WALBER SANTIAGO COLAÇO

MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA AOS TEMPOS ATUAIS: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS SOBRE EXPLICITAÇÃO E EXPLORAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE OPERAÇÕES

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

UEPB
Campina Grande/PB
2010

WALBER SANTIAGO COLAÇO

MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA AOS TEMPOS ATUAIS: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS SOBRE EXPLICITAÇÃO E EXPLORAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE OPERAÇÕES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação da **Profª Dra. Abigail Fregni Lins.**

UEPB
Campina Grande/PB
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

C683m Colaço, Walber Santiago.

Movimento da matemática moderna aos tempos atuais [manuscrito]: uma análise de livros didáticos sobre explicitação e exploração das propriedades das operações / Walber Santiago Colaço. – 2010.

74 f. : il. color.

Digitado

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, 2010.

“Orientação: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins, Departamento de Física”.

1. Livro Didático. 2. Ensino de Matemática. 3. Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 371.32

WALBER SANTIAGO COLAÇO

MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA AOS TEMPOS ATUAIS: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS SOBRE EXPLICITAÇÃO E EXPLORAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE OPERAÇÕES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação da **Profª Dra. Abigail Fregni Lins.**

Aprovado em: _______/_______/_________.

Banca Examinadora

____
Profª Drª Rogéria Gaudencio do Rêgo – UFPB
Examinadora externa

____
Profª Drª Morgana Ligia de Farias Freire - UEPB
Examinadora interna

____
Profª Drª Abigail Fregni Lins (Bibi Lins) - UEPB
Orientadora

UEPB
Campina Grande/PB
2010

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela conquista permitida.

A Profª Doutora Abigail Fregni Lins pela orientação competente, pela paciência necessária, por sua dedicação e, acima de tudo, por acreditar na conclusão deste trabalho.

As Professoras Drª Rogéria Gaudêncio do Rêgo e Drª Morgana Ligia de Farias Freire, pela contribuição para o meu crescimento como pesquisador.

À minha família, aos meus amigos e a todos aqueles que verdadeiramente me amam, pelos momentos de compreensão e incentivo.

Enfim, a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para que esse trabalho se tornasse uma realidade.

O Autor

RESUMO

Esta pesquisa de mestrado consiste em analisar seis coleções de livros didáticos, sendo três deles da época do Movimento da Matemática Moderna e outros três dos tempos atuais. Procuramos analisar livros didáticos os mais usados em ambas as épocas. A análise dos mesmos está baseada em conceitos e argumentações como categorias de análise sobre as propriedades das operações. Alguns dos resultados mostram que na época do Movimento da Matemática Moderna havia uma maior explicação das propriedades nos livros, fazendo com que o aluno se apercebesse das propriedades das operações, evitando assim uma compreensão sem fundamento matemático. Já livros didáticos dos tempos atuais têm mostrado ausência, por muitas vezes completa, de explicações de teor matemático para que o aluno esteja a par, e entenda matematicamente, o porquê de certas passagens matemáticas na resolução de problemas que envolvam propriedades das operações. Os resultados obtidos nos levam a sugerir que seja inserida a história do Movimento da Matemática Moderna nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois professores da atualidade não conhecem esse Movimento. Tal inserção baseia-se em nossa crença sobre a necessidade da formalidade matemática, juntamente com a contextualização dos conteúdos hoje presentes, para uma educação matemática fortalecida.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Propriedades das Operações. Movimento da Matemática Moderna. Análise de livro didático.

ABSTRACT

This research work analyzed six collection of text books, three of them from the time of Modern Mathematics Movement and the other three from nowadays. We seek to analyze the most used text books of both times. The analyzes was based in concepts and argumentation as cathegories of analysis on operation proprieties. Some of the findings have shown that in the time of Modern Mathematics Movement there was more explication of the operation proprieties in the text books, by making the student to be aware of them, avoiding then a comprehension without mathematical foundation. On the other hand, the nowadays text books have shown lack, most of the time all, of mathematical explication for the student to be aware of, and understand mathematically speaking, why of certain mathematical steps in problem solving which involve operation proprieties. The research findings lead us to suggest that History of Modern Mathematics Movement be taken in Initial Mathematics Teacher Education as nowadays teachers are not aware of this Movement. This suggestion is based in our belief of the need of mathematical formality, along with content contextualization present today, for a stronger mathematical education.

KEYWORDS: Mathematics Education. Operation Proprieties. Modern Mathematics Movement. Text Book Analyses.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Há mais de trinta anos leciono Álgebra no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB. Ao longo do tempo percebi que os alunos matriculados neste componente curricular, futuros professores, não conseguem se sentir bem com os conteúdos apresentados ficando, dessa forma, com significativa rejeição à disciplina.

Nesses trinta e um anos de ensino percebi, também que existe uma certa dificuldade de se trabalhar com as propriedades das operações, principalmente quando se trata da comutatividade, associatividade, dos elementos inversíveis, dos elementos regulares e da distributividade. Geralmente, elas são apresentadas de forma que o aluno não identifica o que está sendo usado, ou seja, ele aprende apenas como trabalhar para chegar ao resultado esperado, mas quando se exige uma solução tal que o conjunto utilizado seja significativo para a veracidade da resposta, têm-se muitos erros. Parecem ser estes erros ocorridos pelo mau entendimento das propriedades citadas. Se tomarmos este como o caso, pode-se entender que o professor em exercício tem dificuldade em trabalhar esses conteúdos, como também os alunos, os quais tentam adquirir os conhecimentos, parte dos currículos escolares e, consequentemente, dos livros didáticos.

Diante desta problemática, isto é, o ensino da Álgebra em um curso de Licenciatura e o ensino da Álgebra no Ensino Básico, a pesquisa em questão, num primeiro momento, tinha como objetivo analisar se existem elos entre a Álgebra Abstrata e a Álgebra Elementar nos livros didáticos, especialmente alguns bem aceitos na região Nordeste. Neste caso, seria usado como aporte teórico a Transposição Didática, proposta por Chevallard e a Análise de Livros Didáticos, proposta por Pais. De acordo com o debate ocorrido durante o Exame de Qualificação, uma mudança na escrita do trabalho ocorreu, apontando para a exploração e explicitação das propriedades das operações no período do Movimento da Matemática Moderna e nos dias atuais. Assim, tendo sido acordado por mim e pela orientadora Professora Doutora Abigail Fregni Lins, optamos por esse novo caminho. E iniciamos uma nova estrutura de trabalho.

Comecei pela escolha dos livros a serem analisados. Os autores Sangiorgi, Astor Dias, João Pascarelli e Luiz Eduardo Magalhães da época do Movimento da Matemática Moderna e Giovanni, Giovanni Jr., Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado e Eduardo Parente dos dias atuais. São três as Coleções de cada período que foram analisadas sobre alguns conteúdos considerados relevantes para o futuro do aluno nas séries posteriores. Com isso, o desenvolvimento da pesquisa se deu com base na pergunta norteadora:

Quais são os indícios de mudança sobre exploração e explicitação das propriedades das operações em livros didáticos do Movimento da Matemática Moderna e dos tempos atuais?

A pesquisa então se apresenta em cinco capítulos. No Capítulo 1 apresento uma breve descrição da História da Álgebra, utilizando como suporte Boyer (1974) e Eves (2008) e sobre o Movimento da Matemática Moderna, explorando algumas dissertações sobre o tema.

Já no Capítulo 2, as Operações na Álgebra Superior e na Álgebra Escolar, são apresentadas, de acordo com Iezzi (2003), livro este bem aceito por professores que têm visão de educador matemático, as operações e suas propriedades, explicitando assim o que entendo pelas mesmas.

No terceiro capítulo, além de uma revisão sobre análise de livros didáticos, é apresentada uma perspectiva sobre análise de livros didáticos segundo Pais (2006), a qual foi utilizada como aporte teórico-metodológico em nossa análise. Conceitos e Argumentação foram tomados como categorias.

No Capítulo 4 apresento a análise dos três livros didáticos de coleções da época do Movimento da Matemática Moderna e três livros didáticos de coleções dos dias atuais, citados anteriormente.

Por fim, no Capítulo 5 apresento os comentários finais, limitações da pesquisa e questões futuras.

CAPÍTULO 1

SOBRE A ÁLGEBRA

Este capítulo está dividido em duas seções. Na primeira, apresento uma breve evolução histórica da Álgebra e na segunda o Movimento da Matemática Moderna. Este se dá pelo fato da pesquisa estar relacionada com as Propriedades das Operações na época do Movimento da Matemática Moderna e nos dias atuais.

1.1 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA ÁLGEBRA

Segundo Boyer (2003), a palavra Álgebra é uma variante latina da palavra árabe *aljabr* usada no título do livro *Al-jabr wa'l muqabalah*, escrito por Mohammed ibn-Musa al Khwarizmi, um matemático persa nascido por volta de 800 d.C. em Khwarizmi, atual no Uzbequistão, e que viveu em Bagdá. O livro trata de equações e o título refere-se à ideia de imaginar uma equação como balança em equilíbrio, considerada como um sistema para resolver problemas matemáticos que envolvam números desconhecidos.

De acordo com Boyer (2003), o mais famoso papiro egípcio sobre Matemática é o Papiro Rhind (ou Ahmes), produzido por volta de 1650 a.C., um texto matemático contendo 85 problemas da vida cotidiana e suas resoluções. Muitos desses problemas são do tipo aritmético, mas pode-se perceber que os egípcios resolviam problemas que hoje são vistos como problemas de natureza algébrica. De acordo com Boyer (2003), esses problemas não se referiam a objetos concretos, específicos, nem exigiam operações entre números conhecidos. Para solucionar alguns problemas era solicitado o que equivale a soluções de equações lineares, da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + b = c$, em que a, b e c são conhecidos e x é desconhecido. Neste caso, x assume o papel de incógnita, chamado por eles de *aha*.

Conforme Eves (2008), o desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios. Primeiro, a *Álgebra Retórica* (ou Verbal), em que os argumentos da resolução de um problema eram descritos sem abreviações ou símbolos específicos. A seguir, a *Álgebra Sincopada*, em que se adotavam abreviações de palavras e, finalmente, a *Álgebra Simbólica*, em que as resoluções se expressavam numa espécie de taquigrafia matemática formada de símbolos: “uma tal divisão arbitrária do desenvolvimento da álgebra em três estágios é naturalmente uma simplificação excessiva; mas serve como primeira aproximação ao que aconteceu” (BOYER, 2003, p. 132). Cabe ressaltar que tanto a Álgebra do Egito como a da Babilônia eram retóricas.

Segundo Boyer (2003), na obra de Diofante de Alexandria, por volta de 250 d.C., foi encontrada pela primeira vez a utilização de símbolos algébricos, sinais especiais para a incógnita, potenciais da incógnita até expoente seis, subtração, igualdade, inversos, abreviações e substituições. China e Índia também contribuíram para o desenvolvimento da Álgebra, trabalhando em procedimentos de resoluções para equações algébricas. Os hindus foram hábeis aritméticos e deram contribuições significativas para o desenvolvimento da Álgebra.

O autor comenta que na Europa Ocidental a maior parte da Álgebra permaneceu retórica até o Século XV e, embora a aparição da Álgebra Simbólica se desse na Europa Ocidental no Século XVI, somente pela metade do Século XVII esse estilo se impôs.

No entanto, conforme Boyer (2003), a Álgebra só começou a se constituir como um ramo específico da Matemática no Renascimento, desenvolvendo-se plenamente na Europa moderna e contemporânea. No início da era moderna, os matemáticos realizaram mudanças nas notações algébricas, passaram a usar letras para representar as incógnitas e adotaram alguns símbolos como + para adição, – para subtração e o sinal = para igualar os termos de uma equação.

Eves (2008) nos diz que François Viète (1540-1603) foi um dos que mais se destacaram no período. Adotou o uso de vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida ou indeterminada e consoantes representando uma grandeza ou número suposto conhecido ou dado, fazendo, assim, uma distinção entre o conceito de parâmetro e a idéia de uma quantidade desconhecida. No entanto, pensava-se em *parâmetro* e *incógnita* como segmentos e não como números.

Para Castro (2003), a Álgebra tal como a conhecemos, com seu simbolismo e regras, é bastante recente, embora o pensamento algébrico esteja presente na construção da Matemática desde os primórdios, nas contribuições dos antigos povos que iniciaram a construção desta Ciência, como por exemplo, no pensamento dos povos da Mesopotâmia, da China, dos árabes, passando pela civilização grega, romana, dentre outras.

Ainda de acordo com o referido autor, o crescente processo de utilização de simbolismo na Álgebra propiciou tantas facilidades em seu ensino que, pouco a pouco, a Álgebra deixou de ser privilégio de alguns estudiosos para se tornar uma disciplina considerada requisito para a formação do cidadão comum e, como tal, é ensinada em nossas escolas desde o Ensino Fundamental. A essa Álgebra, ensinada e estudada na Escola Básica, denominamos Álgebra Elementar.

Entendo que um dos conteúdos abordados na Álgebra Elementar são as operações básicas e regras para manipular expressões algébricas. Considero o ensino e o estudo da Álgebra úteis na Escola Básica porque permitem, através do desenvolvimento do pensamento genérico e da abstração, um primeiro passo para o estudo sistemático das propriedades dos números reais e das estruturas algébricas, como também apontam Lins e Gimenez (2001). É este o escopo da pesquisa em questão, discutido posteriormente. Anterior a este, a seguir, o Movimento da Matemática Moderna é apresentado com base em dissertações, teses e artigos publicados por pesquisadores.

1.2 O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Esta seção, subdividida em seis subseções, trata da história do Movimento da Matemática Moderna (MMM), sendo considerados os Congressos, as práticas escolares, as práticas de ensino, as críticas ao MMM e o Movimento nos anos 1960 e 1970, no Brasil.

Anterior aos anos 1950, o ensino da Matemática se preocupava só com os cálculos aritméticos, as identidades trigonométricas, problemas de enunciados grandes e complicados, demonstrações de teoremas de Geometria e resoluções de problemas sem utilidade prática. A Teoria dos Conjuntos não fazia parte do currículo do Ensino Fundamental, apenas no Ensino Superior. No entanto, em 1934, um grupo de matemáticos franceses, denominado Nicolas Bourbaki, deu início a uma proposta de uma nova escrita para a Análise Matemática. O grupo considerava que a Matemática era sustentada pela Teoria dos Conjuntos e hierarquizada em estruturas algébricas e topológicas (MASHAAL, 2000).

Este grupo influenciou o Movimento da Matemática Moderna internacionalmente e também no Brasil. Na década de 1940, a USP contratou alguns matemáticos pertencentes ao grupo e houve grande influência nos nossos matemáticos, entre eles Osvaldo Sangiorgi, Jacy Monteiro, Omar Catunda, Benedito Castrucci, que a partir de 1960 passaram a divulgar o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. O Estado de São Paulo foi o pioneiro no Movimento da Matemática Moderna, criando em 1961 o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática – GEEM liderado por Sangioirgi (D'AMBRÓSIO, 2000), cujo objetivo foi introduzir a Matemática Moderna na Escola Secundária. Alguns dos professores do grupo foram autores de livros didáticos, como Sangiorgi, Castrucci e Jacy Monteiro. Nas décadas de 1960 e 1970 houve uma revolução nos livros didáticos de Matemática Moderna no Brasil, no que se refere aos conteúdos matemáticos e a sua apresentação. Isso causou um grande problema para os professores devido à dificuldade de compreensão da Teoria dos Conjuntos.

Uma crítica muito forte, que influenciou os educadores matemáticos brasileiros, veio de Morris Kline, que argumentou "os alunos absorvem uma porção de idéias complicadas, porém não aprendem a somar".

Outro fato muito importante da época foi a declaração de Sangiorgi, grande defensor do Movimento da Matemática Moderna e autor de livros didáticos de Matemática Moderna, ao jornal Estado de São Paulo em 1975:

Segundo Sangiorgi (1975), depois da aprovação da Lei 5692/71, que regulamentava as Diretrizes e Bases da Educação Nacional,

> começaram a surgir também no Brasil, sinais vermelhos contra a aceleração exagerada que se fazia em nome da Matemática Moderna". Nesse mesmo artigo, o professor Sangiorgi apontou quais foram os principais efeitos da Matemática Moderna no ensino:
> 1. Abandono paulatino do salutar hábito de calcular não sabendo mais a 'tabuada' em plena 5ª e 6ª séries porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos;
> 2. Deixa-se de aprender frações ordinárias e sistema métrico decimal - de grande importância para toda a vida - para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a Teoria dos Conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno;

> 3. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo “transformações geométricas”; e,
> 4. Não se resolvem mais problemas elementares - da vida cotidiana - por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como “O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?”, proposto em livro de 5ª série.

Para Miorim (1998), os primeiros livros didáticos publicados com essa nova orientação foram elaborados por membros do GEEM. Mas três anos após a publicação do livro de Morris Kline, “O fracasso da Matemática Moderna”, em 1976, o MMM passou a ser fortemente criticado no Brasil.

O Movimento da Matemática Moderna, desencadeado no Brasil na metade do século passado, trouxe novas coordenadas ao currículo de Matemática do então ensino primário e secundário, mas só recentemente começaram a ser historicamente problematizados. Conhecer as formas de apropriação escolar desse movimento que, nas décadas citadas atribuiu importância primordial à Teoria dos Conjuntos, à axiomatização, às Estruturas Algébricas e à Lógica, têm sido uma preocupação recente de pesquisadores da História da Educação Matemática. Entretanto, ainda não se tem dados suficientes de como esse movimento transformou as práticas escolares no momento de sua disseminação.

Na subseção a seguir, uma breve exposição de como foi realizado o 5º Congresso de Ensino da Matemática é apresentada, que teve grande importância naquela época.

1.2.1 A Matemática Moderna no 5° Congresso de Ensino da Matemática

O 5° Congresso de Ensino da Matemática, realizado em 1966, na cidade de São José dos Campos/SP, teve um papel importante para a análise que pretendemos realizar. Por tratar-se de um evento significativo para a comunidade de educadores matemáticos, configurou-se não apenas como um espaço de encontro e atualização de 350 participantes, professores de Matemática, mas, como possibilidade de divulgação e discussão das ideias norteadoras do Movimento da Matemática Moderna em nível internacional, pois contou com a presença de convidados de diferentes países pertencentes a entidades internacionais ligadas ao Movimento da Matemática Moderna, como Marshall Stone, da Universidade de

Chicago (U.S.A.); George Papy, da Universidade de Bruxelas (Bélgica); Hector Merklen, da Universidade de Montevidéu (Uruguai) e Helmuth Völker, da Universidade de Buenos Aires (Argentina).

Ao iniciar a abertura do congresso, o coordenador do evento, professor Oswaldo Sangiorgi, argumentou a favor da reestruturação do ensino de Matemática frente às grandes e rápidas transformações da Ciência, destacando a “extraordinária evolução da técnica” como fator impulsionador do progresso da civilização. Nesse sentido, conclamou os esforços dos professores de Matemática para a elevação da educação científica da população escolarizada.

A temática central do Congresso foi em torno do Movimento da Matemática Moderna na escola secundária e sua articulação com o ensino primário e universitário. O evento teve como objetivo propiciar aos congressistas informações teórico-práticas acerca do movimento, ou seja, “o que de mais atual e elevado se praticava nos diversos centros de estudos europeus e americanos” (Anais do 5° Congresso, 1966, p. 10). Além das conferências proferidas por convidados estrangeiros, eminentes educadores matemáticos brasileiros ministraram cursos e “aulas-demonstração”, abordando tópicos fundamentais da Matemática Moderna, como a Teoria dos Conjuntos (Benedito Castrucci); Lógica Matemática (Oswaldo Sangiorgi); Matemática Aplicada (Ruy Madsen Barbosa); Tratamento Moderno da Geometria Analítica (Antonio Rodrigues); Introdução á Álgebra Moderna (Irineu Bicudo); Tratamento Moderno da Geometria (Omar Catunda); Introdução à Análise (Luiz Mauro Rocha); Técnicas Dedutivas (Leônidas Hegenberg), dentre outros (Anais do 5° Congresso, 1966, p. 31-34).

A conferência do representante belga, George Papy, enfatizou a importância da Teoria dos Conjuntos e da escolha adequada de situações didáticas para sua aprendizagem.

> A escolha de situações é de grande importância; elas precisam genuinamente ilustrar os conceitos introduzidos sem limitar o seu alcance por serem indevidamente especiais. Elas precisam ser atraentes e interessantes e deixar lugar para elaboração. É dever do professor introduzir essas situações de modo que os alunos possam responder a elas. Elas devem ser apresentadas de tal modo que os alunos venham a perceber um fato essencial a respeito da matemática – que ela tem unidade e estrutura (MEC/CADES: Anais do 5° Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, p. 84).

O conferencista desenvolveu em seu discurso uma construção conceitual da noção de Conjunto, passível de ser trabalhada com alunos de diferentes idades e níveis de ensino. Defendendo o “método psicológico do choque”, ou seja, o “conflito cognitivo”, Papy mostrou concordar com a teoria psicogenética de Jean Piaget. Simultaneamente, teceu críticas às formas tradicionais de ensinar Matemática, quer sejam, a descontextualização das noções matemáticas, as formas mecânicas e repetitivas utilizadas na assimilação dos conceitos, o trabalho solitário e individual do aluno. Com relação à noção de conjunto, Papy colocou-se a favor de uma “reinvenção” da Matemática pelo aluno, em que as situações de inconsistência e confusão inicial do senso comum cotidiano fossem mediadas e sistematizadas pelo educador.

Tomando como exemplo alguns condicionamentos da Matemática cotidiana, o conferencista introduziu noções de diagramas, conjunto finito, infinito, conjunto vazio, colocando em destaque a simbologia que caracteriza a linguagem da matemática moderna. De forma intuitiva, e ao mesmo tempo rigorosa, foi construindo e revelando uma nova face da Matemática, um processo de fazer Matemática partindo de situações contextualizadas, oportunizando uma construção coletiva do conhecimento, com espaço para o aluno refletir, duvidar, trocar ideias, enfim, participar de forma ativa do processo da construção de seu conhecimento.

O conferencista assumiu também a visão moderna das geometrias, situando o conceito de “função” no contexto das relações das atividades racionais, abordagem já defendida por Euclides Roxo na década de 30 do Século XX (VALENTE, 2004). As noções de reflexividade, simetria, assimetria, transitividade e função foram ilustradas pelo conferencista, recorrendo ao uso de gráficos e flechas, esquemas que considerava de grande utilidade para a compreensão das relações de ordem e equivalência, possibilitando que teoremas fundamentais da Matemática fossem compreendidos por crianças de 12 anos. Sugeriu, assim, que o estudo da Geometria iniciasse com o método dos Conjuntos, apresentando o diagrama de Venn como representação gráfica de excelência, para o estudo das propriedades matemáticas.

Aprofundando as críticas ao ensino tradicional da Geometria, Papy exaltou a linguagem dos gráficos, aliando a visão intuitiva à estrutura lógica, enfatizou a importância das representações gráficas para a esquematização do pensamento

(MEC/CADES: Anais do 5° Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, 1966, p. 83-99).

Outros trabalhos apresentados no Congresso revelaram que em 1966, o Movimento já era assumido por escolas de diferentes estados brasileiros. São Paulo teve um papel importante na divulgação do Movimento para outras regiões do Brasil. Com a criação do GEEM, sob a coordenação do Professor Oswaldo Sangiorgi, acelerou-se a difusão do Movimento, não apenas no Estado de São Paulo. Palestras de ilustres representantes estrangeiros realizadas em São Paulo, a convite do coordenador do grupo, atraiam professores de Matemática de diferentes regiões brasileiras. A partir de 1964, com uma coleção de livros já circulando no país, o GEEM expandiu sua ação para outros Estados, realizando palestras e ministrando cursos de Matemática Moderna, iniciando suas atividades no curso primário e estabelecendo-se, em 1970, como grupo líder do MMM no Brasil (SOARES, 2001).

No Paraná, o Movimento foi divulgado a nível local, pelas ações pioneiras do Núcleo de Difusão do Ensino de Matemática – NEDEM, fundado em 1962 e coordenado pelo professor Osny Antonio Dacól, coordenador de ensino e posteriormente diretor do Colégio Estadual do Paraná, sediado em Curitiba. Segundo Straube (1993, p. 119), o Colégio “em 1969 abrigava 4950 alunos e contava com 450 professores”.

Com uma participação ativa em todo o Estado, o grupo liderou a propagação do Movimento, preparando professores, elaborando nova proposta de ensino de Matemática para o curso ginasial, posteriormente para o curso primário, publicando livros didáticos que, durante mais de uma década, fundamentaram e orientaram o ensino de Matemática ministrado pelos professores paranaenses.

Outro grupo que se destacou na propagação do MMM no Brasil foi o Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre – GEEMPA, criado em 1970, sob a coordenação da professora Esther Pillar Grossi, com a tarefa de desenvolver pesquisa voltada para a melhoria dos métodos e conteúdos de Matemática. Envolvendo professores de vários níveis de ensino, o grupo realizou um bom trabalho de formação continuada de professores, destacando-se na publicação de materiais destinados ao ensino da Matemática Moderna. Como o NEDEM do Paraná, “as atividades do GEEMPA foram muito influenciadas pelas idéias de George Papy e Zoltan Dienes” (SOARES, 2001, p. 108).

Na próxima subseção apresento um texto referente ao matemático Morris Kline que teve muita repercussão na década de 1970.

1.2.2 As críticas ao Movimento da Matemática Moderna

A obra intitulada "O fracasso da Matemática Moderna", do matemático americano Morris Kline, professor da Universidade de Nova York, teve grande repercussão no meio acadêmico brasileiro, no final dos anos 1970, com críticas contundentes à Matemática Moderna. Para Kline, o exagero da forma dedutiva de abordar os conteúdos, aliado ao excessivo formalismo e simbolismo da linguagem utilizada pela Matemática Moderna, enfraqueceram a vida e o espírito da Matemática:

> A dificuldade em lembrar os significados e a desagradabilidade das expressões simbólicas afugentam e perturbam os estudantes; símbolos são como estandartes hostis adejando sobre uma cidadela aparentemente inexpugnável. O próprio fato de o simbolismo ter entrado na matemática até certo ponto significativa por volta dos séculos dezesseis e dezessete indica que não vem sem dificuldade para as pessoas. O simbolismo pode servir a três propósitos. Pode comunicar idéias eficazmente; pode ocultá-las e pode ocultar a ausência delas. Quase sempre parece dar-se a impressão de que os textos de matemática moderna empregam o simbolismo para ocultar a pobreza de idéias. Alternativamente, o propósito de seu simbolismo parece ser o de tornar inescrutável o que é óbvio e afugentar, portanto, a compreensão (KLINE, 1976, p.94).

Apesar de apontar suas críticas ao ensino americano, por tratar-se de um movimento internacional, elas também adquiriram sentido no contexto educacional brasileiro, no momento em que a abordagem tecnicista dominou as práticas escolares. Kline também criticou a ênfase que o novo programa dava à Teoria dos Conjuntos, especialmente na Matemática Elementar. Para ele, conceitos abstratos não deveriam ser explorados no nível elementar, pois além de confundir a cabeça dos alunos estimulavam sua aversão pela Matemática. Ele defendeu o princípio pedagógico que toma como ponto de partida a experiência matemática que o aluno traz do cotidiano. Assim, sua concepção alinha-se nesse aspecto, com a teoria psicogenética, assumida por George Papy, o renomado defensor da Matemática Moderna.

As críticas de Kline parecem incidir muito mais sobre abordagem metodológica utilizada para a renovação da Matemática do que propriamente na proposta dos conteúdos a serem trabalhados. Ao sugerir estratégias para motivar o aluno a gostar da Matemática, ressalta a importância da seleção de problemas significativos para o estudante, em dar um sentido real aos problemas matemáticos. Para ele, era preciso que os alunos soubessem que as aplicações da Matemática eram, tanto parte do conhecimento dessa Ciência, quanto meios para que estes apreciassem seu valor instrumental.

No Brasil, as críticas também apontavam como negativos tais aspectos. Segundo Soares (2001, p. 116), “o livro de Kline, apesar de publicado no Brasil três anos após sua divulgação nos Estados Unidos, foi um marco decisivo para o esgotamento do movimento em nosso país”. As críticas não vinham apenas dos meios acadêmicos; pais de alunos e também a imprensa denunciavam as superficialidades da simbologia da matemática moderna e o tempo “perdido” com o ensino da Teoria dos Conjuntos. Admitindo a confusão que a linguagem dos conjuntos provocava nos alunos e o baixo rendimento por eles demonstrado, os professores mostravam sua insatisfação com a proposta. Como já foi visto anteriormente, Sangiorgi, o grande defensor do Movimento no Brasil, e autor dos livros didáticos de Matemática Moderna mais vendidos no país, em declaração ao Jornal “Estado de São Paulo”, mostrou sua insatisfação ao apontar as fraquezas do Movimento. Com isso, a seguir, disserto sobre as práticas escolares da época.

1.2.3 As Práticas Escolares

A Matemática Moderna foi apropriada pela comunidade escolar, primeiramente, pelos grandes centros do país, posteriormente foi lentamente difundida nas escolas mais distantes, via livro didático. Cheia de simbolismos e enfatizada pela precisão de uma nova linguagem, professores e alunos passaram a conviver com a Teoria dos Conjuntos e com as noções de estrutura de Grupo. Trazendo as promessas de um ensino mais atraente e descomplicado, em superação à rigorosa matemática tradicional, a Matemática Moderna chegou ao Brasil com excessiva preocupação com a linguagem matemática e com a simbologia dos Conjuntos, deixando marcas, ainda pouco esclarecidas pela História da Educação Matemática.

Um indício da modernização do ensino da Matemática no Brasil pode ser identificado nas provas de Admissão ao Ginásio, aplicadas aos candidatos que desejavam ingressar no Ginásio Estadual de São Paulo. Catalogadas e transformadas em fontes históricas por Valente (2001), as provas de Matemática dos candidatos configuram-se como valioso material, especialmente como um “testemunho vivo” das reformas em torno do ensino da Matemática:

> Ao longo do período de vigência dos Exames de Admissão ao Ginásio (1931 a 1969) as provas aplicadas aos candidatos vão incorporando não somente as mudanças apontadas pelas reformas como também os ideários pedagógicos que marcavam o cotidiano escolar. De 1931 a 1943, as provas de Matemática do Exame de Admissão ao Ginásio apontaram para uma lógica interna que supervalorizava os cálculos das operações fundamentais, o uso do sistema monetário, o sistema métrico de medidas, as representações fracionária e decimal dos números racionais. Nesse período, as alterações recaem sobre o número de questões das provas: de três questões, em 1931, chegam a cinco questões em 1943. As questões são predominantemente apresentadas em formas de problemas com fortes marcas do contexto sócio-cultural daquele momento histórico (PINTO, 2003).

A partir de 1961, as questões das provas de Matemática sofreram fortes mudanças: foi apresentado um número elevado de "questões imediatas" que consistem em cálculos rápidos e descontextualizados. Nas provas desse período os problemas aritméticos foram substituídos por extensos questionários, com a introdução gradativa de questões relativas à Matemática Moderna. É o que se observa na prova de 1962, em que a décima questão foi: "quais as operações da Aritmética que têm a propriedade comutativa (ou da mudança de ordem)?".

Com relação à modernização do Ensino da Matemática no Brasil, como mostram as conferências e trabalhos do 5° Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, e as ações pioneiras desenvolvidas pelos grupos de estudos e difusão do Movimento em diferentes estados brasileiros, é importante considerar que o conceito de “moderno” que orientou o Movimento não foi incorporado da mesma forma nas práticas escolares. Segundo Burigo (1990, p. 259):

> De um modo geral, é possível dizer que "moderno" significava "eficaz", de "boa qualidade", opondo-se a "tradicional" em vários momentos. Enfim, era uma expressão carregada de valoração positiva, numa época em que o progresso técnico ele mesmo era depositário, no modo do pensar dominante, das expectativas de resolução dos principais problemas econômicos e sociais e de conquista do bem-estar material para o conjunto da sociedade.

Ao tratar a Matemática como algo neutro, destituída de história, sem nenhuma relação com o social e o político, o ensino da Matemática Moderna, veiculado por inúmeros livros didáticos da época, parece ter se descuidado da possibilidade crítica e criativa dos aprendizes. E os indícios preliminares da apropriação do Movimento foi que o moderno, da disciplina Matemática, fosse incorporado pelos professores e alunos mais como um conjunto de novos dispositivos e nomenclaturas de uma nova linguagem.

Para Piaget (1984, p. 14), "mesmo no campo da Matemática, muitos fracassos escolares se devem àquela passagem muito rápida do qualitativo (lógico) para o quantitativo (numérico)". Referindo-se ao ensino da "Matemática Moderna" Piaget (1984, p.16-17) advertiu, desde a década de 1950, que essa experiência poderia ser prejudicada pelo fato de que:

> Embora seja 'moderno' o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adotar (e bastante precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática (...) Uma coisa porém é inventar na ação e assim aplicar praticamente certas operações ; outra é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e sobretudo teórico, de tal forma que nem os alunos nem os professores cheguem a suspeitar de que o conteúdo do ensino ministrado se pudesse apoiar em qualquer tipo de estruturas naturais.

Nota-se aqui que naquela época houve implicações em relação ao conceito de “moderno”, ou seja, para alguns os conteúdos eram modernos, mas a forma de apresentar era arcaica.

A seguir, apresento as práticas de ensino enfatizando as mudanças em relação a alguns Congressos de Ensino de Matemática.

1.2.4 As Práticas de Ensino da Matemática Moderna no Brasil

Nas décadas de 1960 e 1970, um fato que marcou a História da Educação Matemática e provocou mudanças significativas nas práticas escolares foi o Movimento da Matemática Moderna. Desencadeado em âmbito internacional, esse Movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância grandiosa à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos Conjuntos. Para Schoenfeld (1991), o culto à Matemática Moderna foi uma das respostas que os americanos deram aos russos, depois do lançamento do Sputnik pela União Soviética, em outubro de 1957. No Brasil, ainda não se tem estudos suficientes para compreender o alcance e as implicações desse movimento nas práticas escolares. Ainda em 1957, o MEC lançou um programa denominado Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES), que promovia cursos para professores que tinham experiência prática e não tinham formação em curso superior. “Tais cursos habilitavam professores leigos com diplomas em Licenciatura curta” (BORGES, 2005, p. 137).

Um fato interessante foi a disparidade existente entre professores, por um lado jovens matemáticos e professores de Matemática sendo formados na USP sob forte influência da Matemática produzida nos grupos mais reconhecidos da época como o grupo Bourbaki, por outro lado professores leigos lecionando Matemática em várias regiões do Brasil, mostrando assim que a apropriação e a prática docente sob a influência do MMM foi também muito diversa. Portanto, pesquisar sobre os professores de Matemática ao tempo do Movimento da Matemática Moderna num país de dimensões continentais, e tão diverso, pressupõe um cuidado em buscar olhares regionais que tragam as particularidades inerentes do contexto social e cultural da população envolvida. O trabalho de Soares (2001, p. 13) mostra que a má preparação dos professores para trabalhar com os conteúdos preconizados pelo Movimento da Matemática Moderna foi responsável por seu fracasso:

> Nesse trabalho procuramos mostrar que o ponto de vista de muitos professores hoje em dia é que esse fracasso não se deve tanto às idéias da Matemática Moderna mas sim a um conjunto de fatores que levaram a uma distorção das propostas de mudança. A falta de espírito crítico para analisar que as adaptações deveriam ser feitas para cada país, aliadas à má formação dos professores fizeram com que o Movimento tomasse o rumo contrário ao proposto inicialmente.

Essa situação leva a questionamentos como: qual era a formação dos professores que efetivamente ensinaram a Matemática Moderna? Como se dava a formação inicial dos professores de Matemática da época? Como era desenvolvida a capacitação dos professores para trabalharem com a Matemática Moderna?

No Brasil, desde 1928, o ensino tradicional da Matemática já era criticado por um dos mais ilustres protagonistas da renovação, o catedrático e diretor do Colégio D. Pedro II, do Rio de Janeiro, professor Euclides Roxo, que propôs a junção da Aritmética, Álgebra e Geometria em uma única disciplina denominada Matemática. Defensor do método heurístico, Roxo colaborou com a Reforma Francisco Campos (1931), enfatizando o raciocínio lógico voltado para a descoberta, no lugar da memorização de definições e do uso abusivo de regras algorítmicas. Como destaca Miorim (1998, p. 94), "a reforma instruía que o ensino deixava de ser apenas o 'desenvolvimento do raciocínio' conseguido pelo trabalho com a lógica dedutiva, mas incluía também o desenvolvimento de outras 'faculdades' intelectuais, diretamente ligadas à unidade e aplicações da Matemática".

No I Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, realizado em Salvador, Bahia, em 1955, os participantes concluíram que a Educação Matemática devia sofrer uma grande mudança. No II Congresso, realizado em Porto Alegre, em 1957, foram apontadas as primeiras experiências desenvolvidas em cursos de aperfeiçoamento de professores primários com elementos da Matemática Moderna, tais como conjunto e propriedades das operações aritméticas básicas, com fundamentados buscados em Piaget e Gattegno Miorim (1998, p. 113) aponta que:

> Apesar das novas idéias terem sido apresentadas e discutidas nesses dois congressos, não seriam elas que desencadeariam o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Isso seria conseguido, especialmente, por meio das atividades desenvolvidas pelo grupo de Estudos do Ensino da Matemática – GEEM, fundado em outubro de 1961, por professores do Estado de São Paulo, tendo como principal representante Osvaldo Sangiorgi.

Em 1959, por ocasião do III Congresso, no Rio de Janeiro, os participantes chegaram a conclusão que a situação não havia melhorado. Eles reconheceram que a maioria dos professores brasileiros ainda não sabia Matemática Moderna, portanto, recomendaram que se exigisse dos Departamentos de Matemática das Faculdades de Ciências e Letras de todo o país, a realização de cursos preparatórios para professores secundários.

Nessa época, em vários estados brasileiros, começaram a se criar diferentes Grupos de Estudo com o objetivo de atualizar professores recém - formados bem como professores não graduados que ministravam aulas de Matemática. Fehr (1969, p. 221-222) fez o seguinte registro:

> O Grupo de São Paulo, maior e melhor preparado, apresentou ao IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, que se realizou em Belém do Pará, em julho de 1962, sua primeira utilização da Matemática Moderna no ensino secundário (...). O clímax veio durante o V Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, em São José dos Campos (São Paulo), em janeiro de 1966, onde foram apresentados os objetivos já alcançados no país e sugestões metodológicas por parte dos professores estrangeiros e brasileiros.

Nesse momento, o debate educacional foi desenvolvido, no Brasil, em torno do ensino público e privado, polarizado na Lei de Diretrizes e Bases por educadores católicos e escolanovistas (BURIGO, 1990). Para os educadores matemáticos, a discussão era voltada para a superação da "cultura clássica", que favorecia apenas uma minoria e dificultava o desenvolvimento de uma sociedade moderna.

No Brasil, a Matemática Moderna ancorou-se primeiramente nos grandes centros do país e começou, nos anos 1960, a ser lentamente difundida nas escolas mais distantes, a maioria delas recebendo-a com espanto, via livro didático. Cheia de simbolismos e enfatizando a precisão de uma nova linguagem, professores e alunos passaram a conviver com a Teoria dos Conjuntos e com as noções de estrutura de Grupo. Repleta de promessas de um ensino mais atraente e descomplicado em superação à rigorosa matemática tradicional, no entanto, a Matemática Moderna chegou ao Brasil carregada de formalismos, como destaca Búrigo (1990, p. 263), ao referir-se à formalidade não reconhecida naquele período: "o caminho proposto para a compreensão era, basicamente, o da representação do pensamento, segundo as regras da formalização da Matemática, como disciplina acadêmica".

A extrema preocupação com a linguagem matemática e com a simbologia da Teoria dos Conjuntos deixou marcas profundas, ainda não desveladas, nas práticas pedagógicas daquele período. Ao tratar a Matemática como algo neutro, destituída de história, desligada de seus processos de produção, sem nenhuma relação com o social e o político, o ensino de Matemática nesse período pareceu ter se descuidado da possibilidade crítica e criativa dos aprendizes. O moderno dessa matemática apresentou-se, para os alunos, mais como um conjunto de novos dispositivos e nomenclaturas fora de sentidos e significados conceituais, uma disciplina abstrata e desligada da realidade.

Esses fatos mostraram que a controvérsia em torno dos "ideais modernizadores" do ensino de Matemática no Brasil estiveram presentes na década de 1950 e que o debate, ocorrido na década de 1930, entre o ensino tradicional e o novo, ainda permanecia vivo na comunidade acadêmica, no momento de chegada da Matemática Moderna. A seguir, apresento uma discussão sobre o Movimento nos anos 1960 no Brasil.

1.2.5 Matemática Moderna no Brasil nos anos 1960

Uma evidência dos problemas trazidos à sala de aula de Matemática no período do MMM, está presente nos depoimentos de uma professora que atuou naquele período (PINTO, 2005). Dois, dentre outros relatos, revelam aspectos significativos da escola dos anos 1960 e expressam as preocupações que surgiram nas aulas de Matemática Moderna. O primeiro aponta problemas decorrentes do uso do novo livro didático, o segundo mostra dificuldades conceituais em relação ao ensino e aprendizagem da Teoria de Conjuntos. Segue o relato:

> Final dos anos 60, mês de agosto, um calor de 40 graus. Aula de Matemática, primeira série do curso ginasial, horário das 13 horas. Os alunos suavam e de forma apática tentavam cumprir as atividades propostas. O manual utilizado estava sujo, empoeirado, mas os alunos muito asseados, com seu uniforme azul e branco. Ainda se usava gravata e camisa branca, de manga comprida. Nada de ventilador ou ar condicionado nas salas de aula. Sentia-me ansiosa ao constatar as dificuldades dos alunos. O tema da aula era sistema métrico decimal. As reduções eles já deveriam saber, pois já fora estudado na 4.ª série primária. E por que não sabiam? E por que tanta dificuldade em resolver os problemas propostos? Aliás, eu já vinha descontente com o baixo rendimento que essa turma vinha apresentando. Já havia experimentado de tudo! Agora dava duro. Achava que era indolência mesmo. E como poderia abrir o raciocínio de alguém? Estava convicta de não poder fazer milagre, mas incomodava-me o fato de a maioria dos alunos não conseguir caminhar sozinho. Andando pelo corredor das carteiras enfileiradas, senti, no silêncio medroso dos alunos, uma intuição pedagógica e pensei: está tudo errado no que estou fazendo. Os problemas desse livro são feitos para São Paulo. Aqui é um cantinho do Brasil bem diferente de lá. O autor pensou que todos os alunos do Brasil fossem iguais aos paulistas. E, num estalo falei para a classe: Fechem os manuais. A partir de hoje, não os usaremos mais. Faremos o nosso. Ainda, no fundo da sala, ouvi o suspiro de alívio dos alunos e senti a corrente de novo ar que entrava pela sala. Lá fora, o vento começava a varrer as ruas (PINTO, 1968, p. 10).

Nesse relato, a professora refere-se à coleção Matemática Moderna, de Oswaldo Sangiorgi, destinada ao curso ginasial. Vale lembrar que a brusca mudança inserida no livro didático de Matemática naquele momento histórico trouxe, acima de tudo, uma grande resistência de seus principais usuários, ou seja, os professores.

A proliferação da indústria do livro didático de Matemática Moderna no Brasil nas décadas de 1960 e 1970 introduziu uma espécie de “revolução”, não só do rol de conteúdos matemáticos, como também na sua forma de apresentação. O manual a que se refere a professora, como também a maioria dos publicados naquele período, inaugurava uma nova forma de apresentação. Os livros do aluno e do professor eram editados separadamente. Os livros do aluno passaram a ser descartáveis, limitando seu uso a um único aluno. Essa inflação de gastos para as famílias que mantinham vários filhos na escola, se por um lado, garantiu maior lucro aos editores, de outro, refletiu, de forma negativa, no desenvolvimento das habilidades básicas de leitura e escrita. Os exercícios para completar, propostos no manual do aluno, implicavam em diminuição do uso dos cadernos, o que limitou a prática da escrita e da leitura pelos alunos, especialmente, nas aulas de Matemática.

Outro problema que a brusca introdução da Matemática Moderna trouxe aos professores foi a dificuldade de compreensão da Teoria de Conjuntos, como mostra o relato a seguir:

> Matemática Moderna: Teoria dos Conjuntos. Eu também fazia minha iniciação no assunto, pois certas nomenclaturas e simbologia, termos como conjunto unitário, conjunto vazio eram novidades também para mim. Este último me intrigava. Perguntava-me sobre a importância de ensinar conjunto vazio e duvidava de sua conceituação, tal como vinha sendo colocada nos manuais escolares. Se é conjunto... não deveria ter elementos? Era um sufoco, cada vez que tinha que definir, representar simbolicamente aquela ausência de elementos para os alunos. Numa prova havia a questão: represente simbolicamente um conjunto vazio. E um dos alunos apresentou a resposta que eu também considerava correta. No espaço destinado à resposta, o aluno não registrou nenhum símbolo, apenas deixou o espaço em branco. Vazio. Estava decidida a considerar a questão certa, porém, troquei idéias com colegas. Eles não concordaram. Alegaram que faltava diagrama, limitação. Mas, ousei em dar como certa a resposta do aluno, considerando que ele estaria com a mesma dúvida que eu sentia em relação ao conceito de conjunto vazio e como eu, estava saindo do trilho do manual. Com esse fato, experimentei uma certa “alegria profissional”, considerando que os alunos podiam ter suas próprias hipóteses e até caminhar de forma mais autônoma diante das amarras do manual. Por enquanto, era apenas um, mas já era uma boa amostra. A partir do conjunto vazio, pensei também na existência do nada pela presença invisível do tudo. E relacionei ao que havia aprendido na vida: “o nada com Deus é tudo, e tudo sem Deus é nada”. E nesse momento dei por encerrada a questão de conjunto vazio (PINTO, 1968, p. 7).

A seguir, como o Movimento nos anos 1970 se deu no Brasil.

1.2.6 Matemática Moderna no Brasil nos anos 1970

A expectativa que se proliferou no Brasil, em torno da modernização do ensino da Matemática, com a criação em vários Estados de Grupos de Estudos voltados para o estudo e difusão da Matemática Moderna, foi desgastante, pois a nova abordagem passou a ser fortemente criticada no Brasil na década de 1970, enquanto ocorria o esvaziamento do Movimento em outros países. Uma das maiores críticas que também influenciou os educadores brasileiros encontra-se em Morris

Kline, obra amplamente divulgada no Brasil, e que apresenta argumentos fortes contra as imperfeições de um ensino onde “os alunos absorvem uma porção de ideias complicadas, porém não aprendem a somar”. Uma das críticas feitas pelo autor foi o negligenciamento que a Matemática Moderna fez em relação à motivação, alegando que “despojar os conceitos de seu significado é conservar a casca e jogar fora o fruto (...)”. Ao negligenciarem da motivação e aplicação, os pedagogos apresentaram o caule, mas não a flor e assim deixaram de apresentar o verdadeiro valor da Matemática e, assim, o autor vai tecendo críticas contundentes à forma (não ao conteúdo) como era trabalhada a Matemática (KLINE, 1976, p. 175-205).

Como lembra Valente (2003, p. 250), “são conhecidas as origens do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Igualmente são conhecidos os termos do seu abandono oficial. Faltam-nos, ainda, investigações sobre o que ocorreu com a disciplina Matemática durante este período”. É muito importante Investigar a vida e a morte desse Movimento, porque ele alterou a estrutura do ensino e da aprendizagem da Matemática. Assim, entendemos que é de suma importância para a compreensão das práticas escolares atuais, as pesquisas que desvelem novas evidências das formas como as ideias desse movimento foram incorporadas pelos agentes escolares, especialmente como deram significado à cultura docente.

A seguir, as Operações na Álgebra Abstrata e na Álgebra Elementar são apresentadas com o intuito de servir como referência para a análise dos livros didáticos, apresentada no Capítulo 4.

CAPÍTULO 2

AS OPERAÇÕES NA ÁLGEBRA ABSTRATA E NA ÁLGEBRA ELEMENTAR

Num curso de Licenciatura em Matemática atual, é de fundamental importância que os alunos, professores em formação, aprendam a trabalhar com as operações, pois a maioria das disciplinas utiliza as operações no desenvolvimento dos conteúdos.

Sabendo que no período do Movimento da Matemática Moderna houve muito esforço para se conseguir êxito na formação dos professores, pois naquela época eles não tinham domínio da Teoria dos Conjuntos, entendo que é de suma importância apresentar as definições das propriedades das operações ainda hoje, devido à forma como eram trabalhadas nos dois períodos, ou seja, no Movimento da Matemática Moderna se exigia muito da formalidade o que não ocorre nos dias atuais. Hoje, pouco se fala dessas propriedades no Ensino Fundamental e Médio. Portanto, elas são apresentadas neste capítulo, com a formalidade do Ensino Superior e identificada no Ensino Fundamental e Médio durante o Movimento da Matemática Moderna e nos dias atuais.

A Álgebra Abstrata é uma parte da Matemática que estuda as estruturas algébricas, ou seja, os conjuntos munidos de uma ou mais operações. Domingues e Iezzi (2003) apresentam os conteúdos da Álgebra Abstrata de uma forma clara e didática, provocando uma ótima aceitação de uso nos cursos de Licenciatura em Matemática. Sendo assim, serão apresentadas, neste Capítulo, as definições das operações e propriedades das operações de acordo com os autores citados acima. Na verdade, mais que isso, neste capítulo serão abordadas as definições das operações e algumas de suas propriedades que apresentam elos entre a Álgebra Abstrata e a Álgebra Elementar, mas que talvez não sejam percebidos, ou abordados, por autores de livros didáticos. As definições são tratadas de maneira formal na Álgebra Abstrata e na Álgebra Elementar elas sofrem uma transformação para que haja um melhor entendimento por parte dos alunos.

Desta forma, o Capítulo está dividido em duas seções, sendo que na última abordo as Propriedades das Operações.

2.1 OPERAÇÕES

A definição de operação é apresentada formalmente como:

Sendo E um conjunto não vazio, toda aplicação f: E x E → E recebe o nome operação sobre E (ou em E) ou lei de composição interna sobre E (ou em E).

De forma geral, uma operação f sobre E associa a cada par (x, y) de E x E um elemento de E que será simbolizado por $x * y$ (lê-se “x estrela y”). Assim $x * y$ é uma forma de indicar f(x, y). Também dizemos que E é um conjunto munido da operação $*$.

O elemento $x * y$ é chamado composto de x e y pela operação $*$. Os elementos x e y do composto $x * y$ são chamados termos do composto $x * y$. Os termos x e y do composto $x * y$ são chamados, respectivamente, primeiro e segundo termos ou, então, termo da esquerda e termo da direita.

Outras notações também são usadas para indicar uma operação sobre E.

a) Notação aditiva
   Nesse caso, o símbolo da operação é +, a operação é chamada adição, o composto x + y é chamado soma, e os termos x e y são as parcelas;
b) Notação multiplicativa
   Nesse caso, o símbolo da operação é · ou a simples justaposição, a operação é chamada multiplicação, o composto x · y ou xy é chamado produto, e os termos x e y são os fatores; e,
c) Outros símbolos utilizados para operações genéricas são: $\vartriangle, \top, \perp, \times,\ \ , \oplus$, etc.

Na Álgebra Elementar, por exemplo, a potenciação é uma operação muito utilizada e é apresentada de maneira simples para que o aluno de 10 ou 11 anos de idade tenha condições de aprender. Assim, na 5ª série, ou 6º ano, do Ensino Fundamental, se estuda potência, resultado da operação potenciação, que é definida como um produto de fatores iguais.

Exemplo: $2^3 = 2x2x2 = 8$, $3^5 = 3x3x3x3x3 = 243$.

Já na Álgebra Abstrata, a operação de potenciação sobre $\mathbb{N}^*$ é a aplicação $f: \mathbb{N}^* x\ \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ tal que $f(x, y) = x^y$.

2.2 PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES

Como sabemos, as operações são usadas desde a primeira fase do Ensino Fundamental até as disciplinas de um Curso Superior. Daí, as propriedades apresentadas a seguir têm um valor muito grande no decorrer dos anos estudantis, visto a sua utilidade na maioria dos conteúdos, lembrando que no período da Matemática Moderna existia muita formalidade, o que não acontece hoje.

Seja $*$ uma operação sobre E. Vejamos algumas propriedades que $*$ pode apresentar.

2.2.1 Propriedade Associativa

Esta propriedade satisfaz a quase todos os conteúdos matemáticos apresentados no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. A sua definição na Álgebra Abstrata é apresentada assim:

Dizemos que $*$ é associativa se

$$x * (y * z) = (x * y) * z,$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Esta propriedade é muito importante na Álgebra Elementar, devido a sua validação em alguns casos. Por exemplo, a divisão não é associativa em $\mathbb{N}$, pois 8:(4:2) = 8:2 = 4 e (8:4):2 = 2:2 = 1. Este é um erro frequente, cometido pelos alunos do Ensino Fundamental, talvez por não perceberem que a propriedade associativa não se verifica na operação de divisão, ou que não seja chamada sua atenção para tal.

2.2.2 Propriedade Comutativa

A propriedade comutativa aparece também em quase todos os conteúdos do Ensino Fundamental. A sua definição na Álgebra Abstrata é apresentada da seguinte forma:

Dizemos que $*$ é comutativa se

$$x * y = y * x$$

quaisquer que sejam $x, y \in E$.

Na Álgebra Elementar, a propriedade comutativa é apresentada de acordo com os conteúdos, ou seja, se o assunto é adição dos inteiros, o aluno recebe a informação, como axioma, que $a + b = b + a$, para todos $a, b \in \mathbb{Z}$.

É comum os alunos do Ensino Fundamental usarem a comutatividade em todo produto que aparece, mas quando chegam no Ensino Médio se deparam com a multiplicação de matrizes que geralmente não é comutativa, cometendo assim o erro. Isto acontece com frequência devido à frase costumeira de alguns professores “a ordem dos fatores não altera o produto”. Assim, o aluno entende que todo produto é comutativo, induzindo o mesmo ao erro.

2.2.3 Elemento Neutro

O elemento neutro de uma operação, quando existe, tem um valor muito especial, pois ele induz à existência de elementos simetrizáveis no conjunto dado. A definição formal é escrita como:

Se existe $e \in E$ tal que $e * x = x$ para todo $x \in E$, dizemos que e é um elemento neutro à esquerda para $*$.

Se existe $e \in E$ tal que $x * e = x$ para todo $x \in E$, dizemos que e é um elemento neutro à direita para $*$.

Se e é elemento neutro à direita e à esquerda para a operação $*$, dizemos simplesmente que e é elemento neutro para essa operação.

Os alunos se atrapalham muito com o uso do elemento neutro, confundindo adição com multiplicação. No Ensino Fundamental o elemento neutro é especificado nas operações de adição e multiplicação nos conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$. Na adição o elemento neutro é o zero e na multiplicação é 1, ou seja, x + 0 = x = 0 + x, $\forall\, x \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$ e x.1 = x = 1.x, $\forall\, x \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$. Agora deve ser observado que quando se considera nesses conjuntos a subtração como operação, verifica-se que o zero é um elemento neutro apenas a direita, isto é, x – 0 = x, $\forall\, x \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$, mas a esquerda não é verdade, como no exemplo: 0 – 2 ≠ 2.

2.2.4 Elementos Simetrizáveis

Os elementos simetrizáveis são utilizados de forma muito acentuada na Álgebra Elementar nos problemas que envolvem equações. Na Álgebra Abstrata esses elementos têm uma importância muito grande, pois, por exemplo, em uma estrutura de Grupo todos os elementos são simetrizáveis. A definição formal de elemento simetrizável é a seguinte:

Seja $*$ uma operação sobre E que tem elemento neutro e. Dizemos que x ∈ E é um elemento simetrizável para essa operação se existir x' ∈ E tal que

$$x' * x = e = x * x'$$

O elemento x' é chamado simétrico de x para a operação $*$.

O conjunto dos elementos simetrizáveis é indicado por U_* E e escrito formalmente assim:

$$U_*(E) = \ x \in E \ \ \exists\, x' \in E : \ x' * x = e = x * x'$$

Esses elementos geralmente recebem nomes especiais como, por exemplo, na adição, o simétrico de x também é chamado oposto de x e indicado por $-x$. Já na multiplicação, o simétrico de x também é chamado inverso de x e indicado por x^{-1}.

Na Álgebra Elementar se aprende, por exemplo, que 3 é um elemento simetrizável para a adição em $\mathbb{Z}$, e seu simétrico (ou oposto) é -3, pois:

$$-3 \ \ + 3 = 0 = 3 + \ \ -3$$

mas 3 não é simetrizável para a multiplicação em $\mathbb{Z}$, pois não existe nenhum número inteiro que multiplicado por 3 seja igual a 1, ou seja, não existe x' ∈ Z tal que

$x' \cdot 3 = 1 = 3 \cdot x'$. Agora em $\mathbb{Q}$ o 3 é simetrizável (ou inversível) e seu simétrico (ou inverso) é $\frac{1}{3}$, porque:

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1 = 3 \cdot \frac{1}{3}$$

Por outro lado, 0 (zero) não é simetrizável para a multiplicação, pois não há elemento $x' \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$ tal que:

$$x' \cdot 0 = 1 = 0 \cdot x'$$

Um fato interessante que deve ser observado é que existem apenas dois elementos simetrizáveis (ou inversíveis) para a multiplicação em $\mathbb{Z}$: o 1 e o -1, que são iguais aos seus respectivos inversos.

Os elementos simetrizáveis possuem algumas características de muita importância para trabalhar na resolução de problemas típicos da Álgebra Elementar como, por exemplo, esta Proposição: Seja $*$ uma operação sobre E que é associativa e tem elemento neutro e.

a) Se um elemento $x \in E$ é simetrizável, então o simétrico de x é único.

b) Se $x \in E$ é simetrizável, então seu simétrico x’ também é e (x’)’ = x.

c) Se $x, y \in E$ são simetrizáves, então $x * y$ é simetrizável e $(x * y)' = y' * x'$.

As informações apresentadas nesta Proposição gera certa tranquilidade para resolver problemas porque sabendo que o simétrico de um elemento, quando existe, é único, a sua aplicação é imediata. Já no item (b), tem-se que se y é o simétrico de x então x é o simétrico de y. Agora, no item (c) o fato mais importante é saber que o simétrico do composto $x * y$ não é $x' * y'$ e sim $y' * x'$, ou seja, deve ser observado se a operação tem a propriedade comutativa. Como os conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ possuem a comutatividade na multiplicação, os livros didáticos geralmente deixam passar despercebidos esse fato.

A definição de elementos regulares, os quais estão relacionados aos elementos simetrizáveis, é apresentada a seguir.

2.2.5 Elementos Regulares

Na Álgebra Abstrata, os elementos regulares têm uso constante e de forma acentuada nas demonstrações de teoremas referentes às estruturas algébricas. A sua definição é apresentada como:

Seja $*$ uma operação sobre E. Dizemos que um elemento a $\in$ E é regular (ou simplificável ou que cumpre a lei do cancelamento) à esquerda em relação à operação $*$ se, para quaisquer x, y $\in$ E, tais que $\alpha * x = \alpha * y,\ \text{vale}\ x = y$.

Dizemos que um elemento $\alpha \in$ E é regular (ou simplificável ou que cumpre a lei do cancelamento) à direita relativamente à operação $*$ se, para quaisquer x, y $\in$ E, tais que $x * \alpha = y * \alpha, \text{vale}\ x = y$.

Se $\alpha \in$ E é um elemento regular à esquerda e à direita para a operação $*$, dizemos simplesmente que α é regular para essa operação.

Na Álgebra Elementar é muito comum o uso desses elementos, mas eles são apresentados de forma implícita, porque os livros didáticos apenas discutem cancelamento omitindo, assim, a propriedade, deixando o leitor sem saber que se trata de uma propriedade de operação. O 3 é regular para a adição em $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$, pois:

$$3 + x = 3 + y \implies x = y$$

quaisquer que sejam x, y $\in$ N. Também é regular para a multiplicação em $\mathbb{Z}$, pois:

$$3 \cdot x = 3 \cdot y \implies x = y$$

quaisquer que sejam x, y $\in \mathbb{Z}$. Já o 0 (zero) *não* é regular para a multiplicação em $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$, pois:

$$0 \cdot 2 = 0 \cdot 3 \text{ e } 2 \neq 3$$

Os elementos regulares podem ser identificados de forma fácil, basta que a operação dada possua algumas propriedades, como na proposição a seguir:

Se a operação $*$ sobre *E* é associativa, tem elemento neutro e e um elemento $\alpha \in E$ é simetrizável, então α é regular. Com isto, vê-se a facilidade de trabalhar os conteúdos da Álgebra Elementar em relação às propriedades citadas, visto que, na adição em $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$, valem essas propriedades.

A propriedade que será definida a seguir tem muita utilidade na Álgebra Elementar, pois está presente em quase todos os conteúdos.

2.2.6 Propriedade Distributiva

A propriedade distributiva é usada num conjunto que possui duas operações. Sua definição na Álgebra Abstrata é a seguinte:

Sejam $*$ e $\triangle$ duas operações sobre E. Dizemos que $\triangle$ é distributiva à esquerda relativamente a $*$ se:

$$x \triangle (y * z) = (x \triangle y) * (x \triangle z)$$

quaisquer que sejam x, y, z $\in$ E.

Dizemos que $\triangle$ é distributiva à direita relativamente a $*$ se:

$$(y * z) \triangle x = (y \triangle x) * (z \triangle x)$$

quaisquer que sejam x, y, z $\in$ E.

Quando $\triangle$ é distributiva à esquerda e à direita de $*$, dizemos simplesmente que $\triangle$ é distributiva relativamente à $*$.

A adição e a multiplicação estão presentes nos conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$. Neste caso, a multiplicação é distributiva em relação à adição, isto é:

$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) \quad \text{e} \quad (y + z) \cdot x = (y \cdot x) + (z \cdot x)$$

quaisquer que sejam x, y, z $\in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$.

Outro caso importante é a potenciação em N^*. Esta operação é distributiva à direita em relação à multiplicação, pois:

$$(x \cdot y)^z = x^z \cdot y^z$$

quaisquer que sejam x, y, z $\in \mathbb{N}^*$.

Esta pesquisa tem como enfoque os conceitos de algumas propriedades das operações, sendo elas: comutatividade, associatividade, elementos simetrizáveis e distributividade. Observando como são resolvidas algumas equações, problemas e até mesmo cálculo de áreas, em alguns livros, vê-se que não existe muita informação sobre o uso dessas propriedades. Quando, por exemplo, é usada a propriedade distributiva, no ensino básico, geralmente o professor diz “colocando “x” em evidência” e o aluno não percebe que propriedade foi usada. No caso dos elementos regulares, encontramos sempre o cancelamento de elementos sem entender o significado. Os elementos simetrizáveis não são bem trabalhados, pois na maioria das vezes os alunos usam a comutatividade sem procurar verificar se é válida ou não.

Diante do exposto, o Capítulo seguinte apresenta análise de alguns livros didáticos da época do Movimento da Matemática Moderna e alguns dos dias atuais com relação às propriedades das operações, discutidas neste capítulo. Anterior a este, uma breve discussão de distintas perspectivas sobre análise de livros didáticos e a perspectiva adotada na pesquisa em questão.

CAPÍTULO 3

LIVROS DIDÁTICOS

Para iniciar e embasar o presente trabalho apresento na primeira seção deste Capítulo algumas dissertações que estão relacionadas aos assuntos a serem abordados no decorrer do trabalho. Já na segunda seção, trouxe o autor Pais (2006), enfocando uma perspectiva de análise de livros didáticos que foi a base para a escolha das categorias de análise utilizadas nesta pesquisa.

3.1 ALGUNS ESTUDOS SOBRE LIVROS DIDÁTICOS

Silva (2008), ao realizar seu estudo em São Paulo sobre a reorganização da matemática escolar nos tempos do Movimento da Matemática Moderna, visou investigar as transformações ocorridas na Matemática nesta época e optou por utilizar as contribuições teóricas de Chervel (1990) e Choppin (2004) para embasar seu trabalho no que se refere à história das disciplinas escolares e a função histórica dos livros didáticos. Assim, a autora escolheu o livro didático como recurso para realização de sua pesquisa, por acreditar que ele é responsável pela divulgação de crenças, ideias e propostas pedagógicas de uma determinada época. Com isso, após as análises, Silva observou que com o Movimento da Matemática Moderna houve várias reformas nas apresentações dos conteúdos ensinados, estando a principal mudança no uso de uma nova linguagem a partir da Teoria dos Conjuntos, da Lógica e Estruturas Algébricas, como também inclusão de novos conteúdos e estudos aprofundados.

Do mesmo modo, Lavorente (2008) buscou identificar em seu estudo a influência da cultura da Matemática Moderna nas transformações dos livros didáticos do professor-autor Osvaldo Sangiorgi, tendo como base norteadora de seu trabalho as teorias hermenêuticas, as quais concebem o livro didático como forma simbólica. Ou seja, a autora tratou o livro como um produto que sofre influências dos processos sociais, econômicos e políticos da época em que foi escrito, revelando nele, o contexto e as necessidades da sociedade desta época. Sendo assim, Lavorente, analisou os livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi e constatou que os mesmos encontram-se em consonância com o censo escolar do tempo em que foi editado, isto é, o Movimento da Matemática Moderna, justificando, portanto, o sucesso de vendas dos livros.

Ainda na mesma linha de estudo, Macedo (2008) realizou sua pesquisa através da análise dos livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi publicados no período do Movimento da Matemática Moderna. O objeto de estudo da pesquisa foi a Teoria dos Conjuntos, cuja inclusão nos livros de Sangiorgi se deu na época do Movimento da Matemática Moderna, estando antes presente apenas no Ensino Superior. Além de se basear em dissertações, teses e artigos, Macedo fundamentou seu estudo com as teorias de Le Goff, Chervel, Julia e Chartier e Hébrard. Após as análises, o autor concluiu que nem todos os conteúdos da Teoria dos Conjuntos nos livros didáticos de Sangiorgi são provenientes de uma absorção ou adequação dos conteúdos estudados no Ensino Superior, estando eles também ligados à cultura escolar da época do Movimento da Matemática Moderna. Dessa forma, Macedo (2008) deixa claro, ao fim de seu estudo, que ao realizar uma pesquisa de cunho histórico não se deve fazer julgamentos do que foi certo ou errado em tempos passados, mas se colocar na postura de pesquisador levantando informações, para construir a história dos acontecimentos e suas consequências.

Bento (2009), buscou verificar a prática docente nos tempos do Movimento da Matemática Moderna. Como base teórica a autora utilizou as considerações de Chervel, Julia, Choppin e Le Goff no que diz respeito aos livros didáticos e à dinâmica do ambiente escolar. Para iniciar suas análises, Bento investigou as legislações vigentes na época. Percebendo a necessidade de analisar outras fontes para obter mais informações sobre o cotidiano escolar, a pesquisadora decidiu incluir nos seus recursos o Volume I da Coleção de livros didáticos de Scipione Di Pierro Neto, Madsen Barbosa e Luiz Mauro Rocha, como também cadernos de uma aluna da época em questão.

Para complementar o estudo, realizou duas entrevistas com a aluna que forneceu os cadernos e a professora que ministrou as aulas. Ao comparar os materiais, a pesquisadora observou divergências quanto ao conteúdo, diferentes usos de linguagem e adoção pelo professor de outros recursos para planejamento das aulas e, desde então, concluiu que o estudo da prática docente não deve ser pautado apenas em documentos oficiais, mas também, em recursos que estejam ligados diretamente ao cotidiano escolar e, por isso, são necessárias várias fontes de pesquisa para estabelecer um diálogo com a prática do professor.

Já Battaglioli (2008) trouxe em sua pesquisa um olhar dos livros didáticos nos dias atuais, demonstrando preocupação no que diz respeito ao ensino e aprendizagem. Deste modo, vivenciando as dificuldades dos alunos na resolução de sistemas lineares nas aulas de Álgebra, a pesquisadora decidiu tomar os Sistemas Lineares como objeto de sua pesquisa, buscando investigar tal abordagem através da análise de três livros didáticos do Ensino Médio. Como referencial teórico utilizou as teorias dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Durval, ou seja, Battaglioli buscou identificar sob quais registros de representação semiótica estão sendo abordados os sistemas lineares e quais as conversões de registros propostas.

A autora acredita que tais registros contribuem para o melhor entendimento do aluno sobre o que é resolver um sistema linear, não apenas aplicando regras prontas, mas principalmente, sabendo interpretar a solução. Com isso, investigando os livros didáticos, concluiu que o registro gráfico e a língua natural estão presentes em dois dos livros, estando o gráfico apenas nos textos explicativos e não nos exercícios. Além disso, observou que o registro algébrico ainda é predominante na abordagem de sistemas lineares e os algoritmos prevalecem na resolução dos sistemas, enquanto que a análise dos resultados obtidos continua pouco explorada.

Essas informações colhidas de algumas dissertações mostram que os pesquisadores utilizaram as teorias de Chervel, Choppin, Julia, Le Goff, Hébrard e Durval. Digo isto lembrando que os autores citados não baseiam a pesquisa em questão, pois esta pesquisa está embasada no trabalho de Pais (2006), apresentado a seguir.

3.2 UMA PERSPECTIVA DE ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Nesta pesquisa, as categorias de análise são Conceitos e Argumentação, conceitos abordados por Pais, estando os mesmos diretamente relacionados ao analisar a explicitação e exploração das propriedades das operações nos livros didáticos escolhidos.

De acordo com Pais (2006, p. 47), “a escolha de conteúdos, objetivos, métodos e recursos resultam da convergência de influências que atuam nas disciplinas escolares”. Esses elementos encontram-se nas teses, software, parâmetros curriculares, programas e em outras publicações, como nos livros didáticos. São situações construídas para defender a validade do saber a ser ensinado.

Segundo Pais (2006, p. 48), “a evolução técnica da indústria gráfica, associada aos dispositivos da informática, vem permitindo uma utilização cada vez mais expressiva de cores, fotos e desenhos, multiplicando as formas de representação do saber”. Por mais que se tenham variado os métodos de ensino e os enfoques curriculares, o livro está presente entre os instrumentos didáticos. Por isso, Pais acredita que o livro representa um grande recurso que contribui para a aprendizagem.

A seguir, os construtos teóricos de Pais (2006) e os utilizados como categorias na análise dos livros didáticos na pesquisa em questão.

3.2.1 Sobre Conceito

Para Pais (2006, p. 51), “o livro didático não pode apresentar erros conceituais de qualquer natureza, pois nesse caso sua adoção seria um grande equívoco, tendo em vista a necessidade de preservar a objetividade prevista para o saber escolar”. Esses erros, por vezes, aparecem diluídos na apresentação de definições, teoremas, exercícios, ilustrações, demonstrações ou propriedades.

Excluindo as dificuldades de compreensão decorrentes da leitura do aluno, existem frases nos livros que permitem um entendimento dúbio, o que é perceptível somente pelo leitor com certo domínio do conteúdo. Trata-se de um problema grave, pois suas consequências são totalmente imprevisíveis, sabendo-se que a proposta metodológica deve contribuir para que o conteúdo seja suficiente para alcançar os objetivos visados. Embora os conteúdos devam ser vistos de forma orgânica, nem sempre a apresentação linear é suficiente para garantir essa integridade.

A categoria Conceito, apresentada por Pais, será tomada como uma de nossas categorias de análise. Alguns assuntos matemáticos das seis coleções, sendo três do MMM e três dos tempos atuais, serão analisados com relação a de que forma o conceito do assunto escolhido está apresentado. Os assuntos matemáticos serão discutidos no Capítulo posterior e foram escolhidos diante a pertinência dos mesmos com relação às propriedades das operações.

3.2.2 Diversidade de apresentações

Pais (2006, p. 52) argumenta que “a aprendizagem pode se tornar mais significativa, quando diferentes formas de representação são contempladas no livro didático. Além de valorizar uma abordagem interdisciplinar com diferentes textos, espera-se que o livro apresente números, equações, figuras, tabelas, gráficos, símbolos, desenhos, fotos, ou seja, tudo que contribui nas estratégias de articulação dos conteúdos”. Daí, Pais entende que a interação e a articulação, quanto mais intensas forem, possibilitarão uma aprendizagem significativa.

Apesar da relevância da categoria apontada por Pais, a mesma não será levada em conta na análise desta pesquisa.

3.2.3 Aspectos linguísticos

A importância dos aspectos linguísticos é um destaque fundamental para Pais (2006), quando afirma que

> o saber escolar deve estar expresso em uma linguagem adequada e compatível com o nível educacional a que se destina, envolvendo a clareza do texto em língua portuguesa, o vocabulário pertinente à educação matemática, além do equilíbrio entre a linguagem do cotidiano e as várias formas de apresentação da linguagem científica.

A clareza da linguagem assume uma importância especial quando se trata de fornecer informações para o aluno realizar uma atividade ou de solicitar a resolução de um problema.

Mesmo sabendo do destaque colocado por Pais nesta categoria, não foi necessário utilizá-la nesta pesquisa.

3.2.4 Argumentação no livro didático

Segundo Pais (2006, p. 55), “a aprendizagem torna-se mais significativa quando o aluno vivencia diferentes formas de tratar argumentação das afirmações contidas na disciplina de Matemática”. No contexto da produção das Ciências, a finalidade da argumentação é validar os enunciados, os teoremas, as fórmulas e os demais modelos.

A princípio, todas as afirmações concernentes ao saber escolar devem ser argumentadas, seja por meio de um raciocínio lógico, seja por meio de outras formas compreensíveis pelo aluno. Caso contrário, o sentido da educação tende a confundir-se com o senso comum, pois a afirmação da validade de proposições, sem nenhuma argumentação, concorre para uma visão dogmática. Desse modo, o trabalho com essa noção didática possibilita a formação de uma atitude mais crítica e autônoma do aluno, além de contribuir para o exercício de sua própria cidadania.

A descrição de fatos relacionados ao desenvolvimento histórico da Matemática constitui outro aspecto que amplia as referências do saber escolar e por isso mesmo tais informações devem ser valorizadas no livro didático, pois além de proporcionar o contexto de referência para os conteúdos, proporciona a oportunidade de articulação da Matemática com fatos históricos. Essa dimensão histórica preserva, em particular, a maneira de se trabalhar argumentação para a validação dos enunciados.

O ato de relacionar produção cultural da Matemática com as grandes civilizações é também uma oportunidade de exercitar as ligações que essa disciplina mantinha com outras ciências e com a Filosofia.

Esta categoria foi usada em nossa pesquisa devido ao grau de relevância que entendo devido à escolha do tema abordado. Alguns assuntos matemáticos das seis coleções, sendo três do MMM e três dos tempos atuais, serão analisados com relação a de que forma a argumentação do assunto escolhido está apresentada. Os assuntos matemáticos serão discutidos no Capítulo posterior e foram escolhidos diante a pertinência dos mesmos com relação às propriedades das operações.

3.2.5 Competências

De acordo com Pais (2006, p. 56), “uma das tarefas compartilhadas pelo professor e pelo livro é a apresentação do conteúdo de forma a valorizar as múltiplas competências, tais como anunciam as condições da sociedade da informação”. Entre tais competências, estão interpretação e produção de textos, observação, argumentação, organização e tratamento de dados, análise, síntese, comunicação de ideias, formação de hipóteses, memorização, compreensão, trato com o método científico e trabalho em equipe.

Entre os pontos de análise do livro didático de Matemática, incluímos ainda as atividades que podem ser realizadas através do trabalho em equipe. O trabalho coletivo visa favorecer a formação de atitudes de convivência, cooperação, solidariedade, respeito e tolerância. Além desses componentes, a dimensão social da aprendizagem contribui para o desenvolvimento da oralidade e capacidade de comunicar ideias objetivas. Para isso, retornamos à importância do uso diversificado de recursos, que são trabalhados no contexto da equipe. Trata-se de propor o uso de instrumentos de desenho, atividades experimentais, jogos, realização de trabalhos e projetos que possam contribuir, por meio do trabalho coletivo, elaboração de conceitos e resolução de problemas.

Esta categoria também não foi tomada para esta pesquisa.

Todas as categorias de Pais não consideradas como categorias de análise nesta pesquisa se justificam por as mesmas não contemplarem o enfoque de estudo, isto é, analisar a explicitação e exploração das Propriedades das Operações em alguns dos assuntos matemáticos nas Coleções já mencionados.

Sendo assim, discutidas as categorias de análise, Conceito e Argumentação, adotadas nesta pesquisa, apresento a seguir a análise das seis Coleções, mencionadas na Introdução.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

São seis as coleções analisadas, dentre o 6º, 7º, 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental. Chamei de Coleção I, Coleção II, Coleção III, Coleção IV, Coleção V e Coleção VI, os livros didáticos analisados, omitindo assim seus títulos e seus autores. Sendo as Coleções I, II e III da época do Movimento da Matemática Moderna e as restantes dos tempos atuais.

As categorias de análise, como discutido no Capítulo anterior, são Conceito e Argumentação, adotados de Pais. Analisei os livros segundo tópicos apresentados em seus Índices e que envolvem as operações e suas propriedades, já discutido no mesmo Capítulo.

No Ensino Fundamental, todo aluno deveria ter domínio na resolução de *Equações do 1º grau*, visto que em quase todos os conteúdos envolvidos nessa fase essas equações são exigidas. Por outro lado, os *Produtos Notáveis* estão presentes de forma significativa no 8º e no 9º anos. Sendo assim, optei em apresentar os Conceitos de Produtos Notáveis e seus Argumentos. Nesses conteúdos, as propriedades das operações estão presentes de forma substancial, por isso a preferência aos conteúdos citados. Apresento também algumas *Propriedades das Proporções* nas duas épocas, pelo fato da grande utilidade das mesmas no cotidiano. E, por último, trouxe um exemplo de *Fatoração,* que tem o intuito de preparar o aluno a usá-lo no 9º ano.

Sendo assim, o Capítulo 4 se apresenta em quatro seções, cada qual abordando os conteúdos mencionados acima, com relação aos livros didáticos de ambas as épocas, Movimento da Matemática Moderna e atual.

4.1 QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Este é um assunto que deveria ser muito bem explorado no Ensino Fundamental, pois é utilizado constantemente na Álgebra e na Geometria.

Vejamos como os Produtos Notáveis são apresentados e trabalhados em Coleções da época do Movimento da Matemática Moderna, ou seja, nas Coleções I, II e III.

Na Coleção II, os autores apresentam o quadrado da soma de dois termos como mostra a Figura 01:

PRODUTOS NOTÁVEIS

Certas igualdades – comumente chamadas de *produtos notáveis* – são usadas com freqüência no cálculo. Elas são o resultado de algumas multiplicações de expressões algébricas, como aplicação direta da p.d.m., e facilmente guardadas de memória.

Estudaremos os mais importantes *produtos notáveis*:

1. Quadrado da soma de dois números: $(a + b)^2$

$$
\begin{aligned}
(a+b)^2 &= (a+b)\cdot(a+b) = \\
&= a(a+b) + b(a+b) = \quad \text{p.d.m.} \\
&= a^2 + ab + ba + b^2 = \quad \text{p.d.m.} \\
&= a^2 + 2ab + b^2
\end{aligned}
$$

ou: $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

disposição prática

$$
\begin{array}{rrr}
a & + & b \\
a & + & b \\
\hline
a^2 & + & ab \\
 & ab & + b^2 \\
\hline
a^2 + 2ab & + & b^2
\end{array}
$$

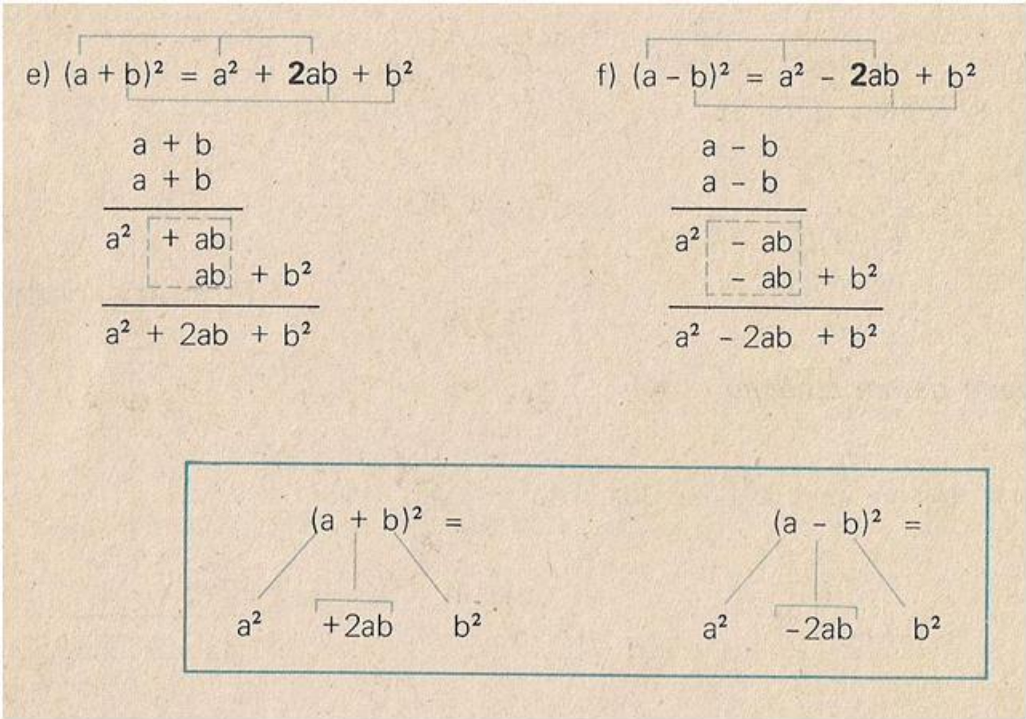
O quadrado da soma indicada de dois números *quaisquer* é igual ao quadrado do primeiro número, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo número.

Figura 01 - Trecho da Coleção II

Neste caso foi citada a propriedade *distributiva* e os autores usam a *comutatividade* sem indicação alguma. Nota-se aqui, pelo próprio texto, que a intenção desses autores é fazer com que os alunos memorizem o produto notável, por apresentarem um dispositivo prático para mecanizar o cálculo.

De acordo com Pais (2006), o livro não pode apresentar qualquer que seja o erro conceitual. Como podemos notar na Coleção II, o trecho citado não apresenta erro conceitual, mas omite a propriedade comutativa, fazendo uso dela sem nada mencionar. Sendo assim, apresentado dessa forma, dificulta-se o trabalho de *argumentação,* visto que a finalidade da argumentação, segundo Pais (2006), é a de validar os enunciados, como também as fórmulas.

Na Coleção I, como mostra a Figura 02, dois produtos notáveis são apresentados:



e) $(a + b)^2 = a^2 + \mathbf{2}ab + b^2$

$$\begin{array}{l} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad\;\; ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

f) $(a - b)^2 = a^2 - \mathbf{2}ab + b^2$

$$\begin{array}{l} a - b \\ a - b \\ \hline a^2 - ab \\ \quad\;\; - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

$(a + b)^2 =$ a^2 $+2ab$ b^2

$(a - b)^2 =$ a^2 $-2ab$ b^2

Figura 02 - Trecho da Coleção I

Nota-se a ausência completa das propriedades *distributiva* e *comutativa*, as quais deveriam ser usadas para se chegar ao resultado esperado.

Quanto aos *conceitos*, a Coleção I não apresenta problema. Por outro lado, o aluno é induzido apenas a memorizar o desenvolvimento de um produto notável, algo não de acordo com Pais (2006), pois os conceitos não foram explicitados. Também não houve *argumentação* no desenvolvimento destes produtos notáveis, forçando o aluno a memorizar um produto notável.

Os Produtos Notáveis discutidos acima, ou seja, nas Coleções I e II da época do Movimento da Matemática Moderna, mostram que não houve interesse dos autores em citar as propriedades que foram usadas para desenvolver esses Produtos. Este é notado a partir dos exercícios apresentados.

Vejamos agora como os Produtos Notáveis são apresentados nas Coleções dos dias atuais. Com relação à Coleção IV, temos na Figura 03:

Quadrado da soma de dois termos

A expressão algébrica $(a + b)^2$ apresenta uma soma de dois termos, $a + b$, elevada ao quadrado — é, portanto, o quadrado da soma de dois termos. Também podemos calculá-la algebricamente, multiplicando $a + b$ por $a + b$:

$$(a + b)^2 = (a + b)\,(a + b)$$

$$= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

Como $ab = ba$, vem:

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

O resultado é um *produto notável*. Podemos formá-lo sem ficar multiplicando termo a termo. Veja:

$$(\underbrace{a}_{\text{1º termo}} + \underbrace{b}_{\text{2º termo}})^2 = \underbrace{a^2}_{\text{quadrado do 1º termo}} + \underbrace{2ab}_{\text{duas vezes o produto dos termos}} + \underbrace{b^2}_{\text{quadrado do 2º termo}}$$

Figura 03 - Trecho da Coleção IV

Aqui observei que os autores usaram a propriedade *distributiva* duas vezes sem mencioná-la. Depois, informaram apenas que “ab = ba” sem dizer que esta é a propriedade *comutativa* da multiplicação de números reais. Isto mostra que os *conceitos* estão *implícitos*, o que possibilitou uma *fraca argumentação*.

De acordo com Pais (2006), o livro didático não pode apresentar erros conceituais de qualquer natureza e também não deve ter frases que levem a um entendimento dúbio, onde só um leitor com domínio do conteúdo perceba. A Figura 03 mostra que os *conceitos* das propriedades das operações que foram usadas estão implícitos, dificultando, com isso, a leitura e entendimento do aluno.

Quanto à *argumentação*, Pais (2006) afirma que a finalidade da argumentação é validar os enunciados, os teoremas, as fórmulas e os demais modelos. A Figura 03 mostra uma sentença apresentada sem indicação de significado algum e um cálculo algébrico feito de forma rápida para chegar a um resultado esperado, que é a informação de um produto notável, não trabalhando assim questões de validação.

Já a Coleção V traz uma situação mais preocupante, como mostra a Figura 04:

O quadrado da soma de dois termos

O quadrado da soma de dois termos, *a* e *b*, é indicado por $(a + b)^2$.
Como $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$, temos:

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

Então:

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Figura 04 - Trecho da Coleção V

Nesta, os autores deixaram de mencionar todas as propriedades que foram utilizadas na multiplicação, ou seja, os *conceitos* das propriedades *distributiva*, *associativa* e *comutativa* foram omitidos. Sendo assim, não há como analisar a apresentação desses conceitos. Portanto, conclui-se que não há informação do uso da propriedade distributiva e logo após a propriedade *associativa* e a *comutativa*, chegando assim, ao resultado esperado.

De acordo com Pais (2006), as afirmações concernentes ao saber a ensinar devem ser argumentadas, o que não acontece na explanação da Figura 04, pois existe apenas uma indicação do resultado esperado. Este desprezo exposto sobre as propriedades das operações pode vir a possibilitar aos alunos uma intenção de memorizar fórmulas para resolver problemas, o que não parece aconselhável, pois o intuito do livro didático deveria ser o de fazer com que o aluno seja capaz de construir o conhecimento e não apenas o de saber resolver uma determinada questão.

Com relação à Coleção VI, os autores apresentam o quadrado da soma de dois termos como mostra a Figura 05:

Quadrado da soma de dois termos

Consideremos a expressão $\mathbf{(x + y)^2}$.
Ela representa o **quadrado da soma de dois termos**.
Desenvolvendo algebricamente essa expressão, temos:

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + \underbrace{xy + xy}_{} + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Figura 05 - Trecho da Coleção VI

Neste caso, os autores trabalham praticamente da mesma forma que Coleção V, ou seja, deixam de apresentar os *conceitos* das propriedades comutativa e distributiva. Além disso, não houve *argumentação* nenhuma para chegar ao resultado esperado, o que mostra desprezo com relação as propriedades das operações.

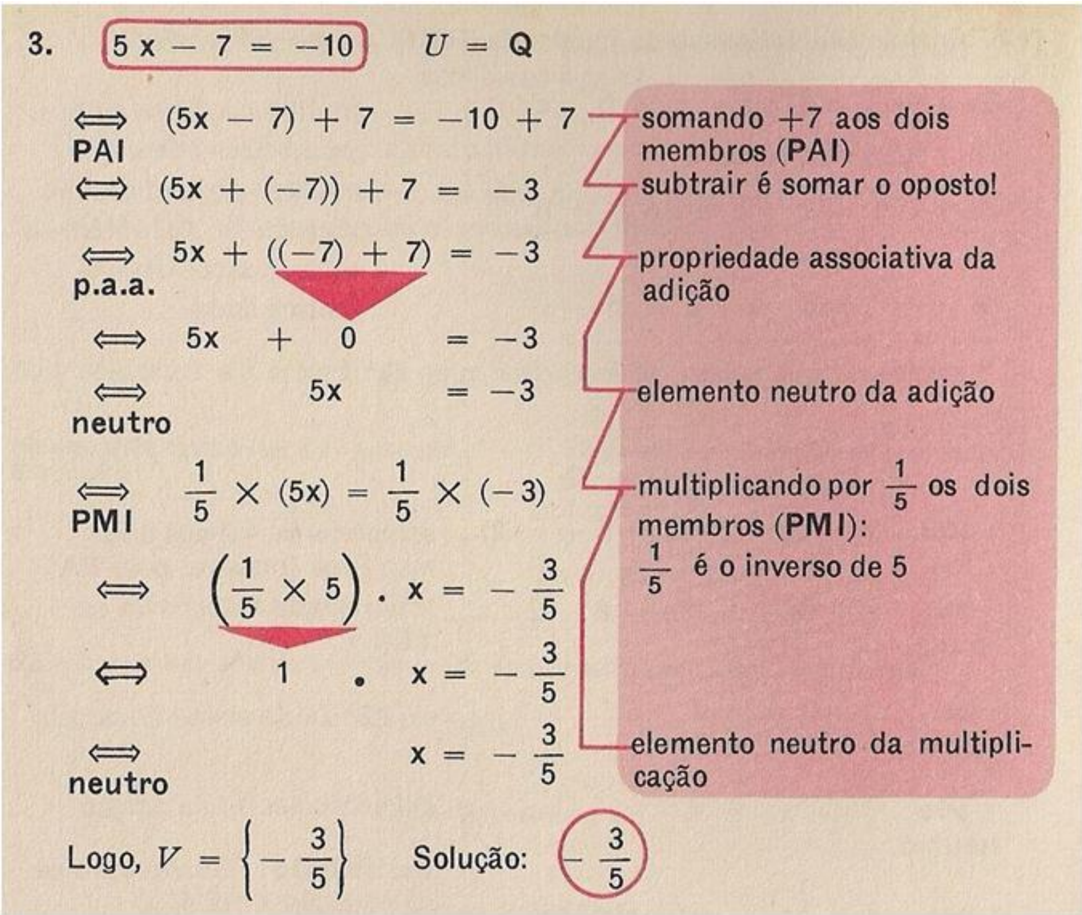
Com relação ao discutido sobre Produtos Notáveis nas Coleções IV, V e VI dos tempos atuais, percebe-se um fato que pode causar problemas no Ensino Fundamental nos dias atuais, que é a não preocupação e dedicação com a formalidade matemática e sim com a contextualização.

Levando em consideração as duas épocas, percebe-se que há uma diferença significante na apresentação dos Produtos Notáveis, ou seja, na época do Movimento da Matemática Moderna era fundamental informar pelo menos uma das propriedades usadas no desenvolvimento de um Produto Notável, pois a formalidade tinha prioridade. Já nos dias atuais verifica-se que não é prioridade a formalidade matemática e sim o uso da contextualização, apontando mudanças significativas com relação às duas épocas.

Na seção próxima, exemplos da Equação do 1º grau, conteúdo de grande importância para a continuidade dos estudos posteriores, é analisado.

4.2 EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Com relação à equação do 1º grau, a Coleção III, da época do Movimento da Matemática Moderna traz, como mostra a Figura 06:



3. $\boxed{5x - 7 = -10}$ $\quad U = \mathbb{Q}$

$\Longleftrightarrow (5x - 7) + 7 = -10 + 7$ — somando +7 aos dois membros (PAI)

PAI

$\Longleftrightarrow (5x + (-7)) + 7 = -3$ — subtrair é somar o oposto!

$\Longleftrightarrow 5x + ((-7) + 7) = -3$ — propriedade associativa da adição

p.a.a.

$\Longleftrightarrow 5x + 0 = -3$

$\Longleftrightarrow 5x = -3$ — elemento neutro da adição

neutro

$\Longleftrightarrow \frac{1}{5} \times (5x) = \frac{1}{5} \times (-3)$ — multiplicando por $\frac{1}{5}$ os dois membros (PMI): $\frac{1}{5}$ é o inverso de 5

PMI

$\Longleftrightarrow \left(\frac{1}{5} \times 5\right) . x = -\frac{3}{5}$

$\Longleftrightarrow 1 \cdot x = -\frac{3}{5}$

$\Longleftrightarrow x = -\frac{3}{5}$ — elemento neutro da multiplicação

neutro

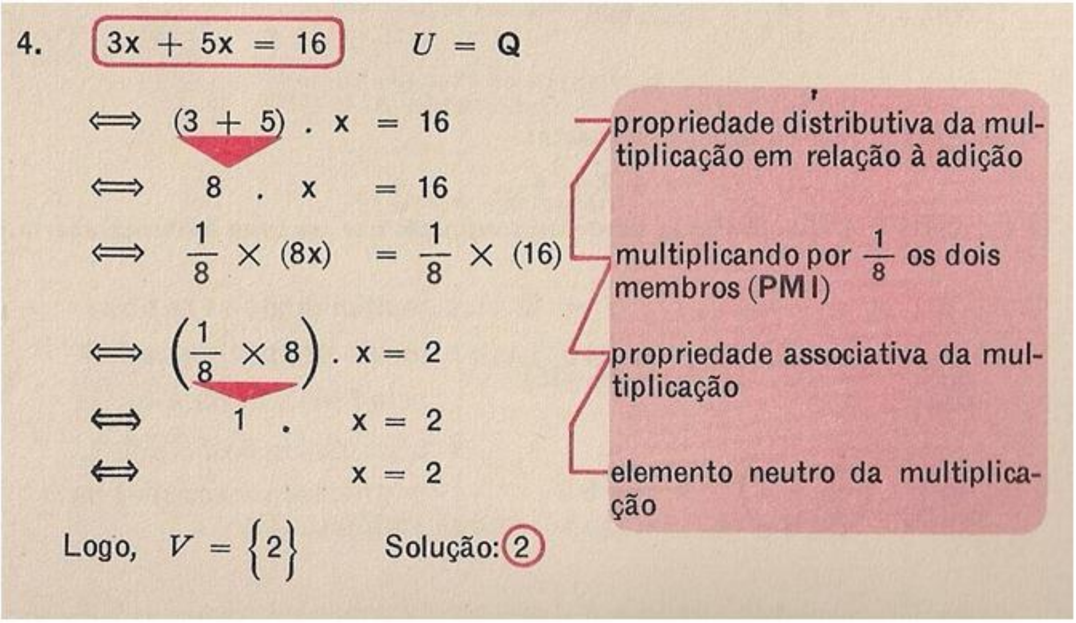
Logo, $V = \left\{-\frac{3}{5}\right\}$ $\quad$ Solução: $-\frac{3}{5}$

Figura 06 - Trecho da Coleção III

Aqui, as propriedades *associativa*, elemento *neutro* e elemento *simetrizável* foram explicitadas. Não apresenta erro conceitual, estando de acordo com Pais (2006) com relação à apresentação de *conceitos*.

Com relação à *argumentação*, a Coleção III está de acordo com Pais (2006), isto é, a forma de apresentação mostra-se de fácil compreensão para o aluno.

Ainda na Coleção III, a Figura 07 mostra:



4. $\boxed{3x + 5x = 16}$ $\quad U = \mathbb{Q}$

$\iff (3 + 5) \cdot x = 16$ — propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

$\iff 8 \cdot x = 16$

$\iff \frac{1}{8} \times (8x) = \frac{1}{8} \times (16)$ — multiplicando por $\frac{1}{8}$ os dois membros (**PMI**)

$\iff \left(\frac{1}{8} \times 8\right) \cdot x = 2$ — propriedade associativa da multiplicação

$\iff 1 \cdot x = 2$

$\iff x = 2$ — elemento neutro da multiplicação

Logo, $V = \{2\}$ $\quad$ Solução: 2

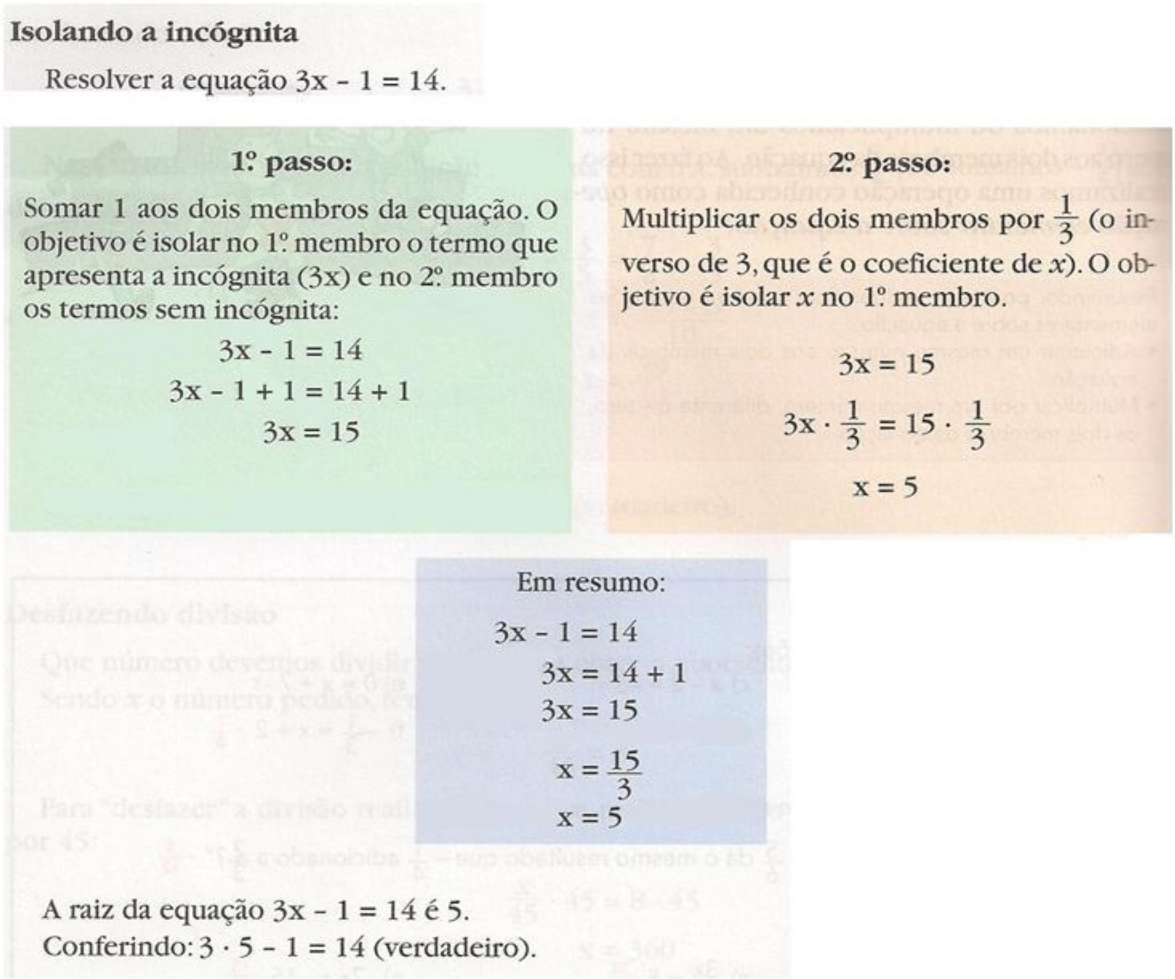
Figura 07 - Trecho da Coleção III

Na Coleção III os autores apontam claramente a intenção de esclarecer o uso das propriedades *distributiva*, *associativa* e elemento *neutro*. A Coleção não apresenta erro conceitual, mas o uso do elemento *inversível* foi mencionado dando destaque ao princípio multiplicativo inverso. Daí, entende-se que nesta época, ou seja, durante o Movimento da Matemática Moderna, esta técnica era usada com frequência. Pais (2006) é muito claro quando diz que a argumentação tem como objetivo também a fácil compreensão do que está exposto.

Nota-se que nesta Coleção os autores zelam muito pela formalidade na resolução de exercícios, embora não use a contextualização em seus livros. Isto leva a crer que nessa época o objetivo maior era a formalidade na resolução de exercícios.

Estes exemplos confirmam que na época do Movimento da Matemática Moderna era prioridade a formalidade matemática na resolução de exercícios, pois em cada passo da resolução se vê a indicação do que está sendo feito, colocando em destaque as propriedades que foram usadas.

A seguir, na Figura 08, a Coleção IV, dos tempos atuais, apresenta uma Equação do 1º grau resolvida através de passos explicativos:



Isolando a incógnita

Resolver a equação $3x - 1 = 14$.

1º passo:

Somar 1 aos dois membros da equação. O objetivo é isolar no 1º membro o termo que apresenta a incógnita (3x) e no 2º membro os termos sem incógnita:

$$3x - 1 = 14$$
$$3x - 1 + 1 = 14 + 1$$
$$3x = 15$$

2º passo:

Multiplicar os dois membros por $\frac{1}{3}$ (o inverso de 3, que é o coeficiente de x). O objetivo é isolar x no 1º membro.

$$3x = 15$$
$$3x \cdot \frac{1}{3} = 15 \cdot \frac{1}{3}$$
$$x = 5$$

Em resumo:

$$3x - 1 = 14$$
$$3x = 14 + 1$$
$$3x = 15$$
$$x = \frac{15}{3}$$
$$x = 5$$

A raiz da equação $3x - 1 = 14$ é 5.
Conferindo: $3 \cdot 5 - 1 = 14$ (verdadeiro).

Figura 08 - Trecho da Coleção IV

Observa-se aqui que os autores não cometem erros conceituais nos conteúdos apresentados, mas as *propriedades* são ocultadas do texto, o que parece ser algo comum nos livros textos atuais.

A *argumentação* apresentada mostra-se de fácil compreensão para o aluno. Por outro lado, se houver sempre o desprezo com relação as propriedades das operações, as mesmas desaparecerão dos conteúdos. Vê-se com bons olhos o explicar ao aluno a forma de resolver a equação dada da melhor maneira possível, mas a omissão de apresentação das propriedades das operações leva a crer a não necessidade de sua apresentação.

A Figura 09 mostra como a Coleção V apresenta Equação do 1º grau e sua resolução:

Resolva a equação $5x - 8 = 3x$

$5x - 8 = 3x$

$5x - 8 - 3x = 3x - 3x \longrightarrow$ princípio aditivo

$2x - 8 = 0$

$2x - 8 + 8 = 0 + 8 \longrightarrow$ princípio aditivo

$2x = 8$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \longrightarrow$ princípio multiplicativo

$x = 4$

$S = \{4\}$

Forma simplificada

$5x - 8 = 3x$

$5x - 3x = 8$

$2x = 8$

$x = 4$

$S = \{4\}$

Figura 09 - Trecho da Coleção V

Neste caso, o autor apresenta a forma de resolver a Equação de 1º grau de maneira explicativa logo após apresentar uma forma simplificada para o aluno após adquirir habilidade. Aqui os *conceitos* estão corretos, mas não há informações sobre as propriedades das operações que foram utilizadas e sim o uso dos princípios aditivo e multiplicativo. Embora não apareçam informações das propriedades das operações, a forma de resolver a equação que o autor desenvolveu é de boa *argumentação*, apenas houve omissão das propriedades associativa, comutativa, elemento neutro e os simétricos aditivos e multiplicativos utilizados na explicação.

Os exemplos acima, dos tempos atuais, ratificam meu entendimento no tocante a falta de formalidade na resolução de exercícios. Os autores procuram induzir o aluno a seguir passos sem que ele saiba que propriedades estão sendo usadas, ou seja, não foram exploradas nem explicitadas as propriedades das operações usadas na resolução dos exercícios citados acima.

Observando o que foi visto nesta subseção, as duas épocas tinham estilos diferentes, ou seja, na época do Movimento da Matemática Moderna as equações eram resolvidas explorando e explicitando as Propriedades das Operações enquanto que, nos tempos atuais, elas são resolvidas através de indicação de passos sequenciados sem identificação das propriedades utilizadas.

A seguir, são apresentadas algumas Propriedades das Proporções referentes às duas épocas, devido grande importância deste conteúdo no cotidiano de qualquer tempo.

4.3 PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

Quanto às Propriedades das Proporções, a Coleção I as apresenta como mostra a Figura 10.

Propriedades das proporções

Sabemos que

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \leftrightarrow \quad ad = bc$$

I — Observe que, sendo $ad = bc$, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

pois, para cada uma dessas proporções, temos $ab = cd$

II — a) Somando **1** a ambos os membros da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos:

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \quad \rightarrow \quad \frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$$

b) Subtraindo **1** a ambos os membros da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos:

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \quad \rightarrow \quad \frac{a - b}{b} = \frac{c - d}{d}$$

III — Da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, podemos concluir, aplicando a propriedade I :

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

Aplicando a propriedade II a essa última, temos:

$$\frac{a + c}{c} = \frac{b + d}{d}$$

Aplicando de novo a propriedade I :

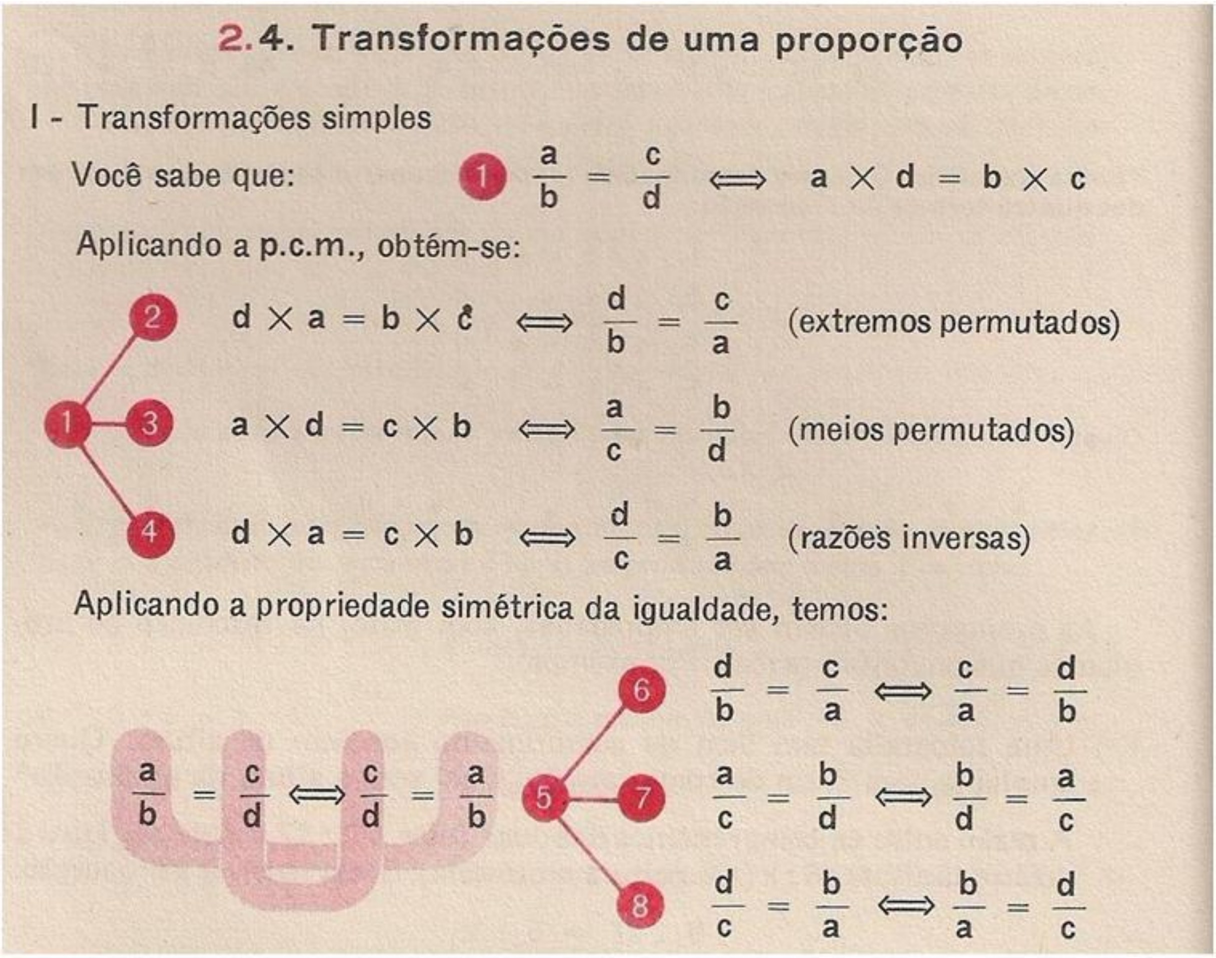
$$\frac{a + c}{b + d} = \frac{c}{d}$$

Concluimos que, sendo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a + c}{b + d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Figura 10 - Trecho da Coleção I

Observa-se que não há erro conceitual de qualquer natureza, mas no item I vê-se um erro de digitação quando se escreve ab=cd e não ad=bc. Por outro lado, no item I foi utilizada a propriedade *comutativa* de forma bem acentuada, mas não há nenhuma informação sobre a mesma. Já no item II vê-se que o elemento *neutro* da multiplicação usual está bem aproveitado, mas houve omissão da informação. Acreditamos que a *argumentação* ficaria mais forte se houvesse o interesse de apresentar as propriedades citadas, pois a Álgebra está presente nesse conteúdo com o objetivo de melhorar seu entendimento.

Já a Coleção III informa os conceitos das propriedades *comutativa* e elementos *simetrizáveis* de maneira esclarecida, não cometendo erros conceituais, como mostra a Figura 11:



2.4. Transformações de uma proporção

I - Transformações simples

Você sabe que: 1 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \times d = b \times c$

Aplicando a p.c.m., obtém-se:

2 $d \times a = b \times c \iff \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ (extremos permutados)

3 $a \times d = c \times b \iff \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (meios permutados)

4 $d \times a = c \times b \iff \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ (razões inversas)

Aplicando a propriedade simétrica da igualdade, temos:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ 5

6 $\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \iff \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

7 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \iff \frac{b}{d} = \frac{a}{c}$

8 $\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \iff \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

Figura 11 - Trecho da Coleção III.1

A Figura 11 confirma a presença da propriedade *comutativa* e dos elementos *simetrizáveis* de forma bem explícita, facilitando o entendimento do aluno. Essa *argumentação* tem como objetivo tornar simples a assimilação do desenvolvimento da propriedade das proporções que o autor almeja chegar. O autor alcança uma importante propriedade, como mostra a Figura 12:

Partindo da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (com b e d $\neq 0$) e somando 1 (ou subtraindo 1, no caso de $a > b$ e $c > d$), encontraremos os resultados:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff \begin{cases} \dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d} & (9) \\[2ex] \dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d} & (10) \end{cases}$$

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então a soma (ou a diferença) dos dois primeiros termos está para o segundo termo assim como a soma (ou a diferença) dos dois últimos está para o quarto termo.

Figura 12 - Trecho da Coleção III.2

Em seguida, como mostra a Figura 13, o autor atinge seu objetivo:

A partir da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (com b e d $\neq 0$), permutando os meios vem:

$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; transformando de acordo com o resultado anterior, temos:

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \quad \text{e} \quad \frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \quad (a > c, \ \ b > d)$$

Permutando os meios outra vez, vem:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} \quad \text{e} \quad \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, você pode escrever:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff \begin{cases} \dfrac{a \pm c}{b \pm d} = \dfrac{a}{b} & (11) \\[2ex] \dfrac{a \pm c}{b \pm d} = \dfrac{c}{d} & (12) \end{cases}$$

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então a soma (ou a diferença) dos antecedentes está para a soma (ou a diferença) dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para o seu conseqüente.

Figura 13 - Trecho da Coleção III.3

É difícil encontrar nos dias atuais livros apresentando as propriedades como anteriormente. De acordo com Pais (2006), a argumentação tem como foco a validação dos conceitos, das propriedades, dos teoremas, das demonstrações, ou seja, validar o conteúdo que está sendo apresentado.

Aqui está mais um exemplo do que ocorria na época do Movimento da Matemática Moderna. O interesse pela formalidade era prioridade no ensino da Matemática. Portanto, o autor sempre procurava esclarecer, através das propriedades das operações, as demonstrações que eram necessárias para um bom desempenho da aprendizagem da Matemática.

Na Coleção VI, tempos atuais, verifica-se que o autor generaliza cada Propriedade das Proporções a partir de um exemplo, não desenvolvendo o conteúdo a partir de uma proporção qualquer. Não é adequado *argumentar* dessa forma, pois pode trazer complicações na validação do conteúdo.

Abaixo, Figura 14, alguns trechos da Coleção VI, onde o autor inicia com um exemplo:

1ª propriedade:

Consideremos a seguinte proporção: $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$.

Vamos aplicar o princípio aditivo das igualdades, adicionando 1 aos dois membros:

$$\frac{3}{2} + 1 = \frac{6}{4} + 1 \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{6}{4} + \frac{4}{4} \Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{6+4}{4}$$

Então:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{3+\mathbf{2}}{\mathbf{2}} = \frac{6+4}{4}$$

Figura 14 - Trecho da Coleção VI

O autor utiliza esta Proporção para *validar* a propriedade anunciada na Figura 15. Aqui o aluno poderia vir a perguntar ao professor se isso também valeria para Frações, onde o denominador é menor que o numerador. Vê-se que não há erro conceitual, mas parece perigoso generalizar apenas através de exemplo. De acordo com Pais (2006), a argumentação não deve apresentar dúvidas para o aluno, e na Coleção discutida o autor utiliza a mesma Proporção para generalizar a segunda parte da propriedade:

Voltando à proporção inicial, vamos subtrair 1 aos dois membros (princípio aditivo):

$$\frac{3}{2}-1=\frac{6}{4}-1 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{2}{2}=\frac{6}{4}-\frac{4}{4} \Rightarrow \frac{3-2}{2}=\frac{6-4}{4}$$

Então:

$$\frac{3}{2}=\frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\mathbf{3-2}}{\mathbf{2}}=\frac{\mathbf{6-4}}{\mathbf{4}}$$

Pode-se, também, demonstrar que:

$$\frac{3}{2}=\frac{6}{4} \Rightarrow \frac{3-2}{\mathbf{3}}=\frac{6-4}{\mathbf{6}}$$

A partir dos exemplos dados, podemos enunciar a seguinte propriedade:

Em toda proporção, a soma ou diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo) termo, assim como a soma ou a diferença dos dois últimos termos está para o terceiro (ou para o quarto) termo. Assim:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c} \text{ ou } \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c} \text{ ou } \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

Figura 15 - Trecho da Coleção VI.1

Ainda, como mostra a Figura 16, o autor utiliza um exemplo do cotidiano para ilustrar a segunda parte da Propriedade apresentada acima:

2ª situação: A diferença entre as quantias que Karina e Cristina conseguiram poupar é de 200 reais. A razão entre a quantia que Karina tem e a quantia que Cristina tem é de 7 para 5. Calcule as duas quantias.

Vamos indicar por $\begin{cases} x \text{ a quantia que Karina tem.} \\ y \text{ a quantia que Cristina tem.} \end{cases}$

Resolver esse problema significa determinar *x* e *y* na proporção $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$, sabendo que $x - y = 200$.

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{5} \xrightarrow[\text{propriedade}]{\text{aplicando a}} \frac{x-y}{x} = \frac{7-5}{7} \text{ ou } \frac{x-y}{x} = \frac{2}{7}$$

Como $x - y = 200$, temos:

$$\frac{200}{x} = \frac{2}{7}$$
$$2 \cdot x = 200 \cdot 7$$
$$2x = 1\,400$$
$$x = \frac{1\,400}{2}$$
$$x = 700$$

$$x - y = 200$$
$$700 - y = 200$$
$$-y = 200 - 700$$
$$-y = -500$$
$$y = 500$$

Karina tem 700 reais e Cristina tem 500 reais.

2ª propriedade:

Consideremos a mesma proporção dada na propriedade anterior, ou seja, $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. A partir dela, vamos obter novas proporções.

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6+3}{4+2} = \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6+3}{4+2} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6+3}{4+2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

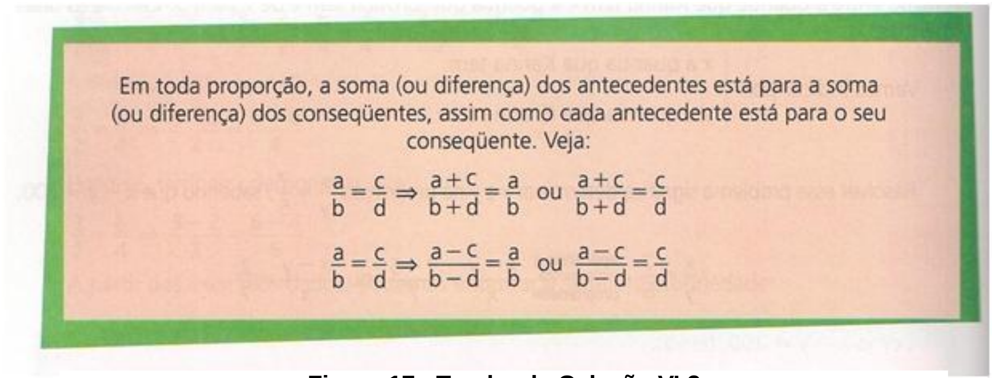
$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6-3}{4-2} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$$

Figura 16 - Trecho da Coleção VI.2

A Figura 16 mostra novamente um exemplo de uma Proporção para se chegar a generalização da Propriedade apresentada na Figura 17. É comum para esse autor trabalhar com um exemplo visando o seu objetivo, a forma geral da Propriedade. Segundo Pais (2006), deve-se trabalhar o conteúdo sempre de forma visível e sem erros e não se vê erro conceitual no caso acima. Sendo assim, em relação aos *conceitos* não se tem contradição com a perspectiva de Pais (2006).

Observando a *argumentação* usada pelo autor, acreditamos ser difícil ao aluno, pois o mesmo poderia sempre questionar se poderia generalizar o conteúdo apenas com o exemplo dado. Daí, a questão de *validação* da Propriedade fica a desejar, comprometida:



Em toda proporção, a soma (ou diferença) dos antecedentes está para a soma (ou diferença) dos conseqüentes, assim como cada antecedente está para o seu conseqüente. Veja:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Figura 17 - Trecho da Coleção VI.3

Como se verifica, a Figura 17 mostra as sentenças já prontas, obtidas dos exemplos apresentados na Figura 16. Meu entendimento é que não se deve generalizar a partir de apenas um exemplo, pois isso pode levar o aluno entender que não há necessidade de formalidade para se chegar à Propriedade acima.

Nos dias atuais se vê com frequência o desinteresse dos autores em explicitar as demonstrações, usando-se a contextualização como ferramenta primordial para aprendizagem. Agora, o uso exagerado da contextualização por alguns autores tem causado problemas que vem sendo observado por alguns professores, como por exemplo, a falta de habilidade do aluno na resolução de questões.

Nesta subseção as duas épocas divergem na apresentação das Propriedades das Proporções. Na época do Movimento da Matemática Moderna estas propriedades eram muito bem exploradas e explicitadas. As demonstrações eram exigidas com toda formalidade matemática. Já nos dias atuais, elas não são exploradas nem explicitadas e não se demonstra com a formalidade necessária, apenas se chega ao resultado esperado por meio de exemplos.

Na seção seguinte temos um exemplo de grande significado para o aluno do 8º ano, Fatoração.

4.4 FATORAÇÃO

O exemplo abaixo foi escolhido, pois ao ler as Coleções selecionadas neste trabalho, este foi o único livro que trouxe este tipo de Fatoração para o aluno da 7ª série ou 8º ano, como é nomeado hoje em dia, exatamente este que está representado pela Figura 18.

Quanto a Coleção II, a Figura 18 mostra:

5. Quinto caso: Expressão algébrica da forma $x^2 + (a + b)x + ab$

Como $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ (Verifique!), para fatorar $x^2 + (a + b)x + ab$, procura-se determinar dois números (a e b) dos quais se conhece a soma (a + b) e o produto (ab). Exemplos:

1º) $x^2 + 5x + 6$

Temos:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + a) \cdot (x + b)$$

Soma: +5 Produto: +6

Logo,

$$\boxed{x^2 + 5x + 6 = (x + 2) \cdot (x + 3)}$$

Determinação de a e b

Partindo do *produto* (+6), que é *positivo*, os dois números procurados devem ter o *mesmo sinal* (ambos positivos ou ambos negativos).

Possibilidades:

(+6): +2 e +3 ou −2 e −3; +1 e +6 ou −1 e −6

Como a *soma* (+5) é *positiva*, os dois números procurados só podem ser *positivos*, isto é: +2 e +3. Portanto:

$$a = +2 \text{ e } b = +3, \text{ pois } \begin{cases} (+2) + (+3) = +5 \\ (+2) \cdot (+3) = +6 \end{cases}$$

2º) $x^2 + 2x - 8$

Temos:

$$x^2 + 2x - 8 = (x + a) \cdot (x + b)$$

Soma: +2 Produto: −8

Logo,

$$\boxed{x^2 + 2x - 8 = (x - 2) \cdot (x + 4)}$$

Produto: −8 (sendo negativo, os dois números procurados têm sinais diferentes)

Possibilidades: −1 e +8 ou −2 e +4; +1 e −8 ou +2 e −4

Soma: +2 (os números só podem ser −2 e +4)

Portanto: a = −2 e b = +4,

$$\text{pois } \begin{cases} (-2) + (+4) = +2 \\ (-2) \cdot (+4) = -8 \end{cases}$$

3º) $x^2 - 9x + 20$

Temos:

$$x^2 - 9x + 20 = (x + a) \cdot (x + b)$$

Soma: −9 Produto: +20

Logo,

$$\boxed{x^2 - 9x + 20 = (x - 4) \cdot (x - 5)}$$

Produto: +20 (os dois números possuem o *mesmo sinal*)

Possibilidades: +1 e +20 ou −1 e −20; +2 e +10 ou −2 e −10; +4 e +5 ou −4 e −5

Soma: −9 (os dois números só podem ser *negativos*)

Portanto: a = −4 e b = −5,

$$\text{pois } \begin{cases} (-4) + (-5) = -9 \\ (-4) \cdot (-5) = +20 \end{cases}$$

Figura 18 - Trecho da Coleção II

Neste caso, o autor utilizou uma expressão do 2º grau para fatorar com base em dois números, conhecendo a sua soma e o seu produto. Aqui, o autor deixa para o aluno verificar a *validade* da expressão fatorada. Supondo que o autor não se preocupou com o desenvolvimento da forma apresentada, parece ser a intenção nesse momento de induzir um conteúdo a ser usado na 8ª série, 9º ano.

Não há erro conceitual neste caso, mas o autor poderia ter apresentado o desenvolvimento da expressão, enfatizando as propriedades utilizadas. De acordo com Pais (2006), pode-se concluir que não houve *argumentação* por parte do autor no que se refere ao desenvolvimento da expressão, mas a importância da apresentação desse conteúdo nesse momento é fundamental, visto que o aluno poderá vir a perceber que por vezes não é necessário o uso de fórmulas para se chegar a um resultado esperado.

Apresentei nesta subseção um exemplo de Fatoração na época do Movimento da Matemática Moderna. Apesar de não estar explicitada a demonstração, pois o autor deixou a cargo do aluno, o seu desenvolvimento depende das propriedades das operações, o que justifica a sua escolha. Por outro lado, não encontrei este tipo de exemplo nas Coleções dos tempos atuais.

De acordo com o que foi visto por todo o Capítulo, nota-se que houve uma distância na apresentação dos conteúdos da época do Movimento da Matemática Moderna para os dias atuais, ou seja, a forma de expor os conteúdos era completamente diferente do que acontece hoje. Quando o aluno abria o livro de Matemática ele sentia o impacto do que estava escrito, pois a formalidade, como era apresentada, causava medo no aluno, isto porque a Teoria dos Conjuntos já era um problema para os professores da época que não foram preparados com antecedência para trabalhar bem com os alunos.

Por outro lado, nos dias atuais tem-se a preocupação de fazer com que aluno consiga resolver problemas tendo como base o cotidiano, através da contextualização, que é uma meta a ser atingida por muitos. Neste caso, deve se ter o cuidado para não exagerar em textos esquecendo a habilidade em resolver problemas que é fundamental para o aluno. Um aluno que não consegue resolver uma equação não está apto a resolver problemas.

CAPÍTULO 5

COMENTÁRIOS FINAIS

Quando esta pesquisa foi iniciada, verificou-se que o Movimento da Matemática Moderna foi um grande acontecimento daquela época e isso refletiu muito para o futuro do ensino da Matemática no Brasil. Daí, a escolha de Pais (2006) para nortear este trabalho foi muito interessante, pois a forma como o autor propõe para o educador analisar os conteúdos expressos nos livros didáticos tem um significado alto para a compreensão dos mesmos.

Nesta pesquisa foram analisadas três Coleções de Livros Didáticos da época do Movimento da Matemática Moderna e três dos dias atuais, tendo como enfoque a exploração e explicitação das propriedades das operações observando os Conceitos e Argumentação, adotados de Pais (2006). Esta fundamentação foi escolhida pelo fato da responsabilidade com que Pais expõe sobre como devem ser analisados os Conceitos e como a Argumentação é importante para a validação dos conteúdos.

No início foram feitas leituras de vários artigos, dissertações e teses sobre o Movimento da Matemática Moderna e pude concluir que após esse Movimento a Educação Matemática evoluiu bastante, partindo para a contextualização dos conteúdos o que não acontecia na época anterior.

Para começar a análise foi necessário investigar os conteúdos das Coleções que fossem de maior interesse para o objetivo a ser alcançado. Depois de algum tempo percebeu-se que era fundamental trabalhar com conteúdos que tivessem uma repercussão significativa nos anos seguintes. Logo, ficou entendido a necessidade de analisar os Produtos Notáveis, principalmente o Quadrado da Soma de Dois Termos, a Equação do 1º Grau e as Proporções. Assim, esses conteúdos foram selecionados porque meu entendimento era de que eles possibilitam um grande passo para desenvolver os assuntos que constam nos anos seguintes. Quando o aluno cursa o 9º ano ele tem como maior trunfo a habilidade na resolução de equações do 1º grau, ou seja, se ele consegue resolver uma equação do 1º grau com facilidade não terá dificuldades na aprendizagem das equações do 2º grau. Quanto ao Quadrado da Soma de Dois Termos, escolhido com segurança devido a grande utilidade no cálculo de áreas e no desenvolvimento de binômios, de grande importância para o Ensino Médio. No caso das Proporções, sabe-se que em muitas situações do cotidiano elas estão presentes e em todos os casos são muito exigidas. Ao final da análise foi apresentado um exemplo de Fatoração que consta numa das Coleções trabalhadas porque entende-se que é fundamental para o aluno do 8º ano.

Após a análise verificou-se que os Produtos Notáveis, nas Coleções I e II da época do Movimento da Matemática Moderna mostram que as informações relacionadas com as propriedades das operações, usadas para desenvolver esses Produtos estão destacadas quase sempre para a propriedade distributiva. Notou-se também que nos exercícios apresentados nestas Coleções a formalidade é bastante exigida.

Já com relação ao discutido sobre Produtos Notáveis nas Coleções IV, V e VI dos tempos atuais, se percebe que não há preocupação e dedicação com a formalidade matemática e sim com a contextualização. Neste caso, o aluno não tem a necessidade de criar habilidade nas demonstrações e, consequentemente na resolução de exercícios devido à preocupação na contextualização. Isto possibilita, no meu entendimento, uma deficiência que pode trazer prejuízos para o aluno.

Comparando as duas épocas, percebe-se que há uma divergência na apresentação dos Produtos Notáveis, ou seja, na época do Movimento da Matemática Moderna se informava pelo menos uma das propriedades usadas no desenvolvimento de um Produto Notável, pois a formalidade era destaque. Já nos dias atuais, verifica-se que a formalidade matemática não é tão importante e sim o uso da contextualização, logo se vê que as mudanças são claras.

Com relação à Equação do 1º Grau, na época do Movimento da Matemática Moderna, a formalidade matemática na resolução de exercícios era fundamental, pois em cada passo da resolução se observa o que está sendo feito, informando sempre as propriedades usadas. Nos exemplos relacionados com os tempos atuais, ratifica meu entendimento no tocante a falta de formalidade na resolução de exercícios. Os autores tentam levar o aluno a seguir passos sem que ele saiba que propriedades estão sendo usadas, ou seja, não são exploradas, nem explicitadas, as propriedades das operações provocando apenas memorização do que se deve fazer.

Nos dias atuais os autores mostram como se resolve cada equação e procuram contextualizar em questões seguintes. Por outro lado, sabe-se por parte de professores do Ensino Médio em relação à preparação dos alunos vindos do Ensino Fundamental, lamentando a não habilidade a resolver problemas, devido a não exigência com a formalidade matemática.

Na seção 4.3, Propriedades das Proporções, tem-se um bom exemplo do que ocorria na época do Movimento da Matemática Moderna. A formalidade era prioridade no ensino da Matemática. Portanto, os autores esclareciam, através das propriedades das operações, as demonstrações de forma a proporcionar um bom desempenho da aprendizagem da Matemática naquela época.

Nos dias atuais se percebe o desinteresse pelas demonstrações, fazendo da contextualização uma ferramenta fundamental para a aprendizagem. Entretanto, o uso inadequado da contextualização possibilita um mau aproveitamento do conteúdo, devido a falta de habilidade na resolução de questões, o que entendo não ser bom para o ensino.

Já na época do Movimento da Matemática Moderna, o livro de Matemática amedrontava o aluno, pois ele tinha medo do conteúdo que estava escrito. Isto devido ao impacto que causou quando a Teoria dos Conjuntos foi inserida como obrigatória para todas as séries. Para Silva (2008), a principal mudança que ocorreu na apresentação dos conteúdos ensinados, na época do Movimento da Matemática Moderna, foi o uso de uma nova linguagem a partir da Teoria dos Conjuntos, da Lógica e das Estruturas Algébricas.

Sobre as pesquisas discutidas neste trabalho, posso afirmar que na época do Movimento da Matemática Moderna houve uma predominância com a Teoria dos Conjuntos e nos dias atuais utilizam muito o cotidiano escolar. Kline(1976) anunciou o fracasso da Matemática Moderna em seu livro citando que o ensino da Teoria dos Conjuntos era um tempo perdido para os alunos, pois provocava um baixo rendimento. Daí, o próprio Sangiorgi declarou sua insatisfação apontando as fraquezas do Movimento. Para os alunos, o moderno dessa Matemática era um conjunto de dispositivos e nomenclaturas fora de sentidos e significados conceituais, sendo apenas uma disciplina abstrata e fora da realidade. Por outro lado, os professores da época também sentiram dificuldades, pois não tinham habilidades para trabalhar com a Teoria dos Conjuntos. Como apontado anteriormente, de acordo com Pinto (2005) a mudança que foi introduzida no livro de didático de Matemática, naquele momento histórico, ou seja, no Movimento da Matemática Moderna, provocou forte resistência dos professores, que eram os principais usuários.

Já nos dias atuais se vê a intenção de contextualizar os conteúdos levando o aluno a resolver problemas baseando-se no cotidiano. Neste caso, é preciso lembrar que o aluno deve ter habilidade para resolver problemas e não apenas interpretar textos. Sabe-se que um aluno que não consegue resolver uma equação não está apto a resolver problemas. Como aponta Battaglioli (2008), em sua pesquisa, utilizando livros didáticos dos dias atuais, levando em consideração o ensino e aprendizagem, na resolução de sistemas lineares a análise dos resultados obtidos ainda é pouco explorada.

De acordo com o que foi visto, nota-se que houve mudanças na apresentação dos conteúdos da época do Movimento da Matemática Moderna para os dias atuais, ou seja, a forma de expor os conteúdos era muito diferente do que ocorre hoje. Isto é, vi que as propriedades das operações são exploradas e explicitadas na época do Movimento da Matemática Moderna e nos dias atuais elas não são identificadas, ou seja, o aluno chega ao resultado esperado sem conhecer as propriedades. O fato dessa divergência acontecer está na escrita atual, que induz o aluno a trabalhar apenas a contextualização.

Já Macedo (2008) finalizou seu trabalho sugerindo que não se deve fazer julgamentos do que foi certo ou errado em tempos passados, mas assumir a postura de pesquisador com o dever de construir a história dos acontecimentos e consequências.

A partir do discutido acima, percebi ser de valia a introdução da história do Movimento da Matemática Moderna nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois professores da atualidade não conhecem esse Movimento. Claramente, só a formalidade não é suficiente, percebido logo após o Movimento da Matemática Moderna, e discutido neste trabalho. E a contextualização, sem considerar a formalidade pode vir a gerar dificuldades para a aprendizagem da Matemática, como pudemos apontar em nossa análise. Sendo assim, concluo, sugerindo um equilíbrio entre a formalidade matemática, juntamente com a contextualização, para que tenhamos uma educação matemática de qualidade.

REFERÊNCIAS

BENTO, Regina Thaíse Ferreira. Disssertação de Mestrado. **Alguns aspectos sobre a prática docente na década de 1970. O ensino colegial e disciplina Matemática.** São Paulo, 2009.

BORGES, Rosimeire Aparecida Soares. **A matemática moderna no Brasil:** as primeiras experiências e propostas de seu ensino. São Paulo, 2005. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgar Bücher, 2003. 488p.

BRASIL. MEC. SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, MEC/SEF, Matemática: Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, 1998, 148p.

BURIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil:** estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Porto Alegre, RS, 1989. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.

BURIGO, E. Z. **Matemática Moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60.** In: Teoria & Educação. v.2. Porto Alegre: Pannonica, 1990.

BATTAGLIOLI, Carla dos Santos Moreno. Dissertação de Mestrado. **Sistemas Lineares na segunda série do Ensino Médio. Um olhar sobre os livros didáticos.** São Paulo, 2008.

CASTRO, Mônica R. de. Educação Algébrica e Resolução de Problemas, TV Escola (Boletim), Um Salto Para o Futuro, maio, 2003.

D'AMBROSIO, U. **Manual de história da Matemática.** Parte II – História da Matemática no Brasil. São Paulo: 2000, no prelo.

DOMINGUES, Hygino H.; Iezzi Gelson. **Álgebra Moderna**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 2003. 368p.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 3ª ed. São Paulo: UNICAMP, 2008. 844p.

FEHR, H.F. (org.) **Educação Matemática nas Américas.** Relatório da Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática**.** São Paulo, SP: Nacional, 1969.

FILHO, Astor G. Dias; PASCARELLI, João A.; MAGALHÃES, Luiz Eduardo. **Matemática Criativa**, 1ª Edição - Abril Cultural, São Paulo, 1975. 200 p.

GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. **Aprendendo Matemática**. Edição Renovada. FTD – São Paulo, 2007. 271 p.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JR, José Ruy. **Matemática - Pensar e Descobrir**. Nova Edição. FTD – São Paulo, 2005. 335 p.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO Antonio. **Matemática e Realidade – 8ª série**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 2000. 351p.

IEZZI, Gelson; DOLCE Osvaldo; MACHADO Antonio. **Matemática e Realidade**. FNDE – Ministério da Educação, 5ª Edição – Atual Editora, São Paulo, 2005. 352 p.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo,SP: Ibrasa, 1976.

LAVORENTE, Carolina Riego. **A Matemática Moderna nos livros de Osvaldo Sangiorgi.** São Paulo, 2008.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 2001.

MACEDO, Rodrigo Sanchez. Dissertação de Mestrado. **Um estudo da Teoria dos Conjuntos no Movimento da Matemática Moderna.** São Paulo, 2008.

MARQUES, Alex Sandro. Dissertação de Mestrado. **Tempos pré-modernos:** a matemática escolar nos anos 1950. São Paulo, 2005.

MASHAAL, M. Bourbaki, une société secrète de mathématiciens. **Les Génies de la Science**, Paris, n. 2, fev./maio, 2000.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Matemática.** São Paulo, SP: Atual, 1998.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2001.

PAIS, Luis Carlos. **Transposição Didática,** In: MACHADO, Silvia D. A. et al. **Educação Matemática – Uma Introdução**. São Paulo: Educ, 1999. 212p.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006. 152p.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 8ª ed. Rio de Janeiro: José Olympio Editora, 1984.

PINTO, N. B. **Memórias da Matemática Moderna.** Mimeo, 1968.

PINTO, N. B. Marcas Históricas da Matemática Moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional.** Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba: Champagnat. v.5, n.16, p. 25-38, set./dez. 2005.

PINTO, N. B. et. al. **História do Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: arquivos e fontes. Guarapuava, PR: Editora da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2007.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática para cursos de primeiro grau**. Companhia Editora Nacional, São Paulo 1973. 114 p.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática**. Companhia Editora Nacional, São Paulo. 199 p.

SILVA, Givanildo Farias. Dissertação de Mestrado. **A reorganização da Matemática escolar do colégio em tempos do Movimento da Matemática Moderna.** São Paulo, 2008.

SOARES, F. Dissertação de Mestrado. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso?.** Rio de Janeiro, 2001.

SCHOENFELD, Alan. **Mathematical problem solving**. New York: Academic, 1991.

STRAUBE, E.C. **Do Licêo de Coritiba ao Colégio Estadual do Paraná.** Curitiba/Pr: Fundepar, 1993.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos**. Projeto de pesquisa. [S. l.:s. n.], 2004.

VALENTE, W. R. **Os exames de Admissão ao Ginásio:** 1931-1969**.** PUC-SP, 2001, CD-ROM. Vols: 1, 2 e 3.