



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

JOSÉ JEFFERSON AGUIAR DOS SANTOS

**DESENVOLVIMENTO DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA
O ENSINO DE CONCEITOS DE PROBABILIDADE**

CAMPINA GRANDE - PB

2011

JOSÉ JEFFERSON AGUIAR DOS SANTOS

**DESENVOLVIMENTO DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA
O ENSINO DE CONCEITOS DE PROBABILIDADE**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do CCT/UEPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática.
Linha de Pesquisa: Tecnologias de Informação, Comunicação e Cultura Científica.

Orientadora: Prof^a. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita.

CAMPINA GRANDE - PB

2011

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na sua forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

S237d Santos, José Jefferson Aguiar dos.
Desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o ensino de conceitos de probabilidade [manuscrito] / José Jefferson Aguiar dos Santos. – 2011.
142 f. : il.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

“Orientação: Profa. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita, Departamento de Letras e Educação”.

1. Probabilidade. 2. Tecnologia da Informação e Comunicação. 3. Objetos de Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 519.2

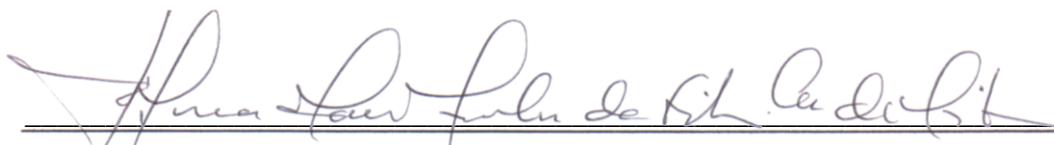
JOSÉ JEFFERSON AGUIAR DOS SANTOS

**DESENVOLVIMENTO DE UM OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA
O ENSINO DE CONCEITOS DE PROBABILIDADE**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do CCT/UEPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática na Linha de Pesquisa Tecnologias de Informação, Comunicação e Cultura Científica sob a orientação da Professora Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita.

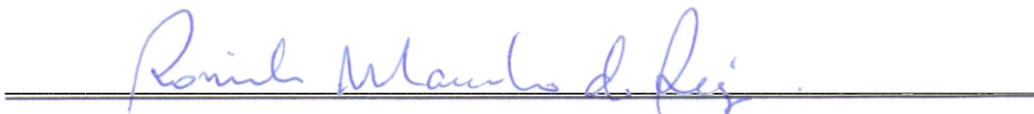
Aprovado em 25//07/2011

BANCA EXAMINADORA



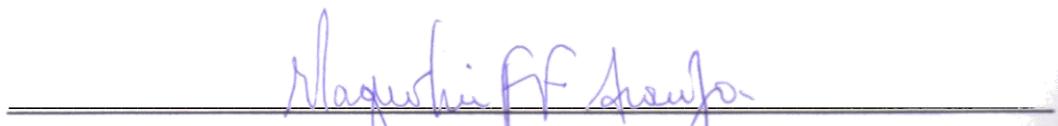
Profa. Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita – Orientadora

Universidade Estadual da Paraíba – PPGECCM /UEPB



Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rego – Professor Examinador

Universidade Estadual da Paraíba – PPGECCM /UEPB



Profa. Dra. Magnólia Fernandes Florêncio de Araújo – Professora Examinadora

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – PPGECCNM/UFRN

A Deus, por ser o principal fator que guia meus pensamentos e ações, e me faz ter força de vontade de lutar pelos meus objetivos.

À minha Avó Terezinha, que apesar de não estar mais presente conosco aqui na Terra, sempre será minha maior inspiração.

Aos meus pais, Edson Eloi dos Santos e Josefina Barbosa de Aguiar dos Santos, por serem meus ajudantes principais no meu crescimento e na minha vida.

Às minhas irmãs, por serem minhas auxiliares e ajudantes durante todos os momentos da minha vida.

Aos meus amigos e familiares pelo apoio, compreensão e companheirismo.

À minha filha Jeniffer Ryane de Fátima que ainda está por vir.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem seu auxílio, eu não chegaria onde hoje estou, e Ele é o responsável por todas as minhas ações.

Aos meus pais, Josefina Barbosa de Aguiar dos santos e Edson Eloi dos Santos, pela força, incentivo e principalmente, por terem me ensinado o verdadeiro sentido da vida.

Às minhas irmãs, Jôsy, Joyce, Jaysa, Paula e meu sobrinho Davi, pelo Amor que me deram, e por sempre me ajudarem no que preciso.

Aos meus Avós, Terezinha (*In memorian*) e Chiu, Luzinete (*In memorian*) e Zé Preto, e Zé de Dedo e D. Branca (avós do coração), por de maneira simples confiarem em mim.

A todos os meus tios e as minhas tias, Zefa, Lusía, Elaíse, Maria José, Heloísa, Zefinha e madrinhas, Vera, Daía e Edilazir, por estarem sempre presente em todos os momentos da minha vida. Em especial, quero agradecer à minha Tia Amparo, por acreditar em meu potencial e ser peça fundamental na minha escolha pelo curso de Matemática. Meu muito obrigado.

Aos meus primos, agradeço a todos o companheirismo e a amizade.

Aos meus amigos e amigas, em especial a Janaína, Emerson, Edílson e a Val, obrigado pela amizade verdadeira.

À minha grande amiga Elizabeth Pedrosa, companheira de muitas jornadas, pessoa fundamental e importantíssima na realização deste curso.

À minha noiva Rosângela, pelo companheirismo e consolo nas horas difíceis.

Aos meus colegas do Mestrado, pelo apoio, amizade, companheirismo, estímulo e também pelos risos e brincadeiras nas horas de descontração. Em especial a Ruth, Aldia e Maria José, pela convivência próxima da minha caminhada acadêmica.

À Prof^a Dra. Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita pela competência intelectual, disponibilidade, companheirismo, orientação, amizade e incentivo para vencer os obstáculos.

Aos demais professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB, que também contribuíram para minha aprendizagem e, dessa forma, para o meu crescimento pessoal e profissional.

Meus sinceros agradecimentos aos professores Dr. Rômulo Marinho e Dra. Magnólia Fernandes que compõem a banca examinadora. Suas leituras cuidadosas e sugestões, com certeza resultarão em contribuições importantes e bastante enriquecedoras para o trabalho.

Aos meus professores do ensino Infantil, Fundamental e Médio, em particular a Professora Ana Maria Correia de Melo, maior inspiradora que tenho pelo gosto da Matemática.

À Secretária de Educação de Casinhas, Verônica Geriz, à equipe Gestora/Pedagógica e aos alunos da Escola Municipal Antônio Francisco de Paula, pelo apoio na realização deste trabalho, em particular aos 10 alunos envolvidos nesta pesquisa.

Enfim, estou grato, portanto, a todos aqueles que diretamente ou indiretamente tornaram possível a realização da minha formação acadêmica.

“Agrada-te do Senhor e Ele satisfará aos desejos do teu coração. Entrega teu caminho ao Senhor, confia nele, e o mais ele fará. Fará sobressair a tua justiça como luz, e o teu direito como o sol ao meio dia. Descansa no Senhor e espera nele”. SL. 37:4-7

Dê-me, Senhor, agudeza para entender, capacidade para reter, método e faculdade para aprender, sutileza para interpretar, graça e abundância para falar. Dê-me, Senhor, acerto ao começar, direção ao progredir e perfeição ao concluir.

São Tomás de Aquino

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver um Objeto de Aprendizagem e investigar sua utilização no processo de ensino de conceitos de probabilidade. Para tanto, apoiamos-nos na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na Construcionista de Papert como referenciais teóricos. Trabalhamos com uma turma de 3ª série de Ensino Médio de uma Escola Municipal do interior de Pernambuco. A metodologia empregada nesta pesquisa foi baseada nos estudos sobre pesquisa qualitativa, com a observação participante, e a modalidade escolhida foi o estudo de caso. Os resultados apontam mudanças efetivas na comunicação e na interação entre os componentes da sala de aula e uma melhoria significativa no processo de ensino e aprendizagem, que dá condições ao estudante para participar da construção de seu próprio conhecimento, o que lhe favorece uma melhor aquisição de conhecimentos, competências e habilidades sobre os conceitos de probabilidade.

Palavras-chave: Tecnologia da Informação e Comunicação. Objetos de aprendizagem. Probabilidades.

ABSTRACT

This research aimed to investigate the use of learning objects in the process of teaching the concepts of probability. To this end, we rely on the Theory of Meaningful Learning of Ausubel and Papert's constructivist and theoretical. We work with a group of third grade high school of a local school in the interior of Pernambuco. The methodology used in this research was based on studies of qualitative research, participant observation, and the method chosen was the case study. The results indicate changes in effective communication and interaction between the components of the classroom and a significant improvement in the teaching and learning, enabling you to the student to participate in building their own knowledge, which favors a better acquisition of knowledge, skills and abilities on the concepts of probability.

Keywords: Information Technology and Communication. Learning Objects. Probability.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Contextualização	11
1.2	Estrutura da dissertação	13
2	AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO COMO UM SUPORTE PARA A APRENDIZAGEM	15
2.1	As teorias de Ausubel e de Papert.....	15
2.2	As TIC na Educação	22
2.3	A utilização do computador no ensino de Matemática.....	24
3	TEORIA DA PROBABILIDADE: ORIGEM E PESQUISAS	27
3.1	O ensino de probabilidade e as dificuldades na construção de conceitos..	32
4	OBJETOS DE APRENDIZAGEM (OA)	36
4.1	O que é um objeto de aprendizagem	36
4.2	Processo de construção de um objeto de aprendizagem	38
4.2.1	<i>Projetando a aprendizagem</i>	39
4.2.2	<i>Projetando a experiência do aluno</i>	41
4.2.3	<i>Projetando a acessibilidade</i>	43
4.3	Objeto de aprendizagem: uma forma lúdica de ensinar e aprender	43
4.4	Probabigude	45
4.4.1	<i>Bolinha de gude: Jogo e Curiosidades</i>	45
4.4.2	<i>Construção do Probabigude</i>	51
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	59
5.1	Coleta	61
5.1.1	<i>Pré/Pós-teste e aplicação Objeto de Aprendizagem Probabigude</i>	62
5.2	Análise e discussão dos dados	62
5.2.1	<i>Análise do pré-teste</i>	64
5.2.2	<i>Análise da aplicação do Probabigude</i>	73
5.2.3	<i>Análise do pós-teste</i>	107
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	121
	REFERÊNCIAS	124
	APÊNDICES	129
	ANEXOS	138

1 INTRODUÇÃO

Tomando como ponto de partida a experiência de aluno e de professor de Matemática em duas escolas públicas, de dois estados brasileiros, e estando consciente de que ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas, surgiu o interesse em procurar alternativas para motivar a aprendizagem, a concentração, a atenção e o raciocínio lógico-dedutivo dos alunos, a fim de desenvolver a socialização e estimular o processo de interações desses indivíduos com outras pessoas.

Sabemos que, na maioria das vezes, as aulas de Matemática são repletas de modelos mecânicos e passos repetitivos que não estimulam os alunos a apreenderem o conhecimento que está sendo passado. E com os conceitos de probabilidade não é diferente. Nós, como professores, bem sabemos que, nas aulas de matemática, esses conceitos são apresentados de forma bem tradicional. Haveremos de convir que, algumas vezes, são associados aos jogos de azar. Mas será que isso sempre fará sentido para os alunos? Por que não associar esse conteúdo a um mundo mais próximo deles? E se associarmos esse mundo real ao mundo virtual, que está tão presente na vida de todos, a aprendizagem se tornará mais efetiva?

Além da comunicação, em que, praticamente, só o professor fala e assume a função de transmissor, e os alunos, de receptores, entendemos que somente mudar os materiais que se usam como apoio para o ensino não é suficiente para que ocorra uma interação entre o aluno, o professor e o conhecimento.

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) caracterizam-se por relacionar esses mundos, e os objetos de aprendizagem detêm, em sua essência, esse caráter interacionista. Então, por que não aproveitar tais ferramentas tecnológicas para tornar nossa prática mais interessante e criativa e a construção do conhecimento significativa? Nesse âmbito, problematizamos, aqui, como o uso de um objeto de aprendizagem pode ajudar na resolução de problemas e na compreensão do conceito de probabilidade.

1.1 Contextualização

No contexto da revolução tecnológica ocorrida nos últimos vinte anos, o ensino não poderia ficar de fora. As livrarias e as bancas de revista costumam dedicar prateleiras à divulgação de produtos multimídias. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) deram um novo suporte ao ato de ensinar e aprender e estão cada vez mais presentes no cotidiano de alunos e de professores. Mas, e na escola, principalmente no ensino de matemática?

Apesar desse avanço nas TIC, continuamos a presenciar, nas escolas, que aprender e ensinar matemática não é tarefa fácil, e muitos são os medos, as queixas das dificuldades para enfrentar o desafio de ensinar bem e aprender apreendendo os conceitos matemáticos. Assim, muitos são os processos de ensino e de aprendizagem, mas é preciso considerar três variáveis fundamentais e as necessárias relações que se estabelecem entre elas: aluno, professor e conhecimento matemático. Neste texto, apresentamos não só a relação entre professor e aluno, mas uma interface a mais - os objetos de aprendizagem como mediadores de um saber de forma lúdica, crítica e criativa. Devemos pensar no conhecimento matemático como uma ciência viva, aberta à incorporação de novos conhecimentos, de forma que o aluno possa aprender apreendendo e generalizando os conhecimentos adquiridos.

Nessa perspectiva, muitos são os obstáculos envolvidos na construção dos conceitos matemáticos, para que se possa compreender como os alunos os assimilam. Tais obstáculos não estão presentes apenas na dificuldade de apreender os conteúdos, mas são determinados também pelas características cognitivas, sociais e culturais de quem aprende e pelas formas como são ensinados. É importante ressaltar que, apesar de a matemática estar na vida de todos nós, na maioria das vezes é ensinada como algo abstrato, que não existe, que as pessoas não vivenciam em seu cotidiano.

A *contextualização* dos conhecimentos ajuda os alunos a torná-los mais significativos, a estabelecer relações com suas vivências cotidianas e a atribuir-lhes sentido. No entanto, é preciso novas formas e novas interfaces para mediar esse ensinar e aprender. Nessa perspectiva, as TIC podem contribuir garantindo simulações por meio das quais se possam observar regularidades, generalizar e transferir tais conhecimentos para outros contextos, pois um conhecimento só é pleno se puder ser aplicado em situações diferentes daquelas que lhe deram origem.

Nesse sentido, o estabelecimento de conexões é fundamental para que os alunos compreendam os conteúdos matemáticos e contribui para o desenvolvimento da sua capacidade de resolver problemas. Não raras vezes, percebe-se uma falta de comunicação nas aulas de Matemática, e a interação entre o professor e os alunos é quase inexistente. Nesse

processo, pouco de aprendizagem, todos os conceitos de probabilidade são apresentados de forma bem tradicional.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, recorreremos à Teoria da Aprendizagem Significativa, criada por Ausubel, e à Teoria Construcionista de Papert, como referenciais teóricos para a ferramenta tecnológica que estamos utilizando, visando à construção de um elo entre os conceitos de probabilidade que são abordados em sala de aula e o mundo real do aluno sob a forma virtual. Portanto, neste trabalho, nosso objetivo foi o de desenvolver um Objeto de Aprendizagem (doravante OA) e investigar sua utilização no processo de ensino de conceitos de Probabilidade. A investigação foi desenvolvida em várias etapas, a saber: identificar, inicialmente, os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de probabilidades; elaborar o OA PROBABIUDE - “Probabilidade no jogo de bolas de gude” - que exprime conceitos e problemas sobre probabilidades; aplicar o OA numa turma de 3º ano do Ensino Médio para resolver problemas de probabilidades; utilizar o OA para promover a comunicação e a interação nas aulas de Matemática, visando a uma aprendizagem mais significativa; verificar as mudanças ocorridas na aprendizagem dos alunos após o uso do OA e, finalmente, elaborar um Guia para o Professor, apontando diretrizes para a utilização do OA no ensino de Matemática, de forma geral, e no ensino e na aprendizagem de probabilidade, especificamente.

1.2 Estrutura da dissertação

Para alcançar os objetivos traçados para esta pesquisa, o texto está organizado em seis capítulos. No primeiro, são apresentados os aspectos introdutórios da pesquisa, tais como a contextualização do tema, a delimitação do problema, a justificativa da escolha do tema e os objetivos da pesquisa.

O segundo capítulo trata das principais características do uso das TIC no ensino. No início, tratamos de um diálogo entre os pensamentos de Ausubel e os de Papert; na sequência, fazemos uma abordagem sobre as TIC na Educação e, em seguida, tecemos algumas considerações sobre o uso do computador no ensino de matemática.

O terceiro capítulo retrata a disseminação do ensino de probabilidades, sua origem, as dificuldades dos alunos sobre os conceitos relacionados à probabilidade e como esse tema é retratado pelo currículo educacional.

O quarto capítulo traz as principais características dos OA, sua definição e o processo de construção do PROBABIUDE.

No quinto capítulo, relatamos os procedimentos de investigação, explicando a pesquisa, os sujeitos que participaram do estudo, os recursos utilizados, o processo de coleta dos dados, a metodologia desenvolvida, bem como a análise e a discussão dos dados.

Por fim, no sexto capítulo, apresentamos as considerações finais a respeito do estudo.

2 AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO COMO UM SUPORTE PARA A APRENDIZAGEM

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) deram um novo suporte ao ato de ensinar e aprender e estão cada vez mais presentes no cotidiano de alunos e de professores. Nessa perspectiva, discorreremos, a seguir, sobre a importância desses novos artefatos como um suporte no processo de ensino e aprendizagem. Iniciamos com um diálogo entre os pensamentos de Ausubel e os de Papert; seguimos com o uso do computador como interface que promove um elo entre as Tecnologias Digitais e o ensino de Matemática e, por fim, trazemos um pouco da história e da disseminação dos conceitos de probabilidade, bem como as dificuldades de construção desses conceitos e como esse tema é retratado pelo currículo educacional.

2.1 As teorias de Ausubel e de Papert

Como apoio teórico, no que diz respeito à categoria aprendizagem, adotamos para este estudo o modelo pedagógico da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), que, entre outros aspectos, tenta compreender o modo como o ser humano constrói significados e, por conseguinte, aponta caminhos para a elaboração de estratégias de ensino que facilitem para que haja uma aprendizagem significativa. Essa perspectiva concebe a aprendizagem como um processo de modificação do conhecimento e reconhece a importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento. Essa teoria também se caracteriza por se basear em uma reflexão específica sobre a aprendizagem escolar e o ensino (COLL et al, 2008), em vez de tentar somente generalizar e transferir para a aprendizagem escolar conceitos ou princípios explicativos extraídos de outras situações ou contextos de aprendizagem.

Entre as ideias defendidas pelo autor, ressaltamos que um corpo de conhecimento é muito mais fácil de compreender e lembrar, se for relacionável às ideias preexistentes na estrutura cognitiva que facilita a aprendizagem e motiva o aluno. Uma proposta de aprendizagem centrada no aluno, uma característica que torna a teoria “ausubeliana” favorável para ser utilizada em Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Como por exemplo,

num objeto de aprendizagem, em que é possível desenvolver estratégias de ensino que permitem a alteração, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno, do tempo de Aprendizagem.

Algumas condições são importantes para que a aprendizagem seja significativa. Segundo Moreira e Masini (1982, p. 14), a aprendizagem significativa pressupõe que

a) o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, i. e., relacionável a sua estrutura de conhecimento de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva; b) o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva.

Dentro dessa perspectiva, quanto mais se relacionar o novo material de maneira substancial e não arbitrária, com algum aspecto da estrutura cognitiva prévia que lhe seja relevante, mais próximos estaremos da aprendizagem significativa. Logo, quanto menos se estabelece esse tipo de relação, mais próximo se está da aprendizagem mecânica ou repetitiva (COLL et al, 2008). Essas ideias preexistentes na estrutura cognitiva, que servem de ligação para a nova informação, são chamadas de subsunçores.

Em relação aos subsunçores, sob o ponto de vista de Moreira (2005), à medida que o conhecimento prévio serve de ancoradouro para a atribuição de significados à nova informação, ele também se modifica, ou seja, “os subsunçores vão adquirindo novos significados, tornando-se mais diferenciados, mais estáveis” (p. 7). Assim, novos subsunçores se formam e interagem entre si, pois “a estrutura cognitiva está constantemente se reestruturando durante a aprendizagem significativa” (p. 7).

Ausubel (2003) não estabelece uma distinção entre aprendizagem significativa e mecânica como se uma excluísse a outra. Do mesmo jeito, essa distinção não deve ser confundida com a que há entre aprendizagem por descoberta e aprendizagem por recepção. Na aprendizagem por recepção, o conteúdo que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final, enquanto que, na aprendizagem por descoberta, o conteúdo principal a ser aprendido é descoberto pelo aprendiz. No entanto, após a descoberta, a aprendizagem só será significativa se o que foi descoberto se ligar aos subsunçores já existentes na estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003). De acordo com Coll et al (2008, p. 233), “pode-se conseguir a aprendizagem significativa tanto por meio da descoberta como por meio da recepção”, ou seja, “quer por recepção, ou por descoberta, a aprendizagem é significativa (...) se a nova informação incorporar-se de forma não arbitrária à estrutura cognitiva” (MOREIRA e MASINI, 1982, p. 9).

Ressaltamos a importância da estrutura cognitiva prévia e a sua conscientização pelo ensino, pois “... o fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Descubram o que é e o ensinem em sequência” (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1983, p. 6).

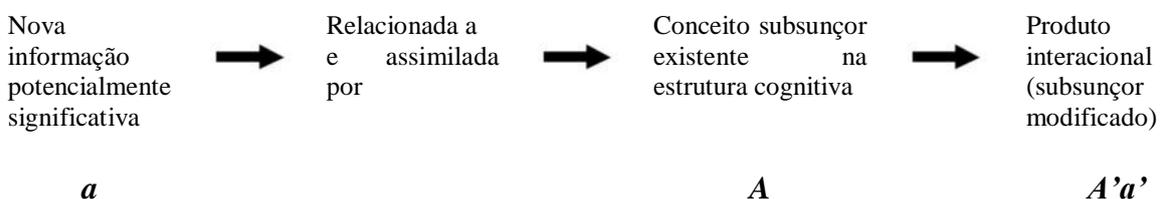
Logo, nessa descoberta de ensinar em sequência, na busca de uma aprendizagem significativa e auxiliada pela mediação da tecnologia digital, especialmente o computador e seus componentes, como software, internet, entre outros, que permitem um aprender significativo com enfoque construcionista, cabe ao professor promover a aprendizagem do aluno para que ele possa construir o conhecimento em um ambiente que o induza a pensar, a sondar, contruindo o conhecimento de forma a atingir os objetivos, cumprir e chegar ao fim da atividade proposta. Essa forma de construir o conhecimento estimula, ainda, a capacidade de tomar decisões, resolver problemas, pois é desafiadora, motivadora e instiga à exploração, à reflexão, à depuração de ideias e à descoberta de novos caminhos (JOHNSON, 2008).

A aprendizagem significativa implica uma “interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o material ou conteúdo de aprendizagem” (COLL et al, 2008, p. 233). Nesse sentido, a teoria de Ausubel evidencia três noções básicas no momento de caracterizar esse processo: a de conceito inclusor, a de inclusão obliteradora e a de assimilação.

Os conceitos inclusores são as ideias preexistentes na estrutura cognitiva, que servem de ponte para as novas ideias ou conceitos que são objetos da aprendizagem. A inclusão obliteradora é exatamente esse processo de interação entre o material de aprendizagem e os conceitos inclusores. E o resultado dos processos de inclusão obliteradora é a assimilação entre os velhos significados e os novos, o que acarreta uma estrutura mais rica e diferenciada que a original (COLL et al, 2008).

Para Ausubel (2003), no processo de assimilação, mesmo após o surgimento do significado, a relação entre os conceitos prévios e os assimilados permanece na estrutura cognitiva. Ele descreve o “princípio da assimilação”, que é representado, simbolicamente, da seguinte maneira:

Quadro 01 – Princípio da assimilação de Ausubel



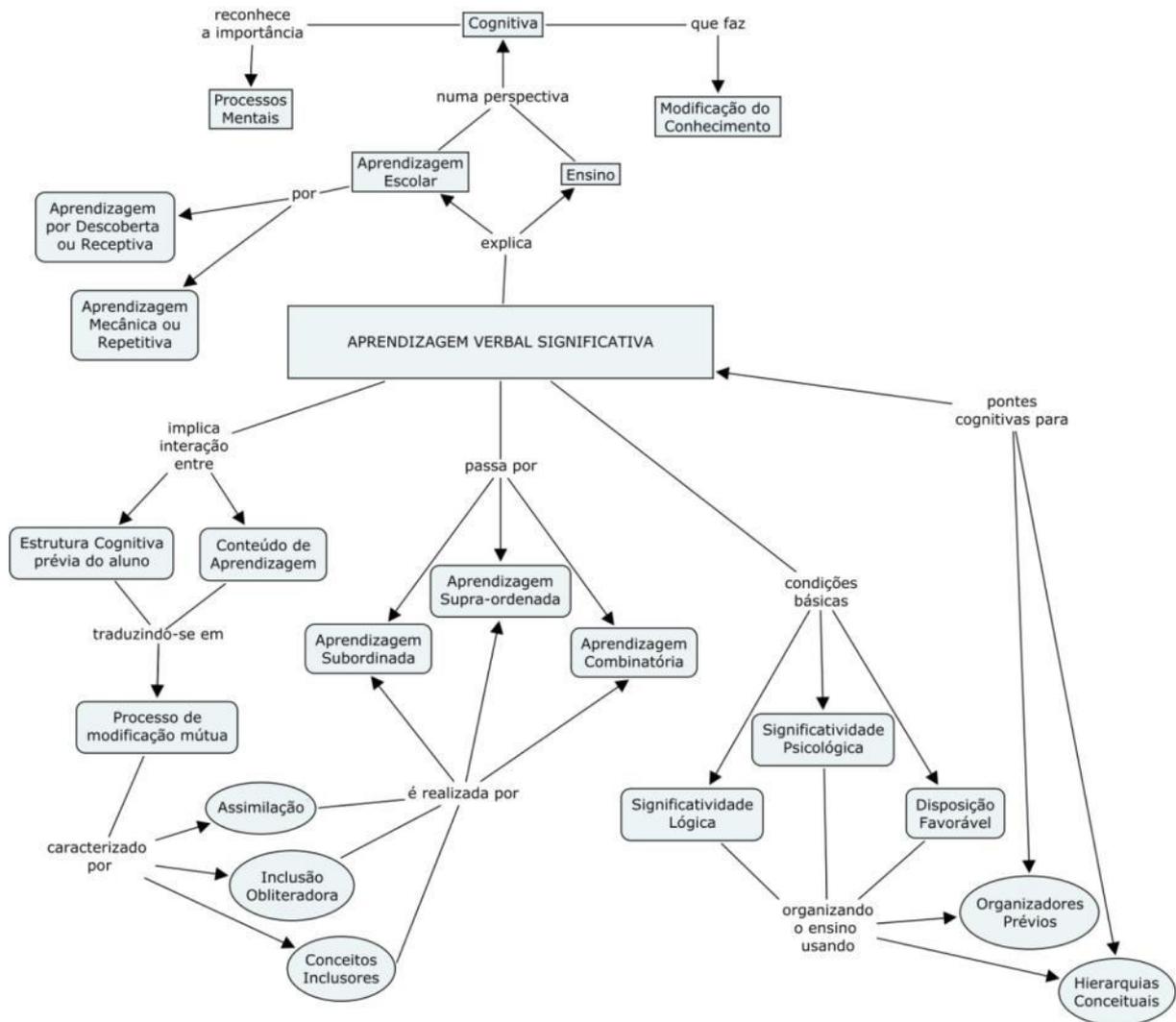
Fonte: Moreira e Masini, 1982, p. 16.

Nesse aspecto, a assimilação será um processo que ocorrerá quando um conceito a , potencialmente significativo, for assimilado por um conceito mais inclusivo, preexistente na estrutura cognitiva, como uma extensão, elaboração ou qualificação dele (MOREIRA e MASINI, 1982). Como descrito no diagrama, tanto a informação a quanto o conceito subsumor A são modificados pela interação, e a' e A' permanecem relacionados como coconstrutores de uma nova unidade $A'a'$, que é o subsumor modificado.

De acordo com a relação hierárquica que há entre esses conceitos, Ausubel (2003) destaca três maneiras de identificar esse processo. A primeira, denominada subordinada, acontece quando os conceitos inclusores são superiores na hierarquia da estrutura cognitiva ao material que deve ser aprendido. A segunda, a aprendizagem supraordenada, acontece quando um conceito, potencialmente significativo, mais geral ou inclusivo do que as ideias já existentes na estrutura cognitiva, é adquirido a partir destas e passa a assimilá-las. Por último, tem-se a aprendizagem combinatória, que acontece quando não há relação hierárquica entre os conhecimentos prévios e o novo material, mas todos se situam em um nível similar dentro da hierarquia conceitual da estrutura cognitiva (COLL et al, 2008).

Um resumo sobre essa teoria é apresentado no mapa conceitual abaixo.

Fig. 01 – Mapa conceitual sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel



A Teoria de Ausubel (2003) parte da ideia de que o aprendiz já sabe, tomando como ponto de partida os conhecimentos prévios dos alunos. Nesse sentido, o ensino, como preocupação principal, deve estar mais centrado em como fazer essa ponte entre o que eles sabem e o conteúdo que está sendo ensinado do que apenas em transmiti-lo. O que, então, essa teoria nos aponta como procedimentos para serem desenvolvidas tarefas que garantam a aprendizagem significativa?

Nessa perspectiva, entendemos que, para promover esse ensino, o professor deve, primeiramente, planejar e organizar seu material, que deve ser potencialmente significativo para estabelecer a conexão com os subsunçores preexistentes na estrutura cognitiva dos aprendizes. Ausubel (2003) defende que esse material deve motivar o aluno, ou seja, apresentar uma disposição para essa aprendizagem. Para essas conexões, o professor pode utilizar procedimentos ou ferramentas, como por exemplo, o computador, com um

planejamento bem definido. Também é preciso considerar como mais importante o que o aluno tem como conhecimento prévio e que o nosso cotidiano está grávido de tecnologia. Nesse contexto, principalmente, o computador domina todos os espaços, sejam públicos ou privados, e o professor, além da busca por uma aprendizagem significativa, não pode ignorar as contribuições que esse novo artefato pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem.

Essa constatação que fazemos hoje é apoiada pelos estudos de Papert que, desde a década de 1960, defende a importância do uso do computador no processo de ensino e aprendizagem. Suas contribuições têm sido importantes porque apresentam uma perspectiva, uma forma de aprender em um contexto caracterizado pela tecnologia digital, em que predomina também a ludicidade.

Seymour Papert é matemático e um dos maiores visionários do uso da tecnologia na Educação. Sua colaboração principal é considerar o uso da matemática para entender como as crianças podem aprender e pensar. É o autor da linguagem *Logo*, que, na década de 1960, contribuiu para um grande avanço no uso da informática na Educação. Trata-se de uma linguagem de programação simples e estruturada, voltada para a educação, que tem como objetivo permitir que uma pessoa se familiarize, através do seu uso, com conceitos lógicos e matemáticos, por meio da exploração de atividades espaciais que auxiliam o usuário a formalizar seus raciocínios cognitivos. Através do *Logo*, as crianças podem ser vistas como construtoras de suas próprias estruturas intelectuais (PAPERT, 1985).

No que se refere à linguagem *Logo* promovida por Papert, o aluno pode indicar ao computador tarefas a executar e, de certa forma, controlar a máquina. Esse procedimento pode levá-lo a uma reflexão sobre o que faz e, posteriormente, irá conduzi-lo a possíveis soluções de problemas. Embora haja diferenças significativas entre as concepções de Ausubel e as de Papert, ambos são cognitivistas e há aspectos em que o pensamento deles se assemelha, como, por exemplo, ambos ressaltam o valor da compreensão dos processos em desenvolvimento, utilizam uma metodologia qualitativa em seus estudos, dando mais ênfase às estruturas psicológicas em processo, e não, a resultados delimitados em medidas quantitativas. Tanto a abordagem de Ausubel quanto a de Papert ressaltam a importância do sujeito ativo no seu próprio processo de desenvolvimento por meio de suas autodescobertas.

Segundo Papert (2008), alguns inovadores da área de Educação, cujos pressupostos implicam a importância da experiência pessoal dos alunos no próprio processo de aprendizagem, formulariam ideias consideradas audaciosas em seu tempo:

[...] a ideia de John Dewey de que as crianças aprenderiam melhor se a aprendizagem realmente fizesse parte da experiência de vida; ou a ideia de Paulo Freire de que elas aprenderiam melhor se fossem verdadeiramente responsáveis por seus próprios processos de aprendizagem; ou a ideia de Jean Piaget de que a inteligência surge de um processo evolutivo no qual muitos fatores devem dispor de tempo para encontrar seu próprio equilíbrio; ou a ideia de Lev Vygotsky de que a conversação desempenha um papel crucial na aprendizagem. Tais ideias sempre atraíram os *Yarners*, refletindo uma atitude de respeito às crianças e uma filosofia social democrática (p. 29).

Por ser seguidor dos estudos de Piaget, Papert apoiou-se em sua teoria e foi mais além, porquanto ofereceu ideias importantes para a compreensão da aprendizagem com o uso das chamadas novas tecnologias. Avançou com o construcionismo, quando referiu: “O construcionismo, minha reconstrução pessoal do construtivismo, apresenta como principal característica o fato de examinar mais de perto a ideia da construção mental” (PAPERT, 2008, p. 137). Em suas proposições, enfatiza que será melhor para o aluno o aprendizado por meio do fazer, ou seja, aprender por si mesmo os conhecimentos específicos de que necessita, e ressalta a possibilidade de alcançar novos conhecimentos.

A Teoria do Construcionismo proposta por Papert diz respeito à construção do conhecimento baseada na realização de uma ação concreta que resulta em um produto real, desenvolvido com o uso do computador, que seja de interesse de quem o produz.

Denominando de construcionista a abordagem em que o aprendiz constrói, por intermédio do computador, o seu próprio conhecimento, Papert expõe que, ao interagir com o computador na resolução de problemas, o aluno tem a chance de construir o seu próprio conhecimento. Ele usa essa tecnologia para evidenciar outro nível de construção do conhecimento, aquele que acontece quando o aluno constrói de acordo com seu interesse (VALENTE, 1998).

O autor ressalta que, na escola, são ensinadas muitas coisas sobre números e gramática, mas falta ensinar-lhes a pensar. Por meio do Construcionismo, o aluno constrói algo de seu interesse e pelo qual esteja realmente motivado e envolvido, tornando a aprendizagem mais significativa. Talvez essa seja a principal característica do Construcionismo de Papert e que se assemelha com o pensamento de Ausubel (2003), no que tange às condições necessárias para que ocorra o que ele denomina de aprendizagem significativa.

Outro aspecto importante da teoria de Papert é que a aprendizagem deve ser centrada no concreto, e não, no abstrato, que tanto é valorizado pela maioria dos docentes. Contudo, recomenda que o progresso intelectual deva pensar do concreto para o abstrato. Entendemos

que necessitamos de uma metodologia que nos aproxime das situações concretas (PAPERT, 2008).

Outro ponto importante pode ser explicado quando Papert faz referência a um provérbio africano, que diz: *Se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar.*

A educação tradicional codifica o que pensa que os cidadãos precisam saber e parte para alimentar as crianças com esse “peixe”. O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo (“pescando”) por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal poderá ajudar mais se certificar-se de que elas estarão sendo apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços (PAPERT, 2008, p. 135).

Não há dúvida de que, além de conhecimento sobre pescar, é também fundamental possuir bons instrumentos de pesca, “por isso precisamos de computadores”, enfatiza Papert (2008, p. 135), e de saber onde existem águas férteis.

Nesse sentido, o ensino independente, com assistência individualizada, é recomendado. A grande contribuição do computador para a melhoria da aprendizagem justifica-se na criação de meios personalizados, que tragam distintas opções em atendimento aos diversos estilos intelectuais, para se tornar proveitoso para o docente, na medida em que lhe proporciona maior liberdade, e para o aluno, porque oferece possibilidades individualizadas.

Nessa perspectiva, o professor pode promover a aprendizagem significativa com o uso do computador, em um enfoque construcionista. Assim, cabe a ele promover a aprendizagem do aluno para que ele possa adquirir o conhecimento em um ambiente que o desafie e o motive para a exploração, a reflexão, a depuração de ideias e a descoberta. Ao mesmo tempo, o professor realiza uma reflexão sobre a própria prática (PAPERT, 2008).

Assim, tendo em vista as características de nosso estudo, apoiar-nos-emos nas ideias de Ausubel pela importância que confere à aprendizagem significativa por meio de suas autodescobertas. Tais ideias são complementadas pela abordagem construcionista de Papert, cujas propostas de construção do conhecimento são respaldadas na compreensão da aprendizagem mediada pelo computador.

2.2 As TIC na Educação

A sociedade vem sendo atingida por uma quantidade enorme de transformações provocadas pelo desenvolvimento de tecnologias. Essas transformações chegaram, também, à escola que, por sua vez, viu-se na necessidade de se adequar a elas e introduzir em suas atividades pedagógicas algumas dessas ferramentas para proporcionar novas formas de trabalho para o professor e aprendizagem para os alunos.

Nesse contexto, Pereira e Moita (2007, p. 86) enfatizam que

as sociedades contemporâneas têm grandes desafios a enfrentar pelo fato do conhecimento ter se tornado o centro dos processos de transformação social, conseqüentemente, a educação assume, nesse contexto, um importante papel para além da reprodução e promoção social. Aliada as tecnologias à educação tenta enfrentar esses desafios quando utiliza alternativas importantes para o processo de reflexão e (re) leituras das diferentes formas de conhecimento que são disseminados pelas novas tecnologias da informação (TIC) como são chamadas.

A geração C, caracterizada pela colaboração, pela conectividade, pelo conteúdo e pela comunicação, prefere fazer muitas coisas simultaneamente, usando vários caminhos para o mesmo objetivo, ao invés de fazer uma coisa de cada vez, seguindo a forma linear. Não se frustra quando é confrontada com uma situação nova, pelo contrário, lança-se nas situações, apesar do pouco conhecimento sobre o assunto, e prefere ser ativa. Uma aprendizagem por ensaio e erro, em que descobre as coisas por si mesmas ao invés de ler ou ouvir (GIBISON, 2007).

Diante desse cenário, o contexto escolar brasileiro, de forma geral, e os educadores, de forma mais específica, necessitam cada vez mais de alternativas pedagógicas que auxiliem o processo de ensino e aprendizagem. A informática e o computador podem ser recursos altamente eficientes para a melhoria desse processo, como ressalta Moita (2007, p. 59):

A informática proporcionou o avanço da comunicação e da informação e trouxe outras implicações culturais [...] As mudanças têm sido tão rápidas e inquietantes que os pais, professores e adultos, de uma forma geral, matêm-se receosos, inseguros, preocupados e pouco à vontade com uma tecnologia pela qual os jovens se sentem atraídos. Para os jovens, não é uma tecnologia nova, mas algo que faz parte da sua vida, o que agrava o fosso entre as gerações. A geração digital lida com naturalidade com esses domínios que fazem parte duma nova cultura.

Sendo assim, a educação, de modo geral, não pode mais estar dissociada das inovações tecnológicas, tampouco ignorá-las como recursos comunicacionais, informacionais e didáticos. A sociedade informacional, que ora se efetiva, requer mudanças no processo de ensino e aprendizagem para além da mera transformação. Isso significa dizer que é preciso

criar novas possibilidades para alunos e professores se tornarem parceiros no processo de construção do conhecimento de forma dinâmica e permanente (PEREIRA, MOITA, 2007). Dessa forma, a função do professor ganha novas dimensões, pois ele passa a ser

um explorador capaz de perceber o que lhe pode interessar, e de aprender, por si só ou em conjunto com os colegas mais próximos, a tirar partido das respectivas potencialidades. Tal como o aluno, o professor acaba por ter de estar sempre a aprender. Desse modo, aproxima-se dos seus alunos. Deixa de ser a autoridade incontestada do saber para passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe, o que está longe de contribuir uma modificação menos do papel profissional (PONTE, 2000, p. 76).

A escola precisa estar atenta ao que está acontecendo nos meios de comunicação e mostrá-los na sala de aula, discutindo com os alunos, ajudando-os a perceberem os aspectos positivos e negativos das abordagens sobre cada assunto (MORAN, 2002). Vale salientar que o professor é o principal ator de qualquer processo de escolha ou introdução de inovações tecnológicas na escola. Contudo, para que haja mudanças na qualidade do seu trabalho, é necessário que possa refletir e entender as suas escolhas pedagógicas, a importância que dá aos diferentes componentes curriculares para, então, analisar de que modo as diversas tecnológicas poderão auxiliá-lo no processo de ensino-aprendizagem (VALENTE, 1999).

Com essa postura, assume o papel de promotor da aprendizagem, um facilitador de conhecimentos a partir do momento em que utiliza, por exemplo, o computador com fins educacionais.

2.3 A utilização do computador no ensino de Matemática

O uso do computador na Educação objetiva integrá-lo no processo de aprendizagem dos conceitos curriculares em todas as modalidades e níveis de ensino. Ele pode desempenhar o papel de facilitador entre o aluno e a construção do seu conhecimento. Valente (1999) enfatiza a necessidade de os docentes estarem preparados para realizar atividades computadorizadas com seus alunos.

A forma de se utilizar o computador deve variar de acordo com o objetivo a ser atingido, portanto, não podemos dizer que existe somente uma forma correta de usá-lo. Contudo, vale ressaltar que o desenvolvimento de um plano de aula que indique o uso de algum artefato tecnológico requer maior pesquisa, versatilidade, criatividade e tempo do

professor. Segundo Tajra (2004, p. 58), “esses têm sido os motivos de ausência dos professores nos ambientes de informática.” E, como a maioria sabe muito pouco sobre o mundo digital dos seus alunos, isso resulta, muitas vezes, em não conseguir planejar adequadamente o aprendizado dos alunos.

No Ensino da Matemática, ao usar o computador na sala de aula, o professor proporcionará aos alunos uma construção do conhecimento de forma lúdica e criativa, o que acarreta uma melhor aquisição de conhecimento, no entanto, é necessário que se tenha um propósito educacional bem definido.

Além de estudiosos e pesquisadores, a inserção das tecnologias na Educação sempre foi valorizada por documentos oficiais que orientam o ensino de matemática no Brasil, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, em cujo texto apontam indicações de como e para quais finalidades o computador pode ser usado nas aulas de Matemática: como fonte de informação; como auxiliar no processo de construção do conhecimento; como meio de desenvolver formas de pensar, refletir e criar soluções e como ferramenta para determinadas atividades.

[...] [O computador] pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros.

Por outro lado, o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de *softwares*, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo (BRASIL, 1998, p. 44).

No mesmo sentido, Papert (2008) defende a utilização do computador, desde o final da década de 1960, como um dispositivo técnico aberto que, além de outras vantagens, estimula estudantes e professores a avançarem em seu conhecimento, dados os diferentes aspectos oferecidos, como: a possibilidade de um conhecimento interativo, dinâmico, que contempla imagem, som e movimento.

Dessa forma, o computador oportuniza a alunos e a professores a possibilidade de acesso a um mundo virtual, através de diferentes ambientes virtuais de aprendizagem, entre os quais podemos destacar os games, os edublogs, as simulações, os objetos de aprendizagem, entre outros. No que diz respeito aos objetos de aprendizagem (OA), eles detêm essa característica de acoplar o mundo virtual à sala de aula e de promover uma interação entre os indivíduos e as tecnologias, gerando uma mudança na aprendizagem e no paradigma da comunicação nas aulas de Matemática.

A produção e a busca de artefatos digitais, como jogos, simulações, objetos de aprendizagem, entre outros materiais que auxiliem no processo de ensino e aprendizagem, tem sido uma técnica apreciada por muitos professores hoje em dia. Porém, para a produção de tais materiais, muitas vezes, precisa-se de uma equipe multidisciplinar.

O ideal seria que os professores construíssem os próprios materiais, contudo, diante de algumas dificuldades, como o manuseio de ferramentas para produção e a necessidade de uma equipe mais estruturada, com profissionais que manipulem bem tecnologias mais complexas, essa produção torna-se inviável. No entanto, o professor pode se empenhar na produção de artefatos mais simples, no que se refere às características de *design* e de programação, mas que tenham a mesma qualidade pedagógica. Para isso, deve utilizar softwares mais simples e agregá-los a diferentes recursos multimídias e bibliotecas de elementos interativos prontos para uso.

Para tanto, deve-se determinar um planejamento com objetivos bem definidos, que englobe tanto o enfoque pedagógico que será retratado no artefato digital quanto os elementos de imagens, sons, vídeos e animações que serão inseridos, e escolher o software a ser utilizado, que pode ser o Power Point ou, até mesmo, um programa de Flash, dependendo das limitações de manuseio do professor. Em verdade, esses softwares não foram desenvolvidos especialmente para a criação de jogos, contudo, devido à combinação de interfaces intuitivas com barras de ferramentas que possibilitam a inserção de imagens, sons, vídeos e botões interativos, juntamente com ambientes para desenvolvimento de rotinas em linguagens de programação poderosas, como o VBA e o ActionScript, os usuários que não são *experts* podem criar jogos, o que possibilita que o professor seja o desenvolvedor do próprio material e o embase pedagogicamente e o contextualize à sua realidade (BATTAIOLA, 2004).

Nessa perspectiva, desenvolvemos um objeto de aprendizagem nos apoiando em modelos da Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED), que retrata o conceito de probabilidade.

3 TEORIA DA PROBABILIDADE: ORIGEM E PESQUISAS

A Teoria da Probabilidade surgiu como um ramo da Matemática, por volta do Século XV, apesar de já ter sido conhecida como ciência empírica bem antes desse período. Sua origem está principalmente nos jogos e nas apostas. No Século XVI, o matemático e jogador italiano, Jerónimo Cardano (1501-1576), resolveu estudar as probabilidades de ganhar em diversos jogos de azar. Analisou as probabilidades de obter valores cuja soma fosse sete, com dois dados, e de retirar azes num baralho de cartas e promulgou os resultados dessas pesquisas em um manual para jogadores, chamado “Liber de ludo aleae” (O livro dos jogos de azar - 1526), onde encontramos a expressão que utilizamos até hoje para o cálculo da probabilidade de um evento (*número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis*) (LOPES e MEIRELLES, 2005).

No Século XVII, os jogos de azar eram bastantes populares na sociedade francesa e, à medida que as apostas foram se tornando mais sofisticadas e com maiores dimensões, foi necessário criar métodos matemáticos para calcular as possibilidades de um determinado evento. Blaise Pascal (1623-1662), esmulado pelas dúvidas de jogadores famosos a respeito de problemas relativos a jogos de azar, começou a trocar ideias com Pierre de Fermat (1601-1665). Tais correspondências são consideradas pelos teóricos como os princípios fundamentais que deram origem à Teoria das Probabilidades. A partir de 1774, Laplace escreveu muitos artigos sobre o assunto, cujos resultados ele incorporou no clássico livro Teoria Analítica das Probabilidades, de 1812 (SILVA, 2010).

No passado, o cálculo de probabilidades era voltado para a previsão das chances de vitória em alguns jogos de azar e/ou de baralho. Atualmente, a Teoria da Probabilidade é empregada com frequência em outros ramos: na Matemática (como o Cálculo e a Estatística), na Biologia (especialmente nos estudos da Genética), na Física (na Física Nuclear), na Economia, na Sociologia, nas Ciências Atuariais, na Informática etc.. Essas investigações revelam as preocupações e as mudanças que os estudos sobre probabilidade têm sofrido ao longo da história.

No mundo contemporâneo, a cultura científica eficiente reclama uma educação no pensamento estatístico e probabilístico. Para Godino et al. (1996, p. 12),

a intuição probabilística não se desenvolve espontaneamente, exceto dentro de um limite muito estreito. A compreensão, interpretação, avaliação e predição de fenômenos probabilísticos não podem ser confiadas à intuição primária que tem sido

tão desprezada, esquecida, e abandonada em um estado rudimentar de desenvolvimento baixo a pressão de esquemas operacionais que não podem articular-se com eles.

Por outro lado, nas aulas de Matemática, temos esse conceito apresentado, quase sempre, de forma mecânica, o que não estimula os alunos a apreenderem o conhecimento que está sendo passado. Isso vai de encontro ao que é proposto nos PCN de Matemática sobre esse conteúdo.

Em relação à probabilidade, os PCN de Matemática destacam como principal finalidade fazer com que “o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles” (BRASIL, 1998, p. 52). Desse modo, o professor pode explorar as noções de acaso e incerteza que se manifestam intuitivamente, no momento em que estimulam os alunos a realizarem experimentos e a observarem eventos em espaços equiprováveis. Portanto, o estudo da probabilidade tem por intuito fazer com que os alunos percebam que, por meio de experimentos e simulações, podem indicar a possibilidade de ocorrer um determinado evento e compará-la com a probabilidade prevista por meio de modelo matemático.

Na Matriz de Competências e Habilidades do Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM), de acordo com a habilidade 15, o aluno, ao terminar o Ensino Médio, deverá ser capaz de “reconhecer o caráter aleatório de fenômenos naturais ou não e utilizar em situações-problema processos de contagem, representação de frequências relativas, construção de espaços amostrais, distribuição e cálculo de probabilidades” (BRASIL, 2009, p. 13).

A aprendizagem de probabilidades só complementar a formação dos alunos se for significativa, se considerar situações familiares a eles, que sejam contextualizadas, investigadas e analisadas. Como é ressaltado na Matriz de Competências e Habilidades do ENEM, é fundamental incentivar a turma a resolver problemas semelhantes, lançando mão de procedimentos mais caseiros, como listas, tabelas, desenhos e esquemas (BRASIL, 2009).

Desde o Século XV, existem estudos que envolvem probabilidades. O Ministério da Educação, através dos PCN e do ENEM, traz sugestões de como deve ser tratado esse conteúdo na sala de aula, bem como as competências e habilidades que os alunos precisam apresentar. Porém, será que o livro didático está diretamente ligado a essas referências?

No que diz respeito ao ensino de probabilidade nas aulas de matemática do Ensino Médio, a maior parte dos livros didáticos tem uma gama de exercícios úteis para o aprendizado desse assunto. Porém, é notável a falta de uma ligação mais direta com a

realidade do aluno. A maioria dos livros que tratam desse conteúdo costuma explicá-lo limitando-se a falar sobre os jogos de azar (CARMO, 2007).

Nessa perspectiva, Oliveira (2006) desenvolveu uma pesquisa no município de Porto Alegre - RS sobre uma análise qualitativa e quantitativa dos conteúdos de Probabilidade e Estatística de uma amostra de livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio. Em sua investigação, o autor (op. cit.) conclui que os livros didáticos dão pouco destaque aos conteúdos de Probabilidade e de Estatística, e alguns deles apresentam conceitos equivocados, falta de contextualização dos temas e desconsideração da possibilidade de se usarem os recursos da calculadora e da Informática na resolução de problemas, o que contraria as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).

Em uma das etapas de sua pesquisa, aplicou um questionário com 48 professores de Matemática para identificar seu perfil. De acordo com o resultado, 41 deles abordam os conteúdos de Probabilidade e de Estatística em sala de aula. Desses, 36 abordam somente o conteúdo de Probabilidade, e cinco, os conteúdos de Probabilidade e de Estatística. Sete professores não desenvolvem esses temas. Todos os professores que abordam o conteúdo de Probabilidade o fazem no segundo ano do Ensino Médio (OLIVEIRA, 2006).

Na busca por mais estudos na área do ensino de Probabilidade, além das considerações apontadas por Oliveira (2006) sobre a abordagem estatística e probabilística nos livros didáticos, encontramos um estudo monográfico resultante da coleta de dissertações defendidas na PUC- SP sobre esse tema.

Um estudo feito por Oliveira (2007), que consistia de um mapeamento das dissertações produzidas acerca do ensino e da aprendizagem da Estatística e da Probabilidade do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, revela que ainda se tem muito que avançar na área do ensino de Probabilidade. O estudo foi baseado na produção acadêmica do período de 1994 a 2006. Ao todo, foram analisadas 13 dissertações, das quais quatro estão relacionadas ao conceito de probabilidade, e apenas duas dessas são voltadas para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio, ou seja, apenas duas estão mais associadas ao campo de estudo da nossa pesquisa. Apesar de se tratar de uma pesquisa sobre dissertações defendidas entre 1994 e 2006 (12 anos), percebemos que esses dados são relativamente muito pequenos se comparados a outras pesquisas na área de Matemática.

Na busca por pesquisas mais recentes, procuramos identificar, nos anais de dois eventos importantes da área de Educação Matemática, os trabalhos relacionados ao ensino de Probabilidade. Os eventos foram: O V CIEM – Congresso Internacional de Ensino da

Matemática e o XIV EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Pós-graduandos em Educação Matemática, ambos ocorridos em 2010.

No XIV EBRAPEM 2010, foram publicados 272 trabalhos na área de Educação Matemática, subdivididos em 13 Grupos de Trabalhos (GT). Desses trabalhos, apenas cinco eram relacionados ao Ensino de Probabilidade - três deles no Grupo de Trabalho sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática; um, no Grupo de Trabalho de Tecnologias de Informática e Educação Matemática; e outro no Grupo de Trabalho sobre Investigação em sala de aula e formulação de problemas. Dois desses trabalhos relacionam o ensino de probabilidade com a tecnologia: “Ensino de Probabilidade com o uso do Programa Estatístico R, numa perspectiva construcionista”, de Ferreira, Kataoka e Karrer, referente ao GT sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática, e “Probabilidade: alternativa pedagógica para o ensinar e aprender do conceito de probabilidade”, de Santos e Moita, presente no GT Tecnologias de Informática e Educação Matemática.

Já no V CIEM 2010, foram publicadas 237 comunicações científicas e 122 relatos de experiência. Dessas publicações, apenas duas das 237 comunicações científicas abordavam sobre o ensino de probabilidade, sendo uma relacionada ao Ensino Médio, e uma, ao Ensino Superior. Dos 122 relatos de experiência, somente um abordava probabilidade, com ênfase na história das probabilidades. Desses trabalhos, nenhuma esteve relacionado ao uso de tecnologias e o ensino de probabilidade.

Quadro 02 – Pesquisas sobre o ensino de probabilidades em 2010

ANO	EVENTO	TOTAL DE PUBLICAÇÕES		PUBLICAÇÕES SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADES		TÍTULO	AUTOR
2010	EBRAPEM	Comunicação Científicas	272	Modelagem Matemática	3	Modelagem matemática no futebol: uma proposta didática para o estudo de estatística e probabilidade através do método de casos	C.R. MELILLO
						O acaso, o provável e o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental	M.R.M. SANTANA R.E.S.R. BORBA
						Ensino de Probabilidade com o uso do programa Estatístico R numa perspectiva construcionista	R.S. FERREIRA V.Y. KATAOKA M. KARRER
				Tecnologias de Informática	1	Probabilidade: alternativa pedagógica para o ensinar e aprender do conceito de probabilidade	J.J.A. SANTOS F.M.G.S.C MOITA
				Investigação em sala de aula	1	A aprendizagem de probabilidade no 9º ano do Ensino Fundamental: as concepções clássica, frequentista e geométrica	T. S. ABE M. BITTAR
2010	CIEM	Comunicação científicas	237		2	Uma Análise das Questões de Probabilidade do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)	L. VIALI M.M. SILVA
						Análise de uma atividade em probabilidade sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica	L.G.X. BARROS M. KARRER
		Relatos de Experiência	122		1	Probabilidade: olhar para o futuro ou para o passado?	P.Z. TÁBOAS

Esses dados demonstram que a probabilidade não é propriamente um alvo muito procurado nas pesquisas no Ensino de Matemática. Dentre as pesquisas apontadas, apenas duas delas estão relacionadas ao uso da tecnologia no Ensino de Probabilidade, sendo uma dessas pesquisas o recorte parcial da nossa pesquisa, que foi apresentado no EBRAPEM de 2010. Nesse sentido, nosso trabalho não se distancia das constatações apresentadas por essas pesquisas.

3.1 O Ensino de probabilidade e as dificuldades na construção de conceitos

Desde 2008, no estado de Pernambuco, foram criadas as Orientações Teórico-metodológicas para o Ensino de Matemática, através da Secretaria de Educação do estado. Esse documento oficial tem por objetivo melhorar a qualidade do ensino na Rede Estadual de Educação de Pernambuco. Trata-se de uma ação de apoio ao trabalho pedagógico do/a professor/a, que está organizada em quatro Unidades Didáticas como referências básicas possibilitadoras da construção de aprendizagens significativas dos estudantes.

As orientações teórico-metodológicas da prática pedagógica do professor de Matemática do Ensino Médio são vistas como referenciais estruturadores do processo educativo para proporcionar ao educando o acesso ao conhecimento construído, acumulado e sistematizado pela humanidade, levando-se em consideração as práticas de ensino da Matemática pautadas pelos seguintes eixos: álgebra e funções; grandezas e medidas; geometria; estatística, probabilidade e combinatória. Conforme consta também na Base Curricular Comum (BCC) da Secretaria de Educação de Pernambuco, esses blocos de conteúdo devem ser contemplados em cada uma das quatro Unidades Didáticas do ano letivo (SEEPE, 2008).

Se o ensino de Matemática se deve ocupar de mais de uma forma de pensar do que de uma forma de escrever fórmulas ou numerais, se o ensino da Matemática se deve ocupar mais da tomada consciente de decisões do que do estrito cálculo, então a teoria das probabilidades é fundamental (BERNARDES, 1987, p. 13).

Os PCN de Matemática destacam, em seu texto, que os conceitos de probabilidade devem ser tratados desde o início do Ensino Fundamental. Em relação ao Ensino Médio, embora esse tema seja previsto para o 2º ano do Ensino Médio, sua introdução é também

proposta para o 1º Ano. Segundo as Orientações Teórico-metodológicas para o Ensino Médio de Matemática, para o 1º ano do Ensino Médio, na Unidade 4, sugere-se que sejam retratados os conceitos de eventos e espaço amostral e probabilidade de um evento. No 2º ano do Ensino Médio, voltam a ser trabalhados esses temas no último semestre. Na Unidade 3, a teoria das probabilidades; a linguagem das probabilidades; probabilidade de não ocorrer um evento; probabilidade da união de eventos. Já na Unidade 4, são sugeridas a probabilidade condicional e a multiplicação de probabilidades (probabilidade da intersecção de eventos) (SEEPE, 2008).

Esse documento não sugere que se trabalhe com o tema probabilidade no 3º ano do Ensino Médio, porém, muitas vezes, esses conteúdos não são abordados no 1º nem ano no 2º anos, o que deixa uma lacuna que, raramente, é preenchida no 3º ano.

Das modalidades sugeridas para o Ensino Médio de Pernambuco, detivemo-nos nos conceitos de eventos e de espaço amostral, probabilidade de um evento, um pouco da teoria e da linguagem das probabilidades, probabilidade de não ocorrer um evento e probabilidade da união e da intersecção de eventos.

Além da restrição a esses temas, concentramo-nos em uma das definições que o conteúdo de probabilidade apresenta. Segundo Oliveira (2006), existem três conceitos de probabilidade: conceito clássico, probabilidade como frequência relativa e conceito axiomático de probabilidade. Em sua pesquisa, todos os livros que foram analisados traziam apenas o conceito clássico. No nosso caso, também optamos por trabalhar apenas com o conceito clássico, visto que a maioria dos livros didáticos trabalha com apenas esse conceito.

O livro didático de Matemática do Ensino Médio escolhido para ser utilizado na escola sede da nossa pesquisa foi “*Matemática Dante: Volume Único*”, de Luiz Roberto Dante, porém a Escola não dispõe de quantidade suficiente para todos os alunos.

A definição que seguimos é a apresentada nesse livro:

Quando num fenômeno (ou experimento) aleatório, com espaço amostral finito, consideramos que todo o evento elementar tem a mesma ‘chance’ de ocorrer (o espaço é equiprovável), a probabilidade de ocorrer um evento A, indicada por $P(A)$, é um número que mede essa chance e é dado por:
 $P(A) = n(A) / n(\Omega)$ ou $P(A) = \text{número de resultados favoráveis} / \text{número total de resultados possíveis}$ (DANTE, 2009, p. 300).

O conceito de probabilidade é tido mais como uma noção intuitiva do que como uma regra, apesar de, frequentemente, ser passado para os alunos como uma única forma e definitiva.

Cotidianamente, ‘provável’ é uma das muitas palavras utilizadas para descrever a incerteza, podendo para ser substituída por outras como sorte, risco, duvidoso, incerteza, palavras que muito dependem do contexto. Dar uma definição para probabilidade, também é difícil porque parte-se de uma noção que adquirimos desde a tenra infância. É muito utilizada, no cotidiano, quando, por exemplo, se diz: ‘Olha, o céu está muito escuro, provavelmente vai chover’. Podes afirmar que a probabilidade quantifica a margem de sucesso ou insucesso de um acontecimento. (SILVA, 2010, p. 6-7)

No que tange ao conceito de probabilidade, Táboas (2010) destaca que o conceito de fração que está relacionado ao cálculo de probabilidade quase sempre se confunde com o próprio conceito de probabilidade. Nesse âmbito, o autor esboça uma primeira definição para probabilidade: “probabilidade de ocorrer um evento é a comparação entre as possibilidades de ocorrência desse evento e todas as possibilidades do espaço amostral” (TÁBOAS, 2010, p. 2). Parece simples pensar dessa forma, porém vale ressaltar que essa definição não contempla os experimentos que envolvem espaços não equiprobabilísticos.

Outra aproximação de conceitos que podemos observar está na relação entre a união de elementos de um conjunto e a probabilidade da união de eventos. Dessa forma, surgem novas definições: “A probabilidade da união entre dois eventos, que é a soma das probabilidades individuais dos eventos quando eles são exclusivos, e a probabilidade da intersecção, que é o produto das probabilidades, quando os eventos são independentes” (TÁBOAS, 2010, p. 5)

A metodologia comumente empregada na maioria dos livros didáticos privilegia a aplicação de fórmulas, tentando “enquadrar” os problemas. Assim, os alunos acabam decorando alguns formatos e, na maioria dos casos, não conseguem entender o uso daquelas fórmulas nem mesmo o porquê de as estarem utilizando.

Nesse sentido, Silva e Viali (2010, p. 2) destacam:

Nas escolas, em geral, o ensino de probabilidade é bastante superficial, pois após se trabalhar com a combinatória somente é utilizado o conceito clássico de probabilidade. Poucas escolas avançam um pouco mais e trabalham também com a probabilidade da união de dois eventos, com a probabilidade condicionada e com a probabilidade de dois eventos sucessivos.

Seguindo esse aspecto, não é dada aos alunos a chance de aumentar certas habilidades para que eles sejam competentes nesse assunto e a todos os outros que possam estar ligados a eles.

É comum o tema Probabilidade não ser estudado no Ensino Fundamental e no Médio, e quando é tratado, quase sempre, reduz-se à resolução mecânica de exercícios padrões, em que basta aplicar uma fórmula.

Ao estudar o cálculo das probabilidades, os alunos de Ensino Médio sempre apresentam muitas dificuldades, e vários problemas são apontados por pesquisadores como Julianelli et al (2009, p. III)

Esse é, sem qualquer dúvida, um dos temas mais difíceis da Matemática, devido a uma grande quantidade de variações que um mesmo problema pode apresentar. Às vezes, ao se retirar ou acrescentar uma simples palavra o problema passa a ter uma outra interpretação e, conseqüentemente, uma nova solução.

Nessa dimensão, Santos (2006) aponta outro problema na aprendizagem de probabilidades. Ele refere que uma das maiores dificuldades apresentadas pelos alunos é a de compreender o conceito de probabilidade: “Muitos alunos não distinguem o evento do espaço amostral” (SANTOS, 2006, p. 19), o que é de crucial importância na resolução de problemas sobre probabilidade. Porém, além das dificuldades apresentadas pelos alunos, muitos professores também apresentam dificuldades para ensinar esse conteúdo.

Existe certa insegurança entre muitos professores do Ensino Médio, no momento em que precisam abordar conteúdos de probabilidade. Os conteúdos pertinentes à Análise Combinatória, mais especificamente, ao cálculo de probabilidade, costumam trazer desconforto não apenas para os estudantes, mas também para os professores. Esse é um dos motivos maiores de muitos professores excluírem esse conteúdo de sua prática de sala de aula e poderá ser um dos maiores motivos de esse conteúdo ser excluído da prática de sala de aula.

Nesse sentido, nossa pesquisa se destaca como relevante para o Ensino de Matemática, pois buscamos uma melhoria no ensino, mais especificamente, sobre probabilidade, utilizando recursos tecnológicos - os objetos de aprendizagem, que serão apresentados no próximo capítulo.

4 OBJETOS DE APRENDIZAGEM (OA)

Neste estudo, enfocamos a utilização de objetos de aprendizagem nas aulas de Matemática para resolver problemas sobre o conceito de probabilidade.

A tecnologia é um agente de mudança, e as principais inovações tecnológicas podem resultar em todos os paradigmas. A rede de computadores, conhecida como Internet, é um exemplo de tal inovação. Depois que afeta grandes mudanças na forma como as pessoas se comunicam e fazem negócios, a Internet está pronta para trazer uma mudança paradigmática no modo como elas aprendem. Por conseguinte, uma mudança importante também pode ser proveniente da forma como os materiais educativos são concebidos, desenvolvidos e entregues às pessoas que desejam aprender. Um exemplo dessa instrução tecnológica são os objetos de aprendizagem (WILEY, 2001).

4.1 O que é um objeto de aprendizagem

Os Objetos de Aprendizagem variam em tamanho, escopo, conteúdo, design e implementação técnica.

Mas, o que são Objetos de Aprendizagem? Não se tem um conceito muito bem estabelecido sobre Objetos de Aprendizagem. Sua definição possui várias versões.

Sá Filho e Machado (2003, p. 3-4) definem Objetos de Aprendizagem como:

recursos digitais que podem ser usados, reutilizados e combinados com outros objetos para formar um ambiente de aprendizado rico e flexível. [...] podem ser usados como recursos simples ou combinados para formar uma unidade de instrução maior.

Johnson (2003) considera um objeto de aprendizagem como um agrupamento de materiais estruturado de maneira significativa, relacionado a um objetivo educacional.

Para o Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), responsável pela definição dos mais diversos padrões utilizados pela indústria eletroeletrônica mundial, o OA é definido como “uma entidade digital, ou não-digital, que pode ser usada, reusada ou referenciada durante o ensino com suporte tecnológico” (IEEE, 2000, p. U).

Para Wiley (2001, p. 7), um OA é “qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para dar suporte ao ensino”.

Esse conceito de Wiley é o que dá suporte ao nosso estudo. Tratamo-lo como sendo recursos digitais utilizados como apoio à aprendizagem. São ferramentas que têm a possibilidade de serem reutilizadas inúmeras vezes, em diferentes contextos de aprendizagem, e que podem ser disponibilizadas concomitantemente para um grupo diversificado de pessoas.

O autor os compara com partículas, ressaltando que eles são feitos de pequenos pedaços que, por si sós, não são tão úteis como o todo e podem ser combinados formando outros mais compostos que podem ser recombinados ou separados novamente. Esses objetos podem ser documentos, vídeos, imagens, simulações, sons, e assim por diante.

O OA proposto para esta pesquisa versa sobre o tema probabilidade e foi elaborado com o intuito de promover uma aproximação entre o cotidiano representado por uma tela virtual e a aprendizagem em sala de aula.

Seguindo o pensamento de Wiley (2001) e como ressaltam Mendes, Souza e Caregnato (2004), para que o objeto que será elaborado seja considerado um OA e possa ser inserido em um determinado ambiente de aprendizagem, deve apresentar as seguintes características:

- a) Reusabilidade: reutilizável diversas vezes, em diversos ambientes de aprendizagem;
- b) Adaptabilidade: ser adaptável a qualquer ambiente de ensino;
- c) Granularidade: conteúdo em pedaços, para facilitar sua reusabilidade;
- d) Acessibilidade: acessível facilmente via Internet para ser usado em diversos locais;
- e) Durabilidade: possibilidade de continuar a ser usado, independentemente da mudança de tecnologia;
- f) Interoperabilidade: habilidade de operar através de uma variedade de *hardware*, sistemas operacionais e *browsers*, intercâmbio efetivo, entre diferentes sistemas.

Com essas características, os OA são normalmente armazenados em grandes bases de dados disponíveis na Internet, chamados repositórios. No Brasil, podemos citar o Programa RIVED (Rede Interativa Virtual de Educação), que é um projeto de cooperação internacional entre países da América Latina, em que, atualmente, trabalham em conjunto Brasil, Peru e Venezuela. Esse programa, no Brasil, é desenvolvido pelo Ministério da Educação e pela Secretaria de Educação a Distância (SEED), em parceria com a Secretaria de Ensino Médio Tecnológico (SEMTEC). É uma iniciativa que visa à criação de material didático digital para potencializar o processo de ensino das Ciências da Natureza e da Matemática no Ensino Médio.

Existe também a Comunidade Latinoamericana de Objetos de Aprendizagem – LACLO, uma comunidade aberta, integrada por pessoas e instituições interessadas em investigação, desenvolvimento e aplicação dos OA no setor educativo latinoamericano. A comunidade LACLO, em parceria com instituições de ensino superior, promove, desde 2006, o Congresso Latinoamericano de Objetos de Aprendizagem e Tecnologias Educacionais, como forma de estabelecer um compartilhamento de pesquisas e produtos relacionados a esse tema. Além da parte digital e tecnológica, o OA também tem característica didático-pedagógica, pois está direcionado a uma parte, ou um conjunto de partes de determinado conteúdo.

Os OAs podem ser criados em qualquer mídia ou formato e podem ser uma simples animação ou uma apresentação de slides feitos no PowerPoint ou complexos como uma simulação feita em flash. O que se defende é que ele tenha uma intenção educacional definida. Nesse âmbito, o conceito de material pedagógico tradicional tem dado lugar a uma nova concepção desses materiais, que é digital e interativa, e na sociedade em que vivemos atualmente, temos os objetos de aprendizagem como um modelo ideal de material educacional com essa nova concepção.

Mas, por que usar objetos de aprendizagem?

Os OA abrem possibilidades que os materiais tradicionais não podem oferecer. Dentro de um único OA, as informações podem ser apresentadas de várias maneiras diferentes, permitindo que os estudantes explorem um tema sob várias perspectivas. Envolvidos com elementos interativos, os alunos tem a oportunidade de praticar o que estão estudando.

Os OA são flexíveis, rentáveis e podem ser combinados de forma personalizada. Essas características ajudam a fundamentar o porquê de muitos alunos e professores se sentirem motivados a utilizar essa ferramenta, que é flexível, pois um OA bem preparado pode oferecer acesso ao conhecimento através de múltiplos modos de aprendizagem. Como recursos não consumíveis, os OA são rentáveis porque podem ser usados em um semestre ou outro de um curso, podendo ser redirecionado para cursos diferentes ou, até mesmo, para diferentes disciplinas e, praticamente, todos estão disponíveis gratuitamente. Sua personalização está no fato de que os professores têm a oportunidade de escolher aqueles que se adéquem ao seu próprio estilo de ensino e material de curso que usam.

4.2 Processo de construção de um Objeto de Aprendizagem

O processo de construção de um objeto de aprendizagem requer, principalmente, tempo e disponibilidade. Contando com um planejamento bem fundamentado, qualquer pessoa que tenha certa familiaridade com alguns aplicativos técnicos, próprios para tal fim, pode ser verdadeira autora de OA.

Quando se decide criar um OA, devem-se ter em mente, pelo menos, três pontos essenciais que projetem seu desenvolvimento. O primeiro diz respeito ao problema educacional que se está tentando resolver e/ou o tema que se pretende abordar no objeto de aprendizagem. Em primeiro lugar, é necessário identificar qual é o seu objetivo educacional. Existe algum conceito que os alunos não aprenderam de forma mais concreta através dos meios usuais? Assim sendo, talvez um OA bem desenvolvido possa ajudá-los a entender bem mais esses conceitos. Dessa forma, o OA promoverá para os estudantes uma oportunidade de explorarem algo que de outra forma não poderiam fazê-lo.

O segundo ponto releva as questões dos direitos autorais. Nessa era de fácil acesso a materiais digitais, é imprescindível ressaltar as questões de direitos autorais. Caso sejam usados materiais criados por alguém em seu OA, certamente se deverá obter permissão e dar a atribuição correta.

O terceiro ponto de destaque refere-se aos recursos disponíveis para que se possa desenvolver o OA. Para entender melhor essa questão, apresentamos algumas indagações: Terá apenas um único desenvolvedor, por exemplo, o professor, ou algum pessoal de apoio técnico para ajudar? Qual a experiência técnica do desenvolvedor e/ou de sua equipe? Qual o software que será utilizado? Quem irá manusear o software? E sobre o conteúdo, você tem um conhecimento denso sobre o tema, ou tem acesso a alguém que saiba suficientemente? Quanto tempo disponível você e os demais, se for o caso, têm para gastar com esse projeto? Os principais obstáculos para a criação de OA são a falta de tempo e a falta de conhecimentos técnicos.

4.2.1 Projetando a aprendizagem

Um OA é considerado bem sucedido se realmente facilitar a aprendizagem (WILEY, 2001). Esse é, sem dúvida, o ponto principal para que se tenha um OA de sucesso. Contudo, é possível assegurar que a aprendizagem ocorra? A questão de saber se está ocorrendo no

momento em que um estudante (usuário) utiliza um determinado OA pode ser difícil de responder, mesmo durante uma observação direta. Pode ocorrer de o melhor aluno de uma classe, mesmo utilizando um ótimo OA, não conseguir aprender o conteúdo desejado num determinado dia. No entanto, os autores de OA podem tomar algumas medidas para que seja mais provável a ocorrência da aprendizagem quando os alunos usarem esse recurso.

Vejamos algumas orientações citadas por Smith (2004) para o processo de criação de objetos de aprendizagem, para torná-los mais aptos a permitir a aprendizagem.

a) Manter o objetivo educacional em foco.

Que problema você está tentando resolver? Cada escolha que seja feita, durante a projeção e o desenvolvimento do OA, deve se referir ao seu objetivo educacional. No momento em que se propõem atividades e conteúdos para serem inseridos no OA, devem-se evitar adicionar atividades que não sejam relacionadas ao seu objetivo educacional. Ao mesmo tempo, procurar incluir apenas imagens, texto, sons, animações, vídeos etc., que estejam relacionados ao seu objetivo principal, pois uma tela cheia de imagens e de animações pode fazer com que o usuário se distraia e, conseqüentemente, fazendo-o perder o foco da aprendizagem. Inserir muito conteúdo também pode deixar o aluno confuso e perdido em um labirinto de informações.

b) Apresentar o conteúdo de forma adequada

Algumas estratégias para ajudar a selecionar e organizar os conteúdos são: Sempre que possível, devem-se utilizar exemplos retirados de dados do mundo real, preferencialmente, do cotidiano do aluno; Proporcionar cenários que instiguem a formação de opinião e gerem pensamento; Fazer uma conexão entre o conteúdo e a própria vida do aluno (ou que o aluno seja capaz de fazer essa ligação); Demonstrar conhecimentos novos para o aluno de uma forma memorável; Escolher conteúdos e exemplos mais concretos do que abstratos; Escolher conteúdos que construam conhecimentos a partir de conhecimentos prévios dos alunos.

c) Selecionar estruturas adequadas de atividades

A estrutura básica das atividades do objeto de aprendizagem é de extrema importância para relatar se a aprendizagem ocorre com facilidade, com dificuldade ou, raramente ocorre, quando o OA é usado.

Como já foi dito, a aprendizagem significativa ressalta a importância da criação de atividades em que os estudantes tenham uma participação ativa no processo de aprendizagem.

Os objetos de aprendizagem podem ser criados para incentivar e apoiar esses tipos de atividade, por meio da quais os alunos possam resolver problemas, tirar conclusões, comparar opções e pensar no que estão fazendo.

Nessas atividades, os alunos são capazes de fazer escolhas e tomar decisões. No entanto, deve-se estar ciente que essas escolhas sejam significativas, pois uma escolha que não requer pensamento significativo não reflete numa aprendizagem eficaz.

Outro modo seria oferecer *feedback* rápido, que seja construtivo e que leve os alunos a tomarem medidas para corrigir alguns erros. Desse modo, o objeto de aprendizagem ajudará o aluno a construir o próprio conhecimento.

d) Analisar a questão da avaliação

A avaliação difere do *feedback*, pois o *feedback* é dado durante o processo de aprendizagem, enquanto a avaliação acontece depois, para determinar o quanto de aprendizado realmente ocorreu.

Avaliação e objetos de aprendizagem é um tema muito complexo. Segundo Smith (2004), atualmente, os objetos de aprendizagem, normalmente, não incluem uma avaliação. Escolher o método de avaliação já é uma parte desse problema, se são questões de múltipla escolha, relatórios, respostas objetivas etc. Outro ponto é diz respeito à reutilização do OA. Caso alguém queira reutilizar um OA, a avaliação pretendida pelo outro pode não ser a mesma que a do desenvolvedor, já que as técnicas de avaliação variam com o tempo e de pessoa para pessoa.

4.2.2 Projetando a experiência do aluno

Mostrar o conteúdo de forma equilibrada para facilitar a aprendizagem do aluno nem sempre é tarefa fácil. Esse item contempla dicas de como apresentar o conteúdo escolhido, no momento em que se projetam o design gráfico e a usabilidade do OA.

a) Design gráfico

A parte do OA que os usuários veem e com que interagem é chamado de interface¹. A interface inclui o *layout*, as cores, os elementos de navegação e de controle do OA. A interface é separada do conteúdo, no entanto, ela define como o usuário pode acessá-lo. Uma interface bem projetada é quase transparente para os alunos, enquanto que uma mal projetada produzirá uma distração maior, o que acarretará numa desorganização do processo de aprendizagem.

¹ Segundo o Dicionário Houaiss, interface é o elemento que proporciona uma ligação física ou lógica entre dois sistemas ou partes de um sistema que não poderiam ser conectados diretamente.

O ideal é que o OA seja atrativo, sem que distraia os alunos do foco da aprendizagem. E para que tenha um bom design, é bem provável que se tenha que pedir ajuda a um designer gráfico, pelo menos para obter algumas orientações.

Outro aspecto com que se deve tomar cuidado são os contrastes de cores. Cores que são muito semelhantes aparentam estar em harmonia, porém pode ser difícil para algumas pessoas distingui-las. Cores que são muito diferentes se chocam, dando ao usuário uma sensação desconfortável.

Filatro (2008, p. 85) evidencia que, “diante das diferentes características das interfaces, ao planejar a interface do aprendizado eletrônico, devemos ter em mente, primeiro, como o aluno percebe a interface e, depois, como ele a manipula”. É importante reconhecer as possibilidades e as limitações da interface, já que toda a interação do aluno com os conteúdos e ferramentas ocorre a partir de sua interação com ela.

b) Usabilidade²

A usabilidade tem um papel importante no aprendizado eletrônico. Na interação entre o homem e o computador, a usabilidade normalmente se refere à simplicidade e à facilidade com que uma interface, um programa de computador ou um website podem ser utilizados. Ao utilizar um OA, os alunos devem estar concentrados em dominar o material (conteúdo) que estão tentando aprender, em vez de descobrir apenas como usar esse recurso. Assim sendo, sua experiência pode ser melhorada, caso a interface seja simples e clara.

A usabilidade de um OA depende, muitas vezes, da interface e da forma como os elementos são inseridos. Para tanto, devem-se tomar alguns cuidados, como: ter coerência na utilização de elementos de design; usar uma boa linguagem; estruturar um formato, aparência e funcionalidades adequadas; oferecer condições para que os usuários controlem suas alterações e tenham a liberdade de escolher a forma de executar as tarefas. Todas essas atitudes tornarão o OA mais utilizável. Entretanto, é necessário seguir algumas condições necessárias para que isso ocorra. Abaixo descrevemos algumas dessas condições com base em Smith (2004):

- Todas as telas ou páginas devem ter um layout, esquema de cores e aparência geral consistentes;
- Todos os elementos de navegação, como botões, links, etc., devem ser mantidos, sempre que possível, na mesma posição em cada tela;
- Se utilizar voz, o que é aconselhável, procurar usar sempre o mesmo tom;

² Usabilidade é um termo empregado para definir a facilidade com que as pessoas podem empregar uma ferramenta ou objetivo, a fim de realizar uma tarefa específica.

- Usar um número limitado de cores e tipos de letras ou fontes;
- Minimizar, ao máximo, a quantidade de texto por tela;
- Oferecer recursos para que o usuário possa desfazer alguma ação, bem como a opção de sair, enquanto o trabalho ainda está em andamento.

4.2.3 Projetando a acessibilidade

Ao estruturar os objetos de aprendizagem, não se deve deixar de fora a facilidade de acesso. Alguns técnicos já programam certos recursos, como leitores de tela e dispositivos de entrada alternativos.

Muitas melhorias podem ser feitas para melhorar a acessibilidade, independentemente de qual ferramenta se esteja usando para o desenvolvimento do OA, apesar de algumas delas facilitarem mais para a criação de recursos acessíveis do que outros.

Os alunos devem ter a oportunidade de usar o OA com uma variedade de dispositivos de entrada e/ou de saída, como mouse, teclado, voz, e assim por diante. Também devem ser capazes de iniciar, parar, pausar e controlar o ritmo do texto, imagens animadas, clips de vídeo e outros conteúdos que se movimentem, para evitar inserir itens com movimentos rápidos, pois isso pode provocar uma sensação de atordoamento em alguns alunos (SMITH, 2004).

4.3 Objeto de Aprendizagem: uma forma lúdica de ensinar e aprender

Ao utilizar objetos de aprendizagem, os alunos permanecem em plena comunicação e interação. Essa interação pode se dá através da resolução de problemas, análise de representações gráficas de possibilidades, simulações e participação ativa no próprio ambiente onde os OA estiverem localizados.

Martins (1997) destaca que a interação está entre as pessoas e é nesse espaço hipotético que acontecem as transformações e se estabelece o que consideramos fundamental nesse processo: as ações partilhadas, por meio das quais a construção do conhecimento se processa de forma conjunta. O importante é perceber que tanto o papel do professor quanto o

do aluno são olhados não como momentos de ações isoladas, mas como momentos convergentes entre si, e que todo o desencadear de discussões e de trocas colabora para que se alcancem os objetivos traçados.

A partir do que está sendo mediado pelo professor e tendo o computador como centro motivador, ao mesmo tempo em que o aluno explora o OA no computador, realiza atividades complementares ao comparar informações e organizar ideias. Sendo assim, ferramentas computacionais podem ser utilizadas na criação de ambientes construcionistas, desde que sejam utilizadas de forma adequada, como defende Papert (2008).

Nesse processo de interação, cada indivíduo tem uma participação no processo de aprendizagem. Para Lévy (2001), o coletivo terá sempre um destaque maior na gestão do conhecimento.

A inteligência ou a cognição são o resultado de redes complexas onde interagem um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos. Não sou “eu” que sou inteligente, mas “eu” com o grupo humano do qual sou membro, com minha língua, com toda uma herança de métodos e tecnologias intelectuais. [...] Fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, “eu” não pensaria. O pretense sujeito inteligente nada mais é que um dos micro atores de uma ecologia cognitiva que o engloba e restringe (LÉVY, 2001, p. 135).

Convém lembrar que, quando se fala em interação usuário-máquina, ou seja, aluno-computador, não se deve dar ênfase maior nem à máquina nem ao usuário. A interatividade é uma das principais características que dão suporte às ações e às reflexões sobre os objetos de aprendizagem.

Nesse aspecto de Ensino Interacionista de Aprendizagem, tem-se o aluno como centro, o professor assume o papel de mediador do processo de ensino e aprendizagem, o erro do aluno perde o caráter de punição e passa a ser visto como parte integrante do processo, e o meio pelo qual o professor pode verificar como o aluno está compreendendo os conceitos estudados. Fazendo a análise do erro, o professor passa a entender até que ponto seu aluno aprendeu a matéria e pode replanejar suas aulas de modo a torná-las mais dinâmicas.

A mediação pedagógica consiste no tratamento dos conteúdos e das formas de expressão dos diferentes temas, com o intuito de tornar possível o ato educativo, na perspectiva de uma educação concebida como participação, criatividade, expressividade e relacionalidade. Nesse caso, não interessa apenas transmitir uma informação, mas também uma informação mediada pedagogicamente (GUTIERREZ e PRIETO, 1994). A ideia é de que o professor atue como mediador na construção do conhecimento, propondo atividades que permitam aos alunos realizarem dois tipos de ação: o contato com o mundo virtual e, ao

mesmo tempo, com o mundo real, levando-os a trabalharem do concreto ao virtual e vice-versa.

Erroneamente, algumas pessoas acreditam que o ensino só acontece quando o professor faz uso de materiais concretos e/ou de TIC. Se for considerado o uso isolado dessas ferramentas no processo de ensino, os materiais concretos e as TIC, sozinhos, não são determinantes de uma postura tradicional ou construtivista, mas o modo de uso que damos a esses recursos ao conduzir uma determinada aula.

Nesse processo de inserção das TIC em sala de aula, como um apoio para a aprendizagem, com um fim educacional bem definido, elaboramos o objeto de aprendizagem Probabigude e o inserimos nas aulas de Matemática.

4.4 Probabigude³

O Probabigude foi criado pensando-se exatamente nas dificuldades de aprendizagem sobre os conceitos de probabilidade que muitos alunos enfrentam, pois, como já foi ressaltado, no que diz respeito ao ensino de probabilidade nas aulas de Matemática do Ensino Médio, a maior parte dos livros didáticos tem uma gama de exercícios úteis para o aprendizado de probabilidade. Porém, é notável a falta de uma ligação mais direta com a realidade do aluno. Diante dos problemas expostos, o OA Probabigude foi projetado com a expectativa de proporcionar um ambiente de simulação, lúdico, criativo e interativo e em que é explorado o cotidiano.

O Probabigude retrata uma partida virtual de um jogo muito comum nas comunidades de cidades do interior, que é o “Jogo de Bolas de Gude”, e contribui com a construção de conceitos de probabilidade. Em se tratando da escola escolhida para esta pesquisa, é muito comum crianças e adolescentes estarem nesse contexto de jogo de bolinhas de gude. Geralmente, pensa-se que é um jogo apenas para crianças, mas perpassa todas as idades.

4.4.1 *Bolinha de gude: jogo e curiosidades*

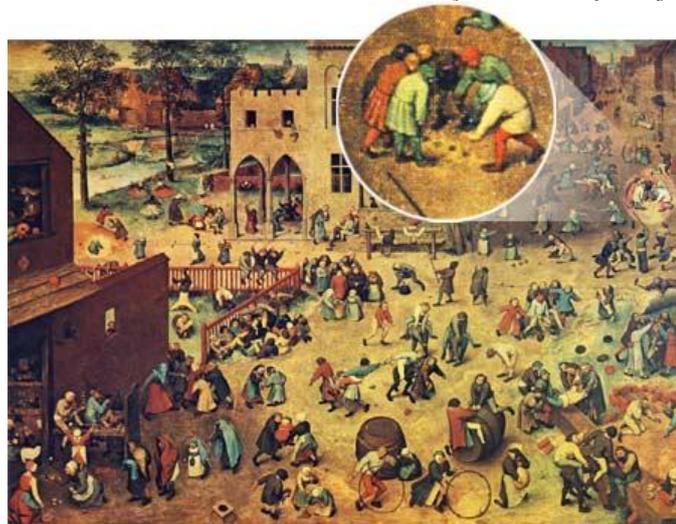
³ *Probabigude*: Probabilidade no Jogo de Bolas de Gude.

A origem exata dos jogos com bolas de gude é incerta, porém, relatos e registros históricos, arqueológicos e culturais revelam que é um hábito popular muito antigo. As primeiras notas são do ano 3000 a.C. Bolinhas foram encontradas em túmulos egípcios dessa época, segundo o pesquisador Robert Azoubel. Também há registros da brincadeira no Império Romano, inclusive entre adultos, segundo o historiador Câmara Cascudo (COSTA, sd).

Também se verificou que os gregos antigos praticavam diversos tipos de jogos utilizando pequenas esferas; que em 1435 a.C. as crianças cretenses brincavam com pedrinhas redondas de ágata ou jaspe; e que nos tempos da Roma imperial essa brincadeira, conhecida por eles como “*esbothyn*”, era tão popular que o imperador César Augusto costumava parar na rua, para assistir as partidas. E segundo se assevera, foram os legionários romanos que levaram esse divertimento até o ponto mais distante das fronteiras de seu império. (DANNEMANN, 2008, p. 1)

O jogo, embora antigo, é muito comum na cidade de Casinhas - PE - e entre crianças, jovens e até adultos, razão por que muitas localidades organizam divertidos campeonatos.

Fig. 02 – Reprodução do quadro Children's Games, de Pieter Bruegel (1560), pertencente ao Kunsthistorisches Museum, em Viena, mostrando várias brincadeiras de crianças, no destaque, o jogo de bola de gude

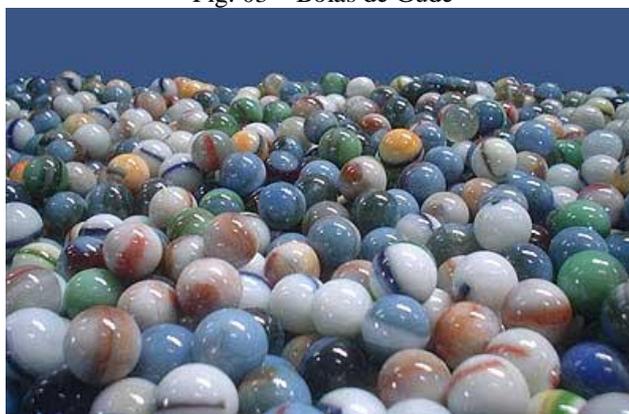


Fonte: <http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude2.htm>

No início, as bolinhas de gude não eram de vidro, eram sementes com formas arredondadas e pedrinhas redondas confeccionadas de madeira, mármore, argila e cerâmica, que só passaram a ser produzidas de vidro a partir do Século XV. É o material mais usado atualmente (COSTA, sd; DANNEMANN, 2008). Foi com as bolas de vidro que a brincadeira chegou ao Brasil, trazida pelos colonizadores portugueses.

Atualmente, as bolinhas de gude são produzidas a partir de sucata de vidros, como, por exemplo, restos de lâmpada, garrafas, janelas e embalagens. O material é derretido a uma temperatura de cerca de 1200°C e despejado em pequenas quantidades em canos cortados no meio pelo comprimento. Os canos sofrem vibrações, e o vidro derretido escorre para cima e para baixo, tomando uma forma esférica, à medida que a massa esfria (COSTA, sd).

Fig. 03 – Bolas de Gude



Fonte: <http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude3.htm>

Para se jogar, o chão de terra é o ideal, mas dá para jogar em terrenos asfaltados e em pisos, marcando, nesse caso, a arena com giz. Porém, isso implica fazer algumas adaptações nas modalidades que necessitam de buracos, como substituí-los por círculos, por exemplo.

Existem várias maneiras de jogar, sempre tendo como objetivo conquistar as bolas do adversário. “As jogadas podem ser feitas de perto, de longe, de uma vez só ou aos petelecos. Cada modalidade tem um nome, que pode variar dependendo da região do país: búlica, borroca, fubeca, ximbra e berlinde são algumas mais populares.” (COSTA, sd, p. 1).

No Brasil, há uma infinidade de nomes para o jogo, conforme a região ou a época, como bola de gude, birosca, burquinha, berlinde, búlica, bolita, baleba, bilosca, biloca, bila, bugalho, búraca, búrica, bute, cabiçulinha, clica, firo, guelas, piroasca, ximbra, boleba e boleba.

Existem vários modos diferentes de jogar, seja tentando acertar as bolas nas áreas delimitadas, como linhas, círculos e buracos, ou tentando acertar nas bolas do adversário, podendo conquistá-las para si ou não, dependendo do combinado antes do jogo (COSTA, s.d.). Dentre as modalidades de jogo de bolinhas de gude, escolhemos o triângulo, adaptado como círculo, que é a modalidade mais apreciada na Região Nordeste, especificamente, no interior de Pernambuco.

Fig. 04 – Imagem do Jogo de Bola de Gude



Fonte: iStockphoto/Ron Bailey. Disponível em: [http:// http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude1.htm](http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude1.htm)

Algumas das modalidades de jogo de bolas de gude, com buracos no chão, são: loca, oca, búlica, búrlica, birosca ou berlinde. Esses nomes podem variar de acordo com a região do país, como também suas regras. As modalidades descritas estão baseadas nas citadas por Costa (sd).

LOCA: Consiste em fazer um buraco no chão e, de uma distância de aproximadamente três metros, cada jogador deve tentar acertar a bolinha no buraco. Quem conseguir ganha uma bola de cada jogador; quem errar vai para o fim da fila. Ganha o jogo quem conquistar mais bolas adversárias.

OCA: Nessa modalidade, desenha-se um círculo de cerca de três metros de diâmetro e faz-se um buraco bem no meio, um pouco maior que o tamanho de uma bola de gude. Todos os jogadores jogam uma bola em direção ao buraco, com o objetivo de acertar a bolinha nele.

BÚLICA, BÚRICA, BIROSCA ou BERLINDE: essas modalidades consistem em fazer três buracos em linha no chão, com uma distância de cerca de dois metros entre cada. Para decidir quem começa, cada participante joga uma bolinha em direção ao último buraco, e ganham preferência os que chegarem mais perto. O jogador começa lançando uma bola em direção ao primeiro buraco, se errar, passa a vez para o próximo, se acertar, tenta novamente, mirando no segundo buraco, e assim por diante. O objetivo é acertar os três buracos em sequência, na ida e na volta. Quando acertar o primeiro buraco pela segunda vez, ele ganha o direito de “caçar” as bolinhas dos adversários. Isso significa que as bolinhas que ele acertar com a sua ficam para ele. Essa modalidade pode ter regras diferentes para cada região do país, como, por exemplo, a búlica, que consiste em ter três buracos no chão, enquanto, em outros lugares, apresenta quatro.

Das modalidades do jogo de bolas de gude sem buracos no chão, destacamos o triângulo ou círculo e o mata-mata.

TRIÂNGULO: Desenha-se um triângulo no chão e colocam-se, em seu interior, as bolinhas dos jogadores. Em alguns países e Estados do Brasil, as crianças desenhavam círculos. Os jogadores têm o objetivo de “matar” as bolinhas dos adversários. Para isso, jogam uma bola contra a do adversário, tentando tirá-la de dentro do espaço, usando uma das suas para “tecar” (acertar de leve) as do outro e tirá-las do espaço delimitado, até que não reste mais nenhuma delas. A bola que ele jogar não pode ficar dentro do triângulo, senão ele perde a vez.

Nas escolas, lugar onde é muito frequente a brincadeira, geralmente o chão é liso, e os alunos costumam riscar com giz círculos no chão, para simbolizar a região onde as bolas serão dispostas.

MATA-MATA: É a mais simples das modalidades: cada jogador deve tentar acertar a bola do adversário e, assim, ganhá-la para si. O jogo começa com cada participante escolhendo um lugar para colocar sua bolinha no chão, em espaço livre. O primeiro jogador tenta acertar as dos seus adversários, e assim por diante. O jogo só acaba quando os participantes quiserem.

A característica central do jogo de bola de gude é, praticamente, acertar a bolinha do adversário. Os jogadores, geralmente, buscam acertar as bolas mais coloridas, mais conservadas e mais bonitas. Esse fato nos fez aproximar a ideia de escolha da bola para acertar com a das possibilidades de escolha das probabilidades estudada nas aulas de Matemática. Já que esse é um jogo muito frequente nas escolas, principalmente, nas do interior, tentamos aproximar atividades lúdicas do cotidiano do aluno com os conteúdos matemáticos, mais especificamente, probabilidade.

Há muitas curiosidades sobre esse jogo que passam despercebidas. Existem campeonatos de bolinhas de gude espalhados por todo o mundo, e o mais conhecido é o Campeonato Mundial de Bola de Gude, que acontece anualmente, desde 1992. Apesar de ser um campeonato mundial, geralmente é disputado entre equipes inglesas e alemãs, talvez por não ser tão divulgado em outros países. O último ocorrido foi na cidade de Tinstey Green, na Inglaterra, em 2010.

Fig. 05 – Campeonato Mundial de Bola de Gude em Tinstey Green, Inglaterra, 2010



Fonte: Getty Imagens. Disponível em: <http://www.abril.com.br/noticias/fotos/bolinha-de-gude-campeontao-mundial-2010-545786.shtml>

Outra curiosidade interessante é o jogo virtual “Bola de Gude”, que foi criado em 2005 pelo programador José Lúcio Mattos, conhecido como Slotman. Pensando no fato de que a brincadeira tem sido feita com menos frequência, o que ocorreu desde os grandes centros, como também na periferia, e devido à falta de espaço para ser realizada, porquanto era praticada em terra e em campinhos, ocupados hoje pelos asfaltos, Slotman resolveu levá-la para o mundo virtual, já que o uso do computador é comum, nos dias atuais. O game tem três modalidades diferentes: mata-mata, búlica e buraco, de que podem participar até quatro jogadores ao mesmo tempo e pode ser baixado no site: <http://jogos.uol.com.br/fichas/pc/boladegude.jhtm>.

Fig. 06 – Jogo Virtual Bola de Gude



Fonte: <http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude4.htm>

Fig. 07 – Modalidade de Jogo do game Bola de Gude



Fonte: <http://www.overmundo.com.br/overblog/bola-de-gude-a-tecada-certeira>

Outra curiosidade sobre bolinhas de gude é que elas são utilizadas como instrumentos para se votar em uma eleição de um país africano, Gâmbia. Segundo o diretor da comissão eleitoral, Kawsu Ceesay, esse sistema foi introduzido desde 1965, por conta do alto índice de analfabetismo daquele lugar. Os eleitores depositariam as bolinhas em tambores pintados pelas cores que representavam os partidos e, à medida que cada bolinha caía nos tambores, soava a zoadada de um sino, que era colocado abaixo de cada tambor para evitar que os eleitores votassem mais de uma vez (BBC, 2006).

4.4.2 *Construção do Probabigude*

Para construir o Probabigude, tivemos apoio de um designer gráfico, que elaborou as imagens, de alguns alunos do Curso de Computação, que desenvolveram o aplicativo, e de uma equipe pedagógica, em que o pesquisador ficou responsável pelo conteúdo, e a orientadora, pelo apoio pedagógico⁴. O desenvolvimento transcorreu simultaneamente aos estudos de uma disciplina do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB, chamada *Tópicos de Ensino de Matemática: objetos de aprendizagem*, que previu a elaboração de um objeto de aprendizagem.

Assim, seguimos um modelo pré-determinado pelo RIVED. Inicialmente, projetamos o objeto de aprendizagem em forma de mapas. Primeiramente, descrevemos o mapa conceitual, que apresenta o conteúdo a ser utilizado no OA.

⁴ Ficam expressos os meus agradecimentos a Hélio de Meireles, Rodrigo Lins, Douglas dos Santos e Filomena Moita, pessoas fundamentais na elaboração do OA Probabigude.

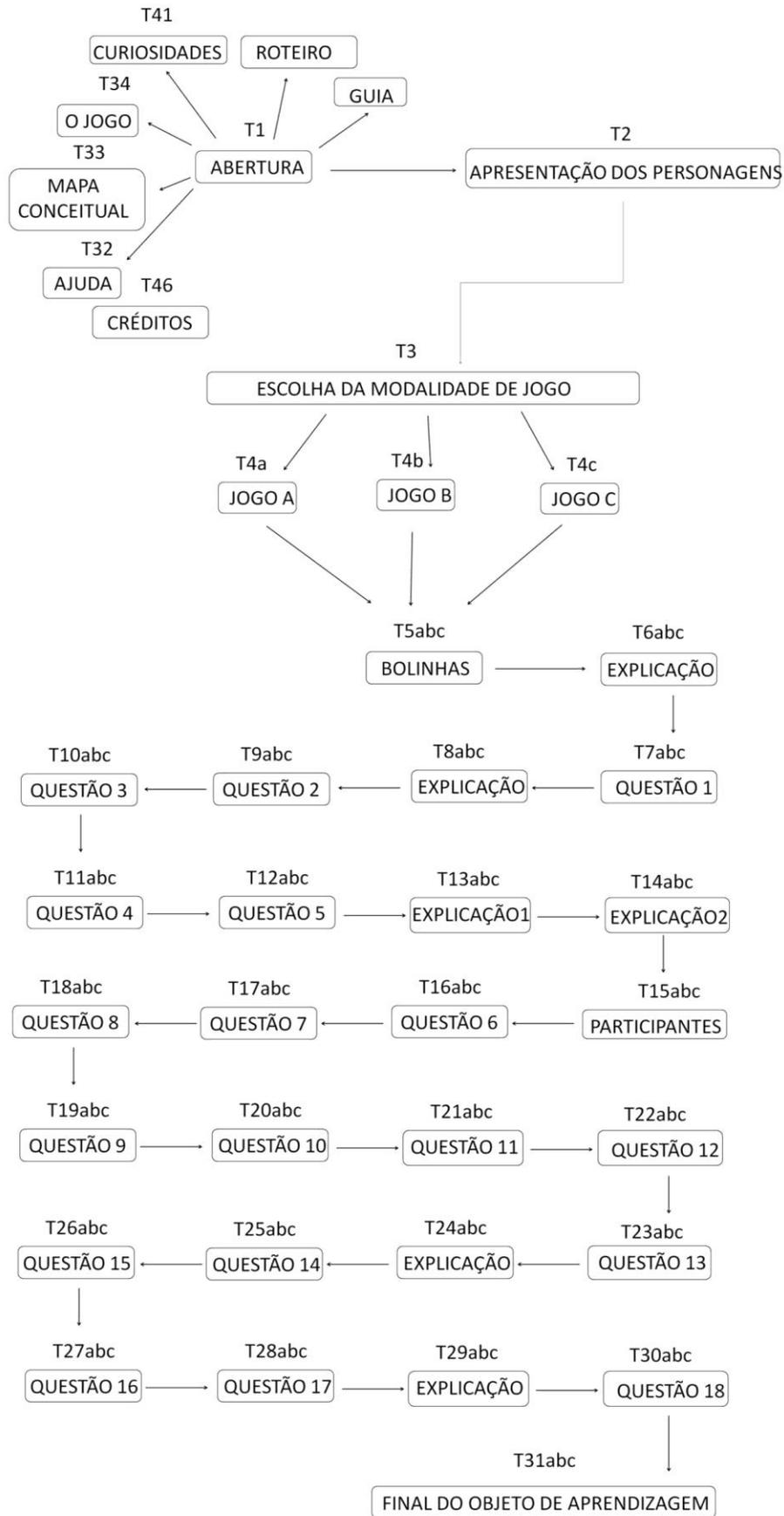
Fig. 08 – Mapa conceitual de Probabilidade usado para a construção do Objeto de Aprendizagem Probabilidade



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabilidade

O processo de elaboração do mapa conceitual foi importante, no sentido, principalmente, de entender quais os conceitos estariam envolvidos no OA. Logo depois, foi elaborado o mapa navegacional, que descreve, passo a passo, a navegação do OA.

Fig. 09 – Mapa navegacional usado para a construção do Objeto de Aprendizagem Probabilidade



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Depois de elaborado o plano e representado em forma de mapas, passamos ao próximo passo, que foi escrever um roteiro para o Objeto e escrever um Guia para o Professor, onde enunciaremos os objetivos, as habilidades e que atividades estariam sendo contempladas, além de uma série de outros itens, como tempo de execução, público-alvo, roteiro de execução, atividades complementares, com ou sem auxílio do computador.

Vale ressaltar que foi necessário selecionar alguns softwares para seu desenvolvimento. Nesse ponto, a ajuda dos profissionais da Computação foi imprescindível. Inicialmente, usamos o Adobe Captivate 4, que permitiu, além de outras funções, colocar atividades diretamente no OA. Mais tarde, passamos a utilizar o *flash* para finalizar o objeto.

Para a produção do OA, foi utilizada a linguagem de programação *Action Script 3.0* (AS3) no ambiente de desenvolvimento *Adobe Flash CS4*. Como resultado, tem-se um *software* multiplataforma, o que significa que pode ser executado em qualquer sistema operacional, desde que tenha o *Adobe Flash Player* instalado.

O Probabigude tem um design interativo, que conduz o usuário a avançar ou a retroceder as telas, e a usar o OA, se assim achar conveniente. Tudo isso disponível em um *menu* interativo exposto em cada tela. No *menu* inicial, além da opção de iniciar o jogo, o usuário também contará com alternativas para verificar o mapa conceitual, o roteiro, o Guia do Professor, explicações sobre o jogo de bolinhas de gude, curiosidades e ajuda. Outra opção disponível no *menu* será o de Créditos, em que estarão registrados os responsáveis pela elaboração do OA.

Algumas telas são apenas de caráter informacional sobre como usar o OA; outras, com ajudas relacionadas ao conteúdo matemático abordado, que pode ser facilmente acessado através do *menu* AJUDA e MAPA CONCEITUAL, disponível nas demais telas. Além disso, o usuário pode voltar ao início a partir de qualquer tela do OA, clicando na palavra INÍCIO, disponível no *menu*.

Fig. 10 – Exemplo de tela apresentando o *menu*



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

No OA, teremos quatro personagens usados para apresentar as telas e para a disputa do jogo de bolas de gude (Ver figuras 11 e 12).

Os personagens mais adultos, de nomes fictícios, Moisés e Ana, têm a função de apresentar os textos das telas e participam das jogadas. Além de apresentar o texto na própria tela, o OA faz a leitura sonora dos textos, o que caracteriza, mais ainda, a acessibilidade ressaltada por Smith (2004). Os personagens mais jovens, de nomes fictícios, Jackson e Neila, representam personagens que estão disputando o jogo.

Fig. 11 – Exemplo de tela com personagens e texto



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 12 – Exemplo de tela com personagens do jogo



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

O OA contempla três modelos de jogos de bolinhas de gude, que são diferenciados entre si pela quantidade de bolinhas e que são seguidos da escolha que o usuário fizer.

Fig. 13 – Tela com modelos de jogos



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Depois de escolher um modelo de jogo, o usuário passará a interagir com os seus personagens, refletindo e respondendo a questões sobre conceitos de probabilidade. Vale

saliar que o professor (mediador) deve lembrar aos usuários que a posição das bolinhas deverá ser desprezada, conforme consta no Guia do Professor no próprio OA.

Fig. 14 – Tela com modelo de atividade



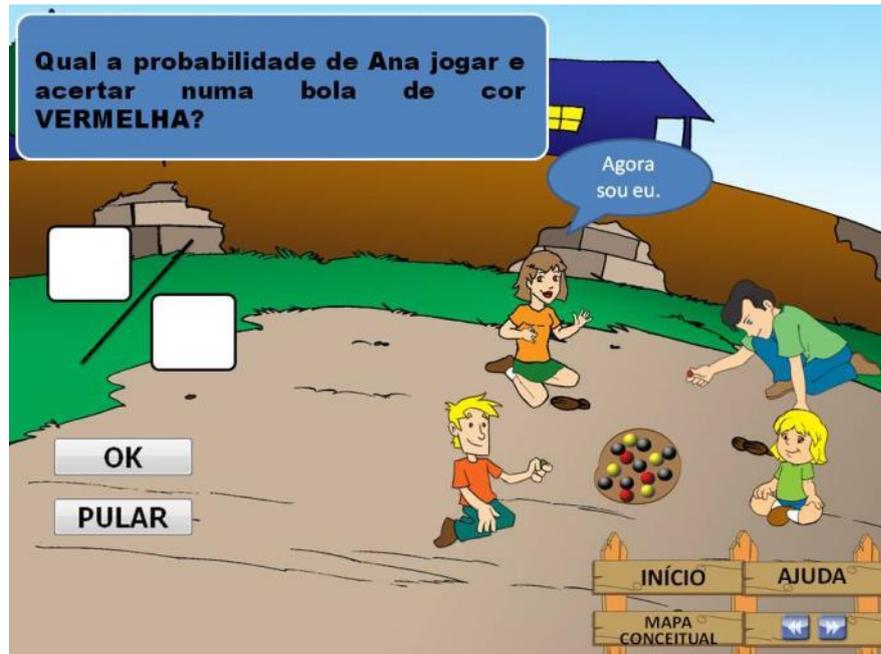
Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 15 – Tela com modelo de atividade



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 16 – Tela com modelo de atividade



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 17 – Tela com modelo de atividade



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

O Probabigude passou por alterações significativas, desde a sua primeira versão, como por exemplo, a inserção de voz, personagens adultos e *menu* interativo em cada tela, bem como a mudança das cores das bolinhas de gude. A descrição completa de cada tela está disponível no Roteiro e pode ser acessada diretamente no OA a partir do *menu*.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia usada nesta pesquisa foi baseada nos estudos sobre pesquisa qualitativa (BOGDAN E BIKLEN, 1994; ANDRÉ E LUDKE, 1986; BAUER E GASKELL, 2000), com auxílio da observação participante, que consiste de um estudo centrado numa organização particular ou em algum aspecto particular dessa organização (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Entendemos que, para este estudo, a pesquisa qualitativa foi a mais apropriada porque foi dada mais ênfase ao processo do que ao produto e é mais adequada para inquirir realidades que não podem ser quantificadas, como por exemplo, significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes (MINAYO, 1999). Não foi rejeitada a contribuição de dados quantitativos, uma vez que foram usados como complementos para se chegar à compreensão da realidade estudada.

Dentre as modalidades de pesquisa qualitativa, escolhemos o estudo de caso, que consiste na observação minuciosa de um contexto ou indivíduo de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Trabalhamos com 10 alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio, de ambos os sexos, na faixa etária de 17 a 20 anos, da Escola Municipal Antônio Francisco de Paula. Trata-se de uma escola pública, localizada no “Sítio Bengalas”, zona rural da cidade de Casinhas, no interior de Pernambuco. No que se refere a sua estrutura física, além de banheiros, quadra de esportes, cantina e espaços reservados para a secretaria e a direção, a escola conta com oito salas de aula, uma biblioteca e um laboratório de informática. Funciona nos turnos matutino, vespertino e noturno. No turno matutino, funcionam seis turmas das séries iniciais do Ensino Fundamental e duas de Educação Infantil. O turno vespertino tem cinco turmas, que contemplam as séries finais do Ensino Fundamental. O noturno funciona com uma turma de 7ª série (8º ano) e uma de 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental, uma turma da 2ª fase da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e uma turma de cada série do Ensino Médio. No caso do Ensino Médio, atualmente funciona como uma extensão da Escola Estadual João XXIII, localizada na sede da cidade. A escolha da escola se justifica por ser campo de trabalho e de estudo do professor pesquisador.

Os sujeitos participantes da pesquisa, como descrito anteriormente, são de uma turma de 3º ano do Ensino Médio. Por ser uma turma que se encontra no último ano de estudo do Ensino Médio, em consonância com outros professores, colegas de trabalho, percebemos

alguns problemas referentes ao ensino e à aprendizagem, principalmente a falta de interesse e de conhecimento dos conteúdos das séries anteriores. A impressão que se tinha da turma era de que todos já se sentiam aprovados apenas pelo fato de estarem no último ano. Em se tratando das aulas de Matemática, não era diferente. A maioria demonstrava desinteresse pela disciplina e, não raras vezes, não percebia aplicação dos estudos em seu cotidiano. Então, a escolha pela turma surgiu mais de uma inquietação sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática do que de uma simples escolha aleatória.

No entanto, no momento em que a pesquisa foi trazida para a escola, foi deixado bem claro que não seria obrigatória a participação. Portanto, não tivemos a participação de todos. Alguns não participaram por não terem tempo disponível, já que os encontros da pesquisa ocorreriam em horário diferente para não prejudicar as aulas; outros, por falta de interesse. Não queríamos usar a pesquisa como uma obrigação, mas como um fator de espontaneidade, que gerasse (ou não) uma aprendizagem subjetiva. Portanto, ficamos focados em um grupo de 10 alunos, que serão tratados na pesquisa por nomes fictícios criados por eles mesmos, aos quais eles chamam de nickname⁵.

Para verificar a construção de novos conceitos de probabilidade nos alunos da turma selecionada e a relação desses novos conceitos com os conceitos prévios dos alunos, estão sendo utilizados, como instrumentos de coleta de dados, duas atividades, que chamamos de pré-teste e pós-teste, e a intervenção com o uso do objeto de aprendizagem Probabilidade.

Para a coleta dos dados, além das observações, foi entregue uma folha de relatório para que o aluno descrevesse as estratégias e os caminhos utilizados para resolver os problemas gerados pelo OA. No momento da aplicação do OA, também foi feito um registro de imagens.

Usamos esse registro de imagens para apreender, da forma mais clara possível, como os alunos se comportam no momento do uso do recurso tecnológico utilizado, pois “a utilização mais comum da câmera fotográfica é talvez em conjunção com a observação participante” (BOGDAN e BIKLEN 1994, p. 189). Nesse sentido, quase sempre, é utilizada “como um meio de lembrar e estudar detalhes que poderiam ser descurados se uma imagem fotográfica não estivesse disponível para os reflectir” (IDEM).

Para completar as observações, utilizamos um diário de campo, com o objetivo de registrar ideias, estratégias, reflexões e palpites. “Isto são as notas de campo: o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha [...] esse termo

⁵ Trata-se de um apelido, um nome descritivo, dado em lugar de, ou em adição ao nome oficial de uma pessoa, lugar ou coisa.

refere-se coletivamente a todos os dados de um estudo qualitativo” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 150).

A pesquisa consistirá de três etapas. Antes de apresentá-las, lembramos que elas seguirão depois que a turma selecionada tiver estudado o assunto “Probabilidade”, pois, para esta pesquisa, supõe-se que os alunos já tenham visto em seu conteúdo programático esse conteúdo, porquanto, como relatamos no capítulo 3, esse tema é previsto para ser tratado no 2º ano do Ensino Médio.

5.1 Coleta

Nesta pesquisa, a coleta dos dados foi elaborada em três etapas, a saber: um pré-teste, a aplicação do OA e um pós-teste. Antes de serem aplicadas as três etapas da pesquisa, houve um primeiro encontro, no dia 30 de março de 2011, para que fosse explicado à equipe gestora e aos 10 alunos envolvidos na pesquisa como seria o desenrolar das etapas. Os encontros aconteceram em uma das salas de aula usual da escola; apenas a aplicação do OA ocorreu na sala do Laboratório de Informática que, no momento da aplicação do OA, não estava em pleno funcionamento, tendo em vista problemas técnicos nos computadores. Por esse motivo, não conseguimos utilizar todos os computadores e tivemos que substituir alguns por notebooks, disponibilizados por outros colegas de trabalho.

1ª Etapa: O pré-teste

Consistiu de um questionário com perguntas fechadas e abertas sobre probabilidades, com o intuito de fazermos um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos.

2ª Etapa: Aplicação do OA

Nesse momento, utilizamos o OA “Probabigude” com a finalidade de promover uma interação entre professor, computador e aluno, acicatando os alunos a se comunicarem, tornar a aprendizagem mais significativa e, por conseguinte, melhorar o processo de resolução de problemas nas aulas de Matemática, em especial, do conceito de probabilidade.

3ª Etapa: O pós-teste

Na terceira e última etapa, empregamos outro questionário, diferente do primeiro, mas com questões de mesmo teor de dificuldade, para levantar dados sobre os conhecimentos adquiridos pelos alunos depois de resolverem problemas matemáticos ao usar o OA.

5.1.1 Pré/Pós-teste e aplicação do Objeto de Aprendizagem PROBABIGUDE

Na primeira etapa, foi feito um levantamento sobre os conhecimentos adquiridos, o pré-teste, relacionado aos conceitos que seriam abordados no OA que faria parte da segunda etapa. Já a terceira e última etapa foi o pós-teste, que consistiu em um novo levantamento dos conhecimentos dos alunos, feito depois da aplicação do OA. Cada teste foi resolvido numa aula de 60 minutos, com início às 19h15min e término às 20h15min. O pré-teste foi aplicado no dia 20 de abril de 2011, e o pós-teste, no dia 11 de maio de 2011. Inicialmente, foi explicado como deveriam ser respondidas as perguntas, esclarecendo que os alunos deveriam fazer individualmente, sem consultar livros, materiais tecnológicos ou similares. Em seguida, foram explicitados os objetivos da aplicação desse teste, como forma de sondar os conhecimentos que os alunos detinham sobre o tema probabilidade, no caso do pré-teste, e como forma de verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos após usarem o Probabigude, no caso do pós-teste.

Cada teste consistia de 12 questões que abordavam alguns conceitos de probabilidade, que foram elaboradas seguindo um modelo utilizado por Green (1982) para verificar o nível de pensamento probabilístico de estudantes da Inglaterra. Algumas questões foram encontradas na tese de Doutorado da Prof^a Celi Lopes (2003); outras foram adaptadas do livro “Curso de Análise Combinatória e Probabilidade”, de Julianelli et al (2009), conforme apêndice C.

A segunda etapa consistiu na aplicação do objeto de aprendizagem: “Probabigude”. A aplicação foi feita em duas aulas de 60 minutos, com início às 18h30min e término às 20h30min, no dia 04 de maio de 2011. Inicialmente, foram explicitados os objetivos da aplicação do OA, o pesquisador explicou, de forma rápida, a interface do Objeto e, em seguida, pediu para que os alunos iniciassem o jogo e descrevessem suas jogadas.

5.2 Análise e discussão dos dados

Neste tópico, serão discutidos e analisados os resultados verificados por meio da realização desta investigação.

A análise dos dados foi realizada com base nas respostas dos alunos sobre as questões que retratavam conceitos de probabilidade contidos nos questionários, denominados de pré-teste e pós-teste, das estratégias descritas por eles ao utilizarem o OA, como também na observação e no registro de notas de campo, efetuado pelo pesquisador no momento em que os alunos usavam o OA.

Dos dez alunos envolvidos na pesquisa, três eram homens, e sete, mulheres, que foram identificados, respectivamente, pelos seguintes nicknames: Jcjoie, Brown, Mandy, Lan, Blair, Xena, Thó, Hombre, Nyce e Mel.

Cada questão tinha um objetivo específico relacionado aos conceitos sobre probabilidade, e por meio das respostas dos alunos, identificamos quais estão aproximadas do objetivo da questão. Os objetivos traçados para as questões estão intimamente ligados ao planejamento didático, que é previsto para as Unidades Didáticas da escola. Nesse caso, recorreremos aos documentos oficiais que orientam teórico-metodologicamente o ensino de Pernambuco.

Para a elaboração desses objetivos, buscamos apoio nos textos da Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: Matemática, em cujo texto é defendido que, durante o Ensino Médio, a ideia de probabilidade deve ser ampliada

de forma que o aluno, ao final dessa etapa, seja capaz de estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento. O conceito pode ser, também, ampliado para situações em que seja necessário identificar a probabilidade da união e da interseção de eventos, os eventos disjuntos e o conceito de independência de eventos (SEEPE, 2008, p. 111).

Para o pré-teste, a partir das respostas coletadas e da sua relação com os objetivos traçados para as questões, buscamos identificar os conhecimentos prévios que os alunos detêm sobre probabilidade. Destacamos a importância da estrutura cognitiva prévia porque, como ressaltam Ausubel et al (1983, p. 6), "... o fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Descubram o que é e o ensinem em sequência". Para o pós-teste, ocorrido depois da aplicação do OA, e a partir das respostas coletadas e da relação entre essas respostas e os objetivos traçados para as questões, procuramos identificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos através de uma comparação com os resultados obtidos no pré-teste, de modo a verificar se o uso do OA promoveu uma melhoria no ensino de probabilidade.

5.2.1 *Análise do pré-teste*

A primeira e a segunda questões tinham como objetivo identificar a concepção do aluno sobre a igualdade dos possíveis resultados das possibilidades de um experimento.

Questão 1: Uma ficha redonda é preta, de um lado, e branca, do outro. Ao lançar essa ficha para cima, ela dará voltas no ar. Ao cair, qual a face que tem mais possibilidade de sair? Ou você pensa que não há diferença entre os dois lados?

Para responder às questões, foi pedido que os alunos argumentassem suas respostas, de modo que muitas vezes vale-se mais do argumento do que de uma resposta numérica, pois, o nosso intuito está em encontrar os conhecimentos que eles possuem.

Seis alunos responderam, coerentemente e com argumentos, a essa questão. Para eles, as duas têm a mesma possibilidade. Das respostas obtidas, percebemos duas ideias que estão fundamentalmente relacionadas com probabilidade: a relação probabilidade/porcentagem e probabilidade/proporção, como mostram estas falas:

Jcjoe: *“Ambas têm a mesma possibilidade, 50%”*⁶.

Mandy: *“Não há diferença, tanto uma quanto a outra tem a mesma possibilidade, 1 chance em 2. 1/2 para cada”*.

Em um estudo feito por Green (1982) para verificar o nível de pensamento probabilístico de estudantes da Inglaterra, uma de suas principais conclusões sugere o conceito de proporção como sendo crucial para a compreensão do conceito de probabilidade (LOPES, 2003). Contudo, tivemos 40% de respostas argumentadas divergentes do objetivo da questão, como por exemplo, a de Nyce, que respondeu: *“Vai cair a branca por ser uma cor mais clara e, portanto, menos densa”*.

Questão 2: Quando se lança um dado, quais os números que são mais difíceis de obter? Ou são todos iguais?

Seguindo o mesmo objetivo da primeira, a questão 2 também buscava identificar se os alunos compreendem que há uma igualdade nos possíveis resultados.

Nessa questão, 90% dos alunos argumentaram corretamente, e a ideia mais utilizada nas respostas foi a de fração. Os alunos justificaram suas respostas utilizando a fração 1/6 para identificar a possibilidade de cada número ocorrer.

⁶ As citações referenciadas como respostas dos alunos não foram modificadas. Mantivemos a forma original.

É muito comum, em livros didáticos, o tema probabilidade ser tratado apenas com recorrência aos jogos de azar (CARMO, 2007), e o jogo com dados é, certamente, o mais encontrado, o que pode ser um motivo para que as respostas dos alunos tenham relação com o conceito de razão (fração). Um deles ainda acrescentou: *“As chances são iguais para todas as faces, se for um dado justo”* (BROWN).

A aluna Mel considerou que os números 5 e 6 são mais difíceis de ocorrer, porém não justificou.

A terceira e a quarta questões tinham como objetivo identificar a noção do aluno em relação ao número de chances de ocorrência de um evento.

Questão 3: Em uma urna A, há três fichas pretas e uma branca. Na urna B, duas pretas e uma branca. Se você tem que retirar uma ficha preta para ganhar um prêmio, sem olhar dentro da urna, qual a urna que você escolheria para fazer a extração? Por quê?

Nessa questão, através da escolha feita pelo aluno, chegaríamos ao objetivo desejado, caso ele escolhesse a urna em que há uma quantidade maior de fichas da cor pretendida.

Seis respostas foram dadas de forma direta. Mandy, Blair, Xena, Thó, Nyce e Mel disseram que escolheriam a urna A porque *“ela contém mais ficha da cor preta”*. Essa resposta ainda deixa a desejar, porquanto ter mais quantidade de ficha de uma cor não quer dizer que se tenha uma maior probabilidade de ocorrer, como pode ser identificado na quarta questão.

Apenas Brown considerou que havia chances iguais nas duas urnas.

Segundo a Base Curricular Comum das Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: Matemática, no Ensino Médio, espera-se que o aluno já tenha condições suficientes de utilizar um modelo matemático para calcular a probabilidade de um evento (SEEPE, 2008). Nessa questão, não tínhamos o objetivo de chegar a esse modelo matemático, porém, através de algumas respostas, observamos que os alunos já tentam resolver as questões buscando uma aproximação com um valor que simboliza a probabilidade.

Isso pode ser bem evidenciado na resposta de Jcjoie, em que ele argumenta que escolheria a urna A porque nela há *“3/4, 75% de chance, e na urna B, são apenas 66%, 2/3”*.

Outro ponto importante foi encontrado nas respostas de Lan e Hombre. Eles tentam identificar a melhor possibilidade através de agrupamentos usando P para fichas pretas e B para fichas brancas. Ambos responderam: *“A urna A por que A: 3p, 1b; B: 2p, 1b. Mesma quantidade de fichas brancas mais a A possui uma ficha preta a mais”*.

Questão 4: Outra urna tem em seu interior algumas fichas pretas e brancas.

Urnas C: 5 pretas e 2 brancas

Urna D: 5 pretas e 3 brancas

Qual a urna que apresenta mais possibilidades de se retirar uma ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

Nessa quarta questão, tivemos o intuito de identificar se o aluno faz relação entre a parte pretendida e o todo, que a questão anterior deixa de contemplar. A quantidade de fichas pretas é igual nas duas urnas, e o que diferencia é a quantidade de fichas brancas. Esse foi o argumento mais utilizado pelos alunos. Cinco deles escolheriam a urna C porque “*a urna D possui uma ficha branca a mais*” (LAN, XENA, THÓ, HOMBRE, NYCE).

Apenas um aluno escolheu a urna C usando um argumento mais convincente em relação ao objetivo, ou seja, deixando mais clara a ideia de pensar no total de fichas.

“*A urna C, porque a quantidade de bolas é menor. 5 pretas para um total de 7*” (JCJOE).

Os demais alunos não justificaram suas respostas.

Na quinta e na sexta questões, o objetivo seria detectar se o aluno consegue identificar a melhor chance de ocorrência, fazendo relação das possibilidades de ocorrência de um evento com o total de possibilidades do experimento.

Questão 5: Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna E: 2 pretas e 2 brancas

Urna F: 4 pretas e 4 brancas

De qual das urnas há melhor possibilidade de se retirar ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

A ideia dessa questão foi de verificar se o aluno está apenas optando pela urna que tem uma quantidade maior de fichas da cor pretendida.

Brown, Blair e Nyce afirmaram, erroneamente, que escolheriam a urna F, por ter uma quantidade de ficha maior, o que complementa nossa ideia.

Thó, Hombre e Jcjoie acreditam que “*as duas têm a mesma possibilidade, 2p para 2b ou 4p para 4b*”. Os demais (40%) não responderam à questão.

Questão 6: Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna G: 12 pretas e 4 brancas

Urna H: 20 pretas e 10 brancas

Qual a urna de onde há a melhor possibilidade de se retirar ficha preta?

Ou, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

Nessa questão, de acordo com a resposta do aluno, tínhamos também o objetivo de identificar se ele aplica uma comparação entre as chances da primeira urna em relação à segunda, como, por exemplo, $3/4 > 2/3$.

A ideia de comparação de probabilidades é essencial para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, uma vez que, ao efetuar a comparação entre probabilidades, o aluno desenvolve habilidades que o ajudam em outros conteúdos matemáticos. No que diz respeito à comparação de probabilidades em experiências compostas, os alunos sentem muitas dificuldades (BARROS e FERNANDES, 2010).

Essa questão se mostrou muito interessante, no sentido de se perceber se o aluno escolhe apenas a urna que contém maior número de fichas da cor pretendida. Percebemos, então, que a relação com o todo foi deixada de lado, e apenas a aluna Lan argumentou de forma aproximada do objetivo esperado.

“A urna G porque nela a quantidade de ficha branca é menor que a metade das fichas pretas, e na urna H, é exatamente a metade” (LAN).

Nessa questão, houve um percentual de 90% de erros.

Na sétima questão, tínhamos como objetivo detectar a relação entre o conhecimento prévio (intuitivo) do aluno e o conhecimento mais formal sobre probabilidade.

Questão 7: Leia as cinco frases da primeira coluna e relacione-as com a segunda coluna:

- | | |
|---|----------------------------------|
| <i>(1) Não pode ocorrer</i> | <i>(A) Muito provável</i> |
| <i>(2) Não ocorre muito</i> | <i>(B) Improvável</i> |
| <i>(3) Ocorre com frequência</i> | <i>(C) Provável</i> |
| <i>(4) Ocorre quase sempre</i> | <i>(D) Pouco provável</i> |

Essa pergunta visava aproximar a linguagem usual do cotidiano de uma linguagem mais formal para definir alguns termos usados em probabilidade. Apenas 30% dos alunos erraram. Não houve argumentação nas respostas, mas, mesmo assim, observamos que a maioria relaciona a linguagem intuitiva com uma linguagem formal de probabilidade, apesar de termos conhecimento de que, no estudo realizado por Green (1982), existem muitas dificuldades sentidas pelos alunos em compreender e utilizar uma linguagem comum às probabilidades.

A finalidade da oitava questão foi de detectar se o aluno, após resolver probabilidades, sabe comparar os resultados.

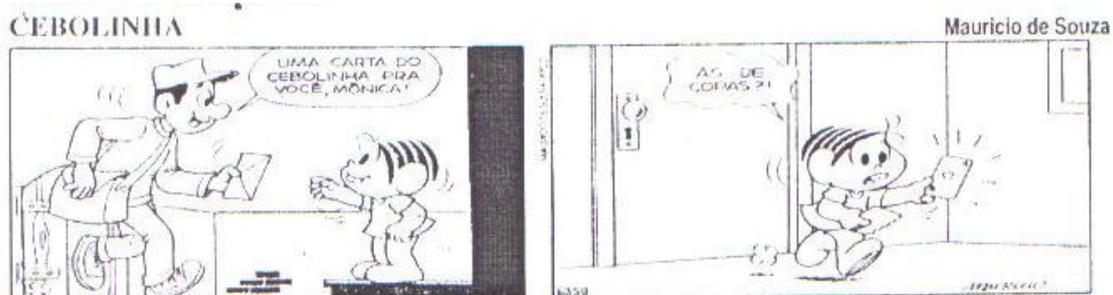
Questão 8: Qual a probabilidade maior de ocorrência: Sair sábado, no sorteio de um dia da semana, ou sair outubro, no sorteio de um mês do ano? Justifique sua resposta.

Nessa questão, houve 50% de acertos e 50% de erros. Do objetivo esperado, inicialmente, previa-se que o aluno a resolvesse para, depois, comparar o valor numérico das probabilidades. Contudo, das respostas obtidas, alguns alunos argumentaram corretamente sem encontrar o valor da probabilidade.

Segundo Brown, a probabilidade maior de ocorrência é “Sábado, no dia da semana, porque a quantidade de dias da semana é menor que a quantidade de meses do ano”. Outro aluno fez uma relação de dias, visto que um mês pode ter até 31 dias, e o ano foi considerado com 365. Sua resposta foi a seguinte: “Sair sábado, pois temos $1/7$ e no ano $31/365$ ” (THÓ).

O objetivo da nona questão foi de detectar se o aluno identifica todos os dados da questão antes de resolvê-la, porque, para respondê-la, ele precisa estar atento para retirar a carta de copas que já está separada das 13 que compõem um baralho entre suas 52 cartas.

Questão 9: Leia a tirinha abaixo:



Considerando que um baralho tem 52 cartas, a probabilidade de que a Mônica encontre num baralho uma carta de copas diferente da que ela recebeu é de:

- a) $3/13$ b) $4/13$ c) $5/13$ d) $1/13$ e) $1/4$

Essa questão registrou uma das maiores porcentagens de erro, pois 90% dos alunos erraram. Com a intenção de calcular diretamente a probabilidade sem estar atento ao enunciado da questão, muitos responderam sem considerar a carta do baralho que deveria ser retirada. Essa é uma das maiores dificuldades dos alunos ao resolverem problemas de probabilidade, devido à grande quantidade de variações que um mesmo problema pode apresentar. “Às vezes, ao se retirar ou acrescentar uma simples palavra, o problema passa a ter uma outra interpretação e, conseqüentemente, uma nova solução” (JULIANELLI et al, 2009, p. III).

Mandy resolveu a questão fazendo uso direto do conceito clássico de probabilidade - “ $13/52 - 1/52 = 12/52 = 3/13$ ” (MANDY), sem se esquecer de retirar a carta que já estava com a Mônica, conforme está demonstrado na imagem da questão.

O intuito da décima questão foi de identificar se o aluno, além de resolver probabilidades na forma de uma razão, aplica o uso da multiplicação de probabilidades.

Questão 10: *Em uma caixa, existem 5 balas de mel e 3 de hortelã. Retirando-se sucessivamente e sem reposição duas dessas balas, a probabilidade de que as duas sejam de mel é: (Mostre solução detalhada).*

- a) $1/7$ b) $5/8$ c) $5/14$ d) $25/26$ e) $25/64$

De acordo com as alternativas da questão, supõe-se que o aluno tente resolvê-la com o auxílio do conceito clássico, explicitando o resultado sob a forma de razão. Essa foi a forma utilizada pela maioria dos alunos. Porém, oito deles responderam erroneamente, sem qualquer argumento, “ $5/8$ ”.

A questão tinha por objetivo identificar se o aluno usa a multiplicação de probabilidades, o que, segundo a SEEPE (2008), é um tema para ser tratado na Unidade 4 do 2º ano do Ensino Médio. O aluno Jcjoie e a aluna Mandy usaram o artifício da multiplicação de probabilidades. Suas respostas foram, respectivamente, “ $5/8 \cdot 4/8 = 20/64 = 5/16$ ” e “ $5/8 \cdot 4/7 = 20/56 = 5/14$ ”, no entanto, ainda ressaltando o pensamento de Julianelli et al (2009), uma palavra ou uma pequena frase muda o sentido da questão e, posteriormente, o resultado. Isso ocorre na questão, pois a frase, “*retirando-se sucessivamente e sem reposição duas dessas balas*”, faz mudar o sentido da resposta, o que levou a que apenas Mandy acertasse.

Na décima primeira questão, tínhamos dois objetivos: a) Detectar se aluno faz relação entre probabilidade e outros conteúdos matemáticos, no momento em que resolve problemas sobre probabilidades; e b) Identificar se ele aplica a probabilidade da união de eventos.

Questão 11: *Numa urna, há 25 bolas numeradas de 1 a 25. Uma bola é retirada ao acaso. (Mostre soluções detalhadas)*

- a) *Qual a probabilidade de ela ser um número ímpar?*
 b) *Qual a probabilidade de ela ser um número primo?*
 c) *Qual a probabilidade de ela ser um número múltiplo de 4 ou de 5?*

Houve um pouco de dificuldade de analisar essa questão, tendo em vista que ela envolve outros conceitos diferentes de probabilidade. Muitas das respostas consideradas erradas estão mais relacionadas com erros sobre concepções de números ímpares e primos e múltiplos de um número. Lan, Thó e Hombre mostraram essas dificuldades sobre os conceitos. Apenas Mandy não demonstrou dificuldade em resolver a questão, pois, além de conhecer os números ímpares, os primos e os múltiplos, esteve atenta ao caso de os eventos “*múltiplo de 4*” e “*múltiplo de 5*” não serem mutuamente exclusivos, ao calcular a probabilidade da união de eventos, como ocorre no item “c”. “ $6/25 + 5/25 - 1/25 = 10/25 =$

2/5. Sendo que 20 têm nos dois” (MANDY). Os demais seis alunos não compreendem bem o conceito de número primo, por isso não souberam quantificá-los. Mesmo assim, resolveram a questão sem representar evento e espaço amostral. Santos (2006, p. 19) enfatiza que “muitos alunos não distinguem o evento do espaço amostral”.

Nesse caso, verificamos que a noção de Probabilidade da união de eventos é pequena, e 90% dos alunos não representaram essa ideia em suas respostas.

A décima segunda e última questão teve por finalidade detectar se os alunos conseguem identificar eventos com probabilidade 1, ou seja, eventos certos, sem, necessariamente, usar a fórmula de probabilidade $P(A) = n(A)/n(U)$.

Questão 12: Em um grupo de 20 pessoas, a probabilidade de que nele haja, pelo menos, duas nascidas em um mesmo mês é igual a: (Explique sua resposta).

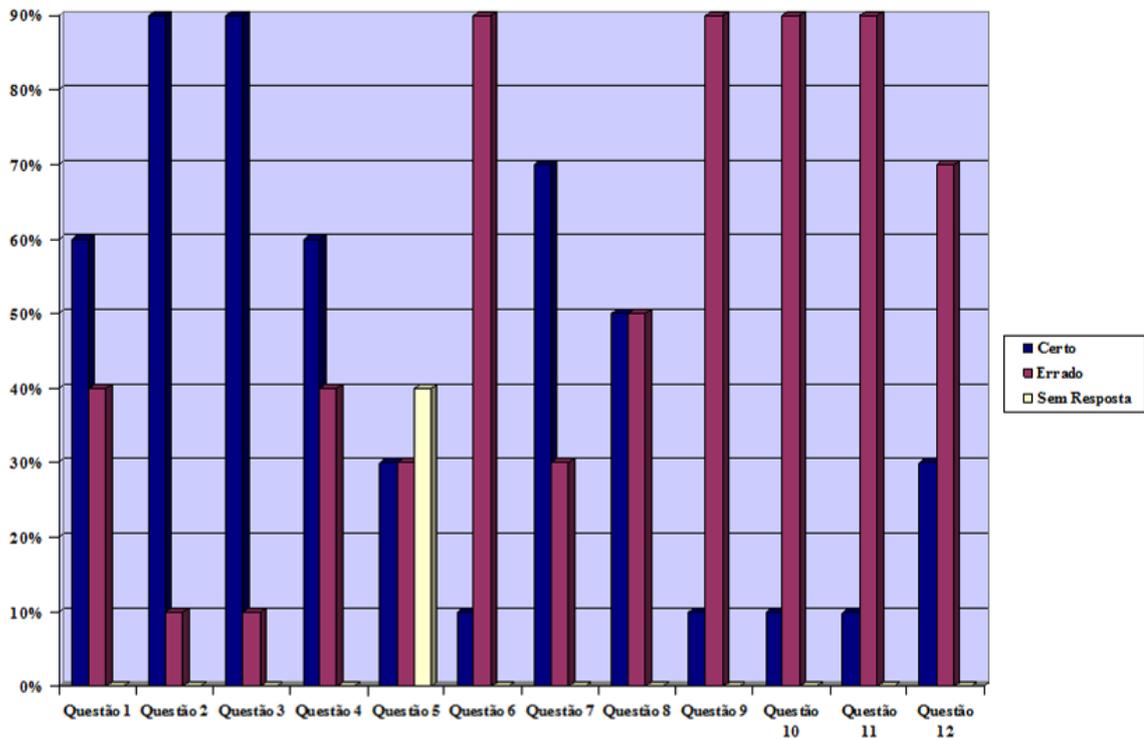
a) 12/100 b) 6/10 c) 8/10 d) 1 e) 5/3

Apenas 30% dos alunos acertaram, porém nenhum deles explicou a resposta. Desse modo, não conseguimos identificar se eles realmente detêm a noção de que a probabilidade de um evento pode ser certa, ou seja, igual a 1. Contudo, 70% responderam errado, e isso nos remete a uma das conclusões do estudo de Green (1982), citado por Lopes (2003, p. 59), de que se tem a ideia de que “o conceito de proporção é fundamental para a compreensão conceitual da probabilidade e que a utilização e compreensão de termos como certo e impossível é deficiente”.

De forma geral, seguindo os objetivos em que cada questão estava embasada, percebemos que alguns conceitos ainda precisam ser melhorados.

Na imagem a seguir, temos o gráfico sobre cada porcentagem de acerto por questão:

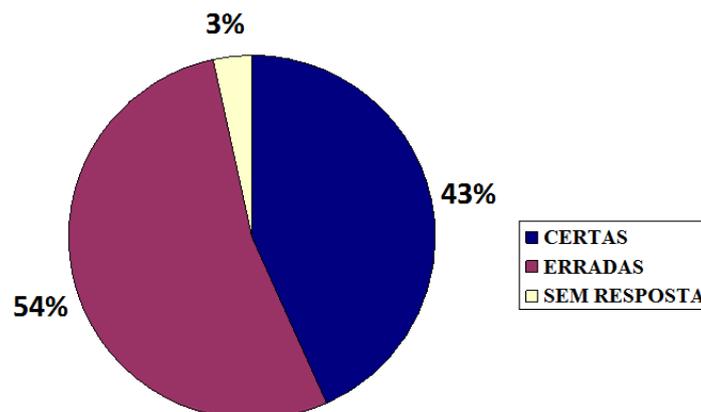
Gráfico 01 – Porcentagem de acerto de cada questão no pré-teste



Com base no gráfico, podemos dizer que a 2ª e a 3ª questões foram as mais respondidas corretamente pelos alunos, ambas com percentual de 90% de acerto. Já a 6ª, a 9ª, a 10ª e a 11ª questão obtiveram um percentual de erro muito alto, todas com 90%. A aluna Lan acertou a 6ª, e Mandy, as outras três. Apenas a 5ª questão apresentou uma quantidade sem resposta.

Tomando como base um total de 120 questões, visto que foram respondidas 12 por cada um dos 10 alunos envolvidos na pesquisa, concluímos que a média de acerto foi de, aproximadamente, 43%.

Gráfico 02 – Porcentagem de acerto geral no pré-teste



Considerando os objetivos esperados pelas questões e depois de analisá-las, constatamos que o uso dos termos relacionados com probabilidade acontece com certa frequência, razão por que dividimos em três categorias, que versam sobre: 1- Conceitos⁷ empregados com frequência e, na maioria das vezes, eficientes; 2- Conceitos empregados com pouca frequência; 3 - Conceitos raramente empregados.

Na categoria 1- Conceitos usados com frequência e, na maioria das vezes, eficiente, destacamos: noção de equiprovável (mesma possibilidade, chances iguais); relação probabilidade/proporção (razão); graus de possibilidade; comparação simples de possibilidades.

Na categoria 2 - Conceitos empregados com pouca frequência, destacamos: relação parte/todo; relação das possibilidades de ocorrência de um evento com o total de possibilidades do experimento; probabilidade de um evento; relação probabilidade/porcentagem; agrupamento; relação linguagem usual/linguagem formal de probabilidades.

Na categoria 3 - Conceitos raramente empregados, destacamos: comparação de probabilidades; probabilidade da união de eventos; multiplicação de probabilidades; evento certo; probabilidade de evento certo;

Assim, percebemos que existe uma carência muito grande diante do que era esperado nos objetivos dessas questões. O pré-teste tinha o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de probabilidade, de modo que, ao identificá-los, passamos a trabalhar com o objeto de aprendizagem, com a intenção de melhorar o aprendizado nas situações em que o ensino de probabilidade está crítico e, através desse instrumento, tornar a aprendizagem mais significativa.

Dentro dessa perspectiva, o fato de que quanto mais se relacionar o novo material de maneira substancial e não arbitrária com algum aspecto da estrutura cognitiva prévia que lhe for relevante, mais próximos estaremos da aprendizagem significativa. Logo, quanto menos se estabelece esse tipo de relação, mais próximo se está da aprendizagem mecânica ou repetitiva (COLL, 2008). E por promovermos essa intervenção com um artefato tecnológico, compartilhamos da mesma ideia de Papert (2008), quando diz que a criança constrói suas estruturas de pensamento enquanto explora o ambiente informatizado, descobrindo novos processos de pensar.

⁷ A palavra “conceito” utilizada para essas categorizações será entendida como ideias, noções ou convicções sobre temas relacionados à probabilidade.

5.2.2 Análise da aplicação do Probabigude

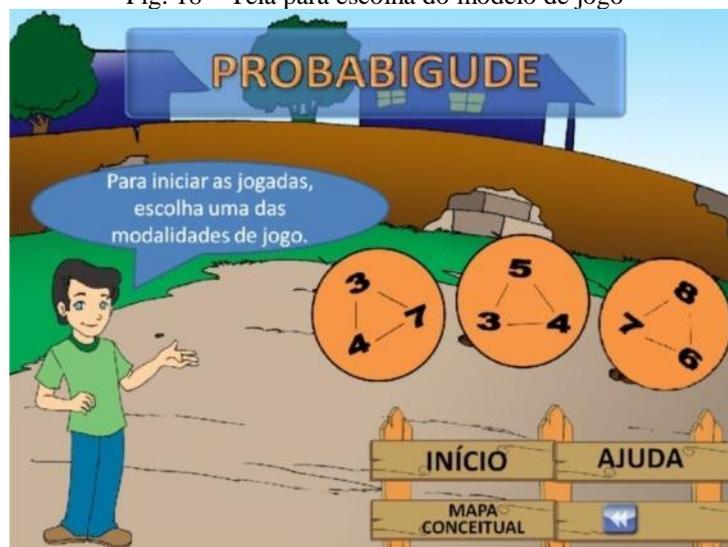
Utilizamos o OA “Probabigude” com a finalidade de promover uma interação entre o professor, o computador e os alunos, visando estimulá-los a se comunicarem, tornar a aprendizagem mais significativa e, por conseguinte, chegar a uma melhoria na resolução de problemas nas aulas de Matemática, em especial, em relação ao conceito de probabilidade.

Na sala do Laboratório de Informática, os 10 alunos foram divididos em duplas aleatoriamente e/ou por escolha deles para usar o OA. As duplas formadas foram: Brown e Thó; Jcjoie e Mel; Mandy e Xena; Blair e Nyce; Lan e Hombre. Inicialmente, explicamos a eles como iniciar o jogo e como funciona a interface do OA.

Para recolher os dados, além das observações, das fotografias e das notas de campo realizadas pelo professor, foi entregue uma folha de relatório para que os alunos descrevessem as estratégias e os caminhos utilizados para resolver os problemas que foram gerados pelo OA. Após a explicação do jogo, as duplas iniciaram as jogadas e, para analisá-las, recorreremos às telas do OA, aos depoimentos, às estratégias descritas pelos alunos e aos registros do professor.

No início do jogo, para avançar nas jogadas, os alunos precisariam escolher qual o modelo que pretendiam seguir, que chamaremos de Modelo A, Modelo B e Modelo C. Para isso, deveriam clicar em um dos três círculos disponíveis na 3ª tela do OA.

Fig. 18 – Tela para escolha do modelo de jogo



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Ao clicar em um dos três círculos, as duplas seguiriam por modalidades diferentes, de acordo com a quantidade de bolinhas de gude em cada círculo. Para tanto, trataremos as modalidades escolhidas separadamente, observando o caminhar de cada dupla. Antes, porém, vale ressaltar que o usuário poderia voltar ao início e escolher outra modalidade de jogo assim que achasse conveniente ou, ao terminar de jogar um modelo, poderia escolher outro e, ainda, caso não lhe interessasse mais, poderia sair do jogo.

De acordo com a primeira escolha de cada dupla, observamos as seguintes opções: Modelo A: Mandy e Xena, Blair e Nyce; Modelo B: Brown e Thó, Jcjoie e Mel, Lan e Hombre. O Modelo C não computou escolha como primeira opção. Todas as duplas seguiram até o final do jogo sem interromper para mudar o modelo de jogo ou para sair.

Após terminarem de jogar o primeiro modelo de jogo escolhido, as duplas escolheram outros modelos como segunda opção: Modelo A: Brown e Thó, Lan e Hombre; Modelo B: Mandy e Xena, Blair e Nyce; Modelo C: Jcjoie e Mel. Como terceira opção, apenas duas duplas seguiram com o jogo - Brown e Thó escolheram o Modelo C, e Jcjoie e Mel, o Modelo A. As demais duplas não optaram por outros modelos.

Relataremos, a seguir, as estratégias das duplas que escolheram como primeira opção o Modelo A: Mandy e Xena, Blair e Nyce.

Fig. 19 – Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

A partir da interação com os personagens, as duplas respondiam às questões propostas no OA, e à medida que iam respondendo, verificavam suas respostas, anotavam as tentativas e descreviam o motivo por terem escolhido aquela resposta.

Fig. 20 – Questão 1 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nessa questão, a partir da contagem das bolinhas de gude apresentadas no modelo de jogo, o usuário deve anotar no quadro as respostas correspondentes a cada cor e o total de bolas do modelo escolhido. Depois, clica em OK para validar sua resposta.

As duas duplas acertaram essa questão logo na primeira tentativa. A imagem 21 mostra a validação de suas respostas.

Fig. 21 – Validação da resposta do aluno na Questão 1 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 22 – Questão 2 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabilidade

Essa questão trazia a ideia da quantidade de possibilidades, que é muito importante para se entender o conceito de probabilidade.

Tanto Mandy e Xena quanto Blair e Nyce acertaram na primeira tentativa - ambas as duplas disseram escolher a AMARELA “*porque as amarelas têm menos que as pretas*”.

À medida que jogavam e respondiam às questões, os alunos estabeleciam relações entre os termos que são comuns no cotidiano e os que fazem parte da linguagem de probabilidades.

Analogamente à questão 2, a questão 3 também foi respondida de imediato e teve como resposta a opção AMARELA que, nesse caso, era a cor que representava uma melhor possibilidade de acerto, já que, nessa questão, a relação que está sendo feita é entre a quantidade de bolinhas amarelas e as vermelhas, e na questão 2, entre as bolinhas pretas e as amarelas.

Fig. 23 – Questão 3 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

“Amarela porque a quantidade é maior que a vermelha” (MANDY, XENA).

“Amarela tem mais bolinhas” (BLAIR, NYCE).

Fig. 24 – Questão 4 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 25 – Questão 5 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabilidade

As questões 4 e 5 traziam as mesmas ideias das anteriores e, por meio das respostas das duplas, observamos que a ideia de possibilidades de acerto e de erro, tão comum em cálculos de probabilidades, foi contemplada pelas duplas que, logo na primeira tentativa, acertaram essas questões.

Na questão 4, Blair e Nyce argumentaram que *“a preta tem mais chances pelo fato de conter maior quantidade de bolas”*, enquanto Mandy e Xena, na quinta questão, optaram pela cor *“vermelha, pois é a que tem menos quantidade de bolas”*.

Da sexta à oitava questão, as duplas responderiam de acordo com a quantidade de bolas de cada cor. A palavra “possibilidades”, nessas questões, denota a ideia de enumerar as quantidades tanto dos possíveis eventos quanto do espaço amostral, fazendo com que o aluno compreenda, de forma mais concreta, a diferença entre esses termos, para vencer a dificuldade apontada por Santos (2006), no que se refere à falta de compreensão de muitos alunos para diferenciar o evento do espaço amostral.

Fig. 26 – Questão 6 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Em relação a essa questão, as duas duplas erraram na primeira tentativa. Mandy e Xena responderam “3”, e Blair e Nyce, “4”. Esses erros talvez estejam relacionados à falta de atenção diante do problema, pois poderiam estar respondendo às possibilidades de não ser preta, pois não argumentaram os motivos de suas respostas terem sido erradas.

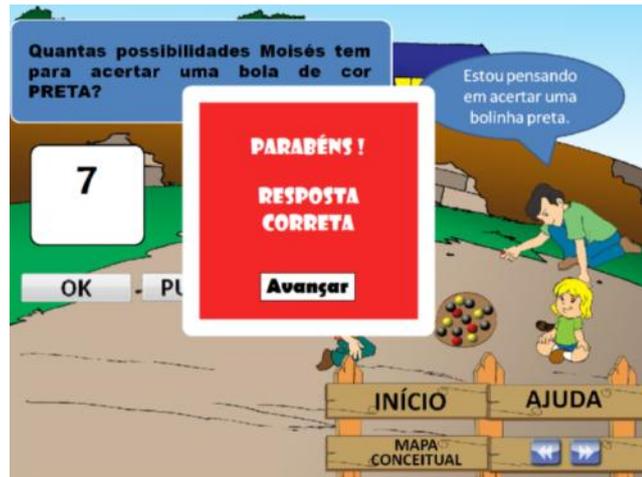
Fig. 27 – Exemplo do erro das duplas na questão 6 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Ao errar na primeira tentativa, as duplas escolheram a opção de tentar novamente e, analisando com mais cuidado o enunciado da questão, chegaram ao resultado satisfatório na segunda tentativa.

Fig. 28 – Exemplo do acerto das duplas na questão 6 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nas questões 7 e 8, os alunos não sentiram dificuldades sobre esse aspecto. Na primeira tentativa, acertaram as questões e ainda concluíram suas respostas com algumas argumentações.

Fig. 29 – Questão 7 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 30 – Questão 8 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Para a questão 7, a dupla Blair e Nyce respondeu que o resultado seria “3, pois, no jogo, há três bolas vermelhas, então ela terá três chances de acertar”.

No concernente à questão 8, o resultado, segundo a dupla, seria “14, porque 14 é o número total de bolas existentes no jogo” (BLAIR, NYCE).

Fig. 31 – Questão 9 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nessa questão, o problema apresentado está mais aproximado do cálculo de probabilidade, portanto, para responder, o aluno deveria estar atento às quantidades, tanto do evento em questão quanto do total (espaço amostral). No entanto, a contagem de cada evento possível e do total de possibilidades, bem como a ideia do que tem mais chance de ocorrer, que são conceitos importantes para o cálculo de probabilidade, foram contempladas nas questões anteriores. Então, para calcular a probabilidade, nessa questão, as duplas não

sentiram dificuldades e responderam ao resultado com rapidez. E por se tratar de um resultado em forma de fração, não sentiram dificuldades, pois o OA já traz em sua interface a ideia de escrever o resultado dessa forma, o que o torna um material potencialmente significativo, visto que estimula o aluno a fazer uma ponte entre o que ele sabe e o que precisa aprender, o que vai ao encontro do pensamento de Ausubel, no que se refere às condições necessárias para que a aprendizagem significativa se configure, quando ressalta que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo (AUSUBEL, 2003).

Fig. 32 – Exemplo do acerto das duplas na questão 9 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

A dupla Blair e Nyce respondeu " $\frac{3}{14}$, pois há 14 bolas no jogo sendo 3 delas vermelhas então..."

As questões 10 e 11 seguem o mesmo raciocínio da questão 9 e, da mesma forma, as duplas acertaram na primeira tentativa. Elas não descreveram a estratégia utilizada nessas questões, mas, através da observação do professor, percebemos que elas as responderam analogamente à questão 9.

Fig. 33 – Questões 10 e 11 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

As questões 12 e 13 retratavam a probabilidade da união de eventos. Porém, no contexto do OA, os eventos são mutuamente exclusivos, pois não há bolinhas de duas cores. Nesse caso, constatamos que os alunos não recorreram, necessariamente, à fórmula da probabilidade da união de eventos e responderam através de contagens, visualizando os dados na própria tela do computador.

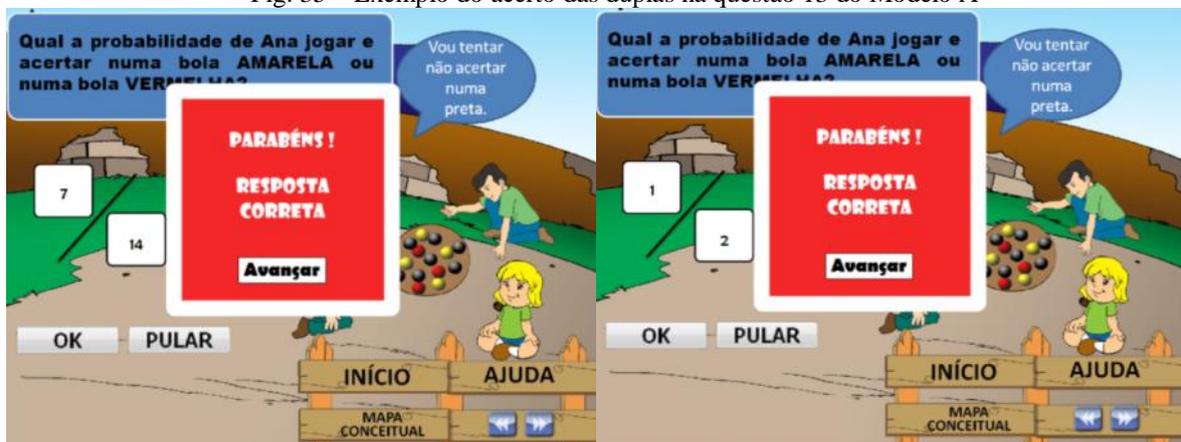
Fig. 34 – Questões 12 e 13 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

As duas duplas responderam corretamente às duas questões. No caso da questão 12, Blair e Nyce anotaram “ $7/14$ ”, enquanto Mandy e Xena foram mais além, porquanto chegaram ao resultado “ $7/14$ ”, simplificando para “ $1/2$ ”, porém, ambas as respostas foram corretas.

Fig. 35 – Exemplo do acerto das duplas na questão 13 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Depois que responderam às questões que envolvem a probabilidade da união de eventos, passaram para as que abordam a multiplicação de probabilidades. Porém, antes de se

chegar a essas questões, o OA apresenta uma tela explicativa, levando o usuário a entender que, após acertar em uma bola, ela será retirada do jogo, conforme prevê a regra do próprio jogo de bola de gude.

Fig. 36 – Tela explicativa no Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

A questão 14 incita o usuário a, através da imagem na tela, resolver o problema de acordo com a quantidade de bolas que o modelo apresenta.

Fig. 37 – Questão 14 do Modelo A

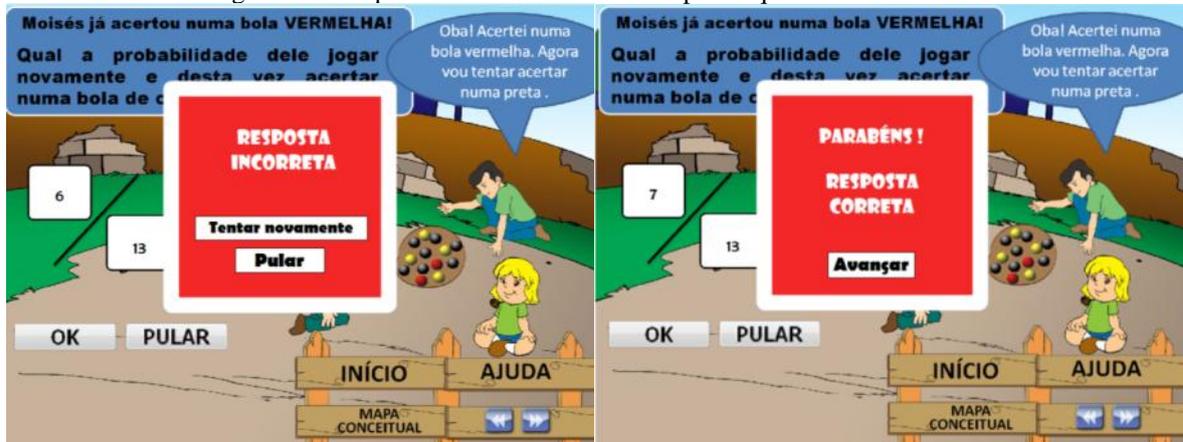


Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Ao observar a tela, o aluno percebe que uma bola vermelha já foi retirada, o que caracteriza o evento repetido sem reposição, muito comum nos livros didáticos. Nesse caso, as duplas ficaram atentas ao retirar do total a bola vermelha que já havia sido acertada pelo personagem do OA.

Mandy e Xena acertaram na primeira tentativa, respondendo “ $7/13$ ”. Blair e Nyce anotaram, como primeira tentativa, “ $6/13$ ”, o que acarretou em erro. Ao analisar novamente a questão, deram como resposta “ $7/13$ ”.

Fig. 38 – Exemplo do erro e do acerto da dupla na questão 14 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Percebemos que essa dupla retirou a bola vermelha do total de 14 bolas de gude que havia no jogo, porém, para o resultado da probabilidade, retiraram uma bola preta, das sete que havia no jogo, e erraram na primeira tentativa. Depois, perceberam que a bola que Moisés havia acertado era vermelha, então, deveriam permanecer as sete pretas para o cálculo da probabilidade.

Fig. 39 – Questão 15 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Na questão 15, as duplas erraram na primeira tentativa. Mandy e Xena responderam “ $7/27$ ”, e Blair e Nyce, “ $7/13$ ”. A priori, as duplas não utilizaram a ideia de multiplicação de probabilidades, pois, na resposta de Blair e Nyce, elas recorreram à probabilidade da união de

eventos e, logo, perceberam estar erradas. Na segunda tentativa, a dupla Mandy e Xena aplicou a multiplicação de probabilidades, chegando ao resultado correto. A estratégia que empregaram foi descrita da seguinte forma: “ $4/14 \cdot 3/13 = 12/182$ ” (MANDY, XENA).

Blair e Nyce, ainda sem utilizar a multiplicação de probabilidades, responderam, na segunda tentativa, “6/13”, continuando a errar o problema dessa questão. Chegaram à resposta correta na terceira tentativa, dizendo: “6/91, fizemos as duas jogadas e depois fizemos a multiplicação das duas simplificando o resultado” (BLAIR, NYCE).

Fig. 40 – Questão 16 do Modelo A



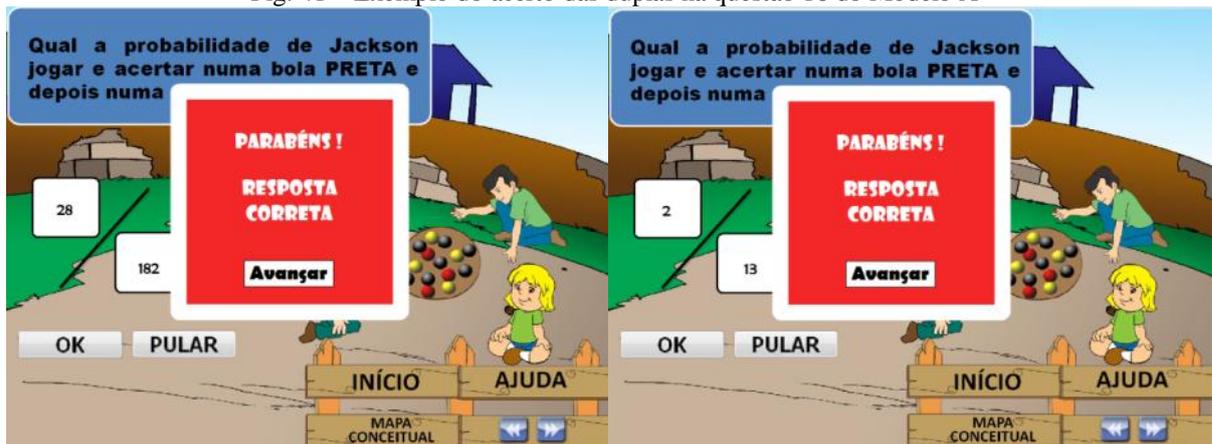
Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nessa questão, logo na primeira tentativa, as duplas aplicaram a multiplicação de probabilidades, chegando ao resultado correto na primeira tentativa.

“ $7/14 \cdot 4/13 = 28/182$ ” (BLAIR, NYCE).

“A primeira probabilidade é $7/14 = 1/2$, a segunda é $4/13$, multiplicando, $1/2 \cdot 4/13 = 4/26 = 2/13$ ” (MANDY, XENA).

Fig. 41 – Exemplo do acerto das duplas na questão 16 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Analogamente à questão 16, a questão 17 foi respondida corretamente pelas duas duplas na primeira tentativa.

Fig. 42 – Questão 17 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

" $3/14 \cdot 4/13 \cdot 7/12 = 84/2184$ " (BLAIR, NYCE).

" $3/14, 4/13$ e $7/12$. Então $3/14 \cdot 4/13 \cdot 7/12 = 84/2184 = 1/26$ " (MANDY, XENA).

Percebemos, então, que os alunos estão mais familiarizados com a ideia relacionada à multiplicação de probabilidades, ou seja, o conhecimento não foi internalizado de maneira literal e, como salienta Moreira (2005), a partir do momento em que o conhecimento passa a ter significado para o aprendiz, ele está participando de uma aprendizagem significativa.

Na questão 18, última do Modelo A, as duplas ainda demonstraram um pouco de dificuldade para interpretar a questão e acertaram as respostas apenas na segunda tentativa.

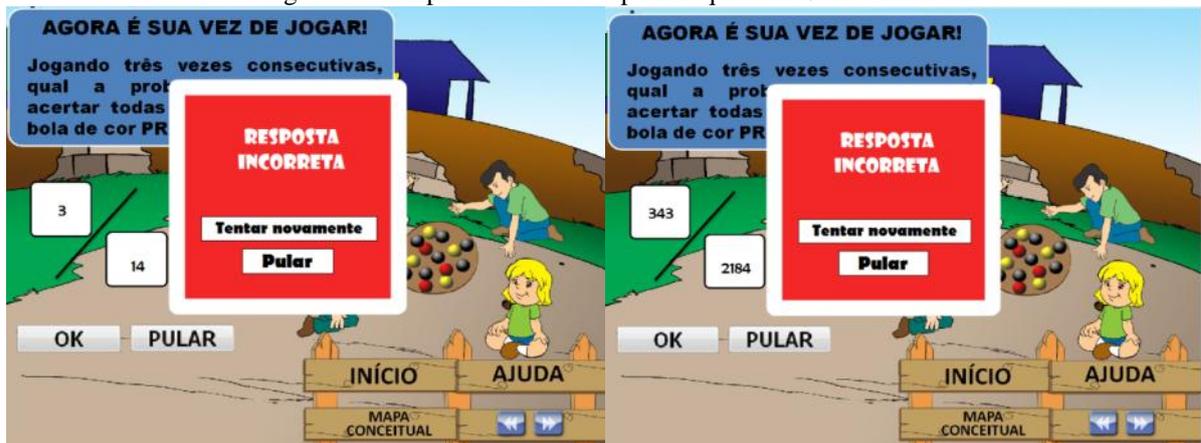
Fig. 43 – Questão 18 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Na primeira tentativa, a dupla Mandy e Xena respondeu que havia três chances em 14 bolas - “ $3/14$ ”, o que ainda deixa a desejar sobre o conhecimento da multiplicação de probabilidades. Já Blair e Nyce responderam usando a multiplicação das probabilidades, porém se esqueceram de sair retirando a quantidade de bolas pretas que já havia considerado ter acertado. A resposta da dupla foi: “ $7/14 \cdot 7/13 \cdot 7/12 = 343/2184$ ” (BLAIR, NYCE).

Fig. 44 – Exemplo do erro das duplas na questão 18 do Modelo A



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Assim que verificaram a resposta errada, os alunos passaram a analisar melhor a questão e identificaram que se tratava de uma multiplicação de probabilidades e que não havia a reposição das bolas que já tinham sido retiradas, chegando, portanto, ao resultado correto.

“ $7/14 \cdot 6/13 \cdot 5/12 = 210/2184$ ” (BLAIR, NYCE, MANDY, XENA).

Fig. 45 – Exemplo do acerto das duplas na questão 18 do Modelo A

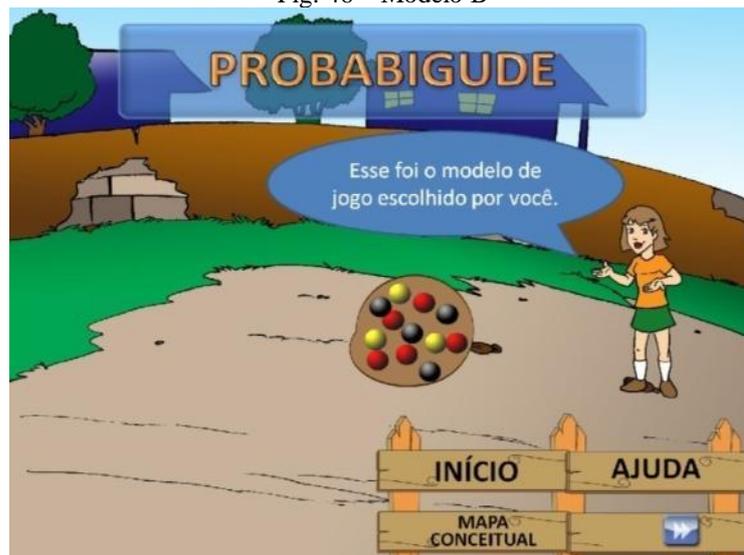


Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Passaremos, agora, a relatar as respostas das duplas que escolheram o Modelo B: Brown e Thó, Jcjoie e Mel, Lan e Hombre.

Esses alunos descreveram as estratégias apenas a partir das questões que envolviam a multiplicação de probabilidade e não argumentaram satisfatoriamente.

Fig. 46 – Modelo B

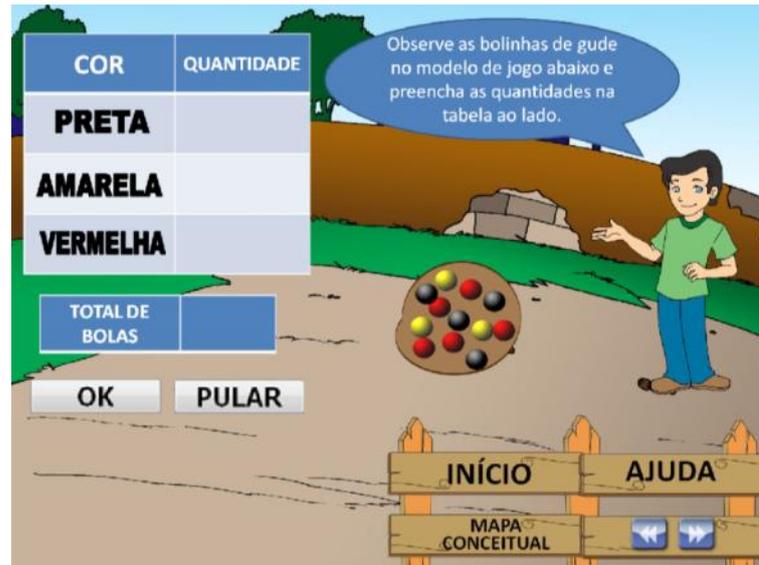


Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Na questão 1, a partir da contagem das bolinhas de gude apresentadas no modelo de jogo, o usuário deve anotar no quadro as respostas correspondentes a cada cor e o total de bolas do modelo escolhido.

As três duplas acertaram essa questão na primeira tentativa.

Fig. 47 – Questão 1 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

As questões 2, 3, 4 e 5 foram corretamente respondidas pelas duplas na primeira tentativa. Elas retratavam a ideia da quantidade de possibilidades, que é muito importante para se entender o conceito de probabilidade.

Fig. 48 – Questões 2 e 3 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 49 – Questões 4 e 5 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Analogamente aos dados obtidos no Modelo A, da sexta à oitava questão, as duplas responderiam de acordo com a quantidade de bolas de cada cor.

Fig. 50 – Questão 6 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Duas duplas erraram na primeira tentativa de responder a essa questão. Brown e Thó responderam “1 em 4”, e Jcjoie e Mel, “1/4”. Apenas Lan e Hombre responderam corretamente na primeira tentativa - “4”. Esses erros talvez estejam relacionados à falta de atenção diante do problema, pois, a partir das respostas erradas, identificamos que as duplas que erraram tentaram dar respostas já na forma de fração, semelhante ao resultado de uma probabilidade. Porém a pergunta é voltada para a quantidade de possibilidades.

Fig. 51 – Exemplo do erro das duplas na questão 6 do Modelo B.



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Depois de errar a primeira tentativa, os alunos escolheram a opção de tentar novamente e, analisando com mais cuidado o enunciado da questão, os que erraram chegaram ao resultado que a dupla Lan e Hombre já havia descoberto na primeira tentativa.

Fig. 52 – Exemplo do acerto das duplas na questão 6 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nas questões 7 e 8, todas as três duplas acertaram na primeira tentativa, demonstrando não ter mais dificuldades sobre esse aspecto.

Fig. 53 – Questão 7 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 54 – Questão 8 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Na questão 9, o problema apresentado está mais aproximado do cálculo de probabilidade. Portanto, para respondê-la, o aluno deveria estar atento às quantidades do evento em questão e do total (espaço amostral).

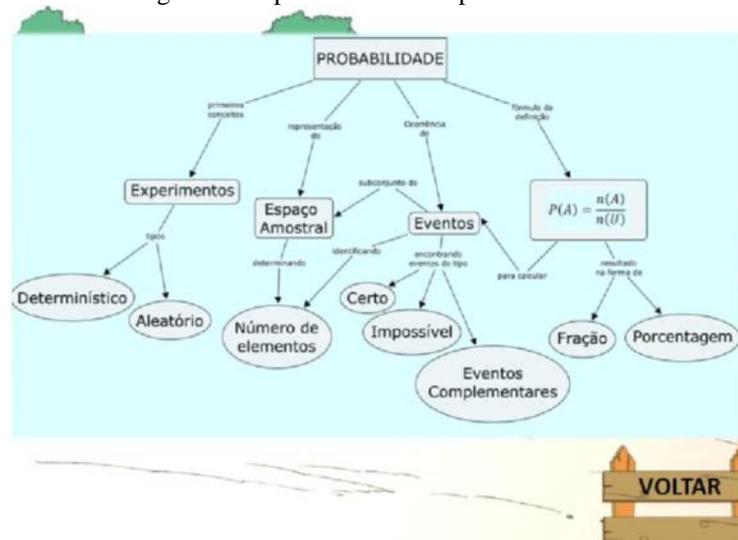
Fig. 55 – Questão 9 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

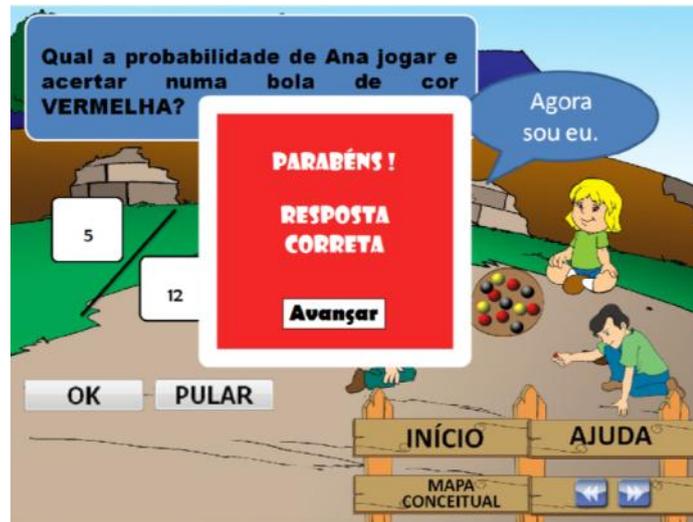
As duplas deram o resultado de forma rápida, apenas Brown e Thó não acertaram na primeira tentativa. Primeiro, responderam “1/5”, já que se tratava de bolinhas da cor vermelha e havia cinco dessa cor. Os alunos optaram por ser esse o resultado da probabilidade. Na segunda tentativa, anotaram “1/4”, e o resultado também foi negativo. Então, resolveram verificar o mapa conceitual, que está disponível em todas as telas do OA através do *menu*, e puderam dirimir algumas dúvidas sobre probabilidade. A partir de então, conseguiram chegar ao resultado correto de “5/12”.

Fig. 56 – Mapa Conceitual disponível no OA



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 57 – Exemplo do acerto das duplas na questão 9 do Modelo B



Fonte: Objeto de Aprendizagem Probabilidade

As questões 10 e 11 seguem o mesmo raciocínio da questão 9 e, da mesma forma, todas as três duplas acertaram na primeira tentativa.

Fig. 58 – Questões 10 e 11 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabilidade

As questões 12 e 13 retratavam a probabilidade da união de eventos. Porém, os alunos não recorreram, necessariamente, à fórmula da probabilidade da união de eventos, respondendo através de contagens, visualizando os dados na própria tela do computador.

Fig. 59 – Questões 12 e 13 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

As três duplas acertaram as respostas das duas questões.

Depois que responderam às questões que envolvem a probabilidade da união de eventos, os alunos passaram para as que abordam a multiplicação de probabilidades.

Na questão 14, o aluno deve observar que uma bola já foi retirada do jogo e, a partir dessa informação, resolver o problema de acordo com a quantidade de bolas que o modelo apresenta.

Fig. 60 – Questão 14 do Modelo B



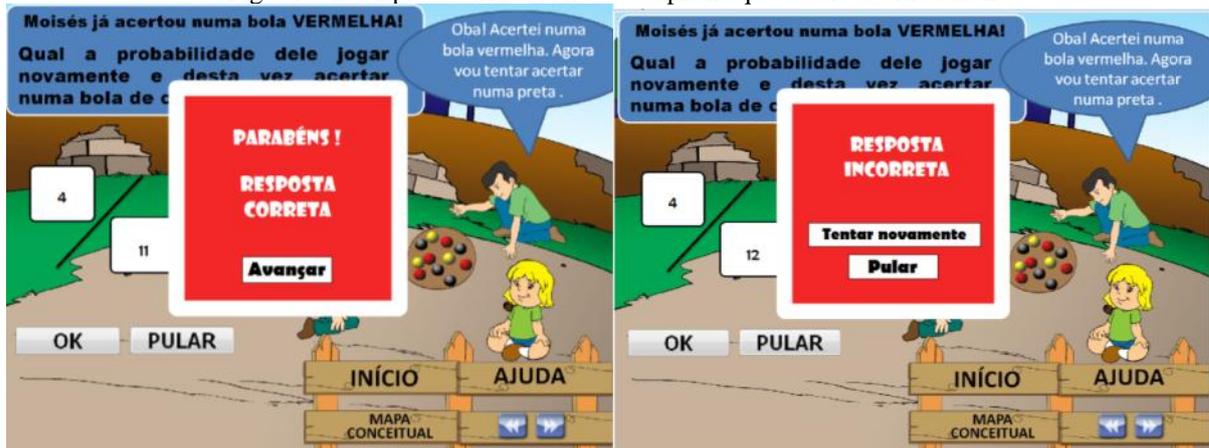
Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Ao observar a tela, o aluno percebe que uma bola vermelha já foi retirada, o que caracteriza o evento repetido sem reposição, muito comum nos livros didáticos. Nesse caso, duas duplas ficaram atentas ao retirar do total a bola vermelha que já havia sido acertada pelo personagem do OA. Essa estratégia está relacionada ao conceito de diferenciação progressiva proposto por Ausubel (2003). Moreira (2005, p. 7) refere que, “no curso da aprendizagem

significativa, os conceitos que interagem com o novo conhecimento e servem de base para a atribuição de novos significados vão também se modificando em função dessa interação”. Isso quer dizer que vão adquirindo novos significados e se diferenciando progressivamente.

Brown e Thó, Jcjo e Mel acertaram na primeira tentativa, ao responder “4/11”. Lan e Hombro anotaram como primeira tentativa “4/12”, o que acarretou em erro, ou seja, a dupla não esteve atenta para retirar do total a bola vermelha que já havia sido acertada. Ao analisar novamente a questão, chegaram à resposta correta “4/11”.

Fig. 61 – Exemplo do erro e acerto da dupla na questão 14 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Fig. 62 – Questão 15 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Na questão 15, apenas a dupla Lan e Hombro não acertou na primeira tentativa, porque sua resposta foi “8/10”. Nesse caso, verificamos que esses alunos juntaram a quantidade de bolas amarelas à quantidade de bolas vermelhas, dividiram pelo total de bolas, retirando uma, já que se tratava de duas jogadas. Após verificar o erro na validação da resposta, pediram

ajuda ao professor, que as alertou que se tratava de duas jogadas, então teriam duas probabilidades para depois calcular o resultado final. Papert (2008) ressalta que o professor deve buscar meios para promover a aprendizagem, propiciando aos alunos o estabelecimento de conexões entre as estruturas existentes, com o objetivo de construir estruturas novas e mais complexas. Logo após, a dupla identificou que se tratava de multiplicação de probabilidades e chegou ao resultado que as outras duplas já haviam anotado desde a primeira tentativa - “15/132”. Para esse resultado, Brown e Thó ainda descreveram o cálculo utilizado para se chegar a esse resultado: “ $3/12 \cdot 5/11 = 15/132$ ”.

Fig. 63 – Questão 16 do Modelo B

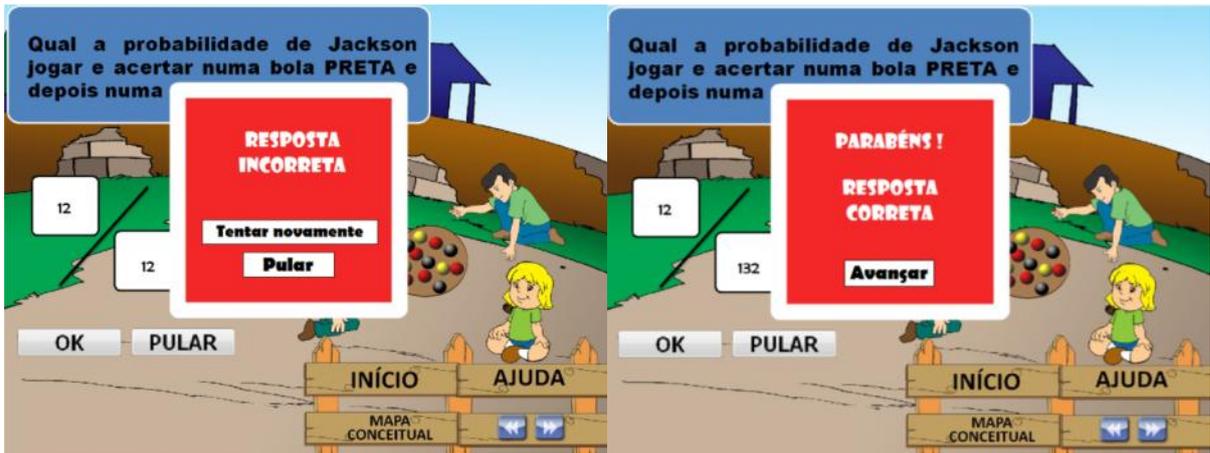


Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Nessa questão, duas duplas aplicaram, na primeira tentativa, a multiplicação de probabilidades e chegaram ao resultado correto: “ $4/12 \cdot 3/11 = 12/132$ ” (BROWN, THO, JCJOE, MEL).

Lan e Hombre responderam “12/12”, mas, depois, elas mesmas questionaram: “*mas 12/12 dá 1 e não é certo que ocorra isso*”. Mesmo assim, tentaram validar a resposta e verificaram que estavam erradas. Percebe-se que elas efetuaram a multiplicação entre o 3 e o 4, mas se esqueceram do denominador. Assim, retornaram ao questionamento inicial e encontraram a resposta correta.

Fig. 64 – Exemplo do erro e de acerto da dupla na questão 16 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

A questão 17 foi respondida corretamente por todas as três duplas na primeira tentativa. Segundo eles a resposta era “ $60/1320$, pois $5/12 \cdot 3/11 \cdot 4/10 = 60/1320$ ” (BROWN, THO, JCJOE, MEL, LAN, HOMBRE).

Fig. 65 – Questão 17 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Percebemos, então, que os alunos estão mais familiarizados com a ideia relacionada à multiplicação de probabilidades.

Na questão 18, última do Modelo B, apenas a dupla Lan e Hombre não acertou na primeira tentativa. Primeiro respondeu errado - “ $3/4$ ” – para, depois, chegar à resposta correta - “ $24/1320$ ” (LAN, HOMBRE). As outras duplas responderam corretamente na primeira tentativa: “ $4/12 \cdot 3/11 \cdot 2/10 = 24/1320$ ” (BROWN, THÓ, JCJOE, MEL).

Fig. 66 – Exemplo do acerto das duplas na questão 18 do Modelo B



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

O Modelo C não computou nenhuma escolha como primeira opção.

Da segunda opção de modelo de jogo escolhida pelas duplas, o Modelo A foi selecionado por duas duplas: Brown e Thó, Lan e Hombre; o Modelo B, também: Mandy e Xena, Blair e Nyce; e o Modelo C apenas pela dupla Jcjoie e Mel.

No Modelo A, escolhido por Brown e Thó, Lan e Hombre, verificamos que todas as respostas apresentadas estavam corretas logo na primeira tentativa. Isso nos remete a identificar que o OA Probabigude contribui para o ensino de conceitos de probabilidades, de modo que a prática do jogo vivenciada pelos alunos trouxe uma melhoria na aprendizagem desses conceitos.

No Modelo B, escolhido por Mandy e Xena, Blair e Nyce, constatamos o mesmo ocorrido com as duplas que escolheram o Modelo A como segunda opção de jogo, diferenciando-se apenas na questão 12, que Blair e Nyce não responderam corretamente na primeira tentativa.

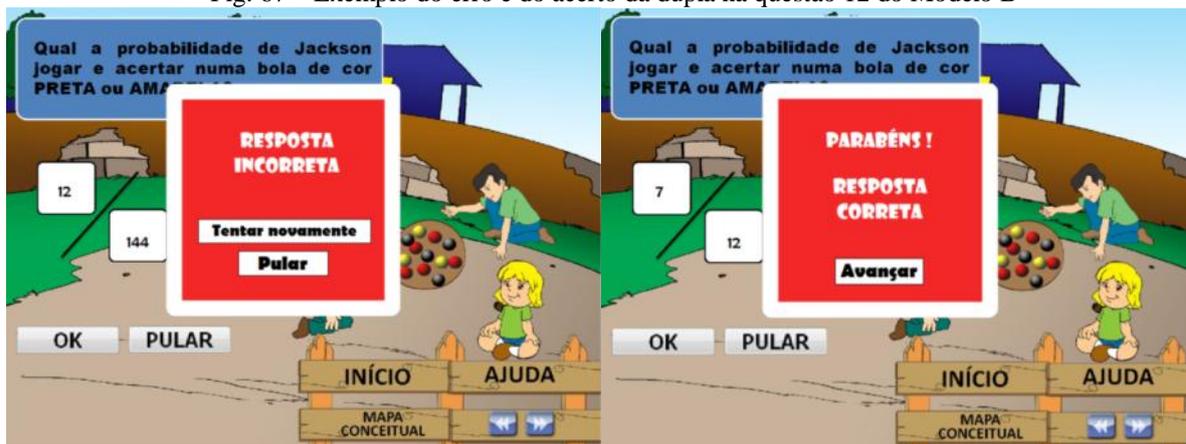
Inicialmente, a dupla respondeu “ $12/144$, pois, $4/12 \cdot 3/14 = 12/144$ ” (BLAIR, NYCE). Percebemos que elas empregaram a multiplicação de probabilidades para responder ao problema que, no entanto, tratava da probabilidade da união de eventos.

Relembrando o pensamento de Ausubel (2003), os conhecimentos prévios dos alunos devem ser valorizados para que possam construir estruturas mentais que permitam descobrir e redescobrir outros conhecimentos, o que se caracteriza como uma aprendizagem eficaz e prazerosa.

Depois de receber apoio do professor e refazer uma análise da questão, identificaram o procedimento correto para resolvê-la.

“ $4/12 + 3/12 = 7/12$ ” (BLAIR, NYCE).

Fig. 67 – Exemplo do erro e do acerto da dupla na questão 12 do Modelo B



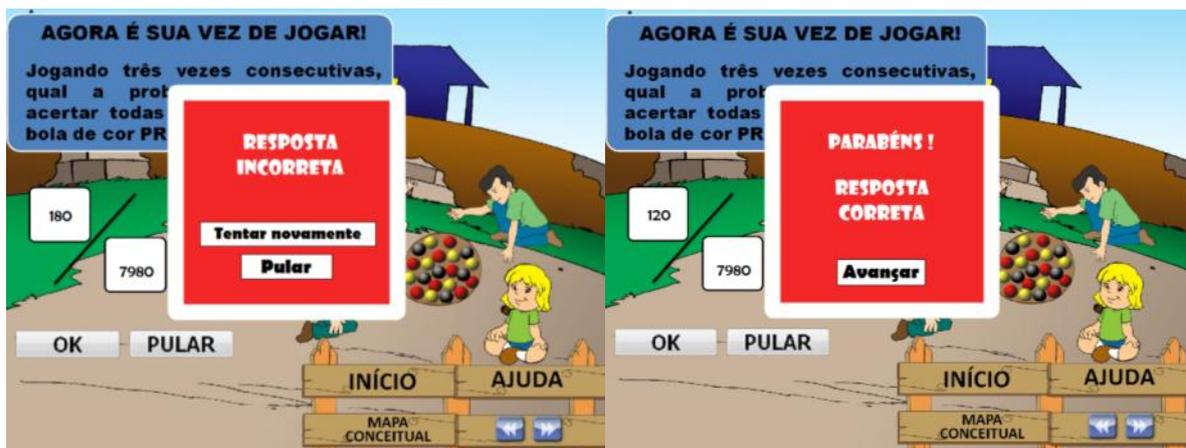
Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

No Modelo C, escolhido por Jcjo e Mel, conferimos que a dupla acertou todas as questões na primeira tentativa.

Como terceira opção, apenas duas duplas seguiram com o jogo. Brown e Thó escolheram o Modelo C, e Jcjo e Mel, o A. As demais duplas não optaram por outros modelos, e o Modelo B não computou como escolha na terceira opção.

A dupla Brown e Thó, que escolheu o Modelo C, errou a primeira tentativa apenas na última questão. A primeira resposta apresentada por eles foi a seguinte: “ $6/21 \cdot 5/20 \cdot 4/19 = 180/7980$ ” (BROWN, THÓ). Depois de verificar que a resposta estava errada, chamaram o professor, que analisou sua resposta e constatou que o raciocínio de resolução estava certo, mas que eles deveriam ficar mais atentos ao algoritmo da multiplicação. Logo, eles chegaram à solução correta, pois, ao multiplicarem os numeradores, tinham chegado à resposta de “180”, mas a correta seria “120”. Com isso, percebemos que o motivo do erro da questão esteve relacionado à multiplicação e, no caso do raciocínio utilizado para resolver o problema, estava correto.

Fig. 68 – Exemplo do erro e do acerto da dupla na questão 18 do Modelo C



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabilidade

A dupla Jcjoe e Mel, que escolheu o Modelo A como terceira opção, não acertou, na primeira tentativa, apenas na questão 14. A primeira resposta apresentada por eles foi “2/13” (JCJOE, MEL), talvez por não perceber que, na segunda jogada do personagem do OA, Moisés, ele pretendia acertar uma bola de cor PRETA, e não, outra de cor VERMELHA. Na segunda tentativa, conseguiram corrigir o erro e perceberam que, das 14 bolas de gude disponíveis, havia apenas 13, pois uma vermelha já fora retirada do jogo, porém a quantidade de bolas pretas (7) permaneceu. Nesse caso, a resposta na segunda tentativa foi “7/13” (JCJOE, MEL).

Além de responder às questões do OA, as duplas também acessaram as outras opções do menu, como por exemplo, “O JOGO DE BOLINHAS DE GUDE” e as “CURIOSIDADES”.

Fig. 69 – Exemplo de dupla acessando o *menu* do OA; O JOGO DE BOLAS DE GUDE



Fig. 70 – Exemplo de dupla acessando o menu do OA; CURIOSIDADES

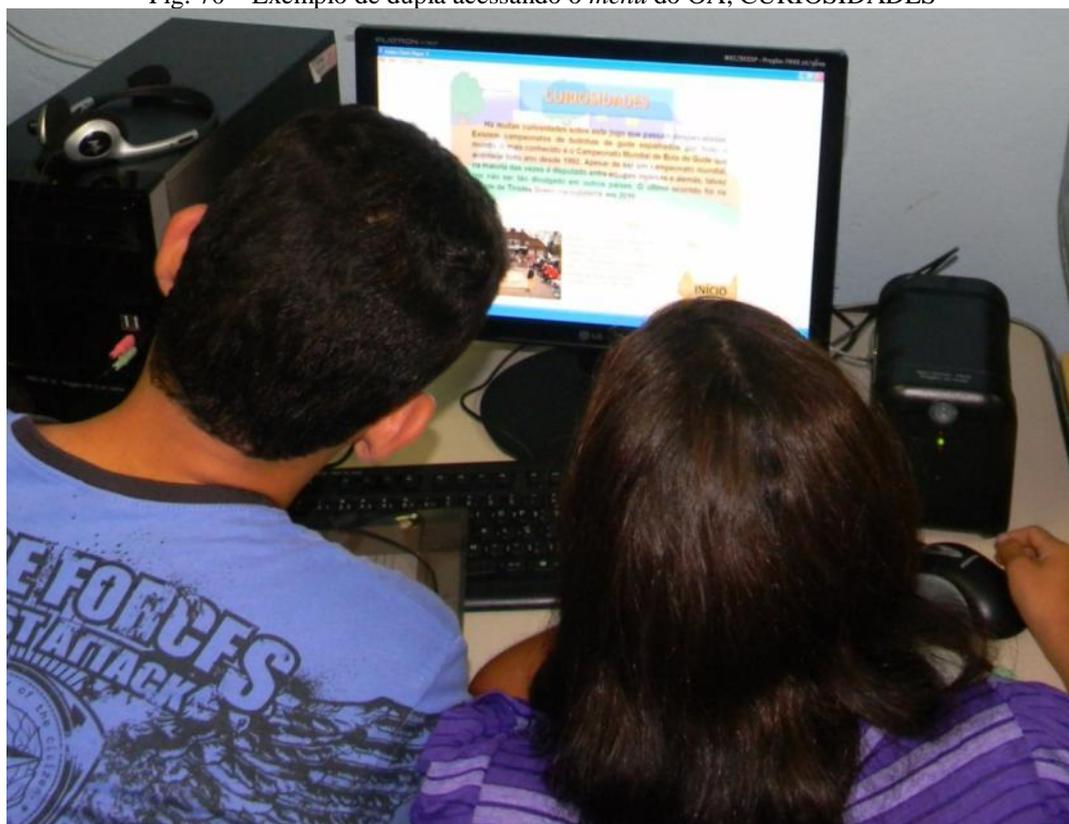


Fig. 71 – Exemplo de dupla acessando o *menu* do OA; ROTEIRO

Dos dados coletados, extraímos algumas considerações. A primeira delas está relacionada com a motivação. Os alunos demonstraram bastante interesse em aprender usando o artefato digital, o que significa dizer que a aula se tornou mais dinâmica, e os alunos se sentiram mais motivados a aprender usando o OA. Isso corrobora a proposta de Ausubel, no que se refere às condições necessárias para que a aprendizagem seja significativa, quando ressalta que o aluno precisa ter uma disposição para aprender, isto é, precisa estar motivado ao aprendizado (AUSUBEL, 2003). Essa motivação, ocorrida pelo uso da tecnologia digital em sala de aula, resultou numa interação maior entre os alunos e entre os alunos e o professor, quebrando o paradigma da comunicação na sala de aula de Matemática em que, geralmente, só o professor é quem fala. Por estar em duplas, os alunos se comunicavam sempre, e cada um dos componentes dava dicas ao seu parceiro.

Por outro lado, também destacamos a interação entre o usuário e a máquina (aluno-computador), que fez com que o aluno se sentisse o construtor do próprio conhecimento, que é o desejado, mas, nem sempre, é o que acontece nas aulas. Nesse sentido, destacamos o pensamento de Papert (2008), que defende que, se o uso do computador for bem planejado, os alunos e os professores sentem-se estimulados a avançar em seu conhecimento de forma interativa e dinâmica. Assim, o professor passa a ser um mediador desse processo novo de

aprendizagem que os próprios alunos descreveram. Uma aluna descreveu essa ideia no papel de anotações que foi entregue no começo da aplicação do objeto de aprendizagem, quando, no final da experiência, o professor mediador pediu que eles descrevessem o que acharam da aula com o uso desse novo artefato digital.

Parece que a gente aprende porque quer e não porque o professor obriga. A gente vai aprendendo à medida que vai mexendo no joguinho. Depois o jogo vai ficando difícil, mas com a ajuda dos outros colegas e o professor vai dando dicas e no final tudo parece ser mais fácil e a gente aprende mais (NYCE).

Nesse processo de interação entre os membros, a socialização ficou bem mais acentuada. O aluno não é, tão-somente, o sujeito da aprendizagem, mas aquele que aprende, junto com o outro, o que o seu grupo social produz - valores, linguagem e o próprio conhecimento (LÉVY, 2001).

No que se refere ao pensamento probabilístico, inicialmente, percebemos que os alunos não se interessavam muito pelo tema, uns chegaram a dizer que não via sentido no assunto, já que não enxergava uma aplicação direta em seu dia a dia. Isso se deve, muitas vezes, ao modo como esse conteúdo é abordado pelo professor em sala de aula. Schliemann et al (1995) enfatizam que nossa meta no ensino é a transmissão de regras que, talvez, dependam mais de outros fatores do que do raciocínio, e a compreensão das estruturas lógico-matemáticas não será, nesse caso, condição necessária nem suficiente para a aprendizagem. Dessa forma, percebe-se a distância entre a matemática ensinada na sala aula e o conhecimento matemático utilizado no cotidiano. No mesmo sentido, Carmo (2007) enfatiza que precisamos investir mais nas reflexões sobre o conteúdo, principalmente aquelas que fazem elo mais diretamente entre a probabilidade e o dia a dia do aluno.

Nesse âmbito, arrolamos aqui algumas das mudanças que ocorreram sobre os conceitos de probabilidades, de acordo com as principais estratégias que os alunos descreveram no momento em que utilizavam o OA PROBABIUDE.

Ao quantificar as partes, os alunos inferiam o todo, ou seja, ao quantificar os elementos, eles encontravam o total, visualizando isso na tela e, posteriormente, faziam anotações. A partir daí, iam anotando a quantidade dos possíveis eventos, antes mesmo de saber quais seriam os abordados no jogo. Um deles disse: “Eu vou anotar todos os dados [...] com certeza eles vão ser usados na frente” (BLAIR). Rapidamente, os alunos descreveram qual seria o espaço amostral e a quantidade de elementos que ele tinha.

O OA também incitava os alunos a calcularem a probabilidade de eventos. Assim, eles visualizavam as partes consideradas, que são as quantidades de possibilidades dos eventos e do espaço amostral (o Universo, o todo), na tela do computador, e, a partir daí, ele desprendia-se mais da uniformidade da fórmula matemática, dando mais ênfase ao processo de resolução intuitiva e interativa. “A fórmula ajuda, mas pra usar a fórmula precisa entender a questão, e nesse jogo eu acho que a fórmula foi usada mais sem saber que tava usando” (XENA).

Nas questões que envolvem a probabilidade da união de eventos, o aluno também tem essa visão de contagem dos elementos dos eventos e do espaço amostral, porém foi induzido a elaborar uma estratégia particular que não precisasse, obrigatoriamente, repetir passos que a fórmula supõe.

Em um jogo de bolas de gude, quando uma delas é acertada, é retirada do jogo, e o jogador continua as jogadas (DANNEMANN, 2008). Nesse sentido, o OA traz uma semelhança entre o jogo e a probabilidade sobre os aspectos, por exemplo, da retirada de uma bola da urna ou de uma carta do baralho, com ou sem reposição, muito comum em livros didáticos. Contudo, pudemos perceber que, na interação com o OA, a maioria dos alunos respondeu às questões que apresentavam essa característica, de forma totalmente intuitiva, o que nos aproxima de um entendimento favorável no que se refere à construção do conhecimento em termos de conceitos de probabilidade.

No que tange aos conceitos de probabilidade, percebemos que se tornaram mais significativos para os alunos. Antes, eles apresentavam apenas a relação de um problema com uma fórmula; agora, percebem que os conceitos de probabilidade estão em seu cotidiano e, depois que interagem com o objeto de aprendizagem, conseguem fazer mais inferências sobre esses conceitos, ou seja, de forma intuitiva, resolvem problemas sem que seja preciso usar padrões mecânicos e fórmulas.

O professor, ao implantar o Probabigude para promover uma melhoria no ensino de probabilidade, percebeu que “o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento” (VALENTE, s.d., p. 1-2).

No final, destacamos essas evidências, a partir dos depoimentos das duplas depois de terem utilizados o OA.

- *“Achamos muito interessante, pois estimula muito o nosso raciocínio para a resolução de problemas”* (BROWN, THÓ);
- *“O jogo é um agente facilitador da aprendizagem, pois atribui uma situação descontraída, um jogo de bola de gude. Nos incentiva a pensar mais rápido a partir*

de uma situação cotidiana, pois, às vezes, nos deparamos com situações desse tipo” (JCJOE, MEL);

- *“Jogando tem mais facilidade de aprender probabilidade. É muito interessante”* (MANDY, XENA);
- *“Percebemos que o jogo facilita a aprendizagem dos alunos, ou seja, a nossa, pois, criando estratégias, jogando e brincando os alunos se interessam mais, sua concentração e atenção se volta diretamente ao assunto (no nosso caso, probabilidade). O trabalho com jogos torna-se vantajoso tanto para os alunos quanto para os professores, pois prendem totalmente a atenção dos alunos, facilitando sua aprendizagem...”* (BLAIR, NYCE);
- *“Percebemos que a aprendizagem do conteúdo é mais fácil”* (LAN, HOMBRE);

Com base nos dados expostos, podemos concluir que a utilização de OA pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, e isso resulta numa melhoria significativa em relação ao conhecimento de conceitos de probabilidade.

5.2.3 Análise do pós-teste

Para a análise do pós-teste, seguimos o mesmo raciocínio aplicado na análise do pré-teste, levando em consideração que as questões, tanto do pré-teste quanto do pós-teste, detinham o mesmo teor de dificuldade.

A primeira delas tinha como objetivo identificar a concepção do aluno sobre a igualdade dos possíveis resultados das possibilidades de um experimento.

Questão 1: Uma classe de matemática tem 14 meninos e 17 meninas. Cada nome dos alunos se escreve sobre um pedaço de papel. Todos os papéis são colocados em um saco não transparente. Ao sacar um pedaço de papel, é mais provável que o nome seja de menino ou de menina?

Para responder às questões, foi pedido que os alunos justificassem suas respostas, porquanto, muitas vezes, vale-se mais do argumento do que de uma resposta numérica, pois o nosso intuito no pós-teste era de encontrar os conhecimentos que eles adquiriram depois que responderam ao pré-teste e utilizarem o OA “Probabigude”.

Todos os alunos responderam, coerentemente e com argumentos, a essa questão. Para eles, é mais provável que saia o nome de uma menina, pelo fato de se ter mais meninas que meninos na sala de aula de Matemática. Um dos argumentos utilizados para responder a essa

questão foi: “Sair menina já que a quantidade de menina é maior na sala, ou seja, em relação ao total de alunos da sala tem-se mais chance de sair menina.” (LAN). Hombro disse que “a quantidade de meninas é maior (17) que a de meninos (14), daí há maior chance de ocorrência”, enquanto Thó ressaltou que há mais chances de sair o nome de uma menina “porque tem três meninas a mais que os meninos.” Os demais acreditam que é mais provável que saia o nome de uma menina, porque “a quantidade de nomes de meninas é maior que os dos meninos” (JCJOE, BROWN, MANDY, BLAIR, XENA, NYCE, MEL).

Acreditamos que o sucesso de 100% de respostas corretas dessa questão está relacionado ao uso do Probabigude, pois, nas suas questões iniciais, há uma ideia de que o usuário precisa observar as melhores e as menores possibilidades de acerto nas bolinhas de gude de acordo com a quantidade que se tem de cada cor, como é exemplificado na imagem abaixo.

Fig. 72 – Exemplo de questão do OA



Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Questões como as que estão presentes no Probabigude, auxiliam o aluno a identificar quantidade de possibilidades a partir de processos de contagens. As questões dos pré/pós-testes trazem objetivos que podem ser alcançados através do trabalho com questões que envolvam contagens, conforme contempla o Probabigude.

Nesse sentido, o objeto de aprendizagem foi utilizado como instrumento de interatividade. Através da manipulação das simulações interativas, os alunos ficaram independentes para construir e modificar o conteúdo trabalhado, por conseguinte, o estabelecimento de uma aprendizagem com significado.

Seguindo o mesmo objetivo da primeira, a questão 2 também buscava identificar se os alunos compreendem que há uma igualdade nos possíveis resultados. Porém, ainda se tinha o objetivo de saber se eles permanecem firmes com seu conceito de equiprobabilidade nos eventos de um experimento ou se são influenciados pelas repetidas vezes que um determinado evento ocorre.

Questão 2: Uma moeda é lançada cinco vezes e sai CARA em todas elas. Na sexta vez é mais provável que saia CARA ou COROA? Justifique sua resposta.

Nessa questão, 50% dos alunos argumentaram corretamente, e uma das ideias mais utilizadas nas respostas foi a de fração. Os alunos justificaram a resposta utilizando a fração $1/2$ para identificar a possibilidade de cada face.

É muito comum, em livros didáticos, o tema probabilidade ser tratado apenas com referência aos jogos de azar (CARMO, 2007), e o jogo, e os dados, as cartas de baralho e o lançamento de moedas são, sem dúvida, os mais encontrados, o que pode ser um motivo para que as respostas dos alunos tenham relação direta com o conceito de razão (fração). Podemos observar esse argumento na resposta de Brown: *“As chances são iguais para as duas pois a probabilidade delas são a mesma: $1/2$ ”*. Mesmo sem recorrer à ideia de fração utilizada pela maioria dos alunos que responderam corretamente, uma aluna justificou sua resposta mostrando não ser influenciada pela repetição obtida em cinco lançamentos da moeda, o que corrobora com o objetivo da questão. Ela argumentou que, *“independentemente de quantas vezes a moeda tenha sido lançada e a mesma tenha caído CARA, a próxima jogada terá como chance tanto CARA quanto COROA”* (LAN). O mesmo não aconteceu com os outros 50% dos alunos. Três deles optaram pela resposta ser CARA, *“porque já saiu cara cinco vezes, então tem mais possibilidade de sair novamente”* (MANDY, XENA, NYCE). Já Blair e Mel identificaram COROA como a resposta correta, *“pelo fato que cara já tenha saído cinco vezes e coroa nenhuma”*.

A terceira e a quarta questão tinham como objetivo saber qual a noção do aluno em relação ao número de chances de ocorrência de um evento.

Questão 3: Em uma urna A, estão quatro fichas pretas e uma branca. Na urna B, há três fichas pretas e uma branca. Se você tem que retirar uma ficha preta para ganhar um prêmio, sem olhar dentro da urna, qual a urna que você escolheria para fazer a extração? Por quê?

Nessa questão, através da escolha feita pelo aluno, chegaríamos ao objetivo desejado, caso ele escolhesse a urna que contém uma quantidade maior de fichas da cor pretendida.

Analogamente à 3ª questão do pré-teste, que previa o mesmo objetivo dessa questão, 90% dos alunos também acertaram. Seis dos nove que a responderam corretamente optaram pela urna A, “*porque possui mais fichas preta do que a urna B*”. Essa resposta ainda deixa a desejar, no sentido de que ter mais quantidade de ficha de uma cor não significa que se tenha uma maior probabilidade de ocorrer, como pode ser identificado na quarta questão.

Outro ponto importante foi encontrado nas respostas de Lan, Nyce e Mel, que tentam identificar a melhor possibilidade através de agrupamentos, usando P para fichas pretas e B para fichas brancas. Segundo essas três alunas, escolheriam “*A urna A porque A: 4p, 1b; B: 3p, 1b. Mesma quantidade de fichas brancas mais a A possui uma ficha preta a mais*”.

Apenas Jcjoie considerou que havia mais chance de se retirar uma preta na urna B, porém não argumentou sua resposta.

Questão 4: Outra urna contém algumas fichas pretas e outras brancas.

Urna C: 7 pretas e 3 brancas

Urna D: 7 pretas e 4 brancas

Qual a urna que apresenta mais possibilidades de se retirar uma ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

Nessa quarta questão, tivemos, ainda, o intuito de verificar se o aluno faz relação entre a parte pretendida e o todo, que a questão anterior deixa de contemplar.

Da mesma forma que a questão 4 do pré-teste, a quantidade de fichas pretas é igual nas duas urnas, e o que diferencia é a quantidade de fichas brancas. Esse foi o argumento mais utilizado pelos sete alunos que acertaram. Eles escolheriam a urna C porque “*a urna D possui uma ficha branca a mais*” (JCJOIE, BROWN, MANDY, LAN, BLAIR, THÓ, MEL).

Já os alunos Xena, Hombre e Nyce acreditam que “*as duas têm a mesma possibilidade, pois elas contêm as mesmas quantidades de fichas pretas*”.

O objetivo da quinta e da sexta questões seria detectar se o aluno consegue identificar a melhor chance de ocorrência, fazendo relação das possibilidades de ocorrência de um evento com o total de possibilidades do experimento.

Questão 5: Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna G: 18 pretas e 6 brancas

Urna H: 26 pretas e 13 brancas

Qual a urna de onde se tem a melhor possibilidade de retirar ficha preta?

Ou, pelo contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

No caso da quinta questão, de acordo com a resposta do aluno, tínhamos o objetivo de identificar se ele aplica uma comparação entre as chances da primeira urna em relação à segunda, como por exemplo, $3/4 > 2/3$.

A ideia de comparar probabilidades é essencial para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, uma vez que, ao efetuar a comparação entre probabilidades, o aluno desenvolve habilidades que o ajudam em outros conteúdos matemáticos. No caso da comparação de probabilidades em experiências compostas, por exemplo, eles sentem muitas dificuldades (BARROS e FERNANDES, 2010).

Essa questão se mostrou muito interessante, no sentido de perceber se o aluno escolhe apenas a urna que contém maior número de fichas da cor pretendida, o que também era ressaltado na questão 6 do pré-teste, em que apenas um aluno acertou a questão 6, que requeria o mesmo raciocínio de resolução. Já no pós-teste, três alunos acertaram. Nesse caso, percebemos que os alunos ainda não entendem bem a relação parte/todo na resolução de problemas de probabilidade.

Suas respostas foram as seguintes:

“A urna G porque 18 em relação a 6 é o triplo e 26 em relação a 13 é o dobro”(JCJOE).

“A urna G porque a tirar 18 de 24 tem mais chance que tirar 26 de 39. $18/24$ é maior que $26/39$ ” (BROWN).

“A urna G porque $3/4 = 75\%$ é maior que $2/3 = 66\%$ ” (MANDY).

Das respostas obtidas nessa questão, percebemos duas ideias que estão fundamentalmente relacionados com probabilidade. A relação probabilidade/porcentagem e probabilidade/proporção, o que é caracterizado por Lopes (2003) quando defende o conceito de proporção como sendo crucial para a compreensão do conceito de probabilidade.

Nessa questão, houve um percentual de 70% de erros, e a maioria dos alunos dessa categoria acredita ser a urna H *“porque há uma maior quantidade de fichas pretas”* (LAN, BLAIR, XENA, THÓ, HOMBRE, NYCE, MEL), o que caracteriza a falta de relação parte/todo prevista no objetivo da questão.

Questão 6: Outras duas urnas distintas das anteriores têm também fichas pretas e brancas:

Urna J: 3 pretas e 1 branca

Urna K: 6 pretas e 2 brancas

Qual a urna de onde se tem melhor possibilidade de retirar ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

A ideia dessa questão é de verificar se o aluno está apenas optando pela urna em que há uma quantidade maior de fichas da cor pretendida.

Os alunos Brown, Blair, Xena, Thó, Hombre e Nyce argumentaram, erroneamente, que escolheriam a urna K, por conter uma quantidade de ficha maior, o que corrobora nossa ideia.

Jcjoe, Lan e Mel acreditam que “*as duas têm a mesma possibilidade, 3p para 1b ou 6p para 2b*”. Mandy foi um pouco mais além na sua argumentação, pois afirmou que “*as duas tem a mesma possibilidade porque é uma branca para três fichas pretas nas duas urnas*”.

A sétima era a única questão idêntica nos dois testes. O objetivo era de detectar a relação entre o conhecimento prévio (intuitivo) do aluno e o conhecimento mais formal sobre probabilidade.

Questão 7: Leia as cinco frases da primeira coluna e relacione-as com as da segunda:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------|
| (1) Ocorre quase sempre | (A) Pouco provável |
| (2) Ocorre com frequência | (B) Provável |
| (3) Não ocorre muito | (C) Improvável |
| (4) Não pode ocorrer | (D) Muito |

Essa questão visava aproximar a linguagem usual do cotidiano de uma linguagem mais formal para definir alguns termos usados em probabilidade.

No pré-teste, 30% dos alunos erraram; já no pós-teste, apenas uma aluna errou, ou seja, 90% dos alunos acertaram. Apesar de não ter sido solicitado dos alunos que justificassem suas respostas, observamos que a maioria relaciona a linguagem intuitiva com a linguagem formal de probabilidade, embora saibamos que o estudo realizado por Green (1982) revela que os alunos têm muitas dificuldades de compreender e utilizar uma linguagem comum às probabilidades.

Conforme explicitado no Capítulo 4, o texto proposto pelo Probabigude traz palavras do contexto usual em probabilidade, promovendo ao usuário um entendimento da relação entre termos da linguagem intuitiva e da linguagem formal de probabilidades. Nesse sentido, o uso do Probabigude promoveu uma melhora no que se refere ao uso desses termos.

Com o objetivo análogo à oitava questão do pré-teste, a oitava questão buscava verificar se o aluno, após resolver probabilidades, sabe comparar os resultados.

Questão 8: Qual é a probabilidade maior de ocorrência: sair domingo, no sorteio de um dia da semana, ou agosto, no sorteio de um mês do ano? Justifique sua resposta.

Nessa questão, houve 50% de acertos e 50% de erros no pré-teste; no pós-teste, 80% dos alunos responderam de forma correta. Do objetivo esperado para a questão, inicialmente, previa-se que o aluno a resolvesse para que, depois, comparasse o valor numérico das probabilidades. Contudo, das respostas obtidas, alguns alunos argumentaram corretamente sem precisar encontrar o valor da probabilidade.

Brown permaneceu com o mesmo argumento utilizado na resposta do pré-teste. Para ele, a probabilidade maior de ocorrência é no *“domingo, no dia da semana, porque a quantidade de dias da semana é menor que a quantidade de meses do ano”* (BROWN). Thó também permaneceu com o mesmo argumento, fazendo uma relação de dias, visto que um mês pode ter até 31 dias, e o ano foi considerado com 365 dias. Sua resposta foi a seguinte: *“Sair domingo, pois temos 1/7 e no ano 31/365”* (THÓ).

Os outros seis alunos que responderam corretamente argumentaram que é mais provável sair domingo porque *“domingo 1/7, Agosto 1/12 e 1/7 é maior que 1/12”* (JCJOE, MANDY, LAN, BLAIR, NYCE, MEL).

O objetivo da nona questão foi de investigar se o aluno percebe a solução de uma questão sobre probabilidade pensando do fim para o começo e se utiliza a simplificação de frações ao calcular a probabilidade de um evento.

Questão 9: Sorteando um mês do ano, qual dos eventos tem $\frac{1}{4}$ de probabilidade de ocorrer? Justifique sua resposta.

- a) Sair um mês do 1º semestre;***
- b) Sair um mês cujo nome começa por consoante e termina por vogal;***
- c) Sair um mês cujo nome começa por j;***
- d) Sair um mês de 31 dias;***
- e) Nenhuma das alternativas anteriores está correta.***

Essa questão registrou uma das maiores porcentagens de erro, porquanto 70% dos alunos erraram. Nessa questão, precisavam verificar as probabilidades de cada alternativa, para comparar se o resultado condizia com o do enunciado da questão, que seria de $\frac{1}{4}$. Além disso, seria necessário que aplicassem a simplificação de frações para chegar a esse resultado.

Somente dois alunos estiveram atentos para esse fato. Brown e Nyce responderam: *“A letra C dá 3/12, ou seja, 1/4”*.

Somente o aluno Thó não respondeu à questão, e os demais sete alunos marcaram a alternativa “e” sem qualquer argumento.

O intuito da décima questão foi o de investigar se o aluno, além de resolver probabilidades na forma de uma razão, aplica o uso da multiplicação de probabilidades.

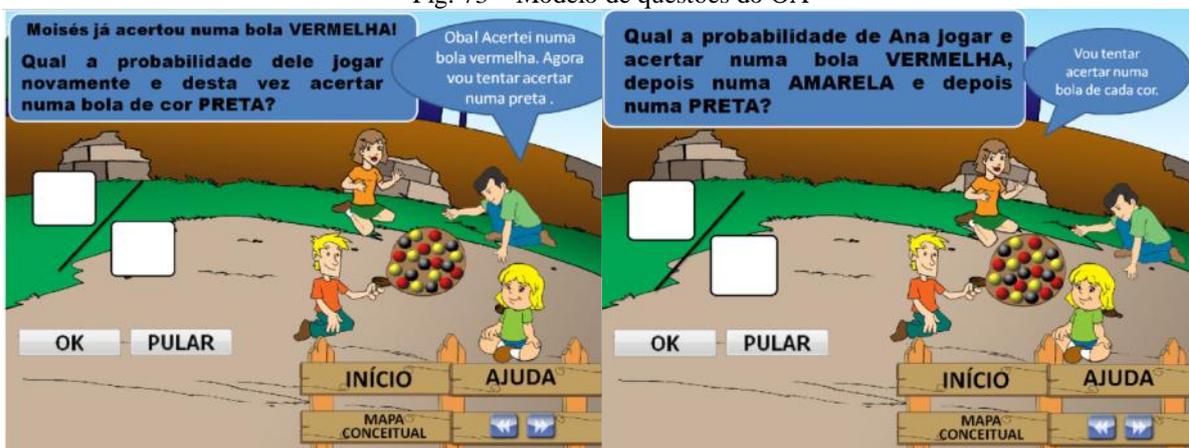
Questão 10: *Uma urna contém duas bolas pretas, quatro brancas e seis azuis. Duas bolas são retiradas sucessivamente, sem reposição. A probabilidade de que ambas sejam azuis é: Obs. Mostre solução detalhada.*

a) $1/2$ b) $5/11$ c) $5/22$ d) $6/11$ e) $3/4$

Combinando com o objetivo da décima questão do pré-teste e de acordo com as alternativas da questão, supõe-se que o aluno tente resolvê-la com o auxílio do conceito clássico, explicitando o resultado sob a forma de razão. Essa foi a forma utilizada pela maioria dos alunos. Porém, no pré-teste, nove deles responderam erroneamente; já no pós-teste, o resultado foi invertido, visto que nove responderam corretamente, e todos utilizaram o conceito clássico de probabilidade, aplicando a multiplicação de probabilidades, conforme previa o objetivo da questão, que era o de saber se o aluno emprega a multiplicação de probabilidades. Segundo a SEEPE (2008), esse é um tema para ser tratado na Unidade 4 do 2º ano do Ensino Médio. Todos os que marcaram, corretamente, a alternativa “c” usaram o artifício da multiplicação de probabilidades. Suas respostas foram estas: “ $6/12 \cdot 5/11 = 30/132 = 15/66 = 5/22$ ” (JCJOE, BROWN, MANDY, LAN, BLAIR, XENA, THÓ, NYCE, MEL).

A partir do aumento percentual de acerto obtido nessa questão, comparando-se com as que traziam o mesmo objetivo no pré-teste, pudemos identificar que o Probabigude trouxe, de forma significativa, um entendimento sobre o uso da multiplicação de probabilidades. Portanto, algumas questões do Probabigude trazem em seu contexto situações em que o aluno precisaria resolver questões de multiplicações de probabilidade com a ideia da não reposição.

Fig. 73 – Modelo de questões do OA

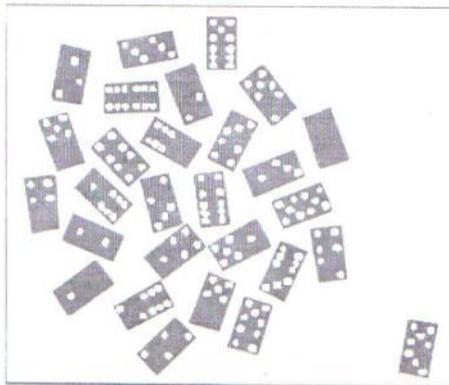


Fonte: Objeto de aprendizagem Probabigude

Apenas Hombre respondeu à questão de forma incorreta e sem apresentar argumento.

Na décima primeira questão, tínhamos como objetivo detectar se o aluno identifica todos os dados da questão antes de resolvê-la - pois ele precisa estar atento para não incluir no total (U) a peça que já foi retirada - e identificar se aplica a probabilidade da união de eventos.

Questão 11: *Uma pessoa mistura as 28 peças de um dominó (figura) e retira, ao acaso, as peças 5 e 3. A mesma pessoa apanha outra peça sem repor a primeira. Determine a probabilidade de a segunda peça ter 2 ou 4.*



Sessenta por cento dos alunos responderam corretamente à questão. Das argumentações usadas pelos alunos para suas respostas, apenas Mandy e Nyce estiveram atentas ao caso de que, os eventos para se obter uma peça que contenha o 2 ou o 4, não serem eventos mutuamente exclusivos, pois há uma peça que contém 2 e 4 ao mesmo tempo, “7 peças têm 2. 7 peças tem 4, mas uma peça é igual, então dá $14-1 = 13$. De 28 tirou uma peça, então a probabilidade é $13/27$ ” (MANDY, NYCE). Percebemos também que elas estiveram atentas ao fato de que uma peça já havia sido retirada das 28 do dominó. Julianelli et al (2009) referem que uma palavra ou uma pequena frase muda o sentido da questão, e posteriormente, o resultado. Apesar de não conceber a mesma ideia de os eventos não serem mutuamente exclusivos, utilizada por Mandy e Nyce, os outros quatro alunos que acertaram a questão mantiveram a ideia de retirar do total a peça do dominó que já havia sido extraída. Suas respostas apontam que eles optaram por efetuar a contagem das peças que continham dois ou quatro a partir da imagem disponível na questão, sem contar, necessariamente, as peças “2 e 4” duas vezes, como podemos observar na resposta de Lan: “ $13/27$. Se é retirada uma peça de um dominó de 28 peças, sobram 27, e existem 13 possibilidades de a próxima ter 2 ou 4, então a probabilidade é $13/27$ ”.

Apenas um aluno deixou essa questão sem resposta, e os outros três responderam de forma errada.

A décima segunda e última questão tinha por finalidade detectar se os alunos conseguem identificar eventos com probabilidade 0 (zero) - eventos impossíveis, sem ter que usar a fórmula de probabilidade $P(A) = n(A)/n(U)$.

Questão 12: No lançamento de um dado, sabendo-se que o resultado saído é ímpar, qual é a probabilidade de o número que saiu ser o 6? Explique sua resposta.

O objetivo dessa questão era semelhante ao da décima segunda questão do pré-teste, diferenciando-se apenas nas ideias de evento certo e evento impossível.

No pré-teste, só 30% dos alunos acertaram, e nenhum deles explicou sua resposta. Já no pós-teste, a porcentagem de acerto foi de 80%, e todas as respostas, que versaram em três aspectos, todas com a mesma ideia, foram justificadas, como mostram os exemplos abaixo:

“Nenhuma, porque 6 não é ímpar” (JCJOE, BROWN, LAN, BLAIR).

“O evento é impossível, \emptyset , pois 6 é par e não ímpar, então a probabilidade é zero” (MANDY).

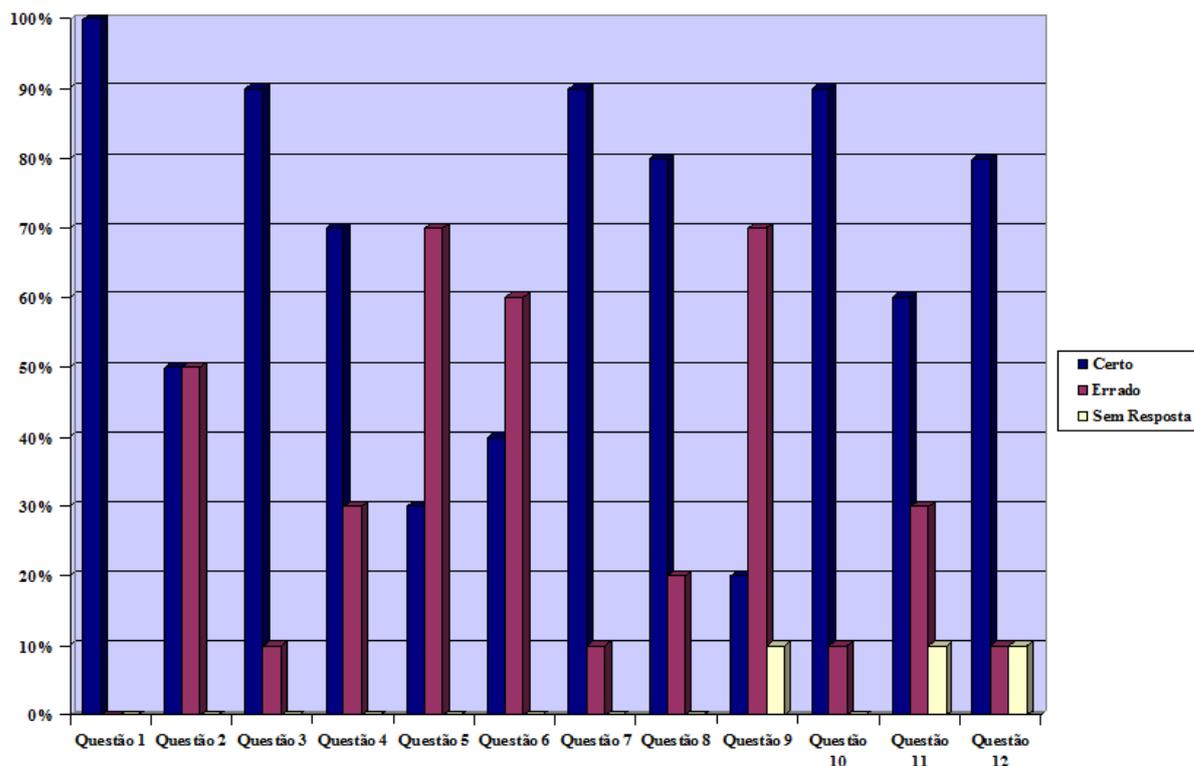
“Zero, porque não há probabilidade do número que sair seja 6 se ele é par e o resultado que já saiu é ímpar” (THÓ, NYCE, MEL).

No pré-teste, a partir dos 70% de erros observados, percebemos que a “compreensão de termos como certo e impossível é deficiente” (GREEN, 1982, citado por Lopes, 2003, p. 59). Porém, a utilização do Probabigude causou uma mudança no pensamento dos alunos, no que tange à compreensão desses termos. Nessa questão, um aluno também não indicou resposta.

De forma geral, seguindo os objetivos em que cada questão estava embasada, percebemos que alguns conhecimentos relacionados à probabilidade melhoraram significativamente, como por exemplo, a relação entre a linguagem usual e a linguagem formal de probabilidade, multiplicação de probabilidades e a noção de eventos impossíveis e eventos certos.

Na imagem seguinte, temos o gráfico sobre cada porcentagem de acerto por questão:

Gráfico 03 – Porcentagem de acerto de cada questão no pós-teste



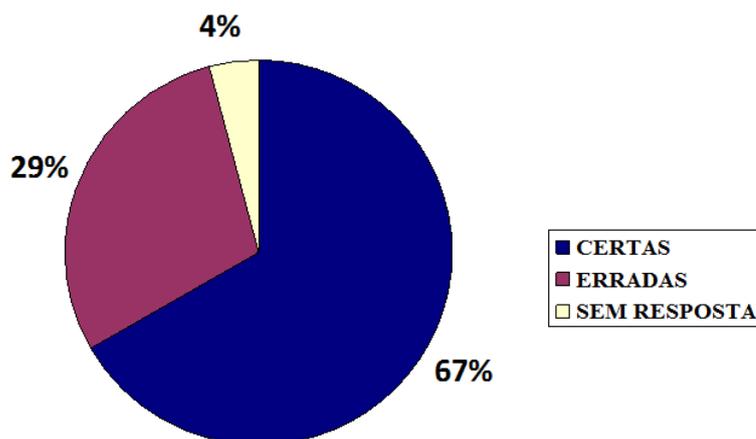
Com base no gráfico, podemos afirmar que houve uma melhoria significativa no percentual de acerto dos alunos.

Das 12 questões do pós-teste, oito tiveram uma quantidade de acerto maior em relação à de erros. A 1ª questão teve um percentual de 100% de acerto; a 3ª, a 7ª e a 9ª questões também foram as mais respondidas corretamente pelos alunos, todas com percentual de 90% de acerto; a 8ª e a 12ª tiveram 80%, e a 4ª e a 11ª questões tiveram, respectivamente, 70% e 60%.

Em relação às questões com índice baixo de acerto, verificamos a 5ª e a 9ª com um percentual de erro ainda alto, ambas com 70%, como também a 6ª questão, com 60%. A 2ª questão obteve a mesma porcentagem de erros e acertos - 50%. Apenas a 9ª, a 11ª e a 12ª questões apresentaram uma quantidade sem resposta, sinalizando 10% cada uma delas.

Analogamente ao pré-teste e tomando como base um total de 120 questões, visto que foram respondidas 12 por cada um dos 10 alunos envolvidos na pesquisa, concluímos que a média de acerto foi de, aproximadamente, 67%.

Gráfico 04 – Porcentagem de acerto geral no pós-teste



Com base nos objetivos esperados pelas questões do pós-teste e utilizando as mesmas categorias destacadas no pré-teste, que versam sobre: 1- Conceitos empregados com frequência e, na maioria das vezes, eficientes; 2- Conceitos empregados com pouca frequência; 3- Conceitos raramente empregados, separamos essas ideias da seguinte forma:

Na categoria 1- Conceitos empregados com frequência e, na maioria das vezes, eficiente, destacamos: relação linguagem usual/linguagem formal de probabilidades; relação probabilidade/proporção (razão); comparação simples de possibilidades; probabilidade de um evento; multiplicação de probabilidades; evento certo; probabilidade de evento certo;

Na categoria 2- Conceitos empregados com pouca frequência, destacamos: relação parte/todo; relação das possibilidades de ocorrência de um evento com o total de possibilidades do experimento; probabilidade da união de eventos; relação probabilidade/porcentagem; agrupamento;

Na categoria 3- Conceitos raramente empregados, destacamos: comparação de probabilidades; simplificação de resultados de probabilidade na forma de fração;.

Enquanto o pré-teste tinha o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de probabilidade, o pós-teste objetivava verificar quais as mudanças ocorridas sobre as ideias relacionadas à probabilidade após os alunos utilizarem o objeto de aprendizagem.

Comparando o resultado dos dois testes, verificamos que houve um aumento percentual de 24%, pois, no pré-teste, o percentual de acerto geral das questões foi de, aproximadamente, 43%, e no pós-teste, esse percentual foi de 67%. No pré-teste, somente cinco questões tiveram um percentual de acertos maior que o percentual de erros, e três questões apresentaram 90% de erros. Já no pós-teste, somente três questões tiveram um

percentual de erros maior que o de acertos. Todas as respostas relativas à questão 1 foram corretas, e em mais três questões houve 90% de acerto.

Outra consideração possível que pudemos destacar neste estudo diz respeito ao quantitativo de alunos com índices de erro. No pré-teste, apenas três obtiveram mais acertos do que erros; no pós-teste, oito alunos obtiveram esse mesmo padrão, conforme podemos observar nos gráficos a seguir.

Gráfico 05 – Quantidade de acerto por aluno no pré-teste

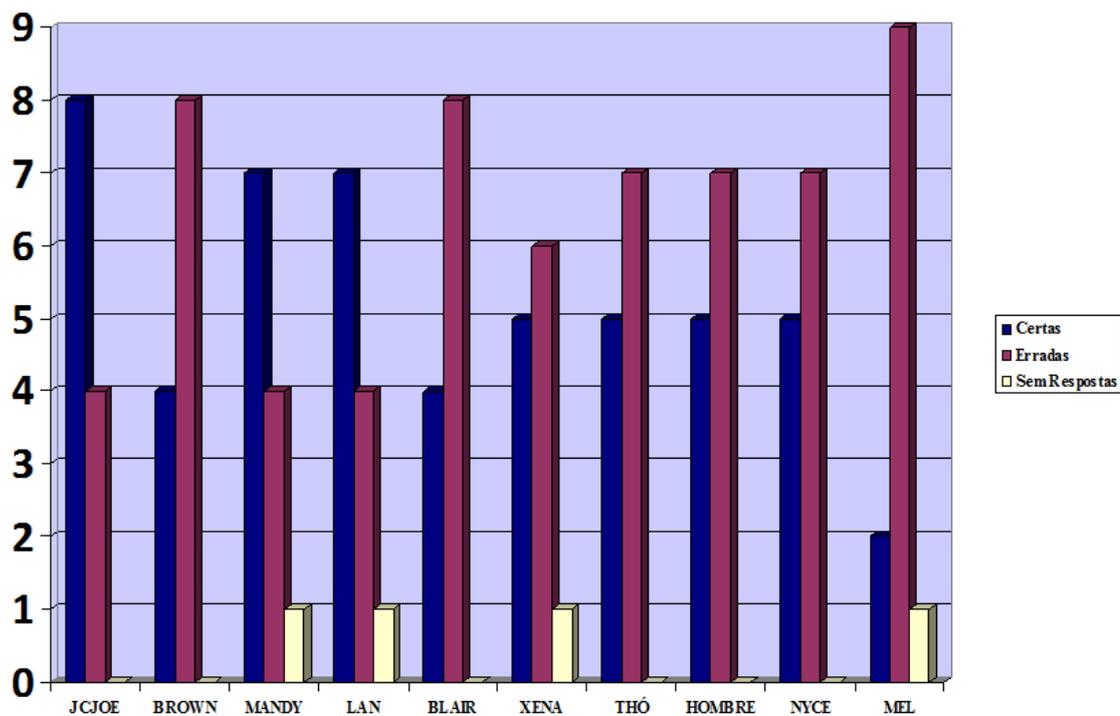
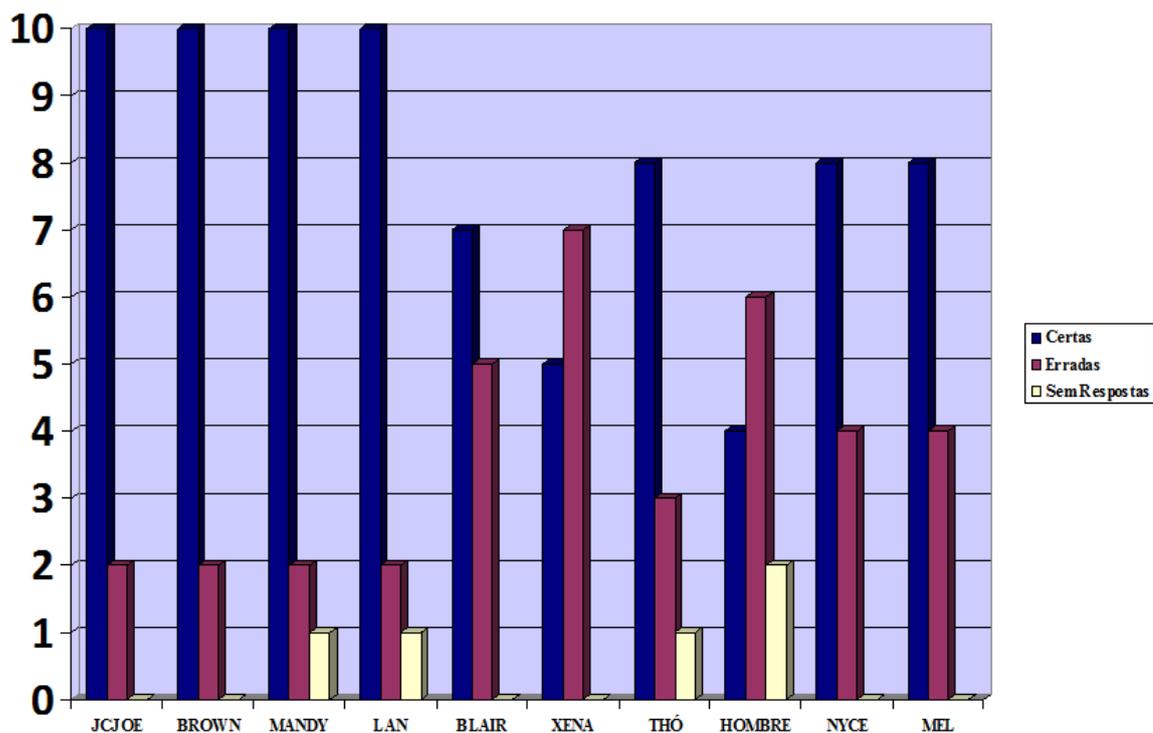


Gráfico 06 – Quantidade de acerto por aluno no pós-teste



No gráfico, podemos identificar que, no pré-teste, apenas 30% dos alunos obtiveram mais acertos que erros, enquanto que, no pós-teste, esse percentual foi de 80%, o que dá subsídio para consolidar os objetos de nossa pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As Tecnologias da Informação e Comunicação produzem e são produtos de grandes mudanças no mundo. A grande vantagem das tecnologias é a possibilidade de abrir novos campos de aprendizagem. Os objetos de aprendizagem são uma tecnologia recente, que desponta no processo de ensino e aprendizagem como uma solução que pode beneficiar a todos - professores e alunos. A utilização das TICs e dos OA já é uma realidade. Por isso, podem e devem ser utilizados como uma das alternativas para tornar a aprendizagem mais significativa e as relações de socialização na sala de aula bem mais interativas.

Esta pesquisa teve como objetivo geral desenvolver um Objeto de Aprendizagem e investigar sua utilização no processo de ensino de conceitos de Probabilidade. Para tanto, elencamos os seguintes objetivos específicos): a) Identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de probabilidade; b) Elaborar o OA PROBABIGUDE, “Probabilidade no jogo de bolas de gude”, que exprime conceitos e problemas sobre probabilidades; c) Aplicar o OA numa turma de 3º ano do Ensino Médio para resolver problemas de probabilidades; d) Utilizar o OA para promover a comunicação e a interação nas aulas de Matemática, visando a uma aprendizagem mais significativa; e) Verificar as mudanças ocorridas na aprendizagem dos alunos após o uso do OA; f) Elaborar um Guia para o Professor, apontando diretrizes para a utilização do OA no ensino de Matemática, de forma geral, e especificamente, no ensino e na aprendizagem de Probabilidade.

Arraigada aos objetivos, a metodologia proposta para este trabalho presumiu três etapas, a saber: um pré-teste, que foi um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de Probabilidade; a intervenção com o OA Probabigude e um pós-teste, que foi outro levantamento dos conhecimentos, aplicado depois da intervenção.

Na primeira etapa - o pré-teste - observamos uma média de acerto de, aproximadamente, 43%. Nas respostas dos alunos, predominaram os seguintes conceitos: noção de equiprovável (mesma possibilidade, chances iguais), a relação entre Probabilidade e Proporção (razão), grau de possibilidade e as comparações simples de possibilidades.

Já os principais conceitos que os alunos demonstraram que não têm domínio suficiente para a série em questão, conforme prevê a estrutura curricular, foram: Probabilidade da união de eventos, multiplicação de probabilidades e probabilidade de evento certo.

Na segunda etapa, foi aplicado o OA “Probabigude”, na sala do Laboratório de Informática. Nessa etapa, chegamos a algumas considerações: o primeiro aspecto a ser considerado é a motivação. Ausubel (2003) assevera que dois fatores são fundamentais para se estabelecer a aprendizagem significativa: o primeiro é que os alunos precisam estar motivados ao aprendizado, e o segundo é que o material seja potencialmente significativo. O segundo aspecto é que o uso do artefato digital na sala de aula acarretou uma interação maior entre os alunos e entre os alunos e o professor, quebrando o paradigma da comunicação na sala de aula de Matemática. Outro ponto importante foi o aprendizado construído também através da interação entre o aluno e o computador, o que fez com que ele se sentisse o construtor do próprio conhecimento, contemplando o pensamento de Papert (2008). Nesse processo de interação entre os membros, a socialização ficou bem mais acentuada, como referem Martins (1997) e Lévy (2001).

Em relação ao pensamento probabilístico, ressaltamos algumas considerações: a primeira diz respeito à quantificação dos elementos para estabelecer relação entre a parte e o todo; a segunda é sobre o cálculo da probabilidade de um evento, a partir da visualização na tela do computador, em que os alunos respondiam às questões sem, necessariamente, utilizar o único caminho que a fórmula matemática supõe, dando mais ênfase ao processo de resolução intuitiva e interativa, o que também ocorreu nas questões sobre a probabilidade da união de eventos. Em relação às questões sobre a multiplicação de probabilidades, os alunos responderam de forma intuitiva, o que nos aproxima de um entendimento favorável no que se refere à construção do conhecimento em termos de conceitos de probabilidade. Destarte, percebemos que esses se tornaram mais significativos para os alunos.

Na terceira etapa – a do pós-teste - identificamos uma média de acerto em torno de 67%, em que predominaram as seguintes ideias: relação linguagem usual/linguagem formal de probabilidades, relação probabilidade/proporção (razão), comparação simples de possibilidades, probabilidade de um evento, evento certo, probabilidade de evento certo e multiplicação de probabilidades. No entanto, não mostraram domínio suficiente sobre comparação de probabilidades e simplificação de resultados de probabilidade em forma de fração.

Pondo em paralelo os dois resultados, concluímos que houve um aumento de 24%, pois, no pré-teste, o percentual de acerto geral das questões foi de, aproximadamente, 43%, no pós-teste, de 67%, com uma média de 30% de alunos com mais acertos do que erros, enquanto, no pós-teste, esse percentual foi de 80%.

O produto final previsto com a conclusão deste trabalho foi justamente o objeto de aprendizagem Probabigude. Juntamente com um roteiro e um guia para o professor, o Probabigude poderá ser utilizado em outras salas de aula, reutilizado para outros conteúdos, enfim, servirá de mais um recurso, o que tornará a aprendizagem matemática mais atrativa.

Os resultados aqui destacados indicam a necessidade de se desenvolverem mais pesquisas sobre o ensino de Probabilidade. Outros trabalhos podem se seguir da ideia de trabalhar as Tecnologias da Informação e Comunicação e o Ensino de Probabilidades, visto que o número de pesquisas que tratam desse assunto ainda é muito pequeno. Apesar de ser uma pesquisa inovadora no Ensino de Matemática, a utilização das TIC, através de OA, mostra-se como um recurso poderoso para o aprendizado, visto que conduz os alunos a construir e a reconstruir significados.

Convém enfatizar que, embora esta pesquisa seja voltada para o ensino, através do uso do OA, à luz da Teoria de Ausubel (2003), promoveu progressos significativos na aprendizagem dos educandos. Entendemos que essa relação entre o mundo virtual e o mundo real, que se estabelece pelo uso do OA “Probabigude”, foi capaz de proporcionar melhorias efetivas no processo de ensino e aprendizagem, dando condições ao estudante para participar da construção do próprio conhecimento. Isso lhe favoreceu uma melhor aquisição de conhecimentos, competências e habilidades sobre os conceitos de Probabilidade e contribuiu para que o professor tornasse sua aula mais dinâmica e atraente.

REFERÊNCIAS

- ABE, T. S.; BITTAR, M. **A Aprendizagem de Probabilidade no 9º Ano do Ensino Fundamental: as concepções clássica, frequentista e geométrica.** In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUANDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, 2010, Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: UFMS, 2010.
- ANDRÉ, M.E; LUDKE, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas.** São Paulo, EPU, 1986.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Editora Plátano, 2003.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1983.
- BARROS, L. G. X.; KARRER, M. **Análise de uma atividade em probabilidade sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica.** In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, V, 2010, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2010.
- BARROS, Paula Maria; FERNANDES, José António. **Dificuldades de Alunos (Futuros Professores) em Conceitos de Estatística e Probabilidades.** 2010. Disponível em: <http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/49334366.html> Acessado em: 07/07/2010.
- BATTAIOLA, André Luiz. **O professor como desenvolvedor de seus próprios jogos educacionais: até onde isso é possível?** Texto online 2004. Disponível em: <http://br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/viewFile/365/351>. Acessado em: 19/05/2010.
- BAUER, W.M; GASKELL, G. **Pesquisa Qualitativa com Texto, Imagem e Som.** Petrópolis: Vozes, 2000.
- BBC, Brasil. **Eleitores de Gâmbia usam bolinhas de gude para votar.** 2006. Texto on line. Disponível em: <http://www.hsw.uol.com.br/framed.htm?parent=bola-de-gude.htm&url=http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/story/2006/09/060922_gambia_bolinhas.shtml> Acesso em 05 de maio de 2010.
- BERNARDES, O. **Para uma abordagem do conceito de probabilidade.** Educação e Matemática. Lisboa, n. 3, 1987.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Matriz de Referência para o ENEM 2009.** Brasília: MEC/INEP, 2009.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **PCNEM: Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC/SEMTEC, 2009.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **PCN II: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza e suas Tecnologias.** Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

CARMO, A. G. **Teoria da aplicação da probabilidade no ensino médio.** 2007. Disponível em: < <http://www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000022.pdf> > Acessado em: 30/06/2009.

COLL, C. et al. **Psicologia do Ensino.** Novo Hamburgo: artmed, 2008.

COSTA, Cíntia. **Como jogar bola de gude.** (s.d.) Texto on line. Disponível em: <<http://criancas.hsw.uol.com.br/bola-de-gude.htm>>. Acesso em: 03/12/2010.

DANNEMANN, Fernando. **Bolinha de Gude.** 2008. Texto on line. Disponível em: <www.fernandodannemann.recantodasletras.com.br/visualizar.php?id=875756> Acesso em: 29/11/2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática - Contextos & Aplicações.** São Paulo, Ática, 2009.

FERREIRA, R. S.; KATAOKA, V. Y.; KARRER, M. **Ensino de Probabilidade com o uso do programa Estatístico R numa perspectiva construcionista.** In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUANDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, 2010, Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: UFMS, 2010.

FILATRO, A. **Design instrucional na prática.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

GIBISON, D. **Games and Simulations in Online Learning: Research & Development Frameworks.** Hershey: Idea Group Inc, 2007.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad.** Madrid: Síntesis, 1996.

GREEN, D. R. A survey of probability concepts in 3.000 pupils aged 11-16 years. In GREEN ET AL (eds.): **Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics.** volume II. Sheffield: Teaching Statistics Trust, 1982.

GUTIERREZ, Francisco; PRIETO, Daniel. **A mediação pedagógica.** Campinas: Papirus, 1994.

IEEE, Learning Technology Standards Committee (LTSC) (2000) **WG12: Learning Object Metadata.** Disponível em: <<http://ltsc.ieee.org/wg12/index.html>> Acesso em: 20 de julho de 2009.

JOHNSON, L. **Elusive vision: Challenges Impeding the Learning Object Economy [a white paper]**. Livro disponível online 2003. Disponível em: <http://www.nmc.org/pdf/Elusive_Vision.pdf> Acesso em: 05/03/2010.

JOHNSON, Steven. **Emergência – a vida integrada de formigas, cérebros, cidades e softwares**. Tradução: Maria Carmelita Pádua Dias, Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2008.

JULIANELLI, J. R.; DASSIE, B. A.; LIMA, M. L.A.; SÁ, I. P. **Curso de Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009.

LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 2001.

LOPES, C. A. E. **O Conhecimento Profissional dos Professores e suas relações com a Estatística e Probabilidade na Educação Infantil**. Campinas, 2003 – Tese de Doutorado – Faculdade de Educação – Unicamp.

LOPES, C. A. E.; MEIRELLES, E. Estocástica nas séries iniciais. **Anais do XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática**. Campinas - SP, 2005. Documento disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/mcur/mc02_b.pdf> Acesso em: 26/02/2010.

MARTINS, J. C. **Vygotsky e o papel das interações sociais na sala de aula: reconhecer e desvendar o mundo**. Série Ideias n. 28, São Paulo: FDE, 1997. p. 111, 122. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_28_p111-122_c.pdf> Acesso em: 23 de novembro de 2008.

MELILLO, C. R. **Modelagem Matemática no Futebol: uma proposta didática para o estudo de estatística e probabilidade através do método de casos**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUANDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, 2010, Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: UFMS, 2010.

MENDES, M. M.; SOUZA, I. S.; CAREGNATO, S. E. **A propriedade intelectual na elaboração de Objetos de Aprendizagem**. 2004. Disponível em: <http://www.cinform.ufba.br/v_anais/artigos/rozimaramendes.html> Acesso em: 24 de novembro de 2008.

MINAYO, M. C. de S. (org.). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 1999.

MOITA, F. M. G. S. C. **Game on: jogos eletrônicos na escola e na vida da geração @**. Campinas: Editora Alínea, 2007.

MORAN, J. M. **Desafios da televisão e do vídeo à escola**. Documento online, 2002. Disponível em: <<http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/tedh/tedhtxt2b.htm2>> Acesso em: 05/03/2011.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa**. 2005. Disponível em <<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>> Acesso em: 05/03/2011.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes, 1982.

OLIVEIRA, Paulo Iorque Freitas de. **A Estatística e a Probabilidade nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2006. 100p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: 2006. Disponível em <http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=229> Acesso em: 11/07/2010.

OLIVEIRA, Priscila. **Ensino-Aprendizagem de Probabilidade e Estatística: um panorama das dissertações do programa de estudos pós-graduados em educação matemática da PUC-SP**. 2007. 94p. Monografia (Especialização em Educação Matemática) Centro Universitário Fundação Santo André, Santo André: 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/~cileda/MONOGRAFIA_FINAL_PRISCILA_GLAUCE_-_FSA.pdf> Acesso em : 12 de fevereiro de 2011.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PEREIRA, M. Z. C.; MOITA, F. M. G. S. C. Educação, Tecnologia e Comunicação: Os jogos eletrônicos e as implicações curriculares. IN: SILVA, E. M. (Orgs.)[et al]. **Jogos Eletrônicos: construindo novas trilhas**. Campina Grande: EDUEP, 2007.

PONTE, J. P. Tecnologia de Informação e Comunicação na formação de professores: que desafios? Revista Ibero-Americana, nº24, p.63-90, Set-Dez 2000.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. de C. **O computador como agente transformador da educação e o papel do Objeto de Aprendizagem**. Documento online, 2003. Disponível em: <<http://www.universia.com.br>> Acesso em: 05/04/2009.

SANTANA, M. R. M.; BORBA, R. E. S. R. **O Acaso, o Provável e o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUANDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, 2010, Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: UFMS, 2010.

SANTOS, J. J. A. **Jogos de Estratégias na Resolução de Problemas Matemáticos**. 2006. Monografia (Licenciatura Plena em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SANTOS, J. J. A.; MOITA, F. M. G. S. C. **Probabilidade: alternativa pedagógica para o ensinar e aprender do conceito de probabilidade**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUANDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, 2010, Campo Grande. *Anais...* Campo Grande: UFMS, 2010.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N. **Na vida dez, na escola zero**. 10 ed. São Paulo: Cortez, 1995.

SEEPE. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: Matemática.** Recife: SE, 2008.

SEEPE. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Orientações Teórico- Metodológicas: Ensino Médio, Matemática.** Documento online. 2008. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/diretorio/matematica_03.pdf> Acesso em: 11/07/2010.

SILVA, Arnaldo Filho Lima. **O Enfoque Histórico no Ensino de Probabilidades no Ensino Médio.** (2010). Texto online. Disponível em: <<http://www.cefetquimica.edu.br/revista/index.php/revistacienciaseideias/article/viewFile/52/probabilidadepdf>> Acesso em: 12 de março de 2011.

SILVA, Mercedes Matte da; VIALI, Lorí. **Uma análise das questões de probabilidade do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).** In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, V, 2010, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2010.

SMITH, Rachel S. **Guidelines for authors of Learning Objects.** NMC: The New Media Consortium. 2004. Livro disponível online. Site: <<http://archive.nmc.org/guidelines/NMC%20LO%20Guidelines.pdf>> Acesso em: 05/03/2010.

TÁBOAS, Plínio Zornoff. **Probabilidade: olhar para o futuro ou para o passado?** In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, V, 2010, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2010.

TAJRA, S. F. **Informática na Educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade.** São Paulo: Érica, 2004.

VALENTE, J. A. **A telepresença na formação de professores da área de Informática em Educação: implantando o construcionismo contextualizado.** 1998. Disponível em: <http://www.niee.ufrgs.br/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_den/232.pdf> Acesso em: 07/04/2010.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: Unicamp/NIED, 1999.

VALENTE, J. A. **Por Quê o Computador na Educação?** (s.d). Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas.php?id=51&download=1>> Acesso em: 07/02/2011.

WILEY, D. A. **Connecting learning objects to instructional design theory: A definition a metaphor, and a taxonomy.** 2001. Disponível em: <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>> Acesso em: 09/05/2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Autorização de Pesquisa: Consentimento dos Pais



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Termo de compromisso livre e esclarecido para menores de idade

Pelo presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, eu, declaro para os devidos fins, que dou meu consentimento, de livre e espontânea vontade para participação do menor, na pesquisa: **“PROBABIGUDE: ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA O ENSINAR E APRENDER DO CONCEITO DE PROBABILIDADE”**, sob a responsabilidade do pesquisador **José Jefferson Aguiar dos Santos**.

O meu consentimento para o referido menor participar da pesquisa se deu após ter sido informado pelo pesquisador, de que:

1. A pesquisa se justifica, pois seu desenvolvimento gerará informações que possam melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.
2. Seu objetivo é investigar a utilização de Objetos de Aprendizagem no processo de ensino de conceitos de probabilidade. Os dados serão coletados através de técnicas e instrumentos apropriados à pesquisa descritiva.
3. A participação do menor será estritamente voluntária, mesmo depois de minha autorização, tendo a liberdade de se retirar do estudo, antes, durante ou depois da finalização de coleta dos dados, caso venha a desejar, sem risco de qualquer penalização ou de quaisquer prejuízos pessoais ou estudantis.
4. Será garantido o anonimato do menor por ocasião da divulgação dos resultados e resguardado o sigilo de dados confidenciais.
5. Caso sinta necessidade de contatar o pesquisador durante e/ou após a coleta de dados, poderei fazê-lo pelo telefone (83) 3395-1638.
6. Ao final da pesquisa, se for do meu interesse, terei acesso ao conteúdo da mesma, podendo discutir os dados com o pesquisador.

Casinhas-PE,dede 2010.

Responsável

Pesquisador

APÊNDICE B – Termo de Autorização de Imagem e Texto

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Pelo presente instrumento, **eu**, abaixo firmado e identificado, autorizo a **José Jefferson Aguiar dos Santos, C.P.F _____ RG: 2.832.314 SSP/PB**, residente na Rua Santo Antônio, S/N, Centro, Umbuzeiro-PB a utilizar minha imagem e texto, para fins de participação na escrita do seu **Texto Dissertativo** para conclusão do **Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB**.

Esta autorização inclui o uso total do material criado que contenha minha imagem e texto, por José Jefferson Aguiar dos Santos, da melhor forma que lhe aprouver, notadamente para toda e qualquer forma de comunicação ao público, tais como material impresso, CD (Compact Disc), CD ROM, CD – I (Compact Disc Interativo), home vídeo, DAT (Digital Áudio Tape), DVD (Digital Vídeo Disc), televisão aberta, fechada ou por assinatura, bem como a disseminação via internet, independentemente do transporte de sinal e suporte material que venha a ser utilizado para tais fins, sem limitação de tempo ou do número de utilizações, no Brasil e no exterior, através de qualquer processo de transporte de sinal ou suporte material existente, ainda que não disponível em território nacional, sendo certo que o material criado destina-se à produção de obra intelectual organizada e de titularidade exclusiva de **José Jefferson Aguiar dos Santos**, conforme expresso na Lei 9.610/98 (Lei de Direitos Autorais).

Na condição de titular dos direitos patrimoniais de autor da **coleta e análise de dados para escrita da Dissertação**, **José Jefferson Aguiar dos Santos** poderá dispor livremente dos mesmos, para toda e qualquer modalidade de utilização, por si ou por terceiros autorizados para tais fins.

_____ - _____, _____ de _____ de _____

Assinatura/Assinatura do Responsável

Nome: _____

End: _____

CPF: _____

APÊNDICE C – Levantamento dos Conhecimentos Adquiridos antes da Intervenção com o Objeto de Aprendizagem⁸

1) Uma ficha redonda é preta, de um lado, e branca, do outro. Ao lançar essa ficha para cima, ela dará voltas no ar. Ao cair, qual a face que tem mais possibilidade de sair? Ou você pensa que não há diferença entre os dois lados?

2) Quando se lança um dado, quais os números que são mais difíceis de obter? Ou são todos iguais?

3) Em uma urna A, há três fichas pretas e uma branca. Na urna B, duas pretas e uma branca. Se você tem que retirar uma ficha preta para ganhar um prêmio, sem olhar dentro da urna, qual a urna que você escolheria para fazer a extração? Por quê?

4) Outra urna tem em seu interior algumas fichas pretas e brancas.

Urna C: 5 pretas e 2 brancas

Urna D: 5 pretas e 3 brancas

Qual a urna que apresenta mais possibilidades de se retirar uma ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

5) Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna E: 2 pretas e 2 brancas

Urna F: 4 pretas e 4 brancas

De qual das urnas há melhor possibilidade de se retirar ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

6) Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna G: 12 pretas e 4 brancas

⁸ Algumas destas questões foram elaboradas baseando-se num questionário utilizado por Green (1982) para verificar o nível de pensamento probabilístico de estudantes da Inglaterra.

Algumas foram encontradas na tese de doutorado da Prof^a Celi Lopes (2003) outras questões foram adaptadas do Livro “Curso de Análise Combinatória e Probabilidade” de Julianelli (2009).

Urna H: 20 pretas e 10 brancas

Qual a urna de onde há a melhor possibilidade de se retirar ficha preta?

Ou, as duas têm a mesma possibilidade?

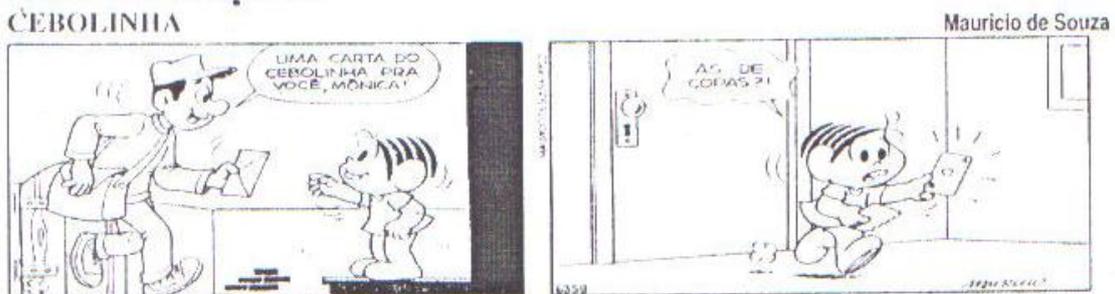
Justifique sua resposta.

7) Questão 7: Leia as cinco frases da primeira coluna e relacione-as com a segunda coluna:

- | | |
|---------------------------|--------------------|
| (1) Não pode ocorrer | (A) Muito provável |
| (2) Não ocorre muito | (B) Improvável |
| (3) Ocorre com frequência | (C) Provável |
| (4) Ocorre quase sempre | (D) Pouco provável |

8) Qual a probabilidade maior de ocorrência: Sair sábado, no sorteio de um dia da semana, ou sair outubro, no sorteio de um mês do ano? Justifique sua resposta.

9) Leia a tirinha abaixo:



Considerando que um baralho tem 52 cartas, a probabilidade de que a Mônica encontre num baralho uma carta de copas diferente da que ela recebeu é de:

- a) $3/13$ b) $4/13$ c) $5/13$ d) $1/13$ e) $1/4$

10) Em uma caixa, existem 5 balas de mel e 3 de hortelã. Retirando-se sucessivamente e sem reposição duas dessas balas, a probabilidade de que as duas sejam de mel é: (Mostre solução detalhada).

- a) $1/7$ b) $5/8$ c) $5/14$ d) $25/26$ e) $25/64$

11) Numa urna, há 25 bolas numeradas de 1 a 25. Uma bola é retirada ao acaso. (Mostre soluções detalhadas)

- a) Qual a probabilidade de ela ser um número ímpar?
 b) Qual a probabilidade de ela ser um número primo?

c) Qual a probabilidade de ela ser um número múltiplo de 4 ou de 5?

12) Em um grupo de 20 pessoas, a probabilidade de que nele haja, pelo menos, duas nascidas em um mesmo mês é igual a: (Explique sua resposta).

a) $12/100$ b) $6/10$ c) $8/10$ d) 1 e) $5/3$

APÊNDICE D – Levantamento dos Conhecimentos Adquiridos depois da Intervenção do Objeto de Aprendizagem

1) Uma classe de matemática tem 14 meninos e 17 meninas. Cada nome dos alunos se escreve sobre um pedaço de papel. Todos os papéis são colocados em um saco não transparente. Ao sacar um pedaço de papel, é mais provável que o nome seja de menino ou de menina?

2) Uma moeda é lançada cinco vezes e sai CARA em todas elas. Na sexta vez é mais provável que saia CARA ou COROA? Justifique sua resposta.

3) Em uma urna A, estão quatro fichas pretas e uma branca. Na urna B, há três fichas pretas e uma branca. Se você tem que retirar uma ficha preta para ganhar um prêmio, sem olhar dentro da urna, qual a urna que você escolheria para fazer a extração? Por quê?

4) Outra urna contém algumas fichas pretas e outras brancas.

Urna C: 7 pretas e 3 brancas

Urna D: 7 pretas e 4 brancas

Qual a urna que apresenta mais possibilidades de se retirar uma ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

5) Outras urnas distintas têm também fichas pretas e brancas:

Urna G: 18 pretas e 6 brancas

Urna H: 26 pretas e 13 brancas

Qual a urna de onde se tem a melhor possibilidade de retirar ficha preta?

Ou, pelo contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

6) Outras duas urnas distintas das anteriores têm também fichas pretas e brancas:

Urna J: 3 pretas e 1 branca

Urna K: 6 pretas e 2 brancas

Qual a urna de onde se tem melhor possibilidade de retirar ficha preta?

Ou, ao contrário, as duas têm a mesma possibilidade?

Justifique sua resposta.

7) Leia as cinco frases da primeira coluna e relacione-as com as da segunda:

- | | |
|---------------------------|--------------------|
| (1) Ocorre quase sempre | (A) Pouco provável |
| (2) Ocorre com frequência | (B) Provável |
| (3) Não ocorre muito | (C) Improvável |
| (4) Não pode ocorrer | (D) Muito |

8) Qual é a probabilidade maior de ocorrência: sair domingo, no sorteio de um dia da semana, ou agosto, no sorteio de um mês do ano? Justifique sua resposta

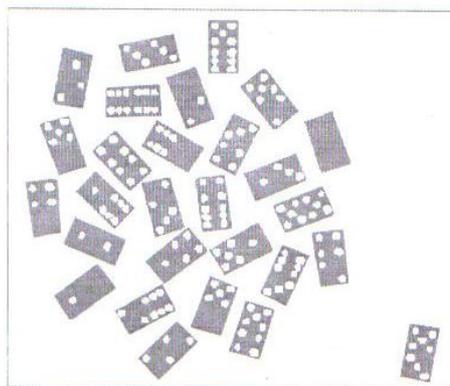
9) Sorteando um mês do ano, qual dos eventos tem $\frac{1}{4}$ de probabilidade de ocorrer? Justifique sua resposta.

- a) Sair um mês do 1º semestre;
- b) Sair um mês cujo nome começa por consoante e termina por vogal;
- c) Sair um mês cujo nome começa por j;
- d) Sair um mês de 31 dias;
- e) Nenhuma das alternativas anteriores está correta.

10) Uma urna contém duas bolas pretas, quatro brancas e seis azuis. Duas bolas são retiradas sucessivamente, sem reposição. A probabilidade de que ambas sejam azuis é: Obs. Mostre solução detalhada.

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{11}$ c) $\frac{5}{22}$ d) $\frac{6}{11}$ e) $\frac{3}{4}$

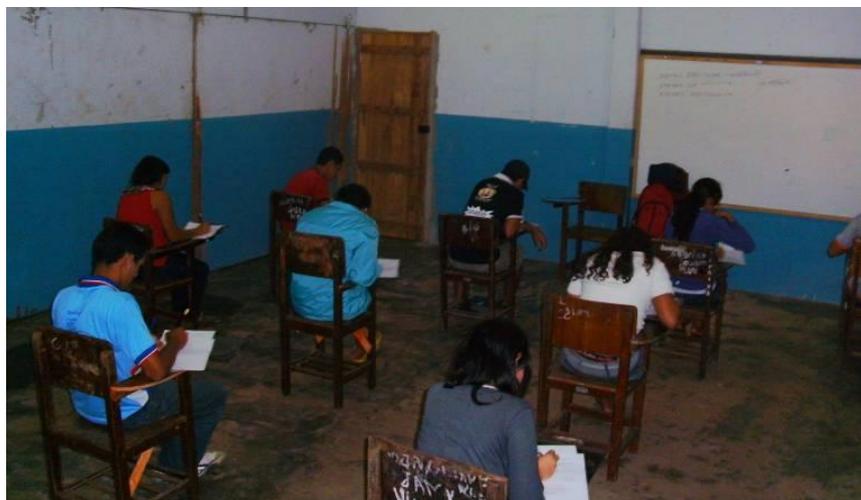
11) Uma pessoa mistura as 28 peças de um dominó (figura) e retira, ao acaso, as peças 5 e 3. A mesma pessoa apanha outra peça sem repor a primeira. Determine a probabilidade de a segunda peça ter 2 ou 4.



12) No lançamento de um dado, sabendo-se que o resultado saído é ímpar, qual é a probabilidade de o número que saiu ser o 6? Explique sua resposta.

ANEXOS

ANEXO A – Imagens da Aplicação do Pré-Teste



ANEXO B – Imagens da Aplicação do Objeto de Aprendizagem “Probabilidade”





ANEXO C – Imagens da Aplicação do Pós-Teste

