



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

VALDIR DE SOUSA CAVALCANTI

**COMPOSIÇÃO DE PARÓDIAS: UM RECURSO DIDÁTICO PARA
COMPREENSÃO SOBRE CONCEITOS DE CIRCUNFERÊNCIA**

CAMPINA GRANDE-PB

2011

VALDIR DE SOUSA CAVALCANTI

**COMPOSIÇÃO DE PARÓDIAS: UM RECURSO DIDÁTICO PARA
COMPREENSÃO SOBRE CONCEITOS DE CIRCUNFERÊNCIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins)

CAMPINA GRANDE-PB

2011

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na sua forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

C376c Cavalcanti, Valdir de Sousa.

Composição de paródias [manuscrito]: um recurso didático para compreensão e conceitos sobre circunferência / Valdir de Sousa Cavalcanti. – 2011.

163 f. : il. color. + 1 CD-ROM

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

“Orientação: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de Matemática. 2. Ensino Médio. 3. Didática de Ensino.
I. Título.

21. ed. CDD 510

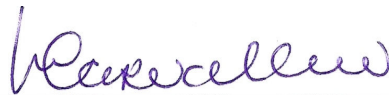
VALDIR DE SOUSA CAVALCANTI

**COMPOSIÇÃO DE PARÓDIAS: UM RECURSO DIDÁTICO PARA
COMPREENSÃO SOBRE CONCEITOS DE CIRCUNFERÊNCIA**

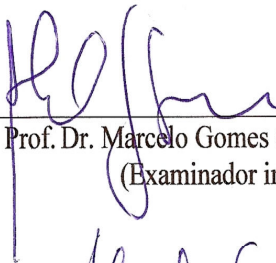
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de Concentração: Educação Matemática

Aprovado em 09 de Setembro de 2011.

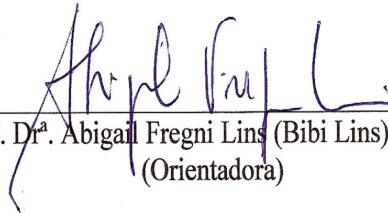
Banca Examinadora



Prof.^a. Dr.^a. Mercedes Bêta Q. de C. P. dos Santos - UFAL
(Examinadora externa)



Prof. Dr. Marcelo Gomes Germano - UEPB
(Examinador interno)



Prof.^a. Dr.^a. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins) - UEPB
(Orientadora)

CAMPINA GRANDE-PB

2011

Dedico este trabalho a minha mãe Maria, a meus irmãos e familiares, aos meus amigos, a minha orientadora Bibi, aos meus alunos e a todos aqueles que contribuíram para sua realização.

AGRADECIMENTOS

Ao longo deste trabalho, muitas pessoas auxiliaram-me com conhecimento, incentivo, amizade e amor. Agora que chegamos ao final é tempo de agradecer. E a essas pessoas prestarei, através de poucas palavras, os mais sinceros agradecimentos.

A Deus, pela vida e pela oportunidade de vivenciar mais uma etapa de aprendizado e por me oportunizar concretizar este sonho.

A minha orientadora Dr^a. Bibi Lins, pela orientação, conduzindo e sinalizando os limites e possibilidades de cada passo a ser dado. Mais do que uma amiga, me incentivou e apoiou durante o decorrer desta longa caminhada. Agradeço de modo especial, pelo incentivo na participação dos congressos bem como pela compreensão das minhas limitações na construção desta pesquisa e por respeitar o tempo que precisei para amadurecer certos conhecimentos.

A Professora Dr^a. Mercedes Carvalho e ao Professor Dr. Marcelo Gomes Germano por terem aceitado fazer parte de nossa banca examinadora e pelas importantes contribuições oferecidas para o enriquecimento desta pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB, meu obrigado por compartilharem e enriquecerem meu aprendizado.

A minha família, por estar ao meu lado me apoiando em todos os momentos com carinho, amor e orações, e por fazerem parte deste sonho realizado.

Aos meus colegas do Mestrado, em especial, Danielly, Maria José, Luiz, Eliane, Wantuir e Walber. Aos meus colegas gestores, professores e funcionários da Escola Elpídio de Almeida- Prata, com os quais tenho a honra de trabalhar, obrigado pelo apoio e incentivo. Obrigado a todos meus alunos, em especial, os alunos da 3^a série do turno tarde do ano de 2008, os quais foram sujeitos desta pesquisa, colaborando para que a mesma se concretizasse.

Aos meus colegas de profissão, professores, Negreiro e Joel Batista, por permitirem que seus trabalhos fossem divulgados nesta pesquisa.

A Secretaria de Educação e Cultura do Estado por permitir o licenciamento da sala de aula, para que pudesse realizar esta pesquisa.

As amigas Edineis, Rossana e Rute Leite pela amizade e contribuições prestadas a este trabalho e a todos que contribuíram de forma direta ou indireta com esta pesquisa.

“Ensinar Matemática depende muito mais da capacidade do professor encontrar um caminho em meio às experiências que seus alunos trazem para a sala de aula, do que a execução de um plano extremamente minucioso e elaborado. É necessário, portanto, que esse profissional visualize a matemática permeando o cotidiano”.

TOLEDO E TOLEDO

RESUMO

CAVALCANTI; V. S. **Composição de Paródias: Um Recurso Didático Para Compreensão Sobre Conceitos de Circunferência**. 2011. 163f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2011.

A pesquisa aqui descrita relata uma investigação de caráter qualitativo, que teve como objetivo desenvolver e avaliar uma metodologia alternativa de ensino usando a composição de paródias musicais para o ensino da Matemática na tentativa de contribuir para a aprendizagem de alunos, em especial do Ensino Médio. Para isso, realizamos um estudo de caso em uma escola da rede pública, de Campina Grande, Paraíba, com 36 alunos do 3º ano do Ensino Médio. Desta forma, foi desenvolvida uma proposta didática adotando-se como recurso didático composição de paródias musicais a fim de contribuir para a aprendizagem do conteúdo circunferência. A pesquisa foi discutida à luz do contrato didático e da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. A pesquisa se deu em dois momentos. A princípio, o conteúdo circunferência foi abordado pelo professor pesquisador em quatro turmas do 3º ano do Ensino Médio por meio de uma abordagem convencional, aulas expositivas. No segundo momento, como forma de finalizar o conteúdo circunferência, foi proposto aos alunos das quatro turmas comporem em grupos, formados livremente, uma paródia usando músicas de sua escolha abordando em sua letra o conteúdo trabalhado em sala de aula. Cada turma compôs sua paródia, sendo produzidas, portanto, quatro paródias. No decorrer do trabalho, os alunos receberam uma Lista de Exercícios com questões voltadas ao conteúdo circunferência para que fosse investigado o conhecimento matemático alcançado. A coleta dos dados se deu em seis momentos, sendo o ambiente de pesquisa a própria sala de aula. A análise dos dados se deu pela técnica de triangulação. Como resultados, a pesquisa revelou inicialmente que os alunos preferem a aula de Matemática na exposição do conteúdo e que o trabalho de composição da paródia musical deixou a aula mais dinâmica, interativa e estimulante. A pesquisa também apontou que os alunos não apresentaram dificuldades em adaptar-se à ruptura do contrato didático ao realizarem a atividade proposta na devolução. Os dados da pesquisa apontaram também indícios que a composição de paródia musical atribuiu melhoras na aprendizagem do conteúdo circunferência. Com isso, podemos afirmar que a composição de paródia musical como recurso didático pode vir a contribuir com a aprendizagem acerca de conteúdos matemáticos.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Circunferência. Ensino Médio. Situações didáticas.

ABSTRACT

CAVALCANTI, V.S. **Composing parodies: a didactical approach for understanding the concepts of circumference.** 2011. 163f. (Master's) – State University of Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2011.

The present research study reports a qualitative investigation which aims to developing and to evaluating an alternative teaching methodology using the composing of musical parodies for Mathematics teaching attempting to contribute to students' learning, especially those of High School. For this, a case study was carried out in a public high school in Campina Grande, Paraíba, with 36 students of the third year. Thus, a didactical approach was developed, adopting as a didactical resource the composing of musical parodies in order to provide a contribution for the learning of the circumference concept. The research study was proposed based on the didactical contract and the theory of didactical situations by Brousseau. The study was divided in two parts. First, the circumference concept was approached by the research teacher to four groups of the third year through a conventional approach: presentation classes. Second, as a way of ending the circumference concept, it was proposed to the students of the four groups to compose, in groups freely chosen by them, a parody by using songs they had been free to select, altering the lyrics so that they could include the subject given in the classroom. Each group composed their own parody, resulting in four parodies. Throughout the study, students were given a set of exercises with questions about circumference so that the mathematical knowledge reached could be evaluated. The data collection was done in six parts, and the research environment was the classroom. The analysis of the data was done by the triangulation technique. As a result, the study has shown, initially, that students prefer a Math class of subject presentation, and the parody composing class leads to a more dynamical, interactive and stimulating class. The study also has shown that students do not have difficulties in adapting to the rupture of the didactical contract when achieving the proposed assignment in returning. The research data pointed out that the composing of parodies results in improving the learning of the circumference concept. Thus, in conclusion, the composing of parodies as a didactical resource can contribute to learning mathematical subjects.

Keywords: Mathematical Education. Circumference. High School. Non-didactical situations.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Definição de Circunferência	19
FIGURA 2 – Posições Relativas Entre Ponto e Circunferência	20
FIGURA 3 – Distância do Centro da Circunferência a Equação da Reta	21
FIGURA 4 - Posições Relativas Entre Reta e Circunferência	22
FIGURA 5 - Posições Relativas Entre Duas Circunferências	22
FIGURA 6 - Triângulo Pedagógico	44
FIGURA 7 – Triângulo Didático	51
FIGURA 8 – Síntese da Teoria das Situações Didáticas	57
FIGURA 9 - Contrato da Proposta Didática	58
FIGURA 10 – Foto da Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Elpídio de Almeida- Prata	62
FIGURA 11 – Questionário I	63
FIGURA 12 - Questionário II	64
FIGURA 13 - Lista de Exercícios sobre Circunferência	68
FIGURA 14 - Triangulação - Fonte de Dados	73
FIGURA 15 - Esboço das Categorias e Subcategorias de Análise	74
FIGURA 16 - Níveis de Análise	75
FIGURA 17 - Resolução da Questão 1 da Lista de Exercícios	114
FIGURA 18 - Resolução da Questão 2 da Lista de Exercícios	115
FIGURA 19 - Resolução da Questão 4 da Lista de Exercícios	117
FIGURA 20 - Resolução 1 da Questão 3 da Lista de Exercícios	119
FIGURA 21 - Resolução 2 da Questão 3 da Lista de Exercícios	120
FIGURA 22 - Resolução da Questão 5 da Lista de Exercícios	121
FIGURA 23 - Resolução da Questão 6 da Lista de Exercícios	123
FIGURA 24 - Resolução da Questão 7 da Lista de Exercícios	124
FIGURA 25 - Resolução da Questão 8 da Lista de Exercícios	126

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1- Contrato da Proposta Didática	58
QUADRO 2- Respostas da Pergunta 1 do Questionário I	77
QUADRO 3 - Respostas da Pergunta 2 do Questionário I	78
QUADRO 4 - Respostas da Pergunta 3 do Questionário I	78
QUADRO 5 - Respostas da Pergunta 5 do Questionário I	79
QUADRO 6 - Respostas da Pergunta 9 do Questionário I	79
QUADRO 7 - Respostas da Pergunta 4 do Questionário I	80
QUADRO 8 - Respostas da Pergunta 6 do Questionário I	80
QUADRO 9 - Respostas da Pergunta 7 do Questionário I	81
QUADRO 10- Respostas da Pergunta 10 do Questionário I	82
QUADRO 11- Respostas da Pergunta 11 do Questionário I	82
QUADRO 12- Respostas da Pergunta 8 do Questionário I	83
QUADRO 13- Respostas da Pergunta 12 do Questionário I	84
QUADRO 14- Respostas da Pergunta 2 do Questionário II	90
QUADRO 15- Respostas da Pergunta 1 do Questionário II	94
QUADRO 16- Respostas da Pergunta 3 do Questionário II	94
QUADRO 17- Respostas da Pergunta 4 do Questionário II	95
QUADRO 18- Respostas da Pergunta 5 do Questionário II	95
QUADRO 19- Respostas da Pergunta 6 do Questionário II	96
QUADRO 20- Respostas da Pergunta 7 do Questionário II	96
QUADRO 21- Respostas da Pergunta 8 do Questionário II	97
QUADRO 22- Respostas da Pergunta 9 do Questionário II	97
QUADRO 23- Análise da Questão 1 da Lista de Exercícios	114
QUADRO 24- Análise da Questão 2 da Lista de Exercícios	116
QUADRO 25- Análise da Questão 4 da Lista de Exercícios	118
QUADRO 26- Análise da Questão 3 da Lista de Exercícios	121
QUADRO 27- Análise da Questão 5 da Lista de Exercícios	122
QUADRO 28- Análise da Questão 6 da Lista de Exercícios	124
QUADRO 29- Análise da Questão 7 da Lista de Exercícios	125
QUADRO 30- Análise da Questão 8 da Lista de Exercícios	126

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	12
CAPÍTULO 1– O ENSINO DA CIRCUNFERÊNCIA	18
CAPÍTULO 2 – PARÓDIA: CONCEITOS E SIGNIFICADOS	27
2.1- A PARÓDIA	27
2.2- ESTUDOS CIENTÍFICOS CORRELATOS	32
2.2.1 Pertinências Em Nossa Pesquisa	37
CAPÍTULO 3 – APORTE TEÓRICO	39
3.1- ABORDAGENS DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM	39
3.1.1 Abordagem Tradicional	39
3.1.2 Abordagem Comportamentalista	40
3.1.3 Abordagem Humanista	41
3.1.4 Abordagem Cognitivista	42
3.1.5 Abordagem Sociocultural	42
3.2- DIDÁTICA DA MATEMÁTICA FRANCESA	43
3.3- CONTRATO DIDÁTICO	46
3.4- TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	51
CAPÍTULO 4 – ASPECTOS METODOLÓGICOS	59
4.1- UNIVERSO DA PESQUISA	62
4.2- OS SUJEITOS	62
4.3- OS INSTRUMENTOS DE PESQUISA	63
4.4- COLETA DOS DADOS	69
4.5- ANÁLISE DOS DADOS	71
CAPÍTULO 5 – O ESTUDO DE CASO	76
5.1- PERFIL DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À AULA DE MATEMÁTICA	77
5.1.1 Aspectos da Matemática e Suas Aulas	77
5.1.2 Dificuldades com a Matemática e sua Importância	80
5.1.3 Gostar da Matemática	81
5.1.4 Aprendendo Matemática	81
5.1.5 Discutindo as Aulas de Matemática	82
5.1.6 Comentários	85
5.2- RECURSO DIDÁTICO	87
5.2.1 Envolvimento no Processo de Composição de Paródia	87

5.2.2 Dificuldades e Descobertas em Relação à Matemática	91
5.2.3 Comentários	98
5.3- APRENDIZAGEM MATEMÁTICA	101
5.3.1 A Paródia	102
5.3.2 Conhecimento Matemático Alcançado	110
i) Conceitos de Raio, Corda, Centro e a Definição da Equação da Circunferência	113
ii) As Posições Relativas de Uma Circunferência	118
5.3.3 Comentários	127
5.4- DISCUSSÃO	133
CONSIDERAÇÕES FINAIS	142
REFERÊNCIAS	145
APÊNDICE I – QUESTIONÁRIO I	149
APÊNDICE II – QUESTIONÁRIO II	151
APÊNDICE III– ENTREVISTA I	153
APÊNDICE IV– ENTREVISTA II	154
APÊNDICE V– LISTA DE EXERCÍCIOS	155
ANEXO I– LETRA DA PARÓDIA DA TURMA A	156
ANEXO II– LETRA DA PARÓDIA DA TURMA B	158
ANEXO III– LETRA DA PARÓDIA DA TURMA C	160
ANEXO IV– LETRA DA PARÓDIA DA TURMA D	162

APRESENTAÇÃO

Em 1988 iniciei meu curso de Graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pela Universidade Estadual da Paraíba. Nesse mesmo ano iniciei minha vida profissional como professor no Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da cidade de Campina Grande em regime de prestador de serviço. De repente me vi dentro de uma sala de aula, isso com menos de 20 anos, tendo que trabalhar a Matemática.

Terminei o curso de Matemática em 1991 e no ano seguinte passei a lecionar em duas Escolas da Rede Particular. Em 1993 prestei concurso público para professor e no ano seguinte estava como efetivo no cargo de Professor de Matemática do Estado da Paraíba, ao qual permaneço até a presente data.

Tinha uma visão estritamente tradicional sobre o ensinar. Minha proposta inicial era uma aula de Matemática expositiva, em que passaria para o quadro aquilo que julgasse importante. Nos primeiros anos de carreira não pensava como educador, pois durante a graduação fui formado a reproduzir aquilo que me foi ensinado, isto é, o professor é o transmissor do conhecimento e o aluno o receptor.

Foi quando em 2001 fui convidado por uma universidade particular para ministrar a disciplina Metodologia do Ensino da Matemática no curso de Pedagogia onde pude observar as diferenças entre ser matemático e educador matemático. Ao atuar na Pedagogia pude rever minha metodologia de ensino em relação aos Ensinos Fundamental e Médio.

A partir daí, minha preocupação com a importância da Matemática na minha vida profissional aflorou. Qual a reação dos nossos alunos quando o assunto era Matemática? Essa inquietação me deixava cada dia mais *inconformado* em relação ao ensino da Matemática no contexto escolar, visto que a mesma faz parte da nossa vida diária e, no entanto, muitos de nossos alunos se julgavam incapazes de compreender essa ciência.

Negreiro é professor de Matemática do Ensino Médio no Estado da Paraíba. Em 2002 desenvolveu um CD de paródias musicais, compostas por ele, com letras voltadas a conteúdos matemáticos dos Ensinos Fundamental e Médio mostrando que a paródia musical pode ser um recurso interessante para as aulas de Matemática, provocando envolvimento dos alunos e os auxiliando a superar suas dificuldades.

Com o objetivo de dar uma nova dinâmica às aulas de Matemática no curso de Pedagogia, e pelo fato das alunas, ou seja, futuras professoras, trabalharem com educação infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental, depois de discorrer sobre os conteúdos de forma expositiva, passei a usar o CD de Negreiro nas minhas aulas.

A partir do trabalho desenvolvido por Negreiro, em 2003, lancei uma proposta para que a turma fosse dividida em grupos e cada grupo escolhesse um conteúdo matemático entre os trabalhados em sala de aula e que compusessem uma paródia musical abordando o conteúdo matemático escolhido. Ficando a critério dos grupos as escolhas das músicas assim como dos ritmos.

No início as alunas estranharam um pouco trabalhar Matemática com paródia musical e acharam difícil fazer a composição da letra, mas no final gostaram do resultado. Fiz esse trabalho no curso de Pedagogia por seis anos consecutivos.

Em 2006 me ocorreu a idéia de propor o mesmo trabalho aos alunos do Ensino Médio, a composição de uma paródia musical abordando conteúdos do segundo ano, já trabalhados em sala de aula de forma expositiva. Fiz como teste e ao final deste trabalho observei que tomou vida a Matemática e com isso, no ano seguinte, os mesmos alunos já no terceiro ano, pediram para que eu propusesse novamente o trabalho, e assim foi feito.

Em 2007 nasceu o Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Estadual da Paraíba e fiquei instigado a continuar meus estudos. Adentrei ao Programa e decidi desenvolver uma proposta de pesquisa baseada nos trabalhos desenvolvidos em minha docência, para que pudesse difundir e incentivar a comunidade científica com uma metodologia a ser utilizada no ensino e aprendizagem da Matemática. A proposta foi aceita pela docente Dr^a Abigail Fregni Lins, a qual orientou o meu trabalho.

Entre os estudiosos que tratam da relação entre Matemática e Música, Abdounur (2003) traz considerações que nos leva a entender que em algum momento o homem começou a conjecturar relações entre as mesmas. Já Cunha (2006) aborda a relação entre Matemática e Música através das escalas musicais.

Apesar de trabalhos muito interessantes e de meu conhecimento, ambos fogem do enfoque e objetivos da minha pesquisa.

Segundo enciclopédias, dicionários e concepções de alguns dos mais expressivos nomes da cultura universal existem numerosas definições para Música. Segundo Brécia

(2003), a Música é uma linguagem universal, tendo participado da história da humanidade desde as primeiras civilizações. Mas, de um modo geral, ela é considerada ciência e arte, na medida em que as relações entre os elementos musicais são relações matemáticas e físicas; a arte manifesta-se pela escolha dos arranjos e combinações. Houaiss (*apud* BRÉSCIA 2003, p. 25) conceitua a Música como “combinação harmoniosa e expressiva de sons e como a arte de se exprimir por meio de sons, seguindo regras variáveis conforme a época, a civilização, etc.”

Faria (2001) define a Música como um importante fator na aprendizagem, pois a criança desde pequena já ouve música, a qual muitas vezes é cantada pela mãe ao dormir, conhecida como cantiga de ninar. Segundo a autora, a Música é muito importante na aprendizagem, pois o aluno convive com ela desde muito pequeno.

Snyders (1992) argumenta que além de contribuir para deixar o ambiente escolar mais alegre, podendo ser usada para proporcionar uma atmosfera mais receptiva à chegada dos alunos, oferecendo um efeito calmante após períodos de atividade física e reduzindo a tensão em momentos de avaliação, a Música também pode ser usada como um recurso no aprendizado de diversas disciplinas. O educador pode selecionar músicas que falam do conteúdo a ser trabalhado em sua área, tornando a aula dinâmica, atrativa, e ajuda a recordar as informações. Mas a Música também deve ser estudada como matéria em si, como linguagem artística, forma de expressão e um bem cultural.

Katsh e Merle-Fishman (*apud* BRÉSCIA 2003, p. 60) observaram que “a música pode melhorar o desempenho e a concentração, além de ter um impacto positivo na aprendizagem da Matemática, leitura e outras habilidades linguísticas nas crianças”.

Segundo os autores citados, cantar pode ser um excelente companheiro de aprendizagem na socialização, aprendizagem de conceitos e descoberta do mundo. Tanto no ensino das matérias quanto, por exemplo, nos recreios. Cantar pode ser um veículo de compreensão, memorização ou expressão de emoções. Portanto, qualquer ambiente de ensino é um excelente campo para aproveitar os benefícios e possibilidades que o ato de cantar oferece.

Na visão do psicanalista Kohut (*apud* BRÉSCIA 2003, p. 62), “a execução ou composição da música provê ao executante ou compositor um prazer que advém de sua própria habilidade”.

Assim como Negreiro, Batista é professor de Matemática da Rede Pública do Estado de Minas Gerais e sempre atuou no Ensino Fundamental. Em 2009 lançou o projeto Cantando

a Matemática. Diz que um dos motivos que o levou a criar o projeto foi à carência de recursos didáticos das escolas públicas. Batista lançou dois CDs de paródias musicais, sendo o primeiro intitulado Cantando a Matemática: maneira lúdica de aprender voltado a conteúdos matemáticos do 6º ao 9º ano e o segundo intitulado Cantando a Matemática: venha cantar, dançar, aprender e ser feliz, voltado a conteúdos do 1º ao 5º ano. Além dos CDs e do site do projeto Cantando a Matemática, Batista também faz eventos para escolas e ministra com frequência a palestra motivacional intitulada: *É cantando que a gente aprende*.

Optamos por citar os trabalhos desenvolvidos por Negreiro e Batista, pois, apesar de ainda não terem publicações acadêmicas a respeito, produzem saberes. Segundo Fiorentini (2007), os professores tendem a valorizar os saberes produzidos ao longo de sua prática educativa e os tomam como referencial tanto para avaliar sua competência ou desenvolvimento profissional como aceitar ou produzir inovações:

De fato, quando se interroga os professores sobre seus saberes e sua relação com os saberes, eles priorizam, e isso a partir das categorias de seu próprio discurso, os saberes que qualificam de práticos ou da experiência. O que caracteriza de um modo global, esses saberes práticos ou da experiência, é o fato de originarem da prática cotidiana da profissão, e serem por ela validados... Tardif, Lessard e Lahaye (*apud* FIORENTINI, 2007, p.311)

Com relação a minha pesquisa, a mesma teve como intenção provocar a criatividade nos alunos, para que eles próprios compusessem paródias musicais com as letras voltadas aos conteúdos matemáticos a eles apresentados, e por isso a mesma difere fortemente dos trabalhos citados a cima.

A princípio foram trabalhados nas quatro turmas do 3º ano do Ensino Médio em um universo de 100 sujeitos, os conteúdos probabilidade, números complexos, polinômios e circunferência. Sendo produzidas assim doze paródias musicais.

Durante o exame de qualificação, foi sugerido pelos membros da Banca para que pudéssemos trabalhar de forma significativa com os dados, no universo das doze paródias produzidas pelas quatro turmas, que trabalhássemos com o conteúdo circunferência, por ter sido o único conteúdo sorteado em todas as turmas envolvidas na pesquisa. Sendo assim, nos deteremos apenas aos dados referentes à circunferência, ou seja, um universo de quatro paródias musicais e 36 sujeitos.

Como mencionado anteriormente, me deparei em um primeiro momento com o trabalho de Abdounur (2003), sendo este discutido no campo de estudo e pesquisa da Educação Matemática.

Outro trabalho que me deparei foi o da Teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1994), por conta da Inteligência Musical que o mesmo discute. Após me debruçar em todas as inteligências múltiplas cunhadas por Gardner, observei que sua teoria não daria conta da análise dos dados coletados.

Após várias leituras de autores e literaturas em busca de um aporte teórico que *traduzisse* o trabalho por mim desenvolvido, me deparei com o estudo realizado por Guy Brousseau (1986). Foi então, a partir do estudo de Brousseau, que pude de fato adotar a Teoria das Situações Didáticas e o Contrato Didático ao meu trabalho, podendo então tê-lo como aporte teórico.

A pesquisa em questão teve como objetivo *desenvolver e avaliar uma metodologia alternativa de ensino usando a composição de paródias musicais* para o ensino da Matemática na tentativa de contribuir para a aprendizagem de alunos do último ano do Ensino Médio.

Sendo assim, a pergunta que norteia essa pesquisa é: *A composição de paródias musicais como recurso didático pode contribuir para a aprendizagem dos alunos acerca de conteúdos matemáticos?*

Apresentamos agora a estrutura da pesquisa. A dissertação está configurada em cinco capítulos, além das considerações finais. No Capítulo 1 abordamos o ensino da circunferência.

O Capítulo 2 apresenta a definição de Paródia, sua origem e onde a mesma é usada, além de pesquisas correlatas ao nosso estudo.

O Capítulo 3 apresenta o nosso aporte teórico, no qual apresentamos um breve relato sobre as abordagens do processo de ensino e aprendizagem. Por fim, discutimos as idéias de Brousseau (1986) no que diz respeito à noção do Contrato Didático e à Teoria das Situações Didáticas.

O Capítulo 4 destina-se a descrição pormenorizada dos aspectos metodológicos adotado, no qual justificamos teoricamente o tipo de pesquisa escolhida. Neste mesmo capítulo descrevemos os sujeitos envolvidos, os procedimentos, instrumentos utilizados e os recursos metodológicos utilizados para coleta de dados trazendo a técnica de triangulação para a análise dos dados. No Capítulo 5 é apresentada a análise dos dados, um estudo de caso.

Finalizando, apresentamos algumas considerações finais de nosso estudo tecendo comentários sobre os principais resultados encontrados, retomando a pergunta norteadora e,

finalmente explicitamos as limitações da pesquisa realizada como também propomos algumas sugestões para estudos futuros.

Sendo assim, o capítulo a seguir traz um panorama sobre o ensino da Circunferência no Ensino Médio.

CAPÍTULO 1

O ENSINO DA CIRCUNFERÊNCIA

Neste capítulo, discorreremos sobre a apropriação de definições relativas ao tema circunferência por alunos do último ano do Ensino Médio. Dada a nossa experiência em sala de aula com esses alunos, sabemos que se trata de um conteúdo de difícil compreensão, pois eles não conseguem estabelecer diálogos entre a experiência vivida e os conceitos usados em Matemática, tendo em vista a abrangência de relações que devem ser estabelecidas na elaboração desses conceitos.

Em Geometria Analítica, a álgebra e a Geometria se integram. Assim, problemas de geometria são resolvidos por processos algébricos, e relações algébricas são interpretadas geometricamente (DANTE, 2011). Neste capítulo, vamos associar cada circunferência a uma equação e, a partir daí, estudar as suas propriedades geométricas.

A circunferência¹ é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo, denominado o centro da circunferência.

A circunferência possui características não comumente encontradas em outras figuras planas, como o fato de ser a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente. É também a única figura simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria. A circunferência é importante em praticamente todas as áreas do conhecimento como nas Engenharias, Matemática, Física, Química, Biologia, Arquitetura, Astronomia, Artes e também é muito utilizada na indústria e nas residências.

Para que o aluno tenha um entendimento da equação de uma circunferência se faz necessário primeiro que ele compreenda alguns conceitos como raio, corda, diâmetro, centro e círculo. Quanto maior for o raio (ou o diâmetro) de uma circunferência maior será o seu

¹ Existem várias definições para circunferência, esta é apenas uma delas.

comprimento. Círculo é uma figura geométrica bastante comum em nosso dia-a-dia. Ao pedirmos aos alunos que observem à sua volta quantos objetos circulares estão presentes notam moedas, discos, a mesa de refeição, entre outros.

Quando falamos em círculo, ninguém tem dúvida quanto ao formato dessa figura geométrica. No entanto, convém lembrar a distinção entre círculo e circunferência. De modo geral, círculo, é toda a região limitada pela circunferência.

Porém, quando saímos da representação geométrica e partimos para a representação algébrica da circunferência, observamos as várias dificuldades encontradas pelos alunos em determinar as equações da circunferência reduzida e geral.

Uma circunferência com centro $O(a, b)$ e o valor do raio r é o conjunto de todos os pontos $P(x, y)$ do plano eqüidistante de O , ou seja: $d(P, O) = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r$:

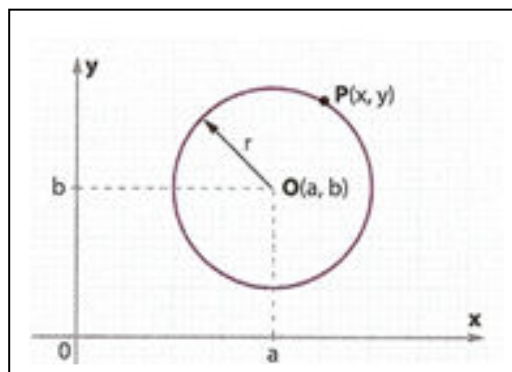


Figura 1: Definição de Circunferência

Fonte: Dante (2011)

Elevando todos os membros ao quadrado, temos a equação reduzida da circunferência $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Observamos que a partir daí começam as dificuldades encontradas pelos alunos ao trabalhar com a forma algébrica da circunferência, isto é, sua equação, para determinar a equação reduzida o aluno precisa saber a definição de distância entre dois pontos, caso contrário, ele não encontra a equação da circunferência.

Para encontrarmos a equação normal ou geral da circunferência, faz-se necessário desenvolver a equação reduzida. Com base em nossa experiência de sala de aula, alguns alunos mostram dificuldades em trabalhar com essa equação, pelo fato de não saber a definição de *produtos notáveis* (conteúdo visto no 8º ano do Ensino Fundamental), embora tenhamos revisado a definição de produtos notáveis durante nossas aulas expositivas.

Dando sequência ao estudo da circunferência, próxima etapa é trabalhar a determinação do centro e do raio. Dada a equação geral, utilizamos o processo de fatoração do trinômio quadrado perfeito para transformá-la na equação reduzida e assim, determinamos o centro e o raio da circunferência.

Para tanto, a equação $Ax^2 + Bx^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ deve obedecer a três condições:

- 1) Os coeficientes dos termos x^2 e y^2 devem ser iguais, ou seja, $A = B \neq 0$;
- 2) Não deve existir o termo xy , isto é, $C = 0$; e,
- 3) $D^2 + E^2 - 4.A.F > 0$.

Se a equação obedecer às três condições acima, é dita uma circunferência.

Como já mencionamos a dificuldade dos alunos em transformar a equação reduzida em geral, é justamente no uso da fatoração do trinômio quadrado perfeito e na definição de produtos notáveis, conteúdos matemáticos já trabalhados no 8º ano do Ensino Fundamental.

Sabemos que todos os pontos de uma circunferência distam igualmente do centro e mais, mantêm distância igual ao raio. Ora, dada uma circunferência de centro **O** e Raio **r**, se outro ponto não distar de **C** exatamente ao Raio **r**, ele não pertencerá à circunferência, isto é, será interno ou externo a ela.

Estamos agora a discutir a posição relativa entre o ponto e uma circunferência. Com base em nossa experiência de sala de aula, a maioria dos alunos não apresenta dificuldade no seu entendimento, uma vez que o processo consiste em substituir os valores das variáveis x e y pelas coordenadas do ponto dado. Do ponto de vista geométrico, a distância entre o centro da circunferência e um ponto $P(x, y)$ qualquer, será igual, maior ou menor ao tamanho do raio da circunferência, como nos mostra a Figura 2 abaixo:

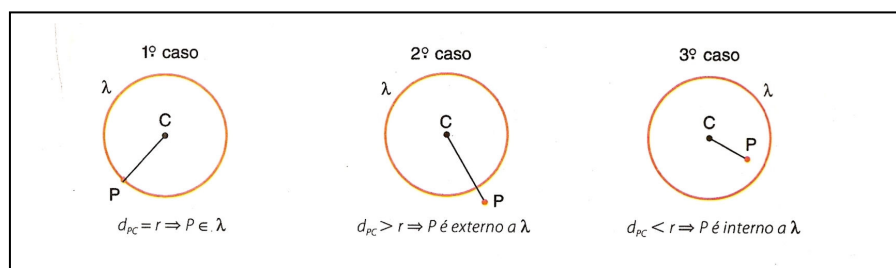


Figura 2: Posições Relativas Entre Ponto e Circunferência

Fonte: Iezzi, et al, (2005)

Já com relação à posição relativa entre uma reta e uma circunferência, nossa experiência nos mostra que as dificuldades encontradas pelos alunos estão mais uma vez na falta de domínio em conteúdos do Ensino Fundamental, como sistemas de equações, por exemplo. A posição relativa entre uma reta e uma circunferência pode ser obtida de duas maneiras. Primeiro por meio do cálculo da distância entre o centro da circunferência e a equação da reta, isto é, por meio da definição da distância do ponto a reta:

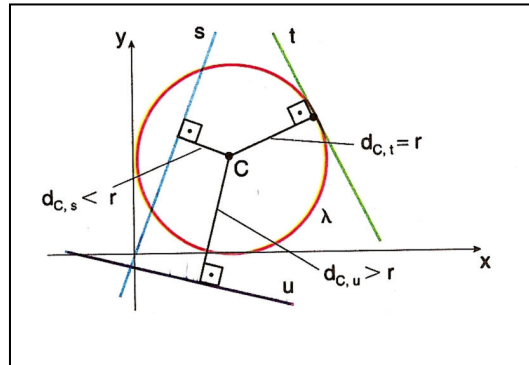


Figura 3: Distância do Centro da Circunferência a Equação da Reta

Fonte: Iezzi, et al, (2005)

Geometricamente observamos na figura que a distância do centro da circunferência em relação à reta **t** é exatamente igual ao raio da circunferência, portanto, dizemos que a reta **t** é tangente em relação à circunferência. A distância do centro da circunferência em relação à reta **s** é menor que a medida do raio da circunferência, logo, a reta **s** é secante em relação à circunferência. Por fim, a distância do centro da circunferência em relação à reta **u**, é maior que o raio da circunferência, neste caso, a reta **u** é externa a circunferência.

Outra maneira de observarmos as posições relativas entre reta e circunferência, ou seja, os pontos comuns à reta e à circunferência, se houver, são as soluções do sistema formado por suas equações. Resolvendo-se o sistema formado pelas duas equações, chegaremos a uma equação do segundo grau. Neste caso, o cálculo do Δ (delta) da equação será suficiente para determinar quantos pontos comuns têm uma reta e a circunferência e daí a posição relativa entre elas. O valor $\Delta > 0$ indica a existência de dois valores reais e distintos de x e, conseqüentemente dois pontos (S_1 e S_2) comuns à reta e à circunferência, isto é, elas são secantes. Para $\Delta = 0$, existe só um ponto **T** comum à reta e à circunferência, ou seja, a reta é tangente em relação à circunferência. Por fim, para $\Delta < 0$, não há ponto comum, portanto, a reta é exterior à circunferência. A resolução completa do sistema permite descobrir quais são

os pontos comuns à reta e à circunferência. Geometricamente observamos esses pontos comuns na Figura 4:

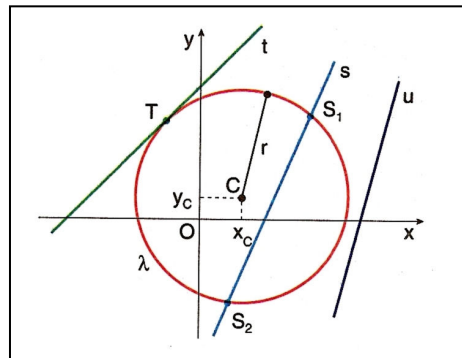


Figura 4: Posições Relativas Entre Reta e Circunferência

Fonte: Iezzi, et al, (2005)

Finalizando o estudo da circunferência, chegamos às posições relativas entre duas circunferências e aos problemas de tangência, considerados pelos alunos como os mais difíceis dentro do tema circunferência devido ao grau de complexidade na sua resolução. O procedimento para verificarmos a posição relativa entre duas circunferências é o mesmo usado na posição relativa entre a reta e a circunferência. Sendo assim do ponto de vista geométrico, duas circunferências distintas podem ter dois pontos, um ponto ou nenhum ponto comum. Vejamos as possíveis posições relativas na figura 5 abaixo:

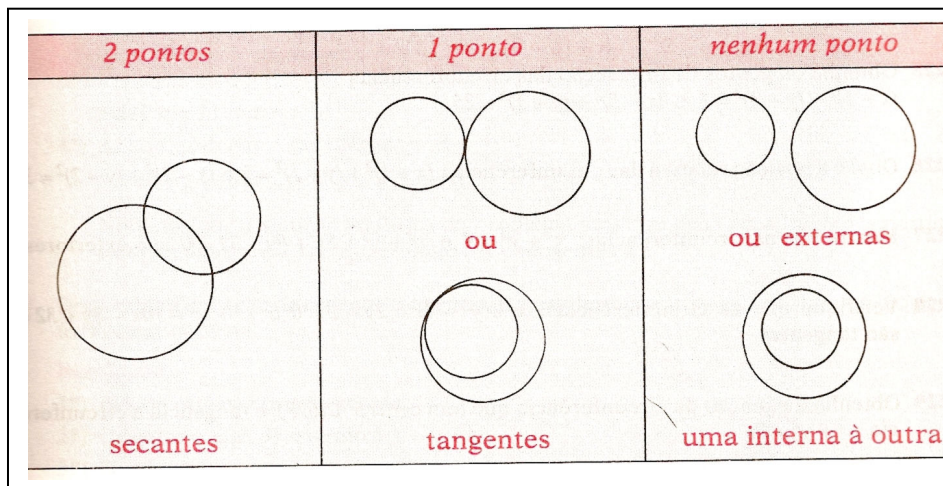


Figura 5: Posições Relativas Entre Duas Circunferências

Fonte: Iezzi, et al, (2005)

Inicialmente, o conteúdo *circunferência* foi abordado pelo professor pesquisador nas quatro turmas por meio de uma metodologia convencional, isto é, aula expositiva. Os recursos utilizados foram quadro, pincel e o livro texto: Matemática Ciência e Aplicações Volume 3,

autores Gelson Iezzi, et al , Atual Editora, 2005, utilizado e adotado pelos professores da Escola.

O capítulo 4 do livro didático utilizado nas turmas contempla o estudo da circunferência, onde são apresentadas duas formas da equação e a relação entre elas, conceituando-se ainda as posições relativas entre circunferências, retas e pontos. Alguns problemas de tangência completam o capítulo. Sendo assim, temos como objetivos no ensino da circunferência:

- ✓ Estabelecer a equação de uma circunferência dada;
- ✓ Reconhecer a equação de uma circunferência;
- ✓ Transformar em reduzida a forma geral da equação de uma circunferência e vice-versa; e,
- ✓ Verificar posições relativas entre pontos, retas e circunferências

De acordo com Iezzi, et al, (2005), o caráter da educação básica do Ensino Médio fica mais claro quando se estabelece como um dos objetivos o levar o aluno a compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que lhe permita desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral. Aprender a aprender e a pensar, a dar significado ao aprendido. Sendo assim, é importante lembrar em relação ao ensino da circunferência, que o foco principal é o estudo das equações de reta e circunferência, bem como as posições relativas entre elas.

Ainda segundo os autores, a Matemática é uma área do conhecimento fértil para o desenvolvimento de atividades em grupo. Desde exercícios trabalhados em sala de aula até atividades propostas para casa, que podem se concretizar sob a forma de pesquisa, seminários, construções de figuras geométricas, entre outros. O professor tem a oportunidade de promover um exercício de cidadania, papel importante na formação dos estudantes.

As atividades em grupo proporcionam aos alunos:

- ✓ Ouvir, discutir e refletir sobre a opinião dos colegas;
- ✓ Respeitar as diferenças individuais quanto ao tempo de compreensão dos conteúdos; e
- ✓ Promover situações de ajuda e ensino e aprendizagem entre os colegas, favorecendo não somente o aluno com maior dificuldade, mas também possibilitando ao outro

aluno um exercício de verificação e entendimento dos temas que estão sendo trabalhados.

As atividades relacionadas ao tema circunferência foram realizadas da forma contínua, utilizando-se exercícios individuais, trabalhos em grupo e provas escritas individuais.

Segundo os PCNEM² – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (1999), a Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, mas também desempenha um papel instrumental porque é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em praticamente todas as atividades humanas. Em seu papel de formação, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance estão além da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas, gerando hábitos de investigação, proporcionando segurança e liberdade para analisar e enfrentar situações novas.

Todavia, a Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter de formação ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É de extrema importância que o aluno entenda que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros utilizados para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

Ainda os PCNEM dizem que a essas concepções da Matemática no Ensino Médio une-se a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter tido contato com vários campos do conhecimento matemático e, agora estão em condições de usá-los e ampliá-los, desenvolvendo de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto às de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de variados tipos, investigação, análise e compreensão de fatos que envolvem a Matemática e a interpretação da realidade.

Isso nos leva a refletir o que relatamos anteriormente, isto é, tomando, por exemplo, o conteúdo circunferência por nós trabalhado em sala de aula, a dificuldade encontrada pelos alunos em relação à aprendizagem da circunferência é exatamente a falta do conhecimento matemático que o aluno deveria ter tido no Ensino Fundamental e não está presente no Ensino Médio. Como o aluno poderá ampliar e usar esse conhecimento, o raciocínio na resolução de problemas na análise e compreensão de fatos que envolvem a Matemática se ele não o

² PCNEM- Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

adquiriu durante o Ensino Fundamental? No Ensino Médio o que mais percebemos na aprendizagem dos conteúdos matemáticos têm sido a falta do conhecimento matemático que deveria ser aprendido no Ensino Fundamental, e que a cada ano vem diminuindo ao chegar ao Ensino Médio.

Retomando nosso tema circunferência, que faz parte da Geometria Analítica, e segundo os PCN+ EM³- Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (2002, p.124), a unidade *Geometria analítica* tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do Ensino Médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações.

O aluno deve perceber que um mesmo problema pode então ser abordado com diferentes instrumentos matemáticos de acordo com suas características. Por exemplo, a construção de uma reta que passe por um ponto dado e paralelo a uma reta dada pode ser obtida de diferentes maneiras. Se o ponto e a reta estão desenhados em papel, a solução pode ser feita por meio de uma construção geométrica, usando-se instrumentos. No entanto, se o ponto e a reta são dados por suas coordenadas e equações, o mesmo problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente.

Sendo assim, mais importante do que memorizar diferentes equações para um mesmo ente geométrico, é necessário investir para garantir a compreensão que a Geometria Analítica propõe.

Ainda segundo os PCN+ para isso o trabalho com este tema pode ser centrado em estabelecer a correspondência entre as funções de 1º e 2º grau e seus gráficos e a resolução de problemas que exigem o estudo da posição relativa de pontos, retas, circunferências e parábolas. Além de conhecer uma forma de pensar em Matemática, entender o mundo do século XVII, que deu origem ao cartesianismo, pode ser uma excelente oportunidade para que o aluno perceba o desenvolvimento histórico do conhecimento e como certos momentos dessa história transformaram a ciência e a forma de viver da humanidade.

³ PCN+ Ensino Médio lançado em 2002 com Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, essa publicação tem, entre seus objetivos centrais, o de facilitar a organização do trabalho da escola, em termos da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Além de abrir um diálogo sobre o projeto pedagógico da escola e de apoiar o professor em seu trabalho, o texto traz elementos para a continuidade da formação profissional docente na escola.

Por fim, partindo das constatações feitas em sala de aula sobre as dificuldades encontradas pelos alunos quando do uso de conceitos de temas da Matemática especialmente no que diz respeito à circunferência, tornou-se necessária a iniciativa para a proposição e desenvolvimento de uma metodologia diferenciada no ensino da Matemática.

O estudo da circunferência, devido sua importância, é um dos conteúdos mais ressaltados no currículo da Geometria Analítica. Entretanto, a complexidade dos conceitos relacionados a esse tema, aliada a fragmentação do conteúdo, dificulta o pensar do aluno em transformar problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações.

Para tanto, depois de todo esse trabalho que tivemos para aprender a circunferência, e finalizar esse conteúdo matemático trabalhado de forma expositiva em sala de aula, propusemos aos alunos das quatro turmas que compusessem paródias musicais abordando o tema circunferência, dando oportunidade aos alunos, em grupo, falarem e discutirem Matemática, corroborando com os PCN+ EM (2002, p.129), que recomendam o trabalho em grupo enfatizando a importância da comunicação nas aulas de Matemática.

Podemos realizar propostas de elaboração pelos alunos de textos diversos, como relatórios sobre atividades ou projetos, relatos de conclusões sobre um conceito ou processo, sínteses sobre o que o aluno, ou a classe, aprendeu durante certo período de tempo, ou sobre um determinado tema. Adotamos assim, a composição de paródias musicais como recurso didático para o ensino e aprendizagem da Matemática, em especial, Circunferência.

O capítulo a seguir discute o conceito da paródia musical assim como estudos científicos correlatos a nossa pesquisa.

CAPÍTULO 2

PARÓDIA: CONCEITOS E SIGNIFICADOS

Este capítulo discute paródia a partir de conceitos e significados assim como apresenta estudos científicos correlatos a nossa pesquisa.

2.1 A PARÓDIA

No Aurélio (1996, p. 1272), a palavra paródia está registrada com os *significados* de “imitação cômica de uma composição literária; imitação burlesca; comédia satírica ou farsa em que se ridiculariza uma obra trágica ou dramática; arremedo”.

Já no dicionário eletrônico Houaiss⁴ (2001), paródia vem definido como obra literária, teatral, musical, entre outros, que imita outra obra, ou os procedimentos de uma corrente artística, escola, com objetivo jocoso ou satírico; arremedo.

Aprofundando esse campo de significações para entender a paródia como recurso que mobiliza os alunos na direção da aprendizagem, recorreremos a Sant’Anna (2003), que começa por redefinir paródia traçando uma breve história do termo e vendo como modernamente se aprofunda o seu entendimento.

Segundo Sant’Anna (2003), o termo paródia tornou-se institucionalizado a partir do séc. XVII. A isto se referem vários dicionários de literatura. No entanto já em Aristóteles aparece um comentário a respeito desta palavra. Em sua *Poética* atribuiu a origem da paródia, como arte a Hegemon de Thaso (século. V a.C.), porque ele usou o estilo épico para representar os homens não como superiores ao que são na vida diária, mas como inferiores.

Sant’Anna (2003, p.12) comenta:

O dicionário de literatura de Brewer, por exemplo, nos dá uma definição curta e funcional: “paródia significa uma ode que perverte o sentido de outra ode (grego: *para- ode*)”. Essa definição implica o conhecimento de que originalmente a ode era um poema para ser cantado. Por isto, Shipley, mais acuradamente, registraria que o termo grego paródia implicava a idéia de uma canção que era cantada ao lado de outra, como uma espécie de contracanto. A origem, portanto, é musical. Em literatura acabaria por ter uma conotação mais específica.

⁴ Usamos a versão eletrônica do dicionário por isso não há referência de página da definição.

De acordo com Shipley⁵ (*Apud* SANT’ANNA, 2003, p.12), no seu dicionário de literatura discrimina três tipos básicos de paródia:

- a) *verbal* — com a alteração de uma ou outra palavra do texto;
- b) *formal* — em que o estilo e os efeitos técnicos de um escritor são usados como forma de zombaria; e,
- e) *temática* — em que se faz a caricatura da forma e do espírito de um autor.

De acordo com Sant’Anna (2003), de uma maneira geral, porém, os autores que antecederam os dois formalistas (Tynianov e Bakhtin) definiam a paródia dentro de certa sinonímia. Aproximavam-na do *burlesco*⁶, considerando-a como um subgênero. Nesta linha, mesmo autores mais contemporâneos definem a paródia também por contigüidade⁷, considerando-a um mero sinônimo de *pastiche*⁸, isto é, um trabalho de juntar pedaços de diferentes partes de obra de um ou de vários artistas.

Bakhtin (1987) toma a paródia como manifestação da cultura popular da Idade Média, ligada ao riso, ao espírito do carnaval, isto é, ao que sai dos padrões dominantes. As festas oficiais da época – tanto as da Igreja como as do Estado Feudal – eram marcadas pela seriedade e não davam ao povo oportunidade de subverter a vida, uma vez que tinham como objetivo contribuir para sancionar e fortificar a ordem vigente. Já a festa popular, que tinha no carnaval sua forma mais intensa, permitia uma espécie de liberação temporária da ideologia dominante, de abolição provisória de todas as relações hierárquicas, privilégios regras e tabus.

Bakhtin (1987, p.10) comenta:

Explicaremos previamente a natureza complexa do riso carnavalesco. É, antes de tudo, um riso festivo. Não é, portanto, uma reação individual diante de um ou outro fato “cômico” isolado. O riso carnavalesco é em primeiro lugar patrimônio do povo (este caráter popular, como dissemos, é inerente à própria natureza do carnaval); todos riem, o riso é “geral”; em segundo lugar, é universal, atinge a todas as coisas e pessoas (inclusive as que participam no carnaval), o mundo inteiro parece cômico e é percebido e considerado no seu aspecto jocoso, no seu alegre relativismo; por último, esse riso é ambivalente: alegre e cheio de alvoroço, mas, ao mesmo tempo, burlador e sarcástico, nega e afirma, amortalham e ressuscitam simultaneamente...

⁵ SHIPLEY, Josephe T. *Dictionary of World Literature r.* New Jersey, Littlefield, Adans & Co., 1972

⁶ Refere-se a um tipo de apresentação teatral que consiste em uma paródia ou sátira.

⁷ Estado daquilo que é contíguo. Proximidade. Adjacência. Vizinhança.

⁸ Definido como obra literária ou artística em que se imita grosseiramente o estilo de outros escritores, pintores, músicos, etc. O pastiche pode ser plágio, por isso tem sentido pejorativo, ou é uma recorrência a um gênero.

O riso popular ambivalente expressa uma opinião sobre um mundo em plena evolução, no qual estão incluídos os que riem.

A Paródia é uma imitação, na maioria das vezes cômica, de uma composição literária, sendo portanto, uma imitação que geralmente possui efeito cômico, utilizando a ironia e o deboche. Ela geralmente é parecida com a obra de origem, e quase sempre tem *sentidos* diferentes. Na literatura a paródia é um processo de intertextualização⁹, com a finalidade de desconstruir ou reconstruir um texto.

A paródia surge a partir de uma nova interpretação, da recriação de uma obra já existente e, em geral, consagrada. Seu *objetivo* é adaptar a obra original a um novo contexto, passando diferentes versões para um lado mais despojado, e aproveitando o sucesso da obra original para passar um pouco de alegria. Aparece como importante elemento no modernismo brasileiro e na Poesia marginal da chamada *Geração mimeógrafo*¹⁰..

A paródia é uma *forma de contestar* outros textos, há uma ruptura com as ideologias impostas e por isso é objeto de interesse para os estudiosos da língua e das artes. Ocorre então um choque de interpretação. A voz do texto original é retomada para transformar seu sentido, leva o leitor a uma reflexão crítica de suas verdades incontestadas anteriormente. Com esse processo há uma indagação sobre os dogmas estabelecidos e uma busca pela verdade real, concebida através do raciocínio e da crítica.

Vejamos a seguir um exemplo citado por Sant’Anna em seu livro *Paródia, paráfrase & Cia* (2003, p.25):

Texto Original

*Minha terra tem palmeiras
Onde canta o sabiá,
As aves que aqui gorjeiam
Não gorjeiam como lá.*
(Gonçalves Dias, “Canção do exílio”).

Paródia

*Minha terra tem palmares
onde gorjeia o mar
os passarinhos daqui
não cantam como os de lá.*
(Oswald de Andrade, “Canto de regresso à pátria”).

⁹ Intertextualização é quando um autor usa textos de outros autores.

¹⁰ Movimento sociocultural brasileiro ocorrido após a Tropicália na década de 70, em função da censura imposta pela ditadura militar, que levou intelectuais, professores, poetas e artistas em geral em todo país a buscarem meios alternativos de difusão cultural onde o mimeógrafo era a tecnologia mais acessível da época.

O nome Palmares, escrito com letra minúscula, substitui a palavra palmeiras. Há um contexto histórico, social e racial neste texto. Palmares é o quilombo liderado por Zumbi, dizimado em 1695. Há uma inversão do sentido do texto primitivo que foi substituído pela crítica à escravidão existente no Brasil.

A paródia é a criação de um texto a partir de outro bastante conhecido, ou seja, com base em um texto consagrado alguém utiliza sua forma e rima para criar um novo texto cômico, irônico, humorístico, zombeteiro ou contestador, dando-lhe um novo sentido. Parte da intertextualidade, a *paródia é um intertexto*, isto é, é um texto resultante de um texto origem que pode ser escrito ou oral. Essa intertextualidade também pode ocorrer em pinturas, no jornalismo e nas publicidades.

O texto de Gonçalves Dias, *Canção do Exílio*, descrito acima, é muito utilizado como exemplos de paródias. Vejamos mais uma paródia com base no texto:

Uma canção

Minha terra não tem palmeiras...
 E em vez de um mero sabiá,
 Cantam aves invisíveis
 Nas palmeiras que não há.
 Minha terra tem relógios,
 Cada qual com a sua hora
 Nos mais diversos instantes...
 Mas onde o instante de agora?
 Mas onde a palavra “onde”?
 Terra ingrata, ingrato filho,
 Sob os céus da minha terra
 Eu canto a Canção do Exílio!

[Mário Quintana]

A paródia, *em música*, seguiu sendo um estilo que tomou conta do novo método do Século XVI, com uso do *cantus firmus*¹¹ que entrava em seu desuso sério da polifonia¹² dos Séculos XIV e XV. A partir de então, o *cantus firmus* foi utilizado em raras ocasiões, e começaram a se utilizar outras técnicas para compor, como a paródia. A paródia seguiu sendo

¹¹ Na Música, um **cantus firmus** ("canto fixo", do Latim) era o uso de uma melodia já existente como base temática para um novo arranjo polifônico.

¹² **Polifonia**, em música, é uma técnica compositiva que produz uma textura sonora específica, onde duas ou mais vozes se desenvolvem preservando um caráter melódico e rítmico individualizado, em contraste à monofonia, onde só uma voz existe.

prominente em certos estilos de música instrumental, primeiramente na música para teclados. Conforme a música evoluiu pelo início do Barroco, a paródia entrou na história da ópera, e conta com inúmeros exemplos. Ironicamente, iniciam-se com interlúdios¹³ cômicos nas óperas dramáticas, chamados de *intermezzos*. Exemplos destes *intermezzos*¹⁴ se encontram em óperas de Jean-Baptiste Lully (1632-1687), um compositor requisitado a escrever balés para a corte real. Mas os *intermezzos* cômicos eram pequenos trechos para serem interpretados entre atos da ópera séria- um intervalo sarcástico e humorístico durante um espetáculo dramático. Lully era amigo de Molière¹⁵ e juntos criaram um novo estilo, o *comédie-ballet*, no qual combinava teatro, comédia e balé. Lully foi um dos pioneiros da ópera francesa, e depois partiu solo com seu novo estilo, conhecido particularmente pelo nome de ópera buffa¹⁶.

De acordo com Bakhtin, citado por Carvalho (2008), cada um de nós encontra um mundo que já foi articulado, elucidado, avaliado de muitos modos diferentes, já falados por alguém. Nessa vertente, Bakhtin desenvolve uma reflexão original da questão da autoria, a qual gerou vários desdobramentos para a compreensão do papel do outro não só na interação verbal, mas também na comunicação estética. Como a aprendizagem apóia-se na herança do que já estão instituídos, ao compor paródias, os alunos tanto se apropriam de um mundo já elucidado por outro, como também o ressignificam, tornando-se co-autores de suas interpretações. Nesse momento, a necessidade é de análise reflexiva do conteúdo, para que ele seja utilizado adequadamente na produção da paródia, em consonância com a melodia (CARVALHO, 2008).

Ao tentarem compor as paródias com conhecimentos adquiridos sobre circunferência, os alunos defrontam-se com a necessidade de reler o conteúdo e retornar o que haviam aprendido e trabalhado em sala de aula, durante as aulas expositivas sobre o estudo da

¹³ Um **Interlúdio** na música, trata-se de uma pequena composição geralmente para órgão de caráter improvisativo que ocorre entre outras peças musicais como hino, salmo ou cantata. No caso da peça ser orquestral, o interlúdio surge para preencher o intervalo entre dois atos (ópera).

¹⁴ **Intermezzo** é uma peça musical tocada na metade de uma ópera, entre dois atos.

¹⁵ **Jean-Baptiste Poquelin**, mais conhecido como **Molière** foi um dramaturgo francês, além de ator e encenador, considerado um dos mestres da comédia satírica.

¹⁶ (italiano: *opera buffa*) é o termo usado para descrever a versão italiana da ópera-cômica. Outros de seus apelidos são *dramma bernesco*, *dramma comico*, *divertimento giocoso*, *commedia per musica*, *dramma giocoso*, *commedia lirica*.

circunferência. Nos momentos de estudo deles, precisaram se reunir, planejar, tomar decisões, como por exemplo, o que mais de importante se deve saber sobre circunferência, quais os conceitos fundamentais da mesma e o que deveria estar presente na composição da paródia

Brescia (2003) descreve uma educação musical que leva em conta a motivação do aprendiz, ligando-a a noção de retorno e à necessidade de se recorrer a uma grande quantidade de materiais, situações e recursos facilitadores da aprendizagem.

A música reúne três componentes básicos: melodia, ritmo e timbre. A melodia é o mais central, por exemplo, na paródia musical, mantém-se a melodia da música e troca-se a letra por um tema qualquer, no caso do uso da paródia musical como recurso didático para o ensino e aprendizagem o tema será o conteúdo trabalhado em sala de aula.

2.2 ESTUDOS CIENTÍFICOS CORRELATOS

Até o momento, há um número escasso de estudos de teor científico sobre utilizar paródias musicais como recurso no processo de ensino e aprendizagem.

Como exemplo dos poucos estudos, a pesquisa desenvolvida por Carvalho (2008), intitulada *O Processo de Construção de Paródias Musicais no Ensino de Biologia na EJA*, realizada pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, versa sobre uma estratégia não convencional - o processo de construção de paródias musicais, que retratam conceitos da disciplina Biologia, que, combinada com outras técnicas didáticas, pode potencializar a aprendizagem de alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA, em nível de Ensino Médio. Resumidamente, a autora percorre a história desse processo, de uma série de atividades por ela realizada no período de 2002 a 2004.

Para experimentar tal estratégia, Carvalho (2008) escolheu o conteúdo relativo à estrutura celular, constante do programa dessa disciplina no nível mencionado. A experiência foi realizada em uma turma de EJA da Fundação de Ensino de Contagem – FUNEC. A iniciativa para a realização deste trabalho partiu das constatações feitas em sala de aula da EJA sobre as dificuldades encontradas pelos alunos quando do uso de conceitos da Biologia tornava-se necessário, especialmente no que diz respeito à estrutura celular.

De acordo com Carvalho (2008), o objetivo principal foi, pois, abordar definições ligadas ao tema mencionado - *estrutura celular*, usando procedimentos que puderam despertar o interesse e mudar a atitude do aluno quanto à aprendizagem.

Os resultados da pesquisa de Carvalho indicam que a construção de paródias musicais favorece a participação dos alunos em atividades, sendo estas vistas como recurso alternativo para a aprendizagem de conceitos biológicos. Carvalho (2008) aponta ser seu trabalho de pesquisa replicado e/ou reinventado, e possível no gerar novas criações e pesquisas sobre o emprego de estratégias alternativas no ensino de Biologia.

Por outro lado, estudos científicos tratam o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica. Em dois desses estudos encontramos o tema circunferência, outros, tendo como aporte teórico a Didática da Matemática Francesa.

A pesquisa realizada por Rizzon (2008), intitulada *Análise da Linguagem Matemática Relacionada à Geometria Analítica no Ensino Médio*, realizada na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, investigou os conteúdos matemáticos relacionados à Geometria Analítica aprendidos pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola privada da cidade de Porto Alegre.

Essa pesquisa, desenvolvida no campo da Educação Matemática, visou apontar os principais problemas de aprendizagem referente ao tema Geometria Analítica, aliados a linguagem matemática no Ensino Médio. Rizzon (2008) utilizou-se da elaboração de uma Unidade de Aprendizagem como ferramenta metodológica de ensino. A autora justificou a metodologia de elaboração de uma Unidade de Aprendizagem por acreditar que seja um procedimento que estimula o espírito pesquisador do professor e do aluno. A Unidade envolve quatro etapas, relacionadas entre si: etapa exploratória, etapa de organização dos conteúdos, etapa de investigação e comunicação, e etapa da aplicação e de aprofundamentos.

Segundo Rizzon (2008), os alunos receberam livros didáticos e provas de concursos vestibulares, organizados em grupos, interpretaram e exploraram cada etapa da Unidade de Aprendizagem, lembrando conteúdos já estudados e relacionando-os às situações propostas, construindo novos conteúdos. Esse procedimento de ensino desenvolveu a participação, interesse, autonomia e contribuiu para a ressignificação dos conhecimentos científicos dos envolvidos no processo de aprendizagem.

A partir do desenvolvimento da Unidade de Aprendizagem, foram coletados dados por meio de relatórios elaborados pelos alunos em pequenos grupos, nos quais eles deveriam identificar conteúdos matemáticos presentes em problemas fornecidos pelo professor, selecionados das provas de vestibulares dos anos de 1998 até 2006 das universidades privadas, estaduais e federais do Estado do Rio Grande do Sul e categorizá-las em tópicos de

estudos de Geometria Analítica. O objetivo central do trabalho de Rizzon (2008) foi identificar e analisar conteúdos matemáticos lembrados e não lembrados pelos alunos na resolução de uma Unidade de Aprendizagem em Geometria Analítica, bem como compreender o modo como aplicam a linguagem matemática na resolução de questões. Como fundamentação teórica de seu trabalho, a autora apresentou aspectos da Teoria sobre o desenvolvimento do pensamento cognitivo de Vygotsky, buscando o aspecto social de interação – professor- aluno, apoiando-se, ainda no que chamou de modelos metodológicos ou modelos didáticos, segundo os critérios de Mizukami e Pórlan.

O conteúdo matemático, em Geometria Analítica, contemplado pela Unidade de Aprendizagem, baseou-se em posição entre duas retas; o estudo do ângulo formado entre duas retas; a distância entre ponto e reta; equação da circunferência; posição entre ponto e circunferência; posição entre reta e circunferência e posição entre duas circunferências no plano cartesiano.

Rizzon (2008) definiu trabalhar sua análise com o grupo de questões que envolvia o estudo da *equação da circunferência*, levando em consideração a relevância do tema em Geometria Analítica, que tem por objetivo conciliar os fatos geométricos com as relações algébricas.

Como resultado da pesquisa, a autora descreve a importância do crescimento da autonomia do aluno em relação à aprendizagem. Destaca que foi possível identificar, para algumas questões, a utilização de conteúdos e soluções que não haviam sido previstos pelo professor, mostrando que os alunos criaram soluções novas que possibilitaram resolver as questões propostas. Dentre os conteúdos mais e menos lembrados pelos alunos, foram identificados [...] *a equação da circunferência; o centro; os termos do desenvolvimento da equação normal da circunferência, com a variável x e o termo com a variável y* , entre outros. Os menos lembrados foram *o raio da circunferência, o termo independente da equação normal da circunferência*, entre outros. Foi possível também constatar que após a Unidade de Aprendizagem, os alunos passaram a utilizar a linguagem matemática com maior autonomia e com mais significado na resolução de outras questões de conteúdos matemáticos. Rizzon (2008) considera importante que o professor tome consciência do papel da linguagem dos alunos e que possa oportunizar caminhos mais produtivos e agradáveis para a reconstrução de saberes matemático.

A pesquisa realizada por Araújo (2010), intitulada *Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra*, realizada na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e desenvolvida no campo da Educação Matemática, teve como objetivo investigar o uso de um software de Geometria dinâmica, o Geogebra, na aprendizagem do tema *lugares geométricos*, em torno dos conceitos de *circunferência* e *mediatriz* com alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Assim, o objetivo principal de sua investigação foi delineado em torno de identificar dificuldades e possibilidades de avanço no conhecimento matemático por parte de estudantes do Ensino Fundamental que estudam o tema *lugares geométricos*, especificamente no que se refere à *mediatriz* e à *circunferência*, e que têm a mediação de uma interface computacional, o software Geogebra.

Para atingir seu objetivo, Araújo (2010), apresenta em seu trabalho um conjunto de situações-problemas, na forma de atividades didáticas, as quais potencialmente auxiliaram na construção do conceito de *circunferência* e de *mediatriz*, bem como aplicação dos mesmos em construções geométricas. Para isso, sua análise está fundamentada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Tendo a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, procurou através de uma sequência didática que adotava os pressupostos de Oliveira, ao elaborar uma estratégia com uso de tecnologias dinâmicas, o Geogebra.

Resultado da pesquisa de Araújo (2010) indica que por vezes, as situações didáticas de validação representaram momentos de orientação, nos quais o pesquisador atuou na tentativa de resgatar elementos essenciais ao processo, ou de recolocar os estudantes em contato com o conteúdo matemático, em relação ao qual apresentavam dificuldades. O autor aponta que o uso do programa de geometria dinâmica permitiu aos estudantes, no âmbito e por causa da estratégia adotada, desenvolver autonomia para experimentar e validar as suas conjecturas. O uso do Geogebra também possibilitou aos estudantes compreender os conceitos de *circunferência* e *mediatriz* como *lugares geométricos*, quando foram propostas atividades de simulação sem uso do compasso.

A pesquisa realizada por Passos (2004), sob o tema *Geometria Analítica – Pontos e Retas: uma Engenharia Didática com software de Geometria Dinâmica*, realizada na Universidade Estadual de Londrina-PR, desenvolvida no campo da Educação Matemática, versa sobre as potencialidades dos aplicativos de Geometria Dinâmica. No decorrer da pesquisa a autora procurou verificar quais as contribuições desses programas na construção de conceitos elementares da Geometria Analítica, além de investigar as diferenças de interface dos aplicativos *Cabri-Géomètre II* e *The Geometer's sketchpad 3*.

Para a realização da pesquisa, foram coletados dados preliminares por meio de estudo do desenvolvimento histórico da Geometria Analítica, questionário respondido por oito professores da rede estadual de ensino de Londrina, testes envolvendo questões básicas relacionadas ao tema aplicadas para alunos da 3ª série do Ensino Médio da rede estadual, análise dos PCN's e análise dos capítulos relacionados à Geometria Analítica de seis livros didáticos. Esta análise preliminar indicou que para os professores que responderam o questionário, a Informática era um importante recurso didático, os alunos que fizeram o teste apresentaram dificuldades na leitura e compreensão de gráficos e tabelas, que os livros analisados necessitavam ser adequados às sugestões dos PCN's, além da inclusão de atividades que indicavam o uso de calculadoras e computadores.

Partindo destes dados, Passos (2004), tomando a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, elaborou uma sequência didática utilizando os aplicativos *Cabri* e *Sketchpad*. A mesma foi desenvolvida em 10 encontros no horário regular das aulas de Matemática para nove alunos de uma turma da 3ª série do Ensino Médio da rede estadual. O estudo foi fundamentado na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

Resultado da pesquisa de Passos (2004) indica que os aplicativos de Geometria Dinâmica propiciam momentos para pensar matematicamente. Foi possível notar, no transcorrer da sequência, a participação de alguns alunos nas atividades, levantaram hipóteses, deram sugestões, argumentaram, expuseram, defenderam suas idéias e construíram conceitos. Verificou-se também que a diferença de interface entre os aplicativos *Cabri* e *Sketchpad* não foi um fator relevante, basta que o professor adapte a sequência didática às características de cada programa e que explore suas funcionalidades. A autora ressalta ainda que a Teoria das Situações Didáticas aliada à Engenharia Didática é adequada ao estudo das particularidades das circunstâncias de ensino e aprendizagem específicas da sala de aula.

Após o levantamento bibliográfico e a leitura das pesquisas envolvidas sobre temas relacionados ao nosso trabalho, entre eles, PCNEM, paródias musicais, Geometria Analítica e/ou circunferência e recurso didático tivemos a oportunidade de clarificar nosso entendimento a respeito desses conceitos. Esse levantamento nos possibilitou um contato maior com os problemas apresentados, principalmente em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica no ambiente educacional.

2.2.1 Pertinências Em Nossa Pesquisa

As articulações entre as pesquisas ora discutidas muito contribuíram com o nosso trabalho. Percebemos que todas foram desenvolvidas com alunos da 3ª série do Ensino Médio, de escolas públicas e privadas, exceto a pesquisa de Araújo (2010), realizada com alunos do 9º ano e 2º ano Médio. Todas tiveram a preocupação de discutir os PCNEM em relação ao tema pesquisado, assim como todas apresentam uma proposta didática como recurso metodológico para o processo de ensino e aprendizagem.

Quanto ao trabalho de Carvalho (2008), o único não desenvolvido no campo da Educação Matemática, buscou analisar o uso de paródias musicais como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da Biologia, em especial ligada ao tema *estrutura celular*. Os resultados de sua pesquisa mostraram que a construção de paródias musicais favorece a participação dos alunos em atividades, sendo estas vistas como recurso alternativo para a aprendizagem de conceitos biológicos. Apesar do trabalho de Carvalho não ser na área da Educação Matemática contribuiu fortemente em nosso trabalho, uma vez que também fazemos uso de paródias musicais como recurso didático para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos da Geometria Analítica, enfoque em circunferência.

Ao que concerne o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica no âmbito escolar encontramos nos trabalhos de Rizzon (2008) e Passos (2004) alguns indicadores sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos quando desenvolvem atividades relacionadas à proposta didática utilizada pelo professor, sendo esta diferente do ensino tradicional com o qual os alunos estão acostumados. Pelo que concluem as pesquisas, os alunos quando colocados em situações que exigem a elaboração, explanação e validade de conjecturas pela sua participação apresentam uma resistência inicial compreensível pela quebra do contrato didático ao qual estavam acostumados. Posteriormente, pelas intervenções do professor como mediador, passam a entender a situação de maneira mais complexa, compreendendo que podem ser ouvidos pela exposição de suas idéias e que são capazes de produzir validações a partir de suas argumentações.

No tocante ao aporte teórico, as pesquisas de Araújo (2010) e Passos (2004) usaram a Didática da Matemática Francesa em suas pesquisas. Araújo apoiou-se na Engenharia Didática como metodologia de pesquisa ao elaborar uma sequência didática para trabalhar os conceitos de circunferência e mediatriz, como lugares geométricos, mediado pelo software de Geometria dinâmica, Geogebra, temas da Geometria, no Ensino Fundamental e Médio.

A pesquisa de Araújo (2010) embora pertença a Geometria Plana, os temas abordados por ele em seu trabalho, ou seja, circunferência e mediatriz, também são abordadas pela Geometria Analítica. Por ter desenvolvido sua pesquisa, abordando temas pertinentes a nossa pesquisa e por tê-la fundamentada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, Araújo trouxe contribuição para ampliação de nosso conhecimento.

Já Passos (2004) em sua pesquisa procurou verificar quais as contribuições dos aplicativos de Geometria Dinâmica na construção de conceitos elementares da Geometria Analítica, também elaborou uma proposta didática baseada na Engenharia Didática e fundamentou seu trabalho na Teoria das Situações Didáticas. A pertinência da pesquisa de Passos em nossa pesquisa são sugestões deixadas por seu trabalho, buscando estabelecer relações entre o que há nos livros didáticos sobre conceitos da Geometria Analítica e os resultados apontados por sua pesquisa, além da escolha da Teoria das Situações Didáticas como aporte teórico.

Por fim, o trabalho desenvolvido por Rizzon (2008), apesar de não fazer uso da Didática da Matemática Francesa, aborda o tema Geometria Analítica, em especial, faz sua análise tomando por base a *equação da circunferência*, tema do nosso interesse. A autora também faz sugestão de uma proposta didática por meio de uma Unidade de Aprendizagem. Ao lermos o desenvolvimento do trabalho de Rizzon (2008) observamos que sua proposta didática se adequa às Teorias do Contrato Didático e das Situações Didáticas de Brousseau, como citamos anteriormente, apesar da autora não tê-las usadas.

A leitura dessas pesquisas colocou-nos a par de alguns problemas existentes e por elas constatados. Todas foram de fundamental importância para direcionar o desenvolvimento de nossa pesquisa.

CAPÍTULO 3

APORTE TEÓRICO

O presente capítulo é dedicado à apresentação do aporte teórico adotado, entre eles, as abordagens do processo de ensino e aprendizagem, apresentação da Didática da Matemática Francesa. Por último, Teoria das Situações Didáticas e a noção de Contrato Didático desenvolvido por Guy Brousseau (1986).

3.1 ABORDAGENS DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Como professores, estamos sempre nos deparando com situações referentes ao processo de ensino e aprendizagem, nos mais variados momentos, seja participando de programas de educação continuada ou ainda, atuando diretamente no ensino contribuindo para formação de futuros cidadãos.

Todas as ações de um professor são orientadas pela forma como vê o mundo, pelos objetivos que pretende atingir, pela sua concepção de educação etc. Entretanto, o professor nem sempre é capaz de explicitar claramente as teorias de aprendizagem que o influenciaram, muito embora um espectador experimentado possa identificá-las a partir da observação.

Autores como Mizukami (1986), e outros, discutem as diferentes linhas pedagógicas ou Tendências sobre o processo de ensino e aprendizagem, as quais fornecem diretriz a ação docente. De acordo com a autora, algumas abordagens apresentam claro referencial filosófico e psicológico, ao passo que outras são intuitivas ou fundamentadas na prática, ou na imitação de modelos.

Considerando-se que provavelmente tenham sido cinco as abordagens que mais influenciaram os professores brasileiros, a saber: abordagem tradicional, abordagem comportamentalista, abordagem humanista, cognitivista e a sócio-cultural, discorreremos sobre cada uma delas (MIZUKAMI, 1986).

3.1.1 Abordagem Tradicional

Segundo Mizukami (1986), entende-se por abordagem tradicional a prática educativa caracterizada pela transmissão dos conhecimentos acumulados pela humanidade ao longo dos

tempos. Essa tarefa cabe essencialmente ao professor em situações de sala de aula, agindo independentemente dos interesses dos alunos em relação aos conteúdos das disciplinas.

Para Snyders (*apud* MIZUKAMI, 1986) o ensino tradicional é o ensino verdadeiro, onde a atividade de ensinar está centrada no professor que a expõe e interpreta, conduzindo o aluno ao contato com as grandes realizações da humanidade e da cultura em geral.

O objetivo implícito ou explícito deste tipo de ensino é o de formar um aluno ideal, intenção é a de simplificar o ensino, não levando em consideração os interesses do aluno, da sociedade e da vida como um todo.

Segundo Mizukami (1986), a escola é um local onde se raciocina em que o ambiente deve ser austero para que o aluno não se distraia. Considera o ato de aprender como uma cerimônia e acha necessário que o professor se mantenha distante do aluno, ocorre uma relação vertical, onde o professor é considerado o detentor do saber e o aluno mero e passivo receptor.

A metodologia baseia-se com frequência em aulas expositivas e em demonstrações do professor, tendo como medida de avaliação da aprendizagem, a reprodução do conteúdo pelo aluno. A ênfase não é dada ao educando, e sim ao professor com o intuito de garantir a aquisição do conteúdo cultural pelo aluno.

3.1.2 Abordagem Comportamentalista

Essa abordagem também se caracteriza pela ênfase no objeto, no conhecimento, utilizando-se, porém, de uma “engenharia” comportamental e social sofisticada para moldar os comportamentos sociais. O homem é considerado produto do meio; conseqüentemente pode-se controlá-lo e manipulá-lo por meio da transmissão dos conhecimentos decididos pela sociedade ou por seus dirigentes.

Esta teoria baseia-se fundamentalmente, no empirismo, primando pela observação do mundo real. A aprendizagem na abordagem comportamentalista encontra-se na organização dos elementos para as experiências curriculares. Assim, a aprendizagem será garantida pela sua programação, incluindo a aplicação da tecnologia educacional, estratégias de ensino e formas de reforço no relacionamento professor-aluno (MIZUKAMI, 1986).

A relação professor-aluno segundo Mizukami (1986) na abordagem comportamentalista cabe o controle do processo de aprendizagem, um controle científico da educação.

O indivíduo, segundo esta abordagem, determina sua visão com base nas conseqüências que se seguiram a um comportamento semelhante no passado, assim dirigindo-se os reforços no sentido do comportamento desejado obtém-se a aprendizagem intencionada.

3.1.3 Abordagem Humanista

Nesta tendência o enfoque central é o aluno. Segundo Mizukami (1986), a ênfase se dá nas relações interpessoais e no crescimento que delas resulta centrado no desenvolvimento da personalidade do indivíduo.

O professor em si não transmite conteúdo, dá assistência, sendo um facilitador da aprendizagem, podendo ser treinado para tornar atitudes favoráveis condizentes com essa função. O conteúdo advém das próprias experiências dos alunos, assim o professor não ensina: apenas cria condições para que os alunos aprendam.

Para Mizukami (1986), o referencial teórico dessa corrente tem origem nos trabalhos de Rogers (1972), que não foi especificamente elaborado para a educação, e sim para tratamento terapêutico.

Aprendizagem na abordagem humanista tem a qualidade de um envolvimento pessoal, a pessoa, como um todo, tanto sob o aspecto sensível quanto sob o aspecto cognitivo, inclui-se de fato na aprendizagem (ROGERS, *apud* MIZUKAMI, 1986).

Segundo Mizukami (1986), o ensino na abordagem humanista consiste num produto de personalidades únicas, respondendo a circunstâncias também únicas, num tipo especial de relacionamento. A metodologia, as estratégias instrucionais assumem importância secundária. Não se enfatiza técnica ou método para se facilitar a aprendizagem, relação professor-aluno na abordagem humanista, o professor deve aceitar o aluno tal como é e compreender os sentimentos que ele possui. O aluno deve responsabilizar-se pelos objetivos referentes à aprendizagem.

Para Rogers *apud* Mizukami (1986), o processo de ensino irá depender do caráter individual do professor, como ele se inter-relaciona com o caráter individual do aluno. Não é possível especificar as competências de um professor, pois elas dizem respeito a uma forma de relacionamento de professor e aluno, que sempre é pessoal e única.

Por outro lado, verifica-se na obra de Rogers (1972) e na abordagem humanista a carência de uma Teoria de instrução que forneça bases e diretrizes sólidas para a prática educativa.

3.1.4 Abordagem Cognitivista

A abordagem cognitivista está ligada a processos organizacionais do conhecimento, suas formas, processamento, elaboração e tomada de decisão. Segundo Mizukami (1986), esta Teoria estuda cientificamente a aprendizagem como sendo um produto do meio ambiente, das pessoas ou de fatores externos ao aluno. Tem certa preocupação com as relações sociais, contudo dá maior ênfase à capacidade do aluno absorver as informações e processá-las. Piaget é considerado um dos propulsores desta tendência.

A aprendizagem na abordagem cognitivista se dá no exercício operacional da inteligência (MIZUKAMI, 1986) e a avaliação nesta abordagem é realizada a partir de parâmetros extraídos da própria Teoria e implicará verificar se o aluno já adquiriu noções, conservações, realizaram operações, relações entre outros. (MIZUKAMI, 1986).

Para Mizukami (1986), a metodologia na abordagem cognitivista caberá ao educador planejar situações de ensino onde os conteúdos e os métodos pedagógicos sejam coerentes com o desenvolvimento da inteligência e não com a idade cronológica dos indivíduos.

Na abordagem cognitivista, o professor deve assumir o papel de coordenador, levando o aluno a trabalhar o mais independentemente possível. Cabe ao aluno um papel essencialmente ativo (MIZUKAMI, 1986).

Dentro desta tendência o objetivo da educação é sim que o aluno aprenda por si mesmo a verificar a veracidade destas informações e que ao mesmo tempo repense e as recrie de forma real, tendo como meta final a autonomia intelectual do aluno assegurada pelo desenvolvimento de sua personalidade de instrumento lógico-racional. A escola deverá oferecer ao aluno a possibilidade de aprender por si próprio.

3.1.5 Abordagem Sociocultural

Essa abordagem tem origem no trabalho de Paulo Freire e no movimento de cultura popular, podemos caracterizá-la como abordagem interacionista entre o sujeito e o objeto do conhecimento, embora com enfoque no sujeito como elaborador e criador do conhecimento.

A abordagem sócio-cultural ou libertária elimina pela raiz as relações autoritárias, onde não há escolas nem professor, mas círculos de cultura e um coordenador cuja tarefa essencial é o diálogo. O educador, cujo campo fundamental de reflexão é a consciência do mundo, cria, não obstante, uma pedagogia voltada para a prática histórica real.

Relação professor aluno na abordagem sócio-cultural é horizontal e não imposta. Para que o processo educacional seja real é necessário que o educador se torne educando, por sua vez, educador (MIZUKAMI, 1986).

Ensino e aprendizagem na abordagem sócio-cultural procura a superação da relação opressor-oprimido. Essa superação exige condições tais como: reconhecer-se, criticamente, e solidarizar-se com o oprimido engajando-se na práxis libertadora, onde o diálogo exerce papel fundamental na percepção da realidade opressora (MIZUKAMI, 1986).

O professor procurará desmitificar e questionar com o aluno, a cultura dominante, valorizando a linguagem e cultura deste, criando condições para que cada um deles analise seu contexto criando cultura. Somente através do diálogo será possível democratizar a cultura.

Analisando essas abordagens, podemos perceber que o nosso trabalho se adequa a abordagem tradicional e humanista. No primeiro momento do trabalho, o conteúdo circunferência foi abordado por meio de aulas expositivas com ênfase no professor com o intuito de garantir a aquisição do conteúdo cultural pelo aluno.

Enquanto que no segundo momento, isto é, finalização do conteúdo por meio da composição da paródia musical, o enfoque central foram os alunos, o conteúdo veio das próprias experiências dos alunos, e o professor foi um facilitador da aprendizagem.

3.2 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA FRANCESA

A Didática da Matemática, da qual falaremos neste capítulo, é uma das tendências teóricas da Educação Matemática. No Brasil, esta tendência teve forte influência dos autores franceses, de alguns dos quais, apresentaremos as Teorias que têm sido utilizadas como suporte em diversos trabalhos de pesquisadores matemáticos brasileiros.

A Educação Matemática é uma grande área de pesquisa educacional, seu objeto de estudo é a compreensão, a interpretação e a descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, nos diversos níveis de escolaridade, tanto na sua dimensão teórica quanto prática. Pode, ainda, conduzida pelos desafios do cotidiano escolar, ser entendida no plano da prática pedagógica.

Esta área de pesquisa educacional teve impulso, tanto no Brasil, como em outros países, principalmente nas últimas décadas. Sendo que este impulso abrangeu uma diversidade de temas, aspectos e questões inerentes ao processo de ensino-aprendizagem do

conhecimento matemático, e deu origem a diversas tendências teóricas, entre elas a Didática da Matemática. Segundo Pais (2002, p.11):

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica.

Todos os conceitos didáticos visam ao favorecimento da compreensão das conexões entre a teoria e a prática, propiciando a compreensão das condições de produção, de registro e de comunicação do conteúdo escolar da Matemática e de suas conseqüências didáticas. Deste modo, entende-se a dimensão teórica como o ideário resultante da pesquisa e a prática como a condução do fazer pedagógico. Para Almouloud (2007, p.17):

A Didática da Matemática estuda os fenômenos de ensino e aprendizagem, ou seja, é o estudo de situações cujo objetivo propicia condições favoráveis à aquisição de conhecimentos matemáticos pelos alunos, estudantes ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações como daquelas da aprendizagem que elas possibilitam.

Segundo Almouloud (2007), nessa definição há distinção entre *ensino* e *aprendizagem*. Essa distinção permite refletir sobre a diferença entre os objetos de um ensino, as intenções do professor e a realidade dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

A Didática da Matemática, que se desenvolveu na França a partir dos anos 70 no contexto marcado pela reforma da Matemática Moderna, pela criação dos IREMs (Instituto de Pesquisa sobre Ensino da Matemática) e pelo sucesso das Teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição de conceitos fundamentais, insistiram em primeiro lugar sobre os problemas de ensino dos conceitos matemáticos em razão das exigências próprias ao saber matemático. É nessa visão que o processo de ensino-aprendizagem foi representado pelo triângulo pedagógico abaixo:

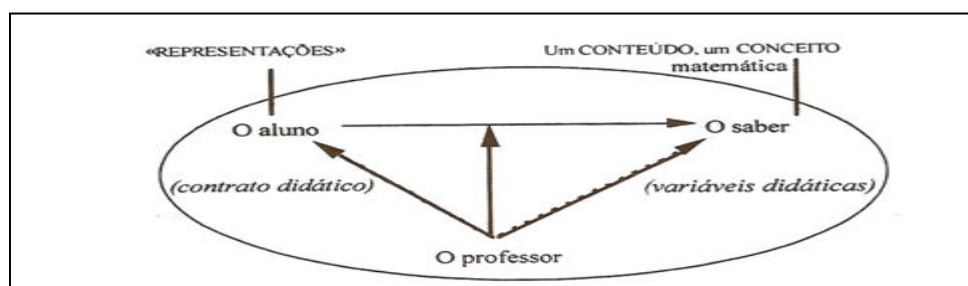


Figura 6: Triângulo Pedagógico

Fonte: Almouloud (2007)

O estudo das representações dos alunos foi feito inicialmente na perspectiva Piagetiana. Para a análise dos conteúdos matemáticos a ensinar, recorreu-se à análise epistemológica e histórica. O papel do professor foi analisado, em primeiro lugar, em relação ao conteúdo que ele deveria ensinar e em relação à metodologia que deveria utilizar para que esse conteúdo seja disponível para o aluno.

Segundo Almouloud (2007), as relações professor- saber- aluno não são relações tão diretas e tão transparentes como sugere o triângulo pedagógico. Por isso não se deve unicamente limitar-se ao nível da classe para estudar o ensino; é preciso levar em consideração a organização do sistema educativo (programas, currículo, material pedagógico, livros didáticos, horários, entre outros).

Tendo por base estas definições abordadas e o contexto de surgimento da Didática da Matemática no Brasil, abordaremos, a seguir, algumas Teorias de autores franceses, pois foi na França que teve surgimento este referencial teórico, para após se espalhar por diversos países. São estas Teorias e seus autores:

- ✓ A Teoria da Transposição Didática de Chevallard;
- ✓ A Teoria dos Obstáculos epistemológicos de Bachellard;
- ✓ A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud;
- ✓ A Teoria das Situações Didáticas e a Teoria do Contrato Didático de Brousseau;
- ✓ A Teoria da Engenharia Didática de Artigue; e,
- ✓ A Teoria da Dialética-Ferramenta-Objeto de Regine Douady.

Em síntese, podemos dizer que a Teoria da *Transposição Didática* estuda as transformações porque passam os conteúdos da educação matemática desde sua constituição como saber científico até sua transformação em saber escolar, com um reflexo nos conteúdos que constituem os programas escolares.

Já com a Teoria dos *Obstáculos Epistemológicos* as rupturas podem ocorrer no processo de aprendizagem quando conhecimentos antigos resistem à instalação de novos conhecimentos.

A Teoria dos *Campos Conceituais* é uma proposta didática para a construção do saber escolar, de forma a repensar as condições da aprendizagem conceitual com o objetivo de

torná-lo mais acessível ao aluno. Esta Teoria estuda as adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações que este vivencia dentro e fora da escola.

A Teoria das *Situações Didáticas* reflete sobre a forma com que podemos conceber e apresentar o conteúdo matemático ao aluno, visando uma educação mais significativa para este. Uma situação didática é formada pelas relações pedagógicas estabelecidas em sala de aula entre o professor, o aluno e o conhecimento matemático. Com as situações didáticas, por outro lado, podemos compreender a interação entre o ambiente escolar e o espaço maior da vida, quando um aluno resolve de forma independente uma situação que foge ao controle do professor.

No *Contrato Didático*, estudam-se regras e condições de funcionamento da educação escolar no plano da sala de aula, analisando as obrigações, e suas respectivas quebras, entre professor e aluno.

Diferentemente das Teorias anteriores, a *Engenharia Didática* é uma metodologia de pesquisa que tem como finalidade analisar as situações didáticas. Esta Teoria se caracteriza como uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em educação matemática que contempla tanto a dimensão teórica, quanto à experimental.

Já a *Dialética- ferramenta- objeto*, engloba os elementos da didática da matemática usados como instrumentos para a concepção, realização e análise das engenharias didáticas.

A seguir, discorreremos sobre a noção do Contrato Didático e a Teoria das Situações Didáticas com as quais fundamentamos nossa pesquisa.

3.3 CONTRATO DIDÁTICO

Guy Brousseau introduziu a noção de Contrato Didático para analisar as relações que se estabelecem (explícita e implicitamente) entre o professor e seus alunos, e sua influência sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

O *contrato didático* surge quando acontece a relação professor–aluno-saber. Ele está interligado diretamente com o conteúdo específico a ser estudado, o objeto de ensino e aprendizagem numa aula. Por essa razão ele é abordado nesta pesquisa, pois a preocupação deste trabalho é com o conhecimento matemático, especificamente o conteúdo de *circunferência*. Segundo Brousseau (1986, p.51):

Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor [...] Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma

pequena parte explicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo, que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.

A noção de contrato didático permite distinguir a situação didática da situação-problema: na primeira, manifesta-se o desejo de ensinar que envolve, pelo menos, uma situação-problema e um contrato didático. A significação do problema e do conceito para o aluno depende do contrato didático estabelecido, o que permitirá a negociação do sentido das atividades em jogo.

A definição de contrato didático acima diz respeito a certa situação dada. Porém, ele pode, também, se estabelecer em relação a um conjunto de situações em certo nível de ensino; ele é, ainda, um meio para gerenciar o tempo didático em sala de aula. É também por meio do contrato didático que se busca:

O que impede ou favorece o acesso dos alunos ao conhecimento, o que bloqueia a entrada de certas crianças no processo da aprendizagem. Pois os contratos, sua realização e seus sucessos revelam a idéia que os professores e os alunos têm da matemática e de seu funcionamento, das condições de sua criação e, portanto, de seu interesse. São as circunstâncias nas quais a matemática está empregada que lhe dá sua significação. (BROUSSEAU, *apud* ALMOULOU, 2007, p. 90).

Almouloud (2007) destaca, nas afirmações de Brousseau, quatro observações importantes, sendo elas:

- a) As relações entre o professor e o aluno dependem de um projeto social que se impõe a todos e são regidas por várias regras e convenções que, em sua maioria, não coloca em jogo, de forma sistemática, o saber, que é o terceiro parceiro da relação didática. Este aspecto é o que distingue contrato didático de contrato pedagógico, já que este último privilegia relações sociais, atitudes, regras e convenções, mas não coloca em jogo o saber. Além disso, como o contrato didático é específico dos conhecimentos em jogo, ele pode ser mudado, tendo em vista que os conhecimentos e os saberes evoluem e se transformam, enquanto o contrato pedagógico permanece estável;
- b) O funcionamento do contrato didático depende de diferentes contextos de ensino e de aprendizagem. As escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho proposto para os alunos, os objetivos de formação, a epistemologia do professor, as condições da avaliação, etc. Fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático;
- c) O contrato didático visa, fundamentalmente, a aquisição de saberes pelos alunos; e,

d) Um contrato didático mal administrado, por parte do professor ou do aluno, pode ser a fonte de dificuldades para a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos. Geralmente, o contrato didático vem à tona e é motivo de renegociação, quando não é respeitado por qualquer um dos parceiros da relação didática: professor ou aluno.

Segundo Chevallard *apud* Silva (2010, p. 71/72):

[...] o contrato didático reúne (criando-se como tal) três termos (três instâncias) e não duas, como se acredita algumas vezes. O aluno (o sujeito a quem se ensina), o professor (o sujeito que ensina) e o saber, considerado como o “saber ensinado”. O contrato rege, portanto, a interação didática entre professor e alunos a propósito do saber – isto é o que chamo de relação didática (que não é a tão famosa “relação professor-aluno”) (...) as cláusulas do contrato organizam as relações que os alunos e professores mantêm com o saber. O contrato rege até os detalhes do processo. Cada noção ensinada, cada tarefa proposta está submetida à sua legislação.

De acordo com Silva (2010), a prática pedagógica mais comum em Matemática parece ser ainda aquela em que o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas e passando exercícios aos alunos; em suas aulas, ele deve selecionar partes do conteúdo que o aluno possa aprender e propor problemas cujos enunciados contêm os dados necessários e tão somente esses, cuja combinação racional, aliada aos elementos das aulas, permite encontrar a solução do problema. O aluno, por sua vez, cumpre seu contrato se ele bem ou mal compreende a aula dada e consegue resolver corretamente ou não os exercícios. Se isso não acontecer, o professor deverá ajudá-lo, dirigindo o seu trabalho através de indicações que esclareçam suas dúvidas ou através de pequenas questões elementares que conduzam ao resultado.

Ainda segundo Silva (2010), não podemos esquecer que há casos extremos, em que o professor se refugia na segurança dos algoritmos prontos, fraciona a atividade matemática em etapas pelas quais passa mecanicamente, esvaziando o seu significado. Sua atuação resume-se em apresentar uma definição, dar alguns exemplos e solicitar exercícios *idênticos* aos dos exemplos dados. Aos alunos cabe memorizar as regras para repeti-las nas provas repletas de questões rotineiras que permitem a reprodução dos modelos fornecidos pelo professor. Nessa situação de ensino, a construção do saber fica quase que exclusivamente sob a responsabilidade do aluno. É o que se dá, por exemplo, quando o *estudo* de circunferência se reduz ao treino de uma extensa Lista de Exercícios resolvendo equações, sem que se trabalhe efetivamente o significado geométrico do objeto de estudo, nem mesmo questionando se o problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente. Pelo

tipo de trabalho realizado, o aluno, além de não construir o conhecimento de circunferência, ainda pode imaginar que à circunferência tem apenas soluções algébricas.

Brousseau (1986) salienta que quanto mais o professor revela o que deseja e mais precisamente diz ao aluno aquilo que ele deve fazer, mais priva o aluno das condições necessárias à compreensão e à aprendizagem do conceito visado. Por outro lado, se o aluno aceitar que o professor lhe ensine os resultados que ele deve produzir como respostas, sem ter ele mesmo feito as escolhas que caracterizam o *saber*, não irão aprender matemática dessa forma, não se apropriando, assim, dos conhecimentos.

O contrato didático manifesta-se principalmente quando é transgredido por um dos parceiros da relação didática. Em muitos casos, é preciso que haja a ruptura e a renegociação do mesmo para o avanço do aprendizado. Um exemplo de ruptura do contrato didático, nessa situação, trazido por Silva (2010), é o caso em que o professor pretende introduzir um conceito novo através, não de uma aula expositiva (definição, propriedades, exemplos, lista de exercícios), mas por meio de atividades em que os alunos, partindo de uma situação-problema, resolvem questões trabalhando individualmente ou em dupla e, no final, o professor faz com toda classe o fechamento visando à institucionalização do conceito que se pretende construir.

Os alunos recebem a ficha de atividade e aguardam que o professor inicie o trabalho. Quando este lhes diz que são eles que devem trabalhar, a primeira reação vem imediatamente, através de questões do tipo: “não sei fazer”, “como começa?”, “a Teoria não foi dada”, “você não vai explicar o enunciado?”, “não entendi o que é para fazer” e assim por diante.

Nessa prática pedagógica, o contrato do aluno tem semelhança com o contrato de um pesquisador e sua ruptura não é mais necessária para avançar o aprendizado. O contrato já prevê a progressão do saber, propondo o exame de concepções provisórias e relativamente boas, rejeitando ou retomando umas e aprofundando outras, para formar novas concepções. O erro não é mais uma falha que se deve evitar a qualquer preço. Ele pode contribuir para construção do conhecimento. Entretanto, convém notar que existem muitos tipos de erros e que nem todos são necessariamente, construtivos do conhecimento.

Para Silva (2010, p. 63), grande parte das dificuldades dos alunos é causada pelos efeitos do contrato mal-colocado ou mal-entendido, que pode estabelecer um acordo entre professor e aluno: “o professor limita sua exigência à imagem que fez da capacidade do aluno e este, por sua vez, limita seu trabalho à imagem de si próprio que o professor lhe refletiu”.

O contrato didático existe em função do aprendizado dos alunos. Muitos alunos têm dificuldade em adaptar-se a essa ruptura de contrato. Em cada etapa da construção do conhecimento deve haver uma renegociação. Se o contrato didático for mal interpretado pelo professor ou pelo aluno, poderá levar ao fracasso escolar, ao invés de uma aprendizagem que tenha sentido e significado.

Silva (2010) ressalta, ainda, algumas regras vigentes que foram destacadas por Chevallard em seu trabalho. Essas são muitas vezes internalizadas pelos alunos e implicam na construção da aprendizagem dos mesmos. Destacam-se neste trabalho algumas delas:

- ✓ Sempre há uma resposta, conhecida pelo professor e que deve ser apresentada na correção do problema;
- ✓ Para resolver um problema de matemática é preciso encontrar os dados no seu enunciado; e,
- ✓ Em matemática, resolve-se um problema efetuando-se operações, bastando encontrar a operação apropriada. No enunciado há palavras-chaves que auxiliam a escolha dessa operação.

Esperamos nesta pesquisa, uma ruptura do contrato didático no sentido descrito (regras vigentes destacadas por Chevallard) para, com isso, verificarmos se os alunos compreenderam os conceitos referentes ao conteúdo circunferência. A atividade foi proposta de forma que os conceitos fossem compreendidos pelos alunos, não só por meio de uma aula expositiva utilizando o livro didático, na qual os alunos tendem a resolver as atividades seguindo alguns passos ou fórmulas apresentadas pelo professor ou pelo livro. Como finalização do conteúdo, e para aprofundar os conhecimentos sobre circunferência, foi proposto aos alunos, que reunidos em grupos compusessem uma paródia musical, para falarem e discutirem o conteúdo circunferência.

Outros dois aspectos, que possivelmente estarão implícitos na ruptura do contrato didático desta pesquisa, será o fato dos alunos conhecerem a postura do pesquisador, enquanto professor, e também o fato de eles nunca terem tido aulas de Matemática utilizando a paródia musical como recurso didático, pois nesse caso a mudança do contrato é grande diante da mudança na abordagem de ensino adotada.

3.4 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida na França por Guy Brousseau, na década de 80, no intuito de modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos em sala de aula interligando *professor*, *aluno* e o *conhecimento matemático*. O objeto de estudo dessa Teoria é constituído por esses três elementos, os quais compõem o *sistema didático*. Essa modelização tem duas grandes finalidades: uma relacionada ao conhecimento e a outra à atividade de ensino. Nessa modelização, o conhecimento deve aparecer como a solução de um problema, ou como o meio de estabelecer boas estratégias.

O objeto central de estudo nessa Teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber. Brousseau (1986) procura teorizar os fenômenos ligados a estas interações, visando à especificidade do conhecimento ensinado. Para isso, considera como fundamental a estrutura formada pelo sistema minimal: sistema didático *stricto sensu* (Figura 7), considerado aqui as interações entre professor e alunos mediadas pelo saber nas situações do ensino:

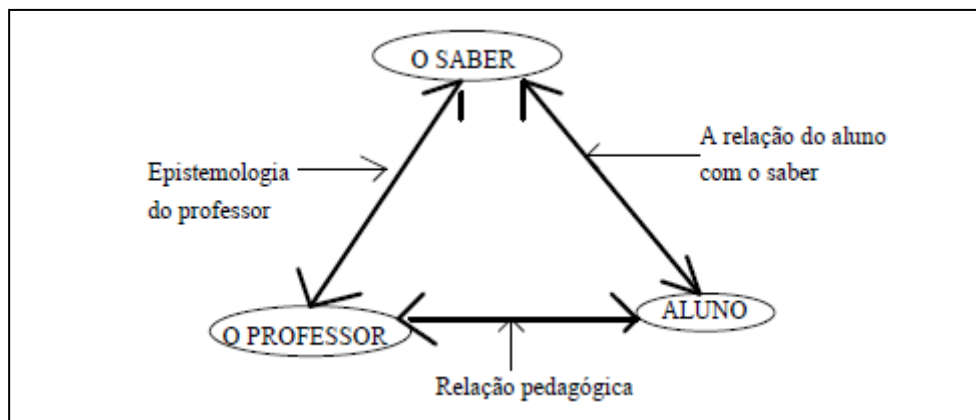


Figura 7: Triângulo Didático

Fonte: Almouloud (2007)

Segundo Almouloud (2007), a Teoria das Situações apóia-se em três hipóteses, explicitadas abaixo:

1. O aluno aprende adaptando-se a um *meio* que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem (BROUSSEAU, 1986). Esta hipótese é uma referência à epistemologia construtivista de Piaget, segundo a qual, a aprendizagem decorre de processos de adaptação, no sentido biológico do termo, desenvolvidos pelo sujeito frente a situações problemáticas.;

2. O *meio* não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar um *meio* no qual serão desenvolvidas as situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens; e,

3. A terceira hipótese postula que esse *meio* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Vale ressaltar que essa Teoria tem sido utilizada por vários pesquisadores e, por esse motivo, pode sofrer adequações ou interpretações diferentes. É o próprio Brousseau *apud* Freitas (2010, p.79) quem observa: “[...] a Teoria das situações é utilizada por pesquisadores diversos e ela pertence tanto a eles quanto a mim. De modo que se existe cooperação entre os pesquisadores, podem aí ocorrer interpretações e usos diferentes e eventualmente divergentes”.

O significado do saber matemático escolar, para o aluno, é fortemente influenciado pela forma didática pela qual o conteúdo lhe é apresentado. O envolvimento do aluno dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem através de uma situação didática. Como já mencionamos anteriormente, o objeto central da Teoria das situações, é a situação didática. Existirá uma situação didática sempre que ficar caracterizada uma intenção, do professor, de possibilitar ao aluno a aprendizagem de um determinado conteúdo. Segundo Brousseau (1986, p. 8):

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber construído ou em vias de constituição (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes.

Toda situação didática é regida por um determinado tipo de contrato, ou seja, um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber interposto entre o professor e os alunos. Por meio da análise das situações didáticas é possível investigar a problemática da aprendizagem matemática e desvelar aspectos que ocorrem durante a resolução de problemas e a elaboração de conceitos pelos alunos.

Outro aspecto fundamental considerado em nossa pesquisa é a situação adidática, que se refere à atividade proposta na pesquisa. Como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada,

planejada e construída pelo professor para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que se deseja ensinar.

Para Brousseau (1986) uma situação adidática tem as seguintes características:

- ✓ O professor escolhe atividades ou problemas de forma que o aluno possa aceitá-los e, ainda, que o leve a agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
- ✓ A atividade ou problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às *razões didáticas*¹⁷, e
- ✓ O professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) propostas.

Ainda, segundo Brousseau (1986), cada conhecimento pode ser caracterizado por, pelo menos, uma situação adidática que preserva seu sentido e que é chamada de *situação fundamental*. Ela determina o conhecimento ensinado a um dado momento e o significado particular que esse conhecimento vai tomar do fato tendo em vista as escolhas das variáveis didáticas e as restrições e reformulações sofridas no processo de organização e reorganização da mesma.

Assim, uma *situação fundamental* constitui um grupo restrito de situações adidáticas cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais adequada/indicada situações que permitem introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica.

O aluno não distingue de imediato, na situação, o que é de origem *adidática* ou de origem *didática*. Brousseau (1986, p. 49) afirma que:

A concepção moderna do ensino solicita, pois, ao professor que provoque no aluno as adaptações desejadas, por uma escolha judiciosa dos problemas que lhe propõe. Estes problemas, escolhidos de forma a que o aluno possa aceitá-los, devem levá-lo a agir, a falar, a refletir, a evoluir por si próprio. Entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e o momento em que produz sua resposta, o professor recusa-se a intervir como proponente dos conhecimentos que pretende fazer surgir. O aluno sabe perfeitamente que o problema foi escolhido para o levar a adquirir um conhecimento novo, mas tem de saber igualmente que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode construí-lo sem fazer apelo a razões didáticas.

¹⁷ O aluno aprende por uma necessidade própria e não por uma necessidade aparente do professor ou da escola

Freitas (2010, p. 86) explica a importância dessas situações no processo de ensino ao afirmar que:

As situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso dos alunos nelas significa que ele, por seu mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento. Nesse sentido, elas não podem ser confundidas com as chamadas situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem.

Na Teoria das Situações, o *meio* é um sistema antagonista ao sujeito sendo o *meio* adidático um sistema sem intenção didática, exterior ao sujeito que, por suas retroações às ações do sujeito, permite sua reflexão a respeito de suas ações e de sua aprendizagem. Ou seja, o aprendiz é o responsável pelo processo de sua aprendizagem.

O processo de ensino e aprendizagem ocorre por meio da *devolução*, com o significado de transferência de responsabilidade: o professor propõe uma atividade e estimula o aluno a aceitá-la como desafio a resolver. A esse respeito Brousseau (2008, p. 91) afirma:

A devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e o mesmo assume as conseqüências dessa transferência.

Neste processo, o professor prepara e estrutura a atividade, tendo controle sobre ela, e não sobre o saber, com o objetivo de que o aluno possa vivenciá-lo, como um pesquisador na busca da solução de um problema.

Na didática da Matemática, segundo Brousseau (1986, p. 51), “[...] o ensino é a devolução ao aluno de uma situação adidática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação”.

Sendo assim, a situação didática na nossa pesquisa, se deu no ensino do conteúdo matemático circunferência que em um primeiro momento foi abordado pelo professor pesquisador por meio de aulas expositivas (definições, propriedades, exemplos, lista de exercícios) com a intenção de possibilitar a aprendizagem do conteúdo por parte dos alunos.

Enquanto a situação adidática, ocorrida no segundo momento da pesquisa, foi com a intenção de oportunizar aos alunos aprofundar os conhecimentos sobre circunferência. Entramos com a devolução, propondo a atividade de compor uma paródia musical, abordando em sua letra o conteúdo estudado em sala de aula de forma expositiva, tendo os alunos aceito o desafio de solucionar a atividade proposta. Assim, os alunos passaram a agir e falar sobre circunferência, sendo eles os atores principais da construção de seus conhecimentos.

Brousseau (1986) elaborou uma tipologia das situações adidáticas, com a finalidade de analisar o processo de aprendizagem da Matemática. São elas: situação de *ação*, de *formulação* e de *validação*, as quais são de responsabilidade do aluno. São situações nas quais os alunos, de forma individual e coletiva, trabalham e interagem com o problema proposto e uns com os outros, procurando respostas adequadas.

Contudo é importante considerar que as fases de ação, formulação e validação podem levar o aluno a construir resultados equivocados. Para evitar que o mesmo ocorra, faz-se necessário uma intervenção direta do professor, ou seja, a fase de *institucionalização*, fixando convencionalmente e de forma explícita o objeto matemático em questão. Brousseau (1986) considera que somente após esta fase o saber se torna oficial e estará disponível para a resolução de problemas matemáticos. A institucionalização faz parte da fase didática da situação.

Na *situação adidática de ação* é proposto ao aluno problemas com algumas condições, em que a solução é obtida mediante um conhecimento a ser ensinado, provocando uma aprendizagem por adaptação. Em uma situação de ação, o aluno fornece a solução, mas não necessariamente faz formulações, provas, ou sistematizações. Nessa situação, o professor não faz intervenções. As informações são devolvidas pela situação e devem ser percebidas pelo aluno, o qual devolve também informações sobre as conseqüências da ação. O aluno manifesta suas escolhas e decisões sobre a influência do meio, no qual é produzido um *diálogo* entre o aluno e a situação.

Ao estruturar essa situação, o professor apresenta problemas que podem ser questões, atividades experimentais (como a paródia musical, por exemplo), entre outras, nas quais os alunos tenham condições de agir, em grupo ou individualmente, na busca das soluções.

Segundo Freitas (2010), nas *situações de ação* há o predomínio do aspecto experimental do conhecimento. De acordo com Chevallard (2001, p. 221), “uma boa situação de ação deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação, sem intervenção do professor, graças à retroação por parte do meio da situação”.

A *situação de formulação* é aquela em que o aluno troca informações com uma ou várias pessoas e comunica as estratégias e os procedimentos utilizados na resolução do problema. Essa comunicação feita em linguagem matemática pode ser escrita ou oral.

A dialética de formulação, segundo Brousseau (*apud* ALMOULOUD, 2007, p. 38) “consiste em proporcionar ao aluno condições para que este construa, progressivamente, uma

linguagem compreensível por todos que considere os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação adidática”.

As *situações de validação* são aquelas em que o aluno deve demonstrar porque o modelo criado por ele é válido. Para construir uma demonstração de modo que essa tenha sentido para o aluno, é necessário que ele convença outra pessoa, verificando e validando. Assim, as afirmações feitas nas situações de ação e formulação.

Segundo Almouloud (2007, p. 40), enquanto “o objetivo principal da situação de formulação é a comunicação lingüística, a dialética de validação busca o debate sobre a certeza das asserções, o que permite organizar as interações com o meio”.

Nas *situações de institucionalização* ocorre uma intervenção direta do professor, visando estabelecer o caráter do objeto e a universalidade do conhecimento, bem como a correção de pequenos equívocos (definições erradas, demonstrações incorretas, entre outras) que possam ter ocorrido nas fases anteriores. Este é um momento que deve ser levado a cabo pelo docente.

De fato, conforme Pais (2002, p. 74), “sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder à passagem do conhecimento do plano individual e particular a dimensão histórica e cultural do saber científico”.

Para Brousseau (2008, p. 31), reconhecer a necessidade da institucionalização das situações surgiu da resistência dos professores em não intervir. Os docentes, nesta lógica, precisavam:

dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas.

Ainda segundo Brousseau, citado por Passos (2004, p. 61), “o papel do professor também consiste em institucionalizar”, realiza-se a institucionalização, tanto nas situações de ação e formulação como nas situações de validação.

A institucionalização é um trabalho cultural e histórico de responsabilidade do professor. De acordo com Chevallard (2001, p. 219), “inversamente a devolução, a institucionalização consiste em dar um estatuto cultural para as produções dos alunos: atividades, linguagens e conhecimentos”.

De acordo com Brousseau citado, por Jesus (2008), as situações de ensino tradicional são situações de institucionalização, porém, sem que o professor se ocupe da criação de fases adidáticas (ação, formulação e validação). Todavia essas fases estão extremamente interligadas de forma que não percebemos seus limites, ou seja, onde termina e começa a outra.

Na Teoria das Situações Didáticas as atividades principais do professor são a devolução e a institucionalização. Nela o aluno tem o papel principal e cabe ao professor a responsabilidade de dar início e finalizar o processo de ensino e aprendizagem.

No âmbito desta pesquisa, a atividade proposta na devolução foi estruturada com base na Teoria das Situações Didáticas, de forma a permitir as situações de ação, formulação e validação levadas a efeito por parte dos alunos que participaram da atividade. Além disso, o professor pesquisador, ao final, retomou o estatuto formal do conhecimento matemático, através da institucionalização das situações. Neste âmbito, a paródia musical, surge como uma estratégia pedagógica que sustenta as situações nas quais os alunos são colocados, pretendendo que os mesmos tenham papel decisivo na construção do conhecimento. Sendo assim, nossa pesquisa, contempla as situações de *ação, formulação, validação e institucionalização*.

O esquema ilustrativo a seguir representa as diferentes fases de uma situação didática, conforme a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, na qual se destacam os diferentes papéis do professor e do aluno:

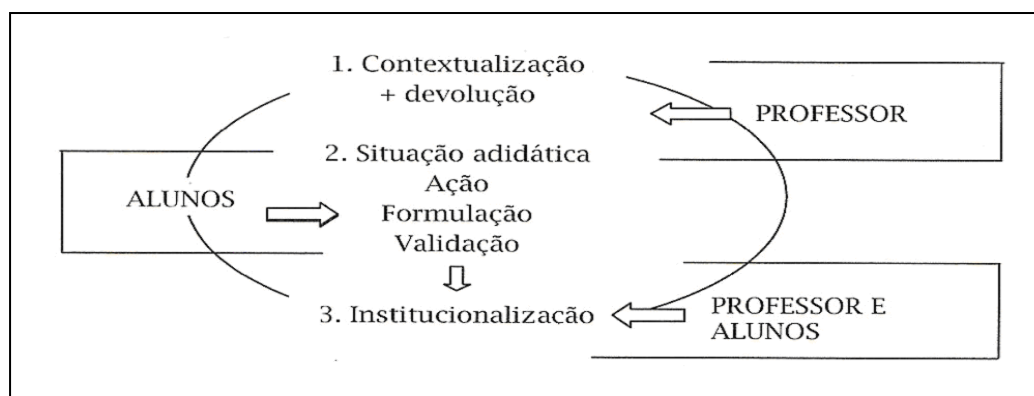


Figura 8: Síntese da Teoria das Situações Didáticas

Fonte: Freitas (2010)

Concordamos com Freitas (2010), que para viabilizar um olhar que contemple a Teoria das Situações Didáticas, o mais adequado são os *procedimentos metodológicos*, nos quais o professor não fornece, ele mesmo, a resposta, fazendo com que o aluno participe

efetivamente da elaboração do conhecimento. Quando o aluno desenvolve uma aprendizagem nesse sentido, ele é capaz de efetivamente, construir novos conhecimentos com bases em suas experiências pessoais, sua própria interação com o *meio*, mesmo que esse não esteja adequadamente organizado com uma finalidade educacional. Trazemos a seguir uma ilustração de como se deu nossa proposta didática a partir da Teoria das Situações Didáticas:

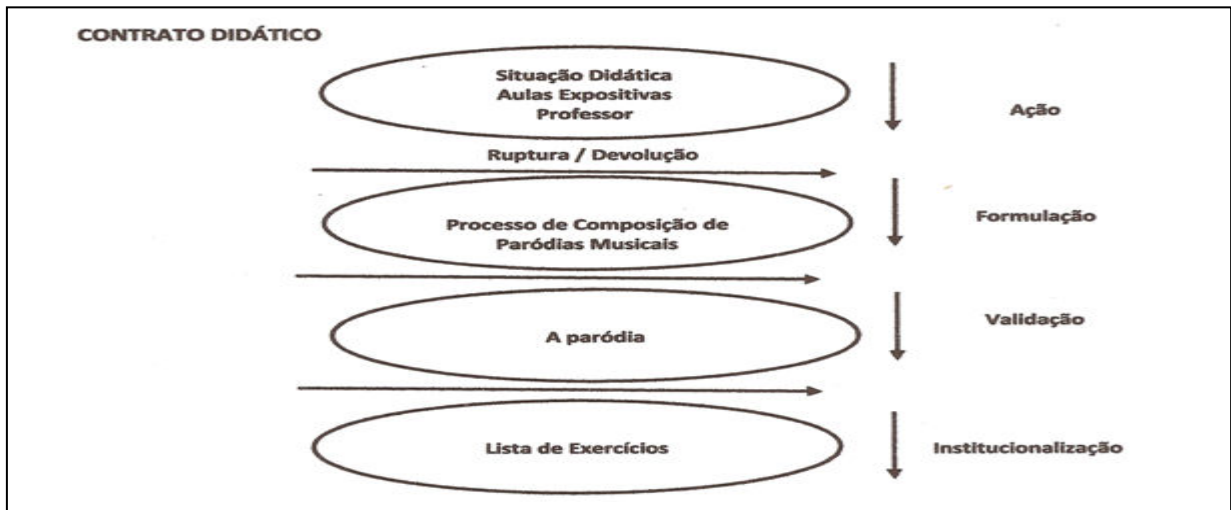


Figura 9: Contrato da Proposta Didática

Fonte: Elaborado pelo autor e Adaptado de Freitas (2010)

Outra forma de explicitar o trabalho realizado nesta pesquisa se apresenta no Quadro abaixo:

Situação didática	Atividade: Compor em grupos, formados livremente, uma paródia usando músicas de sua escolha abordando em sua letra o conteúdo circunferência.
Ação	Os grupos aceitam a atividade proposta na devolução e analisam a atividade buscando escolher a música para compor a paródia.
Formulação	Os grupos, cada qual, discutem, refletem e falam sobre quais os conceitos referentes à circunferência estarão presentes na Letra da Paródia.
Validação	Os grupos estudam o assunto, recorrem aos livros, cadernos, Internet e ao professor para que verifique algum erro conceitual.
Institucionalização	O professor organiza uma Lista de Exercícios e entrega aos alunos para ser respondida. Os alunos devolvem a lista para que o professor faça a correção.

Quadro 1 – Contrato da Proposta Didática

Fonte: Adaptado de Araújo (2010)

A seguir a descrição pormenorizada da metodologia adotada na pesquisa.

CAPÍTULO 4

ASPECTOS METODOLÓGICOS

O presente capítulo tem por objetivo descrever a metodologia adotada, na qual justificamos teoricamente o tipo de pesquisa escolhida. Neste mesmo capítulo descrevemos os sujeitos envolvidos, os procedimentos, instrumentos utilizados para coleta dos dados trazendo a técnica da triangulação para análise dos dados.

Segundo Lüdke e André (1986), a pesquisa se faz a partir do estudo de um problema, que ao mesmo tempo desperta o interesse do pesquisador e limita sua atividade de pesquisa a uma determinada porção do saber, a qual ele se compromete a construir naquele momento. Trata-se de reunir o pensamento e a ação de uma pessoa, ou de um grupo, no esforço de elaborar o conhecimento de aspectos da realidade que deverão servir para a composição de soluções propostas aos seus problemas. Esse conhecimento é fruto da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa dos indivíduos, a partir e em continuação do que já foi elaborado pelos que trabalharam o assunto anteriormente

No caso da pesquisa em questão, a mesma se configurou a partir do trabalho que desenvolvemos anteriormente, voltado a Matemática e a Paródia Musical com alunos do Ensino Médio, como mencionado na apresentação.

Para o desenvolvimento da presente pesquisa, optou-se por uma abordagem qualitativa. Pesquisar em Educação é uma oportunidade privilegiada que reúne pensamento e ação na elaboração dos conhecimentos sobre os aspectos da realidade.

A pesquisa qualitativa em Educação possui como fonte de dados o próprio ambiente natural onde os fenômenos se mostram, ou seja, não necessita da criação de ambientes experimentais e manipuláveis. Isso se deve, principalmente, ao seu objetivo de interrogar o *mundo ao redor*. Esse tipo de estudo também é chamado, por Lüdke e André (1986, p. 11) de *naturalístico*, ou seja, “a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento”.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51) ressaltam a diversidade existente entre os trabalhos qualitativos e enumeram um conjunto de características essenciais capazes de identificar uma pesquisa desse tipo:

- (1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- (2) O carácter é descritivo;
- (3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- (4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; e,
- (5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

A pesquisa qualitativa não se preocupa com a quantificação dos dados, também não exclui, dependendo dos dados que possam interessar, quando eles colaboram para a compreensão do fenómeno.

A modalidade de pesquisa qualitativa seleccionada para a presente investigação é um estudo de caso, que segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 89), “consiste na observação detalhada de um contexto, ou um indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico”. Os autores trazem o pressuposto de que a realidade pode ser vista sob diferentes perspectivas, não havendo uma única que seja a mais verdadeira. Para Ponte (2006, p.2):

Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse.

Segundo o autor supracitado, o estudo de caso não é uma abordagem voltada para o estudo de situações de intervenção conduzidas pelo investigador. Na verdade, para se descobrir aspectos novos, escondidos, de uma dada situação, é essencial um distanciamento e uma capacidade de interrogar de modo livre os acontecimentos. Com isso, é importante que o investigador possa tirar partido da possibilidade de se surpreender por não estar afetiva e intelectualmente comprometido com os resultados que possa vir a encontrar.

Ainda de acordo com Ponte (2006), isto não significa que um investigador não possa tomar como caso de estudo a sua própria realidade. Por exemplo, Vera Carneiro citada por Ponte (2006), faz um estudo em profundidade da sua própria instituição, procurando

compreender os elementos que marcaram uma ruptura na sua trajetória. Como estratégia de distanciamento, usou um potente referencial teórico, que lhe permitiu uma leitura diferente da sua realidade cotidiana. O estudo de Carneiro (1999) apoiou-se nos conceitos-chave e na metodologia sugeridos pelo pensador francês Michel Foucault, desenvolvendo-se como uma investigação foucaultiana. Reporta-se a um *corpus* variado e pouco usual de documentos escritos e orais, entre eles pequenos casos e histórias de vida parciais, recolhidos devido à sua conexão estratégica e analisados na perspectiva arqueológica - desentranha-se os saberes e as verdades predominantes ou submetidas - e genealógica - procura-se, nas relações de poder, as razões do aparecimento e das transformações dos saberes, tendo em vista a questão principal de esquadrihar os sujeitos instituídos pelas práticas/ discursos em análise.

O trabalho de Carneiro (1999) inclui o estudo de caso da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no qual a autora é docente-formador, não considerado pela sua singularidade, mas, como caso típico, marcante de um momento de mudança. O curso tem como características um licenciando separado do bacharel desde o início; um docente-formador da área específica com papel decisivo; o ensino considerado como objeto de investigação com outro *status* acadêmico; as prioridades deslocadas, isto é, do conteúdo para o aluno; o currículo integrado com eixo nas disciplinas de Educação Matemática; múltiplas oportunidades de prática e de pesquisa oferecidas ao licenciando, favorecendo o reconhecimento de si mesmo e a construção de identidades.

Outros pesquisadores conduziram experiências em sua prática profissional. A dado ponto utilizaram igualmente estudos de caso para conhecer melhor certos aspectos ou efeitos de seu trabalho. De acordo com Ponte (2006), Irene Segurado e Alexandra Rocha, em suas investigações procuraram estudar o alcance da realização de investigações matemáticas na sala de aula, analisaram como se desenvolveu, em termos globais, as suas experiências, mas fizeram igualmente estudos de caso de alguns alunos em particular, procurando perceber em pormenor de que modo eles se tinham envolvido neste tipo de atividade matemática e que consequências isso teve para a sua aprendizagem e para a sua visão da disciplina. Jonei Barbosa, citado por Ponte (2006), num estudo realizado no Brasil, investigou as concepções de futuros professores de Matemática em relação à modelagem, tendo as participantes frequentado uma formação extra disciplinar oferecida em paralelo às atividades regulares da Licenciatura. O estudo de três casos distintos (Ana, Helena e Marlene) mostra que a relação do futuro professor com modelagem se baseia fortemente na percepção do seu saber fazer e é influenciada de diversos modos pelas suas experiências matemáticas anteriores.

Nestas circunstâncias, endossando ao que foi exposto por Ponte (2006), pudemos adotar o estudo de caso para conhecer e melhor compreender o trabalho que desenvolvemos em nossa prática profissional.

4.1 UNIVERSO DA PESQUISA

Essa pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio e Educação Profissional Dr. Elpídio de Almeida, aproximadamente 10.000 m² de área, localizada no Bairro da Prata, no município de Campina Grande, estado da Paraíba, envolvendo alunos do terceiro ano do Ensino Médio, do ano de 2008.

A escola atende aos alunos do Ensino Médio e Ensino Médio Integrado nos cursos de Secretariado, Contabilidade, Gestão e Proeja, com aproximadamente 3.000 alunos nos três turnos de funcionamento. Os profissionais docentes da escola contam com razoáveis recursos pedagógicos, tais como Biblioteca, Sala de Vídeo e Laboratório de Informática, Sala de Multimídia, entre outros. A escola conta com 16 docentes da área de Matemática. Optamos por realizar a pesquisa na referida escola porque fazemos parte da mesma como docente:



Figura 10: E.E.E.M.E.P Dr. Elpído de Almeida- Prata

Fonte: arquivo pessoal

4.2 OS SUJEITOS

Os sujeitos dessa pesquisa foram alunos do terceiro ano do Ensino Médio, isto é, quatro turmas do turno da tarde do ano de 2008, totalizando 36 alunos.

A escolha desses alunos se deu em virtude do pesquisador ser docente das quatro turmas, portanto, não houve critério na seleção dos mesmos, todos participaram ativamente da pesquisa.

4.3 OS INSTRUMENTOS DE PESQUISA

Para a coleta de dados, foram usados os seguintes instrumentos:

1- Questionários I e II com perguntas abertas e fechadas

Questionário é um instrumento de coleta de dados “constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito” (LAKATOS, 2007, p. 204).

O questionário foi utilizado por se acreditar ser um instrumento importante para interrogar os alunos. Os dois questionários foram respondidos pelos 36 sujeitos da pesquisa, ou seja, por alunos das quatro turmas, onde se deu a pesquisa de campo.

O Questionário I (Apêndice I) foi aplicado com o objetivo de traçar o perfil dos alunos com relação à aula de Matemática. O mesmo constou de doze perguntas, dez objetivas e duas subjetivas. As questões fechadas foram tabuladas e as abertas analisadas, vide figura 11:

1- Para você, a aula de Matemática com exposição dos conteúdos é? <input type="checkbox"/> Monótona <input type="checkbox"/> Cansativa <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Legal	7- Em sua opinião para gostar de Matemática, é preciso gostar do professor ? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Indiferente <input type="checkbox"/> Estão Interligados
2-Você considera uma boa aula de Matemática quando: <input type="checkbox"/> O professor faz a exposição dos conteúdos <input type="checkbox"/> Há interação entre professor e alunos <input type="checkbox"/> O conteúdo é trabalhado por meio de recursos tecnológicos <input type="checkbox"/> O aluno faz apresentações com relação aos conteúdos	8- Se fosse para você mudar algumas regras no funcionamento das aulas de Matemática, o que você mudaria? E por que? 9- Você prefere a aula de Matemática: <input type="checkbox"/> Expositiva <input type="checkbox"/> Uso do livro didático <input type="checkbox"/> Recursos de Mídia
3-Como você se sente durante a aula de Matemática? <input type="checkbox"/> Indiferente <input type="checkbox"/> Motivado <input type="checkbox"/> Interessado <input type="checkbox"/> Desinteressado	10- Ao constatar que você entendeu a aula de Matemática, você se sente? <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Satisfeito <input type="checkbox"/> Vitorioso <input type="checkbox"/> Nunca Entende
4-Como você classificaria suas dificuldades em relação à Matemática? <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Mínima <input type="checkbox"/> Pequena <input type="checkbox"/> Nenhuma	11-Após a exposição do conteúdo matemático, depois da aula, você busca ajuda? <input type="checkbox"/> Do professor <input type="checkbox"/> Do colega <input type="checkbox"/> Do Livro <input type="checkbox"/> Não Precisa
5-O que você acha das aulas de Matemática no geral? <input type="checkbox"/> Legal <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Interessante <input type="checkbox"/> Chata	12-Você tem algum comentário ou sugestão em relação à aula de Matemática?
6-Os assuntos abordados na aula de Matemática, para você: <input type="checkbox"/> tem importância para a vida <input type="checkbox"/> não é necessário saber Matemática <input type="checkbox"/> fazem parte do currículo	

Figura 11: Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

As questões 1, 2, 3, 5 e 9 tiveram como objetivo buscar a opinião dos alunos sobre aspectos relevantes da disciplina Matemática e a metodologia utilizada nas aulas.

As questões 4 e 6 tiveram como pretensão explicitar as dificuldades dos alunos em relação à Matemática e a importância do conteúdo abordado nas aulas.

A questão 7 teve como objetivo investigar se o gostar ou não da Matemática e do professor podem estar interligados.

As questões 10 e 11 tiveram como pretensão colher informações sobre o aprendizado dos alunos com relação ao conteúdo abordado nas aulas de Matemática.

As questões 8 e 12 diz respeito as questões dissertativas e tiveram como objetivo dar a oportunidade aos alunos de fazer uma auto-avaliação em relação as aulas de Matemática com sugestões de mudanças e descobrir o interesse dos alunos sobre outras abordagens a serem aplicadas.

O Questionário II (Apêndice II) foi aplicado com o objetivo de investigar se o compor as Letras das Paródias musicais contribuiu na resolução da Lista de Exercícios.

Composto de nove perguntas, sendo seis objetivas e três subjetivas. As questões objetivas foram tabuladas e as subjetivas analisadas. Abaixo estrutura do Questionário II:

1-Para você, o compor uma paródia com letra voltada ao conteúdo matemático foi?	6-O assunto matemático abordado na paródia, para você:
() Fácil	() tem importância para a vida
() Normal	() atribui melhoras na aprendizagem
() Difícil	() faz o currículo mais interessante
2-Para você, ter trabalhado em grupo foi?	() torna a aula mais estimulante
() Desestimulante	
() Motivador	
() Interessante	
() Difícil	
3-Como você se sentiu após ter sido capaz de compor a paródia?	7--Como foi resolver a lista de exercícios para você?
() Normal	
() Alegre	
() Surpreso	
() Realizado	
4-Você acredita que ao compor a paródia o seu envolvimento com a Matemática melhorou?	8-Como você vê a Matemática após ter realizado este trabalho?
() Sim	
() Não	
() Indiferente	
() Muito	
5-Uma aula de Matemática com o assunto abordado por meio da música torna-se?	9-Você acredita que trabalhar a Matemática por meio da música em forma de paródias pode contribuir com a aprendizagem do conteúdo? Justifique sua resposta.
() Interessante	
() Estimulante	
() Indiferente	
() Desestimulante	

Figura 12: Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

As questões 1, 3 e 4 tiveram como objetivo colher informações sobre aspectos relevantes à composição da letra de paródias como dificuldade encontrada pelos alunos e envolvimento com a Matemática.

A questão 2 teve como objetivo saber a opinião dos alunos sobre a forma de trabalhar em grupo.

As questões 5 e 6 tiveram como objetivo abordar a opinião dos alunos ao trabalhar a Matemática por meio da música e sua importância em relação ao conteúdo matemático abordado na música.

A questão 7 teve como pretensão saber se o envolvimento da composição de uma música (paródia) voltada ao conteúdo matemático contribuiu na resolução da Lista de Exercícios.

As questões 8 e 9 tiveram como objetivo saber como os alunos vêem a Matemática após ter trabalhado por meio da música em forma de paródia e de que maneira a mesma pode contribuir para aprendizagem dos conteúdos.

2- Entrevista semi-estruturada e Entrevista não estruturada

Segundo Lüdke e André (1986, p. 33), “a entrevista é um dos principais itens na coleta de dados de pesquisa. Ao lado da observação, a entrevista representa um dos instrumentos básicos e sua grande vantagem é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, permitindo o aprofundamento de pontos levantados”.

Para Baraldi (1999, p. 20), “a entrevista permite correções, esclarecimentos e adaptações que a tornam eficaz na obtenção das informações desejadas. As questões propostas devem ser livres de juízos de valor; o anonimato do entrevistado deve ser respeitado e deve ser evitada a emissão de respostas de aprovação ou reprovação sobre suas informações”, e foi com esta intenção que aplicamos entrevistas em nosso trabalho.

Entrevistas podem ser estruturadas, semi-estruturadas e não estruturadas. As não estruturadas dizem respeito a questões abertas e podem ser respondidas dentro de uma conversa informal. Segundo Lakatos (2007) o entrevistador tem liberdade para desenvolver cada situação em qualquer direção que considere adequada. É uma forma de poder explorar mais amplamente uma questão.

Já as entrevistas semi-estruturadas exigem direcionamento, sendo desenvolvido a partir de um roteiro prévio, o que permite um maior aprofundamento das informações contidas nas subjetividades dos sujeitos entrevistados:

Em investigação qualitativa, as entrevistas podem ser utilizadas de duas formas. Podem constituir a estratégia dominante para a recolha de dados ou podem ser utilizadas em conjunto com a observação participante, análise de dados e outras técnicas. Em todas as situações, a entrevista é utilizada para recolher dados descritivo na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador a desenvolver intuitivamente uma idéia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 134).

A entrevista semi-estruturada utilizada, que de acordo com Laville e Dionne (1997, p. 333), foi tratada como “série de perguntas abertas feitas oralmente em uma ordem prevista, mas na qual o entrevistador tem a possibilidade de acrescentar questões de esclarecimento”.

Quanto à entrevista estruturada, diz respeito a questões somente com perguntas fechadas, isto é, com direcionamento total sobre as respostas. Segundo Lakatos (2007), o entrevistador segue um roteiro previamente estabelecido e as perguntas feitas ao indivíduo são predeterminadas de acordo com um formulário elaborado e efetuada de preferência com pessoas selecionadas de acordo com um plano.

Foram aplicadas duas entrevistas neste trabalho. A Entrevista I, não estruturada, foi realizada com todos os alunos das quatro turmas, ou seja, total de 36 sujeitos cujo objetivo foi cada grupo descrever o envolvimento dos mesmos no processo de composição de suas paródias voltadas ao conteúdo circunferência abordado em sala de aula.

A Entrevista II, semi-estruturada, foi realizada ao final de todo o trabalho desenvolvido pelos alunos. Dois alunos de cada turma, os que mais dissertaram na Entrevista I sobre o trabalho realizado, foram escolhidos para a Entrevista II, com o objetivo de aprofundar os dados obtidos pelos questionários aplicados.

As entrevistas foram gravadas em vídeo e transcritas na íntegra, como salientam Lüdke e André (1986, p. 37), “[...] a gravação tem a vantagem de registrar todas as expressões orais, imediatamente deixando o entrevistador livre para prestar toda a sua atenção ao entrevistado [...]”.

A Entrevista I (Apêndice III) contém três perguntas descritas a seguir, com suas justificativas:

- 1) *Como foi esse trabalho para vocês, foi difícil?*

Saber como foi à experiência de trabalhar a Matemática por meio da paródia musical e as quais foram as dificuldades encontradas.

- 2) *Vocês acham que o trabalho de composição da paródia musical ajudou na resolução da Lista de Exercícios?*

Saber se o entendimento sobre circunferência mostrado na letra da paródia refletiu na resolução da Lista de Exercícios.

- 3) *Com esse trabalho de tentar passar o conteúdo matemático para a letra de uma paródia musical, melhorou o entendimento de vocês sobre circunferências?*

Saber se a experiência de juntar Matemática com paródia musical pode vir a contribuir com a aprendizagem matemática.

Já a Entrevista II (Apêndice IV) contém quatro perguntas descritas a seguir, com suas justificativas:

- 1) *Como foi compor a paródia para vocês?*

Saber como procederam ao processo de composição, a escolha da música, quem participou da composição.

- 1.1) *Que dificuldades vocês encontraram?*

Saber se surgiram dúvidas em nível conceitual em relação ao conteúdo matemático abordado, que recursos usaram como consulta.

- 2) *Mencione os pontos positivos e negativos deste trabalho.*

Saber se a experiência foi válida ou não e se o envolvimento com a Matemática melhorou ou não após este trabalho.

- 2.1) *Melhorou sua compreensão sobre o conteúdo abordado na paródia?*

Saber se trabalhar a Matemática por meio da música em forma de paródia pode vir a contribuir com aprendizagem do conteúdo.

- 3) *Como foi o resolver a Lista de Exercícios para vocês?*

Saber se a lista foi resolvida por todos do grupo, se acharam fácil ou difícil, se tiveram dúvidas na resolução da mesma, se o compor a paródia contribuiu para a resolução da mesma.

- 4) *Resuma em poucas palavras o que foi este trabalho para vocês.*

Saber se gostaram da experiência de trabalhar a Matemática por meio de música.

3 – Vídeo, Áudio e Estúdio

A opção de filmar as apresentações das paródias e as entrevistas foi porque consideramos importante para o objeto em estudo, pois possibilita a captura de cenas pertinentes que poderão ser revistas e analisadas quantas vezes necessário for. Através do filme podemos olhar para o detalhe, fatos que podem passar despercebidos pela natureza do próprio cotidiano escolar. As filmagens foram realizadas pelo pesquisador. O áudio foi usado durante a apresentação das paródias, e o estúdio para gravação das paródias musicais.

4- Lista de Exercícios referente ao conteúdo circunferência abordado nas aulas expositivas

Os alunos das quatro turmas envolvidas na pesquisa responderam a uma Lista de Exercícios (Apêndice V) com questões voltadas ao conteúdo circunferência abordadas nas paródias para que se investigasse o conhecimento matemático alcançado por eles. A lista foi entregue aos alunos, uma semana anterior as apresentações das paródias musicais na Escola.

Como já mencionado na apresentação, foram quatro os conteúdos matemáticos trabalhados, mas apenas um deles, circunferência, foi o analisado em questão. Todos os outros três conteúdos serão analisados em outras oportunidades.

A seguir a Lista de Exercícios referente ao conteúdo circunferência:

- 01) Determine o centro e raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2(x - y) + 1$.
- 02) Determine as coordenadas do centro da circunferência que passa pelos pontos A (5; 4), B(-2; 3) e C(5; 3).
- 03) Qual a posição relativa entre as circunferências de equações $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$.
- 04) Considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 5x + 4y + k = 0$, sabendo que ela determina uma corda no eixo X de comprimento 3, calcule k.
- 05) Num sistema cartesiano ortogonal, determine m para que a reta $y = mx + 2$ seja tangente à circunferência $x^2 + y^2 - x - y = 2$.
- 06) A reta s, de equação $x + 2y + k = 0$, é exterior à circunferência, $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 19 = 0$. Determine os valores de k.
- 07) Escreva a equação geral da circunferência de centro C(-2; 4) e tangente à reta $3x + 4y = 0$.
- 08) Determine a equação da reta tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$ e que passa pelo ponto A (1; 1).

Figura 13: Lista de Exercícios sobre Circunferência

Fonte: Elaborado pelo Autor

As questões 1, 2 e 4 teve como objetivo investigar a compreensão dos conceitos de centro, raio, corda e a definição da equação geral da circunferência.

Enquanto que as questões 3, 5, 6, 7 e 8, teve como objetivo investigar se os alunos sabem identificar as posições relativas que uma circunferência assume em relação à equação de uma reta e entre duas circunferências, assim como, os vários conceitos que as diferenciam.

4.4 COLETA DOS DADOS

Para um melhor entendimento de como o trabalho foi realizado, segue o detalhamento do mesmo.

A princípio como já mencionado anteriormente, o conteúdo “circunferência” foi abordado pelo professor pesquisador nas quatro turmas do 3º ano do Ensino Médio por meio de uma metodologia convencional: aula expositiva. Os recursos utilizados foram: quadro, pincel e o livro texto. O conteúdo foi trabalhado entre os meses de agosto e setembro de 2008. As atividades relacionadas ao conteúdo foram realizadas da forma contínua, utilizando-se exercícios individuais, trabalhos em grupo, provas escritas individuais.

Como forma de finalizar o conteúdo circunferência, propomos aos alunos das quatro turmas envolvidas na pesquisa, a seguinte atividade: compor, em grupos formados livremente, paródias usando músicas de sua escolha abordando em suas letras o conteúdo trabalhado em sala de aula. A proposta dessa atividade foi lançada em outubro de 2008 e todos os alunos das quatro turmas aceitaram, sendo assim, cada turma formou um grupo que varia de 8 a 10 alunos, totalizando assim um total de quatro grupos. Formados os grupos, os alunos tiveram, então, um momento em grupo para discutir qual música poderia ser usada e a aplicação do Questionário I (Apêndice I), ocorreu com todos os alunos das quatro turmas.

Próxima etapa foi a produção das paródias musicais. Cada grupo foi responsável por desenvolver sua paródia sobre o conteúdo circunferência. As paródias foram compostas pelos alunos, a partir da música escolhida pelo grupo. Foram gravadas em CD, em um estúdio. Ao todo, os alunos tiveram um prazo de 47 dias para a realização do trabalho, incluindo *composição, gravação e apresentação das paródias*. No decorrer da realização do trabalho, as turmas tiveram aulas regulares dando sequência aos conteúdos programáticos do ano letivo.

Durante o período da produção das paródias, foi feito um pequeno acompanhamento por parte do pesquisador, entre as quatro turmas envolvidas na pesquisa, para que fossem sanadas dúvidas, caso elas surgissem, isto é, o professor atuou como mediador. Apenas o

grupo da turma B mostrou à letra produzida por eles anterior as apresentações, para que fosse observado pelo pesquisador algum erro em nível conceitual, as Letras das Paródias dos demais grupos só foram conhecidas pelo pesquisador no dia das apresentações das mesmas. (Anexos I a IV)

Os alunos responderam a uma Lista de Exercícios (Apêndice V) com oito questões voltadas ao conteúdo circunferência abordadas nas paródias para que se investigasse o conhecimento matemático alcançado por eles. A Lista foi entregue aos alunos, uma semana anterior as apresentações na Escola. Cada grupo devolveu sua Lista de Exercícios no dia das apresentações das paródias.

Dando continuidade ao trabalho, a próxima etapa foi à apresentação das paródias momento em que os alunos demonstram muita satisfação pelo trabalho construído. Cada grupo fez sua apresentação na Sala de Vídeo da Escola. As apresentações se deram nos dias 19 e 20 de novembro de 2008, no período das 13 h às 17 h e foram filmadas. Os quatro grupos se intitularam por *A Circunferência* (turma A), *Me Explica* (turma B), *Circle Music* (turma C), *Extra Circunferenciar* (turma D). Nesses mesmos dias, anterior as apresentações de cada turma foram realizadas a Entrevista I (Apêndice III), não estruturada, com todos os alunos envolvidos na pesquisa conforme a ordem de apresentação de cada turma. A ordem de apresentação das paródias musicais se deu conforme o horário de aula de cada turma. A primeira turma a ser realizada a Entrevista I foi à turma B em seguida foi feita a apresentação da paródia musical por eles produzida, procedimento igualmente realizado com as demais turmas envolvidas na pesquisa.

O grupo intitulado *Circle Music* (turma C), além de gravar a Paródia em CD, produziu também um DVD (clip), produzido pelo próprio grupo. Com exceção da turma C, alguns alunos dos outros grupos foram os próprios intérpretes na gravação dos CDs. Sendo assim, foram produzidos quatro CDs e um DVD. Os quatro CDs foram condensados em um único CD, este material está em um envelope ao final da dissertação e será tomado como produto final desta pesquisa.

Após a apresentação das paródias foi aplicado o Questionário II, (Apêndice II). A etapa final do trabalho se deu com a realização da Entrevista II, semi-estruturada. A entrevista II (Apêndice IV) foi realizada na escola nos dias 03 e 04 de Dezembro de 2008, das 13 horas às 17 horas. Foram entrevistados seis dos oito alunos que melhor dissertaram a respeito do trabalho durante a Entrevista I. Dois alunos não compareceram a entrevista marcada.

4.5 ANÁLISE DOS DADOS

A análise se inicia de fato quando a coleta de dados está praticamente encerrada:

Nesse momento o pesquisador já deve ter uma idéia mais ou menos clara das possíveis direções teóricas do estudo e parte então para *trabalhar* o material acumulado, buscando destacar os principais achados da pesquisa (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 48).

Os dados que inicialmente temos em mãos são apenas materiais brutos: respostas assinaladas, frases registradas no gravador, notas trazidas por uma observação, com isso, esses dados precisam ser organizados.

A primeira fase da análise é a construção de um conjunto de categorias descritivas. O referencial teórico do estudo fornece a base inicial de conceitos, dos quais é feita a primeira classificação dos dados. É necessário efetuar um recorte dos conteúdos em elementos que em seguida serão ordenados.

Conforme o princípio da análise dos dados será preciso empreender um estudo minucioso de seu conteúdo, das palavras e frases que o compõem, procurar-lhes o sentido, captar-lhes as intenções, comparar, avaliar, descartar o acessório, reconhecer o essencial e selecioná-lo em torno das idéias principais:

É possível que o pesquisador utilize alguma forma de codificação, isto é, uma classificação dos dados de acordo com as categorias teóricas iniciais ou segundo conceitos emergentes. Nessa tarefa ele pode usar números, letras ou outras formas de anotações que permitam reunir, numa outra etapa, componentes similares (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 48).

A forma de codificação pode variar muito, dependendo da preferência pessoal de cada pesquisador. A classificação e organização dos dados preparam uma fase mais complexa da análise. A categorização, por si mesma, não esgota a análise. É preciso ir além, buscando realmente acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado:

A conclusão não se detém aí: resta ainda fornecer um esquema que explique a situação, o fenômeno. Se a hipótese se verifica como esperava o pesquisador [...] a conclusão deve ser também a ocasião de um retorno crítico às escolhas metodológicas e sua operacionalização (LAVILLE e DIONNE, 1999, p. 229).

A análise dos dados e a interpretação não vêm concluir o procedimento de pesquisa. Deve-se ainda tirar conclusões como, pronunciar-se sobre o valor da hipótese, elaborar um

esquema de explicação significativa, ver que horizontes novos se abrem à curiosidade do pesquisador.

No caso de nossa pesquisa foi utilizada a técnica de triangulação para a análise e organização dos dados, o que descrevemos a seguir.

Por acreditar que se o estudo pretende retratar o fenômeno de forma completa, é preciso que os dados sejam coletados numa variedade de situações, em momentos variados e com fontes variadas de informação:

O pesquisador pode recorrer, para isso, às estratégias propostas por Denzin¹⁸ (1970), que consistem na *triangulação*, ou seja, checagem de um dado obtido através de diferentes informantes, em situações variadas e em momentos diferentes (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 52).

Por meio da combinação entre os instrumentos utilizados na coleta de dados realizamos a técnica de triangulação dos dados. Pois, segundo Alves- Mazzotti (1999), uma forma de aumentar a credibilidade de uma pesquisa de abordagem qualitativa é triangular os dados, salientando a importância de diferentes procedimentos para a obtenção de dados. Já para Araújo e Borba (2004, p. 35, 36) argumentam que:

[...] Triangulação em pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados. Os principais tipos de triangulação são a de fontes e a de métodos. Quando checamos, por exemplo, as informações obtidas em uma entrevista com as atas de uma reunião sobre um mesmo assunto, estamos fazendo uma triangulação de fontes. Por outro lado, se observarmos o trabalho de um grupo de alunos e depois entrevistarmos seus componentes sobre o trabalho desenvolvido, realizamos uma triangulação de métodos. Fazendo assim, [...] promove uma maior credibilidade de sua pesquisa.

Como vimos, a triangulação refere-se ao uso de mais de um método para coletar dados em um estudo. Yin (2005, p.128) afirma que:

Com a triangulação, você também pode se dedicar ao problema em potencial da validade do constructo, uma vez que várias fontes de evidências fornecem essencialmente várias avaliações do mesmo fenômeno. [...] uma análise dos métodos utilizados pelo estudo de caso constatou que aqueles estudos de caso que utilizam várias fontes de evidências foram mais bem avaliados, em termos de sua qualidade total, do que aqueles que contaram apenas com uma única fonte de informação.

O autor ainda coloca que a triangulação de dados pode aumentar sobremaneira a qualidade do estudo de caso e sua possibilidade de generalização analítica e aponta alguns

¹⁸ DENZIN, N. The Research Act New York Mc Graw Hill 1978.

princípios que precisam ser levados em consideração para melhorar a qualidade dos resultados do estudo de caso, a saber: (a) utilização de várias fontes de evidências, e não apenas uma; (b) criação de um banco de dados para o estudo de caso; e (c) manutenção de um encadeamento de evidências.

Baseado na estrutura trazida por Lins (2003), em relação à convergência de evidências para a triangulação dos dados adaptamos a mesma em nosso estudo de caso baseado nos instrumentos que utilizamos para a coleta de dados, já citados anteriormente, conforme na Figura 14 abaixo:

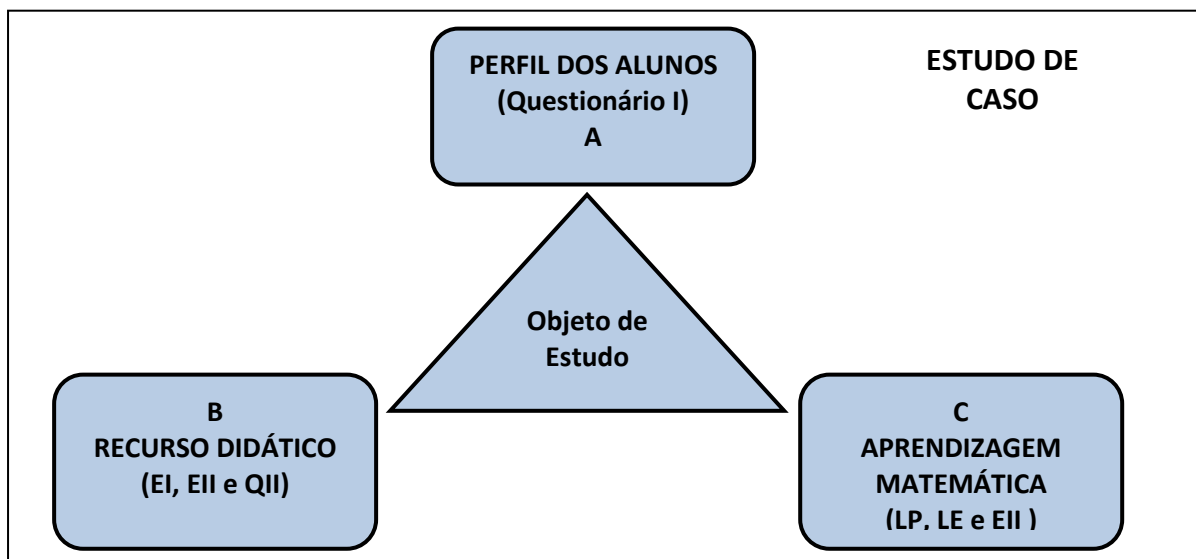


Figura 14: Triangulação de Dados

Fonte: Estrutura adaptada de Lins (2003)

Conforme a figura 14, o Vértice A visa traçar o perfil dos sujeitos com relação à aula de Matemática. A coleta de dados se deu por meio do *Questionário I*. O mesmo constou de doze perguntas, dez objetivas e duas subjetivas. Vértice B visa trazer a fala dos alunos, sobre suas visões em relação ao fazer as letras ou o compor as letras, isto é, em relação ao recurso didático adotado nas aulas – composição de paródias musicais. Para isso, a coleta de dados se deu por meio das *Entrevistas I não estruturada*, e a *Entrevista II semi-estruturada* e o *Questionário II*. O terceiro vértice, Vértice C, visa apresentar o entendimento que os alunos mostraram nas letras prontas das paródias e na resolução da lista de exercícios, isto é, a aprendizagem matemática dos alunos. Para isso, a coleta de dados se deu através da *Lista de Exercícios*; das *Letras das Paródias* e da *Entrevista II semi-estruturada*.

O fechamento de cada vértice do triângulo se deu como Comentários, que consiste de uma análise de todos os elementos trazidos por cada vértice. Após este, como Discussão, fechou-se o estudo de caso.

Os vértices se deram como categorias de análise, sendo elas: Perfil dos Alunos, Recurso Didático e Aprendizagem Matemática. Dentro de cada categoria foram criadas algumas subcategorias, mostradas na figura a seguir.

A abordagem com relação às categorias e as subcategorias foram baseadas na estrutura criada por Lins (2003) em sua pesquisa de doutorado, em que a mesma também trabalhou com a triangulação dos dados e desenvolveu uma estrutura para melhor compreensão de categorias e níveis de análise. Baseado nessa estrutura, construímos a nossa como mostra a Figura 15:

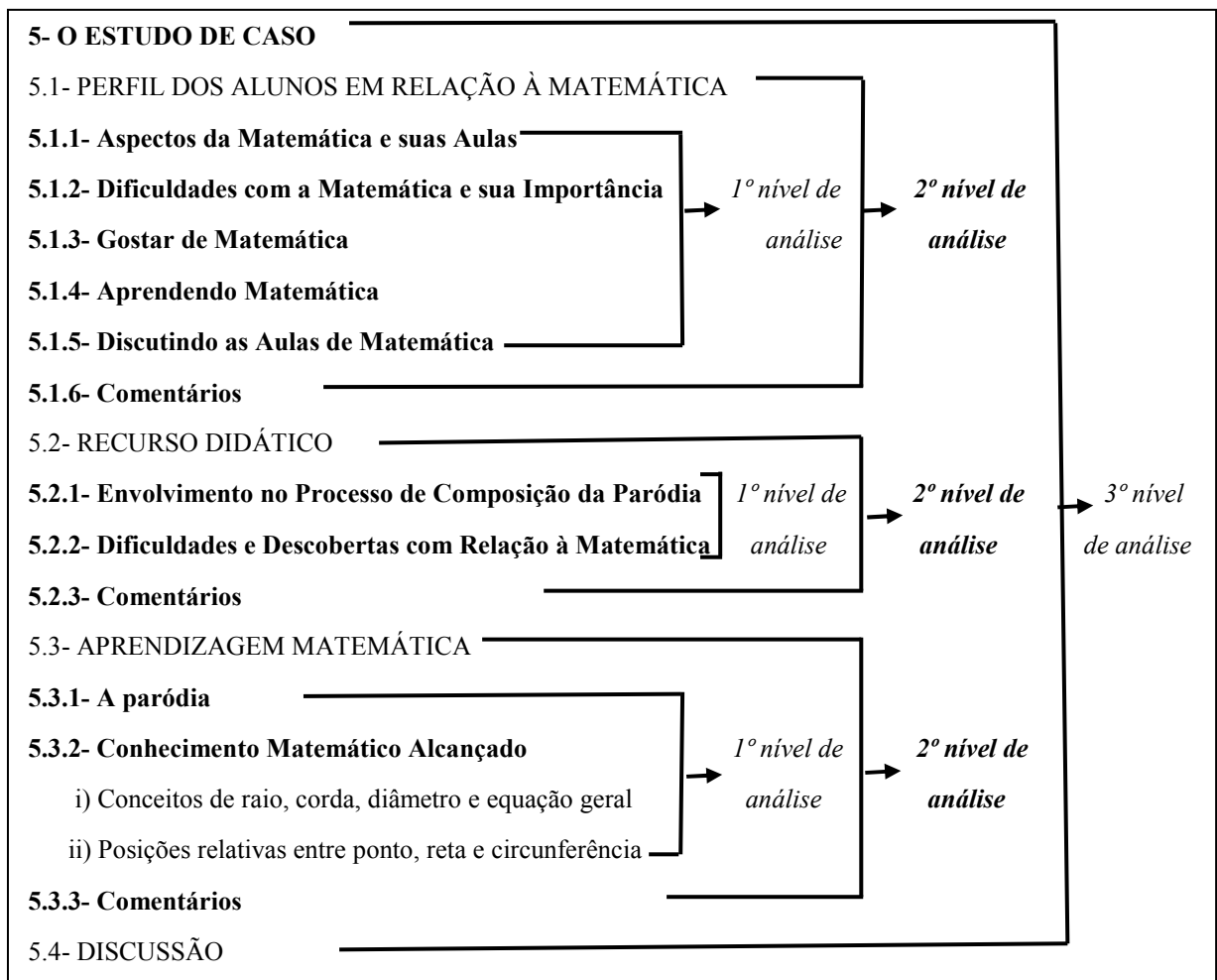


Figura 15: Esboço das Categorias e Subcategorias

Fonte: Estrutura adaptada de Lins (2003)

Ao final de cada categoria apresenta-se um Comentário referente à análise desenvolvida na mesma. O estudo de caso encerra-se com uma Discussão envolvendo todos os Comentários de cada seção.

Podemos dizer então que a análise que realizamos apresenta-se em três níveis e em forma de um funil (LINS, 2003), como mostra a Figura 16:

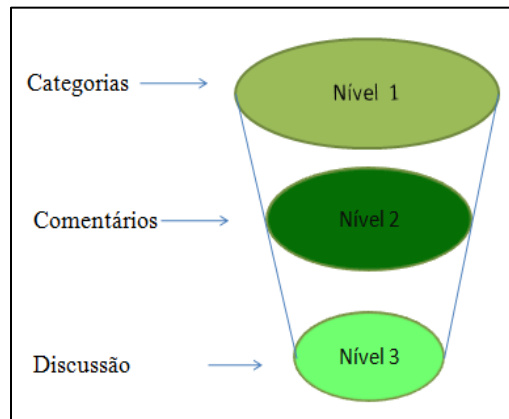


Figura 16 – Níveis de Análise

Fonte: Estrutura adaptada de Lins (2003)

No Nível 1 de análise encontram-se as categorias definidas, envolvendo também as subcategorias. No Nível 2 tem-se os Comentários fechando cada seção e no Nível 3 de análise tem-se a discussão referente ao fechamento do estudo de caso, envolvendo todos os Comentários das seções.

A análise dos dados esteve sempre relacionada com o objetivo da pesquisa que foi estabelecido no início do estudo, isto é, *desenvolver e avaliar uma metodologia alternativa de ensino usando a composição de paródias musicais para o ensino da Matemática na tentativa de contribuir com a aprendizagem de alunos do último ano do Ensino Médio.*

Após a apresentação do estudo de caso, foi possível apontar contribuições, limitações da pesquisa e questões futuras.

O próximo capítulo apresenta o estudo de caso, em si.

CAPÍTULO 5

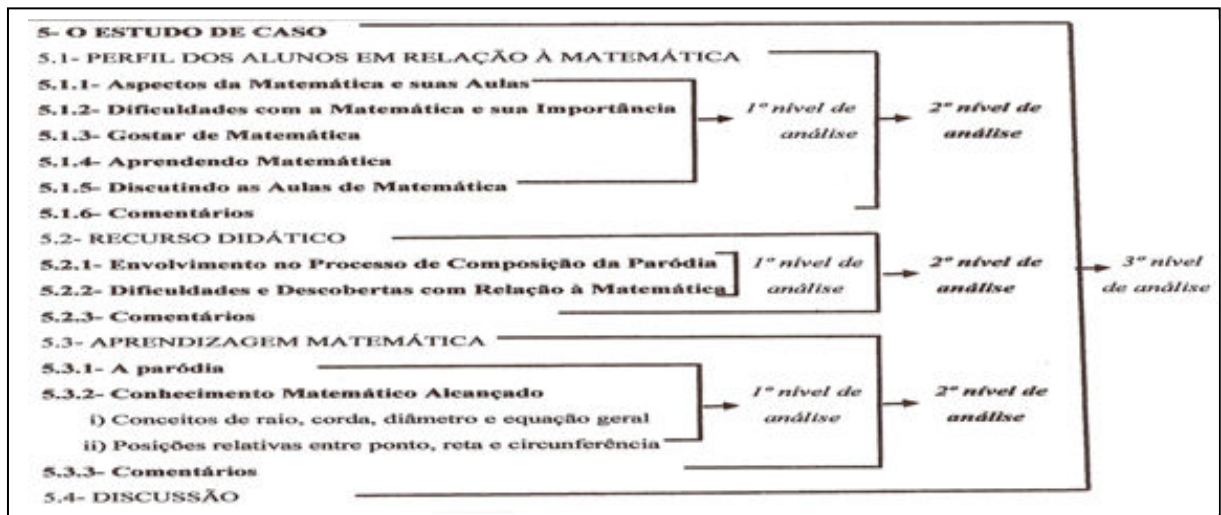
O ESTUDO DE CASO

O presente capítulo tem por objetivo apresentar o estudo de caso desta pesquisa, que se deu na triangulação dos dados, conforme discutido no capítulo anterior. O mesmo se apresenta em três seções, sendo a primeira, *Perfil dos alunos em Relação à Aula de Matemática*, a segunda *Recurso Didático* e a terceira *Aprendizagem Matemática*.

A primeira seção, *Perfil dos alunos em Relação à Aula de Matemática*, constitui o vértice A do triângulo cuja fonte foi o Questionário I (QI). Nela, a análise do QI foi feita levando-se em consideração cinco subcategorias: *Aspectos da Matemática e suas Aulas*; *Dificuldades com a Matemática e sua Importância*; *Gostar de Matemática*; *Aprendendo Matemática*; *Discutindo as Aulas de Matemática*. Comentários fecham a discussão da seção.

A segunda seção, *Recurso Didático*, constitui o vértice B do triângulo cujas fontes foram a Entrevista I não estruturada (EI), Entrevista II semi-estruturada (EII) e o Questionário II (QII), cuja análise foi feita levando-se em consideração duas subcategorias: *Envolvimento no Processo de Composição da Paródia*, *Dificuldades e descobertas com Relações à Matemática*.

A terceira seção, *Aprendizagem Matemática*, constitui o vértice C do triângulo cujas fontes foram as Letras das Paródias (LP), a Lista de Exercícios (LE) e a Entrevista II (EII), cuja análise foi feita levando-se em consideração duas subcategorias: *A paródia*, *Conhecimento Matemático Alcançado*. Sendo assim, o estudo de caso se apresenta como abaixo:



5.1 PERFIL DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À AULA DE MATEMÁTICA

Seção advinda do QI teve como objetivo traçar a concepção dos alunos sujeitos dessa pesquisa em relação à Matemática. Dos 36 sujeitos da pesquisa, 32 responderam ao QI, 4 sujeitos faltaram no dia da aplicação do Questionário. Como mencionado anteriormente, essa seção foi dividida em cinco subcategorias representadas pelos itens: 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.1.4 e 5.1.5.

5.1.1 Aspectos da Matemática e Suas Aulas

As indagações feitas nas questões 1, 2, 3, 5 e 9 do QI foram a respeito dos aspectos relevantes da disciplina como também a metodologia utilizada na aula de Matemática. As respostas obtidas estão apresentadas nos Quadros de 1 a 5.

Na primeira questão do QI, perguntamos aos sujeitos: *Para você, a aula de Matemática com exposição dos conteúdos é?* O resultado obtido foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Monótona	1	3 %
Cansativa	2	6 %
Normal	20	63 %
Legal	9	28 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 2 – Respostas da Pergunta 1 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Observamos que em relação aos dados, 63% dos alunos afirmaram que a aula de Matemática com exposição do conteúdo é normal; 28 % afirmaram que acham legal; 2% afirmaram que é cansativa e apenas 1% afirmou que é monótona. O que demonstra que os alunos estão acostumados com a prática pedagógica mais comum em Matemática, ou seja, com a aula de Matemática na exposição do conteúdo (definição, propriedades, exemplos, Lista de Exercícios), isto é, aquisição do conteúdo por meio da abordagem tradicional.

Na questão dois foi perguntado aos sujeitos: *Você considera uma boa aula de Matemática quando?* E observamos as seguintes respostas:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
O professor faz a exposição dos conteúdos	2	6 %
Há interação entre professor e alunos	22	69 %
O conteúdo é trabalhado por meio de recursos tecnológicos	5	16 %
O aluno faz apresentações com relação aos conteúdos	2	6 %
Não respondeu	1	3 %
Total	32	100%

Quadro 3 – Respostas da Pergunta 2 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nesta questão percebemos que para 69% dos alunos a boa aula de Matemática é aquela onde há interação entre professor e alunos, isto é, para eles o diálogo entre professor e aluno em sala de aula se faz necessário. 16 % afirmaram que preferem a aula por meio de recurso tecnológico. Observamos também um empate de 6 % entre os alunos que preferem que o professor faça a exposição do conteúdo e os que preferem que o aluno faça apresentações com relação ao conteúdo. Apenas um aluno não soube responder.

Na questão três perguntamos aos sujeitos: *Como você se sente durante a aula de Matemática?* E o resultado foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Indiferente	2	6 %
Motivado	6	19 %
Interessado	22	69 %
Desinteressado	2	6 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 4 – Respostas da Pergunta 3 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com relação à terceira pergunta 69 % dos alunos responderam que se sentem interessado durante a aula de Matemática; 19% responderam que se sentem motivados; observamos um empate de 2 % entre os que sentem indiferentes ou desinteressados. Com isso, sendo a maioria interessado durante a aula, podemos dizer que os alunos apresentam um sentimento positivo pela aula de Matemática.

Na quinta questão foi perguntado aos sujeitos: *O que você acha das aulas de Matemática no geral?* Observamos as seguintes respostas:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Legal	4	12 %
Normal	16	50 %
Interessante	12	38 %
Chata	-	-
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 5 – Respostas da Pergunta 5 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

50%, ou seja, metade dos alunos acredita ser a aula de Matemática, normal. Observamos pelo quadro acima, que nenhum aluno achou a aula chata, os outros 50% dos entrevistados acharam a aula legal ou interessante. Com isso, percebemos que os alunos ratificaram o sentimento positivo em relação à aula de Matemática, demonstrado na questão três.

Na questão nove perguntamos aos sujeitos: *Você prefere as aulas de Matemática?* Os resultados nos mostram:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Expositiva	18	56 %
Uso do livro didático	9	28 %
Recursos de mídias	5	16 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 6 – Respostas da Pergunta 9 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados obtidos, 56 % dos alunos, isto é, mais da metade dos alunos preferem aulas expositivas. Observamos que essa resposta ratifica a resposta apresentada na primeira questão quando os alunos afirmam achar a aula de Matemática na exposição do conteúdo normal. 28% dos alunos preferem aula com uso do livro didático e 16% preferem uma aula de matemática com uso de recurso de mídias.

5.1.2 Dificuldades com a Matemática e sua Importância

As indagações feitas nas questões 4 e 6 do QI diz respeito às dificuldades dos alunos em relação à Matemática e a importância do conteúdo abordado nas aulas, são apresentadas nos Quadros 6 e 7.

Na questão quatro perguntamos aos sujeitos: *Como você classificaria suas dúvidas em relação à Matemática?* Com relação aos dados obtidos podemos observar:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Normal	17	53 %
Mínima	5	16 %
Pequena	7	22 %
Nenhuma	2	6 %
Não respondeu	1	3 %
Total	32	100%

Quadro 7- Respostas da Pergunta 4 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados apresentados, para 53 % dos alunos as dificuldades em relação à Matemática são consideradas normais. 22 % responderam que as dificuldades são pequenas; para 16 % dos alunos, as dificuldades são mínimas, ou seja, poucas; 6% dos alunos responderam não ter nenhuma dificuldade. Podemos dizer que esses alunos gostam e tem afinidade com a Matemática. 3% não souberam responder. No geral os alunos demonstraram encarar as dificuldades na disciplina com naturalidade, isto é, como parte do processo de ensino e aprendizagem.

Na questão seis perguntamos aos sujeitos: *Os assuntos abordados na aula de Matemática, para você?* O resultado foi:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Tem importância para a vida	26	81 %
Não é necessário saber	1	3 %
Fazem parte do currículo.	5	16 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 8-Respostas da Pergunta 6 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados 81% dos alunos responderam que os conteúdos abordados na aula de Matemática têm importância para vida, isto é, a maioria dos alunos demonstrou uma

preocupação com o saber adquirido. Ou seja, para os alunos, o significado do saber matemático está intimamente ligado à maneira como o conteúdo lhe é apresentado. Para 5 % dos alunos os conteúdos fazem parte do currículo; apenas 3% acham que não é necessário saber Matemática.

5.1.3 Gostar de Matemática

Nesse item, os dados são apresentados no intuito de saber a opinião dos sujeitos pesquisados se o gostar ou não da Matemática e do professor podem estar interligados, cuja fonte foi à questão 7 do QI.

Na questão sete perguntamos aos sujeitos: *Em sua opinião, para gostar de Matemática, é preciso gostar do professor?* Os resultados apontaram:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Sim	4	12 %
Não	14	44 %
Indiferente	-	-
Estão interligados	14	44 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 9 – Respostas da Pergunta 7 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nessa pergunta, os dados apresentados nos mostraram um empate. Para 44 % dos alunos gostarem da Matemática e gostar do professor estão interligados. Para outros 44 % dos sujeitos, uma coisa não está interligada a outra. Apenas 12% dos alunos responderam que para gostar de matemática é preciso gostar do professor.

5.1.4 Aprendendo Matemática

Os dados apresentados nessa subcategoria dizem respeito ao aprendizado dos alunos com relação ao conteúdo abordado na aula de Matemática. As indagações feitas nas questões 10 e 11 do QI, estão representadas nos Quadros 9 e 10.

Na questão dez perguntamos aos sujeitos: *Ao constatar que você entendeu o conteúdo durante a aula de Matemática, você se sente?* O resultado foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Normal	3	9 %
Satisfeito	22	69 %
Vitorioso	7	22 %
Nunca entende	-	-
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 10 – Respostas da Pergunta 10 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados apresentados, 69 % dos alunos responderam que se sentem satisfeitos quando entendem o conteúdo durante a aula de Matemática; 22 % responderam que sentem vitorioso; 9% responderam que sentem normais. Nenhum aluno respondeu nunca entender o conteúdo durante a aula.

Na questão onze perguntamos aos sujeitos: *Após a exposição do conteúdo matemático, depois da aula, você busca ajuda?* Os resultados foram:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Professor	8	25 %
Dos colegas	11	34,5 %
Do livro	11	34,5 %
Não precisa	2	6 %
Não respondeu	-	-
Total	32	100%

Quadro 11 – Respostas da Pergunta 11 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados acima observamos um empate: 34,5 % dos alunos responderam que buscam ajuda dos colegas e outros 34,5 % dos alunos responderam que buscam ajuda do livro didático; 25 % responderam procurar ajudar do professor. Apenas 2 % responderam não precisar de ajuda, ou seja, demonstra não ter problemas de aprendizagem do conteúdo matemático.

5.1.5 Discutindo as Aulas de Matemática

Foi dada oportunidade aos alunos de fazer uma auto-avaliação em relação às aulas de Matemática. Como as questões 8 e 12 do QI, foram dissertativas, pela diversidade das respostas, procuramos sintetizá-las conforme mostram os Quadros 11 e 12.

Perguntamos na questão oito aos sujeitos: *Se fosse para você mudar algumas regras no funcionamento das aulas de Matemática, o que você mudaria? Por que?* O Resultado foi:

Respostas	Qt.Respondida	Porcentagem	Justificativas
Uso de recurso tecnológico	3	9,4 %	Talvez facilitasse a aprendizagem
Aumentar/diminuir o tempo das aulas/ou nº de aulas	4	12,4 %	Tornaria as aulas menos cansativas
Fórmulas, teorias ou regras	3	9,4 %	A maioria são chatas
Conteúdo/ metodologia/aulas	11	34,4 %	Para não ficar uma coisa repetitiva
Não mudaria nada	11	34,4 %	gosta ou está satisfeito com a aula
Total	32	100 %	

Quadro 12– Respostas da Pergunta 8 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Achamos que as respostas a essa questão não foram esclarecedoras devido à diversidade das suas respostas e justificativas. Houve um empate de 34,4 % entre os que não mudariam nada e os que mudariam em relação à exposição dos conteúdos trabalhados na sala de aula ou com relação à metodologia aplicada nas aulas. Somando-se as porcentagens dos alunos que responderam que mudaria algumas regras do funcionamento da aula de Matemática observamos uma acentuada variedade de respostas, trazemos algumas falas dos alunos como forma de ilustrar essa diversidade de respostas:

Sujeito 4 turma A: *Já que estamos ligados ao mundo tecnológico, seria bem interessante que fossem utilizados esses recursos, talvez assim, facilitaria o aprendizado.*

Sujeito 8 turma A: *Se eu fosse mudar alguma coisa no funcionamento das aulas seria na forma com que elas são dispostas, aumentaria o número de aulas no decorrer da semana e diminuiria a duração das mesmas. Com que intuito isso seria feito? A resposta é simples, isso tornaria as aulas menos cansativas.*

Sujeito 3 turma B: *Nada, pois as aulas de matemática são boas o suficiente para que os alunos possam compreender o conteúdo..*

Sujeito 5 turma B: *Nada. Porque estou satisfeito*

Sujeito 1 turma C: *Não mudaria nada, pois acho bom do jeito que está.*

Sujeito 6 turma C: *Aulas mais puxadas, que forçassem mais o aluno, mais exercícios para uma tentativa de aprendizagem melhor.*

Sujeito 1 turma D: *Só mudaria que tivesse mais trabalho e menos prova. Porque fica muito cansativo sei lá aquela pressão*

Sujeito 5 turma D: *Não mudaria nada, porque o professor ensina tudo bem e tira as dúvidas.*

Como pudemos observar nas respostas dos sujeitos pesquisados, sintetizadas na Tabela anterior e por meio das falas de alguns desses sujeitos, houve uma grande variedade de sugestões sobre o que mudaria nas regras do funcionamento das aulas de Matemática, o que dificultou o esclarecimento da questão.

Perguntamos na questão doze aos sujeitos: *Você tem algum comentário ou sugestão a fazer em relação à aula de Matemática?* Sintetizadas as respostas vejamos os resultados abaixo:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Gosto da aula de Matemática / é uma boa aula/ está indo bem	8	25 %
É uma das melhores aulas / Interessante / favorita	2	6 %
Mais exercícios/ trabalhos / menos teoria	5	15,6 %
Outros	6	19 %
Não	11	34,4 %
Total	32	100 %

Quadro 13 – Respostas da Pergunta 12 do Questionário I

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os dados apresentados revelam que 34,4 % dos alunos pesquisados não tinham nenhum comentário ou sugestão a fazer em relação à aula de Matemática o que parece demonstrar que estão satisfeitos com a aula de Matemática. Por outro lado, dos 66% que fizeram comentários, disseram gostar da aula, ser sua disciplina favorita, ser uma boa aula, entre outros vejamos alguns desses comentários trazidos por alguns sujeitos:

Sujeito 8 turma A: *As aulas de Matemática são um diferencial, pois podemos avaliar a capacidade do aluno. Pessoalmente gosto das aulas de matemática, pois é nelas que eu consigo provar meu potencial e me destacar.*

Sujeito 4 turma B: *Gosto demais das aulas de matemática apesar de não está com notas tão boas, mas, não vou deixar de falar que é a minha matéria preferida.*

Sujeito 8 turma C: *As aulas estão indo bem e sendo proveitosas, sempre gostei de matemática independente do professor ou do assunto. As aulas estão sendo bem trabalhadas e com o trabalho agora (a paródia musical) vai trazer ainda mais conhecimento.*

Sujeito 6 turma D: *Acho a matéria muito interessante, para mim é uma das melhores, porém às vezes é necessário que ela seja mais interativa, não apenas respondendo as questões, mas o professor deve usar de outros meios, como o trabalho da 1ª nota do 4º bimestre (a paródia musical).*

Percebemos com os dados trazidos pela questão, que 34,4 % dos sujeitos se dizem satisfeitos com a aula de Matemática e não apresentaram nenhum comentário ou sugestão em relação à mesma. Por outro lado, entre os vários comentários, observamos na fala do sujeito 6 turma D, trazida acima, que embora ele goste da disciplina Matemática, comenta ser preciso que o professor use de outras abordagens de ensino. Ficou claro na fala do sujeito que a aula não pode ser apenas por meio da abordagem tradicional, ou seja, na exposição do conteúdo seguida de exemplos e resolução de exercícios. Ao citar o trabalho da paródia musical, o sujeito aponta a intenção de conhecer outras abordagens de ensino, como a humanista, por exemplo, utilizada durante o trabalho de composição da paródia musical.

5.1.6 Comentários

Como mencionamos anteriormente, esta seção apresenta a análise dos dados do QI aplicado aos sujeitos da pesquisa. A seção se constituiu no vértice A do triângulo e se deu com a finalidade de traçar o perfil dos alunos em relação à aula de Matemática.

Diante dos dados na mesma, podemos afirmar que os alunos apresentaram um sentimento positivo pela Matemática, ou seja, eles gostam de Matemática independente de gostar do professor ou das possíveis dificuldades com os conteúdos matemáticos. A maioria dos alunos prefere a aula de Matemática na exposição dos conteúdos, achando-a normal e dizem interessados durante a mesma. Desta forma, os alunos demonstram que estão acostumados com a aquisição do conteúdo por meio da abordagem tradicional. De acordo com Mizukami (1986), a abordagem tradicional baseia-se com frequência em aulas expositivas e em demonstrações do professor, tendo como medida de avaliação da aprendizagem, a reprodução do conteúdo pelo aluno. A ênfase não é dada ao educando, e sim ao professor com intuito de garantir a aquisição do conteúdo cultural pelo aluno. Os alunos, ao afirmar que preferem a aula de Matemática na exposição dos conteúdos, demonstram que a prática pedagógica mais comum em Matemática ainda parece ser aquela em que o professor

cumprir seu contrato dando aulas expositivas propondo aos alunos problemas cujos enunciados contêm os dados necessários, aliada aos elementos das aulas, permite encontrar a solução do problema. O aluno por sua vez, cumpre seu contrato se ele bem ou mal compreende a aula dada e consegue resolver corretamente ou não os exercícios, como argumenta Silva (2010).

Ainda em relação à aula de Matemática, o fato dos alunos acharem a aula legal, normal ou interessante, esse resultado pode ser conseqüência do contexto em que o contrato didático foi colocado por parte do professor. Segundo Brousseau *apud* Almouloud (2007), o funcionamento do contrato didático depende de diferentes contextos de ensino e de aprendizagem. As escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho proposto para os alunos, os objetivos de formação, a epistemologia do professor, as condições da avaliação, etc. Fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático.

No que se refere a uma boa aula de Matemática, pudemos notar que é preciso que haja interação entre professor e aluno, isto é, o diálogo em sala de aula se faz necessário, portanto, o ideal é que o professor dialogue com os alunos, com ênfase nas relações interpessoais.

Quanto aos conteúdos, percebemos que os alunos demonstram preocupação com o saber adquirido, daí considerá-los importantes para a vida. Observamos também que as dificuldades encontradas nos conteúdos matemáticos são encaradas com normalidade, fazendo parte do processo de ensino e aprendizagem. No tocante as dúvidas surgidas durante a aprendizagem dos conteúdos poucos alunos procuram ajuda do professor. Ainda com relação às dificuldades dos alunos na aprendizagem, embora, sejam vistas por eles como normal. Grande parte das dificuldades dos alunos para a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos é causada pelo contrato didático mal administrado, por parte do professor ou do aluno, nesse caso o contrato vem à tona e é motivo de renegociação, quando não é respeitado por qualquer um dos parceiros da relação didática, professor ou aluno, como argumenta Brousseau (1986).

Em relação ao que mudou no funcionamento da aula Matemática e por que, houve uma grande diversidade nas respostas. Observamos que boa parte dos alunos está satisfeito com a aula de Matemática e não mudaria nada, no entanto, os que mudariam, percebemos a falta de uma justificativa mais plausível diante de tanta diversidade nas respostas. Sendo assim, observamos que as respostas não foram esclarecedoras.

Por fim, quanto ao comentário ou sugestão em relação à aula de Matemática, de modo geral, observamos que os alunos estão satisfeitos porque gostam da aula, para alguns é a disciplina favorita.

5.2 RECURSO DIDÁTICO

Esta seção é representada pelas fontes EI, EII e QII, com o objetivo de discutir o uso do recurso didático nas aulas, isto é, a construção da paródia musical. A seção foi dividida em duas subcategorias indicadas pelos itens: 5.2.1 e 5.2.2.

5.2.1 Envolvimento no Processo de Composição da Paródia

As indagações feitas na EI e na pergunta 2 da EII, tiveram como objetivo descrever o envolvimento dos alunos no processo de construção das paródias musicais sobre o conteúdo circunferência. Por outro lado, a questão 2 do QII, objetivou investigar o que os sujeitos acharam da experiência de trabalharem em grupo.

Na entrevista I não estruturada observamos que os alunos das quatro turmas envolvidas na pesquisa se manifestaram de maneira positiva em relação à atividade de composição da paródia musical. Indagados sobre como se deu a realização do trabalho. Os alunos relataram que precisaram dividir as tarefas entre si, isto é, cada grupo dividiu as tarefas entre seus integrantes. Conforme observamos nas falas de alguns sujeitos trazidas abaixo:

Sujeito 1 (Turma C): [...] *foram várias etapas para criar a letra da música, aí depois a gente partiu para o processo de gravação. A composição da paródia fui eu, e os sujeitos 3 e 4, depois nos reunimos e fomos montando parte por parte, vendo o que se encaixava e onde se encaixava.*

Sujeito 3 (Turma A): *foi assim a gente dividiu, eu e os sujeitos 1 e 4 responsáveis pela composição da paródia e os demais ficaram responsáveis pela resolução da lista de exercícios e dar uma força a gente, qualquer idéia que viesse estava boa.*

Observamos que o grupo da turma A demonstrou ter conhecimento e entendimento sobre música. Alguns alunos do grupo tocavam violão e cantavam antes mesmo de entrarmos com a proposta do trabalho de composição da paródia, tendo sido esses alunos os vocalistas na gravação da paródia musical produzida por eles. Observamos que esses alunos tinham conhecimento sobre música no dia da apresentação da paródia, momento esse, em que o grupo relatou que foi preciso mexer na melodia da musica original parodiada, pois estava difícil alcançar algumas notas musicais, como mostra a fala do sujeito 3.

Sujeito 3: *sim, falando na melodia da paródia, ela ficou um pouco diferente da original porque estava difícil alcançar a nota musical lá em cima, então, a gente deu uma modificada, coisa básica, mas ficou legal.*

Como mencionado anteriormente, dois alunos de cada uma das quatro turmas foram convidados para a EII semi-estruturada. Dos oitos alunos, seis compareceram a entrevista. Na primeira pergunta as duplas responderam como foi compor a paródia. Na percepção dos seis alunos, três deles responderam que o trabalho de composição foi complicado ou difícil.

Observamos que a dupla da turma A justificou que a complicação foi ter esquecido um pouco o conteúdo circunferência e em virtude da escolha da música tiveram algumas dificuldades para encaixar as rimas na paródia. Por outro lado, afirmam que o trabalho foi o que ajudou a lembrar o assunto, ou seja, a construção de seus conhecimentos a partir da atividade proposta. Como mostram as falas da dupla entrevistada.

Sujeito 1 (Turma A): *complicado logo no início, já tinha visto o assunto e tinha até esquecido um pouco. E no decorrer por ser também uma música complicada que a gente escolheu para encaixar as rimas, aí ficou um pouco complicado, mas, deu para desenvolver a paródia.*

Sujeito 2 (Turma A): *realmente foi um pouco complicado por ter esquecido o assunto, mas, foi também o que ajudou a lembrar o assunto.*

Para a representante da turma B a dificuldade foi porque o grupo no início não participou da composição da paródia, sendo ela a única participante de seu grupo a compor a letra da paródia. Como mostra sua fala.

Sujeito 1 (turma B): *foi complicado porque o grupo não participou, eu tive que fazer a letra da paródia só.*

Observamos aqui, uma divergência em relação à entrevista I, na qual o grupo afirmou que todos tinham participado da composição da letra da paródia, como nos mostra o diálogo trazido da EI:

Pesquisador: Todo grupo participou da composição da paródia? Como foi?

Sujeito 1 (turma B): *com certeza, todo mundo tem que participar porque é muito difícil.*

Segundo a aluna, os demais integrantes só vieram a participar do trabalho no processo de gravação da paródia e resolução da Lista de Exercícios. Apesar da dificuldade apresentada, a aluna afirma que foi bom o trabalho de composição, como abaixo:

Sujeito 1 (turma B): [...] *Eu disse vou fazer, eu fiz, refiz estava errado, tive que mudar algumas coisas, foi difícil, mas foi bom*

Como já mencionamos anteriormente, durante o período de composição das paródias, apenas o grupo da turma B mostrou a letra da paródia produzida ao professor pesquisador anterior a sua apresentação, por duas vezes. Na primeira, observamos que o processo de composição estava errado, pois os conceitos referentes ao conteúdo circunferência não apareciam na letra. Na segunda vez, para que fosse verificado algum erro em nível conceitual. Ressaltamos que algumas dúvidas e perguntas surgiram durante a realização do trabalho e foram sanadas e respondidas pelo professor pesquisador em sala de aula e/ou fora de sala de aula. As Letras das Paródias das outras três turmas só foram conhecidas pelo professor no dia de sua apresentação. Portanto, os alunos puderam agir, falar de e sobre Matemática, cujo foco foi circunferência, refletir por iniciativa própria, os conceitos que eram pertinentes a letra da paródia.

Para as turmas C e D compor a paródia foi fácil, foi algo diferente, descontraído e uma nova forma de trabalharem em conjunto. Observamos que essa atividade de compor a paródia musical envolvendo o conteúdo circunferência proporcionou aos alunos, estudar, pesquisar, reorganizar e discutir os conhecimentos do conteúdo adquiridos durante as aulas expositivas e os utilizaram nas letras das paródias, como mostrado a seguir:

Sujeito 1 (turma C): [...] *foi fácil compor a paródia, a gente já tinha uma base como ia fazer, [...] já sabendo o assunto que tinha sido trabalhado aí a gente só fez tentar encaixar rima com musicalidade. Foi fácil.*

Sujeito 1: (turma D): *foi algo diferente, descontraído e até empolgante. Pudemos explicar um assunto de Matemática sem aquela seriedade que a Matemática tem que são regras, exercícios e provas. Uma forma dinâmica que realmente você aprende alguma coisa, porque não tem como você escrever a letra de uma paródia, está estudando o assunto para poder compor a paródia e não aprender nada.*

Sujeito 2: (turma D): *é uma nova forma de trabalhar em conjunto, o pessoal interage. Trabalhar a Matemática de outras maneiras não só com provas e ... é uma nova forma de se aprender, é isso.*

Observamos também nas falas dos alunos que o fato de já conhecerem o conteúdo, ajudou o processo de composição da paródia. Como nos mostra a fala do sujeito abaixo:

Sujeito 1: (turma B): [...] *e também conhecendo o assunto que o professor já tinha explicado ficou tudo mais fácil, foi só pegar o assunto e colocar na letra.*

No que diz respeito ao QII, dos 36 sujeitos da pesquisa 29 responderam ao Questionário e 7 sujeitos faltaram no dia da aplicação do mesmo.

Na segunda questão perguntamos aos sujeitos: *Para você, ter trabalhado em grupo foi?* O resultado foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Desestimulante	2	7 %
Motivador	16	55 %
Interessante	8	28 %
Difícil	2	7 %
Não respondeu	1	3 %
Total	29	100%

Quadro 14 – Respostas da Pergunta 2 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com base nos dados acima, observamos que para 55 % dos alunos ter trabalhado em grupo foi motivador, para 28 % dos alunos o trabalho em grupo foi interessante. Obteve-se um empate de 7% entre os alunos que acharam trabalhar em grupo difícil ou desestimulante, apenas 3% dos alunos não souberam responder. Enquanto na Entrevista II, observamos nas falas dos sujeitos, que para as turmas A e C, ou seja, 50 % dos sujeitos, a experiência de trabalhar em grupo influenciou na interação entre os grupos, mobilizando para que todos que estavam no grupo aprendessem e refletindo na aproximação com alunos das outras salas, como abaixo:

Sujeito 2 (turma A): *também foi massa porque como foi um trabalho de vários 3º anos do turno da tarde, a gente conseguiu ficar se comunicando sala por sala para saber como estavam indo os trabalhos das outras salas.*

Pesquisador: Vocês ficavam atrás de saber como é que estavam os outros trabalhos?

Sujeito 2: *era também das outras salas*

Sujeito 1 (turma A): *porque de certa forma uniu todo mundo.*

Sujeito 1 (turma C): *houve interação maior do grupo, antes desse trabalho o grupo não era tão ligado, houve uma ligação maior, a gente conseguiu adquirir mais informação sobre o assunto.*

Orientadora: Como?

Sujeito 1: *através da pesquisa, a gente possui internet, livros aí também numa mobilização para todo mundo aprender. A gente tirou xérox, fez uma mobilização não só nas pessoas que estavam no grupo.*

Percebemos que esse trabalho provocou o estudo e o estudar entre eles, como também aproximou os grupos, pois os alunos não costumavam ouvir um ao outro, ou seja, não se comunicavam e nem discutiam sobre Matemática em grupo, isto é, até então desenvolviam seus estudos de forma individual.

5.2.2 Dificuldades e Descobertas com Relação à Matemática

Essa subcategoria diz respeito às dificuldades encontradas pelos alunos durante a realização do trabalho, o envolvimento com a Matemática e as descobertas em relação ao conteúdo abordado na paródia musical, cujas fontes foram EI + EII (perguntas 1.1 e 2) + QI I (questões 1, 3, 4, 5, 6 7, 8 e 9).

Com base nas falas dos sujeitos na EI, pudemos observar que o trabalho de composição da paródia musical deixou a aula de Matemática mais dinâmica e interativa e ajudou na resolução da Lista de Exercícios. Tiveram que ler e reler bem o assunto e que o conteúdo circunferência trabalhado por meio da paródia musical foi mais prazeroso, como mostra algumas das falas:

Sujeito 1 (turma C): *ajudou, porque a gente já tinha a noção que o professor já tinha dado durante a aula, mas, através da música conseguimos fixar mais as idéias e não vamos esquecer tão fácil desse assunto.*

Sujeito 1 (turma A): *a aula ficou mais interativa, mais dinâmica.*

Sujeito 3 (turma B): *ajudou entender mais.*

Sujeito 1 (turma B): *tivemos que ler bem o assunto, ler e reler, ler e reler.*

A pergunta 1.1 da EII abordou as dificuldades encontradas pelos grupos na realização do trabalho. Na percepção dos alunos, entre as dificuldades encontradas destacam-se a demora em encontrar um estúdio para gravação da paródia. Também foram destacadas

dificuldades em encaixar o conteúdo matemático na Letra da Paródia, pois tiveram dúvidas em saber quais conceitos deveriam entrar na letra da paródia e se a escrita deles combinaria com o ritmo da música escolhida. De acordo com os alunos, a dificuldade maior foi trabalhar em grupo, conseguir juntar o grupo todo na mesma hora para compor a letra da paródia e resolver a Lista de Exercício. Vejamos algumas falas dos sujeitos:

Sujeito 1 (turma A): *Na gravação foi complicado encontrar um lugar adequado (estúdio) para gravar, não foi fácil...*

Sujeito 2 (turma A): *[...] acho que uma grande dificuldade foi pegar o assunto por escrito e colocar numa letra de música.*

Sujeito 1 (turma B): *assim pegar a letra de uma música para colocar um assunto de Matemática fica complicado, sem ter ritmo, sem saber direito quais os assuntos precisamente iam ser colocados.*

Para os grupos das turmas B e D uma das dificuldades foi à falta de interação dos grupos por parte de alguns de seus integrantes.

Sujeito 1 (turma B): *foi complicado porque o grupo não participou, eu tive que fazer a letra da paródia só.*

Sujeito 1 (turma D): *faltou um pouco de união do grupo, de se unir, dividir tarefas, que sempre foi deixado de lado. E realmente de compor a letra certa.*

Por outro lado, a turma C não teve dificuldade, tudo foi espontâneo e ainda tiveram tempo para produzir um vídeo clip da paródia. O DVD com o clip foi produzido pelos próprios alunos do grupo, como abaixo:

Sujeito 1 (turma C): *não teve dificuldade não, foi tudo bem espontâneo, a gente conseguiu fazer tudo no tempo certo. Até o dia do professor marcar a apresentação, não tinha acontecido o vídeo porque o tempo foi curto. Quando o professor pediu para apresentar estava pronta a música. Como o professor deu mais uma semana a gente foi repensar o vídeo.*

Percebemos que a turma C demonstrou que um grupo grande pode trabalhar unido.

Em relação à segunda pergunta da EII, foi pedido aos seis entrevistados para mencionarem os pontos positivos e negativos do trabalho. Como pontos positivos os alunos consideraram lembrar o conteúdo; ler e reler o assunto que já havia sido trabalhado pelo professor; a alegria que o trabalho proporcionou; uma aprendizagem maior do conteúdo. Por

último, a Matemática vista de forma interessante, antes vista por eles, como uma coisa chata. Como mostrado a seguir:

Sujeito 1 (turma A): *depois da paródia a gente relembrou e de certa forma não esqueceu, porque feito com música ninguém nunca esquece a letra.*

Sujeito 1 (turma B): *a pessoa que faz e realmente estuda tem mais facilidade de aprender a Matemática porque tem que rever, ler livros, reler.*

Sujeito 1 (turma C): *a alegria que o trabalho proporcionou, a fixação do assunto que a gente teve uma maior fixação.*

Sujeito 1 (turma D): *quebrou aquele gelo da Matemática ...ver a Matemática de outra forma, de forma interessante.*

Quanto aos pontos negativos, apenas os alunos das turmas B e D citaram a falta de interação de seus grupos na realização do trabalho. As turmas A e C não fizeram menção a pontos negativos. Como a baixo:

Sujeito 1 (turma B): *os negativos, como é um grupo grande não colaboraram comigo para fazer um trabalho mais bem feito.*

Sujeito 1 (turma D): *nem todo mundo soube interagir, nem todo mundo soube compartilhar, não soube se unir no grupo.*

Observamos nas falas dos alunos algumas mudanças em relação à Matemática após a realização do trabalho. Os alunos perceberam que a Matemática *não é um bicho de sete cabeças*, expressão que eles geralmente costumam falar em relação à disciplina. Perceberam também a importância do estudar. Por várias vezes, percebemos tanto nas falas como nas letras das paródias, o verbo *estudar*, como abaixo:

Orientadora: Mudou alguma coisa em relação à Matemática, ao estudar Matemática?

Sujeito 1 (turma C): *mudou, não sei se é porque foi mais nesse assunto ficou bem mais trabalhado, mas a gente viu que a Matemática não é esse bicho de sete cabeças. A gente pensa tanto e se a gente estudar tem um rendimento melhor, estudar mais, se dedicar, porque a gente se dedicou se tornou uma coisa muito fácil, que hoje é circunferência.*

Sujeito 1 (turma A): *de outra forma muito melhor, muito bacana*

Sujeito 2 (turma A): *principalmente para mim que tenho dificuldade em Matemática, achei muito melhor.*

Na primeira questão do QII, perguntamos aos sujeitos: *Para você, o compor uma paródia com letra voltada ao conteúdo matemático foi?* O resultado mostra:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Fácil	2	7 %
Normal	2	7 %
Difícil	7	24 %
Interessante	18	62 %
Não respondeu	-	-
Total	29	100%

Quadro 15 – Respostas da Pergunta 1 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com base nos dados acima observamos que para 62 % dos alunos compor uma paródia com a letra voltada ao conteúdo matemático abordado na sala de aula foi interessante. Para 24 % dos alunos foi difícil, para 7% foi normal ou fácil. Os resultados apontam que a aprendizagem matemática por meio de uma situação adidática foi aceita pela maioria dos alunos.

Na terceira questão perguntamos aos sujeitos: *Como você se sentiu após ter sido capaz de compor a paródia?* Obteve como resultado:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Normal	2	7 %
Alegre	8	28 %
Surpreso	6	21 %
Realizado	13	44 %
Não respondeu	-	-
Total	29	100 %

Quadro 16 – Respostas da Pergunta 3 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados acima observamos que 44 % dos alunos sentiram-se realizados ao perceberem que foram capazes de compor a paródia. Quanto aos demais alunos, 28 % responderam alegre, 21 % respondeu surpreso e 7 % respondeu normal.

Na quarta questão perguntamos aos sujeitos: *Você acredita que ao compor a paródia o seu envolvimento com a Matemática melhorou?* O resultado foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Sim	20	69 %
Não	-	-
Indiferente	1	3 %
Muito	8	28 %
Não respondeu	-	-
Total	29	100 %

Quadro 17 – Respostas da Pergunta 4 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os dados mostram que para 69 % dos alunos o envolvimento com a Matemática melhorou com a atividade de compor uma paródia abordando o conteúdo matemático. Para 8 % o envolvimento melhorou muito. Observamos que nenhum aluno negou que o envolvimento com a disciplina não tenha melhorado. Os resultados apontam que os alunos não demonstraram dificuldades em adaptar-se a ruptura do contrato didático com o qual estavam acostumados.

Na questão cinco perguntamos aos sujeitos: *Uma aula de Matemática com o assunto abordado por meio da música torna-se?* O resultado obtido foi:

Respostas	Quantidade Respondida	Porcentagem
Interessante	12	41 %
Estimulante	17	59 %
Indiferente	-	-
Desestimulante	-	-
Não respondeu	-	-
Total	29	100%

Quadro 18 – Respostas da Pergunta 5 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados acima para 59 % dos alunos uma aula de Matemática com o assunto abordado por meio da música é estimulante. Para os demais alunos é interessante. Os dados apontam que para os alunos é necessário que o conhecimento matemático lhe seja apresentado por meio de outras abordagens de ensino, ou seja, não apenas por meio da abordagem tradicional.

Na sexta questão perguntamos aos sujeitos: *O assunto matemático abordado na paródia, para você?* O resultado foi:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Tem importância para a vida	4	14 %
Atribui melhoras na aprendizagem	16	55 %
Faz o currículo mais interessante	1	3 %
Torna a aula mais estimulante	8	28 %
Não respondeu	-	-
Total	29	100 %

Quadro 19 – Respostas da Pergunta 6 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com base nos dados acima para 55 % dos alunos o assunto matemático abordado na paródia atribui melhoras na aprendizagem. Para 28 %, torna a aula mais interessante, 14 % responderam que tem importância para a vida e para 3 %, faz o currículo mais interessante.

Como as questões 7, 8, 9 do QII, foram dissertativas, pela diversidade das respostas, procuramos sintetizá-las conforme mostram os Quadros 19, 20 e 21.

Perguntamos na questão sete aos sujeitos: *Como foi resolver a lista de exercício para você?* Sintetizadas as respostas obtivemos:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Complicado / um pouco complicado	5	17,5 %
Difícil / um pouco difícil / muito difícil	7	24 %
Fácil / mais fácil	8	27,5 %
Normal / estimulante / importante	5	17,5 %
Estressante	1	3 %
Outros	3	10 %
Total	29	100 %

Quadro 20 – Respostas da Pergunta 7 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com os dados, por se tratar de uma questão subjetiva, observamos uma grande variedade de respostas. Para 27,5 % dos alunos, a resolução da lista foi fácil ou tornou-se mais fácil com a composição da Letra da Paródia. Para 24 % foi difícil, um pouco difícil ou muito difícil. Observamos quase um empate entre as duas primeiras colocadas. O empate foi de 17,5 % entre complicado e normal. Apenas 3 % responderam que foi estressante.

Perguntamos na questão oito aos sujeitos: *Como você ver a Matemática após ter realizado esse trabalho?* Sintetizadas, as respostas apontam:

Respostas	Qt. Respondida	Porcentagem
Não mudou nada/ como via antes/ não mudou muito	3	10,5 %
Não é monótona / de forma diferente	3	10,5 %
Interessante / melhor de ser compreendida	11	38 %
È algo difícil / matéria difícil	2	6 %
Estimulante / com outros olhos	3	10,5 %
Não respondeu	1	3,5 %
Outros	6	21 %
Total	29	100 %

Quadro 21 – Respostas da Pergunta 8 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Também por se tratar de uma questão subjetiva, apresenta uma variedade de respostas. Com os dados obtidos, observamos que para 38 % dos alunos a visão em relação à Matemática mudou após o trabalho com as paródias, ou seja, a Matemática passou ser vista como uma disciplina interessante e melhor de ser compreendida. Para 10,5 %, a Matemática passou ser vista de forma diferente, com outros olhos e não mudou muito porque já a viam desse modo. Apenas 6 % continuam achando-a uma disciplina difícil e 3,5 % não souberam responder. 21 % dos alunos, responderam que vê a Matemática de outras formas.

Perguntamos na questão nove aos sujeitos: *Você acredita que trabalhar a matemática por meio da música em forma de paródias pode contribuir com a aprendizagem do conteúdo? Justifique sua resposta.* Após sintetizarmos as respostas, obtivemos:

Respostas	Qt. R.	%	Justificativas
Sim	22	76	Ajuda compreender melhor o assunto. Nós mesmos temos que ir atrás dos assuntos, da aprendizagem. Facilita o aprendizado.
Com certeza	4	13,5	Fomos exemplos disso, compreendemos mais o assunto / quebra a seriedade da disciplina.
Às vezes sim, às vezes não	1	3,5	Se for estimulante e interessante pode contribuir, caso contrário, não.
Não	-	-	-
Não respondeu	1	3,5	-
Ajuda	1	3,5	Fazendo a letra ficamos interessados
Total	29	100	-

Quadro 22 – Respostas da Pergunta 9 do Questionário II

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com base na síntese dos resultados acima observamos que para a grande maioria dos alunos, isto é 76 % trabalhar a Matemática por meio da música, em forma paródias musicais contribui com a aprendizagem do conteúdo. Justificaram sua afirmação dizendo compreender melhor o assunto, pois com esse recurso didático, são os próprios alunos que vão atrás do conteúdo e da aprendizagem. Para 13,5 %, com certeza, e usaram como exemplo, eles próprios, afirmando que compreenderam mais o assunto abordado na Letra da Paródia. Para 3,5 %, ajuda, não respondeu ou afirmam que depende da paródia, se ela for estimulante ou interessante pode contribuir caso contrário nem ajuda nem atrapalha. Observamos que ninguém respondeu não, isto é, os resultados apontam que trabalhar o conteúdo matemático por meio da composição de uma paródia musical como recurso didático pode contribuir com o ensino e aprendizagem da Matemática.

5.2.3 Comentários

Como mencionamos anteriormente, esta seção apresenta a análise dos dados do Recurso didático. A seção constituiu o vértice B do triângulo e se deu com o objetivo de discutir o uso do recurso didático nas aulas, isto é, a construção da paródia musical. Esta seção foi constituída pelas fontes EI, EII e QII.

Diante dos dados apresentados na mesma, pudemos observar na EI que para a realização do trabalho cada grupo dividiu as tarefas entre seus integrantes. Observamos também que alguns alunos apresentavam conhecimento sobre música ao relatarem que foi preciso modificar algumas notas musicais na melodia da paródia, pois, estava difícil alcançar algumas notas da música original. Esses alunos também foram os vocalistas na gravação da paródia por eles composta.

Percebemos também que para fazer a composição da paródia musical os alunos tiveram que ler e reler o conteúdo circunferência. Observamos que o trabalho além de prazeroso deixou a aula de Matemática mais dinâmica e interativa, assim contribuindo na resolução da Lista de Exercícios.

Com relação à EII, observamos que o processo de composição da paródia foi definido de forma diferente por cada uma das turmas. Para o grupo da turma A, o processo de composição foi complicado, em virtude das dificuldades que tiveram para encaixar as rimas na Letra da Paródia. Por outro lado, afirma que foi o que ajudou a lembrar o conteúdo, ou seja, aprofundar os conhecimentos sobre o conteúdo circunferência. Para a representante do grupo da turma B, foi difícil, pois apenas ela foi responsável pela composição da paródia.

Apesar de na EI os grupos afirmarem que as tarefas foram divididas e que todos os integrantes participaram da composição da paródia, na EII, observamos divergências entre algumas dessas respostas, isto é, nem todos os integrantes dos grupos das turmas B e D cumpriram com as tarefas que lhes foram designadas, havendo, portanto, falta de interação entre esses grupos. Apesar da dificuldade encontrada pela turma B, a aluna disse que foi bom o trabalho de composição da paródia.

Para as turmas C e D compor a paródia foi fácil, algo diferente. Observamos que no momento de composição da paródia, os alunos precisaram se reunir por várias vezes e nesses encontros pôde, agir, falar de e sobre circunferência, precisaram recorrer aos livros, cadernos e apontamentos, aprofundando os conhecimentos sobre circunferência já estudada de forma expositiva. Puderam ouvir uns aos outros e então refletir por iniciativa própria sobre quais os conceitos mais importantes sobre circunferência deveriam estar presentes na letra da paródia. Sendo assim, os alunos foram os atores principais da construção de seus conhecimentos a partir do trabalho proposto, e o professor, assumiu o papel de mediador durante o trabalho realizado caracterizando, segundo Brousseau (1986), uma situação adidática.

Podemos dizer que os alunos ao aceitarem a atividade proposta pelo professor pesquisador na devolução, isto é, compor a paródia musical foram colocados na situação adidática. A esse respeito Freitas (2010, p. 86) afirma que “as situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso dos alunos nelas significam que ele por seu mérito conseguiu sintetizar algum conhecimento [...]”

Segundo a tipologia das situações adidáticas elaborada por Brousseau (1986), os alunos vivenciaram a *situação de ação* ao aceitar a tarefa na devolução. Ao discutirem, falarem e refletirem sobre quais conceitos sobre circunferência estariam presentes na letra da composição da paródia, vivenciaram a *situação de formulação*. Por fim, ao recorrerem aos livros, cadernos, apontamentos e Internet, se deu a *situação de validação*.

Portanto, a atividade escolhida na devolução, estimulou os alunos a aceitá-la, levando-os a agir, a falar, a refletir, a evoluir por si próprio, como argumenta Brousseau (1986).

Quanto ao trabalhar em grupo, observamos divergências nas respostas dadas pelos sujeitos. Na questão dois do QII, observamos que para os alunos, trabalhar em grupo foi motivador, isto demonstra que os alunos não tinham o hábito de trabalhar em grupo. Enquanto na EII, para os alunos das turmas A e C, a experiência de trabalhar em grupo, influenciou na interação entre os grupos, mobilizando para que todos que estavam no grupo aprendessem,

aproximando os alunos das outras salas e refletindo até nos familiares. Desta forma para as turmas A e C a composição da paródia musical promoveu a cordialidade, a cooperação e o trabalho em equipe, como argumenta Carvalho (2008). Enquanto que para as turmas B e D não houve interação entre os alunos dos grupos.

No que se refere às dificuldades encontradas na composição da paródia musical e descobertas com relação à Matemática, percebemos que os alunos elegeram como principal dificuldade o trabalhar em grupo. Juntar todo grupo na mesma hora para compor a Letra da Paródia e resolver a Lista de Exercícios, foi à maior dificuldade enfrentada pelos alunos durante a realização do trabalho. Também foi mencionado como dificuldades o encontrar um estúdio para gravação da paródia e o transpor o conteúdo matemático na Letra da Paródia. Foi possível observar a preocupação dos alunos na escolha das palavras corretas e com a melodia da música escolhida. Observamos ainda que a turma C não encontrou nenhuma dificuldade durante a realização do trabalho.

Em relação à segunda pergunta da EII, observamos que os alunos consideraram que o trabalho foi positivo e apontaram como sendo positivo no trabalho o relembrar o conteúdo, o ler e reler o assunto, a alegria que o trabalho propiciou, uma aprendizagem maior do conteúdo e a Matemática vista de forma interessante. Como ponto negativo, as turmas B e D apontaram a falta de interação entre seus grupos. Observamos com isso que os alunos demonstraram um sentimento positivo em relação ao trabalho e consideraram que o mesmo contribuiu para a aprendizagem do conteúdo circunferência e puderam perceber que a Matemática pode ser trabalhada de forma alegre.

Quanto ao QII, para os alunos o compor uma paródia com letra voltada ao conteúdo matemático foi interessante e sentiram-se realizados em saber que foram capazes de compor a paródia, assim, acreditando que o envolvimento com a Matemática melhorou após a composição da paródia. Percebemos com isso que os resultados apontam que os alunos não demonstraram ter dificuldades em adaptar-se a ruptura do contrato didático com o qual estavam acostumados, pois, de acordo com Brousseau (1986), muitos alunos têm dificuldades em adaptar-se à ruptura.

Observamos também que para os alunos uma aula de Matemática com o assunto abordado por meio da paródia torna-se uma aula estimulante. Quanto ao conteúdo matemático abordado na paródia, ou seja, circunferência, os alunos atribuíram melhoras na aprendizagem.

Com relação à resolução da Lista de Exercícios, observamos uma grande variedade de respostas, sendo a mais respondida como fácil ou mais fácil. Contudo, percebemos uma pequena diferença de menos de 3% em relação aos que responderam ter sido difícil, um pouco difícil ou muito difícil.

Observamos no QII que em relação a como os alunos vêem a Matemática após ter realizado este trabalho, que os alunos passaram a ver a Matemática como interessante, ou melhor, de ser compreendida. Aprofundando na EII essa visão que os alunos passaram a ter em relação à Matemática, após a realização do trabalho, observamos que ocorreram algumas mudanças dos alunos em relação à mesma, entre elas a Matemática deixou de ser vista como um *bicho de sete cabeças*, expressão muito usada pelos alunos ao se referir a Matemática. Os alunos perceberam a importância do *estudar*, verbo que observamos por várias vezes nas falas e nas letras das paródias compostas pelos alunos.

Com relação ao trabalhar a Matemática por meio da música em forma de paródias, para os alunos pode contribuir com a aprendizagem do conteúdo. Observamos que os alunos usaram como justificativa eles próprios, afirmando que este recurso didático ajuda a compreender o assunto e facilita a aprendizagem. Os alunos perceberam que ao compor a paródia eles próprios tiveram que ir atrás do conteúdo e da aprendizagem, isto é, foram os atores principais da construção de seus conhecimentos. Ou seja, na situação adidática vivenciada pelos alunos, o processo de ensino e aprendizagem ocorreu por meio da devolução. Para Brousseau (1986, p. 51), “o ensino é a devolução ao aluno de uma situação adidática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação”.

Percebemos que os alunos consideram a atividade de trabalhar o conteúdo matemático por meio da composição de uma paródia musical como um importante recurso didático que pode contribuir com o ensino e a aprendizagem da Matemática. Corroborando com o estudo de Carvalho (2008, p. 68), “que a consolidação da aprendizagem se deu da elaboração das paródias, que exigiu muito mais estudo e compreensão das definições nelas incluídas adequadamente”.

5.3 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Esta seção se deu pelas fontes EII, LE e LP, com o objetivo de investigar se o entendimento que os alunos mostraram nas Letras das Paródias (LP) e na resolução da Lista de Exercícios (LE), contribuiu com a aprendizagem matemática dos alunos. A seção está dividida em duas subcategorias indicadas pelos itens 5.3.1 e 5.3.2.

5.3.1 A Paródia

Nesta subcategoria discute-se a Matemática presente na composição das Letras das Paródias, isto é, o que os alunos aprenderam e entenderam sobre o conteúdo circunferência que faz parte da Geometria Analítica. As fontes foram às Letras das Paródias produzidas pelas quatro turmas (Anexos de I a IV).

Analisando a Letra da Paródia composta pela turma A (Anexo I), observamos que a turma mostrou ter conhecimento do plano cartesiano, embora a primeira estrofe da letra tenha apresentado um erro de escrita matemática na ordem das coordenadas invertidas, ou seja, a letra traz y e x , quando o correto é x e y , como mostra a segunda estrofe da letra.

Observamos que os alunos demonstraram compreender as definições de raio e equação reduzida da circunferência, como mostra o trecho da Letra da Paródia abaixo.

*X e Y são coordenadas
Que distam o centro do raio
Ao quadrado tudo elevado
Equação reduzida vai ser encontrada
Reduzida já encontrou
Geral já dá pra encontrar
É só fixar na mente
Que os membros ao quadrado têm que calcular*

Percebemos que ficou entendido aos alunos que (x, y) são coordenadas de um ponto qualquer pertencente à circunferência, cuja distância ao centro é igual ao raio da circunferência, ou seja, $d(P, C) = R$. Ficou entendido também aos alunos que ao elevar todos os membros desta distância ao quadrado, a equação reduzida da circunferência encontrará, isto é, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Os alunos retrataram o conteúdo de forma natural, não se detendo a memorização de procedimentos e regras. Percebemos também que os alunos demonstraram entendimento de como obter a equação normal ou geral da circunferência, ou seja, desenvolver os quadrados obtidos na equação reduzida. Neste caso, os alunos demonstraram lembrar os produtos notáveis que aprenderam no 8º ano do Ensino Fundamental.

A letra composta pelo grupo da turma A deixa claro que para essa equação representar uma circunferência ela deve obedecer a três condições, conforme a letra abaixo.

Agente precisa de dicas
Que se chamam condições
Aplicá-las na circunferência
Que é pra saber se estar certa ou não
A tem que ser igual a B
O termo C não pode existir não
 $D^2 + E^2 - 4AF$ *tem que*
Ser maior que zero

Ficou entendido aos alunos quais são as três condições para a equação represente uma circunferência, isto é:

- 1) Os coeficientes dos termos x^2 e y^2 devem ser iguais, ou seja, $A = B \neq 0$,
- 2) O termo $C = 0$ e
- 3) E o raio tem que ser um número real positivo.

No tocante a posição relativa do ponto qualquer em relação à circunferência, os alunos demonstraram seu entendimento através do estudo da distância do ponto à reta. De acordo com a letra composta:

Agora tem as relações
Entre ponto e circunferência
O foco agora é a distância
Que vai nos dizer as três posições
Se a distância for igual a R
Então dizemos que o ponto pertence
Se a distância for maior que R
Aí então dizemos que o ponto é externo
Se a distância for menor que R
Interno então o ponto seria

Percebemos em primeiro lugar que os alunos demonstraram lembrar-se do conteúdo distância do ponto à reta que faz parte da Geometria Analítica e que foi estudado em sala de aula anterior ao tema circunferência. Percebemos ainda, que os alunos demonstraram compreensão das posições relativas entre o ponto e a circunferência, demonstrando que ao calcular a distância do ponto ao centro da circunferência, esta por sua vez, foi comparada com a medida do raio, isto é, se a medida da distância for igual ao raio, esse ponto pertence a essa

circunferência. Caso essa distância seja maior que o raio, o ponto é externo a circunferência.

Se a distância for menor que o raio, o ponto é interno a circunferência.

Em relação à posição relativa entre a reta e a circunferência, os alunos trazem na letra da paródia:

*Agora é em relação á reta
Aí então veremos como inicia
Se o delta for maior que zero
Então a reta tem que ser secante
Se o delta for igual a zero
Então será tangente isso eu confirmo
Descobrir a verdadeira posição da reta
Se delta é menor que zero
Então ela, é externa*

Observamos que os alunos compreenderam que para verificar a posição relativa entre a reta e a circunferência se faz necessário a resolução do sistema formado por suas equações e que o mesmo resulta em uma equação do segundo grau. Ficou entendido aos alunos que o valor do delta dessa equação é o suficiente para saber a posição relativa entre essa reta e a circunferência. Sendo assim, ficou claro para os alunos que se o valor do delta for maior zero isto é, existem dois pontos distintos comuns, portanto a reta é secante a circunferência. Se o valor do delta for igual ao zero existe apenas um ponto comum, logo a reta será tangente à circunferência. Por fim, se o valor de delta for menor que zero não existe pontos comuns, portanto, a reta será externa a circunferência.

Por fim, observamos a ausência da posição relativa entre duas circunferências na letra composta pelo grupo da turma A, contudo, consideramos satisfatória a Matemática presente na letra da paródia no que se refere ao tema circunferência.

Com relação à Letra da Paródia composta pela turma B, observamos que os alunos compreenderam que para determinar a equação reduzida da circunferência se faz necessário conhecer os valores do raio e do centro dessa circunferência, assim como aplicar a definição da distância entre dois pontos. Vejamos o que nos mostra a letra da paródia a esse respeito:

*Hoje eu entendo uma equação reduzida (bis)
Não vou me confundir
A geometria não pode me confundir (bis)*

*Me explica como achar a equação geral (bis)
É só considerar uma circunferência de raio e centro
Num plano cartesiano, e elevando membro a membro,
Ao quadrado e obter a equação reduzida.*

Percebemos que os alunos usaram a definição de raio da circunferência por meio da distância entre dois pontos, ou seja, tomaram por base a distância entre o centro e um ponto qualquer pertencente a essa circunferência encontrando-se assim o valor do raio, isto é, $d(P, C) = R$ e que ao elevarem ambos os membros ao quadrado, ou seja, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, obtiveram a equação reduzida dessa circunferência.

Retomando a letra da paródia encontramos:

*Desenvolver os quadrados da forma reduzida e
Agrupando termo a termo chegando à forma geral.
São 3 condições eu consigo ver agora é saber que:
 $A = B$ que é igual 1, e que $Cxy = 0$ e $D^2 + E^2 - 4AF > 0$*

Observamos que os alunos compreenderam como encontrar a equação normal ou geral da circunferência, isto é, ao desenvolver os quadrados, eles passaram a usar a definição de produtos notáveis, conteúdo que foi aprendido ou que deveria ter sido aprendido no Ensino Fundamental. Percebemos que ficou entendido aos alunos que ao encontrarem a equação geral a mesma precisa obedecer a três condições para representar uma circunferência, isto é:

- 1) Os coeficientes dos termos x^2 e y^2 devem ser iguais e diferentes de zero.
- 2) O termo C deve ser nulo.
- 3) O valor do raio deve ser um número real positivo

Em relação à posição relativa entre o ponto e a circunferência, a letra da paródia traz:

*Para uma circunferência de centro e raio
Pegando um ponto "x" eu começo a calcular
No plano cartesiano vamos ver o que vai dar
Ele pode ser externo, interno ou dá a circunferência.*

Observamos que o grupo da turma B não soube se expressar corretamente em relação à posição relativa entre o ponto e a circunferência. Na segunda frase dessa parte da letra diz: *eu começo a calcular*, mas, não explica o que vai ser calculado, quando o correto seria, calcular a distância entre o ponto e o centro da circunferência e comparar com a medida do

raio. Verificando assim as posições relativas entre os dois, isto é, se a medida da distância entre o ponto e o centro da circunferência for maior que a medida do raio, o ponto é externo a circunferência. Se a medida da distância for menor que o raio, o ponto é interno à circunferência. Se a distância for igual à medida do raio, o ponto pertence à circunferência.

Observamos ainda na última frase dessa estrofe da letra um erro conceitual, pois a letra traz como uma das posições relativas *dá a circunferência*, quando o correto seria pertencente à circunferência. No entanto, apesar do erro conceitual, entendemos o que os alunos queriam dizer que se a distância entre o ponto e o centro é igual a medida do raio, então esse ponto pertence à circunferência, ou seja, essa distância nada mais é do que a definição de raio. Percebemos que os alunos entenderam o significado, porém não souberam se expressar na escrita.

Ressaltamos que embora a letra tenha sido mostrada ao professor pesquisador anterior a sua apresentação em sala de aula, a mesma não apresentava esse erro conceitual, pois, foi sugerido pelo pesquisador que acrescentassem as posições relativas de ponto, reta e circunferência. Como nos mostra a fala trazida na entrevista II.

Sujeito 1 (turma B): *a última vez que mostrei a letra ao professor, ele falou que o assunto circunferência estava muito reduzido. Só que já estava muito em cima da apresentação para eu mexer nela de novo, achei melhor parar.*

Por fim, a letra só voltou a ser vista pelo professor pesquisador no dia de sua apresentação na sala de aula. Observamos, portanto na letra dos alunos da turma B, a ausência das posições relativas entre reta e circunferência e entre duas circunferências.

Com relação à Letra da Paródia composta pela turma C, observamos que os alunos compreenderam os conceitos pertinentes a circunferência, como nos mostra a primeira parte da letra:

*Circunferência os conceitos temos que aprender
São apenas três, três simples e fáceis condições
A igual a B, não pode existir o termo C
E a equação $D^2 + E^2 - 4AF > 0$*

Percebemos que ficou claro aos alunos que para uma equação representar uma circunferência ela deve obedecer a três condições e os alunos demonstraram ter entendimento dessas condições. Observamos no refrão da letra, que para os alunos, o conteúdo

circunferência se tornou fácil, aprendendo as equações, condições e posições relativas da circunferência, como baixo:

*Circunferência é fácil demais
Aprendendo as equações, condições e posições
Circunferência é fácil demais
Depois que se aprende ela é fácil, fácil
Demaaaais!!!*

Com relação às equações da circunferência os alunos da turma C demonstraram compreensão das duas equações, como nos mostra a letra da paródia:

*As equações, de diferentes formas vão ter
São apenas duas, duas simples e fáceis equações
Temos a geral, obtidas através da reduzida
E a reduzida, termos subtraídos ao quadrado igual ao raio,
Ao raio ao quadrado.*

Para os alunos ficou entendido que para encontrar a equação normal ou geral da circunferência é preciso primeiro encontrar a equação reduzida, isto é, a geral é obtida através da reduzida. Assim como a equação reduzida é obtida por meio do quadrado da distância do centro a um ponto qualquer pertencente à circunferência, resultando no raio ao quadrado, isto é, $d^2(c, p) = r^2$.

Percebemos também, que os alunos da turma C entenderam que para trabalhar as posições relativas da circunferência se faz necessário conhecer as coordenadas do centro e o valor do raio, como nos mostra a letra da paródia:

*Para classificar as posições da circunferência
Precisamos descobrir as coordenadas do centro e do raio
Do ponto e do raio
As posições de diferentes pontos vão ter
Se são tangentes, externas e secantes da reta a...
Ou pertencentes, externo e secante da reta a...
Ou são tangentes, secante ou podem não se interceptar, entre duas...*

Ficou entendido aos alunos que tangente, externa e secante são as posições relativas da reta em relação à circunferência. Os alunos compreenderam que o ponto pode pertencer ser

externo ou interno à circunferência. Os alunos entenderam que a posição relativa entre duas circunferências, podem ser tangentes, ou seja, existe um ponto comum entre elas, podem ser secantes, isto é, existem dois pontos comuns as circunferências. Por último, as circunferências podem não se interceptarem, isto é, não existem pontos comuns entre elas

Observamos que a letra apresenta um erro de escrita matemática e conceitual ao se referir à posição do ponto em relação à circunferência. Na antepenúltima frase da estrofe acima, a letra traz, *pertencente, externo e secante da reta a...*, quando o correto é *pertencente, externo e interno do ponto a...*

De modo geral, a letra da paródia composta pela turma C, contemplou o conteúdo circunferência na sua íntegra.

Com base na letra composta pelos alunos da turma D, observamos que ficou entendido aos alunos que para compreender o conteúdo circunferência se faz necessário conhecer as definições do centro e do raio como já mencionamos anteriormente. Analisando a primeira parte da letra da paródia temos:

Equação reduzida da circunferência
Para encontrar o raio
Equação geral resolve a reduzida
Encontra o centro e o raio.
Completa os quadrados
Coeficiente analisa
Para ser circunferência
A= B diferente de zero e C = 0

$$D^2 + E^2 - 4AF$$
Maior que zero
São condições que tem que analisar
E as posições, entre o ponto e a circunferência.

Percebemos que ficou entendido aos alunos que o primeiro passo para encontrar a equação reduzida da circunferência é determinar o seu raio, ou seja, calcular a distância do centro a qualquer ponto pertencente à circunferência. Foi compreendido pelos alunos também que ao elevar os membros dessa distância ao quadrado encontra-se a equação reduzida, assim como ao desenvolvê-la encontra-se a equação geral. Os alunos perceberam que essa equação para representar uma circunferência deve satisfazer as condições abaixo:

- 1) Os coeficientes dos termos x^2 e y^2 sejam iguais e diferentes de zero.
- 2) O termo $x.y$ deve ser nulo.
- 3) O valor do raio seja um número real e positivo.

Observamos no refrão da letra da paródia, que os alunos da turma D perceberam que o conteúdo circunferência pode ser explorado dentro e fora da sala de aula, ou seja, circunferência está presente em várias áreas do conhecimento, como engenharias, arquitetura, artes, entre outras além da Matemática, como nos mostra o refrão da paródia abaixo:

*Circunferência, em tudo você pode usar
Nas escolas, em prédios, em praças
Circunferência é bem fácil de estudar.*

Quanto às posições relativas de ponto em relação à circunferência, os alunos compreenderam que essas posições variam de acordo com os valores da distância do centro da circunferência ao ponto e do raio. Vejamos o que diz a letra da paródia.

*Logo P pertence à circunferência
Se a distância for igual ao raio
Se for maior que o raio, P será externo
E interno se for menor que o raio*

Observamos que os alunos da turma D demonstraram entendimento na posição relativa do ponto em relação à circunferência. Percebemos também que a definição da distância entre dois pontos está presente em todos os tópicos ligados ao tema circunferência, sendo este, portanto, de fundamental importância na compreensão do conteúdo circunferência. Ficou entendido aos alunos que ao calcular a distância entre o centro da circunferência e um ponto qualquer e esta distância têm mesma medida que o raio dessa circunferência, então esse ponto pertence a essa circunferência. Assim como ficou entendido aos alunos se essa distância for menor que a medida do raio esse ponto é interno a circunferência. Caso contrário, ou seja, a distância do centro da circunferência ao ponto seja maior que o raio, o ponto é externo a circunferência:

*Posições, entre reta e circunferência
Vai depender em ponto a reta vai tocar
Pode ser secante, tangente ou externa*

Observamos em relação à posição relativa entre a reta e a circunferência que o trecho da letra da paródia citada acima apresenta um erro na escrita matemática. A segunda frase está sem sentido. O correto seria depender em quantos pontos a reta vai tocar ou interceptar a circunferência, isto é, os alunos pretendiam dizer que vai depender se a reta intercepta a circunferência em dois, um ou nenhum ponto. Percebemos que os alunos entenderam a definição, porém, não souberam se expressar matematicamente. Entretanto, deu para observar que os alunos compreenderam as posições relativas entre a reta e a circunferência, ou seja, os alunos podem escolher entre as duas maneiras existentes de se estudar a posição relativa, a distância entre o centro da circunferência e a reta ou resolver o sistema formado pelas equações da reta e da circunferência.

Ficou entendido aos alunos da turma D que se a reta tocar ou interceptar a circunferência em dois pontos, ou seja, ao resolver o sistema formado pelas duas equações, e existir dois pontos comuns entre elas, a reta é secante em relação à circunferência. Se a reta interceptar a circunferência em um ponto, ela é tangente a circunferência, neste caso, a distância do centro a reta é igual ao raio da circunferência. Por fim, se a reta e a circunferência não possuem pontos comuns, então a reta é externa a circunferência:

*E a tangência por sua importância vamos lembrar
A direção que elas são conduzidas
Circunferência é bem fácil de estudar*

Por fim, observamos que a letra composta pela turma D ressalta a importância dos problemas de tangência no estudo da circunferência, problemas esses tidos como difíceis por muitos alunos. Sentimos ausência na letra da posição relativa entre duas circunferências, entretanto consideramos satisfatória a Matemática presente na Letra da Paródia retratando o tema circunferência.

5.3.2 Conhecimento Matemático Alcançado

Nesta subcategoria é discutida a Matemática presente nas respostas dos alunos. Cujas fontes foram as perguntas 2.1, 3 e 4 da EII + LE.

Perguntados se com esse trabalho a compreensão melhorou sobre o conteúdo abordado na paródia, as duplas entrevistadas foram unânimes na resposta ao afirmarem que melhorou a compreensão do conteúdo circunferência. Para os alunos, fazer uma paródia tem que saber e entender o conteúdo, para tanto, recorreram aos cadernos, livros e Internet para estudar os

vários conceitos, definições e fórmulas do conteúdo circunferência. Como podemos observar em algumas falas.

Sujeito 1 (turma A): *melhorou, para mim melhorou. Não decorar, mas a gente memoriza as definições, como utilizar, a forma certa de utilizar, na hora certa. Não que a gente não tenha noção, mas não sabia como praticar, como se diz utilizar na hora certa.*

Sujeito 1 (turma B): *Com certeza, porque para a pessoa fazer uma paródia tem que saber mesmo o assunto, tem que ler e entender o assunto.*

Sujeito 1 (turma C): *melhorou, ficou mais fácil de fixar, encaixar uma questão. Você faz a música, aí associa a música ao conteúdo, desde que a música seja bem elaborada.*

Sujeito 1 (turma D): *Para mim com certeza sim.*

A pergunta 3 da EII que diz respeito à resolução da Lista de Exercícios. De acordo com as falas dos alunos, observamos que a resolução da Lista foi à parte mais difícil do trabalho.

Os alunos das turmas A e C encontraram dificuldade na resolução de algumas questões da Lista. Segundo eles, algumas questões estavam difíceis. Entretanto, os alunos afirmaram ter conseguido resolver toda a Lista de Exercícios. De acordo com os alunos, a resolução da lista foi compartilhada por todos os integrantes do grupo e as dúvidas que surgiram foram sanadas pelos próprios integrantes. Como mostra abaixo:

Sujeito 1 (turma A): *foi um pouco complicado, encontramos algumas dificuldades no decorrer da lista, as questões eram difíceis. Agente ia fazendo a paródia e pesquisando em livros, estudando pelo caderno aí foi se tornando fácil. Pegamos questões de provas, de exercícios que o professor usou na sala de aula, foi dando para resolver.*

Sujeito 1 (turma C): *A lista ia sendo passada de mão em mão, a gente ia resolvendo aos poucos, e as dúvidas surgidas a gente tirava uns com os outros, ia pesquisando no livro e ia conseguindo encontrar as soluções. Foi um pouco difícil resolver a lista, mas conseguimos.*

Enquanto as turmas B e D, como já mencionaram anteriormente tiveram problemas de interação entre seus integrantes, o que refletiu na resolução da Lista de Exercícios, não conseguindo resolver todas as questões propostas nela. Como mostra abaixo:.

Sujeito 1 (turma B): *se eu tivesse pego essa lista teria sido fácil porque eu estava com o assunto todo em mão, eu tinha estudado o assunto completo, mas a pessoa que estava com a lista não quis me dar.*

Sujeito 1 (turma D): *um pouquinho complicado porque o grupo não se reuniu para resolver a lista. Faltando dois dias para apresentação, cada um ficou responsável por uma questão, para resolver e entregar. Quando chegou no dia, muitos disseram que não fizeram ou não conseguiram responder.*

Observamos que apesar dos problemas de interação entre os integrantes dos grupos e dificuldade na resolução da Lista de Exercícios, a turma B conseguiu responder sete das oito questões da Lista. Enquanto a turma D conseguiu resolver apenas metade das questões, ou seja, quatro.

A pergunta quatro da EII, diz respeito ao trabalho como um todo. Os alunos usaram os mais variados adjetivos para expressar a alegria, o prazer e a satisfação de ter trabalhado, discutido, estudado e aprendido Matemática, em especial, circunferência usando a paródia musical como recurso didático. Como forma de sintetizar o que foi esse trabalho para os alunos, trazemos algumas falas dos mesmos:

Sujeito 1 (turma A): *foi ótimo, foi gratificante a gente mexer com uma coisa que eu particularmente gosto que é a música e tenho dificuldade em Matemática. Acabei juntando uma coisa que eu gosto com uma coisa que eu tenho dificuldade, tornando-se uma coisa que para mim foi muito boa, muito gratificante.*

Sujeito 2 (turma A): *para mim foi positivo, primeiramente não porque tenho dificuldade em matemática, mas pelo fato de não gostar de Matemática de forma nenhuma. Com esse trabalho, consegui me aproximar mais e entender mais a Matemática.*

Sujeito 1 (turma B): *foi bom, eu achei maravilhoso trabalhar dessa forma, porque a pessoa fica com o assunto mais na mente, eu mesma fiquei com o assunto mais na mente trabalhando dessa forma.*

Sujeito 1 (turma C): *foi prazeroso, foi satisfatório conseguir elaborar o trabalho e ver que o resultado ficou bom. A satisfação de ver as pessoas reconhecerem o trabalho e a aprendizagem que a gente adquiriu. Eu nunca pensei que fosse possível fazer um trabalho desse dentro da Matemática, pois Matemática é uma coisa muito restrita a sala de aula, muito fechada.*

Observamos nas falas dos sujeitos acima, que o trabalho proposto, ou seja, a composição da paródia musical abordando circunferência foi uma aceitação da ruptura do contrato didático proposto pelo professor pesquisador. Ficou claro, que um contrato didático baseado apenas na exposição do conteúdo, seguido por definições e exemplos, não contribui

para a aprendizagem matemática de muitos alunos, principalmente daqueles que não gostam ou têm dificuldade em Matemática. Percebemos que os alunos não demonstraram dificuldade em adaptar-se à ruptura do contrato.

Sujeito 1 (turma D): *foi um trabalho espontâneo e diferente, que realmente a gente pode aprender o conteúdo juntando as duas coisas: o aprendizado do professor com a letra da paródia, terminou em um trabalho que em nossa opinião deu certo. Foi algo inusitado que deveria ser estimulado por outros professores.*

Sujeito 2 (turma D): *bastante estimulante ter participado da paródia, a gente aprende de uma forma melhor bem disciplinada dentro da orientação do professor, foi bem legal.*

Como já mencionamos anteriormente, nosso trabalho se deu em dois momentos. No primeiro, o conteúdo circunferência foi trabalhado de forma expositiva, utilizando-se da abordagem tradicional. No segundo momento, ao propormos as turmas que compusessem a paródia musical abordando o conteúdo circunferência, nossa intenção foi romper com o contrato didático estabelecido, ou seja, com o contrato baseado na exposição do conteúdo. O conteúdo da paródia adveio das próprias experiências dos alunos. O professor pesquisador, nesse segundo momento, não transmitiu conteúdo, deu assistência aos alunos sendo um facilitador da aprendizagem, caracterizando a abordagem humanista. De acordo com as falas dos sujeitos da turma D, trazidas acima, o aprendizado do conteúdo circunferência se deu com a junção do aprendizado que obtiveram nas aulas do professor com a composição da Letra da Paródia, isto é, para os alunos a aprendizagem do conteúdo se deu pela junção das duas abordagens, tradicional e humanista, presentes no trabalho.

Passamos a analisar os conceitos de centro, raio e corda e a definição da equação geral da circunferência, presentes nas questões da Lista de Exercícios. Cujas fontes foram às questões 1, 2, 4 da LE. Ressaltamos que a leitura de conteúdos matemáticos abordados anteriormente, como distância entre dois pontos, equação da reta, produtos notáveis, sistemas de equações, entre outros, embora não seja foco da pesquisa, são necessários ao estudo da circunferência. Como tínhamos quatro respostas para cada uma das oito questões da lista, escolhemos apenas as respostas que mais apresentavam explicitação e argumentação matemáticas.

A primeira questão da Lista de Exercícios foi *Determine o centro e raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2(x - y) + 1$.*

A questão oferece a equação normal ou geral da circunferência, na qual os alunos precisavam interpretar, a partir dos termos da equação, o par ordenado que corresponda ao centro da circunferência e a distância desse centro a um ponto qualquer pertencente à circunferência, determina o raio. Na análise da questão, esperava-se que os alunos conseguissem aplicar os conceitos de centro e raio, cuja compreensão dos mesmos foi retratada na letra da paródia musical.

Entre as resoluções apresentadas pelos alunos, apresentamos a resolução feita por um dos grupos para essa questão:

Handwritten solution for finding the center and radius of a circle:

$$1) \ x^2 + y^2 - 2(x-y) + 1$$

$$x^2 + y^2 = 2x - 2y + 1$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$$

Calc. do raio

$$a^2 + b^2 - r^2 = -1$$

$$1^2 + (-1)^2 - r^2 = -1$$

$$1 + 1 - r^2 = -1$$

$$(-r^2 = -3) \cdot (-1)$$

$$r^2 = 3 \rightarrow r = \sqrt{3}$$

Calc. do Centro

$$-2a = -2$$

$$(-1) \rightarrow 2a = 2$$

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$-2b = 2$$

$$b = \frac{2}{-2} = -1$$

$C(1; -1)$

Figura 17: Resolução da Questão 1 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos na resolução da primeira questão que o referido grupo demonstrou compreensão dos conceitos de centro e raio, atingindo o objetivo da questão proposta. Percebemos que o primeiro passo do grupo foi encontrar as coordenadas do par ordenado que represente o centro da circunferência. O grupo entendeu que não é possível encontrar o valor do raio sem conhecer as coordenadas do centro, como mostrado na resolução da questão.

Além da análise de um dos grupos em relação à primeira questão, na qual o grupo demonstrou a aplicação dos conceitos de centro e raio e foram abordados nas Letras da Paródia musical. Apresentamos um Quadro com as situações encontradas nas quatro turmas ao interpretarem a primeira questão da Lista de Exercícios:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	A e D	50 %
Acertou Totalmente	B e C	50 %
Errou	-	-
Não respondeu	-	-
Total	-	100 %

Quadro 23: Análise da Questão 1 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa.

Os dados acima foram extraídos da resolução da Lista de Exercícios de cada grupo de alunos. Na primeira coluna são apresentadas as situações com relação ao acerto ou erro da questão. Na segunda coluna, são apresentadas as turmas, na terceira são apresentadas as porcentagens em relação às situações encontradas.

Percebemos com os dados que o entendimento dos alunos demonstrado na questão em relação à compreensão dos conceitos de centro e raio foi satisfatório. 50% dos alunos acertaram a questão e a outra metade dos alunos acertou a questão parcialmente. Nenhum grupo errou a questão.

A questão dois da lista foi: *Determine as coordenadas do centro da circunferência que passa pelos pontos A (5; 4), B(-2; 3) e C(5; 3).*

A questão estimula a interpretação, o aluno tem a possibilidade de interpretar os conteúdos fundamentais para a resolução da questão proposta. Os conteúdos que são interpretados por meio da descrição da questão são: distância entre dois pontos; equidistâncias; conceitos de centro e raio; produtos notáveis e sistema de equação. Espera-se que na resolução dessa questão, o aluno possa perceber que os pontos dados estão interligados ao centro da circunferência, ou seja, que partam do princípio que a distância do centro a qualquer um dos três pontos dados, define o raio da circunferência, portanto, as três distâncias são iguais. A seguir a resolução feita por um dos grupos, para a segunda questão:

2) A(5,4), B(-2,3) e C(5,3)
 P(a,b) é o centro da circunferência, então, temos: $d_{PA} = d_{PB} = d_{PC}$
 $d_{PA} = d_{PB}$
 $(\sqrt{(a-5)^2 + (b-4)^2})^2 = (\sqrt{(a+2)^2 + (b-3)^2})^2$
 $(a-5)^2 + (b-4)^2 = (a+2)^2 + (b-3)^2$
 $a^2 - 10a + 25 + b^2 - 8b + 16 = a^2 + 4a + 4 + b^2 - 6b + 9$
 $-10a + 25 - 8b + 16 = 4a + 4 - 6b + 9$
 $-20a - 4a - 8b + 6b = 4 + 9 - 25 - 16$
 $-24a - 2b = -28$
 $-12a - b = -14 \quad | +1|$
 $d_{PA} = d_{PC} \rightarrow (\sqrt{(a-5)^2 + (b-4)^2})^2 = (\sqrt{(a-5)^2 + (b-3)^2})^2$
 $a^2 - 10a + 25 + b^2 - 8b + 16 = a^2 - 10a + 25 + b^2 - 6b + 9$
 $-8b + 16 = -6b + 9$
 $-8b + 6b = 9 - 16$
 $-2b = -7 \quad (-1)$
 $2b = 7$
 $b = \frac{7}{2}$
 $-12a - \frac{7}{2} = -14$
 $-12a = -28 + 7 \quad (-1)$
 $12a = 21 \rightarrow a = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$
 Logo: $P\left(\frac{7}{4}, \frac{7}{2}\right)$

Figura 18: Resolução da Questão 2 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos que esse grupo descreveu as equidistâncias dos pontos dados na questão com relação ao centro da circunferência, assim como demonstrou entendimento da distância entre dois pontos ao aplicar essa definição que é conteúdo estudado anteriormente, base

central para a resolução da questão. Observamos ainda, que o grupo aplicou o conteúdo produtos notáveis no desenvolvimento das equidistâncias, conteúdo estudado e aprendido durante o Ensino Fundamental. O conceito de raio foi lembrado e utilizado, ou seja, ao descrever e calcular cada uma das três distâncias do ponto P que chamou de centro da circunferência até cada um dos três pontos pertencentes à circunferência. Percebemos que para encontrar o centro da circunferência os alunos resolveram o sistema formado pelas duas equações oriundas das equidistâncias. Portanto, esse grupo conseguiu resolver a questão e trabalhar os conceitos de centro e de raio, lembrando para tanto de conteúdos anteriores e atingindo o objetivo proposto na questão. A seguir veremos como foi o desempenho das turmas com relação à resolução da segunda questão:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	-	-
Acertou Totalmente	A, B e C	75 %
Errou	-	-
Não respondeu	D	25 %
Total	-	100 %

Quadro 24: Análise da Questão 2 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Os dados mostram que o acerto da questão com percentual expressivo, isto é, 75% dos alunos demonstraram que o entendimento dos conceitos de centro e de raio adquiridos durante a composição da letra da paródia foram refletidos na Lista de Exercícios. Os alunos mostraram na resolução dessa questão compreender não apenas os conceitos de centro e raio, mas também os conteúdos anteriores necessários para a compreensão dos mesmos. Observamos que nenhum aluno errou a questão, no entanto, os alunos da turma D não responderam à questão. Uma das possíveis explicações para o fato de 25 % dos alunos não terem conseguido resolver a questão, pode ser como já mencionado na entrevista II, a falta de interação entre os alunos da turma D. Segundo os mesmos, o grupo não se reuniu para resolver a Lista juntos. Por outro lado, observamos que a turma mostrou conhecimento dessas definições na Letra da Paródia composta por eles. Consideramos satisfatório o percentual de acerto da questão, ratificando a compreensão desses conceitos (centro e raio), presentes na Letra da Paródia.

A questão quatro da lista foi: *Considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 5x + 4y + k = 0$, sabendo que ela determina uma corda no eixo X de comprimento 3, calcule k.*

A questão contempla a possibilidade dos alunos interpretarem o conceito de corda, assim como encaminha os alunos a buscarem conteúdos estudados anteriores, necessários a resolução da questão. Esperávamos que os alunos pudessem demonstrar nessa questão, entendimento das definições da equação geral da circunferência, teorema de Pitágoras, distância do ponto a reta, e os conceitos de centro e raio.

Esperávamos ainda que os alunos não se envolvessem apenas com a representação algébrica da circunferência, mas que tivessem entendido que ao associar cada circunferência a uma equação, foi possível estudar as suas propriedades geométricas. A seguir apresentamos a solução feita por um dos grupos para a quarta questão:

4ª) $x^2 + y^2 + 5x + 4y + k = 0$ Comprimento 3; Calcular k

$d = -2a = 5$
 $\boxed{a = -\frac{5}{2}}$ Então: $C\left(\frac{5}{2}, -2\right)$ $d_{C, O_x} = \frac{|-2|}{1} = 2$

$B = -2b = 4$
 $b = \frac{4}{-2} = -2$

Termos:
 $r^2 = (1,5)^2 + 2^2$
 $r^2 = 2,25 + 4$
 $r^2 = 6,25$
 $r = \sqrt{6,25}$
 $\boxed{r = 2,5}$

$\boxed{k = a^2 + b^2 - r^2}$
 $k = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + (-2)^2 - (2,5)^2$
 $k = \frac{25}{4} + 4 - 6,25$
 $k = \frac{25 + 16 - 25}{4} = \frac{16}{4} = 4$ Logo: $k = 4$

Figura 19: Resolução da Questão 4 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos no desenvolvimento da questão que os alunos precisaram interpretar a partir dos termos x e y da equação geral da circunferência, o par ordenado que correspondesse às coordenadas do centro da circunferência. Percebemos que os alunos interpretaram geometricamente a corda, ou seja, os dois pontos que a circunferência intercepta sobre o eixo x . Observamos ainda que os alunos, ao traçarem as medidas do raio e do comprimento que a corda determina sobre o eixo x , resultaram num triângulo retângulo, no qual fizeram uso do teorema de Pitágoras para encontrar a medida do raio da circunferência. Por fim, substituíram os valores encontrados nos termos da equação da circunferência encontrando o valor de k . Percebemos que o grupo demonstrou compreensão tanto dos conceitos referentes à circunferência como as definições referentes a conteúdos anteriores necessários a resolução da questão.

Vejamos no Quadro a seguir como foi o desempenho das quatro turmas com relação à resolução da questão quatro da Lista de Exercícios:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	A	25 %
Acertou Totalmente	C	25 %
Errou	-	-
Não respondeu	B e D	50 %
Total	-	100 %

Quadro 25: Análise da Questão 4 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

De acordo com os dados acima, podemos observar que nenhum dos quatro grupos de alunos errou a questão, no entanto, metade dos alunos deixou de respondê-la. A outra metade das turmas conseguiu transpor aprendizagem aos conceitos abordados pela Letra da Paródia e que foram refletidos na resolução da presente questão. O percentual de 50 % não ter respondido a questão parece ser reflexo da falta de interação que essas duas turmas apresentaram entre seus integrantes como já mencionado durante a segunda entrevista.

De modo geral, consideramos que os objetivos traçados para essa primeira parte da Lista de Exercícios foram alcançados pelos alunos, ou seja, os alunos demonstraram compreensão dos conceitos de centro, raio, corda, e da definição equação da circunferência.

Dando sequência a análise da Lista de Exercícios, daremos início à segunda parte da lista, isto é, analisaremos se os alunos compreenderam as posições relativas entre ponto, reta e circunferência presentes na Lista de Exercícios e cujas fontes foram: LE (3, 5, 6, 7 e 8).

A questão três da lista foi: *Qual a posição relativa entre as circunferências de equações $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$.*

Na questão, o enunciado descreve a equação geral de duas circunferências, onde é pedido para que seja verificada a posição relativa entre elas. Geometricamente, sabemos que elas podem se interceptarem em um ponto, dois pontos ou não se interceptarem. Esperávamos na resolução desta questão que os alunos pudessem perceber que para chegar à posição relativa entre as duas circunferências existem duas maneiras: através da distância entre os centros e comparadas às medidas dos raios ou através da resolução do sistema formado pelas duas equações algébricas que representam as circunferências. Para auxiliar na análise dessa questão, foram apresentadas duas soluções. Uma trata a posição relativa entre as circunferências através do cálculo das coordenadas dos centros e das medidas dos raios das duas circunferências. A outra apresenta a resolução da questão utilizando o sistema de

equações, envolvendo a interseção de ponto para responder sobre a posição relativa das circunferências.

O primeiro grupo analisou a posição relativa por meio das medidas dos centros e dos raios das circunferências:

$$\begin{array}{l}
 3.) -2x = D \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = 1 \\
 -2y = F \Rightarrow -2y = 0 \Rightarrow y = 0 \\
 C_1(1,0) \\
 r_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - F} \Rightarrow r_1 = \sqrt{1^2} \Rightarrow r_1 = 1 \\
 d_{C_1, C_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-1)^2 + (4-0)^2} \\
 d_{C_1, C_2} = \sqrt{16} = 4 \\
 d_{C_1, C_2} = r_1 + r_2 \text{ tangente externamente}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 -2x = E \Rightarrow -2x = -2 \\
 \boxed{x = 1} \\
 -2y = G \Rightarrow -2y = -8 \\
 \boxed{y = 4} \\
 C_2(1,4) \\
 r_2 = \sqrt{1^2 + 4^2 - 8} = \sqrt{9} \\
 r_2 = 3
 \end{array}$$

Figura 20: Resolução 1 da Questão 3 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos que o grupo de alunos determinou as coordenadas dos centros das circunferências por meio dos coeficientes das variáveis x e y , assim como os raios foram encontrados por intermédio das coordenadas dos centros e dos termos independentes das equações de cada circunferência. Os alunos fizeram uso da definição da distância entre dois pontos encontrando, portanto a medida da distância entre os dois centros das circunferências. Observamos, mais uma vez, que o grupo de alunos demonstrou lembrar e utilizar conteúdos estudados anteriormente no desenvolvimento da questão. Percebemos que os alunos demonstraram compreensão no que se refere às posições relativas entre as circunferências ao afirmarem que a medida da distância entre os dois centros é igual à soma das medidas dos raios, isto é, as circunferências se interceptam em um único ponto, ou seja, são tangentes externas. Percebemos que eles compreenderam bem o conceito de tangentes externas. Como sabemos em relação à tangência, elas ainda podem ser tangentes internas, os alunos demonstraram compreensão em relação à posição relativa entre duas circunferências, embora essa compreensão não tenha sido retratada na Letra da Paródia por eles composta.

Na segunda solução, um dos grupos encaminhou a interpretação da questão por meio de sistema de equações, utilizando o método da adição na resolução do mesmo. Optamos por apresentarmos duas soluções distintas a essa questão, como forma de investigarmos na nossa

análise se o processo de resolução da questão é condizente com os conceitos trazidos pelos alunos na Letra da Paródia por eles composta. A seguir, a segunda solução da questão três:

3) $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ -x^2 - y^2 + 2x + 8y - 8 = 0 \end{cases}$$

$$8y - 8 = 0$$

$$8y = 8$$

$$y = \frac{8}{8} = 1$$

$$x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$x^2 + 1^2 - 2x = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4a \cdot c$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\Delta = 4 - 4$$

$$\Delta = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

$\Delta = 0$ logo são tangentes no ponto $(1,1)$

Figura 21: Resolução 2 da Questão 3 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos nessa segunda solução que o método da adição adotado na resolução do sistema permitiu de imediato aos alunos encontrarem o valor da ordenada do ponto que representa o centro da circunferência, ou seja, o valor da variável y . Ao substituir o valor da ordenada encontrada em uma das equações do sistema, os alunos se depararam com uma equação do segundo grau. O valor do delta da equação, como já mencionado anteriormente, é suficiente para conhecer a posição relativa entre as circunferências como mostrado pelos alunos na resolução da questão. Como o valor do delta foi igual a zero, os alunos deduziram que as circunferências se interceptam em um ponto, ou seja, são tangentes. Porém, os dados não foram suficientes para especificar o tipo de tangência entre as circunferências, isto é, se elas são tangentes internas ou externas. Observamos, nas duas soluções apresentadas pelos dois grupos de alunos, que o primeiro grupo especificou o tipo de tangência. Já o segundo grupo mostrou em que ponto essas duas circunferências se encontram, embora a questão não peça o ponto de tangência. Consideramos as duas respostas satisfatórias, pois a relevância da questão era os alunos compreenderem que posição as circunferências representavam, ou seja, são tangentes, secantes ou não se interceptam.

Vejamos no Quadro a seguir como foi o desempenho das quatro turmas com relação à resolução da questão três da Lista de Exercícios:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	A	25 %
Acertou Totalmente	B, C e D	75 %
Errou	-	-
Não respondeu	-	-
Total	-	100 %

Quadro 26: Análise da Questão 3 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

O acerto da questão com percentual expressivo parece ser reflexo do entendimento que os alunos demonstraram nas Letras das Paródias, ao que se refere à posição relativa entre duas circunferências. Percebemos que a questão foi respondida por todos os grupos e que ninguém errou a mesma. No entanto, uma turma acertou a questão parcialmente. Consideramos a compreensão dos conceitos abordados na questão como satisfatórios para aprendizagem do conteúdo circunferência.

A questão cinco da lista foi: *Num sistema cartesiano ortogonal, determine m para que a reta $y = mx + 2$ seja tangente à circunferência $x^2 + y^2 - x - y = 2$.*

Nessa questão os alunos precisam identificar conteúdos que não são referências diretas à posição relativa da reta e a circunferência, mas que são necessários ao desenvolvimento da questão. O enunciado apresenta a equação da reta na forma reduzida. Os alunos precisaram representá-la na forma geral, pois é preciso usar a definição da distância do ponto à reta para solucionar a questão. Apresentamos a solução feita por um dos grupos para essa questão:

5) $mx - y + 2 = 0$
 $dx + dy = r$

$\left| \frac{m \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$\left| \frac{3m}{2} + \frac{3}{2} \right| = \sqrt{5}$

$\left| \frac{3m}{2} + \frac{3}{2} \right| = \sqrt{5}$

$\frac{3m + 3}{2} = \sqrt{5}$

$m = \frac{2\sqrt{5} - 3}{2}$

$C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - h^2 = -2$

$r^2 = 2 + \frac{1}{2}$

$r^2 = \frac{5}{2}$

$r = \sqrt{\frac{5}{2}}$

$\frac{m+3}{2} = -\sqrt{5}$

$m = -2\sqrt{5} - 3$

$\frac{660}{27}$
 $\frac{695}{27}$

Figura 22: Resolução da Questão 5 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos que esse grupo apresentou as coordenadas do centro da circunferência, porém não demonstrou como as encontrou. Quanto ao raio da circunferência, o grupo demonstrou não apresentar dificuldade para encontrá-lo. Percebemos que o grupo passou a

equação da reta da forma reduzida para a forma geral para facilitar o cálculo da distância do ponto a reta. Entretanto, observamos que o grupo apresentou dificuldade em relação à aplicação da definição da distância do ponto a reta. Percebemos que o grupo lembrou a definição, porém na substituição dos valores das variáveis houve uma pequena confusão, ou seja, observamos na equação geral da reta que os coeficientes das variáveis a e b são m e -1 respectivamente, o grupo substituiu na definição por 1 e 1 . Observamos que as coordenadas do centro foram substituídas corretamente na definição da distância, no denominador do módulo. Dentro da raiz, o correto seria $m^2 + 1$. Uma possível explicação para esse erro, na definição, talvez tenha sido a falta de atenção na hora da substituição dos valores, uma vez que o grupo demonstrou lembrar os conteúdos anteriores necessários ao desenvolvimento da questão. Percebemos ainda, que o grupo demonstrou compreensão na definição de módulo ao usar corretamente sua definição para resolver a equação modular. Em virtude do erro de substituição na definição da distância, o grupo obteve acerto parcial na questão. A seguir vejamos o desempenho de todos os grupos com relação à questão cinco:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	A, B e C	75 %
Acertou Totalmente	-	-
Errou	-	-
Não respondeu	D	25 %
Total	-	100 %

Quadro 27: Análise da Questão 5 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Percebemos com os dados que nenhum dos grupos obteve acerto total da questão e que os três grupos que acertaram, parcialmente cometeram erros em conteúdos matemáticos anteriores necessários ao desenvolvimento da questão. Observamos ainda que os três grupos se perderam durante a questão na definição da distância do ponto reta a reta. Todos lembraram a definição, porém, se equivocaram na substituição dos dados. O grupo que não respondeu a questão e como já mencionamos anteriormente foi reflexo da falta de interação entre seus integrantes. Percebemos que essa questão foi a mais complexa da Lista de Exercícios, devido ao entendimento dos conteúdos matemáticos anteriores exigidos pela mesma. Contudo, apesar do acerto da questão ter ocorrido parcialmente, os alunos demonstraram compreensão dos conceitos de centro e raio da circunferência, o que ratifica a dificuldade demonstrada pelos alunos sobre o domínio de conteúdos matemáticos anteriores, principalmente aqueles adquiridos no Ensino Fundamental.

A questão seis da lista foi: A reta s , de equação $x + 2y + k = 0$, é exterior à circunferência, $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 19 = 0$. Determine os valores de k .

A presente questão aborda a posição relativa entre reta e circunferência, em especial, a reta é externa a circunferência. Para o entendimento da questão, se faz necessário que os alunos busquem conteúdos matemáticos anteriores como distância entre ponto e reta e inequação modular. Esperávamos que os alunos interpretassem esses conteúdos anteriores de modo significativo para compreensão da questão.

A seguir apresentamos a resolução feita por um dos grupos para essa questão:

6) $x + 2y + k = 0$

Se a reta é exterior
Logo: $d_{c,s} > 1$

temos $\frac{|-4+4+k|}{\sqrt{5}} > 1$

$|k| > \sqrt{5}$

conclusão: $k > \sqrt{5}$
ou
 $k < -\sqrt{5}$

$x^2 + y^2 + 8x + 4y + 19 = 0$

$-2a = 8$
 $a = -\frac{8}{2} = (-4)$

$-2b = -4$
 $b = -\frac{-4}{-2} = (-2)$

$C(-4, 2)$

$a^2 + b^2 - r^2 = 19$
 $(-4)^2 + 2^2 - r^2 = 19$
 $16 + 4 - r^2 = 19$
 $-r^2 = 19 - 20$
 $(-r^2 = -1) \cdot (-1)$
 $r^2 = 1$
 $r = \sqrt{1}$
 $r = 1$

Figura 23: Resolução da Questão 6 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos que o grupo apresentou e conseguiu transpor significados aos conteúdos matemáticos anteriores presentes na resolução da questão. Observamos que esse grupo na questão anterior, ou seja, questão cinco cometeu um pequeno erro, ao substituir os dados na definição da distância entre ponto e reta, o que nos leva a ratificar que esse pequeno erro foi falta de atenção do grupo e não falta de domínio na definição. Essa mesma definição como podemos notar, foi usada pelo grupo com êxito na presente questão. Observamos também que o grupo demonstrou entendimento sobre as propriedades de módulo ao solucionar corretamente a inequação modular. No que se refere à circunferência, o grupo apresentou compreensão dos conceitos de centro e raio na resolução da questão.

A seguir vejamos o desempenho de todos os grupos com relação à questão seis:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	B	25 %
Acertou Totalmente	C	25 %
Errou	A	25 %
Não respondeu	D	25 %
Total	-	100 %

Quadro 28: Análise da Questão 6 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Com base nos dados percebemos que a questão apresentou uma grande variedade de resultados, ou seja, tivemos um empate nos percentuais de cada situação. O grupo que errou a questão optou por resolvê-la por meio do sistema formado pelas equações, o que tornou a resolução do sistema inviável. Enquanto o grupo que acertou, parcialmente, aplicou sem dificuldade os conceitos de centro e raio, porém se perdeu na resolução da questão ao não usar a condição de ser a reta externa a circunferência, ou seja, que a distância do centro da circunferência a reta era maior que a medida do raio, conhecimento esse demonstrado pelo grupo na resolução de outras questões da Lista de Exercícios. De modo geral, podemos considerar que o percentual de acerto foi superior ao percentual de erro, enquanto o grupo que não respondeu a questão demonstrou mais uma vez falta de interação do grupo.

A questão sete foi: *Escreva a equação geral da circunferência de centro $C(-2; 4)$ e tangente à reta $3x + 4y = 0$.*

De acordo com nossa experiência em sala de aula, os problemas de tangência são tidos pelos alunos como a parte mais difícil no estudo de circunferência, portanto, optamos por ressaltá-los em maior número de questões na Lista de Exercícios.

A questão tem por finalidade explorar a tangência entre reta e circunferência, portanto, esperávamos que os alunos pudessem mostrar compreensão nas definições da equação reduzida e geral da circunferência. A seguir apresentamos a resolução feita por um dos grupos para essa questão:

7ª) $cen = raio$

$$r = \frac{|3(-2) + 4 \cdot 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4}{x^2 + y^2 + 4x - 8y + 26 = 0}$$

Figura 24: Resolução da Questão 7 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Como pudemos observar, a resolução da questão foi bem simples, isto é, os alunos só precisaram encontrar o raio da circunferência por meio da distância do centro da circunferência à reta. Por fim, substituíram os valores do centro e do raio na equação reduzida e ao desenvolver os produtos notáveis foi obtida a equação geral da circunferência. O grupo não apresentou dificuldade em relação aos conteúdos matemáticos anteriores, ou seja, distância entre ponto e reta e produtos notáveis. Portanto, o grupo apresentou compreensão à definição da equação da circunferência presente na questão. Vejamos a seguir o desempenho obtido por todos os grupos em relação a essa questão:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	-	-
Acertou Totalmente	A, B e C	75 %
Errou	D	25 %
Não respondeu	-	-
Total	-	100 %

Quadro 29: Análise da Questão 7 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

De acordo com os dados, observamos um expressivo percentual de acerto, isto é, 75 % dos grupos demonstraram compreensão das definições exigidas pela questão, ou seja, definições da equação reduzida e equação geral da circunferência. Embora um dos grupos tenha errado a questão, observamos que o erro mais uma vez foi em conteúdo básico adquirido no Ensino Fundamental. Consideramos a compreensão das definições presentes na questão, satisfatório para o entendimento do conteúdo circunferência.

A questão oito foi: *Determine a equação da reta tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$ e que passa pelo ponto A (1; 1).*

A presente questão aborda a tangência entre reta e circunferência e encaminha mais uma vez os alunos à busca de conteúdos matemáticos anteriores, levando-os a interpretarem a questão de forma significativa.

A seguir apresentamos a resolução feita por um dos grupos para essa questão:

8) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$

$-2a = 4$
 $a = \frac{4}{-2} = -2$ $C(-2, -1)$

$-2b = 2$
 $b = \frac{2}{-2} = -1$

$a^2 + b^2 - r^2 = -8$
 $(-2)^2 + (-1)^2 - r^2 = -8$
 $4 + 1 - r^2 = -8$
 $-r^2 = -8 - 4 - 1$
 $(-r^2 = -13) \cdot (-1)$
 $r^2 = 13$
 $r = \sqrt{13}$

$A(1, 1)$
 $Y - Y_0 = m(X - X_0)$
 $Y - 1 = m(X - 1)$
 $mX - Y - m + 1 = 0$

$d_{C,r} = \frac{|-2m + 1 - m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{13}$
 $4m^2 + 12m + 7 = 0$
 $\Delta = 144 - 144$
 $\Delta = 0$
 $m = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$

Logo: $-\frac{3}{2}X - Y + \frac{3}{2} + 1 = 0$
 Substituindo
 $(3X - 2Y + 5 = 0) \cdot (-1)$
 $3X + 2Y - 5 = 0$

Figura 25: Resolução da Questão 8 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Observamos que esse grupo apresentou de forma clara o desenvolvimento da questão e quais foram os conteúdos matemáticos anteriores usados para sua resolução. Entre os conteúdos matemáticos anteriores, fizeram uso da equação da reta, distância entre ponto e reta e coeficiente angular da reta. Os alunos iniciaram a resolução da questão por encontrarem as coordenadas do centro e o valor do raio, tomando como referência os termos x e y da equação da circunferência. Os alunos demonstraram entendimento na aplicação da definição da distância entre o ponto e reta ao encontrar o valor do coeficiente angular da reta. Consideramos que o grupo demonstrou compreensão das definições propostas pela questão. Vejamos a seguir o desempenho obtido por todos os grupos em relação a essa questão:

Situação	Turmas	Porcentagem
Acertou Parcialmente	A e D	50 %
Acertou Totalmente	B e C	50 %
Errou	-	-
Não respondeu	-	-
Total	-	100 %

Quadro 30: Análise da Questão 8 da Lista de Exercícios

Fonte: Dados Obtidos na Pesquisa

Como base nos dados, observamos que todos os grupos responderam a questão e que nenhum deles errou a mesma. Percebemos que essa questão teve sua resolução semelhante à resolução da questão cinco, entretanto, na questão cinco não houve acerto total da questão. Por outro lado, na presente questão ocorreu um empate com percentual de 50 % entre os

acertos. Observamos, mais uma vez, que os erros encontrados na resolução da questão foram com relação à aplicação de conteúdos matemáticos anteriores, mais precisamente em relação à definição da distância entre ponto e reta.

De modo geral, observamos que as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução da Lista de Exercícios não estavam diretamente ligadas aos conceitos e definições abordadas no conteúdo circunferência, mas em conteúdos matemáticos anteriores, necessários para o entendimento das questões propostas na Lista de Exercícios. Consideramos que os objetivos traçados para a Lista de Exercícios foram alcançados, ou seja, os alunos demonstraram compreensão dos conceitos de centro, raio, corda e das posições relativas entre ponto, reta e circunferência, além de ter compreendido a definição da equação da circunferência.

5.3.3 Comentários

Esta seção apresenta a análise dos dados sobre a aprendizagem matemática. A seção constituiu o vértice C do triângulo e se deu com o objetivo de analisar a compreensão que os alunos tiveram sobre o conteúdo circunferência, presente nas Letras das Paródias e na Lista de Exercícios, assim como verificar se o recurso didático da paródia musical contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos. Esta seção foi representada pelas fontes EII, LE e LP.

Diante dos dados apresentados na mesma pudemos observar nas Letras das Paródias musicais que os alunos não se detiveram a memorizar fórmulas, mas sim entender conceitos e definições pertinentes ao conteúdo circunferência.

Observamos também que em todas as Letras das Paródias musicais os alunos demonstraram que o entendimento do conteúdo circunferência inicia-se com a compreensão dos conceitos de centro e raio, levando-os a compreender a definição da equação da circunferência. Percebemos que os alunos mostraram entendimento das três condições que validam a equação algébrica a representar geometricamente uma circunferência.

No que diz respeito às posições relativas, observamos que os alunos mostraram nas Letras das Paródias compreensão dos conceitos de posição relativa do ponto e reta em relação à circunferência. Observamos ainda, na análise das Letras das Paródias, que apenas um dos grupos retratou a posição relativa entre duas circunferências. Talvez uma possível explicação para a ausência da posição relativa entre duas circunferências nas Letras das Paródias dos outros três grupos tenha sido dificuldade em transpor o conceito com a rima ou melodia da música escolhida. Portanto, não podemos afirmar que esses alunos não tenham demonstrado

compreensão do conceito da posição relativa entre duas circunferências. Por outro lado, a questão três da Lista de Exercícios que aborda esse tópico, ou seja, posição relativa entre circunferências, foi respondida por todos os grupos.

Observamos que o conhecimento sobre circunferência presente nas Letras das Paródias ocorreu por meio da devolução, com o significado de transferência de responsabilidade, ou seja, o professor estimulou os alunos a aceitarem a atividade proposta como desafio a solucionar. A esse respeito, Brousseau (2008, p. 91) afirma que “a devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e o mesmo assume as conseqüências dessa transferência”. Neste processo, o professor pesquisador estruturou a atividade, tendo o controle sobre ela, e não sobre o saber, o que objetivou aos alunos vivenciá-lo, como um pesquisador na busca da solução de um problema. Para Brousseau (1986, p. 51), na didática da Matemática, “[...] o ensino é a devolução ao aluno de uma situação adidática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação”.

Em relação à construção e resgate dos conceitos relacionados à circunferência, percebemos que os alunos quando compõem uma paródia musical do seu conhecimento criam uma idéia de fenômenos que não são comuns e escrevem palavras distantes do seu repertório coloquial, o que corrobora Carvalho (2008), que aponta a composição da paródia musical como uma estratégia alternativa para trabalhar conceitos considerados pelos alunos de difícil apreensão.

Observamos que ocorreram alguns erros conceituais nas Letras das Paródias apresentadas. Esses erros, no entanto, são importantes, pois poderão ser trabalhados em sala de aula, tendo como ponto de partida o texto elaborado pelos alunos, o que facilitará a identificação das dúvidas que os mesmos possuem como argumenta Carvalho (2008).

Com relação à pergunta 2.1 da Entrevista II, a qual se refere à compreensão do conteúdo circunferência, os alunos afirmaram com unanimidade que o trabalho de composição da paródia musical melhorou a compreensão do conteúdo circunferência. Para tanto, precisaram rever o assunto, estudar os conceitos por meios de livros, cadernos, pesquisarem na Internet, isto é, puderam rever e aprofundar os conhecimentos do conteúdo já estudado de forma expositiva. Puderam ainda refletir sobre quais conceitos entrariam na Letra da Paródia, tendo a oportunidade de falar e discutir sobre Matemática, ou seja, foram os

principais atores da construção de seu conhecimento a partir do trabalho proposto, caracterizando uma situação adidática, segundo Brousseau (1986).

Na realização da atividade proposta na devolução, a intenção de ensinar não foi revelada aos alunos, mas foi planejada e imaginada pelo professor pesquisador para proporcionar condições favoráveis para a apropriação do saber sobre circunferência. Ao discutirem e refletirem uns com os outros sobre circunferência, os alunos, segundo Brousseau (1986), vivenciaram situações de ação, formulação e validação, as quais são de responsabilidade do aluno.

Em relação à pergunta três da EII, a qual diz respeito à resolução da Lista de Exercícios, observamos que a mesma apresentou ser a parte mais difícil do trabalho. Observamos que as dificuldades apresentadas na resolução da lista não foram apenas em relação à dificuldade encontrada em algumas questões, tidas pelos alunos como difíceis, mas pela falta de interação entre os integrantes dos grupos B e D. Por outro lado, percebemos que as turmas A e C provaram que um grupo grande pode trabalhar unido. Os alunos encontraram dificuldade na resolução de algumas questões, porém essas dificuldades foram sanadas entre os próprios integrantes de cada grupo. Desta forma, os alunos aprenderam uns com os outros e perceberam que quando ensinam também aprendem. Observamos, ainda em relação à resolução da Lista de Exercícios, que o fato da turma D não ter resolvido todas as questões da Lista mostrou que os alunos não estavam preocupados em obter apenas uma nota com o trabalho, mas com a seriedade da aprendizagem do conteúdo. Caso contrário, teriam pedido ajuda de fora para resolver essas questões.

No que diz respeito à questão quatro da EII, ou seja, ao trabalho como um todo, os alunos expressaram sentimentos positivos como alegria, prazer e satisfação em ter discutido, estudado e aprendido Matemática por meio da composição da paródia musical. No olhar dos alunos, o trabalho conseguiu aproximá-los mais da Matemática, principalmente para aqueles que apresentavam dificuldades ou não gostavam de Matemática. Percebemos que para os alunos, a aprendizagem adquirida sobre o conteúdo circunferência no trabalho ocorreu de forma espontânea e prazerosa.

Ao sugerir que o uso do recurso didático da paródia musical deveria ser estimulado por outros professores, os alunos demonstram intenção que o contrato didático estabelecido seja rompido pelo professor, ou seja, romper com o contrato por meio de aulas expositivas. Brousseau (1986) salienta que quanto mais o professor diz ao aluno aquilo que ele deve fazer,

mais priva o aluno das condições necessárias à compreensão e à aprendizagem do conceito visado. Percebemos que ao realizar a atividade proposta, os alunos não demonstraram dificuldades em adaptar-se à ruptura. Ainda, segundo Brousseau (1986), o contrato didático existe em função do aprendizado do aluno e muitos têm dificuldades em adaptar-se a essa ruptura. Se o contrato didático for mal interpretado pelo professor, ou pelo aluno, poderá levar ao fracasso escolar, ao invés de uma aprendizagem que tenha sentido e significado.

Observamos ainda na questão quatro da EII que para alguns alunos o aprendizado do conteúdo circunferência se deu com a junção do aprendizado que obtiveram nas aulas do professor com a composição da Letra da Paródia, isto é, o trabalho oportunizou vivenciar o uso de duas abordagens de ensino, a tradicional e a humanista, discutidas por Mizukami (1986).

Quanto à situação de *institucionalização*, de responsabilidade do professor, em nosso trabalho se deu por meio da Lista de Exercícios. Brousseau (1986) considera que somente após a institucionalização o saber se torna oficial e estará disponível para a resolução de problemas matemáticos, enquanto para Chevallard (2001, p. 219) “inversamente a devolução, a institucionalização consiste em dar um estatuto cultural para as produções dos alunos, atividades, linguagem e conhecimentos”.

Com relação à Lista de Exercícios (LE), observamos que a busca por conteúdos matemáticos, anteriores não ligados diretamente a circunferência e não focos da pesquisa foram importantes para levarem os alunos a interpretarem de forma significativa o conteúdo circunferência, principalmente conteúdos aprendidos no Ensino Fundamental. A esse respeito, os PCNEM dizem que no Ensino Fundamental os alunos devem ter tido contato com vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de usá-los e ampliá-los.

Percebemos que as dificuldades demonstradas pelos alunos na resolução de algumas questões não estavam ligadas diretamente aos conceitos e definições pertinentes ao conteúdo da pesquisa, mas em alguns conteúdos matemáticos anteriores, o que é corroborado pelos trabalhos desenvolvidos por Rizzon (2008) e Passos (2004). As autoras também apontaram em seus trabalhos dificuldades em conteúdos matemáticos anteriores por parte dos alunos.

As questões 1, 2 e 4 envolveram os conceitos de centro, raio, corda e a definição da equação da circunferência. Percebemos na questão um que o grupo de alunos demonstrou compreensão dos conceitos abordados na questão. Percebemos também que ficou entendido ao grupo que não é possível encontrar a medida do raio de uma circunferência sem conhecer

as coordenadas do seu centro. Com relação ao desempenho de todos os grupos na questão, percebemos que nenhum grupo errou totalmente a questão, ou seja, juntando-se o acerto total ao acerto parcial. Podemos dizer que a compreensão dos conceitos de centro e raio por parte dos alunos foi satisfatório.

Em relação à questão dois percebemos que a mesma encaminhou os alunos a buscarem conteúdos matemáticos anteriores necessários a interpretação e desenvolvimento da questão. O grupo de alunos analisado demonstrou entendimento ao lembrarem os conteúdos matemáticos anteriores e ao usar corretamente o conceito de raio ao resolver a questão. Observamos, em relação ao desempenho total dos grupos, um expressivo percentual de acerto total da questão. Isso demonstra que os alunos não apresentaram dificuldades nos conteúdos matemáticos anteriores e mostraram compreensão no conceito de raio.

Com relação à questão quatro, observamos que o grupo analisado interpretou a questão geometricamente, o que demonstra interpretar a mesma de modo significativo e não apenas algebricamente. Observamos, ainda, que o grupo demonstrou compreensão aos conceitos referentes à circunferência e aos conteúdos matemáticos anteriores necessários a resolução da questão. Observando os grupos no geral percebemos que embora nenhum grupo tenha errado completamente a questão o percentual dos respondentes foi igual ao percentual dos não respondentes, isto é, 50%. Com isso, consideramos os dados insuficientes para afirmar se realmente houve compreensão dos conceitos abordados pela presente questão.

As questões 3, 5, 6, 7 e 8 envolveram os conceitos de posição relativa entre ponto, reta e circunferência. A questão três, a única da Lista que aborda a posição relativa entre duas circunferências, apresentou duas resoluções distintas na análise, fazendo-se um comparativo entre elas. Observamos que a resolução apresentada pelo primeiro grupo foi feita por meio da distância entre os dois centros e comparadas com as medidas dos dois raios. Observamos que a resolução além de apontar a tangência como posição relativa, ainda identificou o tipo de tangência, isto é, externamente. Enquanto a solução apresentada pelo segundo grupo foi por meio da resolução do sistema formado pelas duas equações. Observamos que a resolução do sistema também apontou a tangência como posição relativa e o ponto onde elas se interceptam, porém o grupo não especificou se a tangência era externa ou interna. Fazendo um comparativo entre as duas soluções, observamos que cada solução apresentada apontou uma informação a mais que a outra, ou seja, uma apontou o tipo de tangência, outra o ponto de tangência. Portanto, consideramos as duas soluções satisfatórias, pois o objetivo foi identificar a posição relativa entre elas. De modo geral, os grupos demonstraram um

expressivo percentual de acerto da questão, apontando que os alunos tiveram compreensão do conceito da posição relativa entre circunferências. Embora, essa compreensão, nas Letras das Paródias, tenha sido retratada por apenas um dos grupos.

Com relação à questão cinco, percebemos que o grupo apresentou dificuldade ao usar a definição da distância entre o ponto e reta, conteúdo matemático anterior necessário a interpretação da questão. Contudo, percebemos que o grupo lembrou a definição, porém, por falta de atenção, substituiu os valores das variáveis na definição erradas. Observamos que foi falta de atenção do grupo porque o mesmo usou outras vezes essa mesma definição com êxito em outras questões da Lista de Exercícios. Percebemos que o grupo não apresentou dificuldades ao usar a propriedade de módulo na questão, assim como mostrou compreensão em relação aos conceitos de centro e raio utilizados na questão. No tocante aos demais grupos, observamos que essa questão foi a mais complexa a ser resolvida. Observamos que nenhum dos grupos conseguiu acertá-la totalmente. Percebemos ainda na referida questão, que as dificuldades encontradas foram com relação aos conteúdos matemáticos anteriores. Percebemos que apesar do pouco acerto da questão, os alunos demonstraram compreensão dos conceitos referentes à circunferência presentes na questão.

No que se refere às questões 6, 7 e 8, observamos que o grupo mostrou entendimento sobre os conteúdos matemáticos anteriores, ou seja, mostrou compreensão da definição da distância do ponto a reta, inequação modular, coeficiente angular da reta e equação geral da reta. No tocante a circunferência, o grupo apresentou compreensão dos conceitos de centro e raio e da definição da equação da circunferência. Com relação aos outros grupos, observamos um expressivo percentual de acerto em relação às questões 7 e 8. Com isso, os alunos demonstram compreensão do conceito de posição relativa entre reta e circunferência. Enquanto na questão seis o resultado mostra uma variedade de situações.

De modo geral, considerando-se o universo das 32 resoluções analisadas, sendo oito por turma e quatro por questão, observamos que o percentual de erro apresentado na resolução das questões da Lista de Exercícios foi mínimo, ou seja, 6%. Já o percentual de questões não respondidas foi de 16 %, conseqüência da falta de interação entre os integrantes da turma D. Entretanto, o percentual de acerto foi expressivo, isto é, 78 %, dos quais 47 % é acerto total da questão e 31 %, acerto parcial da questão.

Percebemos que as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das questões não estavam ligadas diretamente aos conceitos e definições de circunferência, mas nos

conteúdos matemáticos anteriores presentes nas questões e necessários para a interpretação das questões. Com base nas análises apresentadas, consideramos que os conceitos e definições referentes à circunferência presentes nas Letras das Paródias foram refletidos na resolução da Lista de Exercícios de forma satisfatória. Discutidos conceitos, definições e resoluções incorretas de questões da Lista de Exercícios, isto é, feita a institucionalização, o saber tornou-se oficial e estará disponível para a resolução de problemas matemáticos, como argumenta Brousseau (1986). A institucionalização não pode ser vista como parte da situação didática, uma vez que está clara a intenção de ensinar do professor.

Portanto, as principais atividades do professor na Teoria das Situações Didáticas são a devolução e a institucionalização, que no nosso trabalho se deu respectivamente por meio da atividade de compor a paródia musical abordando o conteúdo circunferência e da Lista de Exercícios. Na Teoria das Situações Didáticas o aluno tem o papel principal, cabendo ao professor a responsabilidade de dar início e finalizar o processo de ensino e aprendizagem.

5.4 DISCUSSÃO

Esta pesquisa desenvolveu e avaliou uma metodologia alternativa de ensino usando a composição de paródias musicais para o ensino da Matemática na tentativa de contribuir para a aprendizagem de alunos, em especial do Ensino Médio. Para isso, realizamos um trabalho em uma escola da rede pública, de Campina Grande com alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Esta seção apresenta a Discussão sobre os comentários apresentados nas três seções anteriores que constituem os vértices A, B e C do triângulo. A seção *Perfil dos Alunos Em Relação à Aula de Matemática*, que constitui o vértice A do triângulo, objetivou traçar a concepção dos alunos sujeitos dessa pesquisa em relação à Matemática.

A seção *Recurso Didático*, que constitui o vértice B do triângulo, objetivou discutir o uso do recurso didático nas aulas, isto é, a construção da paródia musical. Por fim, a seção *Aprendizagem Matemática*, objetivou analisar a compreensão que os alunos tiveram sobre o conteúdo circunferência, presente nas Letras das Paródias e na Lista de Exercícios, assim como verificar se o recurso didático da paródia musical contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos.

Diante dos dados apresentados nas três seções podemos afirmar que durante toda a pesquisa os alunos apresentaram um sentimento positivo pela Matemática, independente das possíveis dificuldades em relação ao conteúdo matemático, isto é, circunferência. O

envolvimento de todos aconteceu de forma espontânea, visto que em nenhum momento o professor pesquisador precisou intervir neste aspecto.

No que se refere à aula de Matemática, os dados da primeira seção apontam que os alunos gostam de Matemática independente de gostar ou não do professor. A maioria dos alunos prefere a aula de Matemática na exposição dos conteúdos, ou seja, os dados mostram que os alunos estão acostumados com a aquisição do conteúdo por meio da abordagem tradicional. De acordo com Mizukami (1980), a abordagem tradicional baseia-se com frequência em aulas expositivas e em demonstrações do professor. A ênfase não é dada ao educando, e sim ao professor com intuito de garantir a aquisição do conteúdo cultural pelo aluno. De acordo com Brousseau, citado por Jesus (2008) as situações de ensino tradicional são situações de institucionalização, porém sem que o professor se ocupe da criação de fases adidáticas (ação, formulação e validação).

Diante da preferência dos alunos pela aula de Matemática na exposição do conteúdo, demonstra que a prática pedagógica mais comum em Matemática ainda parece ser aquela em que o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas, propondo aos alunos problemas cujos enunciados contém os dados necessários, aliada aos elementos das aulas, permitindo encontrar a solução do problema. O aluno por sua vez, cumpre seu contrato, se ele bem ou mal compreende a aula dada, e consegue resolver corretamente ou não os exercícios, como aponta Silva (2010). Com isso, o que observamos é uma constante preocupação por parte do professor em fazer com que o aluno *aprenda matemática* sem observar se esta aprendizagem é significativa ou não para o aluno, ou seja, a aprendizagem estar sob a responsabilidade do professor.

A Teoria das Situações Didáticas modela o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos em sala de aula interligando o professor, aluno e o *conhecimento matemático*. Sobre este construto teórico acreditamos que a atividade proposta nesta pesquisa proporcionou aos alunos vivenciarem o significado de transferência de responsabilidade pelo seu processo de ensino e aprendizagem.

Ainda em relação à aula de Matemática, na primeira seção, para os alunos uma boa aula de Matemática é aquela onde o professor interage com os alunos, isto é, o diálogo em sala de aula se faz necessário, com ênfase nas relações interpessoais. O fato dos alunos acharem a aula de Matemática legal, normal ou interessante, esse resultado pode ser consequência do contexto em que o contrato didático foi colocado pelo professor. Segundo

Almouloud (2007), o funcionamento do contrato didático depende de diferentes contextos de ensino e de aprendizagem como as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho proposto para os alunos, a epistemologia do professor, entre outros, fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático.

Na segunda seção, após a realização da atividade proposta, resultados das entrevistas EI e EII apontam que o trabalho deixou a aula de Matemática mais dinâmica, interativa e estimulante. Enquanto no Questionário II os dados revelam que os alunos passaram a ver a Matemática como interessante, ou melhor, de ser compreendida. Observamos ainda na EII que o trabalho os aproximou mais da Matemática, principalmente aqueles que não gostavam ou tinha dificuldade em Matemática. Observamos também que passaram a ver a Matemática não mais como um bicho de sete cabeças, expressão usada por aqueles que não gostam de Matemática.

Conforme a Teoria das Situações Didáticas sugere (BROUSSEAU, 2008), é necessário prover um meio que possibilite, em relação aos conteúdos de ensino em Matemática, fazer interações e conjecturas, bem como avaliá-las e adaptar a prática docente às novas situações propostas. Isto equivale a dizer que é preciso fugir de abordagens meramente formais e deslocadas de meios que permitam construir e refletir continuamente.

Ao propormos, na devolução, a atividade de compor uma paródia musical, nossa intenção foi provocar uma ruptura do contrato didático baseado na prática pedagógica por meio de aulas expositivas e colocar os alunos em uma situação adidática. De acordo com Brousseau (1986), o contrato didático visa fundamentalmente à aquisição de saberes pelos alunos. Na primeira seção, os dados apontam que as dificuldades dos alunos na aprendizagem são vistos pelos alunos como normal, ou seja, como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem.

Os dados mostram que poucos alunos responderem tirar suas dúvidas com o professor. Brousseau (1986) argumenta que grande parte das dificuldades dos alunos para a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos é causada pelo contrato didático mal administrado pelo professor ou pelo aluno, neste caso o contrato vem à tona e é motivo de renegociação, quando não é respeitado por qualquer um dos parceiros da relação didática, professor ou aluno. No entanto, na segunda seção, por meio do QII, observamos que os resultados apontam que ao realizar a atividade proposta, os alunos não demonstraram dificuldades em adaptar-se à ruptura. De acordo com Brousseau (1986), o contrato didático

existe em função do aprendizado do aluno e muitos têm dificuldades em adaptar-se a essa ruptura de contrato.

Percebemos na terceira seção, na fala do sujeito 1 da turma D durante a EII, que ao afirmar que o recurso didático da paródia musical deveria ser estimulado por outros professores, o aluno demonstrou claramente intenção de ruptura de contrato. Brousseau (1986) salienta que quanto mais o professor diz ao aluno aquilo que ele deve fazer, mais priva o aluno das condições necessárias à compreensão e à aprendizagem do conceito visado.

Observamos também que na realização da atividade proposta, o enfoque central foi os alunos. O professor não transmitiu conteúdo, deu assistência sendo um facilitador da aprendizagem. O conteúdo adveio das próprias experiências dos alunos. O professor não ensinou, criou condições para que os alunos aprendessem. Portanto, a aprendizagem durante a atividade proposta se deu por meio da abordagem humanista, que segundo Mizukami (1986), o aluno deve responsabilizar-se pelos objetivos referentes à aprendizagem.

Na segunda seção, através da atividade da proposta didática que envolveu o uso da composição da paródia musical, observamos que alguns alunos apresentaram um conhecimento sobre música quando relataram que foi preciso modificar algumas notas musicais da paródia, pois estava difícil alcançar algumas notas da música original. Esses alunos também foram os vocalistas na gravação da paródia por eles composta.

A mesma seção aponta que para compor a paródia musical, os alunos tiveram de ler e reler o conteúdo, precisaram se reunir por várias vezes podendo, agir, falar de e sobre circunferência, precisaram recorrer aos livros, cadernos, apontamentos e Internet, aprofundando seus conhecimentos sobre circunferência, já estudada de forma expositiva. Puderam ouvir uns aos outros e então refletir por iniciativa própria sobre quais os conceitos mais importantes sobre circunferência deveriam estar presentes na Letra da Paródia. O professor trabalhou como mediador, de forma a criar condições para que os alunos fossem os atores principais no processo de construção do conhecimento na atividade realizada, caracterizando segundo Brousseau (1986), uma situação adidática.

Assim, o aluno não buscou a solução da atividade para responder ao professor, mas para solucionar a situação que lhe foi apresentada, ganhando com isso autonomia. Podemos afirmar que os alunos, ao aceitarem a atividade proposta pelo professor pesquisador na devolução, foram colocados em uma situação adidática. A esse respeito, Freitas (2010, p. 86) afirma que “as situações adidáticas representam os momentos mais importantes da

aprendizagem, pois o sucesso dos alunos nelas significa que ele por seu mérito conseguiu sintetizar algum conhecimento”.

No modo tradicional de ensino da Matemática, a apresentação de um conceito é feita de forma direta, ou seja, parte da definição com uma sequência de exemplos e uma Lista de Exercícios. Desta forma, os saberes matemáticos são comunicados aos alunos de maneira pronta. (ARAÚJO, 2010). Nas situações adidáticas, de modo contrário, procura-se um ambiente científico de investigação, no qual os alunos possam refazer alguns passos estabelecidos pelos pesquisadores e cientistas (FREITAS, 2010).

No âmbito de uma situação adidática, então, o aluno age de formas distintas em diferentes momentos. Segundo a tipologia das situações adidáticas, elaboradas por Brousseau (1986), os alunos vivenciaram a *situação de ação* ao aceitar a atividade na devolução. Ao discutirem, falarem e refletirem sobre quais os conceitos presentes na letra da composição da paródia vivenciaram a *situação de formulação*. Por fim, ao recorrerem aos livros, cadernos, Internet e ao professor se deu a *situação de validação*. Portanto, a atividade proposta na devolução estimulou os alunos a aceitá-la, levando-os a agir, a falar, a refletir, a evoluir por si próprio, como ressalta Brousseau (1986).

Quanto ao trabalho em grupo, observamos que para os alunos das turmas A e C foi motivador, influenciou na interação entre os grupos, aproximou-os dos alunos das outras salas. Os resultados apontam que para os alunos das turmas A e C, o trabalho de composição da paródia musical promoveu a cordialidade, a cooperação e o trabalho em equipe, como argumenta Carvalho (2008).

Durante a realização da atividade proposta, os alunos apresentaram algumas dificuldades. Percebemos que os alunos elegeram como a maior dificuldade encontrada o trabalhar em grupo, ou seja, juntar todo grupo na mesma hora para compor a Letra da Paródia e resolver a Lista de Exercícios. Os resultados também apontam como dificuldades encontradas o transpor o conteúdo matemático para a Letra da Paródia e a resolução de algumas questões da Lista de Exercícios. Foi possível observarmos a preocupação dos alunos na escolha das palavras corretas e com a melodia da música escolhida. Isso demonstra que os alunos estavam cientes da importância da validação dos conceitos presentes na Letra da Paródia por eles composta.

Quanto à composição de paródias musicais como recurso didático, os dados apontam que os alunos consideram que o mesmo contribuiu para a aprendizagem do conteúdo

circunferência. Os alunos perceberam que ao compor a paródia eles próprios tiveram que buscar o conteúdo e a aprendizagem, isto é, foram os atores principais da construção de seus conhecimentos. Ou seja, ao vivenciarem a situação adidática, o processo de ensino e aprendizagem ocorreu por meio da devolução. Para Brousseau (1986, p. 51), “o ensino é a devolução de uma situação adidática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação”.

Como elemento importante da situação adidática, surge o conceito de devolução, com o significado de transferência de responsabilidade, ou seja, o professor estimulou os alunos a aceitarem a atividade proposta como desafio a solucionar. A esse respeito Brousseau (2008, p. 91), afirma que “a devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e o mesmo assume as conseqüências dessa transferência”.

Na terceira seção, encontramos por meio da pergunta 2.1 da EII, a ratificação que o trabalho de composição da paródia musical melhorou a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo circunferência. Os alunos ressaltam que com a realização da atividade puderam agir por meio das situações de ação, formulação e validação, ou seja, a aprendizagem sobre circunferência se deu com a realização da atividade proposta.

Também na terceira seção, em relação à construção e resgate dos conceitos relacionados à circunferência, percebemos que ocorreram alguns erros conceituais nas Letras das Paródias apresentadas. Esses erros, no entanto, são importantes, pois poderão ser trabalhados em sala de aula, tendo como ponto de partida o texto elaborado pelos alunos, o que facilitará a identificação das dúvidas que os mesmos possuem como argumenta Carvalho (2008), ou seja, será feita a situação de institucionalização, isto é, “[...] dar um estatuto cultural para as produções dos alunos, atividades, linguagem e conhecimento” (CHEVALLARD, 2001, p. 219).

Com relação à Matemática presente nas Letras das Paródias compostas pelas quatro turmas, na terceira seção, observamos que os alunos não se detiveram a memorizar fórmulas, mas sim entender conceitos e definições pertinentes ao conteúdo circunferência. Observamos que em todas as Letras das Paródias musicais os alunos demonstraram entendimento dos conceitos de centro e raio, ou seja, esses dois conceitos são a base para entender a definição da equação da circunferência. Observamos também que todos os alunos mostraram entendimento das três condições que validam a equação da circunferência. Percebemos que alguns conceitos e definições de conteúdos matemáticos estudados anteriormente se fazem

necessários no estudo da circunferência, como distância entre dois pontos, produtos notáveis, sistema de equações, distância do ponto à reta, entre outros presentes nas Letras das Paródias compostas.

No que diz respeito às posições relativas, observamos que os alunos mostraram compreensão dos conceitos de posição relativa entre ponto, reta e circunferência. Entretanto, observamos que o conceito de posição relativa entre duas circunferências só esteve presente na paródia composta pelos alunos da turma C. Por outro lado, a questão três da Lista de Exercícios que aborda a posição relativa entre duas circunferências foi respondida por todos os grupos. Com isso, não podemos afirmar que os alunos das outras turmas não tenham compreendido o conceito de posição relativa entre duas circunferências. O fato do conceito não aparecer na Letra da Paródia composta pode ter sido por vários motivos, entre eles, dificuldade em transpor o conceito com a rima e ou melodia da música, o tempo de duração da música ser menor que a letra produzida por eles ou terem se esquecido de abordar o conceito na Letra da Paródia.

De modo geral, consideramos as Letras das Paródias compostas pelos alunos como um trabalho positivo, em que conceitos e definições, isto é, a aprendizagem sobre circunferência presente nas Letras das Paródias se deu por meio da devolução. Nessa atividade de composição da paródia abordando o conteúdo matemático, a intenção de ensinar não foi revelada aos alunos, mas foi planejada e imaginada pelo professor pesquisador para proporcionar condições favoráveis aos alunos para apropriação do saber sobre circunferência, oportunizando aos alunos, a agir, a falar, a refletir e evoluir pro si próprio, como ressalta Brousseau (1986). Sendo assim, a Teoria das Situações Didáticas é um referencial para a Educação Matemática, pois enfatiza a importância das noções mobilizadas pelos alunos na construção dos seus conhecimentos matemáticos, como também do trabalho do professor, o qual se alicerça na criação de condições para que o aluno se aproprie dos conteúdos matemáticos (ARAÚJO, 2010).

Quanto à institucionalização, que em nosso trabalho se deu por meio de Lista de Exercícios, observamos que a busca por conteúdos matemáticos anteriores, não ligados diretamente a circunferência e não foco da pesquisa foi importante para levar os alunos a interpretarem de forma significativa o conteúdo circunferência.

Percebemos que as dificuldades demonstradas pelos alunos na resolução de algumas questões da Lista não estavam ligadas diretamente aos conceitos de circunferência, mas em

alguns conceitos e definições de conteúdos matemáticos anteriores, o que é corroborado pelos trabalhos de Rizzon (2008) e Passos (2004). As oito questões da Lista foram divididas em dois blocos. As questões 1, 2 e 4 envolveram os conceitos de centro, raio, corda e a definição da equação da circunferência. Percebemos nesse bloco de questões que os alunos demonstraram compreensão dos conceitos abordados pelas questões e consideramos satisfatório o desempenho dos alunos nas questões, exceto na questão quatro, onde 50% dos grupos não responderam a mesma.

O segundo bloco contemplou as questões, 3, 5, 6, 7 e 8, envolvendo os conceitos de posição relativa entre ponto, reta e circunferência. A questão três foi à única da Lista a ter duas resoluções analisadas e comparadas entre si. Percebemos que a questão teve um expressivo percentual de acerto, o que aponta que os alunos tiveram compreensão do conceito da posição relativa entre duas circunferências.

Percebemos que a questão cinco foi a mais complexa de ser interpretada e resolvida devido ao grande número de conteúdos matemáticos anteriores necessários à sua compreensão e resolução. Percebemos também que nenhum dos grupos conseguiu acertá-la totalmente, ou seja, os alunos tiveram acerto parcial da questão. Observamos ainda na referida questão que os conceitos referentes à circunferência foram compreendidos e demonstrados na resolução da questão. A dificuldade demonstrada foi em relação a conteúdos matemáticos anteriores. De maneira geral, mesmo o índice de acerto da questão, ser baixo, a compreensão dos conceitos referentes à circunferência foram satisfatórios. Quanto às demais questões, observamos um expressivo percentual de acerto em relação às questões. Isto mostra que os alunos não tiveram dificuldades em compreender os conceitos de posição relativa entre reta e circunferência. Por fim, sobre a questão seis os dados apontam uma variedade de situações.

Com base nas análises apresentadas, os resultados apontam que os conceitos e definições referentes à circunferência presentes nas Letras das Paródias foram refletidos na resolução da Lista de Exercícios de forma satisfatória. Portanto, realizada a institucionalização, o conhecimento passou do plano individual e particular para a dimensão histórica e cultural do saber científico, como aponta Pais (2002). Segundo Brousseau *Apud* Araújo (2010, p. 24) “[...] o conhecimento construído como um meio para solucionar as situações de ação, formulação e validade adquire uma nova referência, passa a ter utilidade para uso futuro, pessoal e coletivo”.

Finalizamos, portanto, nossas discussões apontando que as mudanças que ocorreram no processo de ensino e aprendizagem da Matemática foram positivas. Dos resultados obtidos, após as análises realizadas, percebemos indícios de que a composição de paródia musical atribuiu melhoras na aprendizagem do conteúdo circunferência. Portanto, podemos afirmar que a composição de paródia musical como recurso didático pode vir a contribuir com a aprendizagem de alunos acerca de conteúdos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dado o fechamento, como um todo, da pesquisa realizada, discutimos aqui alguns resultados, limitações e questões futuras.

Ao considerarmos a Geometria Analítica como campo para pesquisa, focamos nosso objeto de estudo a *circunferência*. Vimos na Geometria Analítica uma oportunidade de pesquisa, uma vez que dois campos importantes da Matemática se relacionam Álgebra e Geometria. De acordo com os PCN+, a importância da Geometria Analítica está relacionada às diversas formas de representação de informações às quais os alunos devem ter acesso, tanto na escola como fora dela.

Retomamos aqui a pergunta que norteou nossa pesquisa: *A composição de paródias musicais como recurso didático pode contribuir para a aprendizagem dos alunos acerca de conteúdos matemáticos?*

Realizamos este estudo com o objetivo de *desenvolver e avaliar uma metodologia alternativa de ensino usando a composição de paródias musicais para o ensino da Matemática na tentativa de contribuir para a aprendizagem de alunos, em especial do Ensino Médio*.

Para responder a pergunta acima e atender ao objetivo desta pesquisa, adotamos como recurso didático a composição de paródias musicais abordando em suas letras o conteúdo circunferência.

Nosso estudo, fundamentado na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, teve o aluno como o sujeito principal do processo de ensino e aprendizagem, cabendo ao professor fazer a devolução e a institucionalização, ou seja, cabendo ao professor a responsabilidade de dar início e finalizar o processo de ensino e aprendizagem.

Em nosso estudo, o contrato didático, um dos componentes da teoria, de Brousseau, ficou evidenciado, pois os alunos não demonstraram dificuldade em adaptar-se à ruptura do contrato. A ruptura se deu por meio de uma proposta diferenciada de trabalho, na qual o aluno, ele mesmo tomou a responsabilidade por sua própria aprendizagem. A atividade proposta na devolução permitiu observar de modo geral que os alunos ficaram entusiasmados, alegres e satisfeitos em ter trabalhado, discutido, estudado e aprendido Matemática, especificamente circunferência, usando a paródia musical como recurso didático. Percebemos

que para os alunos a aprendizagem adquirida sobre o conteúdo circunferência no trabalho ocorreu de forma espontânea e prazerosa.

Percebemos também que a atividade proposta colocou os alunos em uma situação adidática. Os alunos vivenciaram a *situação de ação* ao aceitar a atividade na devolução, isto é, compor uma paródia musical. Os alunos ao falarem, agirem e discutirem sobre quais os conceitos estariam presentes na letra da composição da paródia, vivenciaram a *situação de formulação*. Ao recorrerem aos livros, cadernos, Internet e ao professor se deu a *situação de validação*. O conteúdo circunferência, retratado nas Letras das Paródias, adveio das experiências que eles tiveram durante as aulas expositivas e do momento de estudo entre eles. Ou seja, a ênfase estava nos alunos, o professor apenas criou condições para que o conhecimento fosse trabalhado por eles. A institucionalização se deu por meio de uma Lista de Exercícios, com questões abordando o conteúdo circunferência. Tendo em vista o bom desempenho dos alunos na compreensão dos conceitos e definições pertinentes à circunferência, mostrados na composição da paródia musical, e sendo satisfatória a aprendizagem desses conceitos alcançada na Lista de Exercícios, podemos dizer que o nosso objetivo foi alcançado.

O encontro com a Teoria de Brousseau deixou muito bem posto científica e academicamente falando que pode ser utilizada nas aulas de Matemática, principalmente em atividades de investigação que se pretende introduzir um conceito novo através, não de uma aula expositiva, mas sim de atividades que exigem dos alunos a elaboração, explanação e validade de conjecturas pela sua participação. No final, o professor faz com toda a turma o fechamento visando à institucionalização do conceito que se pretende construir. Para isso, é necessário que o professor e o aluno se habituem a uma mudança no contrato didático e à resolução de problemas ou atividades.

Quanto às limitações, um dos aspectos foi nossa imaturidade teórica na época da coleta de dados. Por ter entrado no trabalho de campo sem o fechamento do aporte teórico, pois o mesmo, na época, estava apoiado apenas nas Inteligências Múltiplas de Gardner, corremos um grande risco de não riqueza na análise dos dados coletados, pois os construtos teóricos apontados por nós não davam conta dos mesmos. Sendo assim, durante os anos de 2009, 2010 e 2011 realizamos outras leituras a fim de complementar nosso aporte teórico e incluímos os estudos e pesquisas de Passos (2004), Rizzon (2008), Carvalho (2008), Brousseau (1986, 2008), Freitas (2010), Almouloud (2007), Araújo (2010), Jesus (2008),

Silva (2010) e Mizukami (1986), além do conhecimento que adquirimos sobre a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, (TSD).

Outra limitação que podemos apontar foi à escassez de literatura sobre o uso de paródias musicais no ensino de Matemática e sobre o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica, principalmente no que se refere ao conteúdo circunferência. A princípio, as leituras que fizemos em relação a estas temáticas apresentavam-se de forma superficiais tornando a análise dos dados pouco satisfatória. Iniciamos uma busca incansável de literatura sobre composição de paródias musicais como recurso didático para o ensino e aprendizagem na esperança de encontrar autores que dessem conta da temática. Na revisão de literatura, foi de extrema importância o trabalho de Carvalho (2008), por ter direcionado sem dúvida a composição da paródia musical como uma estratégia alternativa para trabalhar conceitos considerados pelos alunos de difícil apreensão. O trabalho de Carvalho nos deu base para sugerirmos a composição de paródias musicais como proposta didática desta pesquisa.

Quanto às contribuições que nossa pesquisa possa vir a trazer para a comunidade científica da Educação Matemática, acreditamos ser no campo da metodologia de ensino, mais precisamente, das estratégias didáticas, objetivando o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esperamos que nossa pesquisa possa vir a estimular novas pesquisas a respeito do uso da composição de paródias musicais como proposta didática, tomando por base a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), na tentativa de contribuir para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, em especial do Ensino Médio.

Quanto às questões futuras, temos ciência de que é preciso maior aprofundamento e mais pesquisas sobre este estudo. Não temos a pretensão em atribuir um sentido mais amplo de generalização para a temática e sim de ressaltar a necessidade efetiva de novas pesquisas que utilizem a composição de paródias musicais como recurso didático para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Uma segunda sugestão seria aplicar em outras populações, como reaplicação de nossa proposta para que, futuramente, possamos ter uma quantidade representativa desenvolvendo tal proposta. Por fim, outro estudo que julgamos interessante a ser realizado diz respeito à dificuldade que os alunos apresentam em relação a alguns conceitos que deveriam ter sido entendidos e compreendidos no Ensino Fundamental e não no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

LIVROS E REVISTAS

- ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados**. 3. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba, Editora UFPR, 2007.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. “O planejamento de pesquisas qualitativas”. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J., e GEWANDSNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1999.
- BAKHTIN, Mikhail. **A cultura popular na idade média e no renascimento: o Contexto de Francois Rabelais**. São Paulo: Hucitec, 1987.
- BARALDI, Ivete Maria. **Matemática na escola: que ciência é esta?** São Paulo: Universidade Sagrado Coração, 1995.
- BOGDAN, Robert e BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C.; ARAUJO, J.(Orgs). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio –Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, Brasília, MEC, 1999. 113p.
- _____. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias Matemática**, Brasília, MEC, 2002.144p.
- BRÉSCIA, Vera Lúcia Pessagno. **Educação musical: bases psicológicas e ação preventiva**. São Paulo: Átomo, 2003.
- BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bógea; São Paulo: Ática, 2008.
- _____. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques**, v.7, n.2, p. 33-115, 1986.
- CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN Josep . **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**; Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. 336p.

CUNHA, Nilton Pereira. **Matemática & música: diálogo interdisciplinar**. Recife: Editora da UFPE, 2006.

DANTE, Luis Roberto. **Matemática contexto & aplicações**. Volume 3, 1. ed. São Paulo, Ática, 2011.

FERREIRA, Aurélio B de H. **Novo dicionário da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1996, p.1272.

FRANCHI, Anna. *et al.* **Educação matemática: (uma nova) introdução**. 3. ed. revisada, 1 reimpr. São Paulo: EDUC, 2010.

FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. **Educação matemática: (uma nova) introdução**, 3. ed., revisada, 1 reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77- 111.

FIORENTINI, Dario. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, Maria Corinta; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. de A. (Orgs) **Cartografias do trabalho docente**. Professor(a)-Pesquisador(a). 4 reimpressão; Campinas-SP: Mercado de Letras – ALB, 2007.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: ArtMed, 1994.

GIOVANNI, José Ruy e BONJORNO, José Roberto. **Matemática completa**. Volume 3, 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.

_____, **Matemática**. Volume 3. São Paulo: FTD, 1992.

HOUAISS, Instituto Antônio. **Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa**. Versão 1.0. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2001.

IEZZI, Gelson *et al.* **Matemática ciências e aplicações**. Volume 3. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.

LAKATOS, E, M, & MARCONI, A, M. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. 4 reimpressão. São Paulo: Atlas, 2007.

LAVILLE, C & DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas**. Porto Alegre: UFMG e ArtMed, 1999.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E P U, 1986.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo (temas básicos de educação e ensino)**. São Paulo: EPU, 1986.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PONTE, João Pedro. **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, 25, 2006. p. 105-132.

ROGERS, C. **Liberdade para aprender**. Belo Horizonte: Interlivros, 1972.

SANT'ANNA, Affonso Romano. **Paródia, paráfrase & Cia**. 7. ed. 5 Impressão. São Paulo: Ática, 2003.

SILVA, Benedito Antonio. Contrato Didático. In: MACHADO, S. D. A. **Educação matemática: (uma nova) introdução**. 3. ed., revisada, 1 reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 49- 75.

SNYDERS, Georges. **A escola pode ensinar as alegrias da música?** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

Yin, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Tradução de Daniel Grassi. Porto Alegre: Bookman, 2005.

DISSERTAÇÕES E TESES

ARAÚJO, Péricles Bedretchuk. **Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o geogebra**. São Paulo, 2010. Dissertação. (Mestrado profissionalizante no Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica- SP.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com o auxílio de software de geometria dinâmica**. Londrina-PR, 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Profissionalização do Professor de Matemática: Limites e Possibilidades para a Formação Inicial**. Porto Alegre, 1999. Tese (Doutorado em Educação)- Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

_____. **Mudanças na Formação de Professores de Matemática: Um estudo de Caso**. Zetetike, Campinas. V-8, p.81-116, 2000.

CARVALHO, Vilma Fernandes. **O processo de construção de paródias musicais no ensino de biologia na eja**. Belo Horizonte, 2008. Dissertação (Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas.

FARIA, Márcia Nunes. **A música, fator importante na aprendizagem**. Assis chateaubriand – PR, 2001. Monografia (Especialização em Psicopedagogia) – Centro Técnico-Educacional Superior do Oeste Paranaense – CTESOP/CAEDRHS.

JESUS, Gilson Bispo de. **Construções geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração**. São Paulo, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica-SP.

LINS, A. F. (Bibi). **Towards an Anti-Essentialist View of Technology in Mathematics Education**. Tese (Doutorado (PhD)), University of Bristol, 2003.

PASSOS, Adriana Quimentão. **Geometria analítica - pontos e retas: uma engenharia didática com software de geometria dinâmica**. Londrina-PR, 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

RIZZON, Katya. **A análise da linguagem matemática relacionada a geometria analítica do ensino médio**. Porto Alegre, Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

VARELA, Márcia. **Prova e demonstração na geometria analítica: uma análise das organizações didática e matemática em materiais didáticos**. São Paulo, 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica SP.

WEBGRAFIA

BATISTA, Joel Hermenegildo. **Projeto cantando a matemática**. Disponível em:
<<http://www.cantandoamatematica.com>> Acesso em: 09 jun. 2009.

Você sabe o que é Paródia? Disponível em:
<<http://aprendendoobasico.blogspot.com/2009/06/voce-sabe-o-que-e-parodia.html>> Acesso em: 22 set. 2010.

Relação intertextual: A paródia entre Canção do Exílio de Gonçalves Dias e Canto de Regresso à Pátria de Oswald de Andrade. Disponível em:
<: <http://www.webartigos.com/articles/42327/1/Relacao-intertextual-A-parodia-entre-Cancao-do-Exilio-de-Goncalves-Dias-e-Canto-de-Regresso-a-Patria-de-Oswald-de-Andrade/pagina1.html#ixzz1SPob51EI>> Acesso em: 18 out. 2010.

APÊNDICE I – QUESTIONÁRIO I

Prezado (a) aluno (a):

Este questionário faz parte de meu projeto de pesquisa de Mestrado na Universidade Estadual da Paraíba - UEPB. Peço que você responda às perguntas com a maior seriedade possível. Coloque seu nome, mas não se preocupe com isso! Você não será identificado.

Nome: _____ **Série:** _____ **Turma:** _____

QUESTIONÁRIO I

1- Para você, a aula de Matemática com exposição dos conteúdos é?

Monótona Cansativa Normal Legal

2- Você considera uma boa aula de Matemática quando:

O professor faz a exposição dos conteúdos

Há interação entre professor e alunos

O conteúdo é trabalhado por meio de recursos tecnológicos

O aluno faz apresentações com relação aos conteúdos

3- Como você se sente durante a aula de Matemática?

Indiferente Motivado Interessado Desinteressado

4- Como você classificaria suas dificuldades em relação à Matemática?

Normal Mínima Pequena Nenhuma

5- O que você acha das aulas de Matemática no geral?

Legal Normal Interessante Chata

6- Os assuntos abordados na aula de Matemática, para você:

tem importância para a vida

não é necessário saber Matemática

fazem parte do currículo

7- Em sua opinião, para gostar de Matemática, é preciso gostar do professor?

Sim Não Indiferente Estão interligados

8- Se fosse para você mudar algumas regras no funcionamento das aulas de Matemática, o que você mudaria? Por que ?

9- Você prefere as aulas de Matemática:

Expositiva Uso do livro didático Recursos de mídias

10- Ao constatar que você entendeu o conteúdo durante a aula de Matemática, você se sente?

Normal Satisfeito Vitorioso Nunca entende

11- Após a exposição do conteúdo matemático, depois da aula, você busca ajuda:

Do professor Dos colegas Do livro Não precisa

12- Você tem algum comentário ou sugestão a fazer em relação à aula de Matemática?

Obrigado pela sua colaboração!!

APÊNDICE II – QUESTIONÁRIO II

Prezado (a) aluno (a):

Este questionário faz parte de meu projeto de pesquisa de Mestrado na Universidade Estadual da Paraíba - UEPB. Peço que você responda às perguntas com a maior seriedade possível. Coloque seu nome, mas não se preocupe com isso! Você não será identificado.

Nome: _____ **Série:** _____ **Turma:** _____

Nome da Paródia: _____

QUESTIONÁRIO II

01 -Para você, o compor uma paródia com letra voltada ao conteúdo matemático foi?

() Fácil () Normal () Difícil () Interessante

02- Para você, ter trabalhado em grupo foi?

() Desestimulante () Motivador () Interessante () Difícil

03- Como você se sentiu após ter sido capaz de compor a paródia?

() Normal () Alegre () Surpreso () Realizado

04- Você acredita que ao compor a paródia o seu envolvimento com a Matemática melhorou?

() Sim () Não () Indiferente () Muito

05- Uma aula de Matemática com o assunto abordado por meio da música torna-se?

() Interessante () Estimulante () Indiferente () Desestimulante

06- O assunto matemático abordado na paródia, para você:

- () tem importância para a vida
- () atribui melhoras na aprendizagem
- () faz o currículo mais interessante
- () torna a aula mais estimulante

07- Como foi resolver a lista de exercícios para você?

08- Como você vê a Matemática após ter realizado este trabalho?

09- Você acredita que trabalhar a Matemática por meio da música em forma de paródias pode contribuir com a aprendizagem do conteúdo? Justifique sua resposta.

Obrigado pela sua colaboração!

APÊNDICE III ENTREVISTA I NÃO ESTRUTURADA

- 1) Como foi esse trabalho para vocês, foi difícil? Quem foram os compositores da paródia?
- 2) Vocês acham que o trabalho de composição da paródia musical ajudou na resolução da lista de exercícios?
- 3) Com esse trabalho de tentar passar o conteúdo matemático para a letra de uma paródia musical, melhorou o entendimento de vocês sobre circunferências?

APÊNDICE IV ENTREVISTA II SEMI-ESTRUTURADA

1) Como foi compor a paródia para vocês?

1.1) Que dificuldades vocês encontraram?

2) Mencione os pontos positivos e negativos deste trabalho.

2.1) Melhorou sua compreensão sobre o conteúdo abordado na paródia?

3) Como foi o resolver a lista de exercícios para vocês?

4) Resuma em poucas palavras o que foi este trabalho para vocês.

APÊNDICE V – LISTA DE EXERCÍCIOS

ESCOLA ESTADUAL DR. ELPÍDIO DE ALMEIDA

DISCIPLINA: MATEMÁTICA PROFESSOR: VALDIR

SÉRIE: 3ª TURMA: _____ TURNO: TARDE

GRUPO _____

CIRCUNFERÊNCIA

- 01) Determine o centro e raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2(x - y) + 1$.
- 02) Determine as coordenadas do centro da circunferência que passa pelos pontos A(5; 4), B(-2; 3) e C(5 ; 3).
- 03) Qual a posição relativa entre as circunferências de equações $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$.
- 04) Considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 5x + 4y + k = 0$, sabendo que ela determina uma corda no eixo X de comprimento 3, calcule k.
- 05) Num sistema cartesiano ortogonal, determine m para que a reta $y = mx + 2$ seja tangente à circunferência $x^2 + y^2 - x - y = 2$.
- 06) A reta s, de equação $x + 2y + k = 0$, é exterior à circunferência, $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 19 = 0$. Determine os valores de k.
- 07) Escreva a equação geral da circunferência de centro C(-2; 4) e tangente à reta $3x + 4y = 0$.
- 08) Determine a equação da reta tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$ e que passa pelo ponto A(1; 1).

ANEXO I – LETRA DA PARÓDIA DA TURMA “A”

<p>Sonho De Uma Flauta - Grupo Teatro Mágico</p> <p>Composição: Fernando Anitelle</p> <p>Nem toda palavra é Aquilo que o dicionário diz Nem todo pedaço de pedra Se parece com tijolo ou com pedra de giz</p> <p>Avião parece passarinho Que não sabe bater asa Passarinho voando longe Parece borboleta que fugiu de casa</p> <p>Borboleta parece flor Que o vento tirou pra dançar Flor parece a gente Pois somos semente do que ainda virá</p> <p>A gente parece formiga Lá de cima do avião O céu parece um chão de areia Parece descanso pra minha oração</p> <p>A nuvem parece fumaça Tem gente que acha que ela é algodão Algodão as vezes é doce Mas as vezes né doce não</p> <p>Sonho parece verdade Quando a gente esquece de acordar O dia parece metade Quando a gente acorda e esquece de levantar Hum... E o mundo é perfeito Hum... E o mundo é perfeito E o mundo é perfeito</p> <p>Eu não pareço meu pai Nem pareço com meu irmão Sei que toda mãe é santa Sei que incerteza traz inspiração</p> <p>Tem beijo que parece mordida Tem mordida que parece carinho Tem carinho que parece briga Tem briga que aparece pra trazer sorriso</p> <p>Tem riso que parece choro Tem choro que é por alegria Tem dia que parece noite E a tristeza parece poesia</p> <p>Descobrir o verdadeiro sentido das coisas É querer saber demais Querer saber demais</p>	<p>Paródia : A Circunferência</p> <p>Composição: Alunos da Turma A</p> <p>Toda circunferência é Aquilo que a definição nos diz Tem que se guiar pelas regras Seguindo as coordenadas y e x X e Y são coordenadas Que distam o centro do raio Ao quadrado tudo elevado Equação reduzida vai ser encontrada</p> <p>Reduzida já encontrou Geral já dá pra encontrar É só fixar na mente Que os membros ao quadrado têm que calcular</p> <p>Agente precisa de dicas Que se chamam condições Aplicá-las na circunferência Que é pra saber se estar certa ou não</p> <p>A tem que ser igual a B O termo C não pode existir não $D^2 + E^2 - 4AF$ tem que Ser maior que zero</p> <p>O assunto é tão complicado Quando agente esquece de estudar E continua sendo complicado Quando agente estuda e esquece de praticar Quando se estuda Se torna mais fácil Quando se estuda Se torna mais fácil E fica bem feito</p> <p>Agora tem as relações Entre ponto e circunferência O foco agora é a distância Que vai nos dizer as três posições</p> <p>Se a distância for igual a R Então dizemos que o ponto pertence Se a distância for maior que R Aí então dizemos que o ponto é externo</p> <p>Se a distância for menor que R Interno então o ponto seria Agora é em relação á reta Aí então veremos como inicia</p> <p>Se o delta for maior que zero Então a reta tem que ser secante Se o delta for igual a zero Então será tangente isso eu confirmo</p>
--	--

Continuação da música	Continuação da paródia
<p data-bbox="300 383 783 501"> Sonho parece verdade Quando a gente esquece de acordar O dia parece metade Quando a gente acorda e esquece de levantar </p> <p data-bbox="300 535 783 745"> Mas sonho parece verdade Quando a gente esquece de acordar E o dia parece metade Quando a gente acorda e esquece de levantar E o mundo é perfeito E o mundo é perfeito E o mundo é perfeito... </p>	<p data-bbox="962 383 1377 477"> Descobrir a verdadeira posição da reta Se Δ é menor que zero Então ela, é externa </p> <p data-bbox="935 510 1406 784"> O assunto é tão complicado Quando agente esquece de estudar E continua sendo complicado Quando agente estuda e esquece de praticar Quando se estuda Se torna mais fácil Quando se estuda Se torna mais fácil E fica bem feito (bis) </p>

Música 1- Paródia 1: Elaborada pela Turma A

Fonte: Estrutura Adaptada de Carvalho (2008)

ANEXO II – LETRA DA PARÓDIA DA TURMA “B”

<p>Música: Me Deixa – Grupo o Rappa</p> <p>Composição: Marcelo Yuka</p> <p style="text-align: center;">Ô lala, ô lala.. ee Ô lala, ô lala.. ee</p> <p>Podem avisar, pode avisar Invente uma doença que me Deixe em casa pra sonhar Pode avisar, podem avisar Invente uma doença que me Deixe em casa pra sonhar Com o novo enredo outro dia de folia Com o novo enredo outro dia de folia</p> <p style="text-align: center;">Eu ia explodir, eu ia explodir Mas eles não vão ver os meus pedaços por aí Eu ia explodir, eu ia explodir Mas eles não vão ver os meus pedaços por aí</p> <p style="text-align: center;">Me deixa que hoje eu to de Bobeira, bobeira Me deixa que hoje eu tô de Bobeira, bobeira</p> <p style="text-align: center;">Ô lala, ô lala.. ee Ô lala, ô lala.. ee</p> <p>Hoje eu desafio o mundo Sem sair da minha casa Hoje eu sou um homem mais sincero E mais justo comigo Hoje eu desafio o mundo Sem sair da minha casa Hoje eu sou um homem mais sincero e Mais justo comigo</p> <p>Podem os homens vir que Não vão me abalar Os cães farejam o medo, Logo não vão me encontrar Não se trata de coragem Mas meus olhos estão distantes Me camuflam na paisagem</p> <p>Dando um tempo, tempo, tempo Pra cantar</p> <p style="text-align: center;">Me deixa, que hoje eu tô de Bobeira, bobeira Me deixa, deixa, deixa Que hoje eu to de Bobeira, bobeira</p>	<p>Paródia: Me Explica (circunferência)</p> <p>Composição: alunos da Turma B</p> <p style="text-align: center;">Vou te ensinar, vou te ensinar. Circunferência é bem facinho de calcular(bis)</p> <p style="text-align: center;">Hoje eu entendo uma equação reduzida (bis)</p> <p style="text-align: center;">Não vou me confundir A geometria não pode me confundir (bis)</p> <p style="text-align: center;">Me explica como achar a equação geral (bis)</p> <p style="text-align: center;">É só considerar uma circunferência de raio e centro Num plano cartesiano, e elevando membro a membro, Ao quadrado e obter a equação reduzida.</p> <p style="text-align: center;">Desenvolver os quadrados da forma reduzida e Agrupando termo a termo chegando à forma geral.</p> <p style="text-align: center;">Não se trata de coragem, Pois meus olhos tão distantes Se encontram na folhagem Para eu poder calcular</p> <p style="text-align: center;">Me explica como achar a equação geral (bis)</p> <p style="text-align: center;">Para uma circunferência de centro e raio Pegando um ponto “x” eu começo a calcular No plano cartesiano vamos ver o que vai dar Ele pode ser externo, interno ou dá a circunferência.</p> <p style="text-align: center;">São 3 condições eu consigo ver agora é saber que: A= B que é igual 1, e que Cxy = 0 e</p> $D^2 + E^2 - 4AF > 0$ <p style="text-align: center;">Me explica como achar a equação geral (bis)</p>
--	--

<p style="text-align: center;">Continuação da música</p> <p>Hoje eu desafio o mundo Sem sair da minha casa Hoje eu sou um homem mais sincero E mais justo comigo Hoje eu desafio o mundo Sem sair da minha casa Hoje eu sou um homem mais sincero e Mais justo comigo</p> <p>Podem os homens vir que Não vão me abalar Os cães farejam o medo, Logo não vão me encontrar Não se trata de coragem Mas meus olhos estão distantes Me camuflam na paisagem Dando um tempo, tempo, tempo Pra cantar</p> <p>Me deixa, que hoje eu tô de Bobeira, bobeira Me deixa, que hoje eu tô de Bobeira, bobeira</p> <p>Me deixa, deixa, deixa Que hoje eu tô de Bobeira, bobeira Me deixa, ve se me deixa, Que hoje eu to de bobeira, Bobeira, bobeira</p>	
--	--

Música 2- Paródia 2: Elaborada pela Turma B

Fonte: Estrutura Adaptada de Carvalho (2008)

ANEXO III – LETRA DA PARÓDIA DA TURMA “C”

<p>Música: Thriller - Michael Jackson</p>	<p>Paródia: Circle Music</p>
<p>Composição: Rod Temperton</p>	<p>Composição: Alunos da Turma C</p>
<p>It's close to midnight Something evil's lurkin' in the dark Under the moonlight You see a sight that almost stops your heart You try to scream But terror takes the sound before you make it You start to freeze As horror looks you right between the eyes You're paralyzed</p>	<p>Circunferência os conceitos temos que aprender São apenas três, três simples e fáceis condições A igual a B, não pode existir o termo C E a equação $D^2 + E^2 - 4AF > 0$</p> <p>Circunferência é fácil demais Aprendendo as equações, condições e posições Circunferência é fácil demais Depois que se aprende ela é fácil, fácil Demaaaais!!!</p>
<p>'Cause this is thriller Thriller night And no one's gonna save you From the beast about to strike You know it's thriller Thriller night You're fighting for your life Inside a killer Thriller tonight, yeah</p>	<p>As equações, de diferentes formas vão ter São apenas duas, duas simples e fáceis equações Temos a geral, obtidas através da reduzida E a reduzida, termos subtraídos ao quadrado igual ao raio, Ao raio ao quadrado</p> <p>Circunferência é fácil demais Aprendendo as equações, condições e posições Circunferência é fácil demais Depois que se aprende ela é fácil, fácil Demaaaais!!!</p>
<p>You hear the door slam And realize there's nowhere left to run You feel the cold hand And wonder if you'll ever see the sun You close your eyes And hope that this is just imagination Girl, but all the while You hear a creature creepin' up behind You're outta time</p>	<p>Para classificar as posições da circunferência Precisamos descobrir as coordenadas do centro e do raio Do ponto e do raio</p> <p>As posições de diferentes pontos vão ter Se são tangentes, externas e secantes da reta a... Ou pertencentes, externo e secante da reta a... Ou são tangentes, secante ou podem não se interceptar, entre duas...</p>
<p>'Cause this is thriller Thriller night There ain't no second chance Against the thing with the forty eyes, girl (Thriller) (Thriller night) You're fighting for your life Inside a killer Thriller tonight</p>	<p>Circunferência é fácil demais Aprendendo as equações, condições e posições Circunferência é fácil demais Depois que se aprende ela é fácil, fácil, demaaaais!!</p>
<p>Night creatures call And the dead start to walk in their masquerade There's no escaping the jaws of the alien this time</p> <p>(They're open wide) This is the end of your life</p>	

Continuação da música

They're out to get you
 There's demons closing in on every side
 They will possess you
 Unless you change that number on your dial
 Now is the time
 For you and I to cuddle close together, yeah
 All through the night
 I'll save you from the terror on the screen
 I'll make you see

That this is thriller
 Thriller night
 'Cause I can thrill you more
 Than any ghost would ever dare try
 (Thriller)
 (Thriller night)
 So let me hold you tight
 And share a
 (killer, diller, chiller)
 (Thriller here tonight)

'Cause this is thriller
 Thriller night
 Girl, I can thrill you more
 Than any ghost would ever dare try
 (Thriller)
 (Thriller night)
 So let me hold you tight
 And share a
 (killer, thriller) I'm gonna thrill you tonight

[Vincent Price]
 Darkness falls across the land
 The midnight hour is close at hand
 Creatures crawl in search of blood
 To terrorize y'all's neighborhood
 And whosoever shall be found
 Without the soul for getting down
 Must stand and face the hounds of hell
 And rot inside a corpse's shell

I'm gonna thrill you tonight
 (Thriller, thriller)
 I'm gonna thrill you tonight
 (Thriller night, thriller) ...

Música 3- Paródia 3: Elaborada pela Turma C

Fonte: Estrutura Adaptada de Carvalho (2008)

ANEXO IV– LETRA DA PARÓDIA DA TURMA “D”

Música: Extravasa - Babado Novo Composição: Claudia Leite / Casulo	Paródia: Extra Circunferenciar Composição: Alunos da Turma D
<p style="text-align: center;"> Dominou geral Sacudiu a praça Venha que o som é massa Rock de timbau Groove de cabaça E a galera embala...(2x) </p> <p style="text-align: center;"> Uh! Tem que ter! Bola na rede Prá dizer que é gol Vem dizer! A todo mundo Que no nosso amor Tem que ter! Uma balada Prá gente dançar Ah! Ah! </p> <p style="text-align: center;"> Extravasa Libera e joga tudo pro ar Eu quero ser feliz Antes de mais nada Extravasa Libera e joga tudo pro ar Ar, ar, ar, ar, ar, ar...(2x) </p> <p style="text-align: center;"> Dominou geral Sacudiu a praça Venha que o som é massa Rock de timbau Groove de cabaça E a galera embala... </p> <p style="text-align: center;"> Tem que ter! Bola na rede Prá dizer que é gol Vem dizer! </p> <p style="text-align: center;"> todo mundo Que no nosso amor Tem que ter! Uma balada Prá gente dançar Ah! Ah! </p>	<p style="text-align: center;"> Equação reduzida da circunferência Para encontrar o raio Equação geral resolve a reduzida Encontra o centro e o raio. Completa os quadrados Coeficiente analisa Para ser circunferência $A = B$ diferente de zero e $C = 0$ </p> <p style="text-align: center;"> $D^2 + E^2 - 4AF$ Maior que zero São condições que tem que analisar E as posições, entre o ponto e a circunferência </p> <p style="text-align: center;"> Circunferência, em tudo você pode usar Nas escolas, em prédios, em praças Circunferência é bem fácil de estudar (bis) </p> <p style="text-align: center;"> Logo P pertence à circunferência Se a distância for igual ao raio Se for maior que o raio, P será externo E interno se for menor que o raio. </p> <p style="text-align: center;"> Posições, entre reta e circunferência Vai depender em ponto a reta vai tocar Pode ser secante, tangente ou externa, </p> <p style="text-align: center;"> Circunferência, em tudo você pode usar Nas escolas, em prédios, em praças Circunferência é bem fácil de estudar (bis) </p> <p style="text-align: center;"> $D^2 + E^2 - 4AF$ Maior que zero São condições que tem que analisar E as posições, entre o ponto e a circunferência </p> <p style="text-align: center;"> E a tangência por sua importância vamos lembrar A direção que elas são conduzidas Circunferência é bem fácil de estudar </p> <p style="text-align: center;"> Circunferência, em tudo você pode usar Nas escolas, em prédios, em praças Circunferência é bem fácil de estudar (bis). </p>

<p>Continuação da música</p> <p>Extravasa Libera e joga tudo pro ar Eu quero ser feliz Antes de mais nada Extravasa Libera e joga tudo pro ar Ar, ar, ar, ar, ar, ar...(2x)</p> <p>Tem que ter! Bola na rede Prá dizer que é gol Vem dizer! A todo mundo Que no nosso amor Tem que ter! Uma balada Prá gente dançar Ah! Não! Não! Não! Não!</p> <p>Extravasa Libera e joga tudo pro ar Eu quero ser feliz Antes de mais nada Extravasa Libera e joga tudo pro ar Ar, ar, ar, ar, ar, ar...</p> <p>Extravasa Libera e joga tudo pro ar Eu quero ser feliz Antes de mais nada Extravasa Libera e joga tudo pro ar Ar, ar, ar, ar, ar, ar...</p>	
---	--

Música 4- Paródia 4: Elaborada pela Turma D

Fonte: Estrutura Adaptada de Carvalho (2008)