PAPERT, 2001, p. 17).

Como evidenciamos, a parábola que o autor utiliza para fazer uma comparação com os dois grupos de profissionais - médicos e professores - infere que, embora haja mudanças no contexto escolar, não haveria mudanças no modo de os professores transmitirem o conhecimento. Papert quis dizer com isso que as mudanças acontecem na sociedade, mas a postura pedagógica dos professores não muda. Ele faz outra colocação em relação ao seu pensamento, ao referir-se à parábola:

A parábola levanta a pergunta: por que, durante um período em que tantas atividades humanas foram revolucionadas, não vimos mudanças semelhantes na forma de ajudarmos nossas crianças a aprender? (PAPERT, 2001, p. 18)

Fica claro que, sob o ponto de vista de Papert, a escola precisa adotar uma nova postura pedagógica para se adaptar às exigências oriundas das transformações por que as sociedades passam.

Há quase trinta anos, Papert já expunha que o computador poderia ajudar a criança na construção do conhecimento e que problemas abstratos e de difícil compreensão poderiam se tornar mais concretos e transparentes.

No meu caso, ocorreu uma virada no início da década de 1960, quando os computadores mudaram na essência o meu modo de trabalhar. O que mais me impressionou foi que determinados problemas abstratos e difíceis de captar tornaram-se concretos e transparentes e que certos projetos potencialmente interessantes, mas complexos demais para empreender, tornaram-se manejáveis. Ao mesmo tempo, tive minha primeira experiência de empolgação e do poder de domínio que mantêm as pessoas trabalhando noite a dentro com seus computadores. Percebi que as crianças poderiam ter condições de desfrutar das mesmas vantagens – um pensamento que mudou a minha vida. (PAPERT, 2001, pp. 27- 28)

Outro ponto relevante no tocante ao uso do computador na escola para a construção do conhecimento do aprendiz é que ele, o computador, pode minimizar os obstáculos encontrados pelos professores ao explorar o conhecimento prévio dos discentes. Em relação a isso, Papert (2001, p. 30) refere:

O problema central para a educação matemática é encontrar maneiras de valer-se da vasta experiência da criança em matemática oral, mas os computadores podem fazer isso.

Hoje, para nós, tais experiências que o autor menciona consistem no conhecimento que o aprendiz já tem a respeito de um determinado objeto, como, por exemplo: mesmo que os alunos não conheçam a planilha eletrônica Excel, eles utilizam o computador com outras finalidades, outros aplicativos e sabem manipulá-lo. Explorar esse conhecimento de forma que ele possa auxiliar na construção de outros conhecimentos específicos é um desafio para os professores. Papert é o criador da Teoria Construcionista, concepção que defende o uso do computador como ferramenta para auxiliar no desenvolvimento cognitivo do aprendiz.

O Construcionismo, uma teoria da aprendizagem que adotamos como respaldo teórico da nossa pesquisa, tem influenciado vários autores quanto ao uso do computador como facilitador da aprendizagem, principalmente por ter causado uma grande

revolução no campo da informação, proporcionado pela informática nas sociedades, através dos sistemas de redes¹⁰, e ter conquistado lugar em todos os setores: indústria, comércio, prestação de serviços, entre outros. Tajra (2001, p. 26) assevera que,

nos últimos anos, surgiram, de forma nunca vista antes, inclusive nos aspectos quantitativo e qualitativo, grandes mudanças tecnológicas, principalmente no campo da microeletrônica e das telecomunicações, as quais proporcionaram o desenvolvimento em diversas áreas: [...]. Todas essas evoluções científicas foram também favorecidas pela informática, que possibilita o embasamento e aprimoramento dos processos de produções e pesquisas.

A afirmação de Tajra (2001) coloca a informática com um veículo que veio contribuir com a revolução tecnológica que a sociedade tem alcançado.

No que diz respeito ao uso do computador, como ferramenta para proporcionar mudanças significativas no contexto escolar, Valente (1993) considera que é preciso ensinar mais e melhor, criar oportunidades de aprendizagem cada vez mais eficaz e eficiente e aproveitar os recursos disponíveis, entre eles, o computador e suas potencialidades.

Ponte (1997, p. 30) concebe que

o computador pode ainda ser utilizado como uma ferramenta de trabalho, aberta e flexível para o armazenamento e processamento de informação, em numerosas profissões, tanto de natureza técnica, como administrativa, como de investigação científica. Diversos programas utilizados são de aprendizagem relativamente simples e permitem a execução de uma variedade de tarefas. Podem indicar-se em especial, programas de processamento de texto, desenho livre base de dados, edição eletrônica, folha de cálculo, gráfico e tratamento estatístico de dados. Nessa perspectiva, as novas tecnologias surgem como instrumentos para serem usados livre e criativamente por professores e alunos.

Para o autor, não há regras definidas para se utilizarem as tecnologias, ou seja, o professor, junto com os alunos, tem a liberdade de criar modelos que possam ser úteis na construção do conhecimento. O mesmo acontece com os computadores quando são utilizados como uma ferramenta para esse propósito.

¹⁰ São sistemas de rede: a intranet, a internet e as redes locais onde os computadores estão conectados entre si.

As ideias defendidas por Papert, desde 1960, tornaram-se uma realidade, da qual não podemos nos eximir. É preciso promover, no âmbito escolar, meios que favoreçam a aprendizagem, pois a escola não está desvinculada da sociedade, e se esta passa por transformações, aquela tem o papel primordial de acompanhar tais transformações de forma que o aprendiz não se sinta num universo diferente, longe da sua realidade.

Trazer essa realidade, desde cedo, para dentro da sala de aula era o objetivo de Papert (2001). Para sermos mais precisos, desde o ensino fundamental, ele tinha plena convicção de que seu trabalho intelectual ocorria melhor no meio do que na sala de aula, onde seu ressentimento era atenuado por gostar de realizar tarefas que, para ele, eram valiosas, com seus amigos e professores. Assim, procurou promover mudanças na educação, enfatizando o uso do computador como ferramenta no ensino e na aprendizagem, inicialmente com a publicação de seu primeiro livro, *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*, publicado na década de 1970, quando os PCs¹¹ surgiam como novidade.

A partir desse lançamento, seu objetivo foi se tornando cada vez mais forte e culminou com o desenvolvimento da linguagem “Logo”, que possibilita a interação do usuário com a máquina, e as ações de uma tartaruga são comandadas ou manipuladas por quem o está utilizando.

O Logo proporcionou a muitos milhares de professores de ensino fundamental a primeira oportunidade para apropriar-se do computador de maneira que ampliaram seus estilos pessoais de ensinar. (PAPERT, 2001, p. 66)

Portanto, compactuamos com as ideias de Seymour Papert, de que podemos promover mudanças na educação e ajudar na formação do indivíduo, concedendo-lhe a oportunidade de construir seu conhecimento utilizando o computador como um recurso metodológico nas aulas de Matemática.

2.3 Seymour Papert: a aprendizagem em um pressuposto construcionista

Seymour Papert nasceu em Pretória, na África do Sul, onde foi educado e formou-se em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Tecnológico de Massachusetts. Trabalhou com o psicólogo Jean Piaget, na University of Geneva, entre

¹¹ PCs: Computadores pessoais

os anos de 1958 a 1963, onde recebeu forte influência para desenvolver a Teoria Construcionista. De 1954 a 1958, realizou várias pesquisas na área de Matemática na Cambridge University. Na década de 1960, inicia o desenvolvimento da Teoria Construcionista, no Massachusetts Institute of Technology (MIT¹²), e cria o Logo¹³. Posteriormente, escreve vários livros, entre eles, “A máquina das crianças”, bem reconhecido em toda a comunidade científica, em especial, na área de Educação.

Por ter trabalhado algum tempo com Jean Piaget, Papert utilizou a Teoria Epistemológica para desenvolver seu trabalho, que recebeu o nome de Teoria Construcionista, que defende o uso do computador como ferramenta para auxiliar a formação do conhecimento, colocando o professor como um elo de ligação entre o aprendiz e a aprendizagem.

Assim como Piaget, Papert acredita que a criança é um ser pensante, capaz de construir suas próprias estruturas cognitivas. Ao criar o Logo, seu objetivo estava firmado nessa convicção, pois, usando o programa, a criança tinha total autonomia para comandar as ações realizadas pela tartaruga, e, dessa forma, a aprendizagem ia se construindo.

Outro aspecto importante para Piaget é que a construção do pensamento se processa em função da mutação biológica que o indivíduo sofre por estar em interação com o meio em etapas universais, sendo que algumas delas não são atingidas por alguns deles. Para Papert, essas etapas são atingidas pela disponibilidade de matérias no ambiente, quando o indivíduo pode explorá-las. Isso explica o fato de determinados conhecimentos se tornarem mais complexos para algumas crianças por não estarem presentes em seu cotidiano.

Quanto ao estudo das operações concretas, realizado por Piaget, Papert considera importante que a construção do conhecimento, no pensamento concreto, seja intensamente solidificada para que, em seguida, passe-se para a construção do pensamento abstrato. Essa etapa de formação do conhecimento no indivíduo deve estar bem definida, pois, assim, a criança terá um arsenal maior de opções para atuar em situações vivenciadas em seu cotidiano de forma criativa.

Sobre a construção do conhecimento, também é importante destacar que a criação de um ambiente propício tem um papel relevante. Papert (1986) comenta a

¹² MIT: Massachusetts Institute of Technology

¹³ Logo: Linguagem de programação que possibilita o aluno expressar suas ideias através de uma linguagem formal.

respeito de cinco dimensões que são fundamentais para se criar um ambiente de aprendizagem construcionista, a saber: a pragmática, a sintônica, a sintática, a semântica e a social. Vejamos um breve comentário a respeito dessas dimensões a que Papert faz referencia, pois elas estão correlacionadas ao que falamos anteriormente.

Na concepção de Papert, a dimensão pragmática refere-se à construção do pensamento apoiada em situações concretas, com a possibilidade de serem discutidas e analisadas. Para nós, esse aspecto é relevante porque o software Excel é capaz de propiciar situações concretas, em que os alunos têm a oportunidade de criar seus próprios aplicativos e discuti-los com os outros.

A dimensão sintônica sugere a contextualização do objeto que interessa ao aprendiz. Como nossa proposta é utilizar o software Excel e um objeto de aprendizagem, o aluno terá total liberdade para desenvolver seus próprios modelos de aplicativos desenvolvidos na planilha. Além disso, o interesse pela tecnologia é uma realidade na vida dos discentes, pois todos possuem celulares e outros aparelhos eletrônicos.

No que diz respeito à dimensão sintática, Papert coloca em evidência a importância do acesso fácil aos elementos básicos do ambiente de aprendizagem e o progresso na manipulação desses elementos, segundo a necessidade e o desenvolvimento cognitivo.

A dimensão semântica trata da manipulação de elementos que tragam algum elemento que façam sentido para o usuário. E por fim a dimensão social aborda sua integração nas relações pessoais e culturais do meio o qual ele está inserido.

2.4 Intrucionismo versus Construcionismo

Consideramos importante expor o que Papert classifica como Instrucionismo e Construcionismo para que o nosso trabalho possa ser avaliado dentro desse parâmetro. Instrucionismo versus Construcionismo é um dos capítulos do livro *A máquina das crianças*, escrito por esse autor.

Resultante da convivência de Seymour Papert com Jean Piaget, o Construcionismo é um termo cunhado pelo autor para se referir a um tipo de aprendizagem centrado no pensamento operacional concreto. No capítulo Instrucionismo vs. Construcionismo, ele demonstra a importância do pensamento concreto para a aprendizagem, sem a conotação de trampolim para o abstrato. Se assim fosse, nas suas próprias palavras, “deixaria o pensamento abstrato plantado

imóvel como a forma derradeira de conhecer”. Ele enfatiza a ação mental e material com objetos enraizados no tempo, no espaço e em experiências e representações do mundo, onde abstrações formais, certamente, são importantes, porém como ferramentas para intensificar o modo concreto de pensar, o relacionamento mental de representações concretas em redes pessoais de conhecimento.

Pesquisador dos assuntos de matemática, no Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Papert nos conta como viveu a época do nascimento do computador de grande porte, que mostrava suas maravilhas e ignorava o fato de ele ter sido pensado e financiado para a guerra, concebido por matemáticos e parido como uma tecnologia militar, hermética para a pessoa comum. Para ele, a mudança de matemático para educador começou a ocorrer no início da década de 1960, quando os computadores mudaram seu modo de trabalhar. Impressionou-o o fato de determinados problemas abstratos e difíceis de captar terem se tornado concretos, transparentes, manipuláveis.

Após conhecer Jean Piaget, em Paris, e acreditando que as crianças poderiam desfrutar das mesmas experiências dos adultos com as novas máquinas do conhecimento, Papert começou a trabalhar com sua equipe, numa linguagem de programação acessível a crianças, e isso resultou na linguagem “Logo” (www.eurologo.org), algo completamente diferente do que se fazia então com informática na Educação. Em poucos anos, essa linguagem se espalhou por todo o mundo, contrapondo-se a um modo de uso do computador na escola, baseado em softwares educativos que replicavam o lugar comum dos livros didáticos. Papert afirma que os computadores não apenas melhoram a aprendizagem escolar, como também apoiam formas diferentes de pensar e de aprender.

2.5 As tecnologias na Educação

Segundo Mercado (1998), o objetivo de introduzir novas tecnologias na escola é de fazer coisas novas e pedagogicamente importantes, que não se podem realizar de outras maneiras. Com metodologias adequadas, o aluno poderá utilizar essas tecnologias na integração de matérias estanques. Desse modo, a escola passa a ser um lugar mais aprazível, que tem como objetivo preparar o aluno para o futuro, e a aprendizagem, a ser vista de forma inovadora, centrada nas diferenças individuais e na capacitação do aluno para torná-lo um usuário independente da informação, com o potencial de usar vários tipos de fontes de informação e meios de comunicação eletrônica.

O autor acrescenta que os ambientes computacionais, quando voltados para a inteligência e o desenvolvimento cognitivo, como processos básicos da aprendizagem, podem constituir-se como um desafio à criatividade e à invenção. Uma nova ecologia cognitiva (LÉVY, 1993) significa uma nova dinâmica na construção do conhecimento, um novo movimento, novas capacidades de adaptação e de equilíbrio dinâmico, nos processos de construção do conhecimento, um novo jogo entre sujeito e objeto, um novo enfoque, mostrando o enlace e a interatividade existentes entre as coisas do cérebro e os instrumentos que o homem utiliza.

Outro aspecto de grande relevância é que, devido à informatização de praticamente todos os setores da sociedade, os governos estaduais e municipais têm se preocupado em levar o uso da tecnologia para o âmbito escolar. Para isso, cria laboratórios de informática nas escolas públicas, embora a formação acadêmica dos professores tenha sido deficitária, quanto à implementação do uso da tecnologia como metodologia para lecionar determinados conteúdos. Isso gera um grande problema, porque o não uso dos laboratórios de informática converge para a deterioração das máquinas e, com o tempo, elas acabam ficando obsoletas.

Sobre isso, Cysneiros (2000) afirma que o não uso das novas tecnologias deve-se ao fato de que os computadores pessoais ainda são tecnologias em expansão, relativamente novas, e pouco adaptadas às necessidades dos professores e dos alunos. No Brasil, a implantação de laboratórios de informática e o sucateamento deles têm se tornado uma realidade, devido à falta de preparação dos docentes na sua formação acadêmica. Aqui não pretendemos fazer apologia ao desuso dos laboratórios de informática implantados nas escolas, mas salientar sua importância como recursos pedagógicos de grande valia, no processo de ensino e aprendizagem, e a importância de se fazerem propostas educacionais que possam viabilizar o uso desse recurso.

Ainda devemos levar em consideração um fato sobremaneira importante: devido à minimização do custo, o computador pessoal tem se popularizado de forma significativa. Cerca de trinta e cinco por cento dos alunos da rede pública possuem computador em casa, e os que não dispõem têm acesso a ele em *lan houses* ou em residências de parentes e amigos. Assim, a possibilidade que o computador oferece como ferramenta para ajudar o aprendiz na construção do conhecimento pode constituir

uma revolução no processo de ensino e aprendizagem. Almeida (1999, p. 19) enuncia que

estamos em um momento em que a disseminação do computador na Educação atingiu larga escala. Mas o impacto das mudanças que poderia provocar ainda não ocorreu, embora existam modalidades de uso cujos ambientes de aprendizagem informatizados possam contribuir para transformações. Uma das formas é o emprego do computador como ferramenta educacional com a qual o aluno resolve problemas significativos. Por exemplo, através do uso de aplicativos como processador de texto, planilha eletrônica, gerenciador de banco de dados, ou mesmo de uma linguagem de programação que favoreça a aprendizagem ativa. Isto é, que propicie ao aluno a construção de conhecimentos a partir de suas próprias ações (físicas ou mentais). O aluno pode ainda fazer uso de outros recursos disponíveis, tais como redes de comunicação à distância ou sistema de autoria, para construir conhecimento de forma cooperativa ou para a busca de informações.

No ponto de vista do autor (1999), tal impacto poderá levar o educador a desenvolver uma nova forma de ensinar, aproveitando o recurso tecnológico disponibilizado em larga escala, tanto no âmbito escolar quanto no cotidiano em que o aprendiz está inserido. Dessa forma, é possível que surja na educação um profissional com um novo perfil, distante daquele especialista que, por meio de uma oratória refinada, é habituado a lançar mão de padrões pré-definidos para expor conteúdos numa linguagem sistematizada - estamos nos referindo ao professor tradicional. Com um novo perfil metodológico, esse novo profissional é capaz de promover a aprendizagem de seus discentes através de diferentes meios e estratégias, pois sua preocupação estará focada em contribuir para que o aprendiz tenha autonomia para navegar em um contexto multifuncional.

O profissional de educação ¹⁴ com esse perfil tem o papel primordial de estabelecer pontes entre o aluno e o conhecimento, sendo assim um facilitador da aprendizagem. Quando o professor assume essa postura, o aluno passa a ser sujeito ativo da construção e da reconstrução do conhecimento. Essa postura é denominada por Moran (2002) de mediação pedagógica, cujas características devem envolver todas as ações do professor, incluindo o uso das novas tecnologias. Tais ações desempenhadas

¹⁴ Profissional de educação: Nessa expressão, estamos nos referindo ao professor como profissional de educação.

pelo professor dizem respeito à motivação, ao incentivo e à participação no processo de ensino e aprendizagem.

O uso das novas tecnologias, no contexto escolar, pode ser considerado uma ferramenta indispensável na construção do conhecimento. Moita (2006) buscou nos games¹⁵ *um espaço de construção de currículo aberto e autônomo, conectado com o lúdico, o prazer, o subjetivo e a simulação*. A construção de tal currículo refere-se ao potencial que os games têm de produzir o conhecimento e desenvolver habilidades e competências, levando em consideração o ambiente onde o aprendiz está inserido.

2.6 Matrizes: um passeio pela história

Em matemática, um conceito ou uma definição de um determinado conteúdo torna-se mais compreensivo quando o professor expõe aos seus alunos a origem dele, ou seja, como surgiu ou, até mesmo, como o pesquisador ou cientista conseguiu chegar àquele resultado. Essa exposição depende do domínio do professor em relação àquele conteúdo que ele quer transmitir para o seu aluno. Isso está intrinsecamente relacionado com o conhecimento histórico do conteúdo. Vergnaud (1994) afirma que o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos é mais produtivo quando ele ocorre através do estudo interativo advindo do processo individual e histórico, pois, quando se observam as dificuldades que o pesquisador ou cientista encontrou no passado, é possível compreender os erros que os alunos cometem no presente.

Considerando a concepção exposta no parágrafo anterior, acreditamos ser necessária a apresentação de um conteúdo matemático seguido da sua evolução. Nesse sentido, faremos um breve comentário sobre a origem e o desenvolvimento das matrizes, um conteúdo que é abordado no segundo ano do ensino médio. Salientamos, também, que, quando esse assunto é exposto para os discentes, são colocados apenas os aspectos fundamentais de seu desenvolvimento histórico.

Segundo Hawkins (1975, 1977a, 1977b)¹⁶, autor que fundamentou esse breve relato histórico, o estudo das matrizes e de determinantes iniciou por volta do Século II a.C, embora seja possível identificar o aparecimento de seu conceito no Século IV a.C. As matrizes ficaram esquecidas por, aproximadamente, vinte e um séculos e surgiram

¹⁵ Games: Jogos eletrônicos

¹⁶ Hawkins: Autor do livro: Cauchy and spectral theory of matrices. History Mathematica. Indicado nas referências bibliográficas.

novamente por volta do Século XVII, quando seu conceito foi desenvolvido de forma não convencional. O que formalizou os conceitos de matrizes e de determinantes foi o estudo dos sistemas de equações lineares.

Alguns problemas estudados pelos babilônicos convergiam para equações lineares simultâneas. Descobertas arqueológicas revelam que tais problemas eram registrados em blocos de barro, alguns não se deterioraram. Um desses blocos, escrito por volta de 300 a.C, contém o seguinte problema: “Dois campos têm área total de 1800 jardas quadradas. Um produz grãos em $\frac{2}{3}$ de um alqueire por jarda quadrada, enquanto o outro produz grãos em $\frac{1}{2}$ de um alqueire por jarda quadrada. Se o lucro total é de 1100 alqueires, qual o tamanho de cada campo?”

Há uma forte evidência de que os chineses, por volta de 200 a 100 a.C, chegaram mais próximos que os babilônicos do método das matrizes. No texto, “Nove capítulos sobre a arte matemática”, escrito durante o período da Dinastia de Han¹⁷, há o primeiro exemplo prático do método de matriz. Nesse mesmo texto, encontra-se um problema semelhante ao dos babilônicos escrito no bloco. O problema do texto “Nove capítulos sobre a arte matemática” tem a seguinte redação: “Existem três tipos de milho, sendo que três pacotes do primeiro, dois do segundo e um do terceiro formam 39 unidades. Dois do primeiro, três do segundo e um do terceiro formam 34 unidades. Em um do primeiro, dois do segundo e três do terceiro formam 26 unidades. Quantas unidades de milho estão contidas em cada tipo de pacote?” Na resolução do problema, o autor distribuiu os coeficientes do sistema de três equações lineares a três incógnitas de forma análoga a uma tabela. A única diferença foi a maneira como ele distribuiu os coeficientes, pois os chineses escrevem de baixo para cima e da esquerda para direita. Então, a construção ficou da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{array}$$

Atualmente, representa-se o referido problema equacionando-o da seguinte forma:

¹⁷ Dinastia de Han: Foi governada pela família conhecida como o clã de Liu. Seu domínio durou aproximadamente, quatrocentos anos.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 39 \\ 2 & 3 & 1 & 34 \\ 1 & 2 & 3 & 26 \end{array}$$

Os valores de x , y e z , na solução apresentada pelo autor, são idênticos ao método de eliminação de Gauss que, atualmente, é muito conhecido e utilizado. Tal método é conhecido como método de escalonamento de sistema de equações lineares e consiste em se multiplicarem as equações por valores reais, de forma que, somando-se as equações duas a duas, possam se eliminar incógnitas até que o sistema tome a forma de uma escada, determinando-se assim, no final, o valor de z . No texto *Ars Magna*, publicado em 1545 por Cardan, encontra-se uma regra para resolver sistemas de duas equações lineares, nomeado pelo autor de *regula de modo*, que, traduzida, entende-se por *mãe das regras*. Esse trabalho escrito por Cardan deu origem à regra de Cramer para resolver sistemas lineares. A diferença entre o método desenvolvido por Cardan e a regra de Cramer é que Cardan não chegou à definição de determinante, como fez Cramer. A definição de determinante surgiu quase que paralelamente, na Europa e Japão, no entanto, foi neste último que tal definição foi publicada pela primeira vez por Seki, que apresentou os métodos matriciais escritos em tabelas da mesma forma que os chineses. Ele fez essa apresentação no texto, *Methods of solving the dissimulated problem*, que escreveu em 1683. Também mostrou que era possível resolver sistemas de equações lineares 2×2 , 3×3 , 4×4 , 5×5 e apresentou soluções. Nesse mesmo ano, surgiu, na Europa, a primeira ideia de determinante, proposta por Libiniz, quando ele escreveu uma carta para o Marquis de L' Hospital, dizendo que o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} 10 + 11x + 12y &= 0 \\ 20 + 21x + 22y &= 0 \\ 30 + 31x + 32y &= 0 \end{aligned}$$

era passível de solução, devido à igualdade $10 \cdot 21 \cdot 32 + 11 \cdot 22 \cdot 30 + 12 \cdot 20 \cdot 31 = 10 \cdot 22 \cdot 31 + 11 \cdot 20 \cdot 32 + 12 \cdot 21 \cdot 30$. Essa igualdade escrita por Libiniz trata do valor do determinante dos coeficientes, a saber:

$$\begin{vmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 20 & 21 & 22 \\ 30 & 31 & 32 \end{vmatrix}$$

que é igual a zero. Libiniz trabalhou, aproximadamente, cinquenta anos a fim de obter uma notação adequada para sistemas de coeficientes, e seus manuscritos, que não foram publicados, contêm mais de cinquenta maneiras diferentes de notações para tais sistemas. Nos anos de 1700 e 1710, foram publicados resultados para esses sistemas, cujas notações eram iguais às contidas na carta que ele enviou para o Marquis de L'Hospital. Leibniz usou a palavra *resultante* para algumas combinações de somas dos termos de um determinante. O que, hoje, conhecemos como regra de Cramer é, essencialmente, o que foi proposto por Libiniz. A expansão do determinante feita por qualquer uma de suas colunas, que era utilizada na regra, mais tarde, ficou conhecida como *expansão de Laplace*. Assim como o estudo de sistemas de coeficientes convergiu para os determinantes, o estudo de sistemas de coeficientes de formas quadrangulares levou Libniz à teoria da matriz. Em 1748, foi publicado o texto *Treatise of álgebra*, escrito por Maclaurin, onde se encontram resultados de determinantes, provando a regra de Cramer para sistemas de equações lineares 2×2 , 3×3 , e como ela funcionava para os sistemas 4×4 . O referido texto publicado dois anos depois da morte de seu autor. A regra de Cramer, que é bastante utilizada no ensino médio, para se resolverem sistemas de equações lineares por meio da resolução de determinantes relacionados aos coeficientes das incógnitas, foi apresentada no artigo *Introdução para análises de curvas algébrica*, escrito por ele, em 1750. Nele, Cramer publicou a regra geral para sistema $n \times n$. O único problema que essa regra apresenta é que os determinantes das matrizes incompletas devem ser diferentes de zero. Caso os planos sejam paralelos, a regra não funciona, ou seja, não serve para discutir o sistema.

O interesse pelo estudo de determinantes cresceu depois dos trabalhos realizados por Cramer. Matemáticos como Bezout, em 1764, e Vandermonde, em 1771, apresentaram métodos para calcular determinantes. Em 1772, Laplace apresentou um trabalho sobre o estudo das órbitas dos planetas, utilizando apenas determinantes. Ele mostrou a discussão de sistemas de equações lineares sem cálculos e utilizou a palavra *resultante* referindo-se ao determinante, a mesma expressão utilizada por Leibniz. Todos os detalhes que conhecemos hoje a respeito dos determinantes se devem a Laplace.

Um artigo publicado por Lagrange, em 1773, apresentava em seu contexto um estudo para determinantes funcionais de ordem 3×3 . Não obstante esse trabalho não tinha nenhuma relação com os trabalhos feito por Laplace e Vandermonde. Só em 1801, o termo determinante foi usado pela primeira vez por Carl F. Gauss em *Disquisitiones*

arithmeticae, num estudo em que se discutiam as formas quadráticas, e ele utilizou esse termo para fazer referência àquilo que determinava as propriedades das formas quadráticas.

Gauss representou as formas quadráticas em retangulares e descreveu a multiplicação de matriz que, para ele, era uma composição. O famoso método da eliminação ou do escalonamento que é utilizado atualmente para se discutirem sistemas de equações lineares e para se encontrarem suas soluções, foi utilizado por Gauss para estudar a órbita de Pallas¹⁸; no texto, *Nove capítulos sobre a arte matemática*, escrito 200 a.C, o método da eliminação já tinha sido descrito. Para realizar o estudo da órbita de Pallas, Gauss fez várias observações entre os anos de 1803 e 1809, até obter um sistema de equações lineares formado por seis equações e desenvolveu um método sistemático para resolvê-lo.

Outro grande matemático que utilizou o termo determinante, só que numa linguagem moderna, foi Cauchy. Seu trabalho com determinantes foi um dos mais completos e mais bem elaborados, porquanto ele conseguiu sintetizar os resultados e agrupá-los de forma mais organizada. Por volta do ano 1812, numa reunião realizada no *Institut de France*, o teorema da multiplicação para determinantes foi provado pela primeira vez. Em relação às formas quadráticas, Cauchy utilizou o termo *tableau* para a matriz de coeficientes e mostrou que, se duas matrizes são similares, elas têm a mesma equação característica. Ele obteve esse resultado através da diagonalização das matrizes. A ideia de matrizes similares foi, portanto, introduzida por ele.

D'Alembert também deu sua contribuição na teoria de matriz e determinante, estudando o movimento de um barbante com massas presas a ele distribuídas em sua extensão. Nesse estudo, ele obteve um sistema de equações lineares. Jacques Sturm foi outro matemático que dedicou parte de seus estudos à resolução de sistemas de equações lineares, mas tanto ele quanto Cauchy desenvolveram seus trabalhos em contextos específicos. Outros matemáticos como Jacob, em 1830, Kronecker, por volta de 1850, e Weierstrass, em 1860, estudaram matrizes numa abordagem especial: com ênfase nas transformações lineares. Em 1841, Jacob escreveu três tratados que deram uma grande contribuição para o estudo das matrizes e dos determinantes e que continham, pela primeira vez, a definição de um determinante.

¹⁸ Pallas: Segundo maior asteroide situado no cinturão entre Marte e Júpiter.

A representação de determinantes feita através de barras deve-se a Cauchy, que utilizou essa notação quando publicou um artigo em 1841, a qual, até hoje, ainda é utilizada. Sua contribuição para o estudo de determinantes foi muito significativa. Como nossa intenção é de mostrar brevemente como surgiu a ideia ou a teoria das matrizes, não podíamos deixar de relatar seus vínculos com o estudo de sistemas de equações lineares e determinantes.

Agora iremos nos deter mais a esse assunto. Em 1850, Joseph Sylvester foi o primeiro a fazer uma definição mais formal de matrizes e as definiu como *um arranjo de termos num quadrilátero*. Há relatos de que ele abandonou a matemática para seguir a carreira de advogado na Inglaterra, onde conheceu Cayley que também era advogado, mas demonstrava muito interesse pela Matemática. Pela afinidade que tinham em relação a essa Ciência, trabalharam juntos e fizeram várias publicações. A equação $A.A^{-1} = I$, que conhecemos como equação matricial para calcular a inversa de uma matriz A , foi mostrada numa nota publicada por Cayley em 1853. No ano de 1855, surgiu uma publicação que mostrava a associação de matrizes a arranjos retangulares, os quais eram quadrados.

Em 1858, Cayley publicou a *Autobiografia da teoria das matrizes*. Nesse texto, aparece, pela primeira vez, a definição de uma matriz feita de forma abstrata. Cayley mostrou que as formas quadráticas e as transformações lineares são casos especiais das variedades dos coeficientes outrora estudados. Ele tratou as matrizes como objetos matemáticos passíveis de efetuar operações algébricas e definiu a soma, o produto de matrizes, e o produto por um escalar, bem como o cálculo da matriz inversa como expusemos no início do parágrafo anterior. A Cayley deve-se a prova da existência da equação característica própria associada a uma matriz 2×2 . Ele declarou que o mesmo era possível com as matrizes 3×3 , no entanto não chegou a generalizar para o caso da matriz $n \times n$. Um fato curiosamente coincidente é que, aos vinte e cinco anos de idade, Cayley já havia escrito vinte e cinco livros de Matemática. Em um deles, provavelmente o último, ele fez várias considerações a respeito da invariância de matrizes. Nessa obra, encontra-se a definição de adição e de multiplicação de matrizes por números.

Cayley mostrou que a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ era o elemento neutro na multiplicação de

matrizes e representou o elemento neutro da adição como sendo a matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, hoje

conhecidas como matriz identidade e matriz nula, respectivamente. Em 1858, trabalhando junto com Hamilton, ele desenvolveu um importante teorema da álgebra, conhecido como teorema de Hamilton-Cayley, no qual é possível obter a equação característica de uma matriz através da sentença $|M - kI| = 0$, onde $|M|$ representa o determinante da matriz, e I , a matriz identidade. Eles utilizaram a representação do determinante como Cauchy havia escrito. Esse teorema revela uma propriedade importante na álgebra de matrizes, pois uma matriz M satisfaz sua equação característica. Jordan, no texto *Tratado de substituições e equações algébricas*, publicado por volta de 1870, mostrou a forma canônica de uma matriz e as matrizes como operadores lineares.

Outro trabalho importante sobre matrizes foi o de Frobenius, publicado em 1878. Ele fez um estudo sobre *Substituições lineares e formas bilineares*. Em sua obra, mostrou resultados significativos das matrizes canônicas. Também introduziu a definição de matriz ortogonal. Como apreciador dos trabalhos de Cayley, Frobenius demonstrou o teorema escrito por Hamilton e Cayley de forma geral, pois, antes, eles só haviam feito para as matrizes de ordem 2 e 3. No entanto, atribuiu o mérito aos seus autores.

Não podemos deixar de citar o trabalho de Weierstrass, visto que foi ele quem primeiro usou uma definição axiomática para determinantes numa conferência. Suas obras deram grande contribuição para o desenvolvimento da álgebra moderna. Depois da sua morte, em 1903, trabalhos importantes que realizou foram publicados. A partir desse ano, a teoria dos determinantes ganhou seu espaço no campo da Matemática.

A teoria das matrizes surgiu em detrimento da teoria dos determinantes, como modo conveniente de exprimir operações e transformações lineares, e conquistou seu lugar definitivamente no campo da álgebra moderna quando, em 1907, Bôcher publicou o texto *Introdução à álgebra avançada* e se consolidou em 1955 com a publicação de *Uma introdução à álgebra linear*, escrito por Mirsky. A partir desse ano, as matrizes foram tratadas como merecem. Atualmente, no ensino médio, antes de se iniciar a teoria dos determinantes e as resoluções de sistemas de equações lineares, as matrizes são introduzidas. Assim concluímos nosso passeio pela história das matrizes.

2.7 Álgebra das matrizes

Segundo Lopes (2006, p.13), a teoria das matrizes pode ser aplicada em diversas áreas do conhecimento humano. Ele ressalta a rapidez com que grandes quantidades de informações podem ser manipuladas de maneira muito simples, utilizando as matrizes por meio do computador como ferramenta. O autor sugere que o conteúdo de matrizes seja introduzido no ensino médio associado ao conteúdo de sistemas lineares e que os professores façam isso através da resolução de problemas. E afirma:

Adotando essa sequência da matéria, as matrizes surgem naturalmente durante a resolução de sistemas lineares pelo método de escalonamento, as variáveis (incógnitas) não precisam ser escritas durante a fase de escalonamento do sistema linear, podem ficar “escondidas”.

Essa sugestão dada pelo autor é para que os discentes não criem obstáculos em relação ao conteúdo de matrizes, porque acredita que isso é difícil, devido às regras empregadas para se efetuarem a soma, a diferença e o produto. Por estar presente, implicitamente, em vários segmentos da sociedade, a teoria das matrizes tem se tornado um forte aliado da computação, devido à elaboração de softwares com seu auxílio. Alguns satélites como, por exemplo, a série Landsat¹⁹, têm matrizes em seus programas para realizar suas tarefas. O conteúdo de matrizes deve ser explorado não só como um simples objeto matemático, mas como um código de imagens, tabelas de dupla entrada, representantes de sistemas lineares, transformações no plano cartesiano, além de outros significados com enfoques diferentes (DANTE, 2005, p.238).

¹⁹ Landsat: Série de satélites lançados no espaço pela NASA, cujo lançamento foi feito em 1972, com o ERTS -1. Uma das suas funções é fazer o mapeamento de áreas da terra. Atualmente está em órbita ao redor da terra o Landsat 7.

3 UTILIZANDO A PLANILHA EXCEL PARA ENSINAR MATRIZES

3.1 Nossa percepção

Em matemática, uma matriz é definida como um conjunto de vetores, no entanto essa definição, para os alunos do ensino médio, é abstrata, porque o estudo de vetores não faz parte do programa curricular. Para minimizar esse problema, a maioria dos livros didáticos do ensino médio define uma matriz como uma tabela de números formada por m linhas e n colunas. A fim de comprovar essa afirmação, selecionamos algumas definições feitas por autores de livros didáticos conhecidos, como mostram as figuras abaixo:

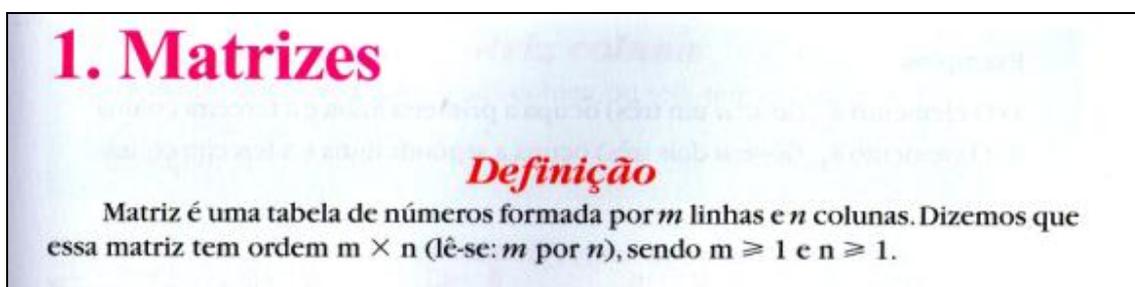


FIGURA 1

Fonte: Matemática Aula por Aula: Volume único: ensino médio / Benigno Barreto Filho, Cláudio Xavier Barreto – São Paulo: FTD, 2000.

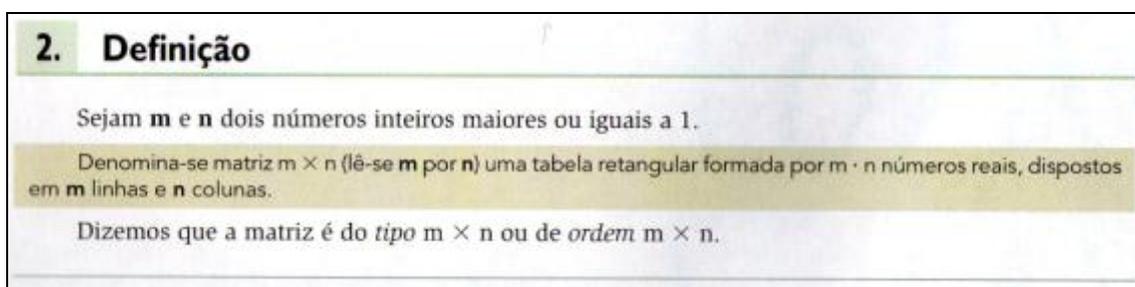


FIGURA 2

Fonte: Matemática – Contexto & Aplicações: Volume único: ensino médio / Luiz Roberto Dante – São Paulo: Ática, 1999.

O que estamos querendo colocar em evidência, ao mostrar essas definições extraídas de livros didáticos, é que elas seguem o mesmo tradicionalismo das aulas ministradas por professores do ensino médio. Alguns autores como Dante (1999), por exemplo, procuram ilustrar a definição introduzindo uma tabela construída a partir de um problema cotidiano, como na Figura 3, abaixo:

1. Introdução

Muitas vezes, para designar com clareza certas situações é necessário um grupo ordenado de números que se apresentam dispostos em linhas e colunas, formando o que se chama *matriz*.

Observe por exemplo a seguinte situação:

As vendas de uma editora em relação aos livros de Matemática, Física e Química, no primeiro trimestre de um ano, podem ser expressas pela tabela a seguir.

	Janeiro	Fevereiro	Março
Matemática	20 000	32 000	45 000
Física	15 000	18 000	25 000
Química	16 000	17 000	23 000

FIGURA 3

Fonte: Matemática – Contexto & Aplicações: Volume único: ensino médio / Luiz Roberto Dante – São Paulo: Ática, 1999.

Após definir uma matriz, os autores mostram sua representação algébrica da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{FILHO e SILVA, p. 311}). \text{ Tomamos os autores Benigno B.}$$

Filho, Claudio X. da Silva e Luiz Roberto Dante, apenas como exemplo, posto que nossa intenção não é de criticar a notação utilizada tampouco apontar erros na forma com que eles expõem o conteúdo e sua definição que, de acordo com o rigor matemático, está absolutamente correta. Porém, chamamos à atenção sobre a falta de um elemento que possa desmistificar a ideia de que a Matemática é uma disciplina de difícil compreensão e que só aprende matemática quem tem uma mente brilhante ou é superdotado, pois, da maneira como ela é transmitida pelos professores isso fica impregnado na cabeça de muitas pessoas, principalmente na dos alunos.

Nesse contexto, como os autores definem uma matriz como sendo uma tabela de números reais dispostos em linhas e colunas, poderiam ter mostrado uma tabela utilizando uma planilha eletrônica como o Excel²⁰, ou qualquer outra planilha, criando uma situação hipotética de seu cotidiano, pois as planilhas têm a mesma forma de tabelas, basta comprovar isso na sua interface gráfica, como mostra a Figura 4, a seguir:

²⁰ Excel: Software desenvolvido pela Microsoft Corporation

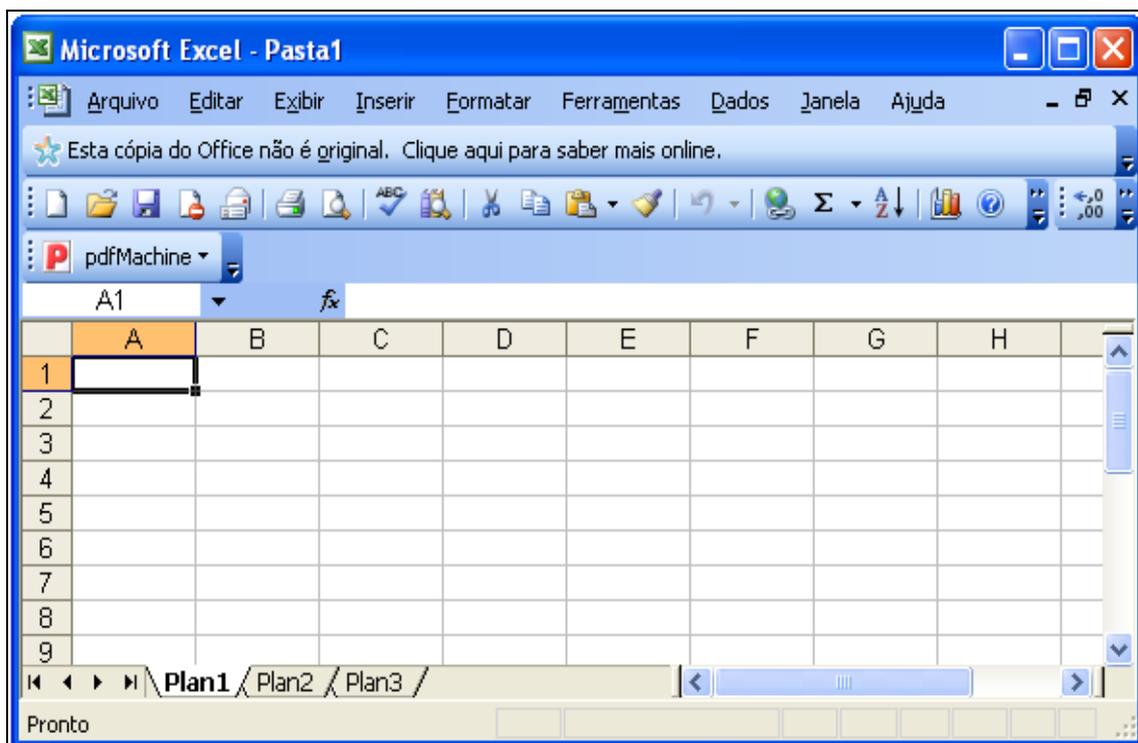


FIGURA 4: Tela inicial do Excel 2003

Fonte: Extraída do computador pessoal do autor.

Smole e Diniz (2007), ao introduzir a definição de matriz, citam, em um de seus exemplos, a planilha eletrônica Excel, no entanto só fazem isso para associar com a tabela com a qual a planilha se assemelha. A vantagem de fazer essa comparação utilizando a tela inicial do programa é de que ela tem k células, sendo k um número natural. Qualquer dado de entrada no programa vai corresponder a um elemento que é representado algebricamente por a_{ij} com sua posição definida através das letras (colunas) e dos números (linhas) na planilha ao invés dos índices i e j .

Dessa forma, podemos fazer analogias e evitar muitas abstrações que são criadas, durante a exposição do conteúdo, e que, na maioria dos casos, os alunos não conseguem entender. Os elementos da matriz que são representados segundo uma notação formal são substituídos por uma figura que é, basicamente, a célula com a forma de um retângulo. Alguns livros didáticos do ensino fundamental utilizam recursos no ensino de equações a fim de quebrar o nível de abstração do conteúdo. Por exemplo, os autores propõem exercícios da seguinte forma: “Descubra o valor do quadrado na seguinte igualdade: $\square + 10 = 15$ ”. O quadrado substitui a letra x , que representa a incógnita da equação. Utilizar a letra x , para representar um número real, para o aluno, é algo muito abstrato, ele não consegue entender que a letra está no lugar do número que

torna a sentença verdadeira. Lopes (2002, p. 168) utiliza essa ideia, como mostra a figura seguinte.

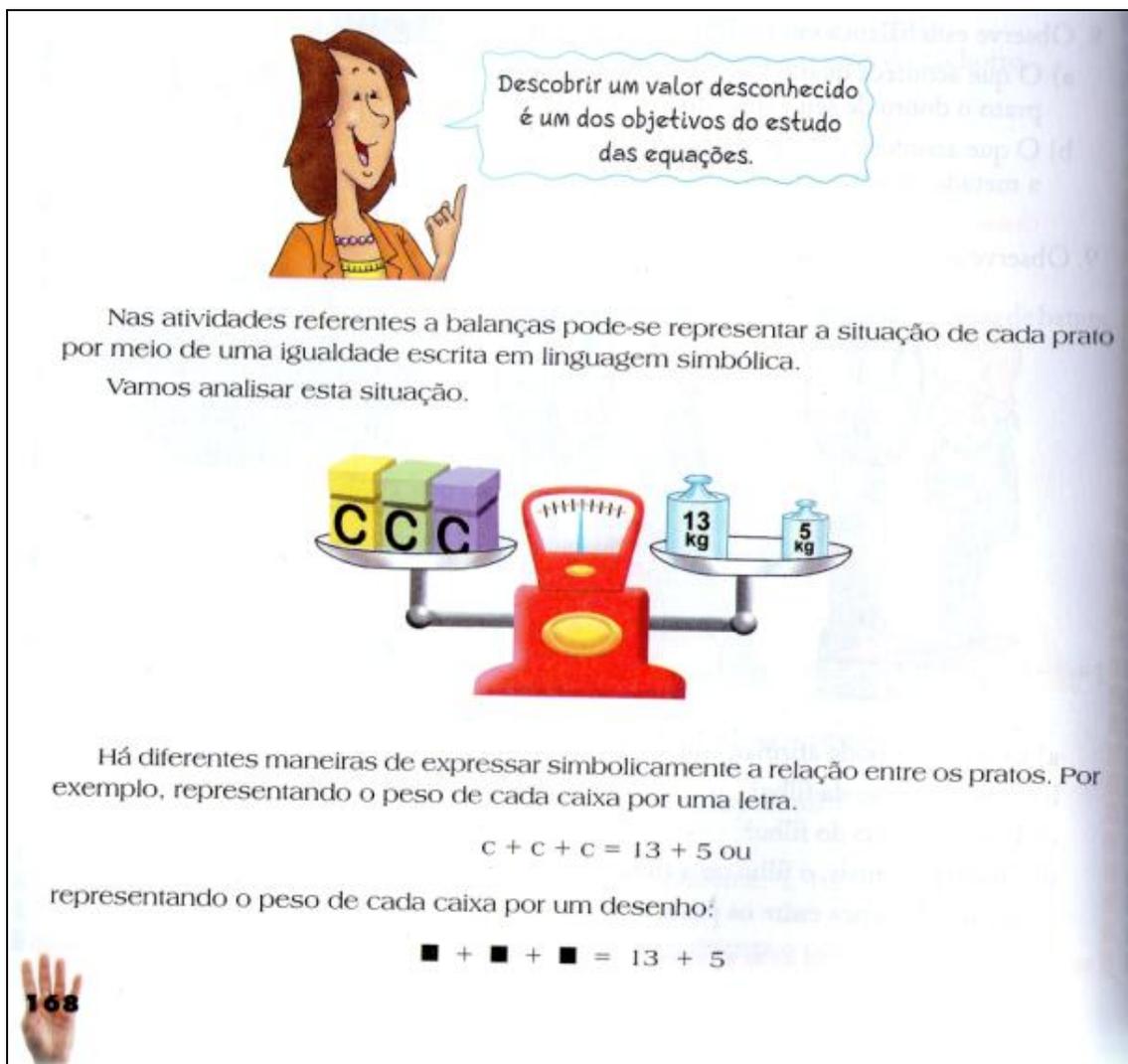


FIGURA 5

Fonte: Matemática hoje é feita assim / Antônio José Lopes Bigode – São Paulo: FTD, 2002.

Como se vê, o autor utilizou três quadrados, com a intenção de tornar o problema menos abstrato. O problema sugerido por Lopes (2002, p. 168), feito de forma tradicional, seria: $X+X+X = 13+5$. Que levaria a $3X = 18$. Para o aluno, essa representação algébrica é muito abstrata, portanto, ele não consegue entender que o monômio $3X$ representa a incógnita da igualdade. Da mesma forma, podemos substituir os a_{ij} pelo endereço da célula, que é a figura de um retângulo na planilha eletrônica

Excel. Por exemplo: podemos representar a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 9 & 2 \\ 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ no Excel, de acordo

com a figura abaixo.

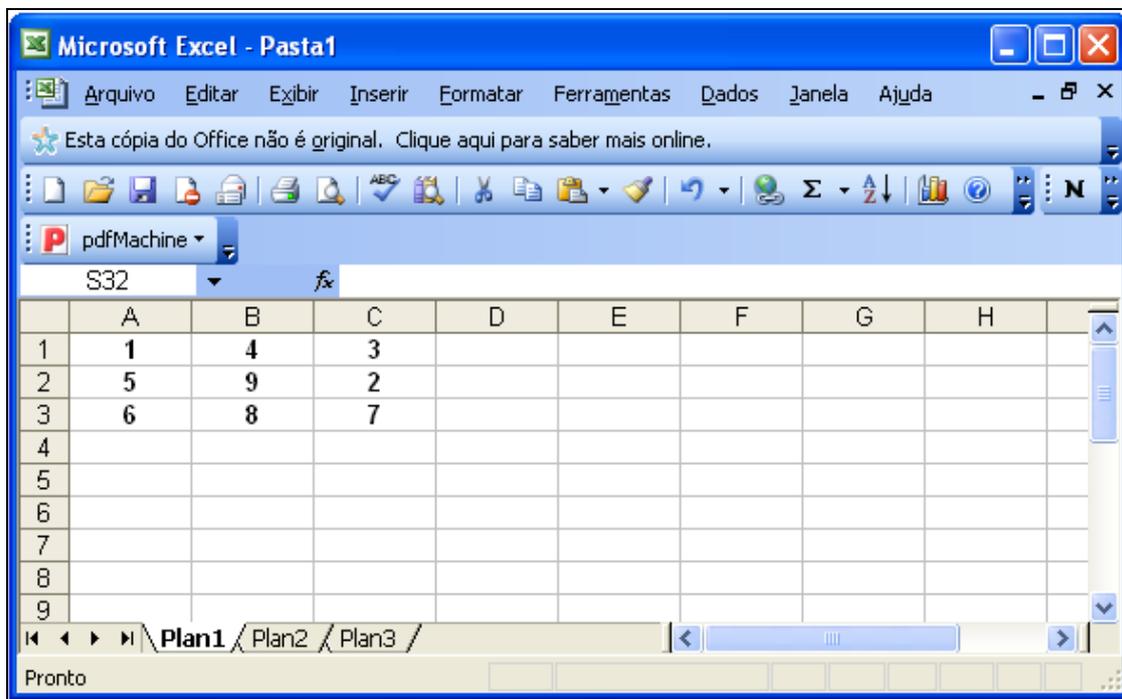


FIGURA 6: Tela inicial do Excel – Representando uma matriz

Fonte: Criada pelo autor.

Na Figura 6, é mais fácil identificar que o elemento $a_{22} = 9$, pois a linha e a coluna que determinam sua posição são visíveis. Papert (2001, p. 133) afirma que um dos maiores problemas que a educação enfrenta é materializar o abstrato. Então, se esse recurso for empregado, é provável que tal problema seja amenizado.

Os índices i e j que determinam a posição de um elemento numa matriz são responsáveis por uma série de confusões criadas na mente dos alunos, que não conseguem entender que o i e o j variam dependendo da posição do elemento na matriz e também não aceitam tal convenção. O aluno é capaz de visualizar com mais clareza que o elemento $A2 = 5$, do que o elemento a_{21} .

Outra vantagem da planilha é de que, para as operações de soma, não há uma função definida. Assim, para o aluno calcular a soma de duas ou mais matrizes no Excel, deve criar seu próprio aplicativo ou modelo para o problema que lhe foi sugerido.

Por exemplo: se propusermos para um aluno somar as matrizes $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

no Excel, o aplicativo criado por ele só servirá para matrizes quadradas de segunda ordem. Se mudarmos a ordem das matrizes, o aplicativo criado não servirá. Diante desse fato, ele é induzido a criar novos modelos, todas as vezes em que se deparar com um problema de soma de matrizes.

É importante que o professor mostre, primeiro, como funciona a planilha eletrônica Excel, quais são as potencialidades que ele considera fundamentais e que lhe serviram de apoio no conteúdo que deseja ensinar. Depois, introduz os conceitos algébricos, fazendo analogia com o software. Assim, para somar as matrizes do exemplo que enunciamos, o professor deve utilizar o Excel. Vejamos esta figura:

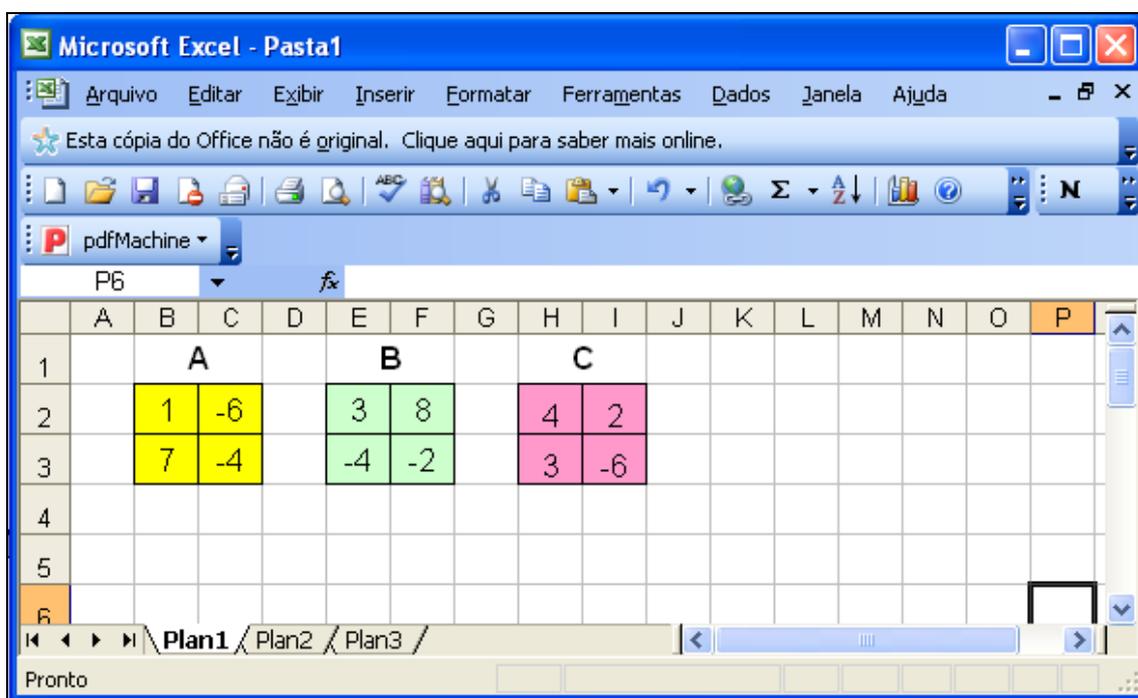


FIGURA 7: Soma de matrizes

Fonte: Computador pessoal do autor

As células H2, H3, I2 e I3 estão programadas para calcular a soma das matrizes

A e B. Assim, o aluno é capaz de definir que a soma de $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ é igual

a $\begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$ segundo o que foi feito na Figura 7. O caso das operações de

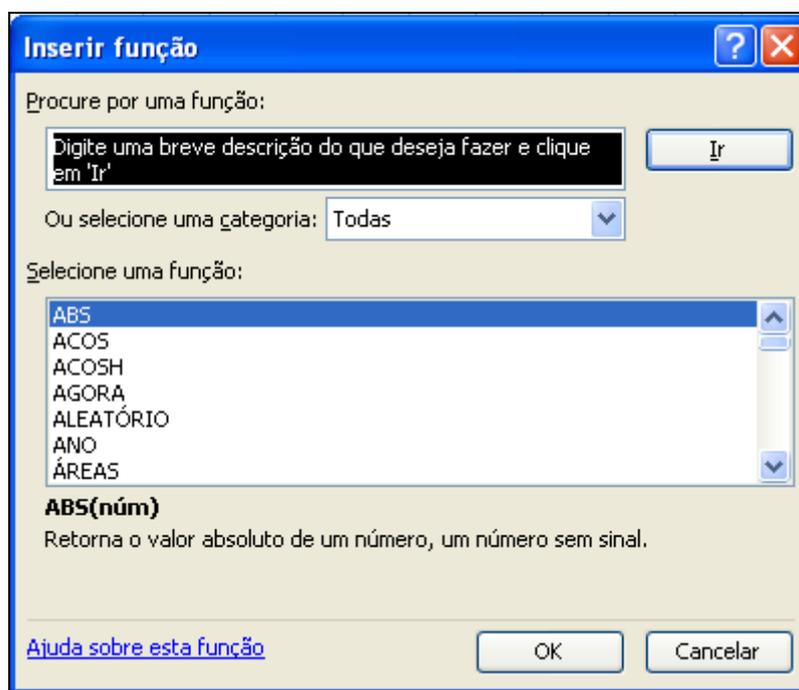
matrizes em que os alunos encontram mais dificuldade é a multiplicação que, por definição, é feita multiplicando-se linha por coluna - isso quando as matrizes têm

número de colunas igual ao de linhas, ou seja, uma matriz A de ordem $m \times n$ só pode multiplicar uma matriz B de ordem $n \times p$. Por ter essa definição, os discentes não conseguem identificar os elementos da matriz produto. A planilha eletrônica Excel disponibiliza a função **MATRIZ.MULT**, que calcula o produto de duas matrizes, basta que o professor mostre aos discentes como se utiliza essa função e, por meio de exemplos sugeridos, ele tanto pode calcular o produto de duas matrizes quanto explorar as propriedades do produto de matrizes e, até mesmo, tentar induzir os alunos a chegarem à definição do produto.

Vejamos um exemplo: Para calcular o produto da matriz A pela matriz B da Figura 7, na planilha eletrônica Excel, devemos seguir as seguintes etapas:

1º) Selecionar, na planilha, o intervalo de células que deverá conter o produto das matrizes. Para isso, os discentes precisam saber que o produto de uma matriz A de ordem $m \times n$ por uma matriz B de ordem $n \times p$ resulta numa matriz C de ordem $m \times p$;

2º) No menu “inserir”, selecionar a opção **fx Função**; ao clicar nela, com o botão esquerdo do mouse, aparecerá a caixa de diálogo:



3º) No campo, “Selecione uma função”, procurar a opção **MATRIZ.MULT** e clicar em OK; em seguida, aparecerá a caixa de diálogo:



4º) No campo **Matriz1**, deve-se digitar o intervalo de célula que corresponde à matriz A, ou fazer essa seleção utilizando o mouse. No campo **Matriz2**, repete-se o procedimento, selecionando a matriz B, ou seja, o intervalo de célula que corresponde à matriz B; em seguida, clicar em OK.

5º) Por fim, teclar F2 e, em seguida, Ctrl + Shift + Enter. No intervalo de células selecionadas inicialmente, aparecerá a matriz que representa o produto de A por B.

A partir daí, o professor pode explorar a definição do produto de matrizes e suas propriedades, pedindo que os alunos calculem, por exemplo, o produto de B por A. Facilmente eles perceberão que $A \cdot B \neq B \cdot A$ e, no próprio programa, constatarão que o produto só é possível quando a matriz A tem o número de colunas igual ao número de linhas da matriz B, ou seja, se A é uma matriz de ordem $m \times n$, então B deve ter a ordem $n \times k$, podendo ser $k = m$ ou não. É importante, nessa fase, que o professor sugira problemas contextualizados que envolvam o produto de matrizes, para que os discentes possam construir as matrizes e criar os aplicativos na planilha eletrônica que serviram para calcular o produto das matrizes.

Outro cálculo exaustivo e que os discentes têm bastante dificuldade em compreender é o da matriz inversa. Ele é introduzido no estudo de matrizes considerando a ordem 2×2 e, depois, aparece no estudo de sistema de equações lineares para as matrizes de ordem 3×3 . Os livros didáticos definem a matriz inversa segundo a equação matricial $A \cdot A^{-1} = I_n$, onde A^{-1} é a matriz inversa da matriz A e I_n representa a matriz identidade segundo a ordem da matriz A.

O problema que os alunos encontram no cálculo da matriz inversa está basicamente em construir os sistemas de equações lineares corretamente e determinar

sua solução. Não podemos falar em matriz inversa sem falar no cálculo do determinante de uma matriz quadrada. Os livros didáticos trazem esses conteúdos dissociados, ou seja, sem relacioná-los. Para nós, que somos professores de Matemática, é fácil entender o que os livros didáticos propõem quando separam os conteúdos de matriz, determinante e sistemas de equações lineares. No entanto, esses conteúdos ganham um significado diferente para o aluno, quando o professor mostra como eles estão interligados para a resolução de problemas cotidianos.

O que devemos levar em consideração, como professores, é que estamos preparando os aprendizes para atuarem no meio em que estão inseridos, porém muitos professores ensinam matemática como se estivessem preparando discentes para serem professores de Matemática sem perceber isso. Sobre esse aspecto, Papert afirma que *a educação tradicional codifica o que pensa que os cidadãos precisam saber e parte para alimentar as crianças com esse “peixe”* (2001, p. 134). O Excel disponibiliza funções que calculam o determinante de uma matriz A quadrada e a matriz inversa de matriz A . Mais adiante, mostraremos tais funções.

Uma matriz só é inversível, ou seja, só tem inversa, quando seu determinante é diferente de zero. Por sua vez, o determinante de uma matriz é uma função que está associada a ela. Os conteúdos: matriz inversa, equações matriciais e sistemas de equações lineares podem ser abordados num contexto diferente e se tornam mais atraentes para os discentes quando abordados através de problemas contextualizados em seu cotidiano e com o auxílio do recurso tecnológico. Doravante enunciaremos alguns tópicos para esclarecer melhor essa afirmação.

3.2 Abordagem dos livros didáticos para o cálculo da matriz inversa

Selecionamos algumas definições extraídas de livros didáticos adotados no ensino médio para discutir como se introduzem a definição e o cálculo da matriz inversa. Dante (2002, p. 322) inicia o tópico de matrizes inversíveis com a própria definição de matriz inversa e, em seguida, expõe como exemplo uma matriz quadrada de ordem dois com sua inversa, mostrando que elas satisfazem à equação matricial da definição introduzida, como mostra a figura seguinte:

matricial, Souza e Spinelli empregam a matriz B ; depois, os autores substituem as matrizes por A^{-1} , que é a notação tradicional feita por todos os livros de Matemática, tanto do ensino médio, quanto do ensino superior. Esse arsenal de símbolos utilizados pelos autores nas notações feitas tornam a álgebra ainda mais abstrata para os discentes. Mostraremos, agora, a definição de matriz inversa feita por Filho e Silva (2000, p. 325) e Smole e Diniz (2005, p. 188) através das figuras que seguem:

6. Matriz inversa

Consideremos A uma matriz quadrada de ordem n . Dizemos que A^{-1} é a matriz inversa de A se, e somente se, $A \cdot A^{-1} = I_n$ e $A^{-1} \cdot A = I_n$, ou seja:

$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$, onde:

- A é a matriz dada.
- A^{-1} é a matriz inversa da matriz A .
- I_n é a matriz identidade de mesma ordem da matriz A .

FIGURA 10

Fonte: Matemática Aula por Aula. São Paulo, FTD, 2000.

188

PARTE 2 — ÁLGEBRA

6. Determinantes e inversão de matrizes

Inicialmente vamos relembrar o que estudamos no item 7 da Unidade 5:

Dada uma matriz A quadrada de ordem n , chamamos **matriz inversa** de A à matriz A^{-1} tal que:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$$

FIGURA 11

Fonte: Matemática: Ensino Médio. São Paulo, Saraiva, 2007.

Nas Figuras 10 e 11, a definição apresentada pelos autores segue os padrões tradicionais dos livros didáticos do ensino superior. Aqui eles não usam outro símbolo, como fizeram Dante e Souza E Spinelli para representar a matriz inversa. Para concluirmos essa discussão, inferimos que, geralmente, ou na maioria dos casos, para introduzir o cálculo da matriz inversa, os livros didáticos adotados no ensino médio fazem da seguinte forma:

Considere a seguinte matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. Dizemos que a matriz A tem inversa se

existir uma matriz A^{-1} tal que $A \cdot A^{-1} = I_n$, onde $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Assim, sendo

$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, devemos resolver a seguinte equação matricial:

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, que resulta na solução dos seguintes sistemas de equações

lineares: $\begin{cases} 3a + 2c = 1 \\ a + 4c = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} 3b + 2d = 0 \\ b + 4d = 1 \end{cases}$. É fácil ver que

$a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{5}$, $c = -\frac{1}{10}$ e $d = \frac{3}{10}$. Portanto a matriz inversa de A é igual à matriz

$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}$. Alguns autores afirmam que os sistemas de equações lineares são

fáceis de resolver porque os alunos já tiveram contato com eles no ensino fundamental, no entanto, na prática, essa afirmação não é condizente com a realidade da sala de aula. Em seguida, eles afirmam que, para o caso da matriz quadrado de terceira ordem, será mostrado o cálculo no capítulo seguinte, que diz respeito aos sistemas de equações lineares, uma vez que, para a matriz de terceira ordem, apareceram três sistemas de equações lineares a três incógnitas.

Uma pergunta intrigante, todavia, condizente com a realidade, que os alunos fazem quando o professor ensina como calcular a matriz inversa A^{-1} de uma matriz A dada é: para que serve essa matriz inversa e onde eu vou utilizá-la? Muitas vezes, os professores respondem: ela serve para você passar de ano e resolver as questões do vestibular se aparecer alguma na prova.

Outros professores ensinam uma regra para calcular a inversa de uma matriz A de ordem 2×2 dada, que consiste no seguinte enunciado:

- i) Você calcula o determinante da matriz A ;
- ii) Em seguida, troca os elementos da diagonal principal;
- iii) Depois, muda o sinal dos elementos da diagonal secundária;
- iv) Por fim, divide todos os elementos pelo valor do determinante da matriz A . Assim, obtém a matriz inversa de A .

Mas essa regra só funciona para as matrizes de ordem dois, porquanto, para as matrizes de ordem três, não há regras criadas, só calculando os sistemas de equações lineares. Para o aluno, isso é um pesadelo. Queremos mostrar, neste item, que não há nada de novo nas definições mostradas nas figuras que extraímos dos livros didáticos adotados no ensino médio, que possa atrair ou despertar a curiosidade dos discentes, tampouco estimular sua criatividade a fim de utilizá-la para resolver algum problema do seu cotidiano. No item 3.4, daremos uma sugestão para calcular o produto de matrizes e o cálculo da matriz inversa através de problemas cotidianos contextualizados. Nossa intenção é dar significado a esses conteúdos para que os discentes compreendam onde podemos utilizá-los no nosso dia a dia.

3.3 Função MATRIZ.INVERSO: cálculo da matriz inversa no Excel

Uma das potencialidades que a planilha eletrônica Excel disponibiliza para os usuários²¹ é a função MATRIZ.INVERSO, que calcula a matriz inversa de uma matriz “A” dada. Para mostrar essa função e como ela calcula a matriz inversa, utilizaremos a tela do Excel 2007 na Figura 11 abaixo.

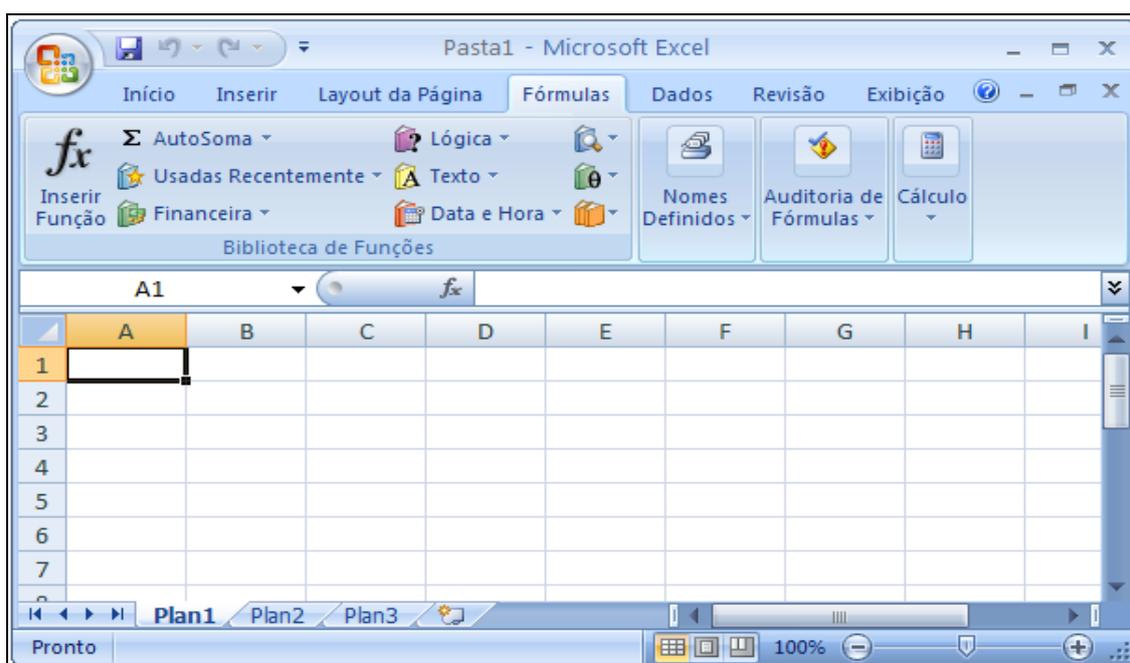
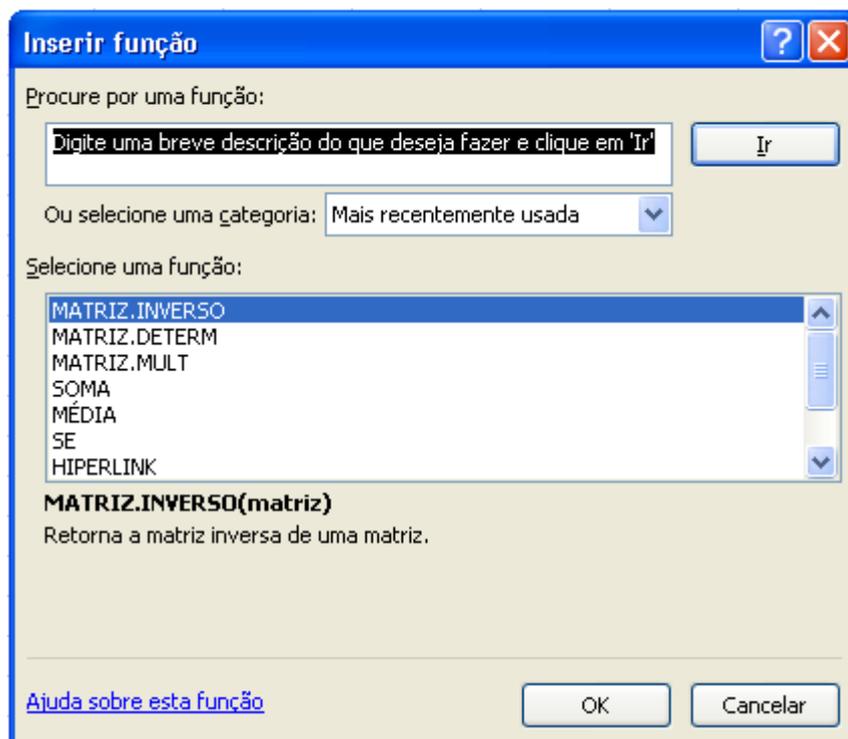


FIGURA 11

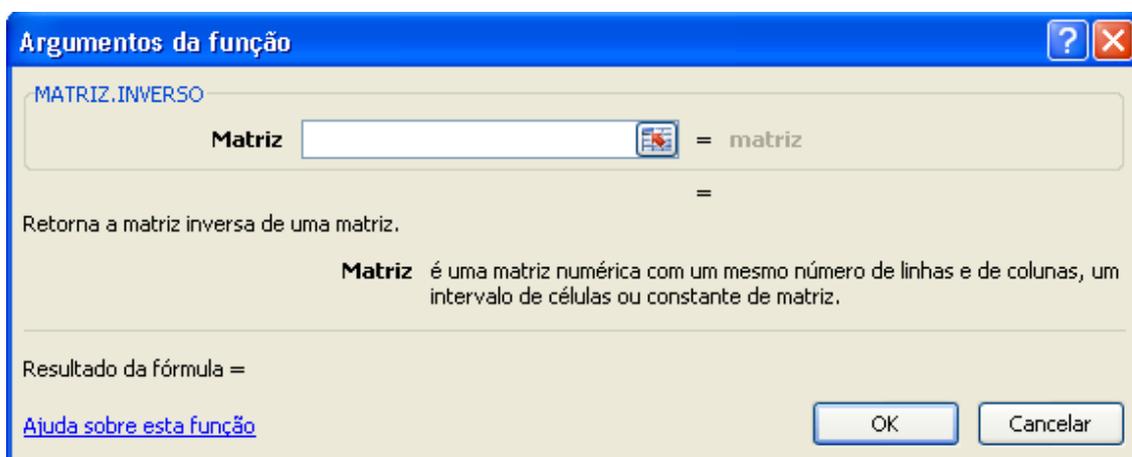
Fonte: Computador do autor

²¹ Usuários: pessoas que utilizam programas de computador para realizar determinadas tarefas.

Primeiro, deve-se selecionar o intervalo de células que apresentará a matriz inversa; em seguida, no menu “Fórmulas”, clicar com o botão esquerdo do mouse no símbolo  que está localizado no lado esquerdo da tela na parte superior. Aparecerá a seguinte caixa de diálogo:



No campo “Ou Selecione uma categoria”, escolhe-se a opção “Matemática e Trigonometria”; no campo, “Selecione uma função”, deve-se escolher a opção MATRIZ.INVERSO, como mostra a caixa de diálogo acima; depois, clica-se em “OK” e aparecerá a seguinte caixa de diálogo:



No campo “**Matriz**”, digita-se o intervalo de células que corresponde à matriz que queremos calcular a sua inversa ou, simplesmente, seleciona-se esse intervalo com o mouse, clicando e segurando o botão esquerdo, desde a primeira célula da diagonal

principal até a última célula da mesma diagonal que corresponde ao intervalo de células da matriz. Em seguida, aperta-se a tecla F2, seguida de Ctrl + Shift + Enter. A matriz inversa aparecerá no primeiro intervalo de células selecionadas com os números na forma decimal. Esse procedimento é capaz de calcular a matriz inversa de uma matriz de ordem três, quatro ou de qualquer ordem, desde que seja uma matriz quadrada com determinante diferente de zero.

3.4 Problemas contextualizados: multiplicação de matrizes

Neste item, apresentaremos como sugestão alguns problemas que envolvem situações práticas do cotidiano, a fim de explorar a definição de multiplicação de matrizes e a solução feita na planilha eletrônica Excel.

PROBLEMA 01

Em sua feira semanal, Dona Márcia comprou para o filho João lanche na escola: três barras de chocolate, cada uma custando R\$ 1,50, quatro caixinhas de suco de fruta, por R\$ 1,20 a unidade e dois pacotes de biscoito, por R\$ 2,30 cada. Quanto ela gastou de lanche para o filho? Pesquise o valor energético de cada item que Dona Márcia comprou, o número de carboidratos de cada um e a quantidade de proteínas. Em seguida, construa uma tabela e calcule quanto João ingeriu de calorias, carboidratos e proteínas no seu lanche durante a semana.

PARTE I

SOLUÇÃO

Forma tradicional

$$[3 \quad 4 \quad 2] \cdot \begin{bmatrix} 1,50 \\ 1,20 \\ 2,30 \end{bmatrix} = [3 \cdot (1,50) + 4 \cdot (1,20) + 2 \cdot (2,30)] = [13,90]$$

Valor do lanche: R\$ 13,90

Na Planilha eletrônica Excel

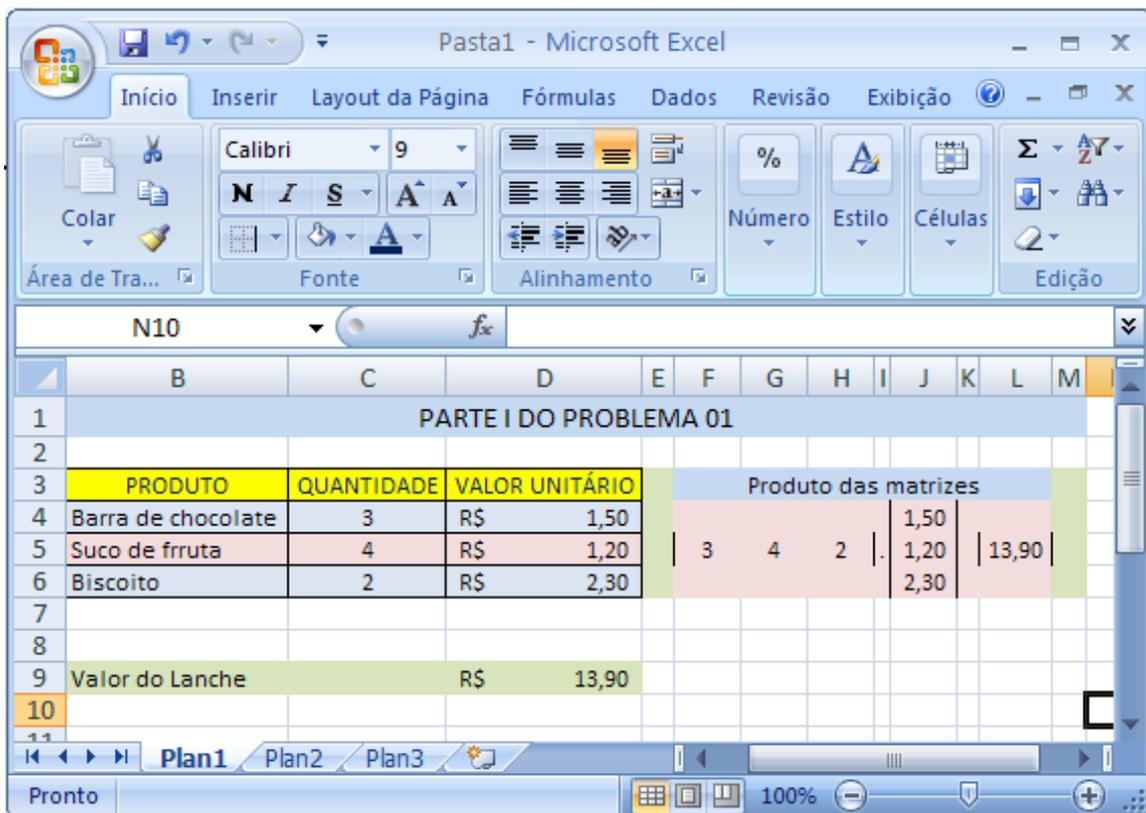


FIGURA 12

Fonte: Computador do autor

PARTE II

Forma tradicional

PRODUTO	CALORIAS	CARBOIDRATOS	PROTEÍNAS
Barra de chocolate	130 Kcal	2,8 g	3 g
Suco de frutas	110 Kcal	1,9 g	2 g
Biscoitos	56 Kcal	1 g	1 g

$$\begin{aligned}
 & [3 \quad 4 \quad 2] \cdot \begin{bmatrix} 130 & 2,8 & 3 \\ 110 & 1,9 & 2 \\ 56 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 & = [3 \cdot 130 + 4 \cdot 110 + 2 \cdot 56 \quad 3 \cdot (2,8) + 4 \cdot (1,9) + 2 \cdot 1 \quad 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1] \\
 & = [972 \quad 18 \quad 19]
 \end{aligned}$$

Na Planilha eletrônica Excel

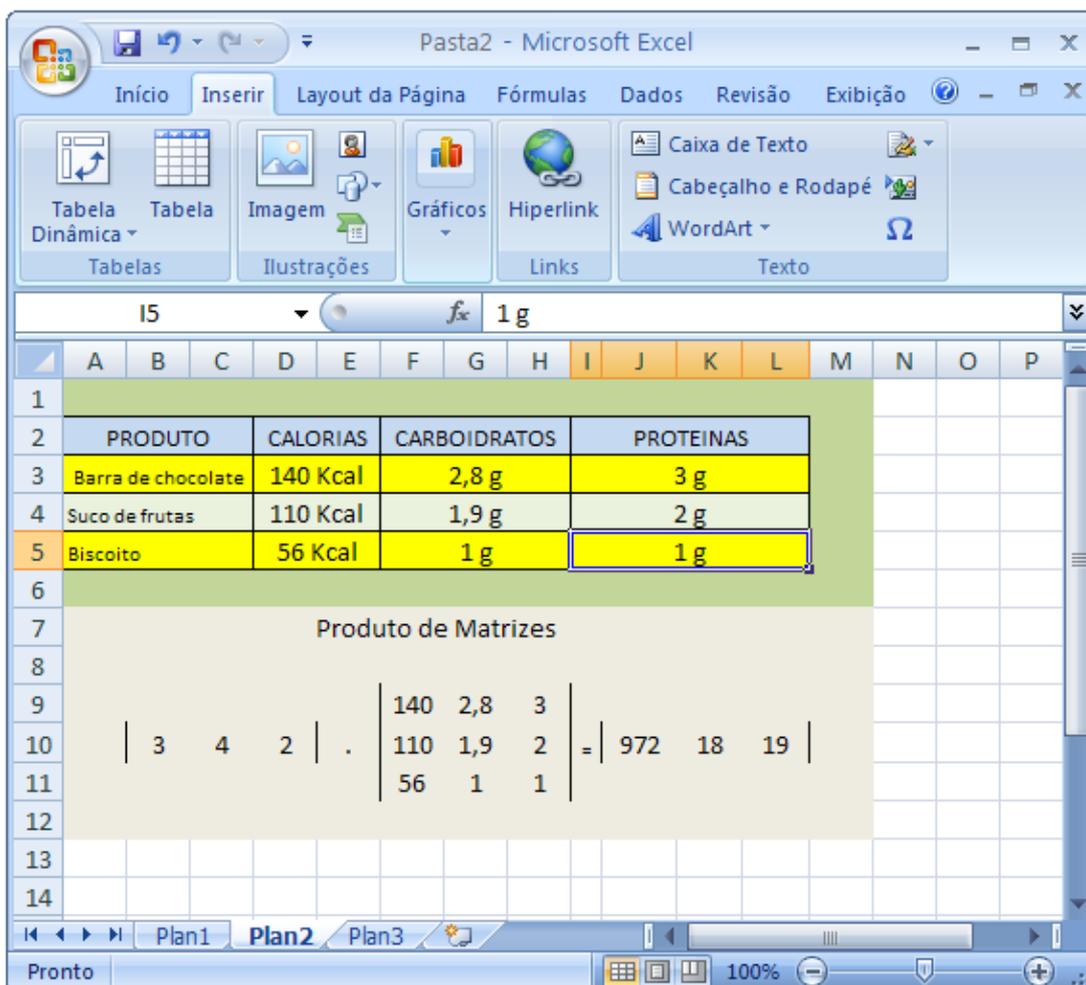


FIGURA 13

Fonte: Computador do autor

Tanto na Figura 12 quanto na 13, nas planilhas, utilizamos a função **MATRIZ.MULT** para calcular o produto das matrizes. Com o aplicativo criado, o professor pode explorar a definição da multiplicação com matrizes. Além disso, é possível construir e analisar a tabela.

PROBLEMA 02

Para fazer a instalação de uma bomba d'água num prédio, o encanador utilizou oito conexões de meia polegada, no valor de R\$ 0,85 cada; duas luvas de passagem de meia polegada, cada uma no valor de R\$ 2,25; cinco joelhos de meia polegada, cada uma custando R\$ 0,90; três joelhos de três quartos de polegada, cada um por R\$ 0,70 cada; três redutores de meia polegada para três quartos de polegada, no valor de R\$ 1,25, por unidade; quatro metros de cano de meia polegada, cada um valendo R\$ 2,40 o metro, e cinco metros de cano de três quartos de polegada, no valor de R\$ 2,25 o metro. Construa uma tabela com esses dados e calcule quanto o encanador gastou para deixar a bomba d'água instalada.

SOLUÇÃO

Forma tradicional

PRODUTO	QUANTIDADE	REFERÊNCIA	VALOR UNITÁRIO
Conexões	8	0,50 polegadas	0,85
Luva de passagem	2	0,50 polegadas	2,25
Joelho	5	0,50 polegadas	0,90
Joelho	3	0,75 polegadas	0,70
Redutores	3	0,50 – 0,75 pol	1,25
Cano	4	0,50 polegadas	2,40
Cano	5	0,75 polegadas	2,25

$$[8 \ 2 \ 5 \ 3 \ 3 \ 4 \ 5] \cdot \begin{bmatrix} 0,85 \\ 2,25 \\ 0,90 \\ 0,70 \\ 1,25 \\ 2,40 \\ 2,25 \end{bmatrix} = [42,50]$$

O valor gasto na instalação da bomba d'água foi de R\$ 42,50.

Na planilha eletrônica Excel

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a spreadsheet. The spreadsheet has the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																

The spreadsheet shows a table with columns for 'PRODUTO', 'QUANTIDADE', 'REFERÊNCIA', and 'VALOR UNITÁRIO'. The data is as follows:

PRODUTO	QUANTIDADE	REFERÊNCIA	VALOR UNITÁRIO
Conexões	8	0,50 polegadas	0,85
Luva de Passagem	2	0,50 polegadas	2,25
Joelho	5	0,50 polegadas	0,90
Joelho	3	0,75 polegadas	0,70
Redutores	3	0,50-0,75 pol	1,25
Cano	4	0,50 polegadas	2,40
Cano	5	0,50 polegadas	2,25

Below the table, there is a calculation: $[8 \ 2 \ 5 \ 3 \ 3 \ 4 \ 5] \cdot \begin{bmatrix} 0,85 \\ 2,25 \\ 0,90 \\ 0,70 \\ 1,25 \\ 2,40 \\ 2,25 \end{bmatrix} = [42,50]$. The result 42,50 is displayed in cell L13.

FIGURA 14

Fonte: Computador do autor

3.5 Aplicação do cálculo da matriz inversa

Os problemas que apresentaremos nessa secção serão solucionados com base no conhecimento do cálculo da matriz inversa. Para mostrar tais soluções, iremos introduzir algumas definições que são fundamentais para a compreensão dos problemas.

Definição 01

Seja A uma matriz quadrada de ordem n e I_n a matriz identidade da mesma ordem de A , então a igualdade é verdadeira: $A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$. Assim, toda matriz quadrada A multiplicada pela matriz identidade de mesma ordem é sempre igual à matriz A .

Em outras palavras, a matriz identidade tem a função de elemento neutro no produto de matrizes.

$$\text{Exemplo: } \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

Definição 02

Todo sistema de equações lineares, possível e determinado, pode ser escrito na forma de uma equação matricial.

Exemplo: O sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$ pode ser escrito da seguinte

forma:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 9 \end{bmatrix}, \text{ onde a primeira matriz é a matriz dos coeficientes das incógnitas,}$$

a segunda é a matriz das incógnitas, e a terceira é a matriz dos termos independentes.

Agora vamos utilizar as definições apresentadas para escrever um resultado que é conhecido nos livros de Álgebra Linear. Considere a seguinte equação matricial:

$$A \cdot X = B, \text{ onde } A \text{ e } B \text{ são matrizes conhecidas e } X \text{ é uma matriz a determinar.}$$

Assim, se multiplicarmos ambos os membros da equação pela inversa de A , obteremos:

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B, \text{ daí como } A^{-1} \cdot A = I_n \text{ temos: } I_n \cdot X = A^{-1} \cdot B. \text{ Da definição 01,}$$

chegamos ao seguinte resultado: $X = A^{-1} \cdot B$, com o qual resolveremos os problemas que

iremos propor, a fim de mostrar uma aplicação prática do cálculo da matriz inversa. Queremos chamar a atenção, ainda, para o fato de que os livros didáticos do ensino médio não mostram nenhuma aplicação dessa forma.

PROBLEMA 03

Pedro foi a uma lanchonete, comeu dois sanduíches de queijo e um refrigerante e pagou pelo lanche R\$ 5,00. Na semana seguinte, depois de ter saído do campo de futebol, foi à mesma lanchonete, comeu um sanduíche de queijo, tomou dois refrigerantes e pagou R\$ 5,50. Quanto custaram o sanduíche e o refrigerante que Pedro consumiu?

SOLUÇÃO

Forma tradicional

Seja x o valor do sanduíche e y o valor do refrigerante, devemos resolver o seguinte sistema de equações lineares: $\begin{cases} 2x + y = 5,00 \\ x + 2y = 5,50 \end{cases}$. Multiplicando a segunda equação por -2 e somando com a primeira, temos: $-3y = -6,00$. Assim, o valor de $y = 2,00$. Substituindo o valor de y em qualquer uma das equações, encontramos $x = 1,50$. Logo, o sanduíche custou R\$ 1,50, e o refrigerante, R\$ 2,00.

Na planilha eletrônica Excel

Seja x o valor do sanduíche e y o valor do refrigerante, equacionando o problema, temos o sistema de equações lineares: $\begin{cases} 2x + y = 5,00 \\ x + 2y = 5,50 \end{cases}$, que pode ser escrito da seguinte forma: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,00 \\ 5,50 \end{bmatrix}$. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, vamos calcular a inversa de A e resolver a equação matricial $X = A^{-1} \cdot B$, sendo $B = \begin{bmatrix} 5,00 \\ 5,50 \end{bmatrix}$.

No Excel, equivale à seguinte figura:

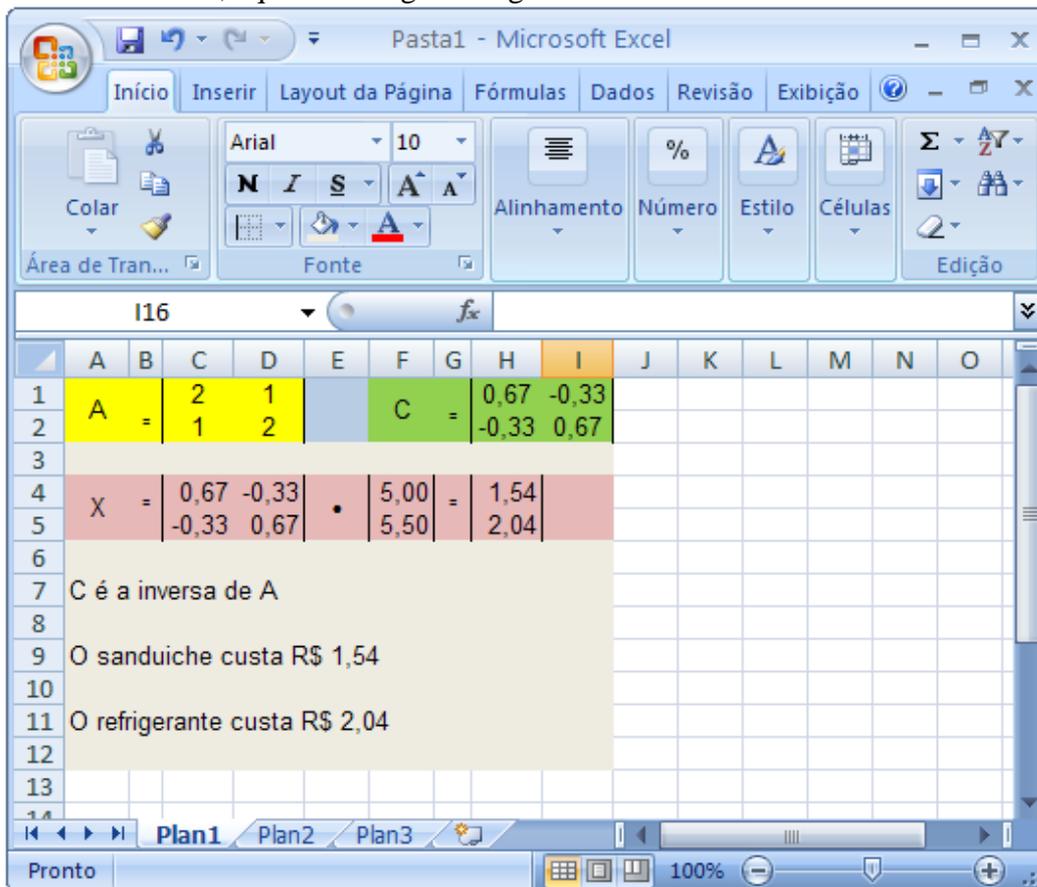


FIGURA 15

Fonte: Computador do autor

A vantagem de utilizar o Excel nesse problema é a rapidez nos cálculos, pois obtemos a matriz inversa através da função `MATRIZ.INVERSO`, e o produto da inversa pela matriz formada com os termos independentes é calculado com a função `MATRIZ.MULT`. Assim, o discente pode criar seu próprio aplicativo para resolver problemas como esse e ver a aplicação do cálculo da matriz inversa em um problema cotidiano.

PROBLEMA 04

Um teatro colocou em cartaz uma peça infantil e, na quinta-feira, cobrou R\$ 4,00 para a entrada de homens, R\$ 3,00, para a de mulheres, e R\$ 2,00, para a de crianças. Nesse dia, a bilheteria registrou o valor total de R\$ 700,00. Na sexta-feira, a fim de atrair o público masculino, o teatro fez uma promoção e fixou o valor da entrada dos homens em R\$ 3,00 e permaneceu com os valores das mulheres e das crianças. Nesse dia, a bilheteria registrou o valor total de vendas de entradas em R\$ 660,00. Não satisfeito com o público dos dias anteriores, o teatro fez uma nova promoção e fixou o

valor da entrada em R\$ 2,50, para homens, R\$ 1,50, para mulheres, e R\$ 1,50, para crianças. Nesse dia, a bilheteria arrecadou R\$ 490,00. Quantos homens, mulheres e crianças estiveram no teatro nesses três dias?

SOLUÇÃO

Forma tradicional

Seja x o número de homens, y o número de mulheres e z o número de crianças, a solução do problema consiste em se resolver o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 4,00x + 3,00y + 2,00z = 700,00 \\ 3,00x + 3,00y + 2,00z = 660,00 \\ 2,50x + 1,50y + 1,50z = 490,00 \end{cases} . \text{ Utilizando a regra de Cramer, temos:}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 700 & 3,00 & 2,00 \\ 660 & 3,00 & 2,00 \\ 490 & 1,50 & 1,50 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4,00 & 3,00 & 2,00 \\ 3,00 & 3,00 & 2,00 \\ 2,50 & 1,50 & 1,50 \end{vmatrix}} = \frac{60}{1,5} = 40$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4,00 & 700 & 2,00 \\ 3,00 & 660 & 2,00 \\ 2,50 & 490 & 1,50 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4,00 & 3,00 & 2,00 \\ 3,00 & 3,00 & 2,00 \\ 2,50 & 1,50 & 1,50 \end{vmatrix}} = \frac{30}{1,5} = 20$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 4,00 & 3,00 & 700 \\ 3,00 & 3,00 & 660 \\ 2,50 & 1,50 & 490 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4,00 & 3,00 & 2,00 \\ 3,00 & 3,00 & 2,00 \\ 2,50 & 1,50 & 1,50 \end{vmatrix}} = \frac{360}{1,5} = 240$$

Nos três dias, compareceram ao teatro para assistir à peça infantil 40 homens, 20 mulheres e 240 crianças.

Na planilha eletrônica Excel

Vamos resolver a seguinte equação matricial: $X = A^{-1} \cdot B$, sendo A^{-1} a inversa

da matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2,5 & 1,5 & 1,5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 700 \\ 660 \\ 490 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$. Logo, temos:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0,3 & 0,67 & -1,3 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 700 \\ 660 \\ 490 \end{bmatrix}$$

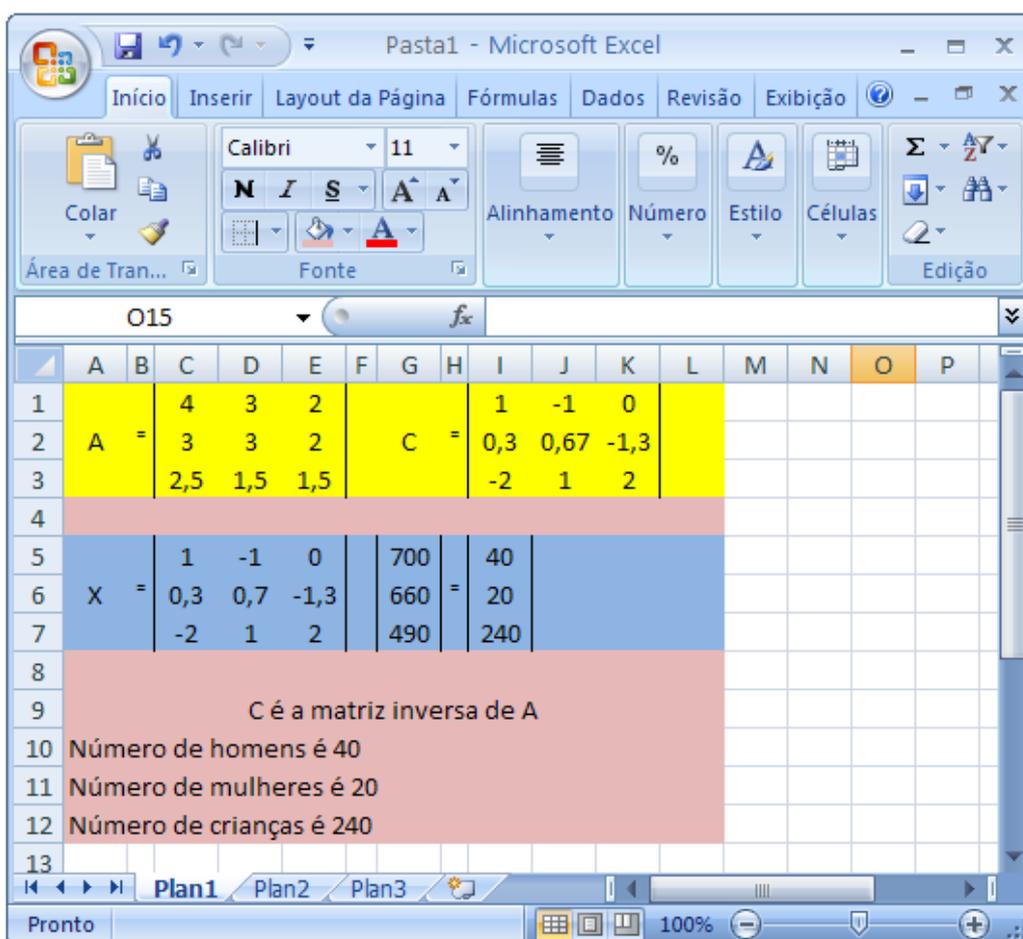


FIGURA 16

Fonte: Computador do autor

A vantagem de se fazer na planilha eletrônica Excel é que, além de o discente criar o aplicativo, calcula apenas a matriz inversa e o produto da matriz inversa pela matriz dos termos independentes.

Com esse problema, encerramos esta seção. A elaboração de problemas como esse fica a critério dos professores que utilizarem esse recurso no ensino de matrizes.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, descreveremos os caminhos percorridos para desenvolver a pesquisa. Para isso, faremos uma abordagem sobre o tipo de pesquisa que se conforma com a investigação, as etapas que estabelecemos, os sujeitos que estão envolvidos e alguns resultados que já alcançamos.

A pesquisa se caracteriza como qualitativa e segue os pressupostos do Estudo de Caso. Entendemos que ela se adéqua a esse perfil por se tratar de uma investigação cujo foco é um grupo de pessoas, especificamente alunos do ensino médio, e um professor colaborador do nosso trabalho. Nesse sentido, Ponte (2006, p. 2) refere:

Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador.

De acordo com a definição de Ponte (2006), a entidade que é o objeto de estudo do nosso trabalho de pesquisa está bem definida por se tratar de um grupo de pessoas, com as quais utilizaremos um instrumento de pesquisa²² a fim de observar até que ponto ele pode auxiliar na construção do conhecimento.

Seguindo a mesma linha de pensamento de Ponte (2006), Bogdan e Biklen (1994, p. 89), afirmam que “o estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou acontecimento específico”.

Para esses autores (1994), o pesquisador deve iniciar o estudo de caso buscando indícios que lhe possibilite definir metas. Coletar dados do objeto de estudo é uma fase muito importante, pois, de posse deles, o pesquisador pode organizar e estruturar sua pesquisa. Além disso, os dados coletados numa pesquisa qualitativa nos ligam ao mundo empírico, e quando são coletados de forma sistemática e rigorosa, podem estabelecer relações com as outras ciências. Para os referidos autores, “o termo dados refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontra a estudar; são os elementos que formam a base da análise” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 149)

²² O instrumento de pesquisa a que nos referimos nesse parágrafo é o software que utilizaremos e o objeto de aprendizagem que foi desenvolvido durante o Curso de Mestrado.

Bogdan e Biklen (1994) ainda fazem uma observação muito importante em relação à coleta dos dados feita pelo pesquisador na fase inicial de sua pesquisa. Eles afirmam que os dados coletados servirão de prova e de pistas para a realização do estudo.

Ludke e André (1986) fazem considerações significativas a respeito da pesquisa qualitativa na modalidade *Estudo de Caso*. Para eles, o pesquisador que realiza esse tipo de pesquisa deve estar interessado em características fundamentais, a saber:

- Os estudos de caso visam à descoberta;
- Enfatizam a ‘interpretação em contexto’;
- Buscam retratar a realidade de forma completa e profunda;
- Usam uma variedade de fontes de informação;
- Revelam experiência vicária e permitem generalizações naturalísticas;
- Procuram representar os diferentes e, às vezes, conflitantes pontos de vista presentes numa situação social;
- Utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa.

Para nós, os pontos elencados pelas autoras são de grande importância, pois, no trabalho que realizaremos, cada uma dessas características será observada a fim de alcançarmos nossos objetivos.

Num contexto geral, um estudo de caso apresenta-se em três fases fundamentais, que são: a) fase exploratória, b) delimitação e coleta de dados e c) análise sistemática dos dados coletados e relatório final (NISBET E WATT, apud LUDKE E ANDRÉ, 1986).

A primeira fase, ou fase exploratória, constitui uma análise geral acerca do trabalho a ser realizado. Nessa fase, o pesquisador irá definir o objeto de estudo, os sujeitos que estarão envolvidos em seu trabalho, os pontos críticos e as questões que serão levantadas, o lugar onde será realizada a pesquisa, as fontes que lhe servirão de subsídio na coleta de dados e o que ele pretende fazer. Depois da fase exploratória, o pesquisador deve definir sua problemática, seus objetivos e sistematizar suas ações. Para isso, o pesquisador pode lançar mão ou não de uma coleta de dados, e se achar necessário fazer uma coleta de dados, ele pode utilizar alguns instrumentos de pesquisa, alguns dos quais mencionaremos adiante.

A última fase do estudo de caso consiste na análise dos dados que foram coletados. De posse de todas as informações colhidas, o pesquisador seleciona os resultados que obteve e fará suas considerações acerca do objeto de estudo. É importante ressaltar que, na pesquisa qualitativa, o pesquisador não deve influenciar nos resultados nem direcioná-los àquilo que ele acredita que é verdadeiro ou que funciona bem. Ele deve ser transparente e emitir todos os fatos que aconteceram durante a realização da sua pesquisa, mesmo que, no final, chegue a comprovar que os resultados obtidos não coincidiram com aquilo que ele esperava. Todas as informações e as conclusões alcançadas devem ser disponibilizadas para que outras pessoas que se interessarem pelo objeto de estudo pesquisado possam ter acesso a elas.

Convém lembrar que essas fases não constituem uma sequência que deve ser seguida impreterivelmente, elas podem ser intercaladas, em momentos distintos, de acordo com as necessidades que forem surgindo (LUDKE E ANDRÉ, 1986, p. 23).

Ludke e André (1986) afirmam que podem surgir problemas em relação à escolha do caso e à generalização dos resultados. Em sua percepção, pode ser que o pesquisador dê maior ênfase às generalizações que ao caso, devido a ser tratado particularmente. No entanto, tudo vai depender do tema estudado, pois a partir dele é que se deve fazer a escolha do lugar mais propício para realizar a pesquisa.

5 OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Nosso objetivo, neste item, é elucidar o que entendemos por objetos de aprendizagem (OA) e apresentar o que elaboramos no decorrer do Curso de Mestrado, a fim de utilizá-lo com os discentes envolvidos na nossa pesquisa, para verificar até que ponto um AO contribui, verdadeiramente, para o desenvolvimento cognitivo.

Segundo Wiley (2000, p. 3), entende-se por objeto de aprendizagem todo e qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para o suporte de ensino. Não há nenhuma definição universal para OAs, porquanto eles tanto podem ser uma mídia quanto uma simples apresentação de slides, ou muito mais complexos, como uma simulação com animações e efeitos gráficos. Os OAs utilizam-se de imagens, animações, textos, hipertextos, applets, entre outros. Podem ser criados em qualquer plataforma. Ainda são recentes os estudos sobre OAs, no entanto, há várias criações no campo da Física, da Matemática e da Química.

Na Educação, os OAs são uma ferramenta para quebrar paradigmas que estão enraizados na prática pedagógica há muito tempo. Borba e Penteadó (2001) são categóricos em relação a isso, quando afirmam que a introdução da informática nos domínios da escola bem como nas atividades humanas está em função do professor, e ele deve ter como papel primordial refletir, em nível de coletividade, sobre suas ações e aprender a conviver com as incertezas que as mídias produzem tanto no aspecto quantitativo quanto no qualitativo.

Rodrigues (2006), ao desenvolver uma pesquisa de cunho qualitativo, buscou dar ênfase à produção de objetos de aprendizagem feitos de forma coletiva na universidade e na escola, com a participação de grupos de áreas distintas. Nesse trabalho, destaca-se como questão crucial a formulação de perguntas, visto que elas proporcionam uma interatividade entre professor e aluno acerca da aprendizagem de um conteúdo específico. Sobre essa interatividade, Tardife e Lessard (2005, p. 273) consideram ser uma característica principal no desempenho da prática docente afirmam que “...a pedagogia do professor é estabelecida sempre em sua relação com o outro, isto é, em suas interações com os alunos”.

Outros aspectos analisados por Rodrigues (2005, p. 89) a respeito da produção dos objetos de aprendizagem são os seguintes: a) devem ser produzidos com uma

linguagem compreensiva; b) os níveis de dificuldade devem ser sequenciais e crescentes; c) devem estar bem relacionados com a teoria do conteúdo a ser explorado. A observação desses itens é fundamental no processo de elaboração dos objetos de aprendizagem.

A vantagem de utilizar OA no contexto educacional é de que eles auxiliam na formação de conceitos. Alguns autores, como Longmire (2001), Sá Filho (2004) e Machado (2004), por exemplo, atribuem tais vantagens por terem as seguintes características: *flexibilidade* - são constituídos de forma simples, que oferece a condição de serem reutilizados; podem ser *atualizados* - essa característica é uma consequência da primeira, uma vez que eles têm certa flexibilidade, são passíveis de serem atualizados em momentos diferentes e, por fim, a *customização* - por serem independentes, podem ser utilizados, ao mesmo tempo, em um curso ou em vários cursos, de acordo com a necessidade do momento.

A criação de um objeto de aprendizagem deve seguir algumas etapas que estão definidas na proposta metodológica do Projeto Rived²³. São elas: *elaboração do design, roteiros, produção do próprio objeto de aprendizagem e guia do professor*. Seguindo essas etapas, observa-se que é preciso se ter uma equipe para elaborar um AO, a qual deve ter um design pedagógico e um técnico em informática, além da participação de outras pessoas.

O OA que criamos é uma mídia em PowerPoint. Através de um diálogo estabelecido entre dois funcionários de uma fábrica de bolsas, surge um problema a ser resolvido. Então, o funcionário que ocupa um cargo mais elevado na empresa começa a mostrar uma solução para aquele problema, com conhecimentos adquiridos no segundo ano do ensino médio com a multiplicação de matrizes e o auxílio da planilha eletrônica Excel. Assim, praticamente, todo o conteúdo de matrizes é exposto até a solução do problema com o software. Em seguida, é sugerido ao aluno que ele crie seu próprio aplicativo no Excel a fim de resolver um problema que lhe é proposto.

5.1 Elaboração do OA

Neste item, descreveremos o processo de elaboração do OA que será aplicado com a turma do segundo ano do ensino médio da Escola Estadual Luzia Simões

²³ Rived: Rede Interativa Virtual de Educação. Informações no site: <http://rived.mec.gov.br/projeto.php>

Bartolline, bem como os sujeitos que fizeram parte da equipe nesse processo de elaboração.

O OA que iremos aplicar como instrumento de pesquisa foi elaborado durante o curso na disciplina de Objetos de Aprendizagem, sob a orientação da Professora Doutora Filomena Moita.

Os passos que seguimos para construir esse Objeto de Aprendizagem foram os seguintes: primeiro criamos uma situação-problema para nela explorarmos o conteúdo de matriz: sua definição, algumas operações e uma aplicação prática. Para contextualizar essa situação, utilizamos um diálogo entre dois personagens. Tais personagens, que exerciam o papel de dois funcionários de uma fábrica de bolsas; nessa fábrica, eram produzidos três tipos de bolsas: uma do tipo A, com dois botões, uma do tipo B, com quatro botões, e a última, do tipo C, com seis botões. Um dos funcionários havia sido promovido e saído do setor de produção para ser o encarregado por toda a produção da fábrica. Como cada bolsa tem certa quantidade de botões, ele se deparou com o seguinte problema: considerando que a fábrica produz três tipos de bolsa, quantos botões serão necessários para a produção de 20 bolsas do tipo A, 30, do tipo B, e 25 do tipo C, no mês de maio e no mês de junho, sendo a produção desse mês o dobro da produção do mês anterior? As figuras abaixo mostram os dois personagens que protagonizam a situação-problema que criamos.



Figura 4: Operário Luiz
Fonte: Criado por Hélio.²⁴



Figura 5: Operário Márcio
Fonte: Criado por Hélio

A partir desse problema, que é muito simples, desenvolvemos o OA seguindo todas as etapas sugeridas pelos autores no item anterior.

Representamos a tela inicial do OA com a figura abaixo:

²⁴ Hélio: *Design* gráfico que colaborou para a construção do OA.



Figura 6: Tela de abertura do OA

Fonte: Produzido por Hélio

As figuras criadas pelo *design* gráfico foram desenvolvidas segundo a descrição que fizemos dos personagens. A Figura 4, que representa o funcionário Luiz, é o que identificamos como o operário que foi promovido como chefe encarregado da produção da fábrica. Já o outro funcionário da Figura 5, que chamamos de Márcio, é que expõe o conteúdo de matrizes no decorrer da trama. Toda a exposição do conteúdo é feita na sala de Márcio, que representamos com a figura abaixo:

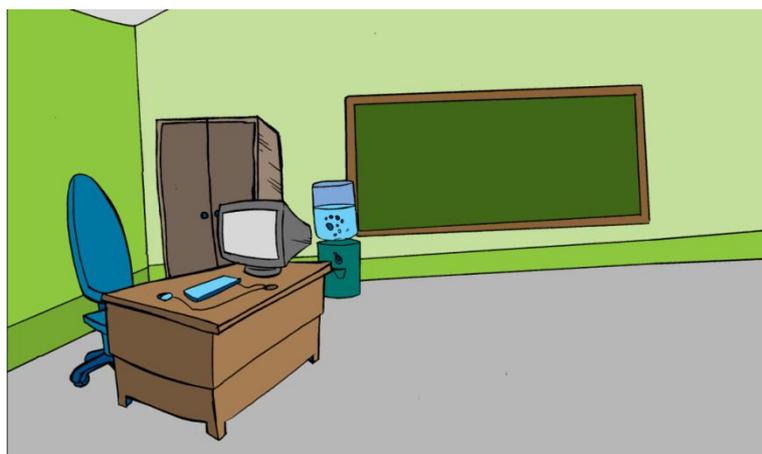


Figura 6: Sala onde é feita a exposição do conteúdo de matrizes.

Fonte: Criada por Hélio

Antes de contextualizar essa situação-problema, elaboramos um mapa de navegação, que se encontra no apêndice; em seguida, elaboramos um mapa conceitual e um guia do professor. Ambos estão no apêndice deste trabalho. No final da apresentação, fizemos um exercício sobre o conteúdo de matrizes para o aluno responder utilizando a planilha eletrônica Excel. Disponibilizamos, também, as

respostas para que, depois de criar seu próprio modelo na planilha de cálculo, o aluno possa comparar os resultados.

5.2 Universo da pesquisa

Nossa pesquisa foi realizada em uma escola Estadual de Ensino Médio e Fundamental na cidade de João Pessoa, no estado da Paraíba.

A escola tem uma área de, aproximadamente, 9.800 metros quadrados, com os seguintes compartimentos: uma sala, onde funciona a secretaria, uma sala para a direção, uma sala de Professores, uma cozinha, um refeitório, uma biblioteca, uma sala de vídeo, um laboratório de informática, com 32 computadores e um data-show, um Ginásio poliesportivo e dez salas de aula.

5.3 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da nossa pesquisa são vinte alunos do segundo ano do ensino médio, regularmente matriculados no turno da tarde, com faixa etária entre 15 anos e 17 anos de idade, além do professor de Matemática, que não fez objeção alguma em participar do nosso trabalho acadêmico. O número de sujeitos da pesquisa está relacionado a dois fatos: o primeiro é que o número de matrículas nessa turma, segundo ano do ensino médio, foi pequeno nesse ano letivo; o segundo, que essa foi a única turma formada nesse ano em que houve desistência e evasão.

5.4 Instrumentos da pesquisa

Para o desenvolvimento da pesquisa, utilizamos os seguintes instrumentos:

- Iniciamos aplicando um questionário pré-estruturado, a fim de conhecer o nível de interação dos discentes com o computador, sua rotina com a tecnologia da informação bem como a utilização de softwares, como editores de texto e a familiaridade com a planilha eletrônica Excel;

- Procedemos a uma intervenção didática nas seguintes etapas:

a) Ministramos um minicurso sobre a planilha eletrônica Excel, a fim de mostrar suas potencialidades aos discentes e sua aplicação prática na elaboração de aplicativos para realizar tarefas específicas;

b) Utilizamos um objeto de aprendizagem, que foi desenvolvido durante o Curso do Mestrado na disciplina Objetos de Aprendizagem, com o objetivo de expor o conteúdo de matrizes e sua utilidade na resolução de problemas com auxílio da planilha eletrônica Excel;

c) Utilizamos um segundo questionário, visando obter sugestões dos discentes para aprimorarmos o objeto de aprendizagem que criamos posteriormente, bem como para ter informações a respeito da utilização da planilha eletrônica Excel e sua aplicação no ensino de matrizes.

Tais instrumentos são parte fundamental na elaboração do nosso trabalho final, porquanto, a partir deles, podemos analisar os resultados obtidos e verificar a viabilidade da proposta pedagógica que sugerimos.

6 ANÁLISE DOS DADOS

6.1 Etapas desenvolvidas

Neste item, faremos uma breve descrição das etapas que foram realizadas para analisar os resultados encontrados. Pelo fato de a pesquisa ser de cunho qualitativo, na modalidade estudo de caso, fizemos uma coleta de dados através de um questionário²⁵ pré-estruturado.

Em relação ao questionário, Silva e Menezes (2001, p. 33) definiram-no como um instrumento de pesquisa qualitativa, composto de perguntas ordenadas e de objetivo, limitado em extensão e acompanhado de instruções que esclareçam o propósito de sua aplicação, ressaltando a importância da participação e a colaboração do informante, e fácil de ser preenchido. As referidas autoras (2001) classificam as perguntas como abertas, fechadas ou de múltipla escolha. As perguntas abertas são as que o informante responde por escrito; já as fechadas devem oferecer duas opções de resposta: sim ou não, de forma que o informante escolha apenas uma delas; as de múltipla escolha devem conter várias alternativas, das quais o informante pode escolher um, duas ou mais respostas.

O questionário que aplicamos na fase inicial da pesquisa foi composto por oito perguntas fechadas e de múltipla escolha, cujos dados apresentamos a seguir.

Dos vinte alunos que responderam ao questionário, dezoito disseram que acessam o computador na própria casa ou em casa de parentes. Esse dado corrobora com a afirmação que fizemos na página 29, o que comprova o pensamento de Almeida, onde ele afirma que o computador tem se tornado cada vez mais popular. O questionário também revelou um dado que já esperávamos, devido à velocidade da informação nos dias atuais: cerca de 90% dos discentes conhecem programas de editores de texto, acessam sites de relacionamento, correspondem-se por e-mails e utilizam a internet para fazer pesquisas escolares.

Um dado que nos chamou a atenção foi o seguinte: mesmo tendo acesso ao computador e conhecendo alguns programas, 100% dos discentes que responderam ao questionário não conhecem a planilha eletrônica Excel, nunca a utilizaram, nem sabem

²⁵ Questionário: é um instrumento de pesquisa que oferece a possibilidade de tomarmos decisões e traçarmos metas depois da coleta. Esse instrumento se encontra no Apêndice A desta pesquisa.

o que é uma planilha eletrônica. A partir dessa informação, resolvemos ministrar um minicurso sobre planilha eletrônica Excel, para podermos introduzir nossa proposta pedagógica por meio do objeto de aprendizagem que elaboramos. Esse dado para nós foi uma surpresa, pois esperávamos que, por terem certa familiaridade com o computador, os discentes conhecessem um pouco sobre o Excel. Utilizamos o OA para introduzir o conteúdo de matrizes no Excel. Fizemos isso em uma aula. Em seguida, mostramos as potencialidades do Excel num minicurso ministrado em quatro aulas.

O segundo questionário que aplicamos, composto por cinco questões abertas, foi coletado depois do minicurso sobre Planilha eletrônica e Excel. Optamos por questões abertas, para conhecer um pouco sobre o nível de aceitação da proposta construcionista por parte dos discentes. Depois da realização do minicurso, introduzimos o conteúdo de matrizes através do objeto de aprendizagem. A primeira pergunta aberta do questionário foi: *1º) Qual sua opinião a respeito do minicurso sobre planilha eletrônica e Excel?*

Dezesseis alunos, que corresponde a 80% dos vinte entrevistados, responderam que acharam legal o minicurso porque não conheciam o Excel e não sabiam que podiam fazer cálculos com a planilha eletrônica.

Em relação à pergunta *O que você aprendeu sobre o Excel?*, 20% dos alunos responderam que é um programa que serve para fazer cálculos, 30%, que aprenderam a digitar textos e números nas células, e 50%, que aprenderam o que é uma célula, o que é um intervalo de células, a somar valores em células diferentes e a construir tabelas.

No que concerne à terceira pergunta - *Qual a sua opinião a respeito do conteúdo de matrizes feitas com os operários da fábrica no programa (objeto de aprendizagem) apresentado?*, obtivemos o seguinte resultado: 70% dos alunos responderam que o conteúdo ensinado através de um problema prático ajuda na compreensão, e o programa de computador ajuda a resolver mais rápido o problema sem esquentar a cabeça.

Quanto à quarta pergunta - *Em sua opinião, qual a melhor maneira de estudar matrizes, com uma planilha eletrônica ou da maneira como o professor expõe no quadro? Justifique sua resposta* – aproximadamente, 80% dos discentes responderam que estudar matrizes com o Excel é bem melhor do que com o conteúdo sendo exposto no quadro, com giz e apagador. Para eles, o recurso tecnológico ajuda a compreender bem mais, e os cálculos são mais fáceis, uma vez que eles não precisam se preocupar com a adição e a multiplicação de sinais porque o próprio programa já efetua essas operações automaticamente. Também levantaram a hipótese de que estudar com o programa os auxiliaria a aprender a manipulá-lo com outros objetivos como, por

exemplo: nos locais de trabalho e para fazerem trabalhos de outras disciplinas em que fosse necessário utilizar tabelas e gráficos. Sob seu ponto de vista, estudando com Excel o conteúdo de matrizes, também estavam se preparando ou adquirindo mais conhecimentos sobre o Excel para utilizá-lo quando estivessem trabalhando, já que são jovens e estão buscando uma direção para suas escolhas profissionais.

A quinta pergunta do questionário foi a seguinte: 5º) *Em sua opinião, estudar matrizes no programa Excel tem alguma utilidade prática? Comente sua resposta.*

De acordo com os resultados, 60% dos discentes responderam que sim, e 40% disseram que aprender matrizes com o programa poderia servir para utilizá-lo em outras atividades como, por exemplo: conseguir um emprego no futuro, realizar trabalhos de outras disciplinas e construir gráficos. Cinco por cento dos discentes não fizeram nenhum comentário, apenas responderam que qualquer coisa que se aprende na escola tem alguma utilidade na vida cotidiana.

O que nos chamou à atenção, no que diz respeito aos comentários feitos pelos discentes, é que percebemos certa maturidade nas respostas. Isso significa que os entrevistados estão conscientes da importância que a escola tem na formação do cidadão e demonstraram que estão reconhecendo o verdadeiro papel que o professor desempenha para prepará-los e inseri-los no meio social.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração que a álgebra é um ramo da Matemática que os discentes acreditam ser um pouco abstrato, por utilizar uma linguagem própria, através de letras e símbolos, neste trabalho de pesquisa, tentamos desmistificar esse pensamento, inserindo a álgebra das matrizes estudada no ensino médio com um enfoque diferente, através do programa Microsoft Excel. Essa abordagem construcionista foi feita com muito cuidado, tendo em vista um ponto crucial na nossa proposta pedagógica: deveríamos usar o computador como uma ferramenta da qual os discentes pudessem lançar mão para desenvolver sua criatividade e sua capacidade cognitiva, não apenas como um mero transmissor do conhecimento, pois, dessa forma, nossa intervenção didática seria só mais uma exposição tradicional tecnicista.

Diante dessa perspectiva, procuramos investigar o nível de conhecimento dos discentes a respeito do referido programa. Em seguida, de posse dessa informação, procuramos elaborar um minicurso, por meio do qual fossem apresentados os conceitos básicos da planilha eletrônica Excel, para utilizá-la como ferramenta fundamental da nossa proposta metodológica. No desfecho deste trabalho, consultamos várias bibliografias, visando a um embasamento mais substancial para a pesquisa. Autores como Stieler e Leme direcionaram o trabalho, porque iniciaram estudos de aplicação de conteúdos em turmas do ensino médio e do superior com o mencionado software e o sugeriram em um contexto didático diferenciado.

No caminho que percorremos, dois fatores nos chamaram à atenção e nos serviram como ponto de apoio primordial para consolidar a nossa convicção de que estávamos no rumo certo: os discentes não conheciam a planilha eletrônica Excel nem sabiam como utilizá-la. O outro ponto é que, em cada aula da intervenção didática que fizemos, o entusiasmo e o interesse para saber mais a respeito do software aumentavam consideravelmente, e isso ficava estampado nos seus semblantes.

Ao expormos o conteúdo sobre matrizes, como o objeto de aprendizagem que criamos na disciplina Objetos de Aprendizagem, no Mestrado profissionalizante da UEPB, do qual fazemos parte, apesar de ser uma mídia simples, elaborada no PowerPoint, observamos que a curiosidade dos discentes em saber como poderíamos fazer tais animações era cada vez mais aguçada durante nossas apresentações. Isso nos levou a inferir que usar o computador como ferramenta auxiliadora no ensino também

desperta o interesse dos discentes em aprender mais sobre a máquina e sua aplicabilidade na vida cotidiana, o que, hoje, é uma realidade. Esse fato culmina com o nosso objeto de estudo.

Ensinar o conteúdo de matrizes, em uma turma de segundo ano do ensino médio, de uma escola da rede pública de ensino, utilizando a planilha eletrônica Excel e planejando as aulas com um software que possa auxiliar o professor, como por exemplo: o PowerPoint, da maneira como fizemos, é uma sugestão relevante e que merece estudos mais aprofundados, a fim de obtermos um produto mais eficiente e capaz de trazer aos discentes a realidade do seu dia a dia para dentro da sala de aula. Quando o aluno é capaz de identificar onde um determinado conteúdo curricular pode ser utilizado na sua rotina, na sua vida prática, ou onde pode ser aplicado numa profissão ou em algum setor da sociedade, tal conteúdo se torna mais atraente, o que condiz com o que afirmam os PCN:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1999, p. 251).

O texto ressalta que o ensino deve ser capaz de objetivar a aplicabilidade dos conteúdos em diversos setores da vida cotidiana, empregando-se instrumentos dos quais os jovens possam lançar mão. Ainda observamos, na redação supracitada, que o discente deve perceber o caráter instrumental da matemática para se valer dele em sua prática profissional e nas suas tomadas de decisões, uma vez que a matemática instiga o pensamento lógico-dedutivo.

Nessa perspectiva, sabendo que a tecnologia e a tecnologia da informação têm alavancado o desenvolvimento das sociedades modernas e que sua presença tem se tornado cada vez mais forte em diversos setores, é do nosso interesse que o uso da planilha eletrônica Excel e de outros aplicativos possa ser disseminado nos planos de estudo que fazem parte do cotidiano dos profissionais da área de Educação e em outras pesquisas nas quais os acadêmicos possam dar maiores contribuições para aperfeiçoar e

tornar mais eficaz essa proposta pedagógica que nos empenhamos em desenvolver ao longo desta pesquisa.

REFERENCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Informática e a formação de professores**. Disponível em: < <http://www.proinfo.mec.gov.br/>> Acesso em: 07 de jul de 2010, 10:17:23.

AZEVEDO, João Luiz Antoniazzi de. **Trabalhando conceitos matemáticos com tecnologias informáticas por meio da elaboração de projetos de construção civil**. Dissertação (Mestrado em Educação). UNESP, Rio Claro, 2008. Disponível em < <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F>>

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim – 7ª série**. São Paulo, FTD, 2002.

BOGDAN, R. e BIKLEN S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Trad. de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo de Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

CYSNEIROS, Paulo G. **Iniciação à Informática na perspectiva do educador**. Revista Brasileira de Informática na Educação (Brasil, UFSC), n 07, setembro 2000.

D' AMBRÓSIO, U. (1990). **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar ou conhecer**. São Paulo, SP: Editora Ática.

DANTE, Luiz Roberto. **Contexto e aplicações: volume 2**. São Paulo: Ática, 1999.

_____, Luiz Roberto. **Contexto e aplicações: volume único**. São Paulo: Ática, 2002.

_____. **Matemática**, Volume único: livro do professor. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

FILHO, Benedito Barreto; SILVA, Claudio Xavier da. **Matemática Aula por Aula – Volume Único**. São Paulo, FTD, 2000.

GRAVINA, Maria Alise; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. In: IV Congresso Ibero-americanmo de Informática na

Educação. 1998, Brasília. Disponível em: <[HTTP//WWW.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm](http://WWW.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm)>. Acesso em 10/09/2010.

HAWKINS, T. W. (1975). **Cauchy and spectral theory of matrices**. History Mathematica 2. pp. 1-29.

LAPPONI, Juan Carlos. **Modelagem financeira com Excel**. 4 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

LEME, Nelson Dias. **O ensino e a aprendizagem de matemática financeira utilizando ferramentas computacionais: uma abordagem construcionista**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, PUC, 2007.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da Informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LONGMIRE, W. **A primer on learning objects**. American Society for Training & Development. Virginia/USA. 2001.

LOPES, José Marcos: **Matrizes, determinantes e sistemas lineares através da metodologia de resolução de problemas para o ensino médio**. Disponível no site: <http://www.unesp.br/>. < acessado em janeiro de 2011 as 09:00 >

LUDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MALTEMPI, M. V. **Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 264-282.

MERCADO, Luiz Paulo Leopoldo. **Formação docente e novas tecnologias**. IV Congresso RIBIE, Brasília 1998. Disponível em: www.url.edu.gt/sitios/tice/docs/trabalhos/210m.pdf. Acesso em 08 de julho de 2010.

MERCHEDE, Alberto. **Matemática Financeira: para usuários do Excel e da calculadora HP-12C**. 1 ed. São Paulo: Atlas, 2001.

MESSIAS, Maria Alice de Vasconcelos Feio; DE SÁ, Pedro Franco; FONSECA, Rubens Vilhena. **Um estudo diagnóstico sobre as dificuldades em matrizes**. Disponível em: < <http://www.sbem.com.br/> > Acesso em 06 de jul de 2010, 10:34:21.

MIGUEL, J. C. . **Formação de conceitos matemáticos: implicações pedagógicas**. In: PINHO, Sheila Zambello de. (Org.). IX Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores: a articulação dos saberes na sociedade atual: o papel do educador e sua formação. 1 ed. São Paulo: Pró-Reitoria de Graduação da UNESP, 2007, v. 1, p. 190-194. Disponível no site: <<http://www.ufrj.br>> Acessado em 13 de maio de 2011.

MOITA, Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro. **Games: Contexto Cultural e Curricular Juvenil** - João Pessoa, UFPB, 2006. Tese de Doutorado.

MONTEIRO, Eduardo. **Escola: exercício de comunicação, exercício de cidadania**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado. PUC-RJ. 1995.

MORAN, José Manuel. **Novas tecnologias e a mediação pedagógica**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2002.

SOUZA, Maria Helena Soares de; SPINELLI, Walter. **Matemática 2º Grau –Volume 2**. São Paulo, Scipione, 1996.

SMOLE, Kátia C. Stocco; DINIZ, Maria I de S. Vieira. **Matemática Ensino Médio – 2º ano**. São Paulo, Saraiva, 2007.

STIELER, E. C. (2007). **Uso Da Tecnologia da Informática no Ensino Superior: um Estudo da Aplicação da Planilha Eletrônica Excel na Disciplina de Matemática Financeira**. Santa Maria: *Dissertação de Mestrado*. UNIFRA-RS.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**; tradução Sandra Costa. Ed revisada, Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. **Constructionism: a new opportunity for elementary science education. A proposal to the National Science Foundation**. Cambridge, Massachusetts: Institute of Technology, The Epistemology and Learning Group, 1986.

PONTE, João Pedro & CANAVARRO, Ana Paula. **Matemática e novas tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

RODRIGUES, A. **Produção coletiva de objeto de aprendizagem: o diálogo na universidade e na escola**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Uberlândia, 2005.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. de C. **O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem.** Documento online publicado em 17/12/2004: Disponível em: <<http://www.universia.com.br/materia/materia.jsp?materia=5939>>. 2004. Acesso em: 20/11/2010.

SANCHES, Maria Helena F. **Efeitos de uma estratégia diferenciada dos conceitos de matrizes.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) UNICAMP, São Paulo, 2002.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – PCN+: Matemática. MEC, Brasília, 1997.

_____. a. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: ensino médio – Parte III. MEC, Brasília, 2000.

_____. b. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: ensino fundamental - Matemática. MEC, Brasília, 1997.

SHINODA, Carlos. **Matemática financeira para usuários do Excel.** 2 ed. São Paulo: Atlas, 1998.

SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 3ª Ed. Revisada: Florianópolis, 2001.

STIELER, Eugênio Carlos. **Uso da tecnologia da informática no ensino superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de matemática financeira.** Dissertação (Mestrado em Educação). Unifra, Santa Maria, 2007. Disponível em <<http://www>>.

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na educação.** São Paulo: Erica, 2001.

TARDIFE, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas.** Petrópolis: Editora Vozes, 2005.

VERGNAUD, G. (1982). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: Some Theoretical and Methodological Issues - texto baseado numa apresentação para o Grupo Canadense de Estudos em Educação Matemática. Kingston: Queen's University.

VALENTE, José Armando. **O computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. Disponível em: www.gied.ffalm.br/artigos/SociedadeConhecimento.pdf

_____. **Computadores e conhecimento – Repensando a Educação.** UNICAMP, Gráfica Cent4al, 1993.

WILEY, D. (2000) **The instructional use of learning objects.** On-line version. Disponível em: <<http://reusability.org/read/>>. 2000. Acesso em: 20/06/2010.

APÊNDICE

Apêndice I

Minicurso: Planilhas eletrônicas

Módulo I

Conteúdos

- Definição de planilha eletrônica
- Origem das planilhas eletrônicas
- Tela inicial da planilha eletrônica Excel
- Endereço de uma célula
- Célula ativa
- Intervalo de células

Objetivos específicos

- Definir uma planilha eletrônica, como uma folha de cálculo capaz de realizar diversas operações matemáticas;
- Reconhecer a origem das planilhas eletrônicas;
- Reconhecer a tela inicial da planilha eletrônica Excel e suas funções básicas;
- Reconhecer uma célula;
- Identificar o endereço de uma célula;
- Determinar um intervalo de células.

Cronograma

- Tempo de duração do módulo I: 1 hora

Metodologia

- Aula expositiva feita através de projeções.

Recursos metodológicos

- Notebook e data-show

Avaliação

- A avaliação será feita através de um exercício no laboratório de informática com os conteúdos ministrados nesse módulo.

Apêndice II

Módulo II

Conteúdos

- Barra de menus
 - Menu Arquivo
 - Menu Exibir
 - Menu Inserir
 - Menu Formatar

- Barra Padrão
 - AutoSoma
 - Classificação crescente
 - Classificação decrescente
 - Assistente de gráfico

- Barra de formatação
 - Mesclar e centralizar
 - Estilo de moeda
 - Bordas
 - Cor do preenchimento
 - Cor da fonte

Objetivos específicos

- Reconhecer os recursos disponíveis na barra de menus;
- Reconhecer os recursos disponíveis na barra padrão;
- Reconhecer os recursos disponíveis na barra de formatação.

Cronograma

- Tempo de duração do módulo II: 4 horas

Metodologia

- Aula expositiva feita através de projeções.

Recursos metodológicos

- Notebook e data-show

Avaliação

- A avaliação será feita através de um exercício no laboratório de informática com os conteúdos ministrados no módulo II.

Apêndice III

Mini-curso Planilha Eletrônica Excel Módulo I

Planilha Eletrônica

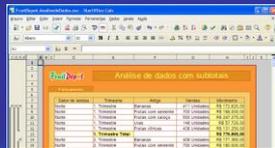
Definição

É um programa de computador projetado para efetuar cálculos numéricos, ou matemáticos.

Usa-se uma planilha eletrônica quando deseja-se criar uma tabela com cálculos, fórmulas e gráficos

Exemplos de planilhas eletrônicas

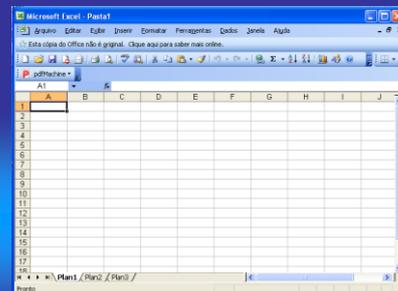
StarOffice Calc



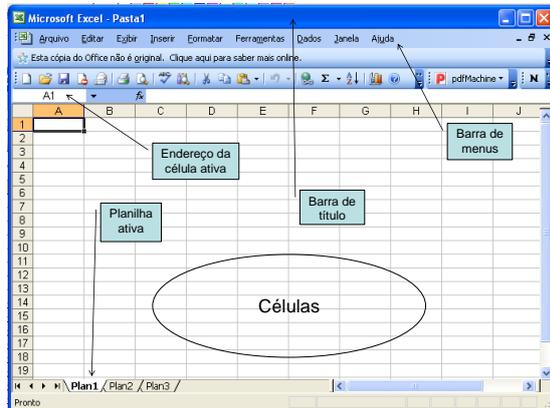
Microsoft Excel



A planilha eletrônica Excel



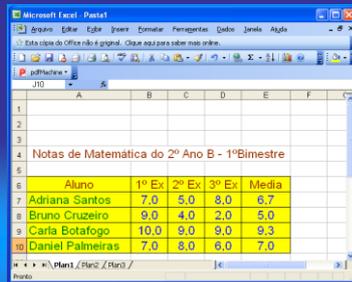
Abrindo a planilha Eletrônica Excel



Apêndice IV

Usa-se as planilhas para listar e analisar dados.

Exemplo:



Microsoft Excel - Pasta1

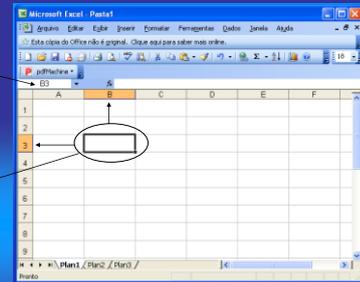
Notas de Matemática do 2º Ano B - 1º Bimestre

Aluno	1º Ex	2º Ex	3º Ex	Media
Adriana Santos	7,0	5,0	8,0	6,7
Bruno Cruzeiro	9,0	4,0	2,0	5,0
Carla Botafogo	10,0	9,0	9,0	9,3
Daniel Palmeiras	7,0	8,0	6,0	7,0

Endereço de uma Célula

Célula Ativa

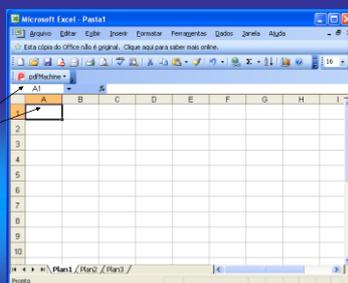
B3



Movendo-se pela planilha

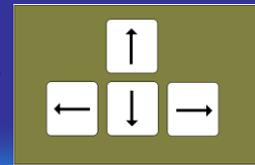
Ao abrir o Excel o cursor está na célula ativa (A1)

A1



Para mover o cursor pela planilha podemos:

Usar as setas do teclado



Movimentar o ponteiro do Mouse até a célula desejada E clicar nela

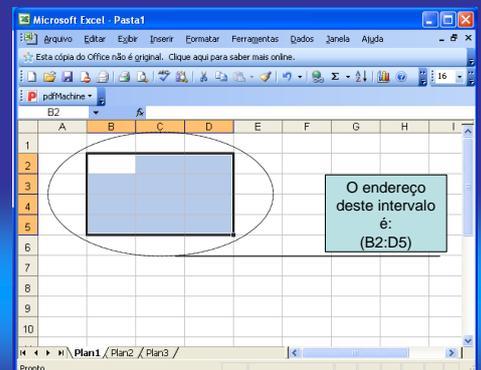


Endereço de um Intervalo de Células

A seleção de várias células é chamada de intervalo e este é identificado por um endereço de intervalo.

O endereço de um intervalo é obtido através da célula superior esquerda do intervalo, dois pontos e a célula inferior direita deste intervalo.

Veja um exemplo a seguir:



Apêndice V

Para selecionar um intervalo de células temos as seguintes opções:

1 – Posicionar o cursor na célula superior do intervalo, manter pressionada a tecla Shift e clicar na célula inferior do intervalo.

2 – Selecionar a célula superior do intervalo, manter a tecla Shift pressionada e mover-se com as teclas de setas até a célula inferior do intervalo

3 – Digitar no campo célula ativa o intervalo.

EXERCÍCIO

1 – Abra, no computador, a janela da planilha eletrônica Excel.

2 – Posicione o cursor clicando na célula C4.

3 – Mova o cursor da célula C4 para a C8 e em seguida retorne a célula C1.

4 – Digite um valor numérico na célula D5.

5 – Digite uma palavra qualquer na célula A6.

6 – Selecione o intervalo (A2:D6) clicando na célula A2 e mantendo pressionada a tecla shift clique na célula D6

PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL

Nesse módulo mostraremos duas versões da planilha eletrônica Excel:

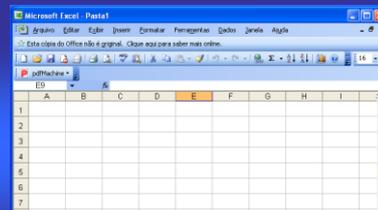
-Excel 2003

-Excel 2007

MÓDULO – II PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL 2003

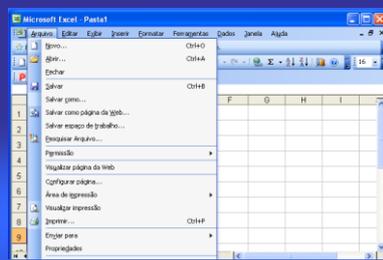
BARRA DE MENUS

Arquivo
Editar
Exibir
Inserir
Formatar
Ferramentas
Dados
Janela
Ajuda



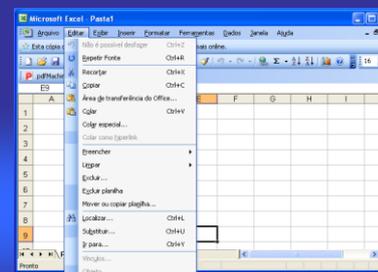
OPÇÕES DO MENU ARQUIVO

Novo
Abrir
Fechar
Salvar
Salvar como
Configurar página
Imprimir



OPÇÕES DO MENU EDITAR

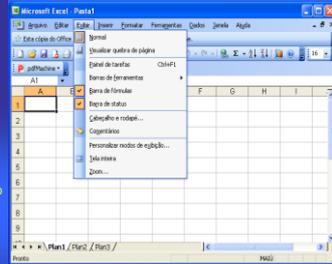
Repetir Fonte
Recortar
Copiar
Colar
Colar especial
Preencher
Limpar
Excluir
Localizar
Substituir
Ir para



Apêndice VI

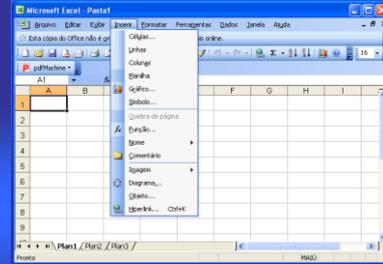
OPÇÕES DO MENU EXIBIR

- Normal
- Visualizar quebra de página
- Painel de Tarefas
- Barra de ferramentas
- Barra de fórmulas
- Barra de status
- Cabeçalho e rodapé
- Comentários
- Personalizar modo de exibição
- Tela inteira
- Zoom



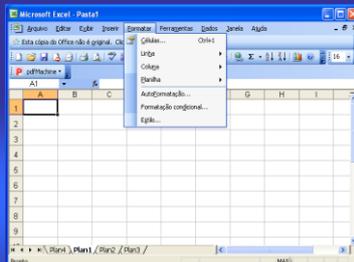
OPÇÕES DO MENU INSERIR

- Células
- Linhas
- Colunas
- Planilha
- Gráfico
- Símbolo
- Função
- Comentários
- Imagem
- Diagrama
- Objeto
- Hiperlink

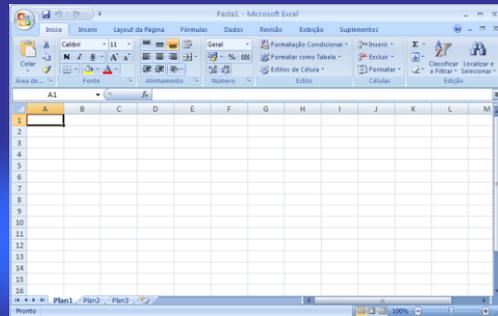


OPÇÕES DO MENU FORMATAR

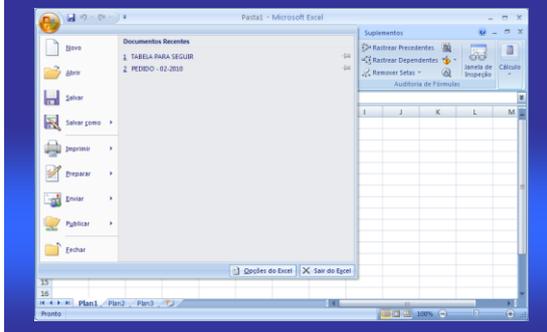
- Células
- Linha
- Coluna
- Planilha
- AutoFormatação
- Formatação condicional
- Estilo



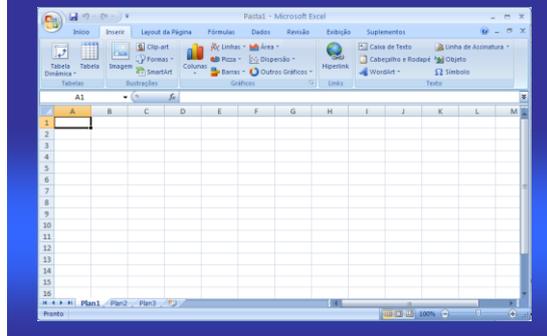
PLANILHA ELETRÔNICA EXCEL 2007



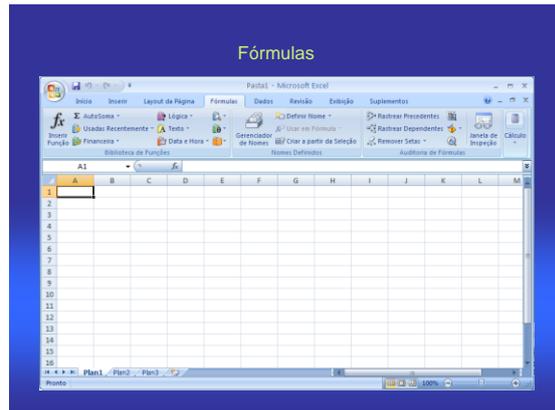
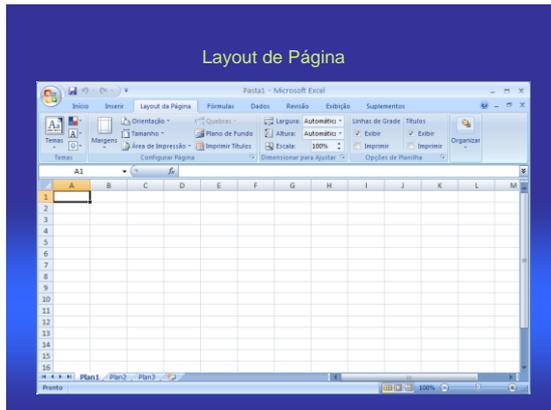
EXCEL 2007



Menu Inserir

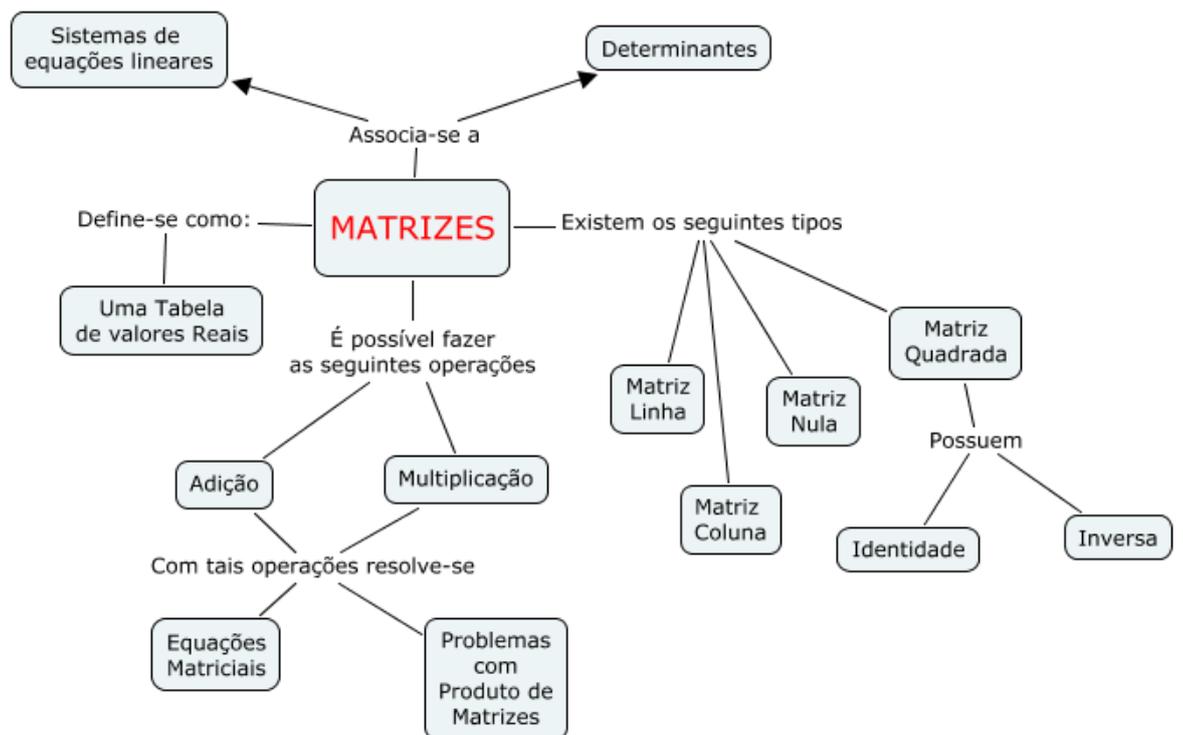


Apêndice VII



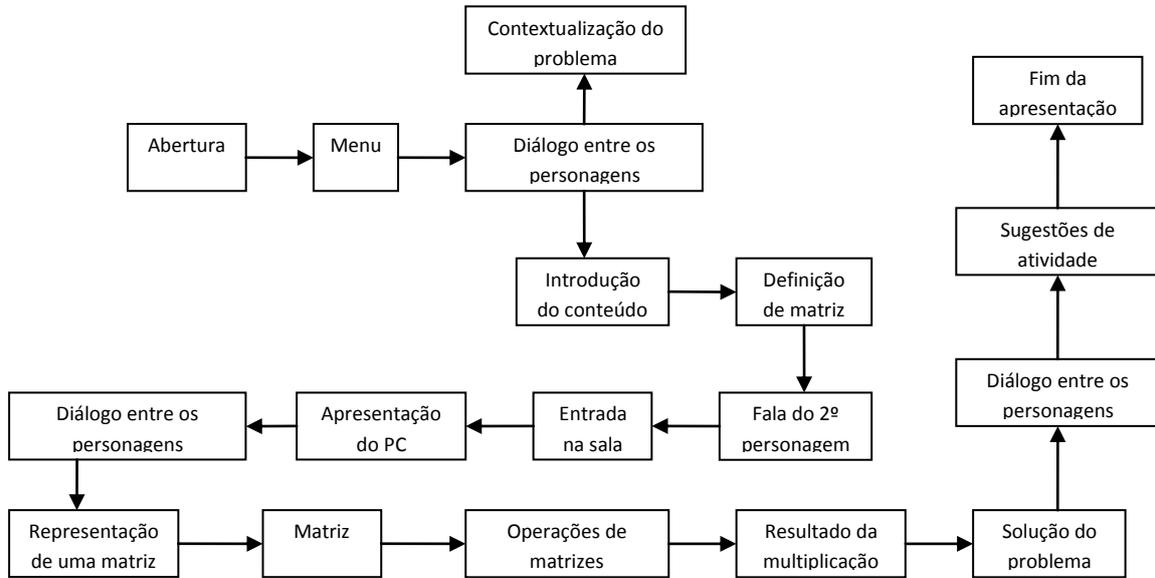
Apêndice VIII

MAPA CONCEITUAL



Apêndice IX

Mapa de navegação



Apêndice X

Guia do Professor

Objeto de aprendizagem

Introdução

Durante a apresentação deste módulo, abordaremos conceitos e questões relacionadas às matrizes, a partir da utilização de um objeto de aprendizagem. O assunto será apresentado através de um problema do cotidiano vivenciado por dois operários de uma fábrica de bolsas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino médio ressaltam a importância do uso das TICs no âmbito escolar, para que se tenha uma formação cidadã voltada ao desenvolvimento de habilidades e competências por meio da contextualização de problemas relacionados à vida cotidiana dos discentes.

Objetivos

- Compreender a definição de matrizes;
- Compreender as operações com matrizes;
- Estabelecer relações entre a definição de matrizes e a planilha eletrônica Excel;
- Criar modelos de aplicativos na planilha eletrônica Excel a fim de resolver problemas específicos relacionados ao produto de matrizes.

Pré-requisitos

- Conhecer expressões algébricas, bem como calcular o valor numérico de uma expressão algébrica atribuindo-se valores reais as suas variáveis;
- Ter noções básicas de informática.

Tempo previsto para a atividade

Sugerimos nessa etapa duas aulas:

- Uma para o professor expor o conteúdo de matrizes, de forma geral, e, em seguida, aplicar o objeto de aprendizagem com o aluno.
- Uma para avaliação e discussão.

Na sala de aula

Como em nossa atividade propusemos uma abordagem geral do conteúdo de matrizes - definição, operações e resoluções de problemas - sugerimos que o professor faça um comentário geral sobre o objeto de aprendizagem e sobre a planilha eletrônica Excel, buscando mostrar que ela, por ser um recurso utilizado para efetuar cálculos matemáticos, pode auxiliar nas operações com matrizes.

Apêndice XI

Questões para discussão

Qual a definição de matriz?

Como efetuar a adição de matrizes?

Como efetuar o produto de matrizes?

Na sala de computadores

I – Preparação

II – Material necessário

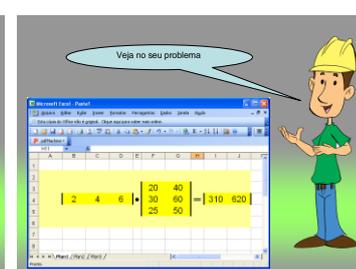
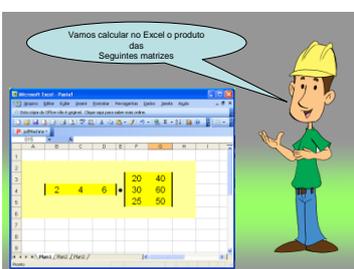
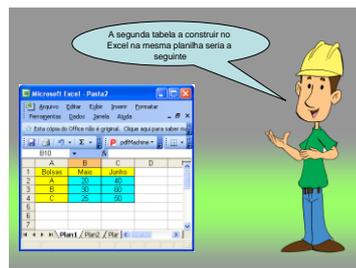
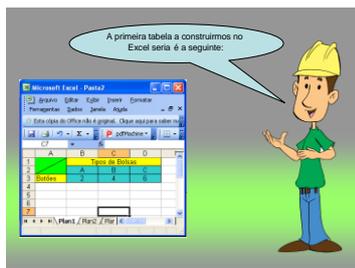
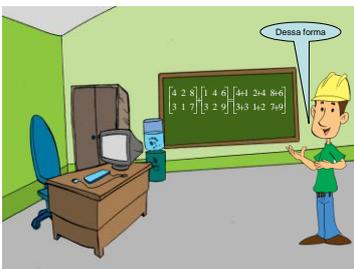
III – Requerimentos técnicos

IV – Durante as atividades

Depois das atividades

Avaliação

Apêndice XIII



Apêndice XIV

O resultado equivale a seguinte Tabela:

	A	B	C	D
1		Mais	Junho	
2		310	620	

Os valores encontrados são 310 botões para o mês de maio e 620 para o mês de junho.

Não é fácil?

Isso quer dizer que vocês da linha de produção deverão produzir 930 botões para colar nos botões tipo A, B e C.

Agora já sei como resolver os meus problemas de matemática.

De hoje em diante utilizarei o computador como recurso e aprofundarei meus conhecimentos com estação ao Excel!

E você? Por que não tenta resolver os exercícios Desse módulo?

É! Utilize o computador para ajustá-lo.

FIM DO AO

EXERCÍCIO

Programa uma planilha no Excel para calcular a soma e o produto das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & 6 \\ 9 & 7 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 8 & -7 \\ -3 & 2 & 9 \\ 5 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Confira o resultado clicando em um dos botões abaixo.

A+B A.B B.A Tela inicial

SOMA

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & 11 & -8 \\ 1 & -3 & 15 \\ 14 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

VOLTAR

PRODUTO

$$A.B = \begin{bmatrix} -14 & 7 & 21 \\ 61 & 16 & -37 \\ 25 & 84 & 12 \end{bmatrix}$$

VOLTAR

PRODUTO

$$B.A = \begin{bmatrix} -31 & -77 & 30 \\ 89 & 44 & 33 \\ 14 & 34 & -7 \end{bmatrix}$$

VOLTAR

A PESQUISA FOI DESENVOLVIDA EM TRÊS MOMENTOS:

1 MOMENTO

DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DO OA

2 MOMENTO

DETECÇÃO DAS DIFICULDADES

DECIDE PELO MINICURSO

APLICAÇÃO DO MINICURSO

3 MOMENTO

APLICAÇÃO DO EXCEL

ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS OBSERVADOS ,.....

APENDICE A - QUESTIONÁRIO

Caro(a) aluno(a): Estamos desenvolvendo uma pesquisa em educação matemática na qual pretendemos investigar as contribuições que o computador pode dá no ensino e aprendizagem do conteúdo de matrizes através do uso da planilha eletrônica Excel. Dada a importância dessa pesquisa agradecemos que responda com sinceridade, pois nos responsabilizamos em manter em completo sigilo em nome e respostas

Atenciosamente,

Hélder Alves de Oliveira
(Mestrando de MECEM da UEPB – PB)
Dra. Filomena Maria Gonçalves da S. C. Moita
(Docente – Orientadora)

1 – Você tem computador em casa?

Sim Não

2 – Caso você tenha, você utiliza em algum outro lugar?

Sim Não

3 - Caso você utiliza em algum outro lugar, onde?

Lan Hause Casa de amigos
 Casa de Parentes Outros

4 – Se você utiliza computador, com que finalidade faz isso?

Trabalhos escolares Sites de relacionamento
 Enviar e-mails Outros finalidades

5 – Que programas de computador você conhece?

Word Paint 3Dstudio Powerpoint
 Excel Acess AutCad CorelDraw

6 – Você sabe o que é uma planilha eletrônica?

Sim Não

7 – Você conhece a planilha eletrônica Excel?

Sim Não

8 – Você já utilizou a planilha eletrônica Excel alguma vez?

Sim Não

QUESTIONÁRIO 2

Caro(a) aluno(a): Estamos desenvolvendo uma pesquisa em educação matemática na qual pretendemos investigar as contribuições que o computador pode dar no ensino e aprendizagem do conteúdo de matrizes através do uso da planilha eletrônica Excel. Dada a importância dessa pesquisa agradecemos que responda com sinceridade, pois nos responsabilizamos em manter completo sigilo em nome e respostas.

Atenciosamente,

Hélder Alves de Oliveira
(Mestrando de MECEM DA UEPB-PB)
Prof^a. Dr^a Filomena Maria Gonçalves da S. C. Moita
(Docente – Orientadora)

1º) Qual sua opinião a respeito do minicurso sobre planilha eletrônica e Excel?

2º) O que você aprendeu sobre o Excel?

3º) Qual a sua opinião a respeito do conteúdo de matrizes feitas com os operários da fábrica no programa (objeto de aprendizagem) apresentado?,

4º) Em sua opinião, qual a melhor maneira de estudar matrizes, com uma planilha eletrônica ou da maneira como o professor expõe no quadro? Justifique sua resposta.

5º) Em sua opinião, estudar matrizes no programa Excel tem alguma utilidade prática? Comente sua resposta.



Microsoft Excel 2007

Tutorial para o Professor

Hélder Alves de oliveira

2011

Sumário

1 – O que é o Excel?	3
2 – Abrindo o Excel	3
3 – Conhecendo o ambiente de Trabalho Excel	4
4 – Inserindo Fórmulas no Excel	5
4.1 – Introduzindo Matrizes com o Excel.	7
4.2 – Calculando a Soma de matrizes no Excel.	8
4.3 – Calculando o produto de matrizes no Excel	9
4.4 – Calculando o Determinante de uma matriz no Excel	12
4.5 – Cálculo da matriz inversa no Excel	133

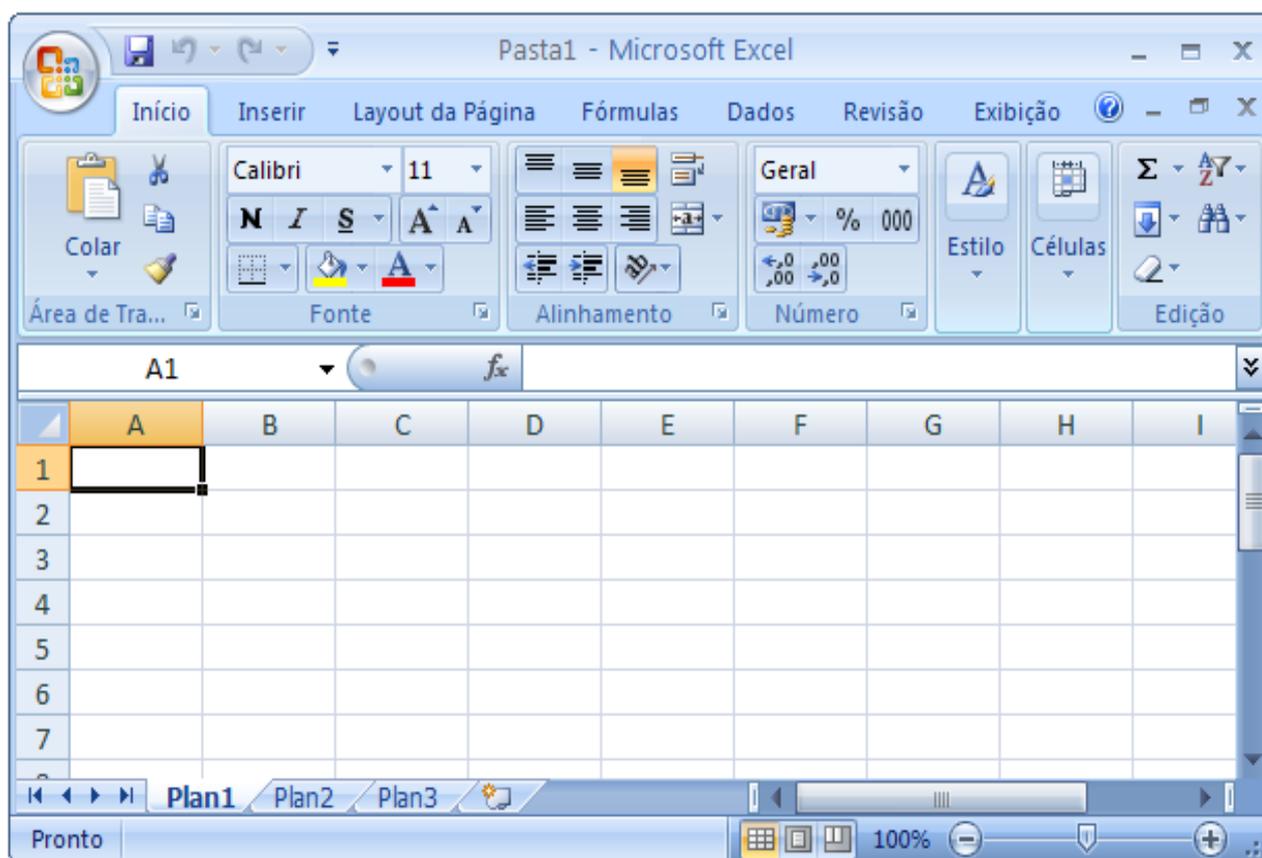
1 – O que é o Excel?

O Microsoft Excel é uma planilha eletrônica que faz parte do pacote Office desenvolvido pela Microsoft Corporation. As planilhas eletrônicas são utilizadas para fazer cálculos e operações matemáticas. Com elas é possível realizar cálculos matemáticos que se levariam horas em poucos minutos. Elas têm utilização prática em várias áreas do conhecimento: na economia, nas escolas, nos escritórios de contabilidade, e até mesmo no lar para controle de contas.

2 – Abrindo o Excel

Para abrir o Excel segue-se o seguinte caminho:

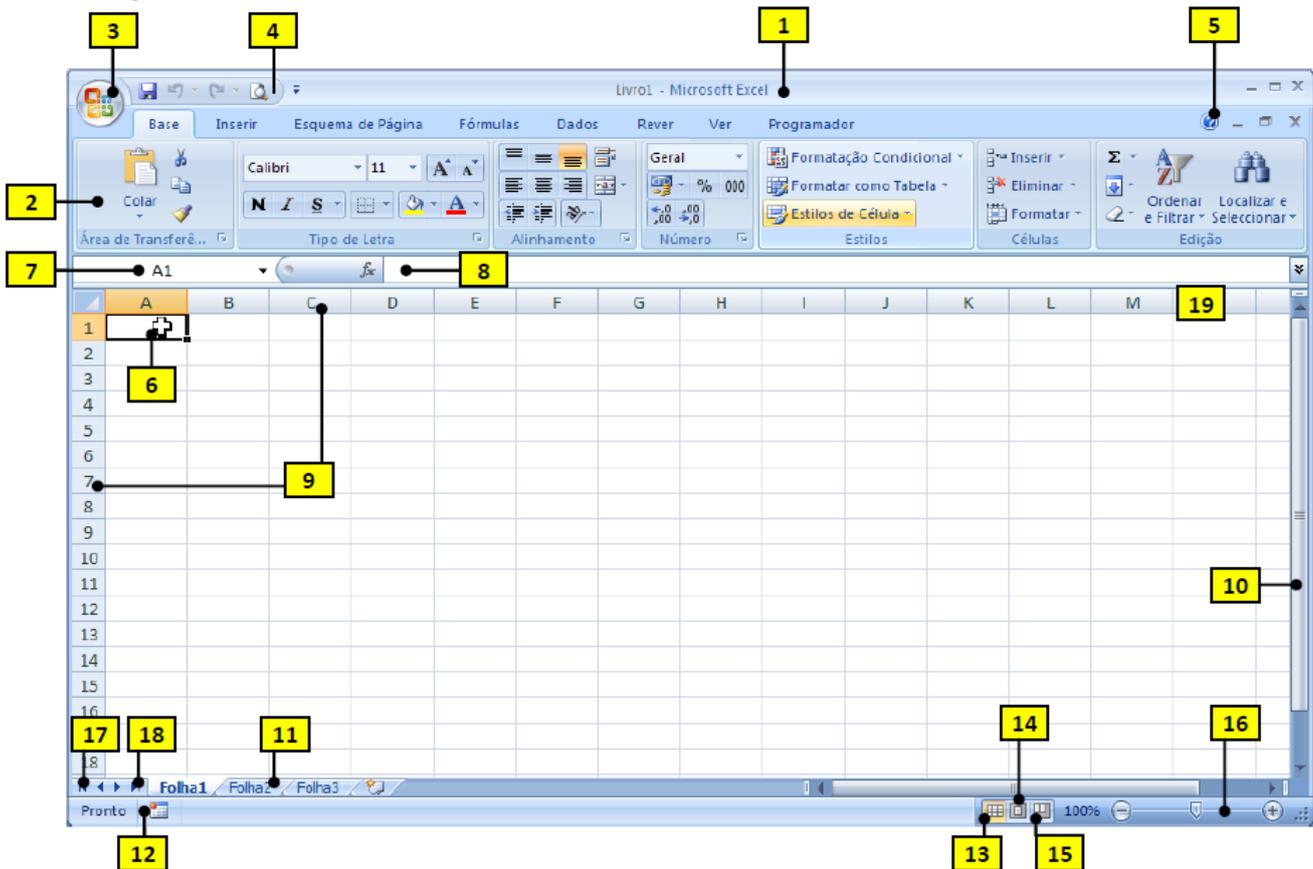
Click no Botão **iniciar** → Click em **Todos os programas** → Click em **Microsoft Office** → Click em **Microsoft Excel**. O computador apresentará a seguinte janela:



A janela acima é o aplicativo Microsoft Excel 2007.

3 – Conhecendo o ambiente de Trabalho Excel

Figura A



Autor: Pedro Felipe de Jesus
 Fonte: www.pedrojesus.net

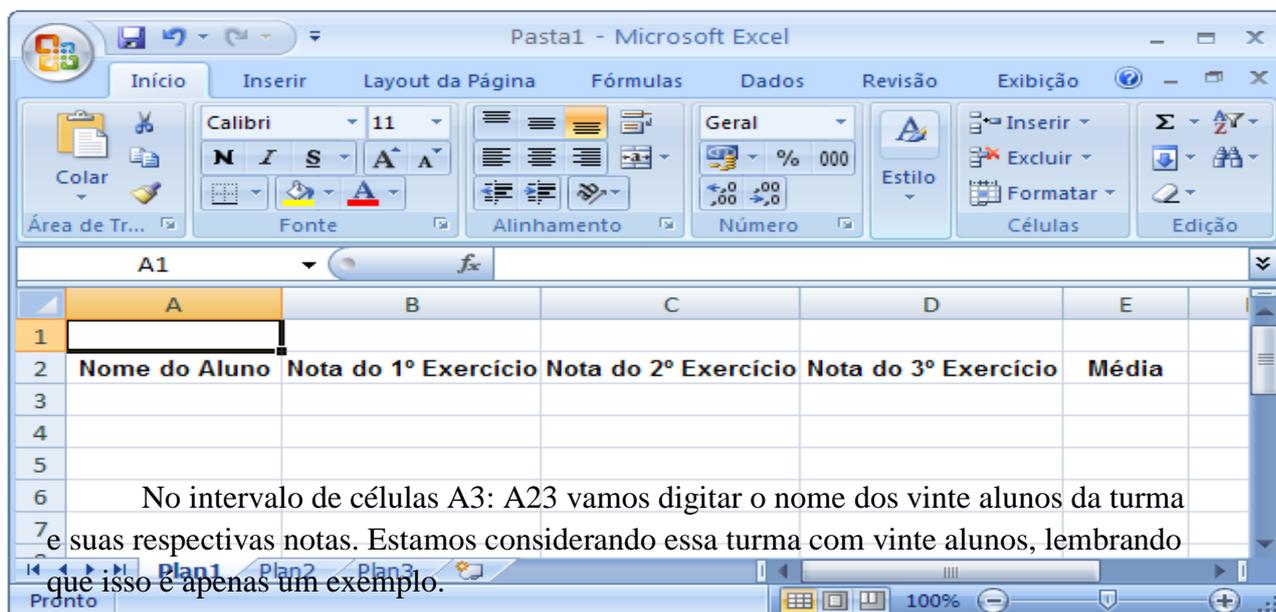
- 1 Barra de Título
- 2 Friso
- 3 Botão do Office
- 4 Barra de Ferramentas de Acesso rápido
- 5 Botão de Acesso à ajuda
- 6 Ponto de inserção
- 7 Barra de fórmulas
- 8 Caixa de nome
- 9 Título de linhas e colunas
- 10 Barra de deslocação Vertical

11 Separadores de Folhas**12 Botão de macros****13 Modo de visualização normal****14 Modo de esquema de página****15 Pré-visualização de quebras de páginas****16 Curso de ampliação / redução da página visível****17 Página anterior****18 Página seguinte****19 Comando de divisão do documento****4 – Inserindo Fórmulas no Excel**

Agora vamos mostrar como inserir fórmulas no Excel através de exemplos práticos. Suponha que o professor de matemática de uma determinada escola quer calcular as médias de uma turma no primeiro bimestre. Podemos fazer isso da seguinte forma:

- 1) Na célula A2 escrevemos o texto **Nome do Aluno**;
- 2) Na célula B2 escrevemos o texto **Nota do 1º Exercício**;
- 3) Na célula C2 escrevemos o texto **Nota do 2º Exercício**;
- 4) Na célula D2 escrevemos o texto **Nota do 3º Exercício**;
- 5) Na célula E2 escrevemos o texto **Média**.

A tela do Excel ficará com o seguinte aspecto:



A janela do Excel ficará da forma como mostra a página seguinte:

	A	B	C	D	E
1					
2	Nome do Aluno	Nota do 1º Exercício	Nota do 2º Exercício	Nota do 3º Exercício	Média
3	Adriano	7,0	6,0	5,0	
4	Alexandre	6,0	5,0	6,0	
5	Amalri	5,0	4,0	7,0	
6	Carlos	4,0	6,0	9,0	
7	Carlos Henrique	5,0	5,0	8,0	
8	Daniela	3,0	7,0	7,0	
9	Danilo	7,0	5,0	3,0	
10	Eduardo	8,0	8,0	4,0	
11	Edrize	9,0	7,0	7,0	
12	Ericka	9,0	9,0	6,0	
13	Fernando	9,0	7,0	5,0	
14	Geovana	7,0	8,0	4,0	
15	George	8,0	5,0	9,0	
16	Jean	6,0	4,0	8,0	
17	João Pedro	7,0	7,0	6,0	
18	João marco	6,0	8,0	5,0	
19	João da Silva	4,0	9,0	8,0	
20	Manuel	4,0	7,0	7,0	
21	Maria de Fátima	3,0	6,0	6,0	
22	Maria da Penha	10,0	5,0	8,0	
23	Willamis	8,0	8,0	8,0	

Na célula E3 vamos digitar a fórmula $= (B3+C3+D3)/3$, que corresponde à média do aluno Adriano. Em seguida teclamos Enter. Automaticamente a planilha calculará a média do aluno, para repetirmos esse procedimento para os demais basta clicar na célula E3 e posicionar o cursor no vértice inferior direito dessa célula, assim aparecerá uma pequena cruz. Clicamos nessa cruz e mantendo o botão esquerdo do mouse pressionado o arrastamos até a célula E23. A fórmula será repetida em todo o intervalo e as médias serão calculadas automaticamente pelo Excel.

Veja a figura seguinte.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a spreadsheet titled 'Pasta1 - Microsoft Excel'. The ribbon includes 'Início', 'Inserir', 'Layout da Página', 'Fórmulas', 'Dados', 'Revisão', and 'Exibição'. The spreadsheet has columns A through E and rows 1 through 23. Row 1 is a header for 'Notas e médias do 1º Bimestre'. Row 2 contains the column headers: 'Nome do Aluno', 'Nota do 1º Exercício', 'Nota do 2º Exercício', 'Nota do 3º Exercício', and 'Média'. Rows 3 through 23 list student names and their respective grades in the three exercises, with the average grade calculated in the 'Média' column.

	A	B	C	D	E
1	Notas e médias do 1º Bimestre				
2	Nome do Aluno	Nota do 1º Exercício	Nota do 2º Exercício	Nota do 3º Exercício	Média
3	Adriano	7,0	6,0	5,0	6,0
4	Alexandre	6,0	5,0	6,0	5,7
5	Amalri	5,0	4,0	7,0	5,3
6	Carlos	4,0	6,0	9,0	6,3
7	Carlos Henrique	5,0	5,0	8,0	6,0
8	Daniela	3,0	7,0	7,0	5,7
9	Danilo	7,0	5,0	3,0	5,0
10	Eduardo	8,0	8,0	4,0	6,7
11	Edrize	9,0	7,0	7,0	7,7
12	Ericka	9,0	9,0	6,0	8,0
13	Fernando	9,0	7,0	5,0	7,0
14	Geovana	7,0	8,0	4,0	6,3
15	George	8,0	5,0	9,0	7,3
16	Jean	6,0	4,0	8,0	6,0
17	João Pedro	7,0	7,0	6,0	6,7
18	João marco	6,0	8,0	5,0	6,3
19	João da Silva	4,0	9,0	8,0	7,0
20	Manuel	4,0	7,0	7,0	6,0
21	Maria de Fátima	3,0	6,0	6,0	5,0
22	Maria da Penha	10,0	5,0	8,0	7,7
23	Willamis	8,0	8,0	8,0	8,0

Esse recurso facilita o trabalho do professor no cálculo das médias de cada bimestre. O professor pode utilizar a mesma planilha para os bimestres seguintes, basta apenas digitar as notas obtidas que o aplicativo calculará automaticamente as médias.

4.1 – Introduzindo Matrizes com o Excel.

Para introduzir matriz com o programa Microsoft Excel lembraremos a definição de matriz feita nos livros didáticos para o ensino médio. A maioria dos autores dos livros textos adotados no ensino médio definem uma matriz como uma tabela de $n \times m$ termos dispostos em n linhas e m colunas. Como a planilha eletrônica Excel lembra, intuitivamente, uma tabela podemos definir uma matriz fazendo isso por

analogia a própria definição adotada nos livros. É mais fácil identificar os elementos de uma matriz com o endereço de uma célula do que com a definição algébrica formal que é normalmente utilizada.

Como exemplo podemos utilizar uma tabela já construída no próprio aplicativo de acordo com a que se segue.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a spreadsheet titled 'Pasta1 - Microsoft Excel'. The ribbon includes 'Início', 'Inserir', 'Layout da Página', 'Fórmulas', 'Dados', 'Revisão', and 'Exibição'. The active cell is C13. The spreadsheet contains the following data:

Produção de gêneros alimentícios de uma fábrica em 2010							
Seis primeiros meses							
Produto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	
A	1342	1345	1453	1234	1542	1673	
B	209	219	234	254	256	234	
C	98	97	90	99	100	23	
D	23	24	25	32	34	26	
E	123	124	125	127	127	156	

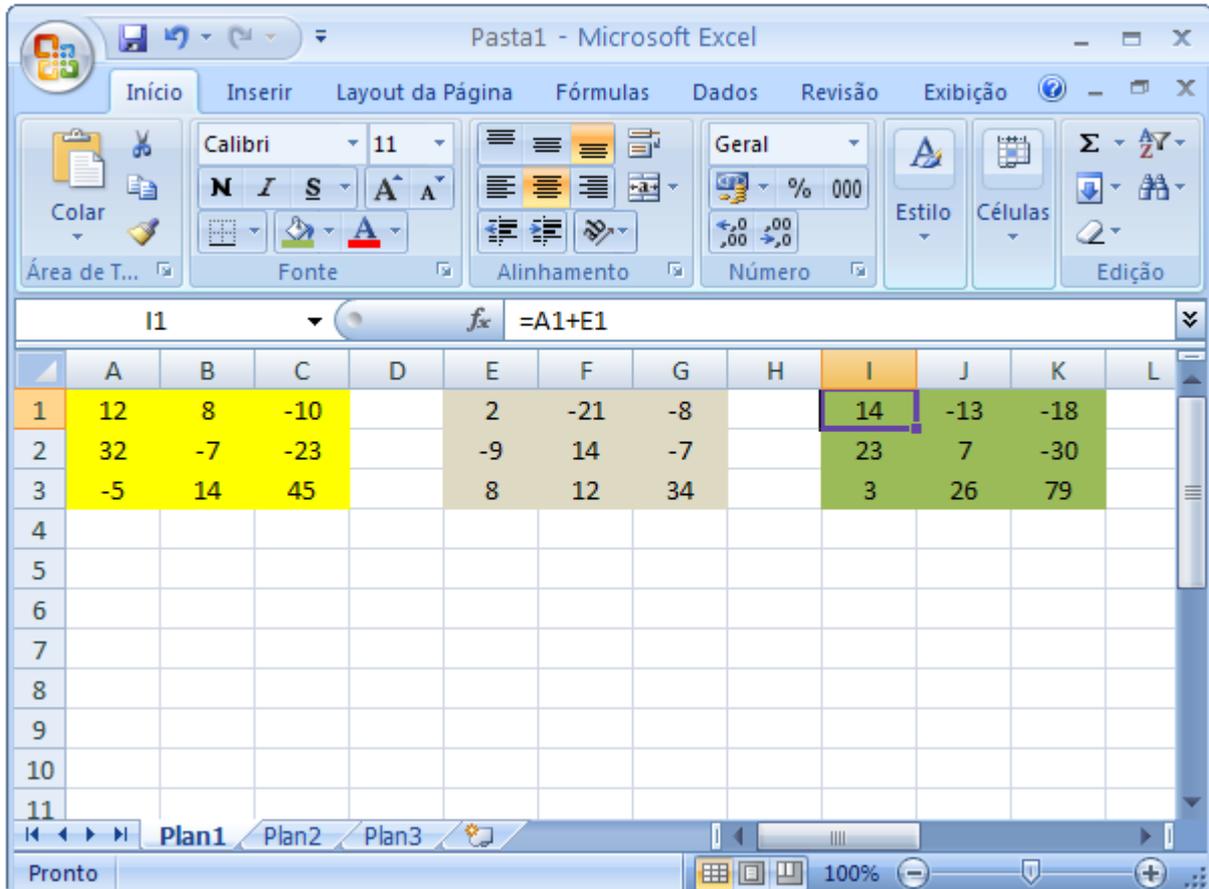
A partir desse exemplo criado no Excel o professor pode fazer perguntas como: Qual o elemento da 1ª linha e 1ª coluna na tabela exposta no programa acima? Qual a posição do número 32 na tabela do programa acima? E dessa forma procurar introduzir as definições formais.

4.2 – Calculando a Soma de matrizes no Excel.

Para inserir qualquer fórmula no Excel o usuário deve digitar primeiro o símbolo = (igual), em seguida a fórmula que pretende. Vamos supor que queremos somar os números 97 e 99 do exemplo acima e que o resultado apareça na célula H6, então, devemos digitar em H6 a seguinte fórmula: = C6+E6, o Excel só fará a operação se indicarmos esses endereços que correspondem respectivamente aos números 97 e 99. Assim podemos construir matrizes no Excel e programar suas somas.

Exemplo: Vamos somar as matrizes $\begin{bmatrix} 12 & 8 & -10 \\ 32 & -7 & -23 \\ -5 & 14 & 45 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 2 & -21 & -8 \\ -9 & 14 & -7 \\ 8 & 12 & 34 \end{bmatrix}$ no

Excel faríamos da forma como mostra a figura seguinte.



Note que intencionalmente deixamos o curso posicionado na célula I1, fizemos isso para mostrar que o intervalo I1:K3 corresponde a matriz soma.

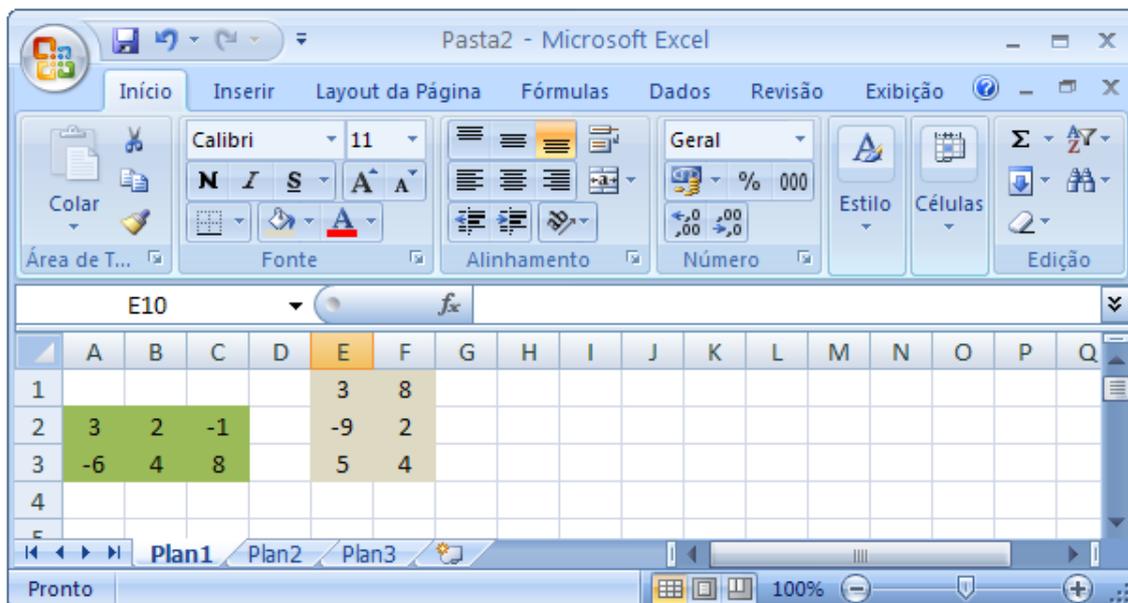
4.3 – Calculando o produto de matrizes no Excel

Um dos conteúdos que os alunos consideram mais difícil na álgebra de matrizes é o produto de matrizes, isso se deve ao fato de que para multiplicarmos duas matrizes o produto é feito multiplicando-se linha por coluna. O Excel já disponibiliza uma função para calcularmos o produto. Iremos mostrar como se faz esse produto.

Vamos supor que precisamos multiplicar as matrizes $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -9 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$,

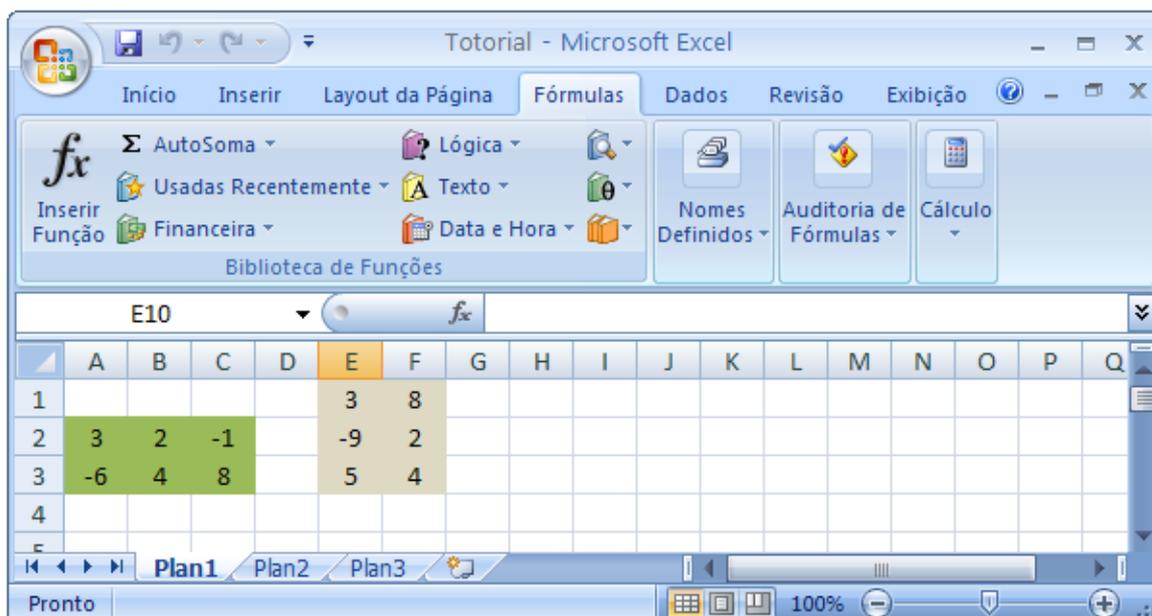
no Excel para fazer o produto digitamos os elementos de cada uma dessas matrizes da

maneira como estão representados na forma tradicional, isso facilitará a nossa compreensão com relação ao produto de matrizes no Excel, ou seja, assim podemos identificar como o cálculo foi efetuado pelo programa. Veja a representação das matrizes com a tela do Excel.



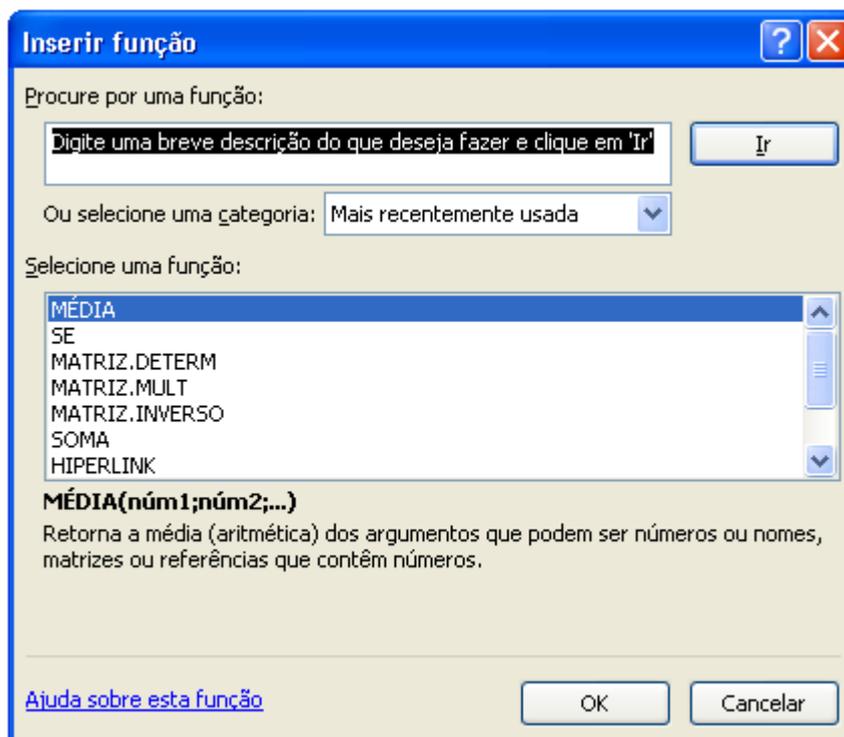
Para calcular o produto das matrizes o professor deve lembrar aos alunos que uma matriz de ordem $m \times n$ multiplicada por uma matriz de ordem $n \times m$ tem como produto uma matriz de ordem $m \times m$, assim o produto das matrizes desse exemplo mostrado na tela acima terá ordem 2×2 .

No Excel para obter esse produto clicamos no menu **Fórmulas**, ao executarmos esse comando o Excel assumirá a seguinte tela:

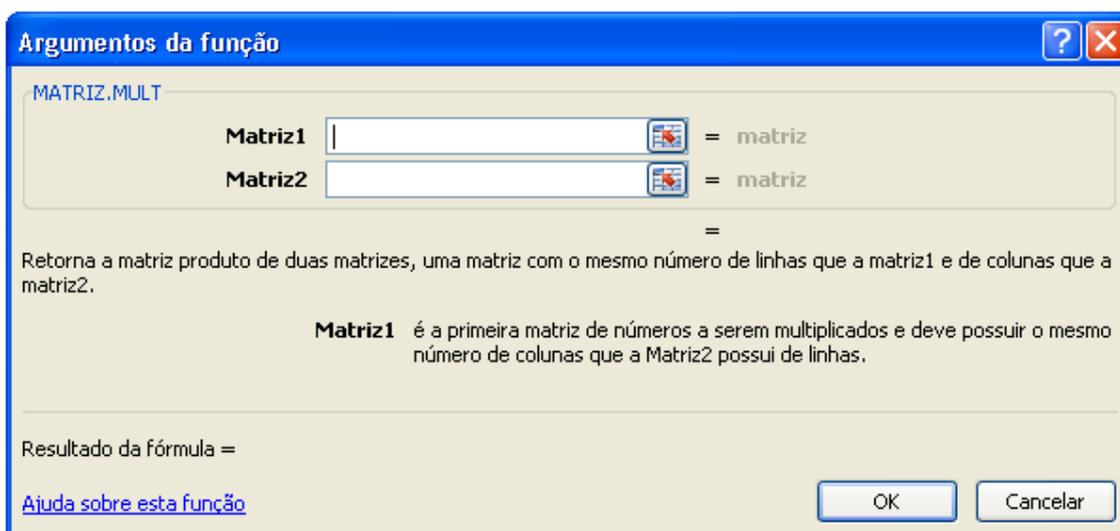


O próximo passo é selecionar o intervalo de células que irá conter a matriz produto das matrizes que queremos obter.

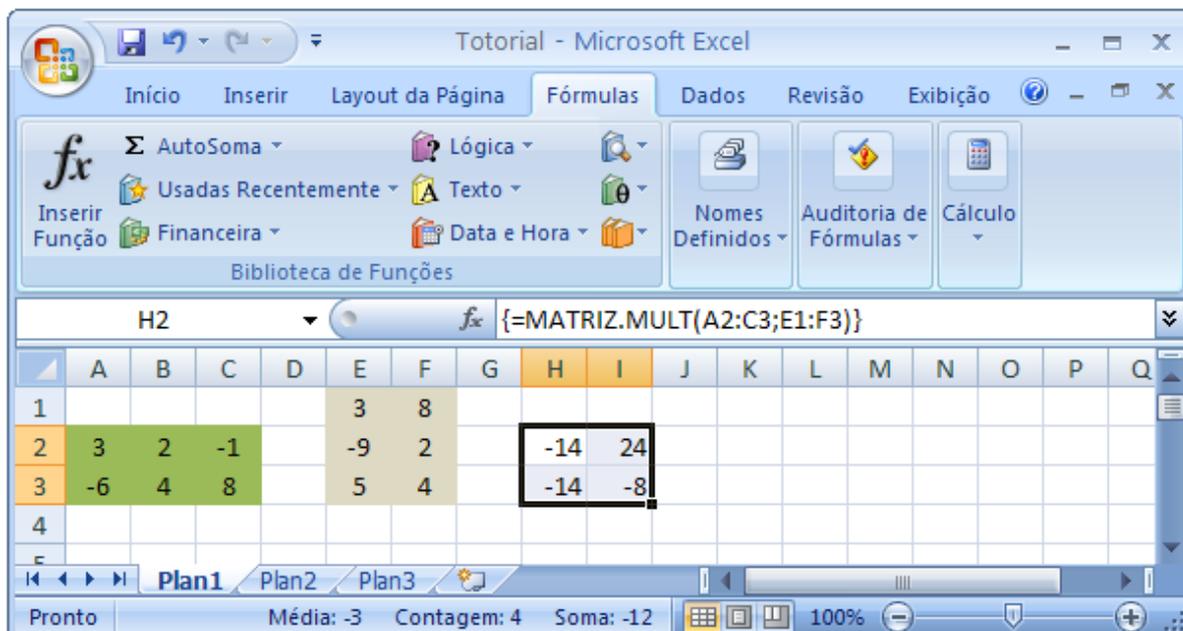
Em seguida clicamos na opção **inserir função** no campo superior esquerdo da tela. Com esse comando o Excel exibirá a seguinte caixa de diálogo:



Na caixa de Diálogo exibida selecionamos a opção **MATRIZ.MULT** e clicamos no botão **OK** no lado direito na parte inferior da caixa de Diálogo. Com esse comando o Excel exibirá outra caixa de diálogo, a saber, a que se segue:

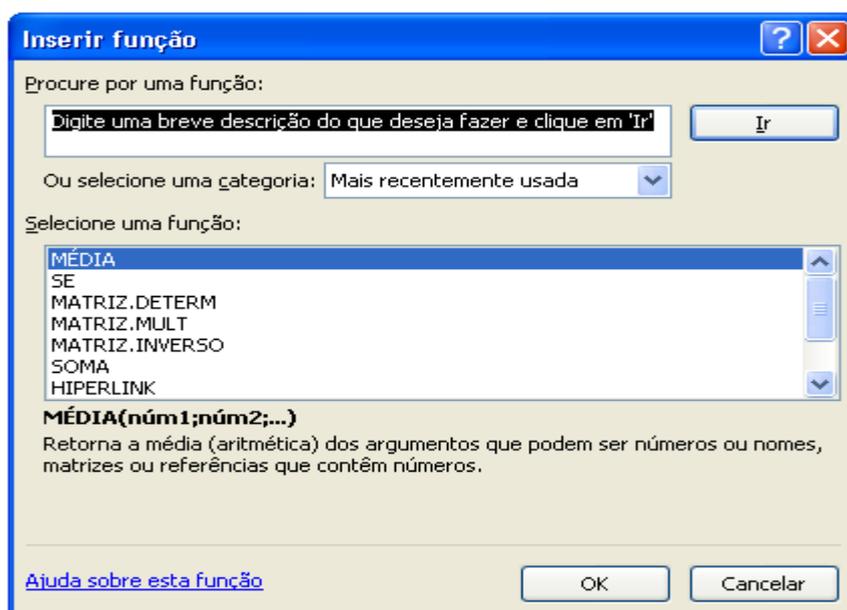


Na planilha selecionamos o intervalo de celular que corresponde a primeira matriz, o intervalo aparecerá no campo **Matriz 1**, em seguida posicionamos o cursor no campo **Matriz 2** e selecionamos na planilha o intervalo de células que corresponde a segunda matriz do produto, em seguida clicamos no Botão OK. Por fim teclamos **F2** e pressionamos as teclas **Ctrl +Shift+Enter**. Assim o Excel exibirá a matriz produto que queríamos calcular. Veja o exemplo feito abaixo.

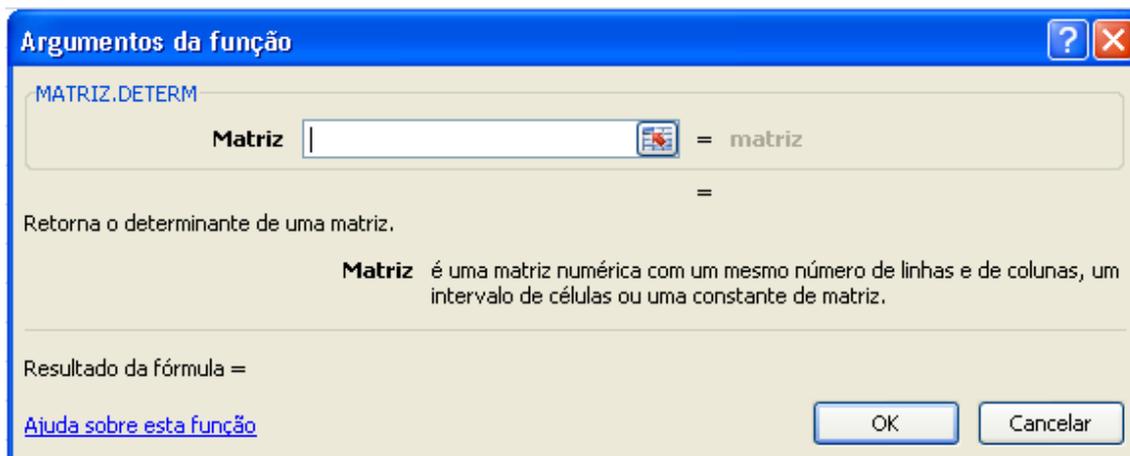


4.4 – Calculando o Determinante de uma matriz no Excel

Como o determinante de uma matriz é um número real associado a essa matriz, o cálculo do determinante no Excel é bem simples. No menu **Fórmulas** clicamos na opção **Inserir Função**. A caixa de diálogo exibida será:



Que já conhecemos. Em seguida escolhemos a opção **MATRIZ.DETERM** e clicamos no botão OK. O Excel exibirá a seguinte caixa de diálogo:

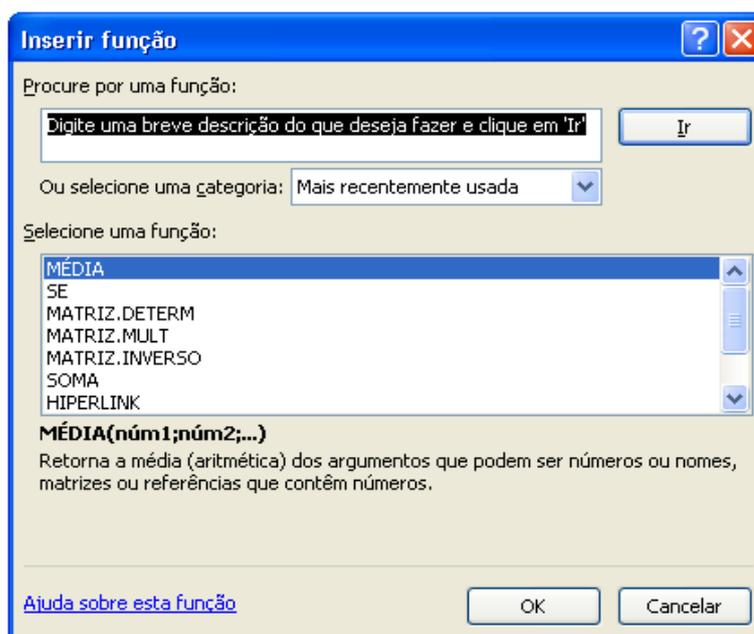


O curso aparecerá no campo **Matriz**, em seguida basta selecionar o intervalo de células que corresponde à matriz que queremos calcular o determinante e clicar no botão OK. O valor do determinante aparecerá na célula que foi que pré-definida.

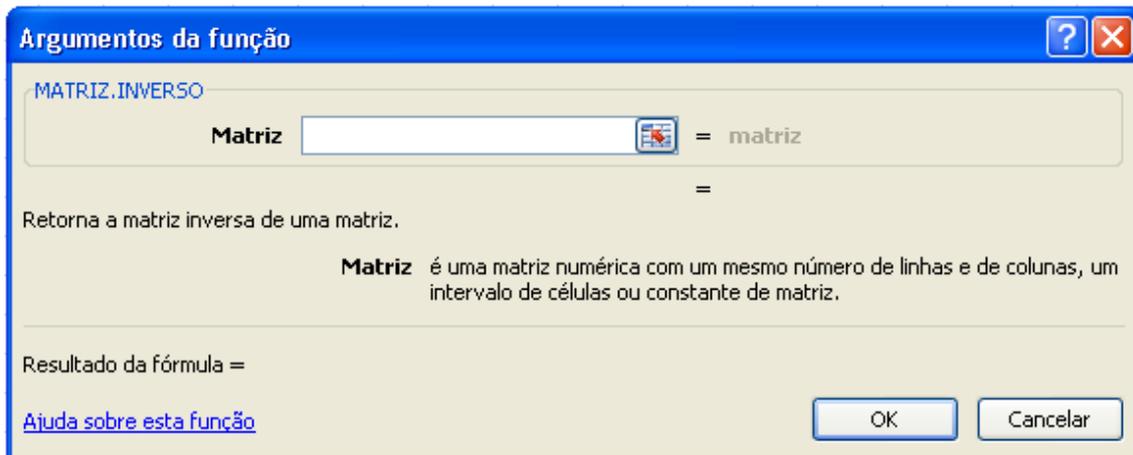
4.5 – Cálculo da matriz inversa no Excel

O cálculo da matriz inversa feito de forma tradicional é uma operação muito cansativa, pois dependendo da ordem da matriz esse calculo pode levar muito tempo. No Excel essa tarefa é muito simples. Calcula-se a matriz inversa no programa da seguinte forma:

Clica-se no menu **Fórmulas**, em seguida selecionamos o intervalo de células que conterá a inversa da matriz dada. Clica-se na opção inserir função, o Excel exibirá a caixa de diálogo:



Que já conhecemos. Escolhemos a opção **MATRIZ.INVERSO** e clicamos no botão OK. O Excel exibirá a seguinte caixa de diálogo:



O curso aparecerá posicionado no campo **Matriz**, em seguida basta selecionar o intervalo de células que corresponde à matriz dada e clicar no botão OK. Por fim teclase F2 seguido de Ctrl+Shift+Enter. Com esse comando a matriz inversa será exibida pelo programa.

O professor deve lembrar aos alunos que apenas as matrizes quadradas possuem inversa. Também é coerente mostrar a equação matricial que determina a matriz inversa de uma matriz dada.

Os conceitos de matriz inversa, determinante de uma matriz dada e o produto de matrizes são úteis na resolução de sistemas de equações lineares. Esses conceitos podem ser introduzidos pelo professor através de problemas práticos próximos da realidade dos alunos com o auxílio do Excel como ferramenta.

Conhecimentos mais aprofundados e tutoriais mais específicos do Microsoft Excel são facilmente encontrados na internet em vários sites. Como o nosso objetivo principal é utilizar o Excel para o ensino de matrizes, deixamos a cargo do professor buscar mais informações a respeito do programa Excel, bem como explorar outras potencialidades que essa ferramenta disponibiliza.